

TD SSP

Denis Beauget

March 2020

1 Exercice 1

Montrons que si il existe un algorithme polynomial pour le problème d'optimisation alors on a un algorithme polynomial pour le problème de décision.

Soit `AlgoDecision()` un algorithme qui prend `M` un ensemble de mot et `k` un entier strictement supérieur à 0, qui renvoie un booléen.

Avons nous une superséquence `S` de `M` de longueur $j = k$ telle que chaque mot de `M` est un sous-mot de la superséquence `S`?

On en déduit un `AlgoOptimisation()` qui prend en entrée `M` et renvoie la taille de la plus petite superséquence `S`. `AlgoOptimisation(M)` {

```
    unsigned int k = 1;
    Tant que AlgoDecision(M,k) == 0 {
        k j- k++:
    }
    fin tant que

    renvoyer k;
}
```

finalement on en déduit que le problème d'optimisation est "au moins aussi difficile" que le problème de décision.

2 Exercice 2)

L'algorithme `Contient(s,m)` vérifie si le mot `m` appartient à `s` en complexité polynomial On en déduit un algorithme qui étant donné une superchaine vérifie si elle satisfait le problème de décision.

Entrée : `s` superchaine et `m` un mot
Sortie : un booléen indiquant si `m` appartient à `s`.
Algo : {

```

    Si  $\|S\| \geq renvoyer0$ 
    Pour tout  $F(i)$  dans  $F$  {
    si  $!Contient(s, F)$ 
    renvoyer0
    }
    renvoyer1}

```

3 Exercice 3)

Prenons A,D,F et G les 4 sommets du graphe G on a bien une couverture minimale du graphe G (4 sommets couvrant tout le graphe). Donc Res = A,D,F,G

4 Exercice 4)

Si on transforme une instance de vertex cover en instance de SSP alors on a montrer précédemment que le problème SSP appartenait à NP, on a montrer qu'il existait un algorithme polynomial pour le problème SSP et si on se ramène à une réduction aux problème du Vertex Cover on en déduit qu'il existe un algorithme polynomial pour le problème du Vertex Cover également.

5 Exercice 5)

$V = A,B,C,D,E,F,G$
 $F = (abab,baba),(abab,baba),(abab,baba),(abab,baba),(abab,baba),(abab,baba),$
 $(abab,baba),(abab,baba),(abab,baba),(abab,baba)$