



PUC Minas
Virtual

Interpretação dos Parâmetros Regressão Logística

Modelo de regressão logística

Considerando $Y_i | x_i \sim \text{bin}(m_i, \pi_i)$, $i = 1, \dots, n$ independentes, então o modelo de regressão é dado por:

$$g(\pi_i) = \log\left(\frac{\pi_i}{1 - \pi_i}\right) = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip}$$

E na escala da **odds** temos:

$$\frac{\pi_i}{1 - \pi_i} = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip})$$

Na escala da resposta temos:

$$\pi_i = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip}}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip}}}$$

Interpretação dos Parâmetros

Considere o caso em que o preditor linear tem apenas uma variável preditora:

$$\hat{\eta}(x_i) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

O valor ajustado em $x_i + 1$ é:

$$\hat{\eta}(x_i + 1) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 (x_i + 1)$$

$$\hat{\eta}(x_i + 1) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 (x_i) + \hat{\beta}_1$$

E a diferença dos valores previstos é:

$$\hat{\eta}(x_i + 1) - \hat{\eta}(x_i) = \hat{\beta}_1$$

$$\hat{\eta}(x_i + 1) - \hat{\eta}(x_i) = \ln(odds_{x_i+1}) - \ln(odds_{x_i}) = \ln \frac{odds_{x_i+1}}{odds_{x_i}} = \hat{\beta}_1$$

Razão de chances

$$\widehat{O_R} = \frac{odds_{x_i+1}}{odds_{x_i}} = e^{\hat{\beta}_1}$$

Para as variáveis **preditora binárias**, podemos realizar a seguinte análise:

$$\ln \frac{p}{1-p} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

Para $x_i = 0$, temos :

$$\ln \frac{p_0}{1-p_0} = \hat{\beta}_0$$

Para $x_i = 1$, temos :

$$\ln \frac{p_1}{1-p_1} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1$$

Logo:

$$\ln \frac{p_1}{1-p_1} - \ln \frac{p_0}{1-p_0} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_0$$

$$\ln \frac{\frac{p_1}{1-p_1}}{\frac{p_0}{1-p_0}} = \hat{\beta}_1 \rightarrow \frac{\frac{p_1}{1-p_1}}{\frac{p_0}{1-p_0}} = e^{\hat{\beta}_1}$$

Interpretação dos Parâmetros – ODDS RATIO

Razão entre a probabilidade de um evento ocorrer ($p(Y=1)$) e a probabilidade de não ocorrer ($p(Y=0)$).

$$\frac{\frac{p_1}{1-p_1}}{\frac{p_0}{1-p_0}} = \frac{e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1}}{e^{\hat{\beta}_0}} = e^{\hat{\beta}_1}$$

Chance de sucesso em relação à chance de fracasso.

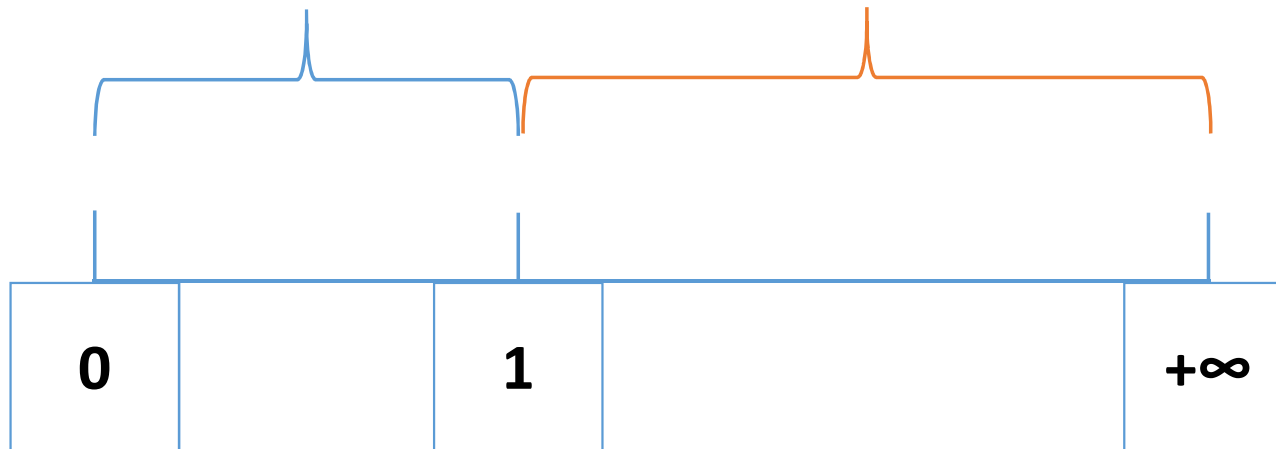
Ex.: Se as odds são 2, significa que a chance de sucesso é duas vezes maior do que a chance de fracasso.

Interpretação dos Parâmetros – ODDS RATIO

$$\widehat{O}_R = \frac{odds_{x_i+1}}{odds_{x_i}} = e^{\widehat{\beta}_1}$$

Reduz a probabilidade de ocorrência

Aumenta a probabilidade de ocorrência



Exemplo de Interpretação:

Suponha que estamos estudando a probabilidade de uma pessoa comprar um produto online com base em duas variáveis: idade e gênero. Após ajustar um modelo de regressão logística, você obtém os seguintes resultados:

Para a variável idade, o odds ratio é 1.05.

Para a variável gênero (sendo 1 para masculino e 0 para feminino), o odds ratio é 0.8.

Interpretação:

Para a idade: A cada aumento de uma unidade na idade, as chances de comprar o produto aumentam em 5%.

Para o gênero: As chances de comprar o produto são 20% menores para homens em comparação com mulheres.



PUC Minas
Virtual