Estimação de Parâmetros – Parte 2

Algoritmo de Estimação

Problema

$$U_r = \phi^{-1} \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - \mu_i) \cdot x_{ir}}{V(\mu_i) \cdot g'(\mu_i)}$$

Não é uma equação linear

As estimativas de máximo verossimilhança não são dadas da forma explicita quando estamos trabalhando em um GLM

Métodos iterativos

Método de Newton-Raphson

Métodos iterativos

A estimativa de Máximo verossimilhança, $\hat{\beta}$, é calculada por meio das equações $U_r = 0$, em que são equações não lineares e podem ser resolvidas numericamente por métodos iterativos como Newton-Raphson.

$$U_r = \phi^{-1} \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - \mu_i) \cdot x_{ir}}{V(\mu_i) \cdot g'(\mu_i)} = 0$$

Método de Newton-Raphson

O método de Newton-Raphson para a solução da equação f(x) = 0, é baseado na aproximação de Taylor na vizinhança do ponto x = x_0, ou seja,

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0) \cdot f'(x_0) = 0$$

$$\boxed{x = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}}$$

Ou de forma mais geral ,

$$x^{(m+1)} = x^{(m)} - \frac{f(x^{(m)})}{f'(x^{(m)})} \rightarrow \text{Univariada}$$

Em que $x^{(m+1)}$ é o valor de x no passo (m+1), enquanto que $x^{(m)}$é o valor de x no passo m, para m = 0,1,...

Para obter a solução do sistema de equações, temos o vetor escore:

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{U}(\beta) = \frac{\partial \ell}{\partial \beta} = \left(\frac{\partial \ell}{\partial \beta_0}, \frac{\partial \ell}{\partial \beta_1}, \ldots, \frac{\partial \ell}{\partial \beta_p}\right)^T = \mathbf{0}$$

Seja J a negativa da matriz de derivadas parciais de 2ª ordem representada por: (matriz de informação **observada** de Fisher)

$$J = -\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ell}{\partial {\beta_0}^2} & \frac{\partial^2 \ell}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell}{\partial \beta_0 \partial \beta_p} \\ \frac{\partial^2 \ell}{\partial \beta_1 \partial \beta_0} & \frac{\partial^2 \ell}{\partial {\beta_1}^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell}{\partial \beta_0 \partial \beta_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ell}{\partial \beta_p \partial \beta_0} & \frac{\partial^2 \ell}{\partial \beta_p \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell}{\partial {\beta_p}^2} \end{bmatrix}_{pxp}$$

Método de Newton-Raphson

Utilizando a versão multivariada do método de Newton- Raphson, obtém-se

$$\beta^{(m+1)} = \beta^{(m)} + (\boldsymbol{J}^{(m)})^{-1} \cdot \boldsymbol{U}^{(m)}$$

Em que $(\boldsymbol{J}^{(m)})^{-1}$ é a inversa da matriz de informação observada de Fisher avaliada no passo m.

Observações:

1. Em geral as derivadas parciais na matriz J não são facilmente avaliadas.
2. Como alternativa podemos utilizar o método escore de Fisher , que consiste em substituir a matriz de informação observada J pela matriz de informação esperada (K) de Fisher.

Estimar Parâmetros no GLM

Utilizamos o método da máximo verossimilhança

Problema : não encontramos os estimadores de Máximo verossimilhança de forma explicita

Utiliza-se o método Iterativo Newton-Raphson

Para facilitar os cálculos iremos utilizar o Método Escore de Fisher

PUC Minas
Virtual