Fundamentos de Séries Temporais - Parte I

PUC Minas Virtual

Fundamentos de Série Temporais

- Covariância
- Processos estocásticos
- Estacionaridade
- Passeio Aleatório
- Autocorrelação
- Decomposição

Representação das séries temporais:

$Z_1, Z_2, Z_3, \ldots, Z_n$ Ou Z_t, $t = 1,2,\ldots,n$

$X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ Ou X_t, $t = 1,2,\ldots,n$

Onde n é o tamanho da série.

Temos que:

$Z(t) = Z_1(t)$ -> univariada

$Z(t) = [Z_1(t), Z_2(t)]$ -> Multivariada

Covariância

Em sua definição geral temos que:

Medida do grau de interdependência linear entre duas variáveis aleatórias.

Em séries temporais as medidas adjacentes (vizinhas) tendem a ser correlatas.

$$Cov(Z_t, Z_{t+\Delta t}) = \frac{\sum (Z_t - \bar{Z}_t).(Z_{t+\Delta t} - \bar{Z}_{t+\Delta t})}{n}$$

n = número de pares que foram comparados.

Exemplo

$$Cov(Z_t, Z_{t+\Delta t}) = \frac{\sum(Z_t - \bar{Z}_t).(Z_{t+\Delta t} - \bar{Z}_{t+\Delta t})}{n}$$

Mês	Vendas	Z_t	$Z_{t+\Delta t}$	$Z_t - \bar{Z}_t$	$Z_{t+\Delta t} - \bar{Z}_{t+\Delta t}$	$(Z_t - \bar{Z}_t).(Z_{t+\Delta t} - \bar{Z}_{t+\Delta t})$
Janeiro	20	20	30	-15	-15	225
Fevereiro	30	30	40	-5	-5	25
Março	40	40	50	5	5	25
Abril	50	50	60	15	15	225
Maio	60	~~60~~				
Média		$\bar{Z}_t$= 35	$\bar{Z}_{t+\Delta t}$= 45		Soma	500

$$Cov(Z_t, Z_{t+\Delta t}) = \frac{500}{4} = 125$$

PUC Minas Virtual

Processos Estocásticos x Determinísticos

- Estocástico :

Formula + fator aleatório

- Determinístico

Explicada através de uma formula/função

Processos estocásticos

Em outras palavras:

Modelos que descrevem séries temporais são processos estocásticos.

Processo estocástico $(Z(t), t \in \tau)$ é uma coleção de variáveis aleatórias que são utilizadas para estudar a evolução de sistemas com o tempo.

Pode ser contínuo: $Z(t), t \geq 0$

Ou discreto: $Z_t,\ \ t = 1,2, \ldots$

Processos estocásticos

Os modelos que estudaremos são vistos sob a ótica do estudo de processos estocásticos :

Seja T um conjunto arbitrário. Um processos estocástico é uma família

Z = $\{Z(t), t\ e\ T\}$, $\forall t \ \in T, Z(t)$ é uma v.a

- Podemos ter T = $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$;
- Podemos admitir T = $\mathbb{R}$;
- $\forall t \ \in T$ -> Z(t ∈ $\mathbb{R}$: Z(t) é uma variável real.

Processos estocásticos

O conjunto de valores $\{Z(t), t \in T\}$ o conjunto de espaço de estados.

T é chamado de espaço paramétrico:

- T ∈ $\mathbb{Z}$ -> parâmetro discreto
- T ∈ $\mathbb{R}$ -> parâmetro contínuo

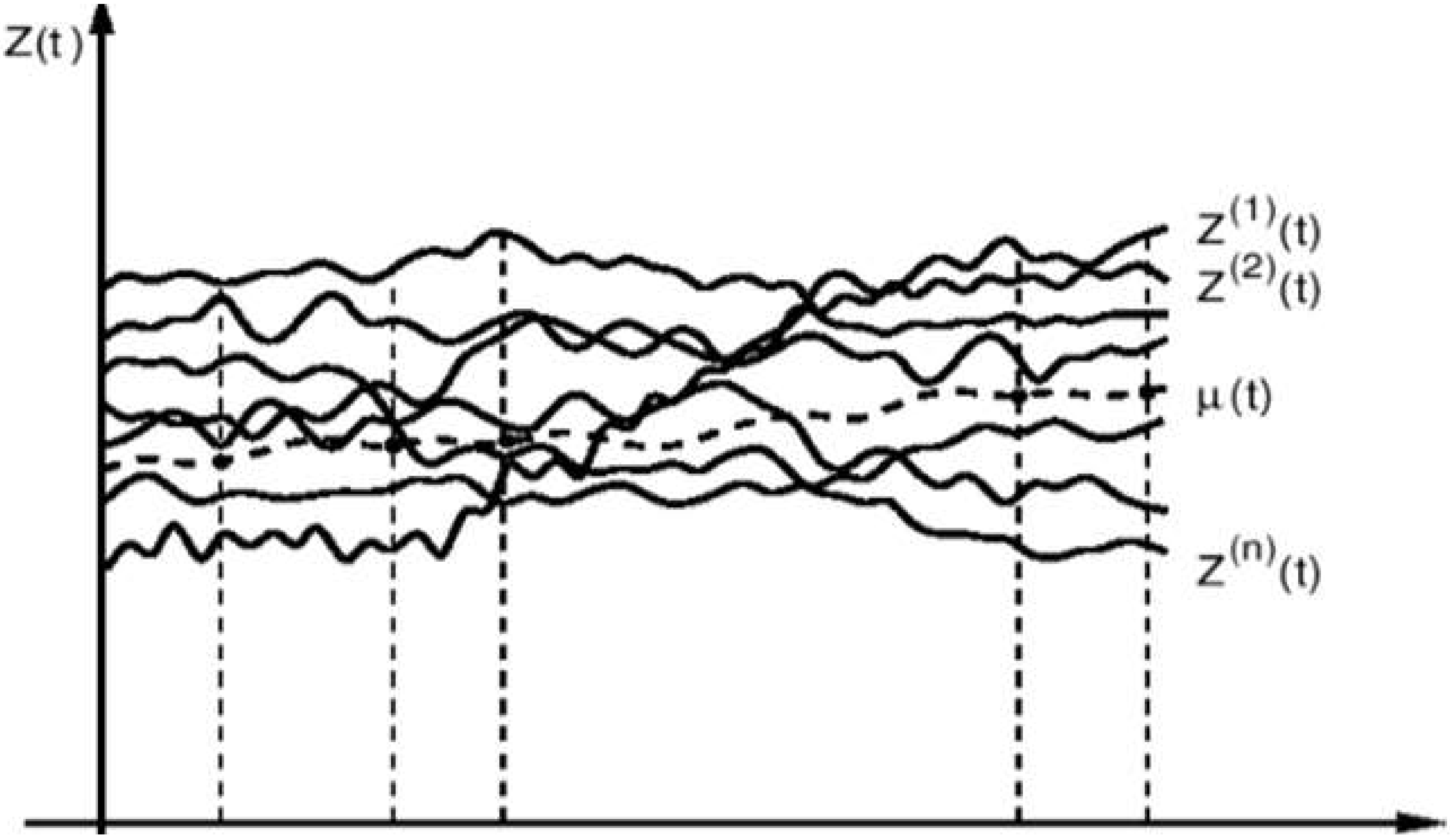
Então z(t) pode ser uma variável aleatória discreta ou uma v.a contínua

Processos estocásticos

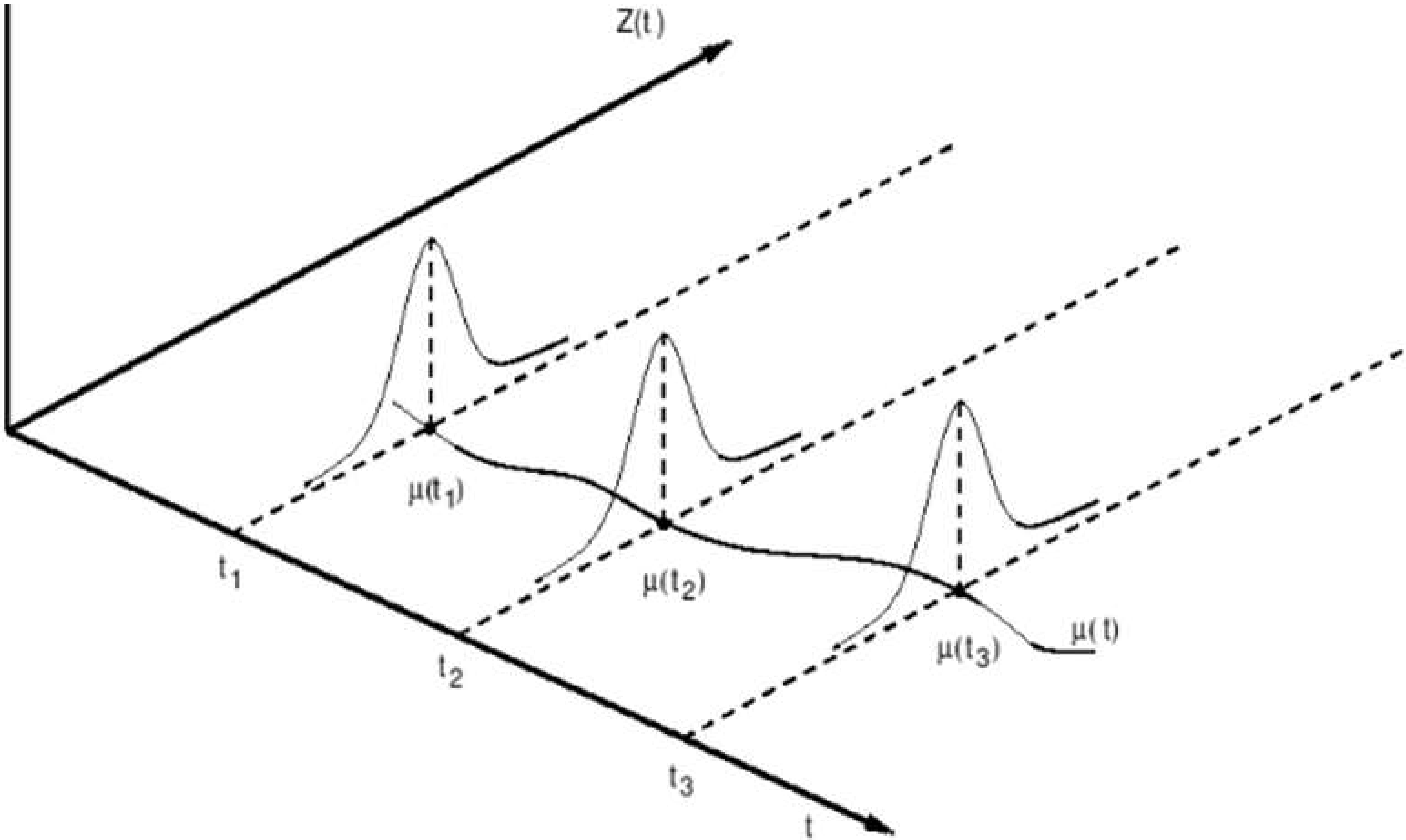
De um ponto de vista teórico, a série temporal observada é a realização de um processo estocástico.

Definição: Dado o espaço de probabilidade (Ω , A, P), um processo estocástico é uma coleção de variáveis aleatórias no espaço amostral Ω, indexadas por um conjunto de tempos T.

$$\{\mathrm{x}(\mathrm{t},\omega).\, t \in T \ e\ \omega \in \Omega\}$$



Z(t)
Z(1)(t)
Z(2)(t)
μ(t)
Z(n)(t)



Z(t)
μ(t1)
μ(t2)
μ(t3)
μ(t)
t1
t2
t3
t

A descrição de um processo estocástico pode ser através da distribuição de **probabilidade conjunta** $Z(t_1), Z(t_2)...,Z(t_k)$ ou através da **função média**, **função variância e função autocovariância**.

$\mu(t) = E\{Z(t)\}$ função média.

$\sigma^2(t) = Var\{Z(t)\}$ função variância.

$\gamma(t_1, t_2) = Cov\{Z(t_1), Z(t_2)\}$ função autocovariância.

PUC Minas
Virtual