Inferência aplicada aos GLM's

PUC Minas Virtual

Ajuste dos GLM's

- Análise de dados (GLM)
  - Formulação do Modelos
    - Identificação dos componentes
  - Ajuste dos Modelos
    - Estimação dos parâmetros
  - Inferência
    - Intervalos de confiança, teste de hipóteses.
    - Análise de diagnóstico

Distribuição dos Estimadores

Teste - T

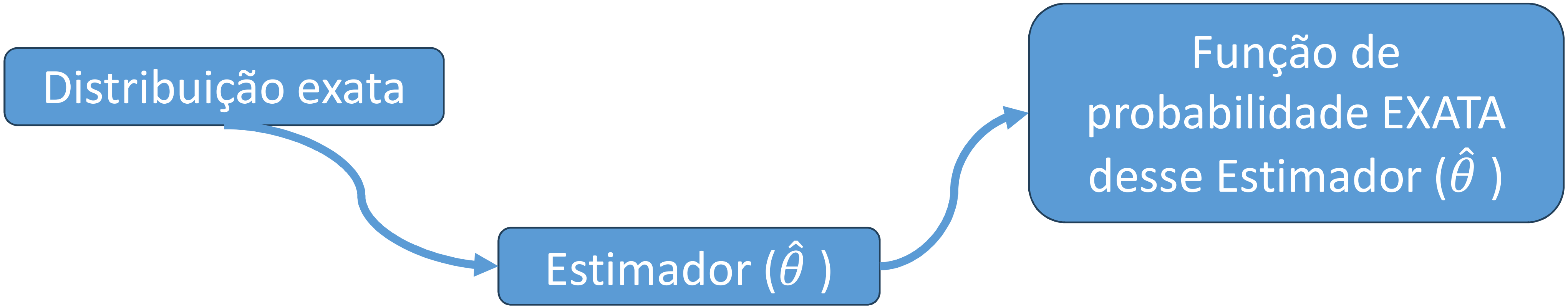
Avaliação do Modelos Linear Clássico

Teste - F

E no GLM ?

Distribuição dos Estimadores

A obtenção de distribuição exata é muito complicada por isso os **resultados assintóticos** são usados.



Esses resultados são dependentes de várias condições de regularidade e dos tamanhos amostrais.

Distribuição dos Estimadores

Se $\hat{\theta}$ é um estimador assintoticamente consistente para θ então:

1. $\hat{\theta}$ é assintoticamente não viesado
2. A estatística

$$Z_n = \frac{\hat{\theta} - \theta}{\sqrt{Var(\hat{\theta})}} \rightarrow Z \sim N(0,1)$$

Ou,

$$Z_n^2 = \frac{(\hat{\theta} - \theta)^2}{Var(\hat{\theta})} \rightarrow Z^2 \sim \chi^2_{(1)}$$

Distribuição dos Estimadores

Se $\hat{\theta}$ é um estimador consistente de um **vetor** θ com p parâmetros, tem-se, assintoticamente , que

$$(\hat{\theta} - \theta)^T \cdot V^{-1} \cdot (\hat{\theta} - \theta) \sim \chi^2_{(p)},$$

Então esse termo é análogo ou similar a isso

$$Z_n^2 = \frac{(\hat{\theta} - \theta)^2}{Var(\hat{\theta})} \to Z^2, em\ que\ Z^2 \sim \chi^2_{(1)}$$

Em que, **V é a matriz de variâncias e covariâncias de $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$**

Propriedades do Estimador $\hat{\beta}$

i. O estimador $\hat{\beta}$ é assintoticamente não viesado, isto é

$$E(\hat{\beta}) = \beta$$

Suponha que a **função log-verossimilhança** tem um único máximo em $\hat{\beta}$ que está próximo do verdadeiro valor de β.

A aproximação de Taylor até termos de 1ª ordem para o vetor escore $U(\hat{\beta})$ em relação a β, substituindo-se a matriz de derivadas parciais de segunda ordem por **-K**, temos que

$$U(\hat{\beta}) = U(\beta) - K \cdot (\hat{\beta} - \beta) = 0$$

Propriedades do Estimador $\hat{\beta}$

Assim, podemos isolar o $\hat{\beta} - \beta$

$$U(\beta) - K \cdot (\hat{\beta} - \beta) = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad \hat{\beta} - \beta = K^{-1} \cdot U(\beta)$$

Aplicando o valor esperado, temos,

$$E(\hat{\beta} - \beta) = K^{-1} \cdot E[U(\beta)] = 0$$

Sabemos que $E[U(\beta)] = 0$.

Logo :

$$E(\hat{\beta}) = \beta$$

Propriedades do Estimador $\widehat{\beta}$

ii. Considerando-se U(β) = U tem-se que a matriz de variâncias e covariâncias de $\hat{\beta}$, é expresso por

$$Cov(\hat{\beta}) = E\left[(\hat{\beta} - \beta) \cdot (\hat{\beta} - \beta)^T\right]$$

Substituindo: $\hat{\beta} - \beta = K^{-1} \cdot U(\beta)$

$$= K^{-1}E(UU^T)(K^{-1})^T = K^{-1} \textit{ (matriz de informação de Fisher)}$$

Logo temos,

$$Cov(\hat{\beta}) = K^{-1} = \phi(X^T\widehat{W}X)^{-1}$$

Propriedades do Estimador $\hat{\beta}$

iii. Para grandes amostras, tem-se a aproximação

$$(\hat{\beta} - \beta)^T \cdot K^{-1} \cdot (\hat{\beta} - \beta) \sim \chi_p^2$$

Ou, de forma equivalente

$$\hat{\beta} \sim N_p(\beta, K^{-1})$$

Ou seja, $\hat{\beta}$ tem distribuição assintótica normal multivariada, logo é possível construir testes de hipóteses e intervalos de confiança para os parâmetros lineares de um GLM.

PUC Minas
Virtual