Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Lógica Computacional — 2025-2

Tarea 01

Docentes:

Noé Hernández Santiago Escamilla

Ricardo López



Fernanda Ramírez Juárez Ianluck Rojo Peña

Fecha de entrega: Martes 11 de febrero de 2025



Notas sobre la resolución

Nota general: Los ejercicios fueron resueltos en base a las notas de clase (IcNota2.pdf) y a los comentarios dados en las sesiones del curso. Se tomaron en cuenta los siguientes puntos específicos:

- Ejercicios 1 y 2: Se basan en las notas del profesor y los comentarios del 30 de enero y 6 de febrero.
- Ejercicio 4: Resuelto con base en la sección '7. Conceptos semánticos básicos' en IcNota2.pdf y explicaciones del ayudante Santiago el 7 de febrero.
- Ejercicio 5: Derivado de un ejercicio resuelto en clase el 30 de enero.

Resolución de Ejercicios

- 1. (1.5 pt.) Usando las siguientes claves:
 - p := María está contenta.
 - q := María pide una bicicleta por su cumpleaños.
 - r := María recibe una bicicleta por su cumpleaños.
 - s := María odia a Juan.
 - t := Juan va a la playa.
 - u := Juan está de vacaciones.
 - v := El sol brilla.

Exprese en español las siguientes fórmulas llenando el cuadro que está abajo.

- (a) Siempre que María está contenta y el sol brilla, deja de odiar a Juan.
- (b) Cuando brilla el sol, Juan va a la playa, si está de vacaciones.

- (c) María está contenta siempre que Juan está de vacaciones y se va a la playa.
- (d) Aunque María está contenta porque pidió una bicicleta para su cumpleaños y la ha recibido, odia a Juan.
- (e) María recibirá una bicicleta en su cumpleaños sólo si la pide.

	$(u \wedge t) \to p$	$\neg(r \land \neg q)$	$(p \land v) \to \neg s$	$(p \land (q \land r)) \land s$	$v \to u \to t$
1			✓		
2					√
3	✓				
4				✓	
5		√			

2. (1 pt.) Desarrolle las siguientes sustituciones, además elimine los paréntesis que sean redundantes según el orden de precedencia de los operadores lógicos visto en clase:

$$\mathbf{a}) \ ((\neg (p \land q) \leftrightarrow ((\neg q) \rightarrow (p \rightarrow s))) \quad [p := (q \rightarrow s)][s := (\neg p)]$$

Sustituímos a la variable atómica p con la fórmula $(q \to s)$ en la proposición:

$$((\neg((q \to s) \land q)) \leftrightarrow ((\neg q) \to ((q \to s) \to s))) \quad [s := (\neg p)]$$

Ahora continuamos con la sustitución de s:

$$((\neg((q \to s) \land q)) \leftrightarrow ((\neg q) \to ((q \to (\neg p)) \to (\neg p))))$$

Por jerarquía de operadores eliminamos los paréntesis innecesarios:

$$((\neg((q \to s) \land q)) \leftrightarrow ((\neg q) \to ((q \to (\neg p)) \to (\neg p))))$$
$$= \neg((q \to s) \land q) \leftrightarrow \neg q \to (q \to \neg p) \to \neg p$$

Resultado final:

$$\neg((q \to s) \land q) \leftrightarrow \neg q \to (q \to \neg p) \to \neg p$$

b)
$$((p \lor q) \to ((\neg r) \leftrightarrow p))$$
 $[r, p, q := p, q, r]$

Dado que es una única sustitución, se reemplazan las variables una vez:

$$((q \lor r) \to ((\neg p) \leftrightarrow q))$$

Eliminamos los paréntesis:

$$((q \lor r) \to ((\neg p) \leftrightarrow q))$$

Resultado final:

$$q \lor r \to (\neg p \leftrightarrow q)$$

3. (1 pt.) Tomando en cuenta la sintaxis para las fórmulas de la lógica proposicional definida en la Nota 01, reinserte tantos paréntesis como sea posible a la fórmula:

$$(q \to p \to \neg r \land s) \lor \neg p$$

- 4. (2 pts.) Sean Γ y Δ dos conjuntos de oraciones de la lógica proposicional, y sean φ y ψ fórmulas de la lógica proposicional. Determine para cada una de las siguientes afirmaciones si es verdadera, con una demostración, o si es falsa, con un contraejemplo.
 - Si $\Gamma \vdash \varphi \land \Delta \vdash \varphi$, entonces $\Gamma \cup \Delta \models \varphi$.
 - Si $\Gamma \vdash \varphi$ y $\Delta \not\vdash \varphi$, entonces $\Gamma \cup \Delta \models \varphi$.
 - Si $\Gamma \not\vdash \psi$, entonces $\Gamma \models \neg \psi$.
- 5. (1.5 pts.) Mediante interpretaciones decida si los siguientes conjuntos de proposiciones son satisfacibles:
 - a) $\{p \to q, (s \lor p) \land \neg q, \neg s\}$
 - b) $\{p \to q, q \leftrightarrow s, \neg p, \neg s\}$
- 6. (2 pts.) Usando deducción natural pruebe la validez de los siguientes:
 - $\bullet \ p \to q, q \to r \vee s, \neg s, p \vdash r$
 - $\bullet \ \neg p \lor q \vdash p \to q$
- 7. (2 pts.) Considere el siguiente argumento lógico:

Si Sarah Connor destruye a Skynet en 1994, entonces no habrá Día del Juicio Final. Si no hay Día del Juicio Final, John Connor no enviará a su padre a 1984. Es condición necesaria que John Connor envíe a su padre a 1984, para que el mismo John nazca. Sarah Connor no destruye a Skynet en 1994, si John no nace. Por lo tanto, Sarah Connor no destruirá a Skynet en 1994.

Tradúzcalo a lógica proposicional y a través de tableaux semánticos determine si es correcto o no.