Teste.

① Dados $a_1 < a_2 < \dots < a_n$, mostre que existe $c \in \mathbb{R}$ t.q. $c^3 = \frac{1}{n} \sum a_j^3$ e $a_1 < c < a_n$.

Enuncie e prove o caso geral: se $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é contínua e $a_1 < a_2 < \dots < a_n$, existe $c \in \mathbb{R}$ de modo que $f(c) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} f(a_j)$, $a_1 < c < a_n$.

② Considere $f: I \to \mathbb{R}$ contínua e defina $f_+(x)$ como: $f_+(x) = f(x)$ se $f(x) \geq 0$, $f_+(x) = 0$ se $f(x) \leq 0$. Mostre que f_+ é contínua.

③ Mostre que o polinômio

$$p(x) = x^k + a_1 x^{k-1} + \dots + a_{k-1} x - 1 \quad , k \text{ par},$$

possui uma raiz real.