

*Lista0 - um dos exercícios será escolhido para valer nota.*

1. É verdade que existe um polinômio de grau 3 que passa pelos pontos  $P_1 = (0, 1)$ ,  $P_2 = (1, 0)$ ,  $P_3 = (2, -1)$ ,  $P_4 = (3, 2)$ ? Como encontrá-lo? Mostre que este problema é equivalente a resolver um sistema linear. Use um pacote computacional para resolver o sistema e para desenhar um gráfico com os pontos  $P_i$  e este polinômio interpolador.
2. Asdrúbal quer aplicar 18 mil reais em ações das empresas A, B e C. Ele deseja que 3,8 mil sejam aplicados nas empresas A, 5,2 mil na empresa B e 9 mil na empresa C. Mas ele não pode comprar diretamente as ações e sim adquirir quotas de fundos de investimento. Os três fundos disponíveis são x, y e z. Cada quota de x é composta de 1 real em A, 1 real em B e 2 reais em C. Cada quota de y é composta de 1 real em A, 2 reais em B e 3 reais em C. Finalmente, cada quota de z é composta de 3 reais em A, 4 reais em B e 7 reais em C.
  - (a) Convença o Asdrúbal de que existem mais de uma maneira de adquirir quotas x, y e z de modo que o dinheiro investido nas empresas A, B e C seja do modo que ele deseja, isto é, 3,8 mil, 5,2 mil e 9 mil respectivamente.
  - (b) Mas Asdrúbal quer uma das soluções possíveis. Além da distribuição do dinheiro nas ações (3,8 mil nas empresas A, 5,2 mil na empresa B e 9 mil na empresa C) ele também gostaria ter mais quotas do fundo y do que quotas do fundo x. Exiba uma solução para o problema do Asdrúbal.s (obs: não pode ser adquirido um número negativo de quotas)
3. (Trefethen) Considere a matriz  $B$  de dimensões  $4 \times 4$ . Sobre ela são aplicadas as seguintes operações:
  - (a) Multiplicar a coluna 1 por 2
  - (b) Dividir a linha 1 por 3
  - (c) Adicionar a linha 3 à linha 1
  - (d) Trocar a coluna 1 com a coluna 4 de lugar
  - (e) Subtrair a linha 2 das demais linhas
  - (f) Substituir a coluna 4 pela coluna 3
  - (g) eliminar a coluna 1 (portanto o número de colunas é reduzido para 3)
    - i. Escreva o resultado como produto de 8 matrizes
    - ii. Escreva o resultado novamente como um produto  $A \cdot B \cdot C$  (mesmo  $B$  do enunciado) de três matrizes.
4. Determine, se possível, a inversa da matriz  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$
5. Descreva um algoritmo com complexidade  $O(n^2)$  que tem como entrada uma matriz  $L_{n \times n}$  triangular inferior e um vetor  $b_{n \times 1}$  e devolve um vetor  $x_{n \times 1}$  que é a solução de  $L \cdot x = b$ . Explique por que a complexidade é  $O(n^2)$ .
6. Estime a complexidade do algoritmo de solução de sistemas lineares do pacote computacional de sua preferência: registre os tempos que o pacote levou para resolver sistemas aleatórios  $n \times n$ , com  $n = 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048$ . Faça um gráfico do log do número de colunas contra o log dos tempos registrados. O algoritmo do pacote tem complexidade inferior a  $O(n^3)$ ?