

**EMAp – 2024**  
**Probabilidade**  
**4ª Lista de Exercícios**  
**Devolver até 12/4**

1. BJ, capítulo 2, problema 5.
2. BJ, capítulo 2, problema 16
3. Suponha que o tempo de vida de um equipamento é uma variável aleatória contínua e não-negativa  $X$ . Definimos a *taxa de falha* deste equipamento como
$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(X \leq t + \Delta t \mid X > t)}{\Delta t},$$
 para cada  $t \geq 0$  para o qual este limite existe.
  - a) Interprete, intuitivamente, o significado desta definição.
  - b) Mostre que  $h(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$ , onde  $f$  e  $F$  são, respectivamente, a densidade e a função de distribuição acumulada de  $X$ .
  - c) Se a vida de um equipamento tem distribuição exponencial de taxa  $\lambda$ , qual é a sua taxa de falha  $h(t)$ ?
  - d) Mostre que, se a taxa de falha de um equipamento é  $h(t)$ , então a função de distribuição acumulada de sua vida é dada por
$$F(x) = 1 - e^{-\int_0^x h(t) dt}.$$
[Sugestão: integre os dois lados da equação em b) no intervalo  $[0, x]$ , observando que  $\frac{f(t)}{1 - F(t)} = -\frac{d}{dt} \ln(1 - F(t))$ .]
  - e) Obtenha a densidade de uma distribuição cuja taxa de falha é da forma  $h(t) = at$ , para  $t \geq 0$ .
4. BJ, capítulo 2, problema 17.
5. Encontre a função de distribuição acumulada do vetor aleatório  $(X, X)$ , onde  $X$  tem distribuição uniforme em  $[0, 1]$ .
6. BJ, capítulo 2, problemas 18 e 25.