

**EMAp – 2024**  
**Probabilidade**  
**1ª Lista de Exercícios**  
**Devolver até 22/3**

1. Qual é a probabilidade de que o número total de caras em 3 lançamentos de uma moeda honesta seja ímpar? Em 4 lançamentos? Em 5 lançamentos? A resposta em cada caso é  $\frac{1}{2}$ . Mostre que a probabilidade de um número ímpar de caras em qualquer número de lançamentos é  $\frac{1}{2}$  (Sugestão: indução).
2. BJ, Capítulo 1, exercício 9.
3. BJ, Capítulo 1, exercício 2 (Sugestão: use a propriedade P6 de BJ (continuidade de probabilidade))
4. Sejam  $A$  e  $B$  eventos aleatórios do mesmo espaço de probabilidade. Mostre que  $P(A) + P(B) - 1 \leq P(A \cap B) \leq P(B)$ . Utilize esta desigualdade para resolver o problema 5, da página 28, de BJ.
5. Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  eventos em um mesmo espaço de probabilidade tais que  $P(A) = 0,6$ ,  $P(B) = 0,7$  e  $P(C) = 0,8$ .
  - a) Entre que valores pode variar  $P(A \cap B)$ ?
  - b) Entre que valores pode variar  $P(A \cap B \cap C)$ ?
6. Considere um espaço de probabilidade  $([0,1], \mathcal{B}_{[0,1]}, P)$ . Considere a seguinte afirmativa: se  $(a_n)$  e  $(b_n)$  são sequências tais que  $\lim a_n = a$  e  $\lim b_n = b$ , então  $\lim P([a_n, b_n]) = P([a, b])$ .
  - a) Verifique que a afirmativa é verdadeira se  $P$  é tal que  $P([a, b]) = b - a$ .
  - b) Dê um exemplo de medida de probabilidade para a qual a afirmativa não é válida. [Sugestão: considere uma medida com massa de probabilidade positiva em algum ponto de  $[0, 1]$ .]
  - c) Mostre que a afirmativa é verdadeira para qualquer  $P$ , se exigirmos que  $(a_n)$  seja não decrescente e  $(b_n)$  seja não crescente.