

EMAp – 2024
Probabilidade
3ª Lista de Exercícios
Devolver até 5/4

1. Em um programa de prêmios, um candidato gira uma roleta continuamente graduada de 0 a 1000 reais e, a seguir, lança um dado. Determine a função de distribuição acumulada do prêmio X recebido pelo candidato, nos casos abaixo:
 - a) o prêmio recebido é igual ao valor indicado pela roleta mais um prêmio adicional de 500 reais, caso saia 6 no lançamento do dado.
 - b) se o resultado do dado é 1, o candidato não ganha nada; se é 6, o candidato ganha 1000 reais; nos demais casos, ele ganha o valor indicado pela roleta.Em cada caso, esboce o gráfico da f.d.a. e diga se ela é discreta, (absolutamente) contínua ou uma mistura dos dois tipos.
2. BJ, página 88, problema 9. Primeiro, verifique que a função f dada é, de fato, uma função de densidade de probabilidade. No item (b), decomponha F_Y em suas partes discreta e absolutamente contínua (não há uma componente singular neste caso).
3. Seja X a variável cuja f.d.a. é a função de Cantor (exemplo 7 de B.J.). Calcule $P(X < 0,6)$ e $P(X < 0,05)$.
4. BJ, página 90, problema 15. Generalize para o k -ésimo sucesso (a distribuição resultante, que generaliza a distribuição geométrica, é chamada de *binomial negativa* com parâmetros k e p .)
5. Dois números x e y são escolhidos, independentemente e ao acaso (ou seja, com distribuição uniforme), no intervalo $[0, 1]$. Seja Z o **maior** dos dois números observados. Encontre a função de distribuição acumulada de Z , a sua função de densidade e esboce seus gráficos (Sugestão: $Z \leq a$ se e somente se $x \leq a$ e $y \leq a$).
6. As especificações para a produção de grandes lotes (digamos, com cerca de 100.000 unidades) de um certo item são de que um lote deve conter menos de 6% de itens defeituosos. O procedimento de inspeção consiste em escolher, ao acaso, 100 itens do lote e recusar o lote se 3 ou mais itens defeituosos são encontrados.
 - a) A distribuição do número N de itens defeituosos entre os 100 retirados é binomial? Pode ser aproximada por uma distribuição binomial? Por que?
 - b) Usando o modelo binomial, calcule uma cota superior para a probabilidade de que um lote ruim seja erradamente aceito (observe que a probabilidade de aceitação indevida é máxima quando o percentual de itens defeituosos é exatamente igual a 6%).
 - c) Quando n é grande e np é pequeno, uma distribuição binomial com parâmetros n e p pode ser aproximada por uma distribuição de Poisson com parâmetro $\lambda = np$. Refaça o cálculo do item b) utilizando esta aproximação.
7. Considere que N pontos são distribuídos, de modo independente e com distribuição uniforme sobre o intervalo $[0, N]$. Considere ainda dois intervalos disjuntos contidos em $[0, N]$, de comprimentos respectivamente iguais a x e y .

Sejam X e Y o número de pontos em cada um desses intervalos. Mostre que $\lim_{N \rightarrow \infty} P(Y = n | X = m) = \lim_{N \rightarrow \infty} P(Y = n)$ (ou seja, X e Y são assintoticamente independentes).