Exercícios Propostos[1]

Equações matriciais

1. Considere a matriz $A = (a_{ij})_{3\times 3}$, tal que $a_{ij} = \begin{cases} i+j, & i<j \\ 2i-j, & i=j \\ j-i, & i>j \end{cases}$. Determine X na equação matricial $AX = B$, onde $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

2. Resolva as equações matriciais usando inversão de matrizes.

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} W = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$

3. Sejam A, B e C matrizes inversíveis de mesma ordem. Resolva as equações em X.

(a) $AXB = C$

(b) $A(B+X) = A$

(c) $ACXB = C$

(d) $(AB)^{-1}(AX) = CC^{-1}$

(e) $AB^tXB^{-1} = A^t$

Regra de Cramer

4. Resolva os sistemas lineares usando a regra de Cramer.

(a) $\begin{cases} 3x-4y=1 \\ x+3y=9 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} 5x+8y=34 \\ 10x+16y=50 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-3y=-4 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} 3x+2y-5z=8 \\ 2x-4y-2z=-4 \\ x-2y-3z=-4 \end{cases}$

(e) $\begin{cases} x+2y-z=2 \\ 2x-y+3z=9 \\ 3x+3y-2z=3 \end{cases}$

(f) $\begin{cases} x+3z=-8 \\ 2x-4y=-4 \\ 3x-2y-5z=26 \end{cases}$

(g) $\begin{cases} x+2y+3z=10 \\ 3x+4y+6z=23 \\ 3x+2y+3z=10 \end{cases}$

5. Classifique, quanto ao número de soluções, os seguintes *sistemas homogêneos*:

(a) $\begin{cases} 3x_1-4x_2=0 \\ -6x_1+8x_2=0 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x+y+z=0 \\ 2x+2y+4z=0 \\ x+y+3z=0 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x+y+2z=0 \\ x-y-3z=0 \\ x+4y=0 \end{cases}$

[1] Resolva os exercícios sem omitir nenhuma passagem em seus cálculos. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. **Data máxima de entrega: 10/04/2024 até 14:00 horas**

6. Verifique se existem valores de m para os quais os sistemas abaixo são possíveis e determinados.

(a) $\begin{cases} 3x + my = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} 3x + 2(m-1)y = 1 \\ mx - 4y = 0 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x - y = 2 \\ x + my = -z \\ -x + y - z = 4 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} mx + y - z = 4 \\ x + my + z = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$

⚠ *Problemas envolvendo sistemas*

7. Winry tem uma assistente em sua oficina que ganha R$ 6,00 por peça produzida corretamente e perde R$ 2,00 por peça com defeito. Ao final de um dia de trabalho, a assistente havia produzido 225 peças, perfazendo um total de R$ 750,00. Quantas peças ela produziu corretamente?

8. Para fazer entregas no Monte Akina, Takumi percorre uma distância de 540 km por mês. Para isso, em alguns dias, ele utiliza um automóvel Toyota AE86 e, em outros, uma motocicleta scooter Suzuki de seu pai. Considerando que o custo do quilômetro rodado é de 60 centavos para o automóvel e de 20 centavos para a motocicleta, calcule quantos quilômetros Takumi deve percorrer em cada um dos veículos para que o custo mensal seja de 300 reais.

9. Nikaido trabalha em um restaurante e deseja totalizar a quantia de R$ 500,00 utilizando cédulas de dois, cinco e dez reais, num total de 92 cédulas, de modo que as quantidades de cédulas de dois e de dez reais sejam iguais. Neste caso, qual a quantidade de cédulas de cinco reais ela precisará?

10. Um casal de *shinobis* levou seu cachorro para um passeio em Konoha e todos os três se pesaram. No entanto, a balança tinha um problema e só pesava corretamente pesos acima de 80 kg. Para contornar esse inconveniente, eles resolveram se pesar de dois em dois e obtiveram as seguintes medidas: Kiba e Akamaru pesaram juntos 109 kg; Kiba e Tamaki, 142 kg; Tamaki e Akamaru, 97 kg. Quanto pesava cada um?