

Árvore Binária de Busca Balanceada (AVL)

Prof. Flavio B. Gonzaga
flavio.gonzaga@unifal-mg.edu.br
Universidade Federal de Alfenas
UNIFAL-MG

Sumário

- Árvore AVL;
 - Definição;
 - Fator de balanceamento;
 - Rotações:
 - Simples à direita;
 - Simples à esquerda;
 - Dupla à direita;
 - Dupla à esquerda;
 - Inserindo nós...;

Definição

- Árvore AVL é uma árvore binária de busca balanceada;
 - Uma árvore balanceada (árvore completa) são as árvores que minimizam o número de comparações efetuadas no pior caso para uma busca com chaves de probabilidades de ocorrências idênticas;
- Para garantir essa propriedade em aplicações dinâmicas, é preciso reconstruir a árvore para seu estado ideal a cada operação sobre seus nós (inclusão ou exclusão), para ser alcançado um custo de algoritmo com o tempo de pesquisa tendendo a $O(\log n)$;
- As operações de busca, inserção e remoção de elementos possuem complexidade $O(\log n)$, no qual n é o número de elementos da árvore.
- O nome AVL vem de seus criadores soviéticos Adelson-Velsky e Landis (1962);

Wikipedia, 2018.

Definição

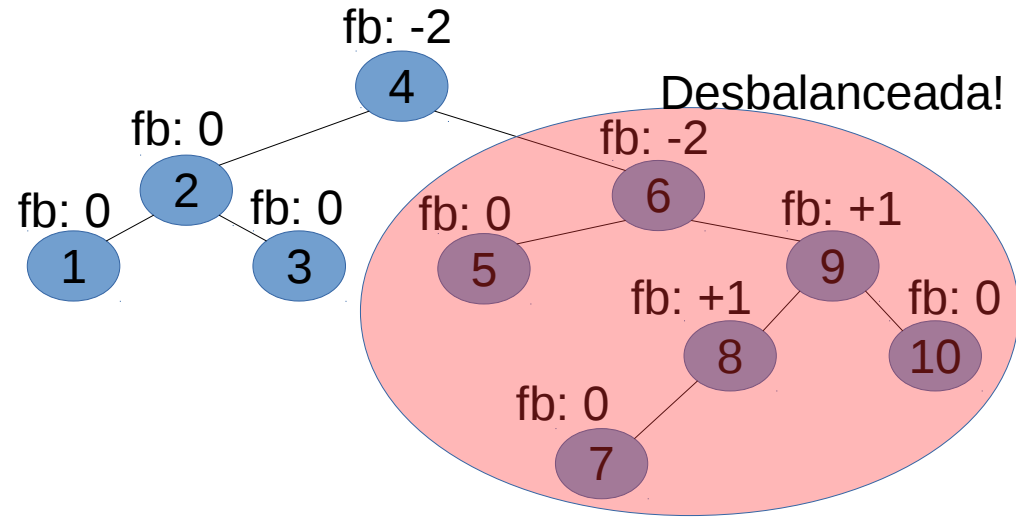
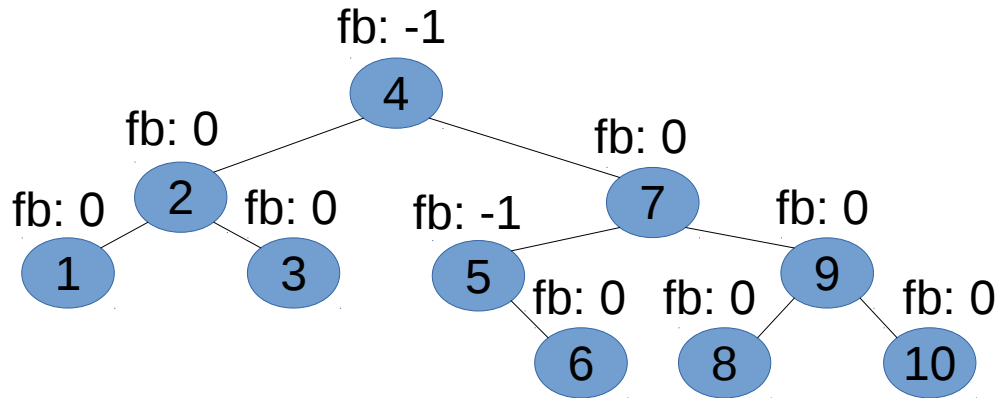
- Árvore que permite o rebalanceamento local;
 - Apenas a parte afetada pela inserção ou remoção é rebalanceada;
 - Uso de rotações simples ou duplas na etapa de rebalanceamento;
- Introduz uma variável, chamada de fator de balanceamento;
 - **Diferença** entre a quantidade de níveis da **subárvore esquerda** e da **subárvore direita**;

Definição

- Com exceção das funções de inserção e remoção, as demais funções da árvore AVL são idênticas às da árvore binária de busca;

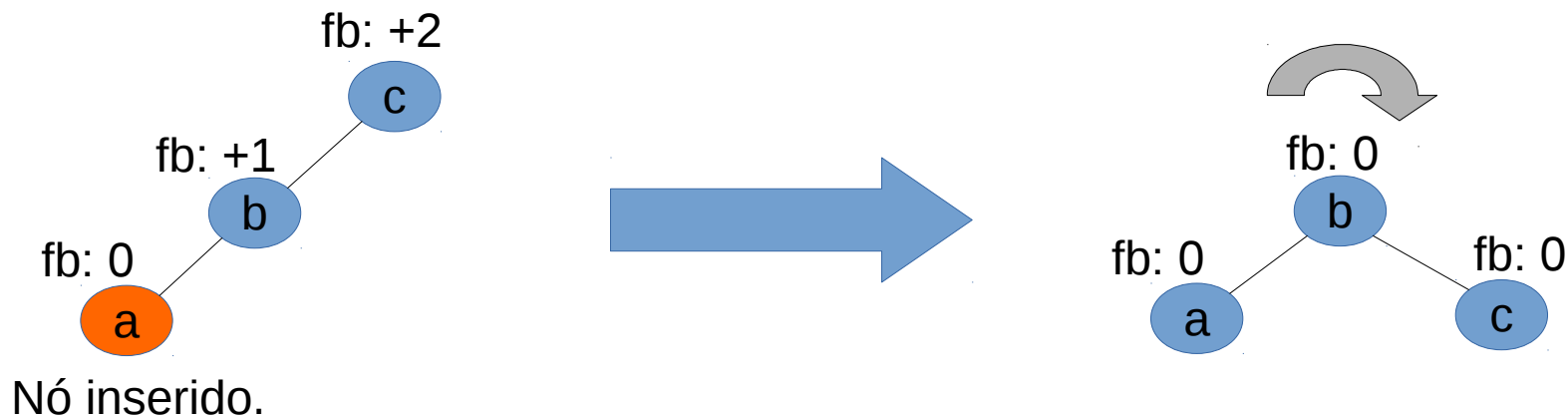
Fator de Balanceamento

- Fator de balanceamento:
 - fb deve ser sempre: -1, 0 ou 1;



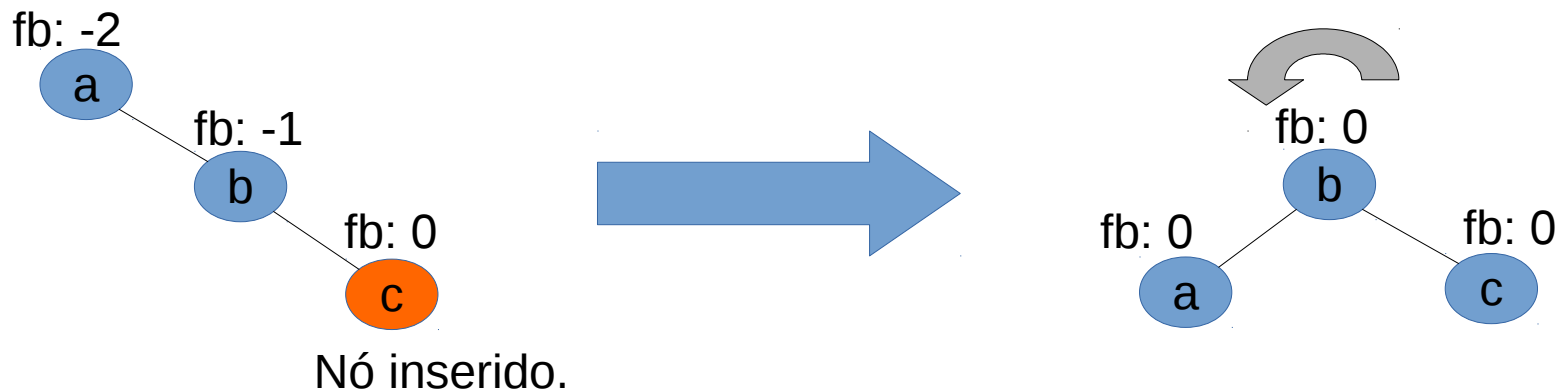
Rotações – simples à direita

- Se faz necessária quando o desbalanceamento ocorreu em função de inserções feitas à esquerda:



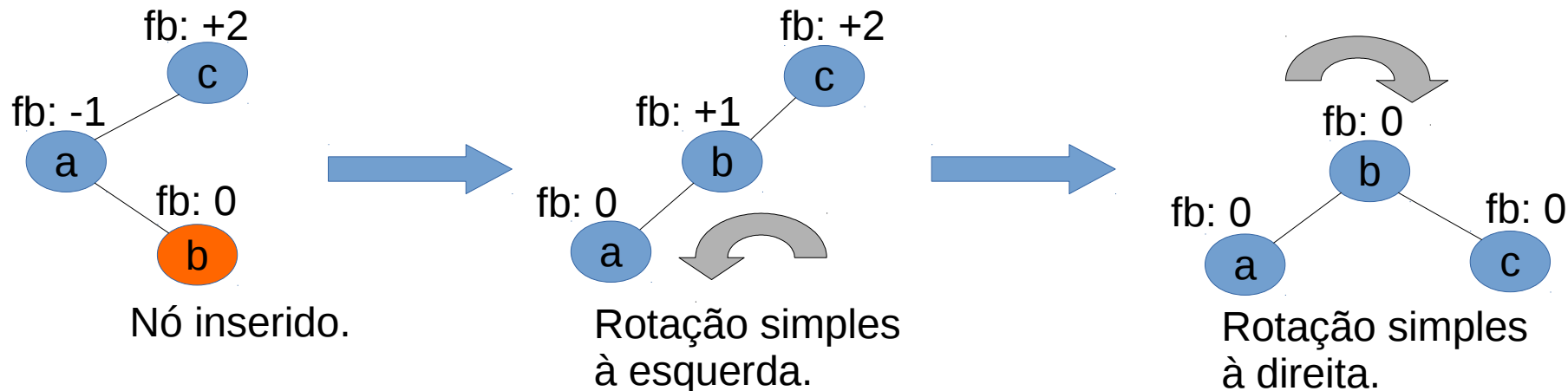
Rotações – simples à esquerda

- Se faz necessária quando o desbalanceamento ocorreu em função de inserções feitas à direita:



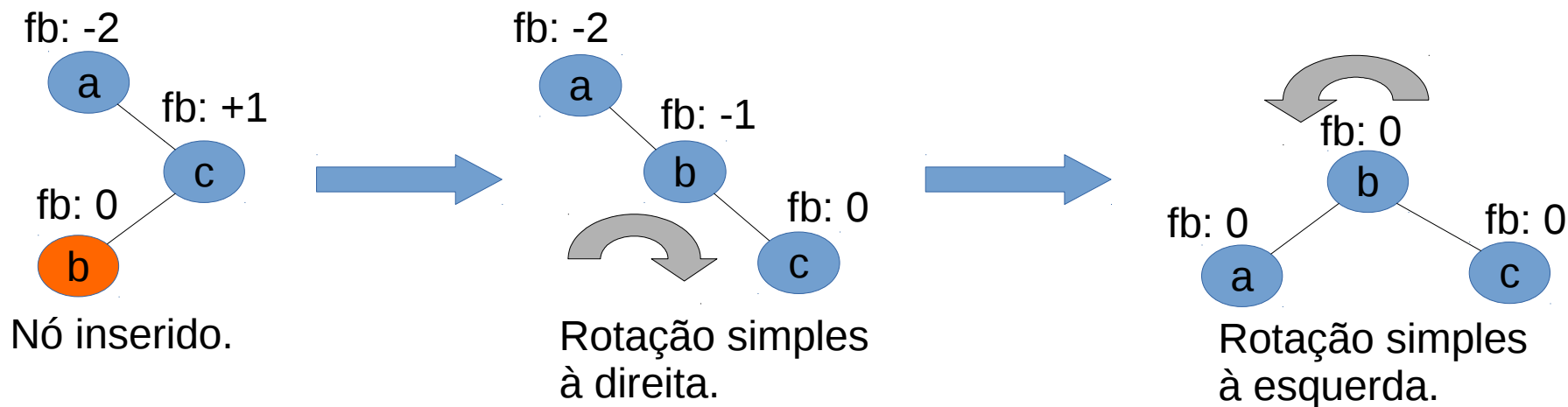
Rotações – dupla à direita

- Se faz necessária quando o desbalanceamento ocorreu em função de inserção feita à direita na subárvore esquerda:



Rotações – dupla à esquerda

- Se faz necessária quando o desbalanceamento ocorreu em função de inserção feita à esquerda na subárvore direita:



Inserindo nós...

15 – 27 – 49 – 10 – 8 – 67 – 59 – 9 – 13 – 20 – 14

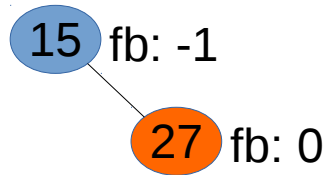
Inserindo nós...

~~15~~ – 27 – 49 – 10 – 8 – 67 – 59 – 9 – 13 – 20 – 14

15 fb: 0

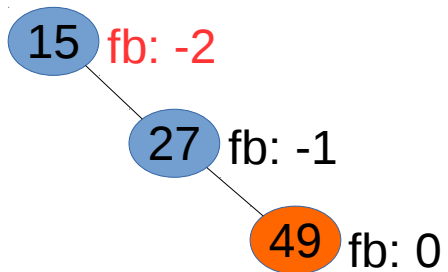
Inserindo nós...

~~15~~ – ~~27~~ – 49 – 10 – 8 – 67 – 59 – 9 – 13 – 20 – 14



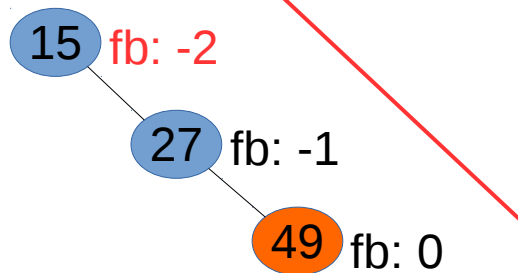
Inserindo nós...

~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - 10 - 8 - 67 - 59 - 9 - 13 - 20 - 14



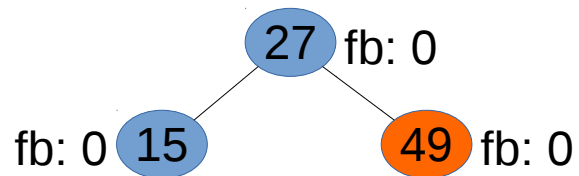
Inserindo nós...

~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - 10 - 8 - 67 - 59 - 9 - 13 - 20 - 14



Inserindo nós...

~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - 10 - 8 - 67 - 59 - 9 - 13 - 20 - 14

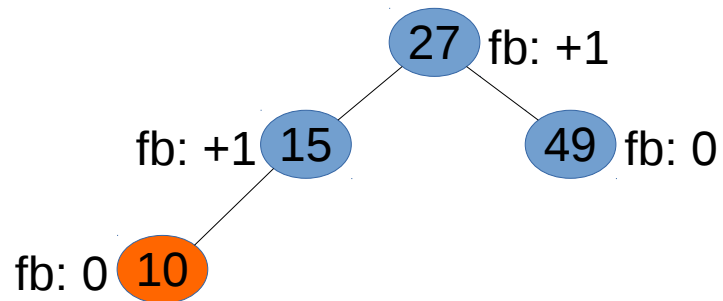


RSE(15, 27)



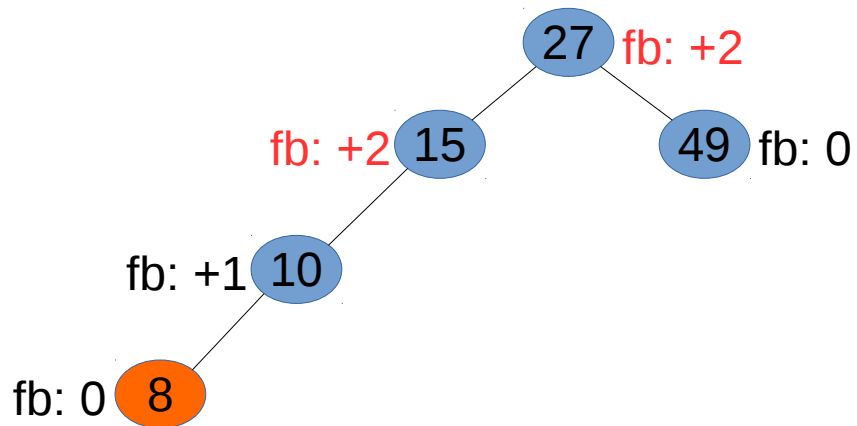
Inserindo nós...

~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - ~~10~~ - 8 - 67 - 59 - 9 - 13 - 20 - 14



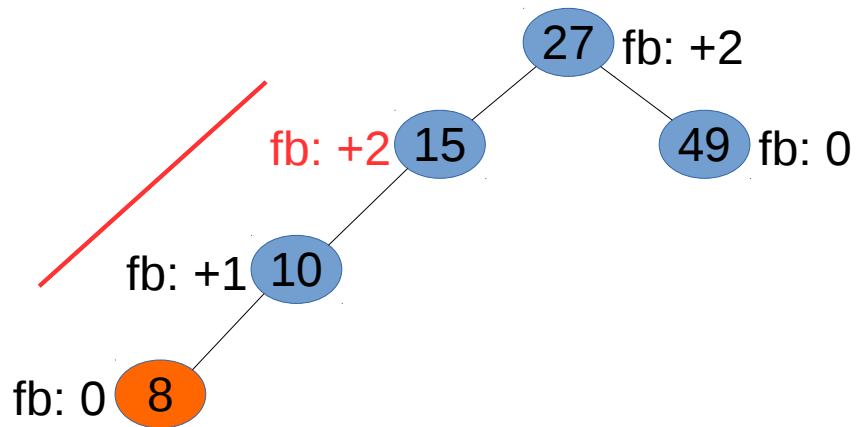
Inserindo nós...

~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - ~~10~~ - ~~8~~ - 67 - 59 - 9 - 13 - 20 - 14



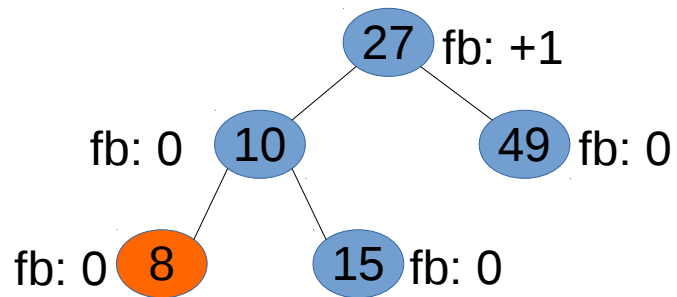
Inserindo nós...

~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - ~~10~~ - ~~8~~ - 67 - 59 - 9 - 13 - 20 - 14



Inserindo nós...

~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - ~~10~~ - ~~8~~ - 67 - 59 - 9 - 13 - 20 - 14

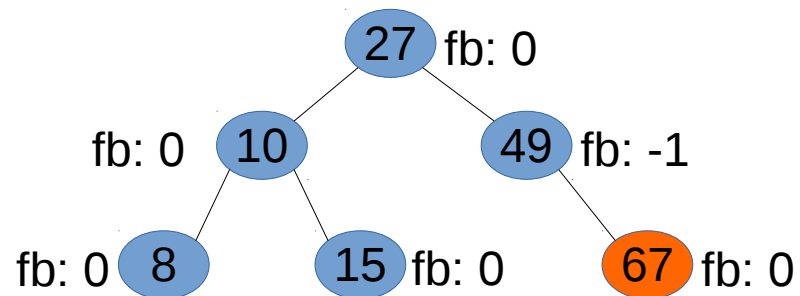


RSD(15, 10)



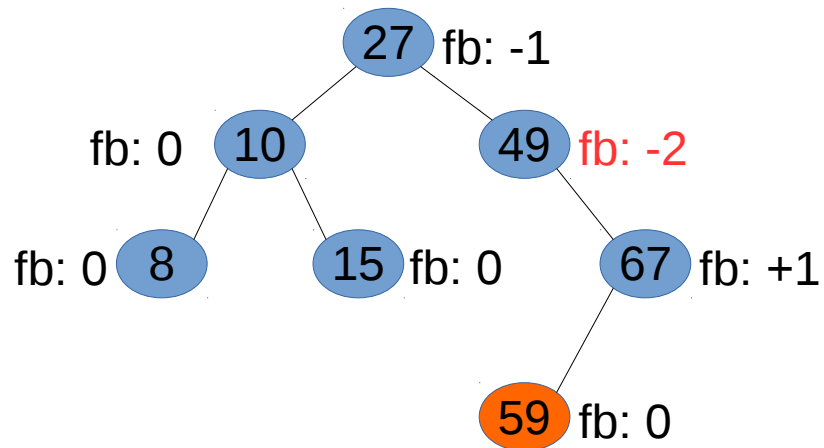
Inserindo nós...

~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - ~~10~~ - ~~8~~ - ~~67~~ - 59 - 9 - 13 - 20 - 14



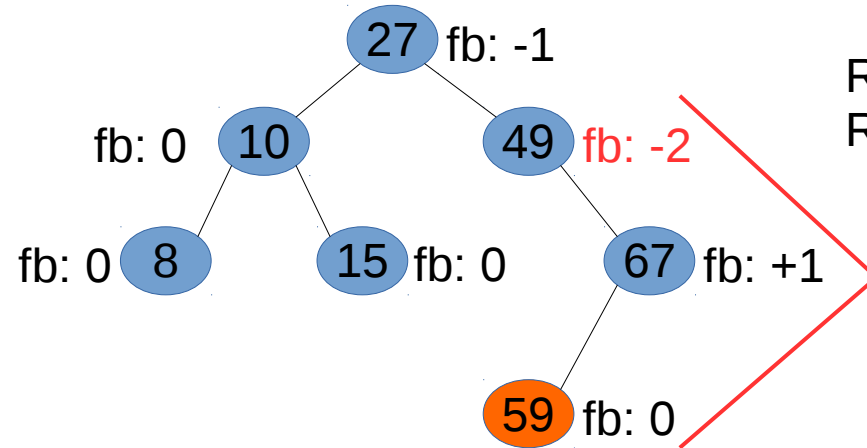
Inserindo nós...

~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - ~~10~~ - ~~8~~ - ~~67~~ - ~~59~~ - 9 - 13 - 20 - 14



Inserindo nós...

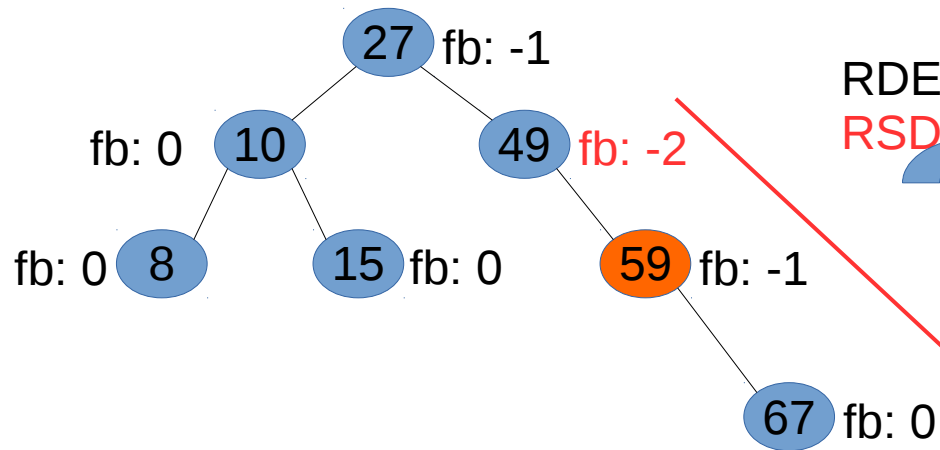
~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - ~~10~~ - ~~8~~ - ~~67~~ - ~~59~~ - 9 - 13 - 20 - 14



$$\text{RDE} = \text{RSD}(59, 67) + \text{RSE}(49, 59)$$

Inserindo nós...

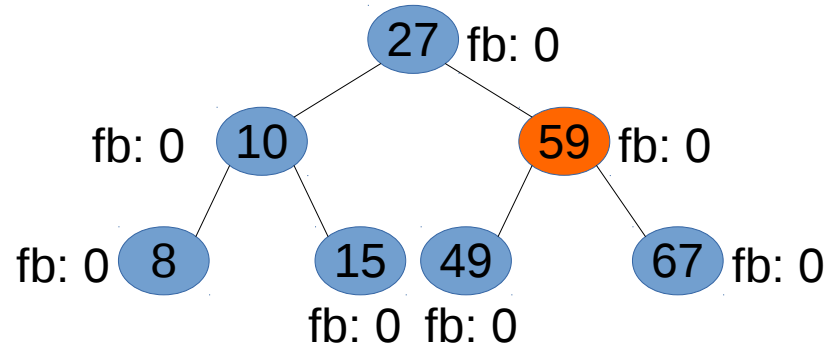
~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - ~~10~~ - ~~8~~ - ~~67~~ - ~~59~~ - 9 - 13 - 20 - 14




$$\text{RDE} = \text{RSD}(59, 67) + \text{RSE}(49, 59)$$

Inserindo nós...

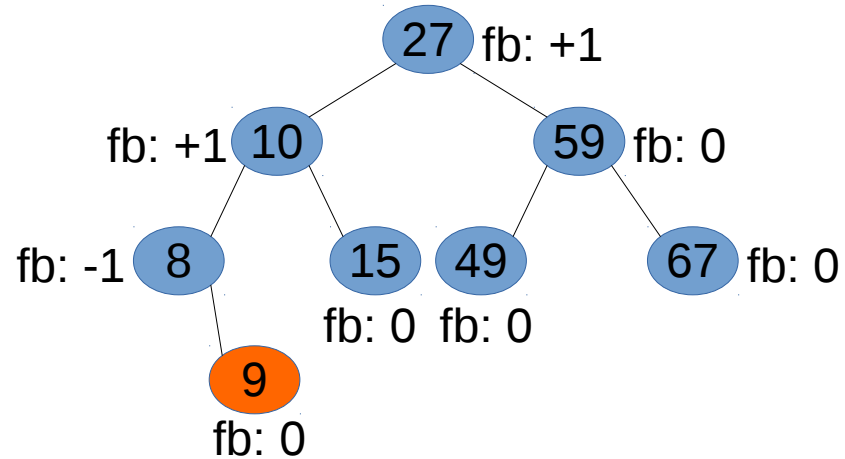
~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - ~~10~~ - ~~8~~ - ~~67~~ - ~~59~~ - 9 - 13 - 20 - 14



$$\text{RDE} = \text{RSD}(59, 67) + \text{RSE}(49, 59)$$


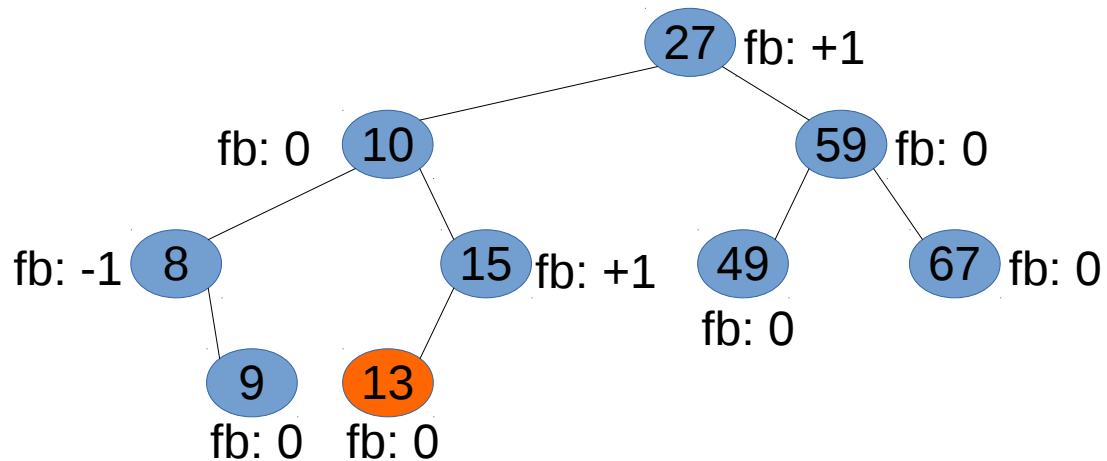
Inserindo nós...

~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - ~~10~~ - ~~8~~ - ~~67~~ - ~~59~~ - ~~9~~ - 13 - 20 - 14



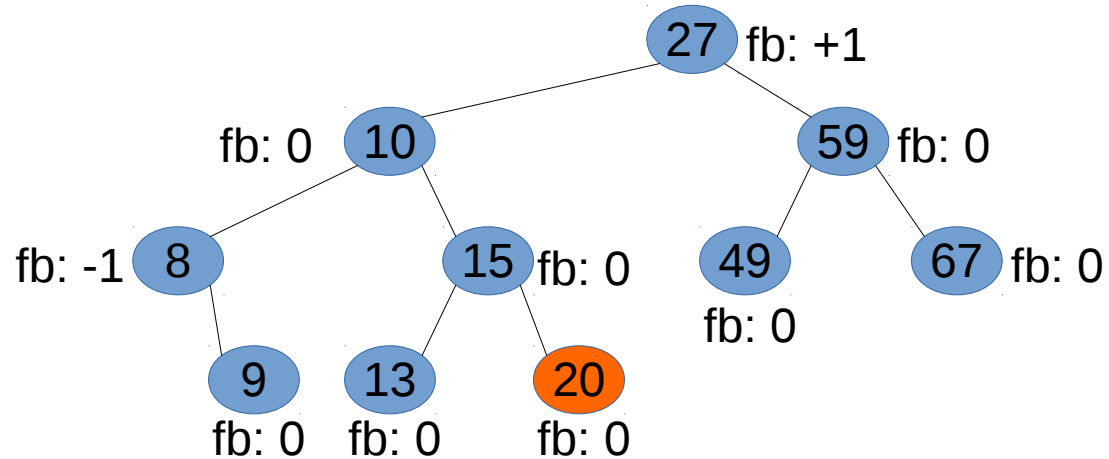
Inserindo nós...

~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - ~~10~~ - ~~8~~ - ~~67~~ - ~~59~~ - ~~9~~ - ~~13~~ - 20 - 14



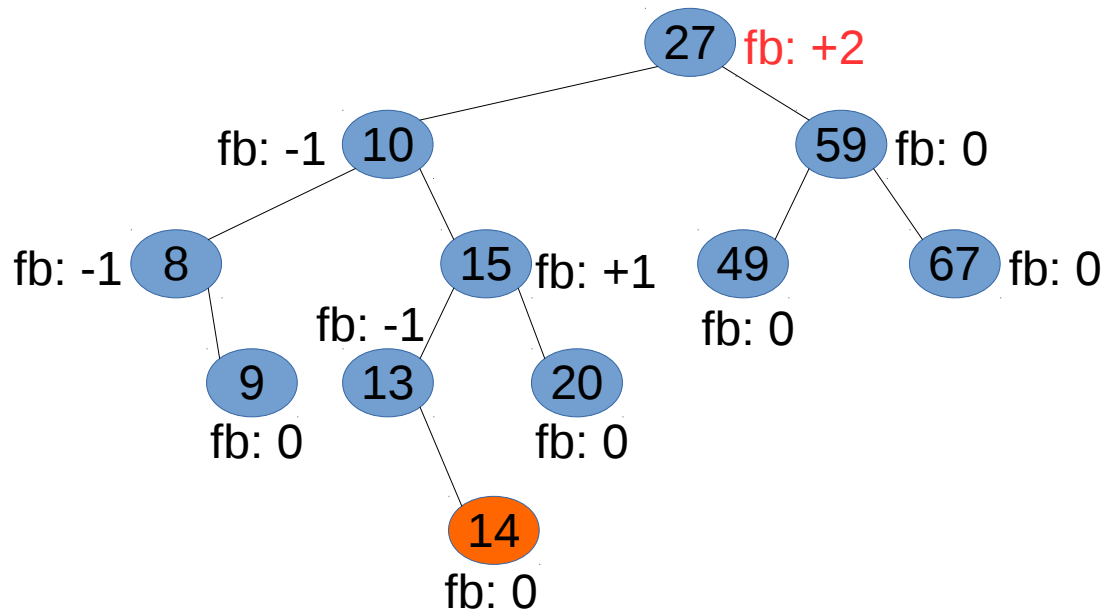
Inserindo nós...

~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - ~~10~~ - ~~8~~ - ~~67~~ - ~~59~~ - ~~9~~ - ~~13~~ - ~~20~~ - 14



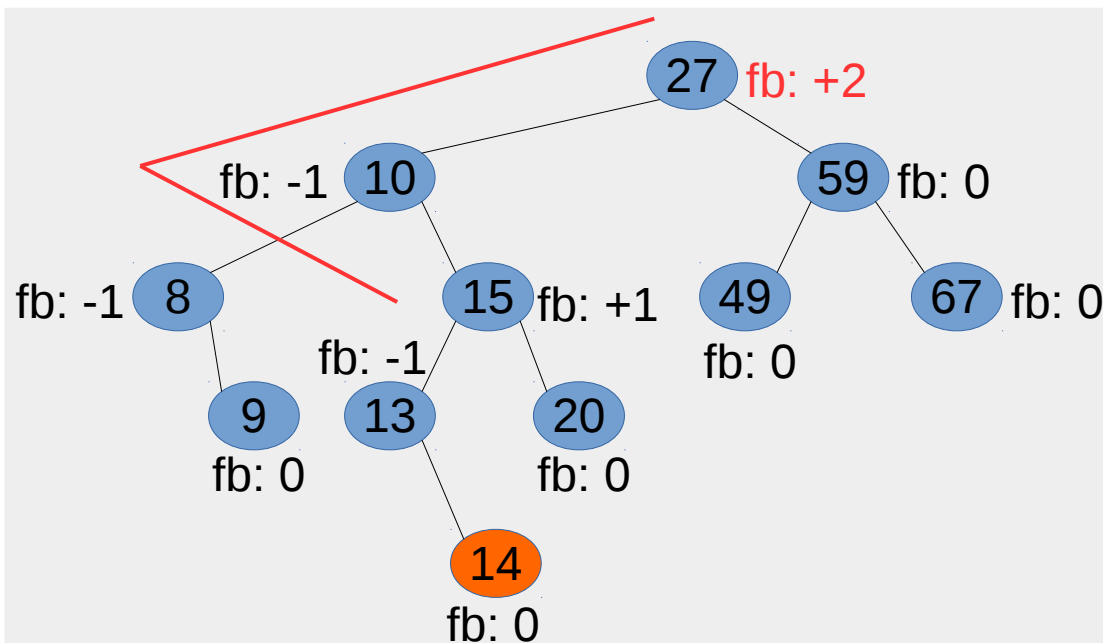
Inserindo nós...

~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - ~~10~~ - ~~8~~ - ~~67~~ - ~~59~~ - ~~9~~ - ~~13~~ - ~~20~~ - ~~14~~



Inserindo nós...

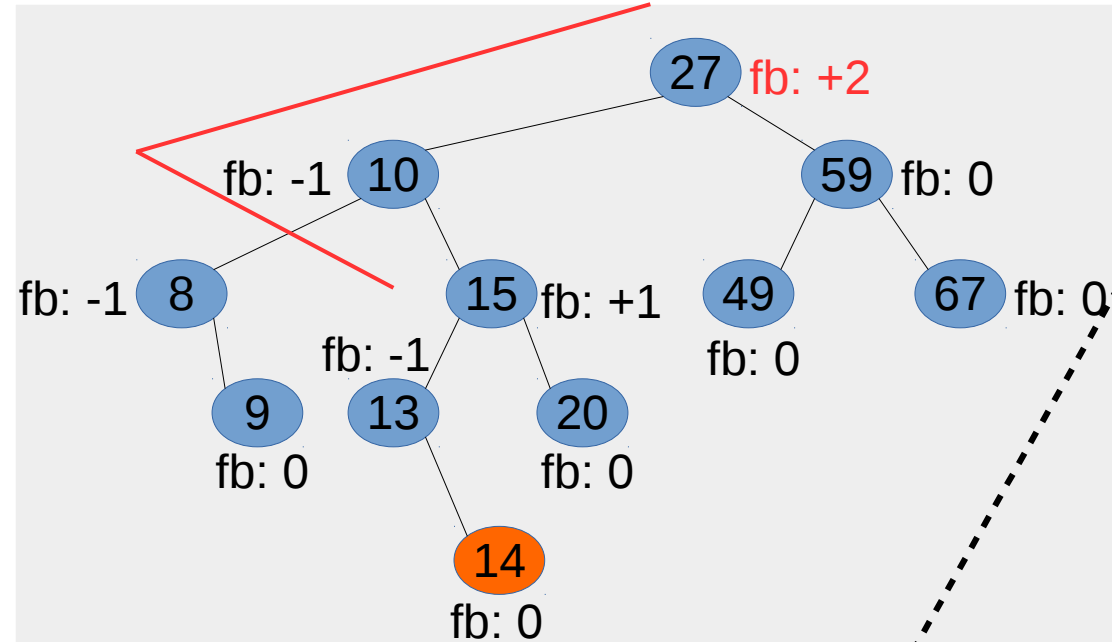
~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - ~~10~~ - ~~8~~ - ~~67~~ - ~~59~~ - ~~9~~ - ~~13~~ - ~~20~~ - ~~14~~



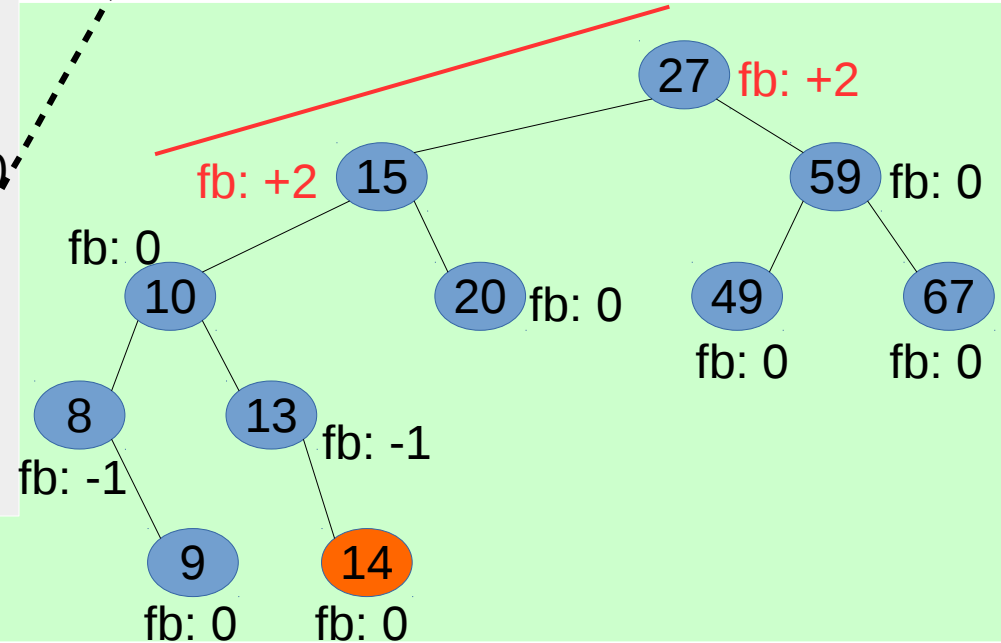
RDD =
 $RSE(15, 10) + RSD(27, 15)$

Inserindo nós...

~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - ~~10~~ - ~~8~~ - ~~67~~ - ~~59~~ - ~~9~~ - ~~13~~ - ~~20~~ - ~~14~~

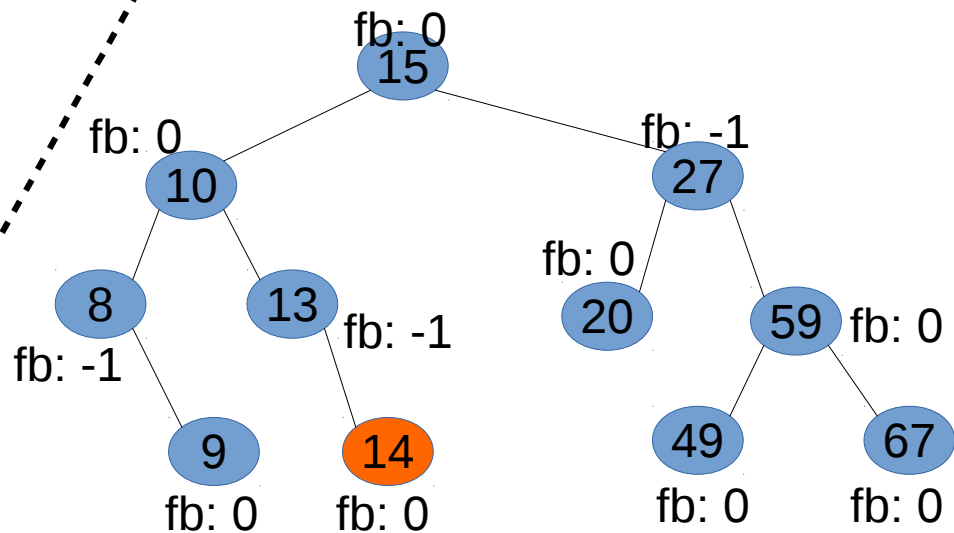
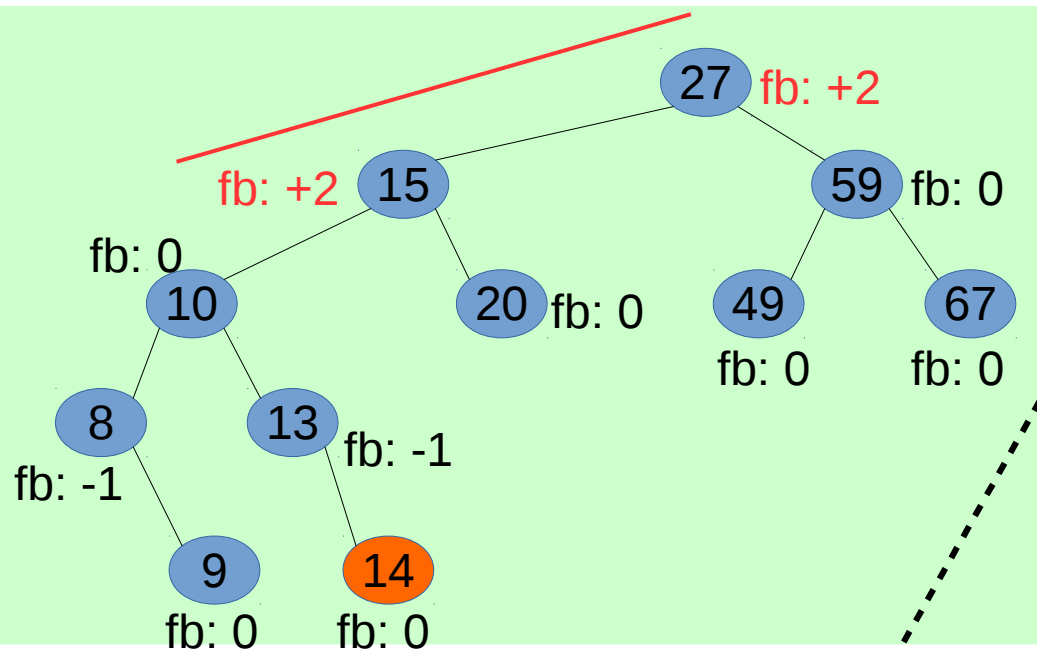


RDD =
 $RSE(10, 15) + RSD(15, 27)$



Inserindo nós...

~~15~~ - ~~27~~ - ~~49~~ - ~~10~~ - ~~8~~ - ~~67~~ - ~~59~~ - ~~9~~ - ~~13~~ - ~~20~~ - ~~14~~



RDD =
RSE(10, 15) + RSD(15, 27)



Referências Bibliográficas

- Estruturas de Dados e Seus Algoritmos. Szwarcfiter J. L.; Markenzon L.. 3a Edição. Editora LTC. 2010.
- Estruturas De Dados Usando C. Tenenbaum A. M.; Langsam Y.; Augenstein M. J.. 1a Edição. Editora Pearson. 1995.
- Introdução a Estruturas de Dados: Com Técnicas de Programação em C. Celes W.; Cerqueira R.; Rangel J.. 2a Edição. Editora Elsevier. 2017.
- <https://www.youtube.com/watch?v=JAeQuNsKQWk> , acesso em 24/10/2019.