



Práctica 1: FRECUENCIA DE MUESTREO EN GNU-RADIO

SEBASTIAN SUAREZ VELAZCO - 2200519
JEANPAULL VALENCIA QUINTERO - 2200496

Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones
Universidad Industrial de Santander

21 de abril de 2023

Resumen

En este informe se hace la introducción al programa GNU Radio junto con sus funciones básicas y se lleva a cabo la prueba del teorema de Nyquist para distintas señales con el fin de determinar las características que este teorema implica en el tratamiento de señales. Además, se trabajan los conceptos de diezmarción e interpolación de señales y las consecuencias que estos parámetros tienen al aplicarlos en un sistema de audio en donde finalmente se introducen los filtros con el fin de identificar un determinado rango de frecuencias.

Palabras clave: Teorema de Nyquist, muestreo, interpolación, diezmado

1. Introducción

El muestreo es un proceso muy importante en el procesamiento de señales ya que es necesario para realizar estudios de las propiedades de señales y dependiendo de este se evidencian características para una señal determinada, como lo son la diezmarción y la interpolación. Además, permite una facilidad en la matemática de las expresiones frente a las señales continuas en el tiempo.

El alcance con el que cuenta GNU-Radio en el laboratorio de comunicaciones es de gran ayuda para realizar un análisis más profundo del procesamiento de una señal debido a su gran variedad de características disponibles y a su capacidad para crear sistemas que involucren efectos sobre las señales estudiadas para estudiar sus consecuencias.

Al alcanzar el límite de Nyquist aún es posible reconstruir la señal muestreada sin embargo esta cuenta con la menor cantidad de muestras posibles para que la señal muestreada no sufra aliasing. [1].

Teóricamente según el Teorema de Nyquist la relación de muestreo entre la frecuencia de muestreo debe ser de al menos el doble de la frecuencia de la señal, entre mayor es esta relación, la señal se puede visualizar de mejor manera. Desde la práctica se muestra que

la relación debería ser de 5 a 1 para obtener un mejor aprovechamiento del span.

La interpolación de señales es muy útil cuando se quiere tener información extra de una señal que puede estar incompleta lo que permite conseguir valores aproximados de la señal original con los cuales se estudia las posibles propiedades de dicha señal, ya que la interpolación podría definirse como el proceso del aumento de muestras de una señal muestreada. [2].

Diezmar o submuestreo es un importante proceso a la hora de buscar resultados computacionales eficientes, esto en parte a la minimización de cierta cantidad de data presente en la señal. Esto puede ser de gran aporte en el preprocesamiento de la señal, dado que permite un filtrado en base al ancho de banda deseado permitiendo llegar a contar con un menor tiempo de computación, y un mayor rango de cobertura para señales con anchos de banda mayores. [2]. En situaciones musicales esta minimización de procesamiento usualmente se presenta al final de formatos como los musicales dado que se busca cumplir criterios y protocolos de compresión y archivación. [3].

Al asignarse una frecuencia de muestreo inadecuada, por ejemplo, incumpliendo el teorema de Nyquist siendo esta menor a 2 veces la frecuencia de la señal muestreada ocurre un error en la reconstrucción de dicha señal debido a que aparecen componentes de frecuencias que son múltiplos en el espectro de la frecuencia original de la señal o también llamadas Alias de la señal original lo cual se conoce como aliasing. Además, al utilizar una frecuencia de muestreo demasiado alta con respecto a la frecuencia de la señal muestreada se incurre en un desaprovechamiento del span en el espectro de la señal.

El estudio de señales de audio nos permite comprender el comportamiento de las señales básicas pues estas se encuentran compuestas por estas de una forma base, casos como el procesamiento de una señal de audio de un chiptune nos permiten observar aquello. Aplicar



varios elementos de procesado de señales como lo es la ecualización (decimación, interpolación) o el filtrado de la señal llegan a afectar estos componentes armónicos y se puede estudiar el resultado total desde este punto de abstracción, esto debido a la estructura matemática conocida de dichas formas de onda.[4].

Específicamente este comportamiento altamente relacionado se basa en la Serie de Fourier, ya que una onda musical es eventualmente una perturbación de un o más efectos que conllevan a esta, lo que implícitamente serían las formas de onda básicas.

2. Procedimiento

Este laboratorio se divide en dos partes: La introducción a el programa GNU radio y Frecuencia de muestreo en GNU radio:

Parte A: Introducción a GNU radio

La parte A se divide en 4 subpuntos:

1. Durante el primer punto se realiza una caracterización del programa donde se dan a conocer los elementos básicos de GNU radio junto con el procedimiento a realizar para crear diagramas de flujo para generar una señal que es muestreada a una frecuencia determinada y su posterior transformación en el espectro de frecuencias.

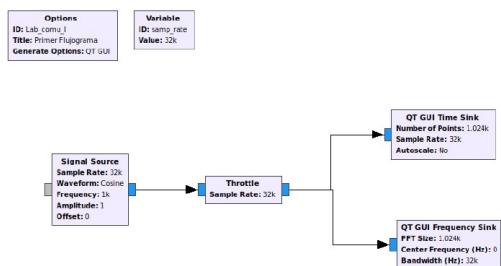


Fig. 1: Diagrama de flujo de una señal seno.

La figura 1 muestra el diagrama de flujo realizado de una señal senoidal para correr en GNU radio.

2. En el segundo punto de la primera parte como se muestra en la figura 2 se implementa la creación de un nuevo bloque de frecuencia que se utiliza como nuevo valor de frecuencia para el bloque de la señal senoidal lo que trae por consecuencia que la frecuencia de dicha señal en su espectro también cambie.

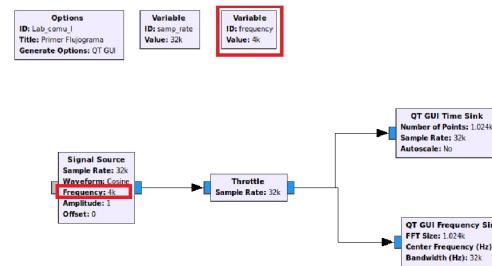


Fig. 2: Diagrama de flujo con el bloque 'frequency'.

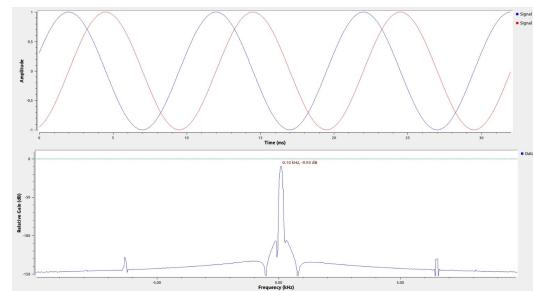


Fig. 3: Señal seno muestreada y su espectro en frecuencia.

En la figura 3 se observa la señal senoidal de frecuencia 100Hz que es muestreada a una frecuencia de 32 KHz y su espectro en frecuencias.

3. En el tercer punto se generan bloques que pueden depender de otros bloques, como por ejemplo un bloque que divide la frecuencia de muestreo entre 3. Además, se pueden agregar deslizadores que permiten variar algún parámetro durante la etapa de simulación en GNU radio. En la figura 4 se muestra la misma señal senoidal con la que se ha trabajado pero en esta ocasión se observa que su frecuencia puede variar según la posición en la que se encuentre el deslizador.

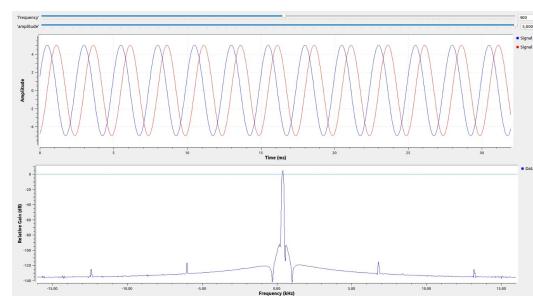


Fig. 4: Señal senoidal con valores de frecuencia variables.



4. En la última parte de la introducción a GNU radio se hace énfasis en el tipo de dato de cada entrada y salida de los bloques del diagrama de flujo, para los cuales se puede identificar según el color que tengan los puertos de dichos bloques. Para finalizar esta primera parte en la 6 se muestra una señal cuadrada cuya magnitud y frecuencia se puede variar.

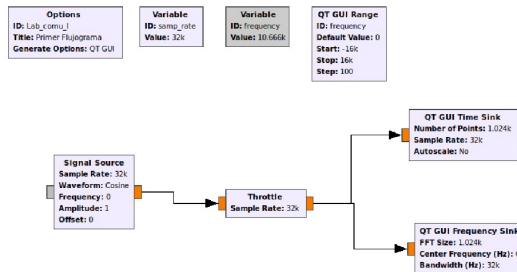


Fig. 5: Diagrama de flujo con tipo de datos flotantes.

En la figura 5 se observa el diagrama de flujo del sistema con tipo de dato flotante como se ve en los puertos (color naranja) de cada uno de los bloques.

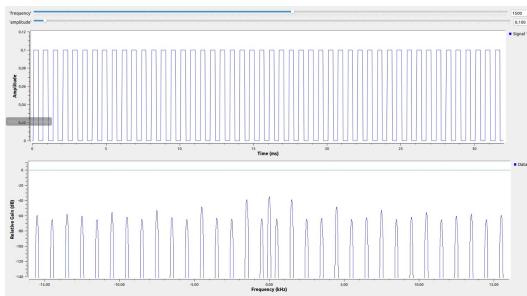


Fig. 6: Señal cuadrada con valores de frecuencia variables.

Parte B: Frecuencia de Muestreo en GNU-Radio

La parte B se divide en 6 subpuntos:

■ Estudio del límite de Nyquist:

A lo largo del primer punto se llevó a cabo la evaluación de señales básicas respecto a la Tasa de Nyquist, esto con el fin de buscar las ventajas y desventajas de ubicar la frecuencia de muestreo y la frecuencia máxima de la fuente en dicha condición, para realizar esto se implementó el flujograma presente en la Figura 7.

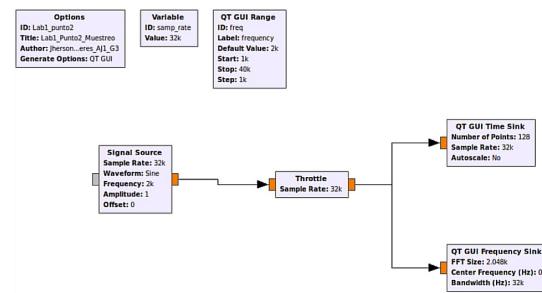


Fig. 7: Flujograma sistema en el límite de Nyquist.

Para poder estudiar las características de llegar al límite del Teorema de Nyquist, se modificó el bloque asignado para la fuente y se implementó con los diferentes tipos de señales básicas (Seno, cuadrada, triangular o diente de sierra), adicionalmente para contar con una perspectiva en base al muestreo de las señales se habilitó la opción "Stem Plot".

Dichas modificaciones llevaron a los siguientes resultados:

Al estudiar el comportamiento de la señal seno en la tasa de Nyquist como se observa en la Figura 8, se obtiene que la señal en cuanto a tiempo cuenta con la menor razón de muestras en comparación al cualquier otro valor a evaluar, esto implicando una pérdida de información o compresión de valores, sin embargo, aún en condiciones de reconstrucción, este cumple con las condiciones para realizarse. En relación con frecuencia se observa un uso completo del SPAN.

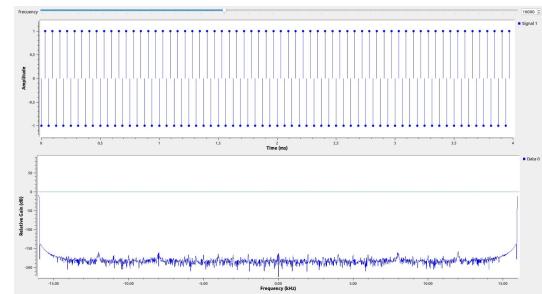


Fig. 8: Señal senoidal en la frecuencia límite.

Finalmente, respecto a las otras formas de onda se puede mencionar que según la complejidad de la señal cierta información relevante para poder definir la forma de onda se va a perder en unas más que otras impidiendo una mejor distinción,



esto se puede observar en casos como el de la figura 9 que corresponde a una señal señal diente de sierra muestreada donde se pierde cierta "Amplitud" debido a no contar con las muestras necesarias para representar dicho punto máximo.

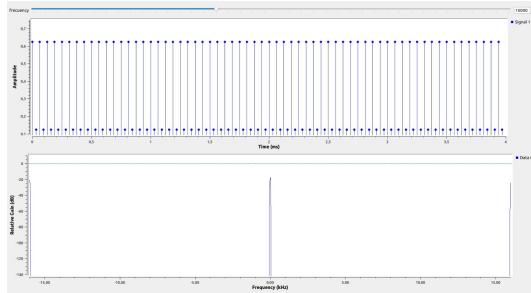


Fig. 9: Señal diente de sierra en la frecuencia límite.

■ Estudio de las formas de onda respecto a la relación de muestreo 5 a 1:

En relación con el segundo punto se llevó a cabo el análisis de resultados de ajustar una relación de 5 entre la frecuencia de muestreo y la frecuencia máxima de la señal, esto con el fin de buscar las ventajas y desventajas de llegar a este límite y se busca realizar una comparación entre dicha relación y el límite de Nyquist, para realizar esto se implementó el flujo gráfico que se observa en la Figura 10.

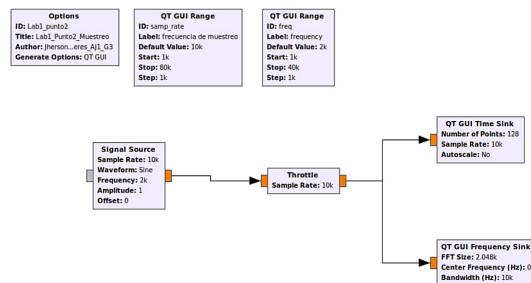


Fig. 10: flujo gráfico con relación 5 a 1 entre frecuencia de muestreo y frecuencia de la señal muestreada.

Para realizar este análisis se usaron las señales Sencoidales y cuadradas modificando el bloque "Signal Source", y se implementó un nuevo bloque para variar la frecuencia de muestreo en comparación con el ejercicio anterior.

A partir de esto se obtienen los siguientes resultados:

Respecto a la comparación entre el Límite de Nyquist y la relación 5 a 1, Figura 11, se observa una mayor relación y cantidad de muestras por ciclo en la situación de la señal de relación 5 a 1, permitiendo una distinción más grande de la señal, también es posible observar que la señal con dicha relación cuenta con una mayor apreciación de los armónicos de la señal, los cuales son vitales a la hora de reconstruir la señal, a diferencia de la señal en el límite de Nyquist la cual cuenta con el armónico fundamental en sus extremos parcialmente oculto.

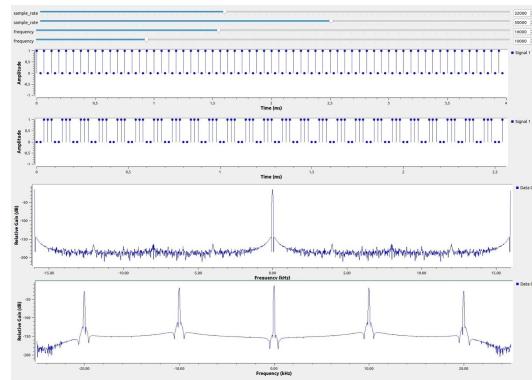


Fig. 11: Comparación del límite de Nyquist y la relación de 5 a 1.

El utilizar una relación de muestreo de 5:1 permitió conservar mayor cantidad de información, esto se puede observar en la figura 12 y la figura 13, esto debido a contar mayor cantidad de armónicos para reconstruir la señal, utilizar una relación mayor a esta no llevará ningún aporte considerable.

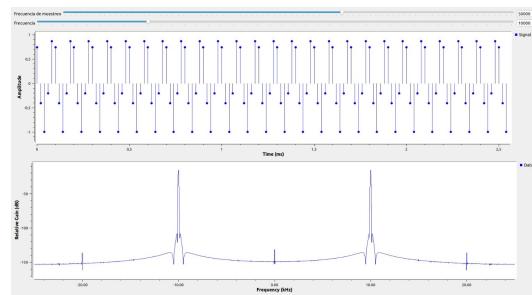


Fig. 12: Señal senoidal con relación de 5 a 1.

Finalmente se observó que una mayor cantidad de muestras no llevaría a ningún aporte en la señal pues ya se cuentan con los armónicos donde se concentra más la potencia de la señal, y una relación de muestreo no entera provoca armónicos



innecesarios que llegan a ser poco beneficiosos para la señal.

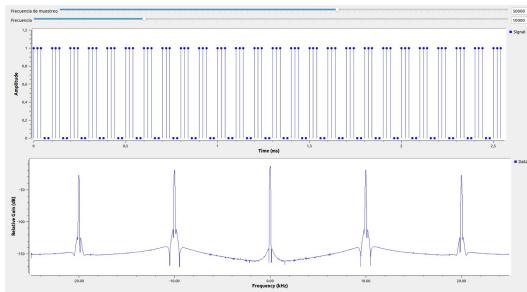


Fig. 13: Señal cuadrada con relación 5 a 1.

- Estudio de las formas de onda respecto a la relación de muestreo mayor a 10:

Para el tercer punto se realizó una modificación pequeña al primer punto la cual consiste en utilizar una frecuencia de muestreo 10 veces mayor a la frecuencia máxima de la señal, y se describen las ventajas y desventajas de dicha relación, esto con varias formas de onda.

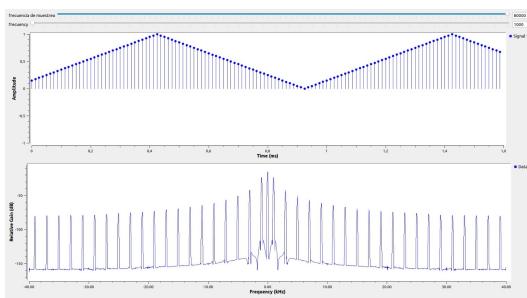


Fig. 14: Señal triangular con relación mayor a 10.

A partir de dicha modificación se obtuvieron los siguientes resultados: El principal factor que se obtuvo es que al contar con una relación tan alta de muestras se obtiene una señal con basta información por ciclo, esto permitiendo cada vez obtener valores más cercanos a la función continua como lo es su amplitud máxima, dicho aumento de relación también se ve evidenciado en el espectro en frecuencia pues se contienen más armónicos para la reconstrucción de la señal para las señales triangulares y cuadradas de las Figuras 14 y 15, aunque para la señal senoidal se observó más una pérdida de SPAN como se puede apreciar en la Figura 16.

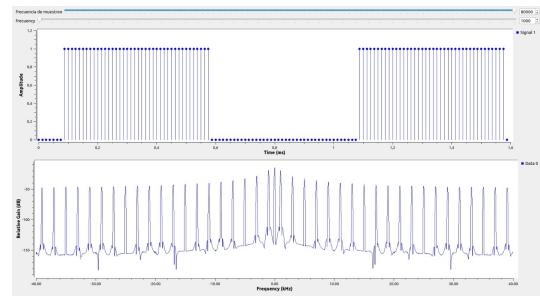


Fig. 15: Señal cuadrada con relación mayor a 10.

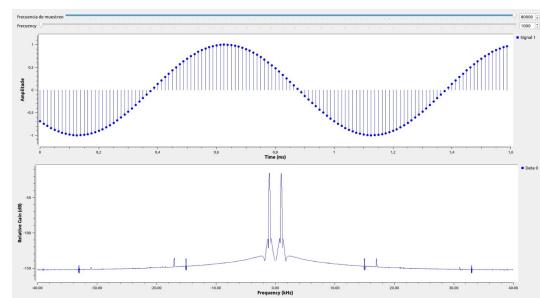


Fig. 16: Señal senoidal con relación mayor a 10.

- Efectos de diezmar e interpolar una señal:

El punto cuatro se basa en el estudio de los efectos de diezmar e interpolar, para esto se utiliza el flujo gráfico que se presenta en la Figura 17.

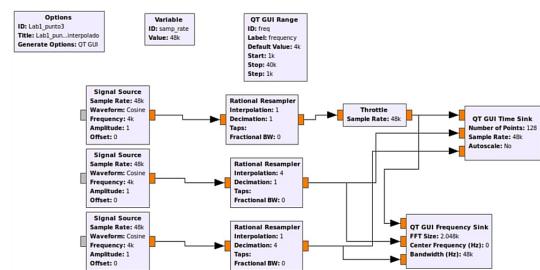


Fig. 17: flujo gráfico con diezmación e interpolación.

Para estudiar los efectos de diezmar se propusieron los siguientes valores:

- Interpolación: 1 - 4 - 1 : Diezmación: 1 - 1 - 4

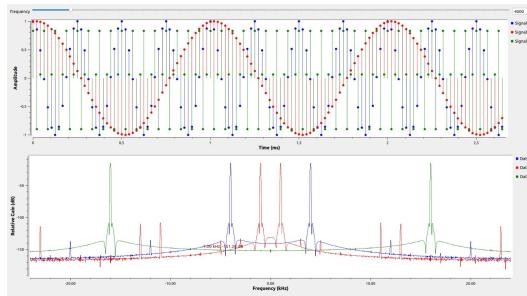


Fig. 18: Señales Coseno - Señal 1 Interpolacion 1 Diezmado 1- Señal 2 Interpolacion 4 Diezmado 1 - Señal 3 Interpolacion 1 Diezmado 4

- Interpolación: 1 - 7 - 1 : Diezmación: 1 - 1 - 3

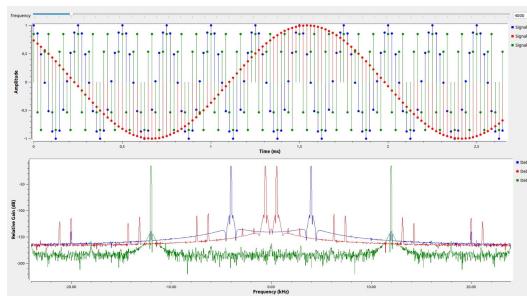


Fig. 19: Señales Coseno - Señal 1 Interpolacion 1 Diezmado 1- Señal 2 Interpolacion 7 Diezmado 1 - Señal 3 Interpolacion 1 Diezmado 3

- Interpolación: 1 - 3 - 1 : Diezmación: 1 - 1 - 9

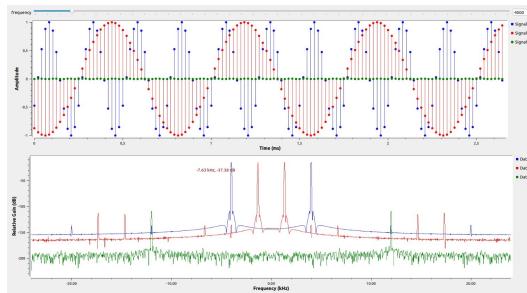


Fig. 20: Señales Coseno - Señal 1 Interpolacion 1 Diezmado 1- Señal 2 Interpolacion 3 Diezmado 1 - Señal 3 Interpolacion 1 Diezmado 9

Los resultados obtenidos de esto son los siguientes: Al comparar los diferentes casos a estudiar cuando se utiliza el parámetro de Interpolación se obtuvo que un mayor número en dicho coeficiente implica

una disminución de frecuencia en la señal de salida, esto se concluye mediante la observación de que la señal de salida cuenta con un mayor número de muestras que en definición hacen prolongar el periodo ya que por definición se agregan más muestras pero el periodo de muestreo sigue siendo el mismo, dicha disminución de frecuencia también es visible en la comparación de la figura 18 con la figura 19, donde debido al periodo es más grande debido a una mayor cantidad de muestras se tiene una menor frecuencia de la señal.

Adicionalmente se observó que cambiar este parámetro no presenta problemas al variar dicho valor como lo puede ser el Aliasing.

Por otro lado se observó el efecto contrario el cual es el de diezmar, en la figura 19 y 20 podemos ver dicho efecto, el diezmar provocó una reducción de las muestras de la señal original lo que en consecuencia hizo que esta aumentara su frecuencia puesto que su periodo disminuyó, sin embargo a diferencia de la interpolación, el diezmado según se iba disminuyendo provocó Aliasing, esto debido a que se disminuyó la frecuencia de la señal eliminando muestras, esto se puede observar en la figura 20 donde la señal se volvió netamente plana.

■ Implementación de audio para la caracterización de bloques de diezmación y interpolación:

Para el punto cinco el enfoque se basó en analizar la respuesta de una señal de audio a la interpolación, el diezmado y el bloque 'Multiply Const', del cual el Flujograma se puede observar en la figura 21.

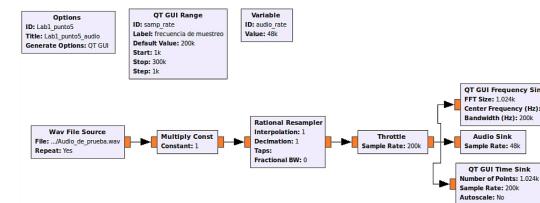


Fig. 21: Flujograma con archivo de audio y diferentes niveles de diezmación e interpolación.

Así los resultados obtenidos de esto fueron los siguientes:

Se observó que la aplicación del bloque 'Multiply Const' consiste en amplificador, esto se evidencio de forma presencial escuchando una señal más alta con relación a su ganancia, sin embargo, este



Amplificador afecta tanto la señal como al ruido presente en la misma, esto se puede observar en la figura 22.

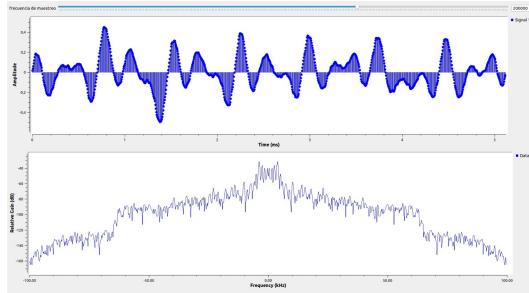


Fig. 22: Señal de audio con valor multiply const de 2.

Por otro lado en relación al efecto de estimación y diezmación se obtuvieron los resultados esperados que consisten que la señal cambiara su frecuencia dependiendo de dichos parámetros, en el caso de la diezmación aumentando la frecuencia debido a que se disminuyó el periodo por menor cantidad de muestras, y en el caso de la interpolación disminuyendo la frecuencia debido al aumento de periodo en resultado de una mayor cantidad de muestras, el comportamiento de esto se evidencia en las figuras 23 y 24.

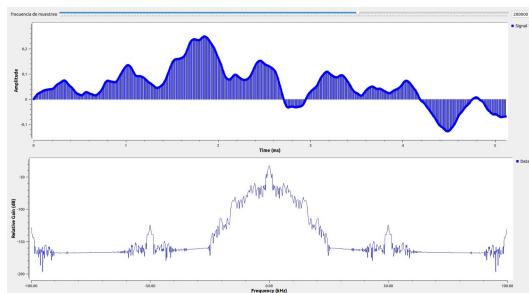


Fig. 23: Señal de audio con valor de interpolación de 4.

Finalmente, al disminuir la frecuencia de muestreo observamos y escuchamos que la señal realizaba cortes equidistantes al final cierto tiempo de reproducir la señal en condiciones normales, esto se puede deber a que la frecuencia de 'audio-rate': 44,1Khz respecto a la de muestreo era considerablemente alta dejando espacios donde se almacenaba dicha información.

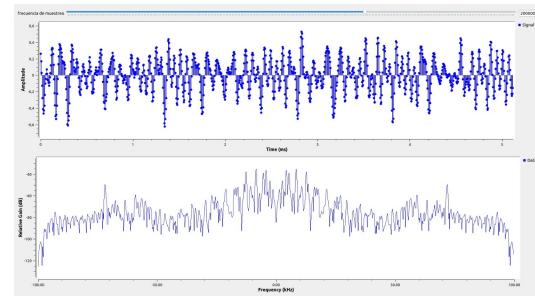


Fig. 24: Señal de audio con valor de diezmado de 4.

■ Implementación de filtros al montaje de sonido:

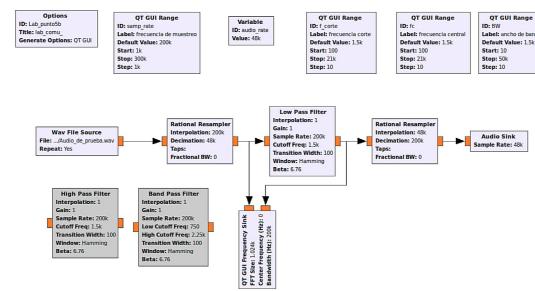


Fig. 25: Flujograma de la implementación del filtrado de audio.

En el sexto punto se describe la aplicación de un sistema de filtrado en la señal de audio (canción) elegida previamente, en este punto se realizó específicamente la extracción aproximadamente de elementos de audio como lo son el de un instrumento o el de la voz, esto se realizó siguiendo la topología de la figura 25, de la cual en específico se utilizó el filtro pasa-bandas.

Adicional a esto se definió un bloque 'Multiply Const' para poder controlar la ganancia del audio, esto con el fin de percibir los cambios en frecuencias las cuales la máxima potencia ya no se encuentra seleccionada.

Formalmente lo que se extrajo de la señal consistieron en la filtración de un instrumento, la filtración de la batería utilizando otra frecuencia de muestreo de la señal y una filtración aproximada de la voz del artista de la canción.

Así, los resultados que se obtuvieron fueron los siguientes:

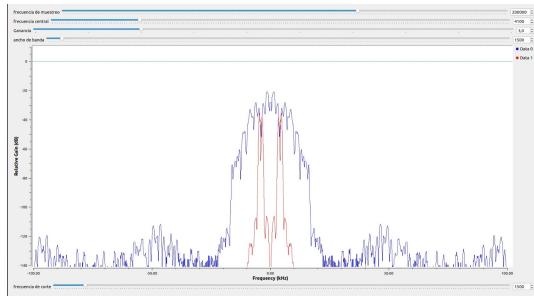


Fig. 26: Frecuencia de la guitarra filtrada.

Se obtuvo que cierta gama de instrumentos como lo son la guitarra cuyo espectro de frecuencia se observa en la figura 26, se obtienen en frecuencias altas, esto tiene sentido pues ciertos tonos de esta se encuentran en dicho rango frecuencial, otros instrumentos como lo es la batería se encontraron en frecuencias medias, lo cual se puede evidenciar en la figura 27, esto implicando que la batería es un instrumento de frecuencia media, sin embargo esto constituyendo cierta parte de la voz humana como se puede observar en la figura 28, lo que nos llevó a concluir que para ciertos instrumentos de frecuencias medias se cuenta con cierta dificultad de muestrear pues varios componentes se encuentran concentrados en dicha, para la ocasión lo mínimo que se utilizó fue un mínimo ancho de banda de 100Hz y 900 Hz para el instrumento en cuestión, no obteniendo mucha diferencia, esto lleva a pensar que para la extracción de un instrumento se requiera menor ancho de banda.

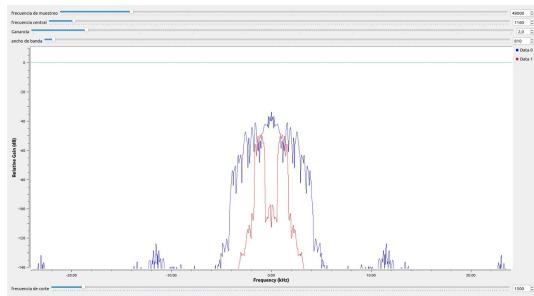


Fig. 27: Frecuencia de la batería filtrada.

Finalmente, en el uso del filtro pasa-banda se pudo concluir que mayor parte de la potencia del audio se encuentran en las potencias medias, esto en específico en un punto aproximado de 1kHz.

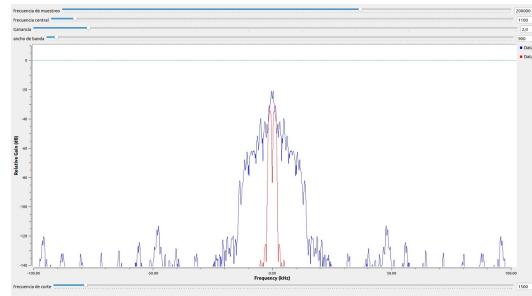


Fig. 28: Frecuencia de la voz filtrada.

- El límite de Nyquist se alcanza cuando la frecuencia de muestreo de una señal es exactamente igual al doble de la frecuencia de esta, en este punto es apenas posible la reconstrucción de la señal debido al límite que se está presentando. Al aumentar este límite se está cumpliendo entonces con el teorema de Nyquist y la señal muestreada presenta cada vez más información de la señal original debido al aumento de la frecuencia de muestreo, sin embargo, el espectro de dicha señal se ve afectado en la disminución de la frecuencia en la cual se ubica lo que provoca un desaprovechamiento del SPAN utilizado.
- Al interpolar una señal el número de muestras de la señal muestreada aumenta, esto es equivalente a muestrear la señal original a una frecuencia de muestreo superior lo que según se dijo anteriormente tiene por consecuencia una disminución de la frecuencia de la señal en su espectro.
- Al diezmar una señal el número de muestras de la señal muestreada disminuye, esto es equivalente a muestrear la señal original a una frecuencia de muestreo inferior lo cual tiene por consecuencia un aumento de la frecuencia de la señal en su espectro.
- Para determinar la frecuencia máxima de una señal primero se define una frecuencia de muestreo inicial, definida dicha frecuencia se hace un barrido y se observa cuando el espectro de la señal muestreada se encuentre en los bordes del SPAN, cuando esté allí, de acuerdo con el teorema de Nyquist se puede determinar la frecuencia máxima de la señal como la mitad de la frecuencia de muestreo encontrada anteriormente.
- Cuando a una señal de audio no se le respeta el teorema de Nyquist se obtiene que la señal presentará ciertos grados de distorsión, y ciertos armónicos



indeseados se ven reflejados en la señal final esto en consecuencia a la superposición de frecuencias "alias", evitando oír la señal de audio en su forma original.

- Mientras se experimentaba con el Ecualizador se demostró la función que cumplen los filtros con determinados rangos de frecuencias a partir de los cuales se realizó un filtrado parcial de diferentes tonalidades del audio como la tonalidad de los instrumentos o la tonalidad de la voz de los cantantes. En la práctica se encontró que algunos instrumentos se encontraban en frecuencias relativamente altas a partir de las cuales la voz humana se perdía; sin embargo, algunos otros instrumentos parecen compartir frecuencias cercanas a la voz humana como la guitarra. Se evidenció que a la vez que se hace una amplificación de la señal de audio también se amplifica el ruido de la señal por lo tanto no es bueno realizar una amplificación tan alta.

3. Conclusiones

- GNU radio es un programa importante para nuestro estudio en el procesamiento de señales y en la caracterización de los efectos que tienen parámetros como la diezmación, interpolación y el filtrado sobre los sistemas, aunque el uso que le dimos en este laboratorio no fue muy profundo, la relevancia que tuvo en las aplicaciones que se estudiaron fue bastante alta.
- Se observó la importancia de cumplir el teorema de Nyquist en varios tipos de onda y mantener cierta relación respecto a su límite, esto brindando ventajas a la señal en cuanto a su representación como lo es su cantidad de datos o su trazado en el espectro de frecuencia, lo que permite un mejor estudio de las propiedades de estas señales.
- Son estudiadas las consecuencias de incumplir el teorema de Nyquist y no manejar una relación buena respecto a la tasa de Nyquist, como lo son la distorsión de la señal, la perdida de información, o la mala representación de las señales en el espectro de frecuencia.

- La decimación nos permite disminuir el periodo de una señal de salida permitiéndonos comprimir la información o trabajar con señales las cuales cuentan con una mayor cantidad de información, sin embargo, esto a costo de tener más probabilidad de provocar Aliasing.
- La interpolación es una herramienta que nos permite disminuir la frecuencia de una señal por medio de la inserción de nuevas muestras, resultando en una señal más limpia y completa para poder procesar, esto en su mayoría siendo usado para mejorar una señal o permitir el uso de filtros de menor orden, a su vez siendo parámetro eficaz para evitar el Aliasing.
- Es vital mencionar que la aplicación de los filtros es un proceso necesario a la hora de encapsular una señal, en específico esto se puede ver útil en aplicaciones basadas en la canalización de las señales, como lo son el filtrado pasa-bandas pues se obtiene un ancho de banda deseado, lo que en la práctica consistió en la extracción de elementos armónicos que componen la señal, sin embargo, este también funcionando como elemento de seguridad para evitar condiciones como lo son el Aliasing.

Referencias

- [1] B. Lathi, *Linear Systems and Signals, 1st edition*. Oxford University, 1998.
- [2] R. Lyons, *Understanding Digital Signal Processing*. Pearson Education, 2001.
- [3] "Compresión con pérdida," Khan Academy. [Online]. Available: <https://es.khanacademy.org/computing/ap-computer-science-principles/x2d2f703b37b450a3:digital-information/x2d2f703b37b450a3:data-compression/a/lossy-compression>
- [4] K. Müller, "The music of mathematics," 2021. [Online]. Available: <https://es.khanacademy.org/computing/ap-computer-science-principles/x2d2f703b37b450a3:digital-information/x2d2f703b37b450a3:data-compression/a/lossy-compression>