

# 《微积分 II》课程教学大纲

课程英文名称: **Calculus**

课程代码: D1000250      学 时 数 : 80      学 分 数: 5

课程类型: 学科通识课程

适用学科专业: 理工科各专业

先修课程: 微积分 I

执 笔 者: 高建      编写日期: 2015.7.23      审 核 人:

## 一、课程简介

本课程是我校工科类各专业学生必修的一门重要的基础课,也是培养学生理性思维和创新能力的载体。课程系统地介绍了多元函数微积分与无穷级数的基本概念、必要的基础理论和常用的运算方法。其内容主要包括:多元函数微分学、重积分、曲线积分、曲面积分、无穷级数等。

### Course Description

As an important compulsory basic course of various kinds of engineering students in our university, Calculus I is to develop students' ability of rational thought and innovation. It provides the basic concepts of multi-variable calculus and power series and necessary theoretical foundation and common computational methods. This course consists of differential of multi-variable functions, multiple integrals, curve integrals, surface integrals and power series.

## 二、课程目标

通过本课程的学习,要使学生掌握微积分的基本理论和基本方法,为学习后续课程和进一步获取数学知识奠定基础。同时,通过各个教学环节逐步培养学生的抽象概括问题的能力、逻辑推理能力、空间想象能力、创造性思维能力和自学能力,还要特别注意培养学生具有比较熟练的运算能力和综合运用所学数学知识分析问题和解决问题的能力。

### Course Goal

The aim of this course is to enable students to master the basic theories and methodologies of calculus, and settle foundation for further study of follow-up courses and mathematical knowledge. Meanwhile, through various teaching link, in order to develop the students' ability to abstract problems, logical reasoning ability, space imagination ability, creative thinking ability and self-educated abilities gradually. Especially, aim to cultivate students for more skilled operation ability and the integrated application of mathematical knowledge to analyze and solve problems.

## 三、课程内容和要求

课程总学时：80 学时，其中讲课为 64 学时，习题课为 16 学时，习题课学时占总学时的  $\frac{1}{5}$ ，课内外学时比建议为 1:2. 具体安排为：

1. 多元函数微分学（讲课 16 学时，习题课 4 学时，合计 20 学时）；
2. 多元数量值函数积分学（讲课 18 学时，习题课 4 学时，合计 22 学时）；
3. 多元向量值函数积分学（讲课 12 学时，习题课 4 学时，合计 16 学时）；
4. 无穷级数（讲课 18 学时，习题课 4 学时，合计 22 学时）。

要求：在传授知识的同时，要通过各教学环节逐步培养学生具有抽象概括问题的能力，逻辑推理的能力，空间想象能力和自学能力。还要特别注意培养学生具有比较熟练的运算能力和综合运用所学知识去分析问题和解决问题的能力以及科学的辩证唯物主义观点。

### （一）教学内容、要求及教学方法

#### 1. 多元函数微分学（讲课 16 学时，习题课 4 学时，合计 20 学时）

- (1) 理解二元函数的概念，了解多元函数的概念。
- (2) 了解二元函数的极限与连续性的概念，了解有界闭区域上连续函数的性质。
- (3) 理解二元函数偏导数与全微分的概念，理解全微分存在的必要条件与充分条件。
- (4) 了解一元向量值函数及其导数的概念与计算方法。
- (5) 理解方向导数与梯度的概念及其计算方法。
- (6) 掌握复合函数一阶偏导数的求法，掌握求复合函数的二阶偏导数的思想与方法。
- (7) 掌握求隐函数(包括由两个方程构成的方程组确定的隐函数)的一阶偏导数与二阶偏导数的思想与方法。
- (8) 理解曲线的切线和法平面以及曲面的切平面与法线，并掌握求出它们的方程的方法。
- (9) 理解二元函数极值与条件极值的概念，掌握求二元函数的极值方法，掌握求条件极值的拉格朗日乘数法，掌握求解一些比较简单的最大值与最小值的应用问题的思想与方法。

#### 6. 多元数量值函数积分学（讲课 18 学时，习题课 4 学时，合计 22 学时）

- (1) 理解二重积分的概念，理解三重积分的概念，理解重积分的性质。
- (2) 掌握二重积分的计算方法(直角坐标、极坐标)，掌握计算简单的三重积分的方法(直角坐标、柱面坐标，球面坐标)。
- (3) 理解第一类曲线积分的概念，了解第一类曲线积分的性质，掌握第一类曲线积分的计算方法。
- (4) 了解第一类曲面积分的概念，了解第一类曲面积分的性质，掌握第一类曲面积分的计算方法。
- (5) 掌握数量值函数积分在物理上的一些应用：质心、转动惯量、引力。

(6) 了解科学技术问题中建立重积分与曲线、曲面积分表达式的元素法(微元法),了解某些简单的几何量和物理量积分表达式建立的思想。

## 7. 多元向量值函数积分学(讲课 12 学时, 习题课 4 学时, 合计 16 学时)

(1) 理解第二类曲线积分的概念, 了解第二类曲线积分的性质及两类曲线积分的关系, 掌握第二类曲线积分的计算方法。

(2) 掌握格林(Green)公式, 及平面曲线积分与路径无关的条件, 了解第二类平面曲线积分与路径无关的物理意义。

(3) 理解全微分方程的概念, 掌握全微分方程的解法。

(4) 理解第二类曲面积分的概念, 了解第二类曲面积分的性质及两类曲面积分的关系, 掌握第二类曲面积分的计算方法。

(5) 理解高斯(Gauss)公式, 了解斯托克斯(Stokes)公式。

(6) 了解场的基本概念, 了解散度、旋度的概念和某些特殊场(无源场、无旋场与调和场), 掌握计算散度与旋度的方法。

(7) 了解一些简单物理量积分表达式建立的思想。

## 8. 无穷级数(讲课 18 学时, 习题课 4 学时, 合计 22 学时)

(1) 理解无穷级数收敛、发散以及和的概念, 了解无穷级数的基本性质及收敛的必要条件。

(2) 理解正项级数的比较审敛法以及几何级数与  $p$ -级数的敛散性, 掌握正项级数的比值审敛法。

(3) 理解交错级数的莱布尼茨定理, 掌握估计交错级数的截断误差的方法。理解绝对收敛与条件收敛的概念及二者的关系。

(4) 了解函数项级数的收敛域与和函数的概念, 掌握简单幂级数收敛区间的求法, 掌握求简单幂级数在收敛区间内的和函数。理解幂级数在其收敛区间内的一些基本性质。

(5) 掌握利用  $e^x$   $\sin x$   $\cos x$   $\ln(1+x)$   $(1+x)^\alpha$  与的麦克劳林(Maclaurin)展开式将一些简单的函数展开成幂级数的方法。

(6) 了解利用将函数展开为幂级数进行近似计算的思想。

(7) 了解三角级数的概念及三角函数系的正交性, 了解用三角函数逼近周期函数的思想, 了解函数展开为傅里叶(Fourier)级数的狄利克雷(Dirichlet)条件, 掌握将定义在  $[-\pi, \pi]$  和  $[-l, l]$  上的函数展开为傅里叶级数以及将定义在  $[0, l]$  上的函数展开为傅里叶正弦或余弦级数的方法。

在教學的方法上, 要不斷探索以學生為主體有利於調動學生自主學習積極性的啟發式、討論式、研究式的教學方法; 要突出數學思想方法的教學, 加強數學應用能力的培養, 淡化運算技巧的

训练；要尊重个性，发挥特长，探索现阶段因材施教的新方法、新模式；要积极采用现代教育技术，使传统的教学手段与现代教学手段相互结合，取长补短。在课程的教学过程中，应当积极开展对教学内容与课程体系、教学方法与教学手段的改革，认真总结经验，并将教学改革的成果逐步吸收到教学中来，不断提高教学质量。要不断更新教学内容，逐步实现教学内容的现代化；要加强不同数学分支间的相互结合和相互渗透，进行课程和内容的重组。

## **（二）自学内容和要求**

1. 了解常微分方程的应用实例。
2. 了解多元函数的应用实例。
3. 了解雅可比行列式。
4. 了解含参变量的积分及多元积分应用实例。
5. 了解场论初步。
6. 了解幂级数在近似计算中的应用，欧拉公式。

## **四、考核方式**

平时占 20%(含作业及单元检测)；中期考核占 20%：闭卷笔试；

期末考核占 60%：闭卷笔试。

## **五、建议教材及参考资料**

### **（一）教材：**

《微积分》上、下册，“十一五”国家规划教材（第二版），主编：傅英定 谢云荪 高等教育出版社 2009.6

### **（二）参考资料：**

1. 与“十一五”国家规划教材（第二版）《微积分》上、下册配套的  
《微积分学习指导教程》（第二版），主编：傅英定 高建 高等教育出版社 2013.8
2. 《高等数学》（上、下册），国家优秀教材，高等教育出版社，同济大学数学教研室编 2003 年
3. 《工科数学分析》国家级精品教材，主编：马知恩，王绵生，高等教育出版社 2005.6
4. 相关学习网站：爱课程、清华大学、西安交大、上海交大、电子科技大学相关网站的《微积分》精品课程建设栏目。