姓 名：__________ 学 号：__________ 专 业：__________

（装 订 线 内 不 要 答 题）

复旦大学数学科学学院

2014～2015 学年第二学期期末考试试卷

A 卷

课程名称：____高等数学 A（下）____ 课程代码：___MATH120002________

开课院系：____数学科学学院____ 考试形式：__闭卷__

题 号	1	2	3	4	5	6	7	总 分
得 分								

1. （本题共 48 分，每小题 6 分）计算下列各题

(1) 设 $z=(x^2+y^2)\ln(x^2+y^2)$，求 z''_{xy} 。

(2) 解方程 $xy'-y=x^2$ 。

(3) 求函数 $u=xy+zx+yz$ 在点 (1, 1, 1) 处沿方向 $\boldsymbol{l}=(1,-2,2)$ 的方向导数。

(4) 求函数 $u = x^2 + y^2 + z^2$ 在条件 $x + 2y + 3z = 14\ (x, y, z \geq 0)$ 下的极值。

(5) 计算 $\iint\limits_D (x + y)dxdy$，其中 $D: x^2 + y^2 \leq 2y$。

(6) 讨论级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2 + 1}$ 的收敛性。

(7) 计算 $\iint\limits_\Sigma (x + y^2)dydz + 2yzdzdx + zdxdy$，其中 Σ 为曲面 $z = x^2 + y^2 (0 \leq z \leq 1)$ 的下侧。

(8) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cdot 3^n}x^n$ 的收敛半径与收敛区间。。

2.（本题共 8 分）设 f 可微，证明曲面Σ：$f(\frac{z}{y},\frac{x}{z},\frac{y}{x})=0$ 上任意一点处的切平面过某个定点。

3.（本题共 8 分）求 $\int_{\Gamma}(x+3y^2)ds$，其中 $\Gamma:\begin{cases}x^2+y^2+z^2=a^2\\ x+y+z=0\end{cases}(a>0)$。

对称性

4.（本题共 10 分）设$\Sigma:\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{2}+z^2=1\,(z\ge 0)$，点$P(x,y,z)\in\Sigma$， Π是Σ在点P处的切平面，$d(x,y,z)$为原点到Π的距离，求$\displaystyle\iint\limits_{\Sigma}\frac{z}{d(x,y,z)}dS$。

整体代换

5. （本题共 10 分）设 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有连续导数，且 $f(1)=\dfrac{1}{2}$，曲线积分 $\displaystyle\int_L (yf^2(x)+2x)dx+(xf(x)+y^2)dy$ 在右半平面 $(x>0)$ 与路径无关。

(1) 求 $f(x)$ 的表达式；(2) 设在右半平面的有向曲线 L 的起点为 $(1,0)$，终点为 $(2,3)$，试计算上述曲线积分。

被积式可求出

6. （本题共 8 分）设 $f(x)=\begin{cases} 1, & x\in[-\pi,0) \\ x, & x\in[0,\pi) \end{cases}$，求其 Fourier 级数及 Fourier 级数的和函数 $S(x)$，并计算 $S(4\pi)$。

$$S=\begin{cases} f(x), & x\in(-\pi,0)\cup(0,\pi) \\ \frac{1}{2}, & x=0 \\ \frac{1+\pi}{2}, & x=\pm\pi \end{cases}$$

7．（本题共 8 分）设$\{a_n\}$为正数列$(a_n>0, n=1,2,\cdots)$，$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 发散，记$S_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$，

证明：（1）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{S_n}$发散；　　（2）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{S_n^p}$ 收敛$(p>1)$。