（装订线内不要答题）

复旦大学数学科学学院

2013～2014学年第二学期期末考试试卷

□ A 卷

课程名称： 高等数学A（下） **课程代码：** MATH20002

开课院系： 数学科学学院 **考试形式：** 闭卷

姓 名：__________ **学 号：**__________ **专 业：**__________

题 目	1	2	3	4	5	6	7	总分
得 分								

1、（本题满分48分，每小题6分）计算以下各题

(1). 求$u = x\sin(x+y)$的一阶及二阶偏导数$\frac{\partial u}{\partial x}$，$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$。

(2). 求椭球面$4x^2 + y^2 + z^2 = 1$在点$\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$处的切平面。

(3). 求三重积分$\iiint_V xyzdxdydz$，其中V是由曲面$x^2+y^2+z^2=1$及$x=0$,$y=0$, $z=0$所界区域。

(4). 求幂级数$\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{\ln n}{2^n}x^n$的收敛半径和收敛域。

(5). 解微分方程$xy'-y=x^3$.

(6). 将函数$f(x) = 1$, $x \in [0, \pi]$展开成正弦级数。

(7). 计算$\int\int_\Sigma (x + yz)dydz + (y + zx)dzdx + zdxdy$，其中$\Sigma$为曲面$z = 1 - \sqrt{1 - x^2 - y^2}\,(0 \le z \le 1)$的下侧。

(8). 求$\mathrm{grad} f(r)$，其中f为可微函数，$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

$f'(r)\frac{\vec{r}}{r}$. $\vec{r} = x\cdot i + y j + z k$

2、计算题（本题满分8分） 已知函数$Z = x^2 - y^2 + 2$，求Z在椭圆域$D = \left\{(x, y) | x^2 + \frac{y^2}{4} \le 1\right\}$上的最大值和最小值。

3、计算题（本题满分8分） 设平面区域$D = \{(x, y) | 1 \le x^2 + y^2 \le 4, x \ge 0, y \ge 0\}$，计算二重积分$\iint_D \frac{x\sqrt{x^2+y^2}}{x+y} dxdy.$

4、计算题（本题满分10分） 求幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)(n+3)x^n$的收敛域及和函数。

计算[illegible]

5、计算题（本题满分10分） 设

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1+x^2}{x}\arctan x, & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

求$f^{(n)}(0)$.

直接$f(x)$按展开

$\frac{1}{1+x^2} \longrightarrow$ Taylor

$\downarrow$

积分

6、计算题（本题满分8分） 设$f(x)$在$(-\infty,\infty)$上二阶连续可导，$z=f(e^x\cos y)$。

(1). 求$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

(2). 若$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=e^{2x}\left(4z+8e^x\cos y\right)$，且$f(0)=f'(0)=0$，试求出$f(u)$的表达式。

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x}$$

而不是 $f_x'\cdot\frac{\partial u}{\partial x}$

7、证明题（本题满分8分） 设数列$\{a_n\},\{b_n\}$满足$0 < a_n, b_n < \frac{\pi}{2}\,(n=1,2,\ldots)$，且$\cos a_n - a_n = \cos b_n$，由$\sum_{n=1}^{\infty} b_n$收敛，证明

(1) $a_n \to 0 \quad (n \to \infty)$, (2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$收敛。