复旦大学数学科学学院

2007～2008 学年第二学期期末考试试卷

A卷

课程名称：____高等数学 A（下）________ 课程代码：___$MATH$120002________

开课院系：___数学科学学院__________ 考试形式： 闭卷

姓 名:________________ 学 号:________________ 专 业:________________

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	总分
得分									

1.（本题共四小题，每小题 5 分，共 20 分）

(1) 设 $u=\sin(3x-2y)$，求 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$；

(2) 求曲面 $e^z+z+xy=3$ 在点（2，1，0）处的切平面方程;

(3) 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n+4}(x-2)^n$ 的收敛~~半径和收敛~~域;

(4) 求解微分方程 $(e^{x+y}-e^x)dx+(e^{x+y}+e^y)dy=0$。

2.（本题共四小题，每小题 5 分，共 20 分）

（1）计算二重积分 $\iint_D e^{x^2+y^2} dxdy$，其中 D 为圆盘 $x^2+y^2 \le 4$；

（2）设 L 是连接 $O(0,0,0)$ 和 $P(2,1,2)$ 的直线段，计算积分 $\int_L (x+y+z)^2 ds$；

（3）把积分 $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{2y-y^2}} f(x,y)dx$ 表示为先对 y 再对 x 的二次积分；

（4）计算曲面积分 $\iint_\Sigma xdydz + ydzdx + zdxdy$ 其中 Σ 是区域 $\{(x,y,z) | x^2+y^2 \le 1, 1 \le z \le 2\}$ 边界曲面的外侧。

3.（本题 10 分）在椭球面$2x^2+2y^2+z^2=1$上求一点，使得函数$u=x^2+y^2+z^2$在该点处沿$l=(1,-1,0)$方向的方向导数最大。

4.（本题 10 分）计算三重积分

$$\iiint\limits_{\Omega}\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdydz$$

其中$\Omega=\left\{(x,y,z)\;\middle|\;x^2+y^2+z^2\le 1,\ z\ge 2\sqrt{x^2+y^2}-1\right\}$

5.（本题 10 分）将 $f(x)=\ln(2+x-3x^2)$ 展开为 $Maclaurin$ 级数，写出其收敛域，并求出 $f^{(4)}(0)$。

6.（本题 10 分）设 $f(x)=\begin{cases}\pi, & \sqrt{\pi}<x<\pi \\ -\pi, & 0\le x\le\sqrt{\pi}\end{cases}$，将 $f(x)$ 展开为以 2π 为周期的余弦级数，求其和函数在 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 处的值，并分别求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sin(n\sqrt{\pi})}{n}$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sin(2n\sqrt{\pi})}{n}$ 的和。

7. （本题 10 分）设 Σ 为曲面 $\left\{(x,y,z)\middle| y^2=x^2+z^2, x^2+y^2\le 1, x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0\right\}$，计算

（1）$\iint\limits_{\Sigma} z^2 dS$；

（2）$\iint\limits_{\Sigma} z\,dydz$，其中 Σ 取上侧。

8.（本题 10 分）设 φ 是二阶可导函数，$\varphi(1)=-1, \varphi'(1)=-4$ 且存在二元函数 $u=u(x,y)$ 使

$$du = 4[\varphi(x)+2x^3]y\,dx + [3x\varphi(x) - x^2\varphi'(x)]dy$$

求 $\varphi(x)$ 和 $u(x,y)$。