

# 复旦大学数学科学学院

## 2015~2016 学年第二学期期末考试试卷

### A 卷

课程名称: 高等数学 (A) (下) 课程代码: MATH120002

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

题 号	1	2	3	4	5	6	7	总 分
得 分								

1. (本题共 40 分, 每小题 5 分) 计算下列各题

(1) 设  $z = xye^{x^2+y^2}$ , 求  $z''_{xy}$ 。

(2) 解方程  $y'' - 3y' + 2y = x^2$ 。

(3) 求椭球面  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{4} = 1$  在点  $(1, -1, 1)$  处的切平面方程。

(4) 求函数  $u = x^2 + y^2 - 8x + 4y$  在  $D: x^2 + y^2 \leq 9$  上的最值。

(5) 计算  $\int_L (x+y)ds$ , 其中  $L: x^2 + y^2 = 2x$ 。

(6) 计算  $\iiint_{\Omega} (x+y+z)dxdydz$ , 其中  $\Omega: (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 \leq 1$ 。

(7) 讨论级数  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{\ln^2 n}$  收敛性。

(8) 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n} (x-1)^n$  的收敛半径与收敛区间。

2. (本题共 10 分) 求级数  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n^2-1)2^n}$  的和。

3. (本题共 10 分) 求  $\int_L (2x \sin y + y)dx + (x^2 \cos y + 2x)dy$ , 其中  $L: x^2 + y^2 = 2ax (a > 0)$

从  $(0, 0)$  到  $(2a, 0)$  的上半圆周。

4. (本题共 10 分) 求球面  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2 (a > 0)$  被平面  $z = \frac{a}{4}$  与  $z = \frac{a}{2}$  所夹部分的面积。

5. (本题共 10 分) 计算  $\iint_{\Sigma} (x + y^2 z) dy dz + (4y + 1) dz dx + z dx dy$ , 其中  $\Sigma$  为曲面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  ( $0 \leq z \leq 1$ ) 的下侧。

6. (本题共 10 分) 设  $f(x) = \sin(ax)$ ,  $x \in [-\pi, \pi]$  ( $a$  不取整数), 求其 Fourier 级数及 Fourier 级数的和函数  $S(x)$ 。

7. (本题共 10 分) 设可微函数  $f(x)$  是方程  $(x - 2y^3)dx + 3xy^2 dy = 0$  的解, 且  $f(1) = 1$ 。

(1) 求  $f(x)$  的表达式; (2) 讨论级数  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(f(n^3))^{\ln n}}{(\ln n)^n}$  收敛性。