复旦大学数学科学学院 2013~2014学年第二学期期末考试试卷 □ **A** 卷

课程名称:		高等数学A(下)				课程代码:		$\underline{\mathbf{MATH20002}}$			
开课院系:			数学科学学院				考试形式:		闭卷		
姓	名:		_ 学	号:		=	元 业 :				
	题 目	1	2	3	4	5	6	7	总分		
	<i>t</i> → <i>t</i> 1										

1、(本题满分48分,每小题6分)计算以下各题

(1). 求 $u = x \sin(x+y)$ 的一阶及二阶偏导数 $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ 。

(2). 求椭球面 $4x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 在点 $\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ 处的切平面。

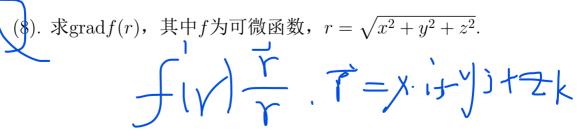
(3). 求三重积分 $\iint_V xyzdxdydz$,其中V是由曲面 $x^2+y^2+z^2=1$ 及x=0,y=0,z=0所界区域。

(4). 求幂级数 $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{2^n} x^n$ 的收敛半径和收敛域。

(5). 解微分方程 $xy' - y = x^3$.

(6). 将函数 $f(x) = 1, x \in [0, \pi]$ 展开成正弦级数。

(7). 计算 $\int_{\Sigma}(x+yz)dydz + (y+zx)dzdx + zdxdy$, 其中 Σ 为曲 面 $z = 1 - \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ $(0 \le z \le 1)$ 的下侧。



2、计算题(本题满分8分) 已知函数 $Z=x^2-y^2+2$,求Z在椭圆 域 $D=\left\{(x,y)|x^2+\frac{y^2}{4}\leq 1\right\}$ 上的最大值和最小值。

3、计算题(本题满分8分) 设平面区域 $D=\{(x,y)|1\leq x^2+y^2\leq 4, x\geq 0, y\geq 0\}$,计算二重积分 $\iint_D \frac{x\sqrt{x^2+y^2}}{x+y} dxdy$.

4、计算题(本题满分10分) 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(n+3)x^n$ 的收敛 域及和函数。



5、计算题(本题满分10分) 设

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1+x^2}{x} \arctan x, & x \neq 0\\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

求 $f^{(n)}(0)$.

6、计算题(本题满分8分) 设f(x)在 $(-\infty,\infty)$ 上二阶连续可导, $z = f(e^x \cos y)$ 。

(1). $\dot{\mathcal{R}} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \mathcal{R} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

(2). 若 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = e^{2x} (4z + 8e^x \cos y)$,且f(0) = f'(0) = 0,试求出f(u)的表达式。

$$\frac{\partial^2}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x}$$

7、证明题(本题满分8分) 设数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 满足 $0 < a_n, b_n < \frac{\pi}{2}$ (n = 1, 2, ...),且 $\cos a_n - a_n = \cos b_n$,由 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 收敛,证明 (1) $a_n \to 0$ $(n \to \infty)$, (2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$ 收敛。