复旦大学数学科学学院

2008～2009 学年第二学期期末考试试卷

A 卷

课程名称：高等数学 A（下）　　课程代码：MATH120002

开课院系：数学科学学院　　考试形式：闭卷

姓　名：________　　学　号：________　　专　业：________

题 号	1	2	3	4	5	6	7	总 分
得 分								

（装订线内不要答题）

1．（本题满分 48 分，每小题 8 分）计算下列各题：

（1）设 $z=\arctan\dfrac{x+y}{1-xy}$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$， $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

（2）计算二重积分 $\iint\limits_D xy^2dxdy$，其中 D 是由半圆周 $x^2+y^2=4$（ $x\ge 0$ ）与 y 轴所围闭区域。

（3）计算曲线积分 $\int_L (x+y)dx+(x-y)dy$，其中 L 是曲线 $\begin{cases} x=2t^2+t+1, \\ y=t^2+1 \end{cases}$ 从点 $(1,1)$ 到点 $(4,2)$ 的一段。

（4）计算曲面积分 $\iint_\Sigma (xy+yz+zx)dS$，其中 Σ 为锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被柱面 $x^2+y^2=2ax$（$a>0$）所截的有界部分。

（5）求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{2^n}{\sqrt{n}} x^n$的收敛域。

（6）解定解问题$\begin{cases} \frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}+\tan\frac{y}{x}, \\ y(1)=\frac{\pi}{6} \end{cases}$。

2．（本题满分 10 分）求曲面$x^2+2y^2+3z^2=21$平行于平面$x+4y+6z=0$的切平面的方程。

3．（本题满分 8 分）已知抛物面$z=x^2+y^2$与平面$x+y+z=1$交成一个椭圆，求原点到这个椭圆的最长距离和最短距离。

4．（本题满分 8 分）计算曲面积分$\iint\limits_{\Sigma} z^2 x dydz + x^2 y dzdx + (y^2 z + 3) dxdy$，其中$\Sigma$为半球面$z=\sqrt{4-x^2-y^2}$的上侧。

5．（本题满分 8 分）已知函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上具有二阶连续导数，$f(0)=1$，$f(1/2)=e^{-1}$。试确定$f(x)$，使得在全平面上曲线积分$\int\limits_{L}\left[f'(x)+6f(x)\right]ydx+f'(x)dy$与积分路径无关。

6．（本题满分 10 分）（1）将 $f(x)=x^2$（$-\pi \le x \le \pi$）展开为 Fourier 级数；

（2）设 g 是以 2π 为周期的连续函数，其 Fourier 级数为

$$g(x) \sim \frac{3}{2\pi}+\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(-1)^n}{2n}\cos nx+\frac{1}{4n^2}\sin nx\right]。$$

记 $F(x)=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} t^2 g(x-t)dt$，求函数 F 的 Fourier 级数。

7．（本题满分 8 分）求幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{(2n)!}$的和函数，并求级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n)!}$的和。