

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт математики, механики и компьютерных наук  
имени И. И. Воровича

Направление подготовки  
02.03.02 — Фундаментальная информатика  
и информационные технологии

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ПРОВЕДЕНИЯ ОПРОСОВ АУДИТОРИИ  
ВО ВРЕМЯ ПУБЛИЧНЫХ ВЫСТУПЛЕНИЙ

Выпускная квалификационная работа  
на степень бакалавра

Студента 4 курса  
Е. А. Тактарова

Научный руководитель:  
к.ф.-м.н., доцент Е. М. Андреева

Допущено к защите:

руководитель направления ФИИТ \_\_\_\_\_ В. С. Пилиди

Ростов-на-Дону  
2019

# Содержание

Введение . . . . .	3
1. Исследование предметной области . . . . .	4
1.1. Обзор существующих решений . . . . .	4
1.2. Обзор инструментов разработки . . . . .	4
2. Обзор Проекта . . . . .	7
3. Аспекты реализации . . . . .	7
3.1. Структура проекта на Node.js . . . . .	7
3.2. Использование фреймворка Express . . . . .	9
3.3. Использование WebSocket совместно с фреймворком Express . . . . .	10
3.4. Проектирование и разработка модели данных . . . . .	12
3.5. Взаимодействие клиента и сервера через протокол WebSocket . . . . .	14
4. Несколько примеров в $\text{\LaTeX}$ . . . . .	18
4.1. Как вставлять листинги и рисунки . . . . .	18
4.2. Как оформить таблицу . . . . .	20
4.3. Как набирать формулы . . . . .	20
4.4. Как оформлять списки . . . . .	22
Заключение . . . . .	22
Список литературы . . . . .	23
Приложение А. Пример работы программы . . . . .	23

# Введение

Технологии проведения публичных выступлений и презентаций затрагивают навыки ораторства и внешний вид, дизайн медиа-сопровождения. Методы взаимодействия с аудиторией традиционно включают в первую составляющую. Выступающий, желающий взаимодействовать со слушающими, должен уже обладать определенным опытом в работе с ними и ограничен устными средствами. Крайне редко возможно почти полностью вовлечь аудиторию в выступление, ведь лишь немногие слушатели готовы, например, задать вопрос или ответить выступающему.

Распространение телефонов и мобильного доступа в интернет, позволяет использовать эти устройства как средства взаимодействия с аудиторией. Проекты, использующие эту идею, реализовывались неоднократно, но ни один из них не закрепился как широко используемый в публичных выступлениях. В первую очередь, идея взаимодействия с публикой через телефоны реализовывалась под конкретные единичные выступления. Последующие реализации, хотя и обладают обширным функционалом, в виде опросов, голосований и чатов, представляют собой отдельные веб-сервисы, направленные на монетизацию с пользователей. Все проекты закрыты проприетарными лицензиями и требуют от пользователей загрузки презентации на сторонний сервер.

Данная работа посвящена разработке проекта портативного веб-сервиса под свободной лицензией, который позволит проводить опросы аудитории во время публичных выступлений без привлечения сторонних сервисов. Свободная лицензия позволит любому человеку изменять и расширять возможности сервиса под свои нужды.

Задача по созданию такого проекта включает разработку как веб-интерфейса пользователя (фронтенд), так и внутренней логики сервиса (бэкенд), которые в совокупности обеспечат динамичное отображение результатов опросов.

# **1. Исследование предметной области**

## **1.1. Обзор существующих решений**

Как и упоминалось ранее, для опросов аудитории уже существует немалое число инструментов, однако в основной массе это закрытые решения в виде веб-сервисов:

- polleverywhere.com
- directpoll.com
- sli.do
- ficus.io

На этих сайтах и других подобных можно бесплатно в первый раз провести опрос или даже презентацию, но повторные показы и дополнительные функции ограничены для пользователей, не оплативших услуги сайтов. Более того, даже оплативший пользователь ограничен средствами и функциями сайта и не может модифицировать или изменить инструмент под свои нужды и цели.

Также стоит упомянуть об инструментах опросов, не использующих только Интернет(<http://www.ombea.com/>). Такие решения применяются в университетах США(<http://www.nea.org/home/34690.html>) и отличаются низкой способностью к масштабированию и высокой ценной как системы, так и индивидуальных приборов голосования.

## **1.2. Обзор инструментов разработки**

При создании веб-сервиса самую важную роль занимает разработка серверной части. Так как веб-сайт должен динамически взаимодействовать с сервером, то архаичная связка из веб-сервера и FastCGI/CGI приложения очевидно не подойдет. Для решения данной задачи необходимо выбрать один из множества современных веб-

фреймворков ([https://ru.wikipedia.org/wiki/Сравнение\\_каркасов\\_веб-приложений](https://ru.wikipedia.org/wiki/Сравнение_каркасов_веб-приложений)), как основу для проекта. Отметим основные необходимые для задачи черты фреймворков:

- легковесность
- инкапсуляция веб-сервера
- наличие актуального функционала(JSON,AJAX,websocket)

Рассмотрим несколько популярных фреймворков:

- Django — фреймворк на языке Python. Хотя на нем можно реализовать необходимый нам функционал, но его врядли можно назвать легковесным. Django в первую очередь предназначен для создания больших многостраничных сайтов и сервисов, которые будет длительное время поддерживать команда разработчиков и администраторов. Наличие бесполезного для задачи функционала негативно сказывается на времени освоения и разработки. (<https://www.djangoproject.com/>)
- Ruby on Rails — фреймворк на языке Ruby. Основными минусами Ruby on Rails являются проксирование через отдельный веб-сервер и общая сложность освоения как фреймворка, так и самого языка. Стоит также отметить, что этот фреймворк сильно опирается на архитектуру модель-представление-контроллер, реализация которой усложняет задачу для небольшого приложения. (<https://rubyonrails.org/>)
- Express — фреймворк на языке Javascript, запускаемый на платформе Node.js. Express инкапсулирует веб-сервер, представляя только абстракцию в виде объектов HTTP запроса и ответа, а необходимый для приложения функционал, например WebSocket и шаблонизация, добавляются через совместимы модули Node.js. Так же фреймворк не затрагивает клиентскую часть веб-приложения. (<https://expressjs.com/ru/>) Express

своевременно обновляется, имеет обширную документацию и является популярным выбором среди разработчиков из-за своей простоты и понятности. Основным опасением является производительность однопоточной архитектуры Node.js, однако для небольших и средних приложений Node.js и Express показывают удовлетворительные результаты([https://www.researchgate.net/publication/286594024\\_Performance\\_Compra](https://www.researchgate.net/publication/286594024_Performance_Compra)

Таким образом, для решения рассматриваемой задачи фреймворк Express подходит идеально. Так как он не затрагивает клиентскую часть сервиса, то для нее можно использовать любой легковесный JavaScript фреймворк для создания пользовательского интерфейса.

Также важно выбрать технологию обмена данных между сервером и клиентом. Так как в нашем случае сервер должен отправлять данные, даже когда клиент не запрашивает их явно, то данное веб-приложение соответствует модели COMET ( Krill, Paul (September 24, 2007). "AJAX alliance recognizes mashups". InfoWorld. Retrieved 2010-10-20.). Рассмотрим некоторые технологии реализации COMET в современных веб-приложениях:

**Спрятанный iframe** Iframe HTML-элемент, который подгружает "бесконечную" под-страницу с сервера, состоящую из элементов script с данными. Такой метод, требует особой модификации веб-сервера, но поддерживается во всех браузерах. Достаточно сложен в реализации как на сервере, так и на клиенте.

**подгружаемый XMLHttpRequest** аналогично с предыдущим методом, но вместо страницы загружается AJAX-запрос.

**XMLHttpRequest long polling** в этой технологии браузер отправляет AJAX-запрос, но ответ получает, только когда серверу нужно отправить данные клиенту.

**WebSocket** отдельный протокол двустороннего соединения поверх TCP. Его реализация есть во всех современных браузерах и сер-

верах, в том числе и для Node.js. По сравнению с другими технологиями WebSocket отличается производительностью, скоростью передачи данных и удобством в работе.

Исходя из этого, для данной задачи лучше всего использовать технологию WebSocket.

## **2. Обзор Проекта**

Решение поставленной задачи будет представлено в виде веб-сервиса на фреймворке Express на Node.js, имеющего следующие отличительные функции и особенности:

- Создание и проведение опросов.
- Динамическое отображение результатов опроса на странице.
- Каждый опрос имеет короткие ссылки для голосования и просмотра результатов.
- Параллельное проведение нескольких опросов на одном веб-сервисе.
- Защита от вредоносного искажения результатов.
- Взаимодействие клиента и сервера через технологию WebSocket.
- Открытый исходный код под свободной лицензией.

## **3. Аспекты реализации**

### **3.1. Структура проекта на Node.js**

Для создания основы проекта на с использованием Express я использовал генератор проектов `express-generator` (<https://www.npmjs.com/package/express-generator>) . Эта утилита

позволяет избавиться от необходимости конфигурировать встроенный сервер и параметры фреймворка. После ее выполнения в выбранном каталоге генерируется простое, готовое для запуска веб-приложение вот такой структуры:

```
sample-app
├── app.js
├── bin
│   └── www
├── package.json
├── public
│   ├── images
│   ├── javascripts
│   ├── stylesheets
│   └── style.css
├── routes
│   ├── index.js
│   └── users.js
└── views
    ├── error.pug
    ├── index.pug
    └── layout.pug
```

Разберем назначение некоторых файлов и каталогов:

**package.json** файл с указаниями для пакетного менеджера npm для Node.js. Содержит список всех пакетов, от которых зависит приложение, и точку входа для Node.js.

**bin/www** точка входа исполняемого кода Javascript. В нем создаются и соединяются объекты HTTP-сервера и Express-приложения. Все остальные файлы кода для Node.js являются Javascripts-модулями, которые подключаются в **www**, либо в других модулях, уже подключенных в **www**.

**app.js** файл с настройками, касающихся конкретно работы Express. Также в нем подключаются файлы с обработчиками путей запросов.



**public/** в настройках проекта этот каталог, сконфигурирован как общедоступный для HTTP-запросов вида GET. В нем хранятся статичные файлы для клиентской части веб-сервиса. Во время его работы эти файлы доступны по запросам вида `http://project.com/stylesheets/style.css`.

**routes/** содержит обработчики путей запросов, поступающих в Express.

**views/** содержит файлы шаблоны веб-страниц в формате PUG.

Такой шаблон проекта значительно упростил разработку сервиса, потому что любой написанный поверх него функционал сразу можно запустить и протестировать, а готовое файловое устройство принуждает к структурированному стилю написания кода. В конечном проекте структура каталогов приложения остается такой же, а только изменяются и добавляются в них файлы кода.

## 3.2. Использование фреймворка Express

Разработка веб-сервиса на Express сводится к написанию обработчиков путей HTTP-запросов поступающих на сервер.

---

### Листинг 3.1. Пример функции обработчика GET-запроса

---

```
router.get("/get_polled",function(req, res, next){
  let id = db.create_polling_session({
    title: "poll",
    options: [
      { title: "option1" },
      { title: "option2" },
      { title: "option3" }
    ]
  });
  res.status(200).json({link:db.polling_sessions[id].view_link});
});
```

---

В примере (листинг 3.1) для объекта `router`, который затем можно экспортировать для использования в приложении `Express`, определяется поведение при поступлении GET-запроса по адресу `sample.com/get_polled`. Для этого используется анонимная функция обратного вызова, которая выполняется каждый раз при поступлении запроса. Аргументы `req`, `res`, `next` представляют, соответственно, объекты с данными о запросе (`Request`), с функциями ответа (`Response`) и функцию для вызова следующего подходящего обработчика пути. В примере происходит взаимодействие с моделью данных и отправка клиенту ответа с результатами взаимодействия в формате `JSON`.

Стоит отметить, что возможность использовать регулярные выражения и сопоставление с образцом в для путей запросов, а также выстраивать цепочки из обработчиков позволило выстроить в веб-сервисе относительно сложную логику ответов на запросы. Хотя описание этой логики в исходном коде не занимает много места.

### **3.3. Использование WebSocket совместно с фреймворком Express**

Для того чтобы добавить функциональность `WebSocket` в приложение, я воспользовался пакетом `express-ws` (<https://www.npmjs.com/package/express-ws>). Этот пакет добавляет в `Express` функцию для создания обработчиков путей запроса соединения по протоколу `WebSocket`. Чтобы добавить желаемый функционал код из пакета модифицирует прототипы класса `Router` внутри `Express` и добавляет в указанный веб-сервер обработчик запросов типа:

```
GET /api/websocket HTTP/1.1
Host: server.example.com
Upgrade: websocket
Connection: Upgrade
...
```

После этого в контексте фреймворка можно писать обработчики путей для WebSocket:

---

**Листинг 3.2.** Пример функции обработчика WS-запроса

---

```
app.ws('/echo', function(ws, req) {  
    ws.on('message', function(msg) {  
        ws.send(msg);  
    });  
});
```

---

В примере (листинг 3.2) в отличие от примера в листинге 3.1 нет объекта ответа `res`, но есть объект `ws` — асинхронно открывающийся вебсокет, представляющий соединение между конкретным клиентом и сервером. К этому объекту уже можно привязать функции обработчики для событий изменения состояния вебсокета или получения данных. Когда состояние вебсокета изменится на `OPEN`, для объекта `ws` можно вызвать метод `send` и отправить клиенту любые данные.

Как было сказано в подразделе 3.1 в шаблоне `express-generator` создание объекта HTTP-сервера и связывание его с экземпляром объекта `Express` происходит в файле `bin/www`, который является входной точкой исполнения кода для `Node.js`. Такое устройство приложения по-умолчанию не подходит для `express-ws`, которому нужно вмешаться в устройство сервера и экземпляра `Express`. Чтобы это исправить, необходимо внести определенные изменения в файлы `app.js` и `bin/www`.

Пользуясь тем, что `app.js` импортируется в начале `www/bin`, а значит и интерпретируется раньше чем его основной код, я перенес создание экземпляров HTTP-сервера и `Express` в `app.js`. Там же происходит внедрение `express-ws`.

---

**Листинг 3.3.** Изменения в app.js

---

```
...
var express = require('express');
var http = require('http');
...
var app = express();
app.server = http.createServer(app);
var expressWS = require('express-ws')(app, app.server);
...
module.exports = app;
```

---

Внутри bin/www создание сервера я заменил на обращение к ссылке на веб-сервер из экземпляра Express.

---

**Листинг 3.4.** Изменения в bin/www

---

```
var app = require('../app');
...
var server = app.server;
server.listen(port);
server.on('error', onError);
server.on('listening', onListening);
...
```

---

Таким образом, возможно воспользоваться технологией WebSocket, не нарушая структуру шаблонного приложения на фреймворке Express.

### 3.4. Проектирование и разработка модели данных

Модель данных веб-сервиса представляет информацию о его текущем состоянии и о пользовательских данных. Обычно часть информации хранится в базе данных, отделенной от основного сервера. Такой подход удобен для масштабных проектов, где важна сохранность

данных в случае неполадок или ошибок в сервисе. Однако для данного проекта интегрирование работы с базой данных будет являться только обременением, потому что в нем и нет важной информации, которую нужно хранить между перезапусками.

В этом проекте я использовал JavaScript-объект, который содержит все другие объекты-представления данных и методы взаимодействия с ними. Этот объект и весь сопутствующий код описываются в отдельном модуле `database.js`, который экспортирует экземпляр объекта. Таким образом, код в модуле интерпретируется только один раз, и, в какой бы точке проекта не был бы импортирован объект с моделью данных, это всегда будет один и тот же экземпляр.

Прежде всего нужно было определиться с тем, какие данные необходимо хранить модели и как с ними будет взаимодействовать остальная логика сервиса. Для этого был составлен список требований, которым должна отвечать модель:

- в модели может существовать неограниченное количество параллельных сессий, которые могут перемещаться между своими опросами
- каждая сессия имеет две короткие ссылки для просмотра и участия в опросе.
- имея короткую ссылку, код должен уметь быстро переходить к данным о сессии, которой она принадлежит.
- код должен быстро получать список пользователей, показывающий опрос или в нем участвующих.
- пользователь может голосовать и перезагружать страницу неограниченное число раз, не вызывая подтасовку результатов.
- модель должна быть устойчивой к добавлению новых видов взаимодействия пользователей с сервисом.

На основе этих требований я разработал следующую модель представления данных(см. листинг 3.5). В основе реализации модели лежит использование некоторых JavaScript-объектов как словарей, где ключи это свойства объекта, например словарь сессий опроса `polling_sessions` или словарь всех пользователей подключенных к сессии для просмотра опроса `views`. Ключи генерируются, как уникальные случайные строки. Стоит отметить что, для таких объектов нельзя определять методы, потому что в JavaScript метод также является свойством, и тогда возникнут трудности, если понадобится перебрать все элементы словаря.

Каждый пользователей в сессии представлен лишь уникальным идентификатором, по которому доступен экземпляр `WebSocket`. Существует два вида пользователей: просматривающие результаты опросов и в нем участвующие. Для краткости такие пользователи будут называться `view` и `slave` соответственно. Если пользователь перезагрузит страницу, то его экземпляр `WebSocket` изменится, но по идентификатору модель его распознает и обновит экземпляр. Также по идентификаторам модель отслеживает, кто и за что проголосовал в опросе. Отдать два голоса невозможно в принципе.

Для объектов, которые не являются словарями, например сессии опросов `"aebd99ccd3` можно определять любые методы, инкапсулирующие взаимодействие данных и пользователей. Так, например, В файле `database.js` функция `locas_db.patch_polling_session` добавляет к передаваемому ей экземпляру новой сессии все методы, которые меняют ее состояние.

### **3.5. Взаимодействие клиента и сервера через протокол WebSocket**

В клиентской части веб-приложения за работу с `WebSocket` отвечает статичный JavaScript-файл `ws.js`, единый как для `slave`, так и

---

**Листинг 3.5.** Пример объекта модели во время работы приложения

---

```
{
  polling_sessions: {
    aebd99ccd3: {
      views: { "6feb3f116c": {WebSocket Object} },
      slaves: { "641b151c81": {WebSocket Object} },
      password: "admin",
      view_link: "ecdd",
      slave_link: "79dd4b",
      state: {
        current_poll: 0,
        title: "poll1",
        options: [
          { title: "option1", count: 1 },
          { title: "option2", count: 0 },
          { title: "option3", count: 0 }
        ],
        voters: { "641b151c81": 0 }
      },
      polls: [
        {title: "poll1",
          options: [
            { title: "option1" },
            { title: "option2" },
            { title: "option3" }
          ]
        },
        {title: "poll2",
          options: [
            { title: "option3" },
            { title: "option4" },
            { title: "option5" }
          ]
        }
      ]
    }
  },
  short_links: {
    "79dd4b": { type: "slave", session: {Session Object}},
    "ecdd": { type: "view", session: {Session Object}}
  }
};
```

---

для view пользователей. Этот скрипт извлекает идентификатор пользователя из страницы или cookie, если он там есть, а затем открывает WebSocket-соединение по адресу:

```
ws:[URL веб-сервиса]/ws/[короткая ссылка]
```

Короткая ссылка в адресе соединения позволяет серверу понять, к какой сессии принадлежит пользователь. Сразу после открытия подключения(событие open у объекта WebSocket), клиент отправляет свой идентификатор серверу и переходит в режим ожидания ответных сообщений, содержащих, например, состояние страницы.

---

**Листинг 3.6.** Обработчик нового WebSocket соединения, поступившего на сервер

---

```
var db = require('../database.js');
...
router.ws('/:shortlink',function(ws,req){
  let link = db.short_links[req.params.shortlink];
  if(!link)
    next();
  let id_type = link.type;
  let poll_session = link.session;
  let got_id = false;
  ws.on('message', function(data){
    got_id = true;
    data = JSON.parse(data);
    if(!poll_session.verify_update(data.session_id,id_type,ws))
      ws.close();
  });
  setTimeout(function(){
    if(!got_id)
      ws.close();
  },4000);
});
```

---



На стороне сервера новое WebSocket соединение не сразу передается под управление модели. Как видно в листинге 3.6, новое соединение должно пройти ряд проверок перед отправкой в модель:

- Короткая ссылка из пути запроса должна существовать в модели.
- В течение четырех секунд клиент должен прислать приемлемый JSON со своим идентификатором, иначе соединение будет закрыто.

и в самой модели внутри функции `verify_update`:

- идентификатор пользователя должен существовать в сессии
- заявленный через короткую ссылку тип пользователя должен совпадать с типом полученного идентификатора.

Провал хотя бы одной проверки приводит к закрытию соединения и освобождению идентификатора. Если же проверки успешны, то объект сохраняется в сессию, и функция `polling_session_object.patch_websocket` расширяет обработчик события сообщения, обработчиками `polling_session_object.message_from_slave` или `polling_session_object.message_from_view`, которые получают через аргументы не только новые данные, но идентификатор и ссылку на объект `WebSocket`.

Как показало тестирование и отладка приложения, оказалось очень важно удалять ненужные обработчики событий, так, например, неубранный обработчик на событие `message`, приводил к множественным вызовам `polling_session_object.patch_websocket`, которые добавляли еще больше обработчиков на один `WebSocket`.

На основе этой архитектуры я выстроил простой протокол сообщений в формате JSON, через которые клиенты могут получать новые состояния страниц, голосовать на опросах, позысится до владельца опроса, листать опросы.

---

**Листинг 3.7.** Обработчик нового WebSocket соединения, поступившего на сервер

---

```
{
  "session_id": "4e643652f903975fbdd304e0115bfc6f2a53f35",
  "type": "new_state",
  "state": {
    "title": "poll",
    "options": [
      { "title": "option1", "count": 3 },
      { "title": "option2", "count": 0 },
      { "title": "option3", "count": 10 },
    ]
  }
}
```

---

## 4. Несколько примеров в $\text{\LaTeX}$

Некоторые часто используемые команды приведены в качестве примера ниже (и варианты — в комментариях). Мы рекомендуем внимательно прочесть данный текст и изучить его исходный код прежде, чем начинать писать свой собственный. Кроме того, можно дать и такой совет: идущий ниже текст не убирать до самого конца, а просто оставлять его позади своего собственного текста, чтобы в любой момент можно было проконсультироваться с данными примерами.

### 4.1. Как вставлять листинги и рисунки

Для крупных листингов есть два способа. Первый красивый, но в нём не допускается кириллица (у вас может встречаться в комментариях и печатаемых сообщениях), он представлен на листинге 4.1.

---

#### Листинг 4.1. Программа “Hello, world” на C++

---

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
    cout << "Hello, world" << endl;
    system("pause");
    return 0;
}
```

---

Второй не такой красивый, но без ограничений (см. листинг 4.2).

---

#### Листинг 4.2. Программа “Hello, world” без подсветки

---

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
    cout << "Привет, мир" << endl;
}
```

---

Можно использовать первый для вставки небольших фрагментов внутри текста, а второй для вставки полного кода в приложении, если таковое имеется.

Если нужно вставить совсем короткий пример кода (одна или две строки), то выделение линейками и нумерация может смотреться чересчур громоздко. В таких случаях можно использовать окружения `lstlisting` или `Verb` без `ListingEnv`. Приведём такой пример с указанием языка программирования, отличного от заданного по умолчанию:

```
fibs = 0 : 1 : zipWith (+) fibs (tail fibs)
```

Таблица 1 — Подпись к таблице — сверху

Item		
Животное	Описание	Цена (\$)
Gnat	per gram	13.65
	each	0.01
Gnu	stuffed	92.50
Emu	stuffed	33.33
Armadillo	frozen	8.99

Такое решение — со вставкой нумерованных листингов покрупнее и вставок без выделения для маленьких фрагментов — выбрано, например, в книге Эндрю Таненбаума и Тодда Остина по архитектуре компьютера [1] (см. рис. 1).

Наконец, для оформления идентификаторов внутри строк (функция `main` и тому подобное) используется `\lstinline` или, самое простое, моноширинный текст (`\texttt`).

Использовать внешние файлы (например, рисунки) можно и на [overleaf.com](https://overleaf.com): ищите кнопку `upload`.

## 4.2. Как оформить таблицу

Для таблиц обычно используются окружения `table` и `tabular` — см. таблицу 1. Внутри окружения `tabular` используются специальные команды пакета `booktabs` — они очень красивые; самое главное: использование вертикальных линеек считается моветоном.

## 4.3. Как набирать формулы

$\text{\LaTeX}$  is great at typesetting mathematics. Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be a sequence of independent and identically distributed random variables

После вызова этой процедуры решение должно выводиться на экран. Сначала процедура проверяет, равно ли единице значение  $n$ . Если да, то решение тривиально: нужно просто переместить один диск с  $i$  на  $j$ . Если  $n$  не равно 1, решение состоит из трех частей и каждая из этих частей представляет собой рекурсивную процедуру.

Все решение представлено в листинге 5.6. Рассмотрим такой вызов процедуры:

```
towers (3, 1, 3)
```

Этот вызов порождает еще три вызова:

```
towers (2, 1, 2)
```

```
towers (1, 1, 3)
```

```
towers (2, 2, 3)
```

Первый и третий вызов производят по три вызова каждый, и всего получится семь.

**Листинг 5.6.** Процедура для решения задачи «Ханойская башня»

```
public void towers (int n, int i, int j) {  
    int k;  
    if (n == 1)  
        System.out.println("Переместить диск с " + i + " на " + j);  
    else {  
        k=6-i-j;  
        towers(n-1, i, k);  
        towers (1, i, j);  
        towers (n-1, k, j);  
    }  
}
```

Для рекурсивных процедур нам нужен стек, чтобы, как и в JVM, хранить параметры и локальные переменные каждого вызова. Каждый раз при вызове процедуры на вершине стека располагается новый стековый кадр для процедуры. Текущий кадр — это кадр, созданный последним. В наших примерах стек растёт

Рисунок 1 — Пример оформления листингов в [1]

with  $E[X_i] = \mu$  and  $\text{Var}[X_i] = \sigma^2 < \infty$ , and let

$$S_n = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

denote their mean. Then as  $n$  approaches infinity, the random variables  $\sqrt{n}(S_n - \mu)$  converge in distribution to a normal  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ .

## 4.4. Как оформлять списки

Нумерованные списки (окружение `enumerate`, команды `item`)...

1. Like this,
2. and like this.

...маркированные списки ...

- Like this,
- and like this.

...списки-описания ...

**Word** Definition

**Concept** Explanation

**Idea** Text

## Заключение

Помните, что на все пункты списка литературы должны быть ссылки.  $\text{\LaTeX}$  просто не добавит информацию об издании из `bib`-файла, если на это издание нет ссылки в тексте. Часто студенты используют в работе электронные ресурсы: в этом нет ничего зазорного при одном условии: при каждом заимствовании следует ставить соответ-

ствующую ссылку. В качестве примера приведём ссылку на сайт нашего института [2].

Для дальнейшего изучения  $\text{\LaTeX}$  рекомендуем книгу Львовского [3]: она хорошо написана, хотя и несколько устарела. Обычно стоит искать подсказки на [tex.stackexchange.com](http://tex.stackexchange.com), а также читать документацию по установленным пакетам с помощью команды

```
texdoc имя_пакета
```

или на [ctan.org](http://ctan.org).

## Список литературы

1. Таненбаум Э., Остин Т. Архитектура компьютера. — 6-е изд. — СПб. : Питер, 2013.
2. Сайт Мехмата ЮФУ. — URL: <http://mmcs.sfedu.ru> (дата обр. 01.01.2015).
3. Львовский С. М. Набор и вёрстка в системе  $\text{\LaTeX}$ . — М. : МЦНМО, 2006. — URL: <http://www.mccme.ru/free-books/llang/newllang.pdf>.

## Приложение А. Пример работы программы

Здесь длинный листинг с примером работы.