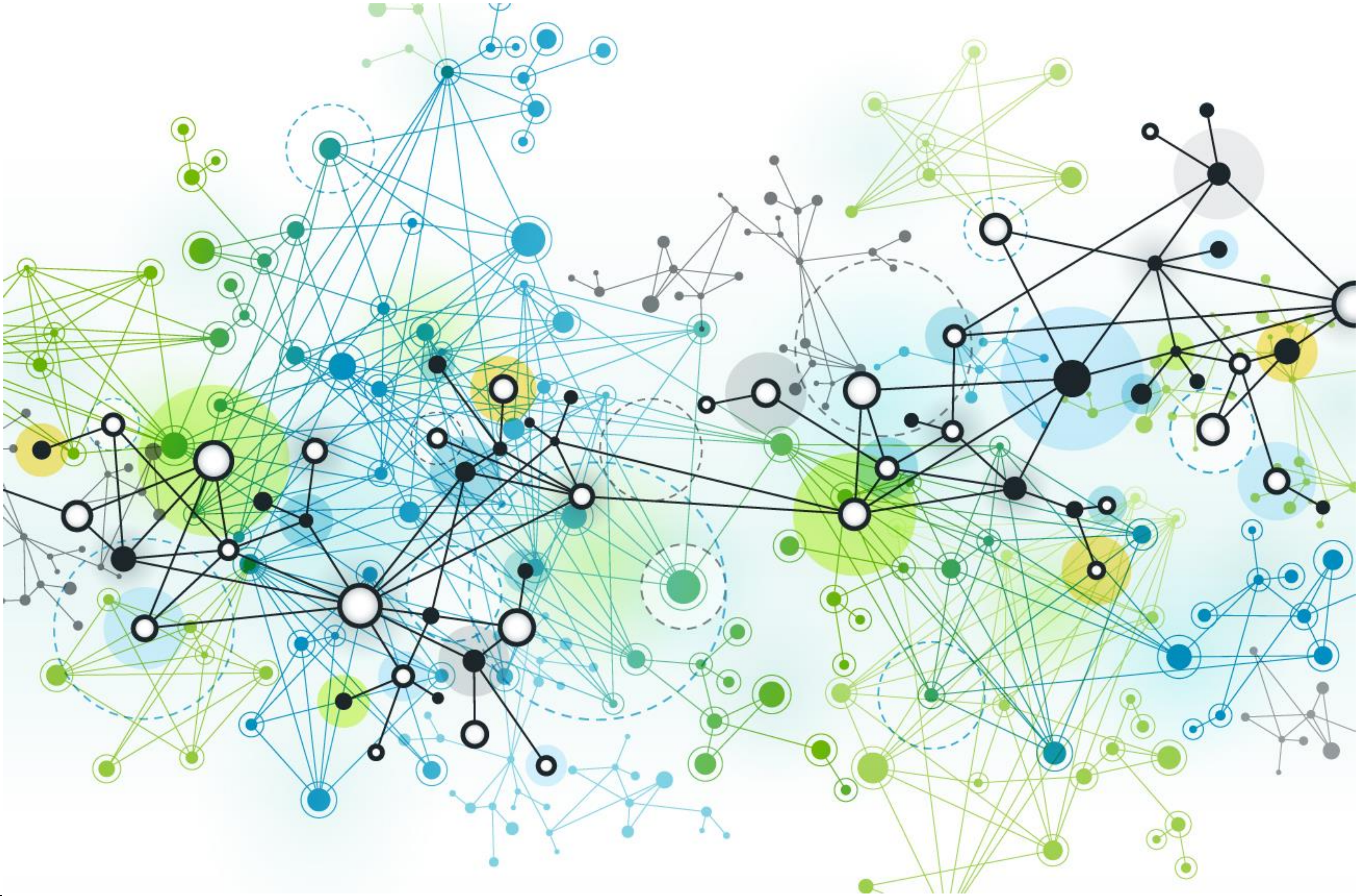
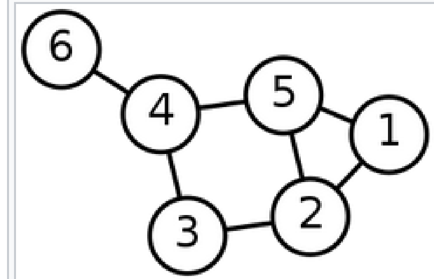
Théorie des Graphes



INFO 601

https://fr.wikipedia.org/wiki/Théorie_des_graphes



Un tracé de graphe.

La **théorie des graphes** est la discipline mathématique et informatique qui étudie les *graphes*, lesquels sont des modèles abstraits de dessins de réseaux reliant des objets[1]. Ces modèles sont constitués par la donnée de « points », appelés des *sommets* (en référence aux polyèdres), et de « liens » entre ces points ; ces liens sont souvent symétriques (les graphes sont alors dits *non orientés*) et sont appelés des *arêtes*.

Les algorithmes élaborés pour résoudre des problèmes concernant les objets de cette théorie ont de nombreuses applications dans tous les domaines liés à la notion de réseau (réseau social, réseau informatique, télécommunications, etc.) et dans bien d'autres domaines (par exemple génétique) tant le concept de graphe, à peu près équivalent à celui de relation binaire (à ne pas confondre donc avec *graphe d'une fonction*), est général. De grands théorèmes difficiles, comme le théorème des quatre couleurs, le théorème des graphes parfaits, ou encore le théorème de Robertson-Seymour, ont contribué à asseoir cette matière auprès des mathématiciens, et les questions qu'elle laisse ouvertes, comme la conjecture de Hadwiger, en font une branche vivace des mathématiques discrètes.

Les **mathématiques discrètes**, parfois appelées **mathématiques finies**, sont l'étude des structures mathématiques fondamentalement discrètes, par opposition aux structures continues. Contrairement aux nombres réels, qui ont la propriété de varier "en douceur", les objets étudiés en mathématiques discrètes (tels que les entiers relatifs, les graphes simples et les énoncés en logique[1]) ne varient pas de cette façon, mais ont des valeurs distinctes séparées. Les mathématiques discrètes excluent donc les matières dans les «mathématiques continues» telles que le calcul infinitésimal et l'analyse. Les objets discrets peuvent souvent être énumérés par des entiers. Plus formellement, les mathématiques discrètes ont été caractérisées comme la branche des mathématiques traitant des ensembles dénombrables (ensembles qui ont la même cardinalité que les sous-ensembles des nombres naturels, y compris les nombres rationnels mais pas les nombres réels). Cependant, il n'y a pas de définition exacte du terme «mathématiques discrètes». En effet, les mathématiques discrètes sont moins décrites par ce qui est inclus que par ce qui est exclu : des quantités variant continuellement et des notions connexes.

Wikipédia
L'encyclopédie libre

Les **mathématiques discrètes**, parfois appelées **mathématiques finies**, sont l'étude des structures mathématiques fondamentalement discrètes, par opposition aux structures continues. Contrairement aux nombres réels, qui ont la propriété de varier "en douceur", les objets étudiés en mathématiques discrètes (tels que les entiers relatifs, les graphes simples et les énoncés en logique[1]) ne varient pas de cette façon, mais ont des valeurs distinctes séparées. Les mathématiques discrètes excluent donc les matières dans les «mathématiques continues» telles que le calcul infinitésimal et l'analyse. Les objets discrets peuvent souvent être énumérés par des entiers. Plus formellement, les mathématiques discrètes ont été caractérisées comme la branche des mathématiques traitant des ensembles dénombrables (ensembles qui ont la même cardinalité que les sous-ensembles des nombres naturels, y compris les nombres rationnels mais pas les nombres réels). Cependant, il n'y a pas de définition exacte du terme «mathématiques discrètes». En effet, les mathématiques discrètes sont moins décrites par ce qui est inclus que par ce qui est exclu : des quantités variant continuellement et des notions connexes.

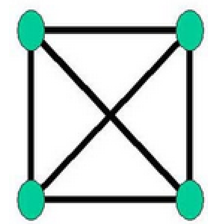
Les recherches en mathématiques discrètes ont augmenté dans la seconde moitié du XXe siècle, en partie grâce au développement d'ordinateurs numériques http://graphes.fr

GRAPHES.FR

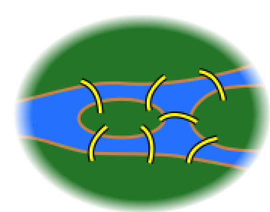
La théorie des Graphes pour tous

Accueil | Généralités | Planaires | Distances | Connexité | Arbres | Stabilité | Coloration | Cycles

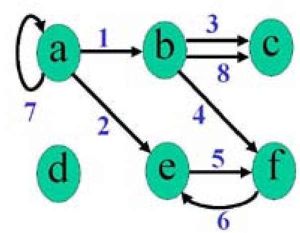
Ce site est dédié à la Théorie des Graphes qui est une branche de la Mathématique discrète des plus fécondes et, en particulier, en France, avec Claude BERGE
Les Graphes ont commencé dans le Magasin des "curiosités" Mathématiques mais sont largement utilisés dans la pratique, par exemple, des Sciences Humaines.



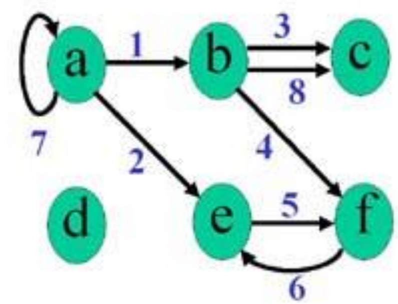
On fait généralement remonter la naissance de la Théorie des Graphes au célèbre problème des ponts de Königsberg (aujourd'hui Kaliningrad) qui passionnait la bourgeoisie prussienne du XVIIIème siècle : La Ville de Königsberg, sur la Pregel, était pourvue de 7 ponts et la question était de savoir si l'on pouvait imaginer une promenade dans la ville qui emprunterait chacun des 7 ponts une fois et une seule pour revenir à son point de départ.



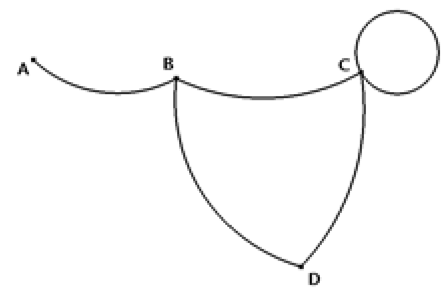
Un Graphe, au départ, c'est simple : des sommets et des arcs, des points et des flèches ou des traits qui les relient. Quand ce sont des flèches, on a affaire à des graphes orientés; si ce sont des traits, le graphe n'est pas orienté. Certains problèmes font intervenir l'orientation, d'autres non.



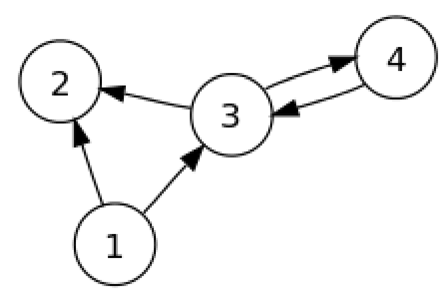
Un Graphe, au départ, c'est simple : des sommets et des arcs, des points et des flèches ou des traits qui les relient. Quand ce sont des flèches, on a affaire à des graphes orientés ; si ce sont des traits, le graphe n'est pas orienté. Certains problèmes font intervenir l'orientation, d'autres non.



Un **graphe** est composé de **sommets** et d'**arêtes** (ou **arcs**) reliant certains de ces sommets.



Un graphe est un ensemble de points nommés *nœuds* (parfois *sommets* ou *cellules*) reliés par des traits (segments) ou flèches nommées *arêtes* (ou *liens* ou *arcs*).



Intérêt

Graphes

- réseaux de communications (routes, chemins de fer, téléphone, électriques…
- planification de tâches (PERT)
- sociologie, économie, chimie…
- réseaux sociaux…

Applications

Recherche Opérationnelle

- Réseaux de communications (routes, chemins de fer, réseaux téléphoniques, électriques…
- Planification de tâches (PERT)
- Sociologie, économie, chimie…

Société de la Connaissance

- Sciences des Données
- Ingénierie des Connaissances

- Types de connaissances
- Représentations
- Terminologie

La Science des Données

Data Mining

Big Data

Science des données

Science qui s'intéresse à l'**extraction de connaissances** à partir de **données**.

Elle mobilise des théories, méthodes et techniques issues de différentes disciplines, des mathématiques à la visualisation des données en passant par les statistiques, l'apprentissage, la classification, l'intelligence artificielle, etc.

Wikipédia
L'encyclopédie libre

La science des données (en anglais data science) est une nouvelle discipline qui s'appuie sur des outils mathématiques, de statistiques, d'informatique (cette science est principalement une « science des données numériques » et de visualisation des données. Elle est en plein développement, dans le monde universitaire ainsi que dans le secteur privé et le secteur public.

Data science is an interdisciplinary field about processes and systems to extract knowledge or insights from data in various forms, either structured or unstructured, which is a continuation of some of the data analysis fields such as statistics, machine learning, data mining, and predictive analytics, similar to Knowledge Discovery in Databases (KDD).

LES ENJEUX

L'accroissement des données produites par les entreprises, les particuliers, les scientifiques et les acteurs publics, couplé au développement d'outils informatiques, offre de nouvelles perspectives d'analyses. Ces dernières ont des répercussions importantes en termes de création d'emploi, de recherche et développement ou d'amélioration des services et de leur gestion[1].

Commissariat général
à la stratégie
et à la prospective

LA NOTE D'ANALYSE 11/2013 N°08

Marie-Pierre Hamel et David Marguerit,
département Questions sociales

CONCLUSION

Le nombre de données continue à croître et les outils d'analyse vont se perfectionner. Sans présager des futurs usages, l'analyse des *big data* est sans aucun doute vouée à gagner en importance, certains parlant même de révolution[72].

Data Scientist
Data Manager

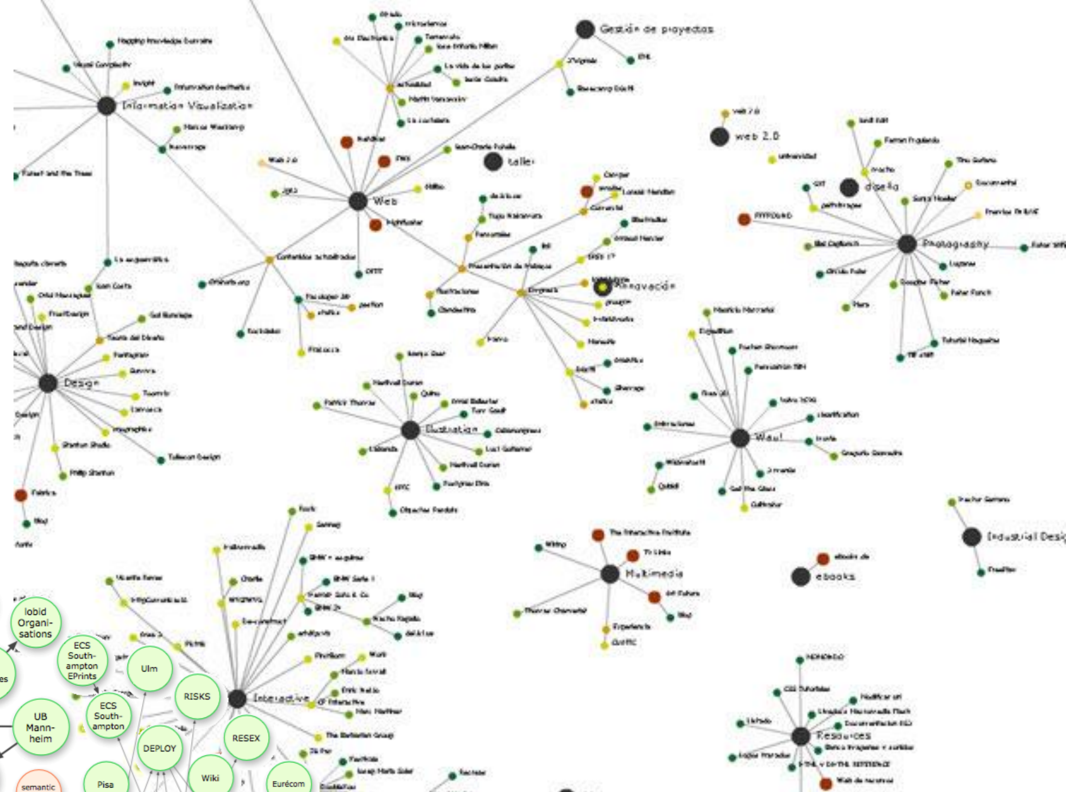
L'Ingénierie des Connaissances

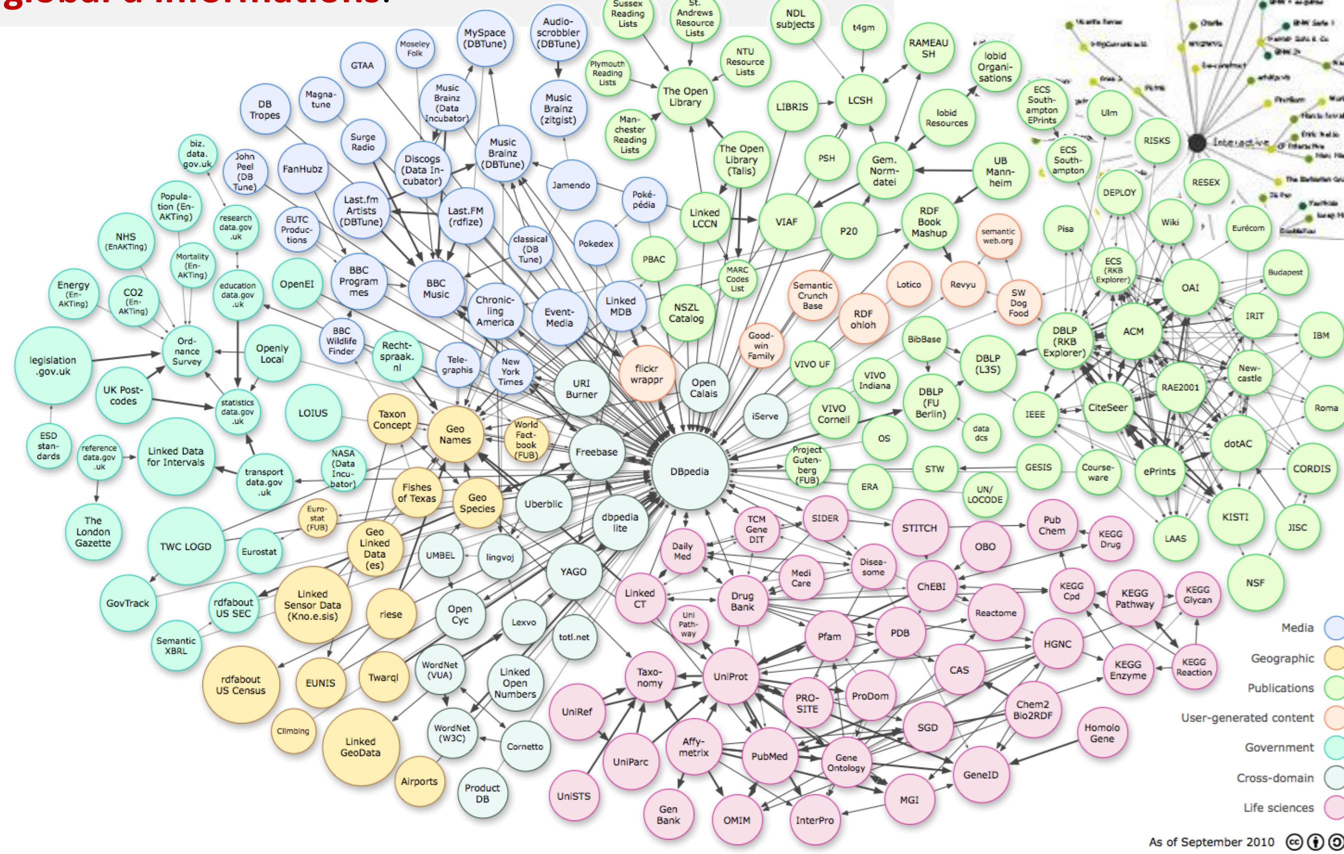
Web Sémantique

Objets ouverts et liés

Web des Données

Le **Web des données** (*linked data*, en anglais) est une initiative du W3C (Consortium World Wide Web) visant à favoriser la publication de données structurées sur le Web, non pas sous la forme de silos de données isolés les uns des autres, **mais en les reliant entre elles pour constituer un réseau global d'informations**.





Graphes de Connaissances

Ensemble de triplets :

(objet prédicat valeur)

Web sémantique

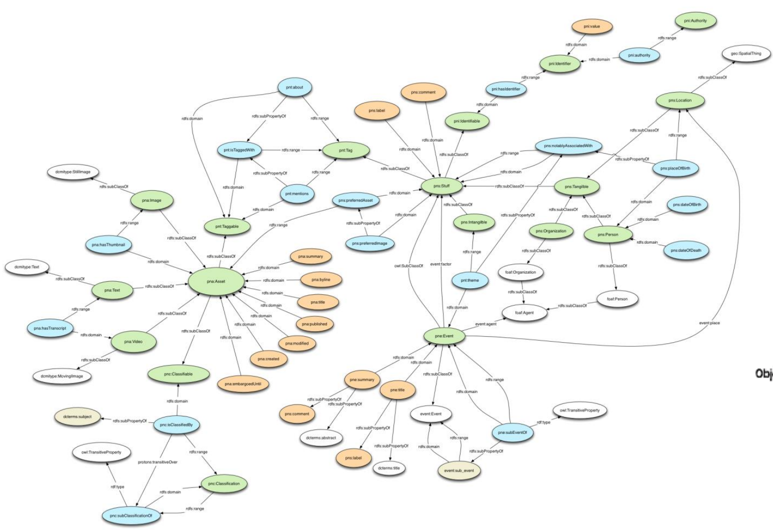
« *le Web sémantique fournit un modèle qui permet aux données d'être partagées et réutilisées entre plusieurs applications, entreprises et groupes d'utilisateurs* »

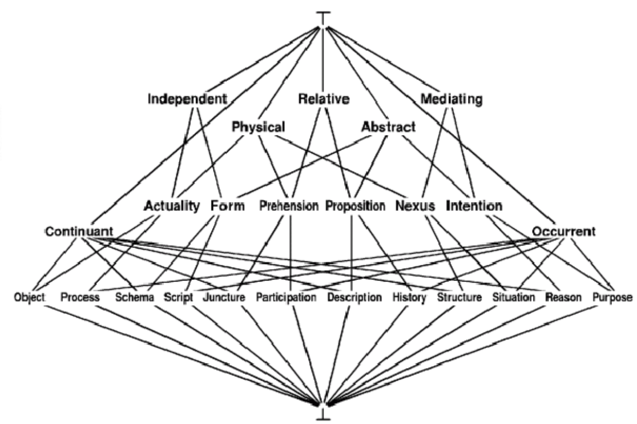
On désigne généralement par le terme de web sémantique un ensemble de standards et de technologies développé par le W3C (l'un des principaux organismes de normalisation du web) visant à faciliter l'exploitation des données structurées, notamment en permettant leur interprétation par des machines. Le web de données (Linked Data en anglais) consiste à exposer ces données structurées sur le web et les relier entre elles, ce qui permet d'accroître leur visibilité et leur réutilisation.

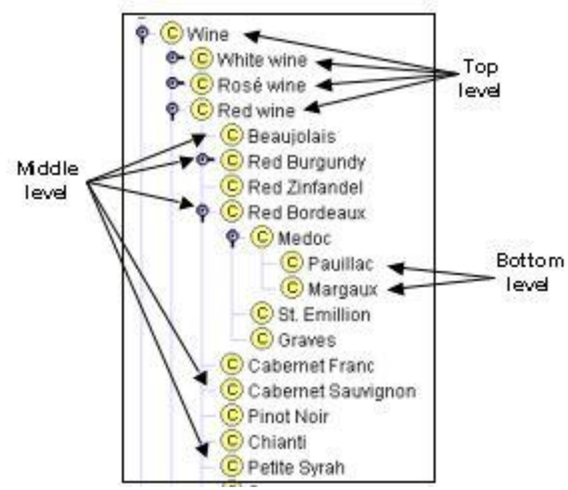
Ontologies

Une ontologie est une conceptualisation d'un domaine ou les concepts et les relations les liant sont définis dans un langage formel compréhensible par un ordinateur

Les ontologies sont employées dans l'intelligence artificielle, le Web sémantique, le génie logiciel, l'informatique biomédicale ou encore l'architecture de l'information comme une forme de représentation de la connaissance au sujet d'un monde ou d'une certaine partie de ce monde.



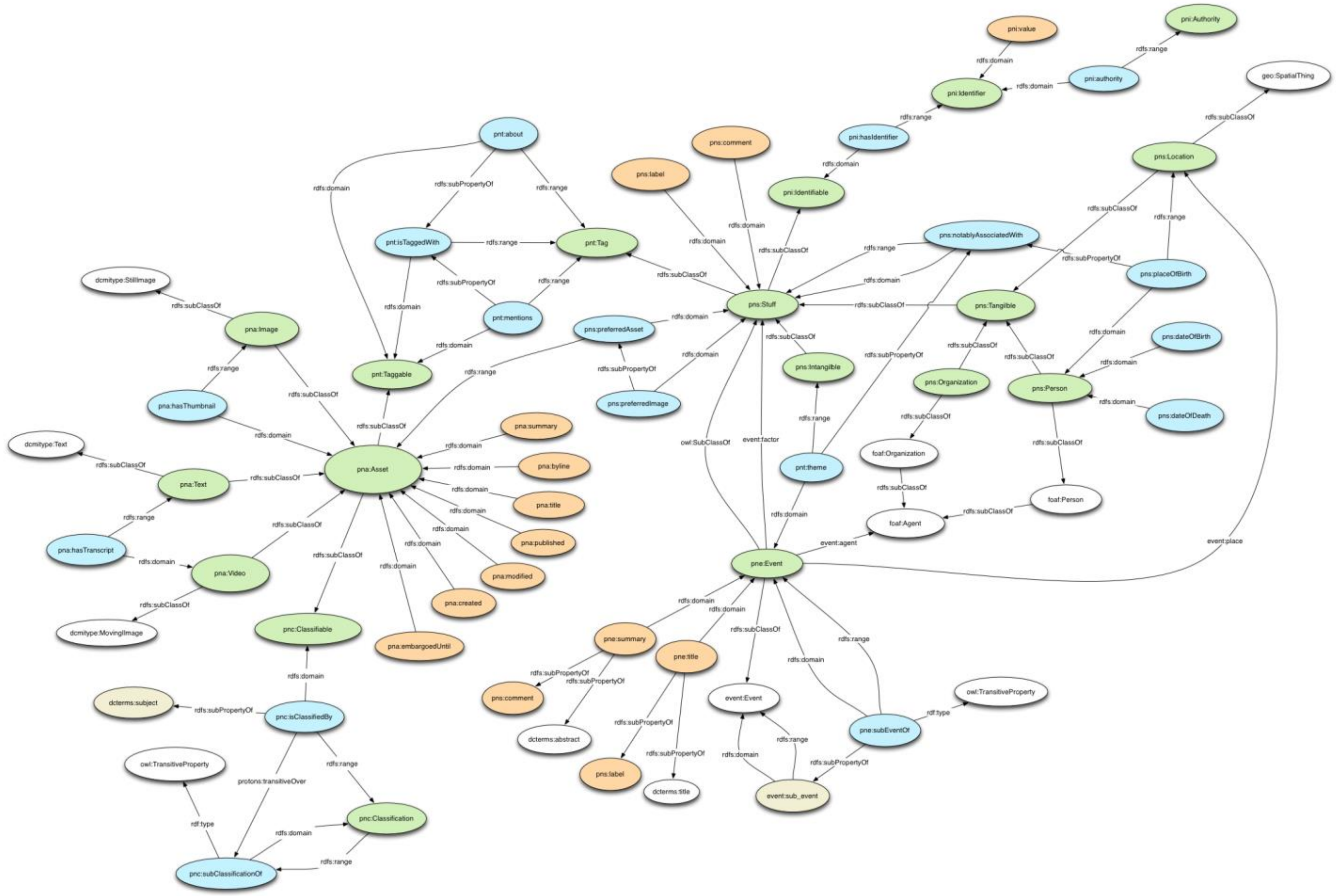




Graphes de Connaissances

Nœuds : **Concepts**

Arcs : **Relations**



- Accès,
- Propagation,
- Héritage d’informations

2nd Call for Research & Innovation Papers
SEMANTiCS 2017 - The Linked Data Conference
13th International Conference on Semantic Systems

Amsterdam, Netherlands
September 11 -14, 2017
http://2017.semantics.cc

The Research & Innovation track at SEMANTiCS welcomes the submission of papers on novel scientific research and/or innovations relevant to the topics of the conference. Submissions must be original and must not have been submitted for publication elsewhere. Papers should follow the ACM ICPS guidelines for formatting (http://www.acm.org/sigs/publications/proceedings-templates) and must not exceed 8 pages in lenght for full papers and 4 pages for short papers, including references and optional appendices. Research & Innovation Papers are published within ACM ICP Series.

…

SEMANTiCS 2017 will especially welcome submissions for the following hot topics:
***Data Science (special track, see below)**
***Web Semantics, Linked (Open) Data & schema.org**
***Corporate Knowledge Graphs**
***Knowledge Integration and Language Technologies**
***Data Quality Management**
***Economics of Data, Data Services and Data Ecosystems**

Auckland 2019 ISWC

Joint Call for Papers

18th International Semantic Web Conference (ISWC 2019)

"knowledge graphs, linked data, linked schemas and AI on the Web"

Auckland, New Zealand, 26-30 October, 2019

The International Semantic Web Conference (ISWC) is the premier venue for presenting fundamental research, innovative technology, and applications concerning semantics, data, and the Web. It is the most important international venue to discuss and present latest advances and applications of the semantic Web, knowledge graphs, linked data, ontologies and artificial intelligence (AI) on the Web.

CFP: THE SIXTH INTERNATIONAL WORKSHOP ON GRAPH STRUCTURES FOR KNOWLEDGE REPRESENTATION AND REASONING (GKR'20)

June 10-12, 2020, Santiago, Spain. https://graphkr.github.io/

New challenges, problems, and issues have emerged in the context of knowledge representation in Artificial Intelligence (AI), involving the logical manipulation of increasingly large information sets (see for example Semantic Web, BioInformatics and so on). Improvements in storage capacity and performance of computing infrastructure have also affected the nature of KRR systems, shifting their focus towards representational power and execution performance. Therefore, KRR research is faced with a challenge of developing knowledge representation structures optimized for large scale reasoning. The workshop series welcomes contributions that address graph-based representation and reasoning paradigms from a theoretical, algorithmic or application viewpoint. Such formalisms include but are not limited to:

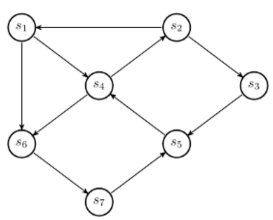
- Graph structures for machine learning
- Graph structures for preference modelling (CP-Nets, GAI-Nets)
- Graphs structures in argumentation
- Graphs for the Semantic Web (Property Graphs, Knowledge Graphs, etc.)
- Formal Concept Analysis
- Existential Graphs and Conceptual Graphs
- Euler Diagrams

2 Approches

Recherche Opérationnelle

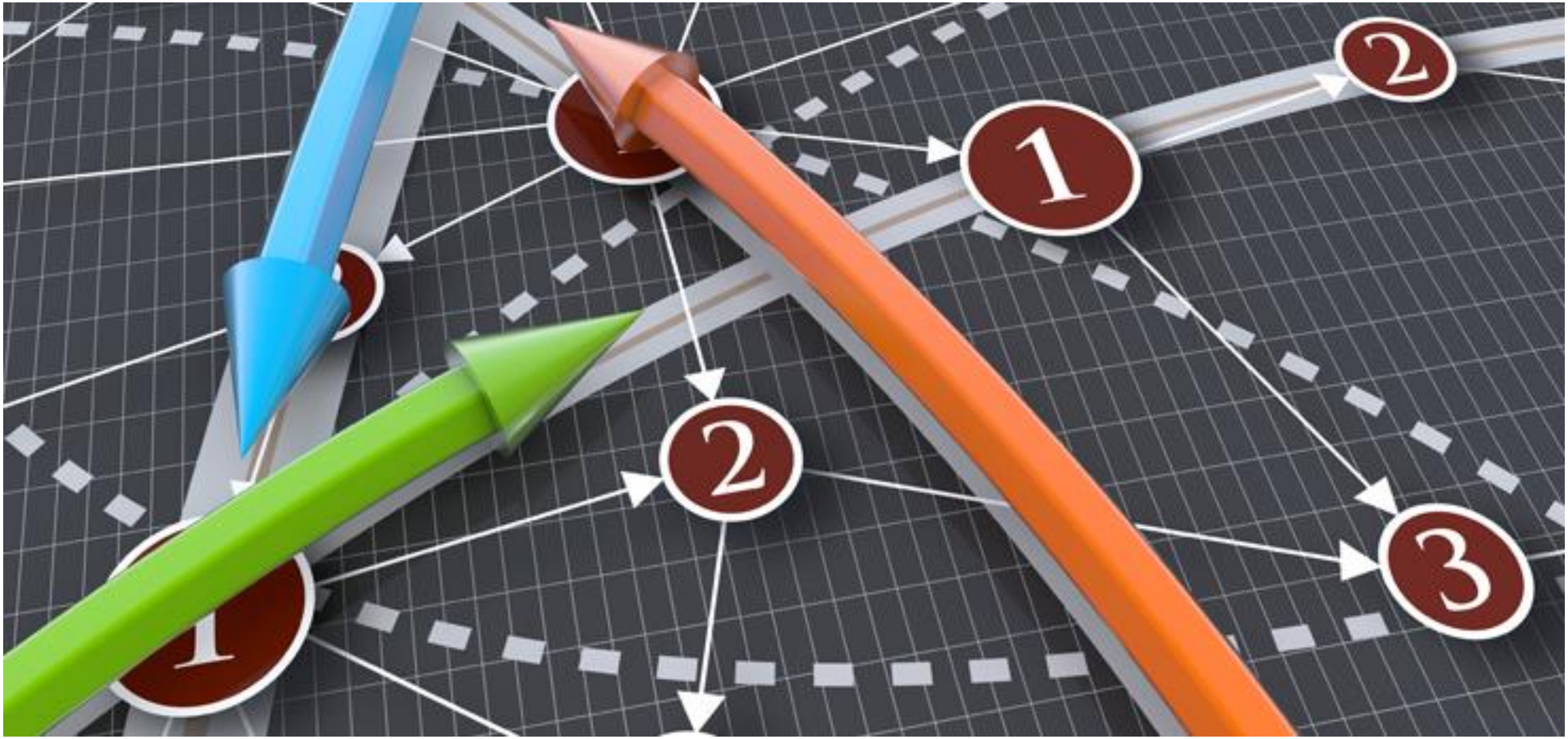
Société de la Connaissance

(Data) Graph

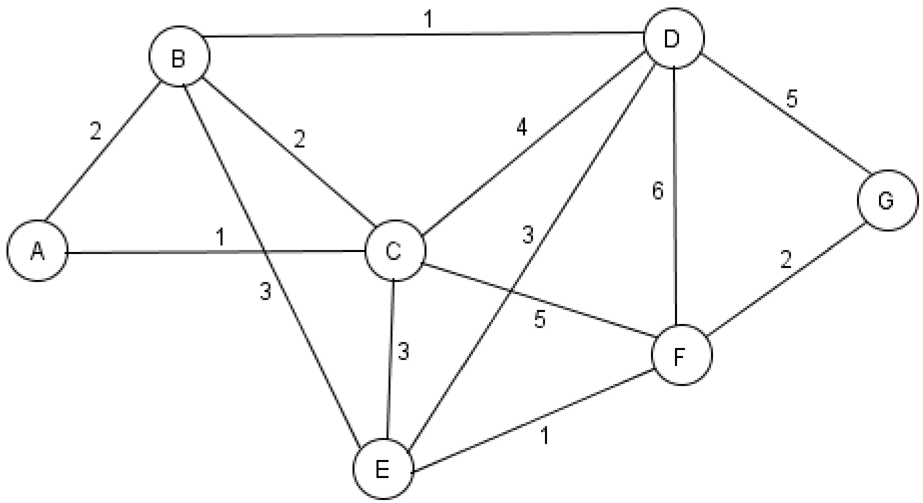


Knowledge Graph

Recherche Opérationnelle



La Théorie des Graphes



Vocabulaire ?

« *Tous les ouvrages concernant la théorie des graphes se heurtent à un problème de vocabulaire...* »

Approche ? - Approche mathématique
- Approche figurative

Histoire

L'article considéré comme fondateur de la théorie des graphes a été présenté par le mathématicien Leonhard Euler à l'Académie de Saint Pétersbourg en 1735 et publié en 1741, traitait du problème des sept ponts de Königsberg.

Euler fit d'importantes découvertes dans des domaines aussi variés que le calcul infinitésimal et la théorie des graphes.

Leonhard Euler

Portrait par Johann Georg Brucker (1756)

Naissance	15 avril 1707 Bâle (Suisse)
Décès	18 septembre 1783 (à 76 ans) Saint-Pétersbourg (Empire russe)
Nationalité	Suisse
Domaines	Mathématiques et physique
Institutions	Académie des sciences de Russie Académie de Berlin

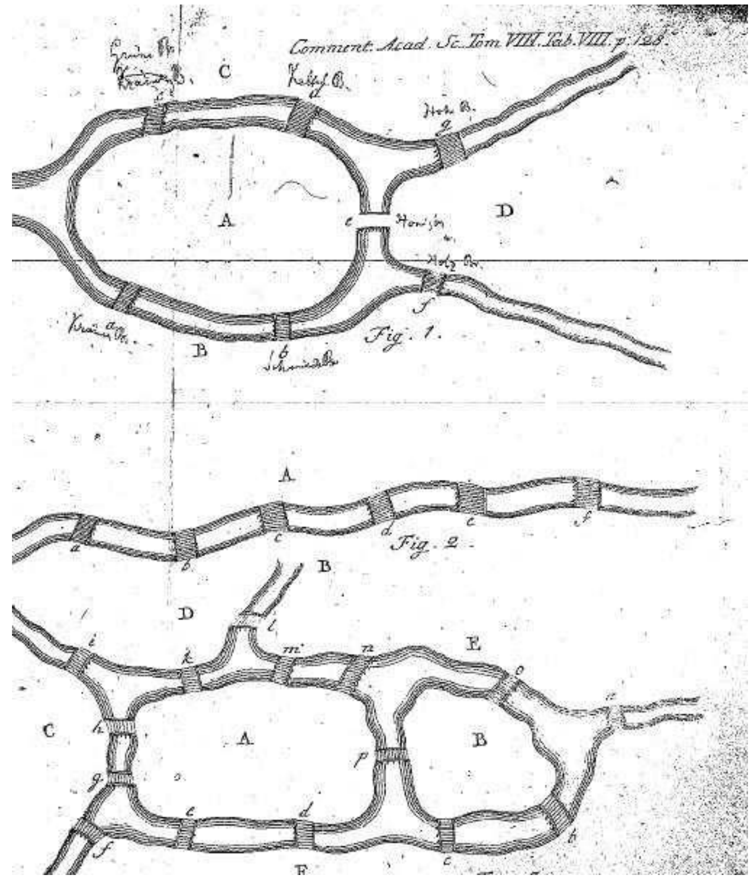
Histoire

Problème des sept ponts de Königsberg

https://fr.wikipedia.org/wiki/Probl%C3%A8me_des_sept_ponts_de_K%C3%B6nigsberg

L’article considéré comme fondateur de la théorie des graphes a été présenté par le mathématicien Leonhard Euler à l’Académie de Saint Pétersbourg en 1735 et publié en 1741, traitait du problème des sept ponts de Königsberg.

« Le problème consiste à déterminer s'il existe ou non une promenade dans les rues de Königsberg permettant, à partir d'un point de départ au choix, de passer une et une seule fois par chaque pont, et de revenir à son point de départ. »



Histoire

Le théorème des « quatre couleurs » (1852)

« Ce théorème affirme qu’on a besoin de quatre couleurs différentes pour colorier n’importe quelle carte géographique de telle sorte que deux régions frontalières aient deux couleurs différentes. »

http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Geometri/TopoQHis.htm

Prérequis : La Théorie des Relations

Relations binaires

<u>Définition</u> :

- 2 ensembles : E et F

- Une relation binaire R est un sous ensemble du produit cartésien E x F

$$R \subseteq E \times F$$

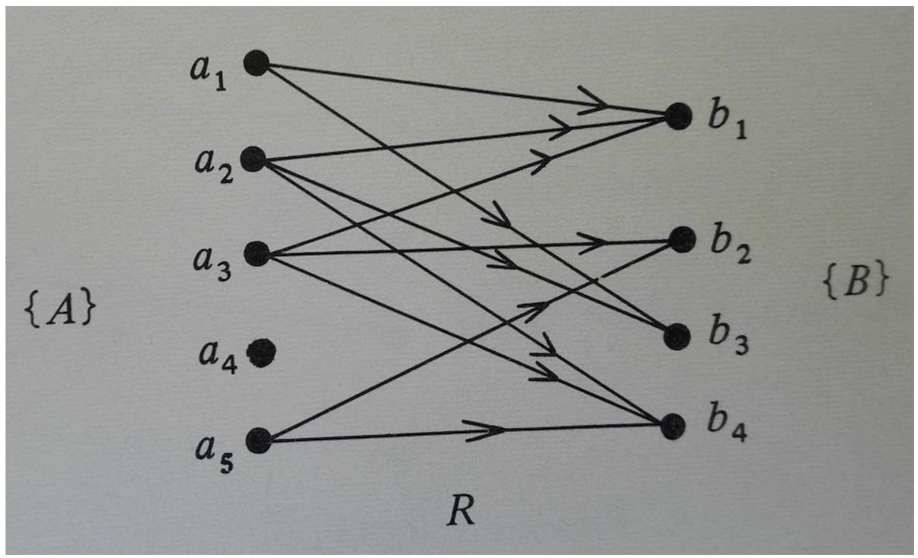
$$R \subseteq \{ (x,y) \;/\; x \in E \text{ et } y \in F \}$$

x est en relation avec y, noté xRy, si et seulement si $(x,y) \in R$

Prérequis : Relations binaires

Représentation :

- sagittale* ou graphique



* du latin *sagitta* (flèche)

Prérequis : Relations binaires

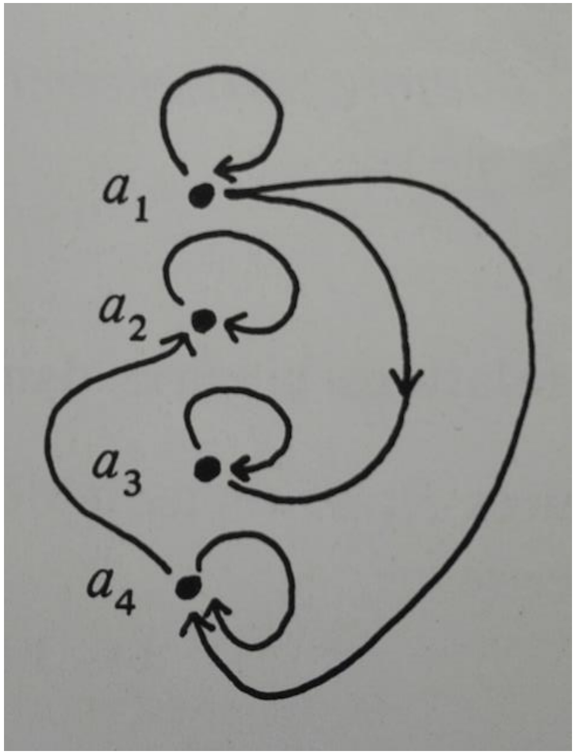
<u>Cas particulier</u> : $R \subseteq E \times E$

<u>Propriétés</u> :

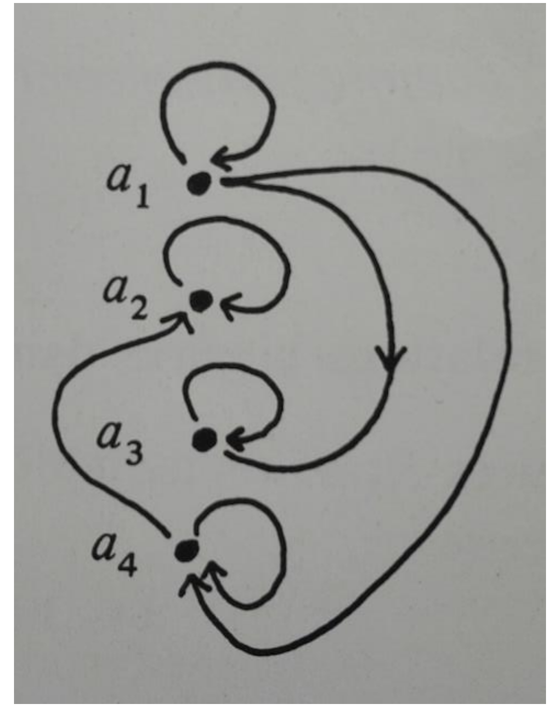
- **Réflexivité**

  - R est réflexive : $\forall x \in E,\ xRx$

  - R est irréflexive : $\forall x \in E,\ (x,x) \notin R$



Prérequis : Relations binaires



<u>Cas particulier</u> : R ⊆ E x E

<u>Propriétés</u> :

- **Transitivité**

R est dite transitive : ∀x,y,z ∊ E, xRy et yRz -> xRz

Transitivité et irréflexivité ?

Prérequis : Relations binaires

Cas particulier : R ⊆ E x E

Propriétés :

- **Préordre** Un préordre est une R réflexive et transitive
- **Ordre** Un ordre est un préordre antisymétrique
- **Relation d'équivalence** Une relation d'équivalence est un préordre symétrique

Exemples :

- Ordre ?
- Relation d'équivalence ?

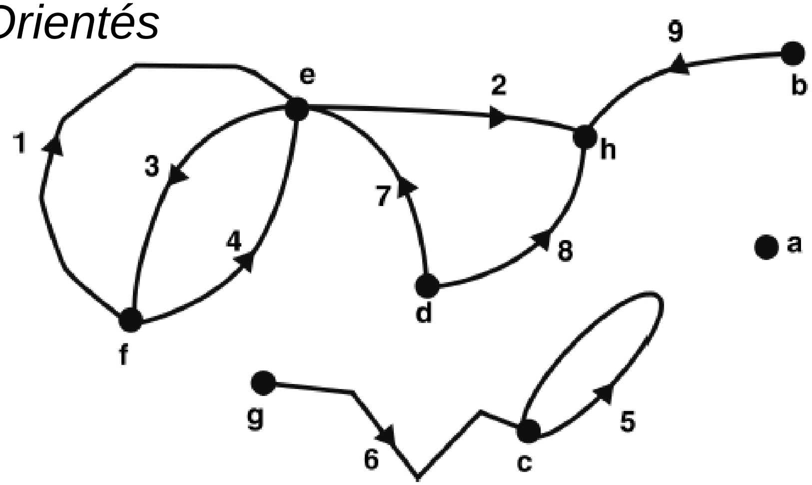
Définitions

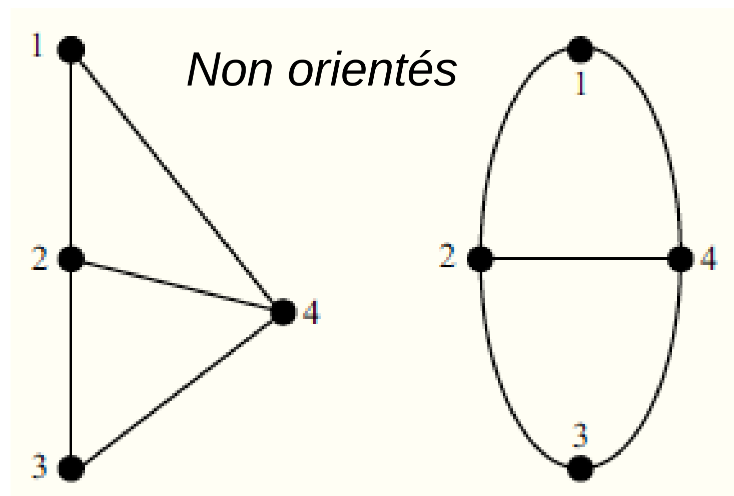
Définition intuitive

Un **graphe** G est un schéma composé de **nœuds** et de **liens** (**arcs** ou **arêtes**) reliant 2 nœuds entre eux.

Les sommets sont représentés par des points et les liens par des traits (non orientés) ou des flèches (graphes orientés)

Orientés





<u>Remarque</u> : la forme n'a pas d'importance

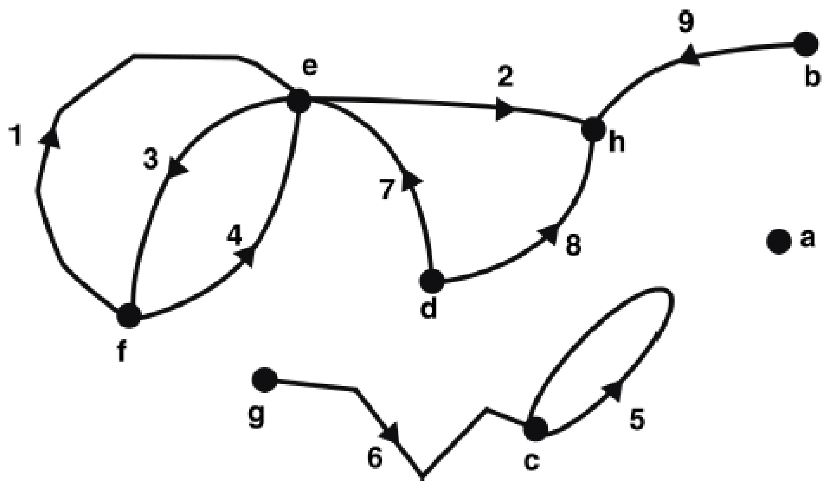
Définitions

Définition mathématique

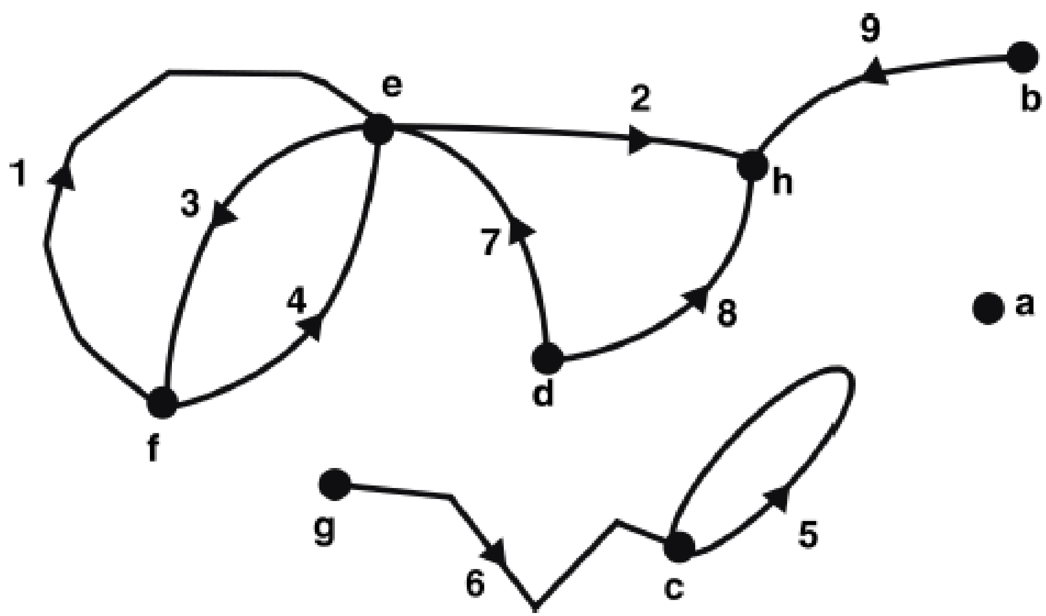
Un **graphe orienté** G est défini par un couple G = (S,A) avec :

- S ensemble fini d'éléments appelés **sommets** ;
- A ensemble fini de couples définis sur SxS appelés **arcs** (A ⊆ S x S)

Orientés



Exemple

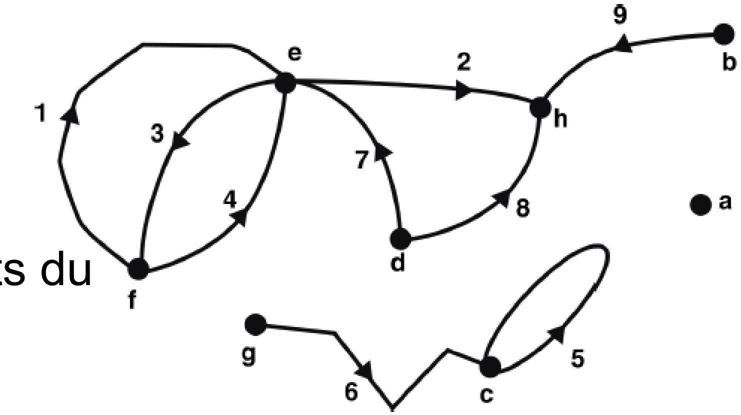


$G = (S,A)$

$S = \{ \quad \dots \quad \}$

$A = \{ \quad \dots \quad \}$

Définitions

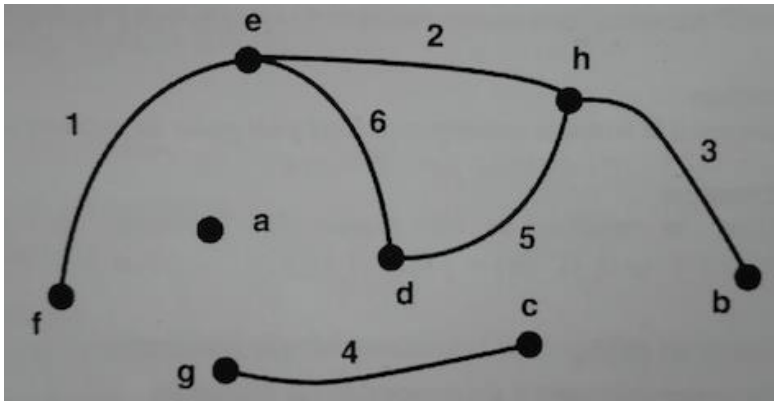


Etant donné un graphe G=(S,A) et x et y ∈ S

- On appelle **ordre** d'un graphe le nombre de sommets du graphe (|S|)
- On appelle **taille** d'un graphe le nombre d'arcs du graphe graphe (|A|)
- Un **p-graphe** est un graphe pour lequel, quel que soit le couple de sommets (x,y), il existe au plus p arcs liant x et y.

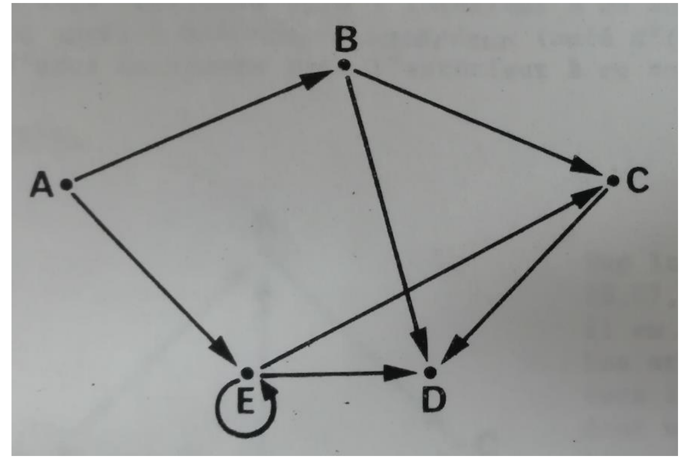
<u>Remarque</u> : *s'il existe plusieurs arcs entre 2 sommets, on parle de* ***multi-graphe**** *et d'arcs multiples (* On appelle parfois multi-graphes des graphes non orientés)*

- Un graphe sans **boucle** (arc reliant un sommet à lui-même) et sans arc parallèle est appelé **graphe simple** ou **1-graphe** (il n'y a jamais plus d'un lien entre 2 sommets quelconques).



Définitions

Etant donné un graphe G=(S,A) et x et y ∈ S



• si (x,y) ∈ A, alors : - x et y sont dits **adjacents**

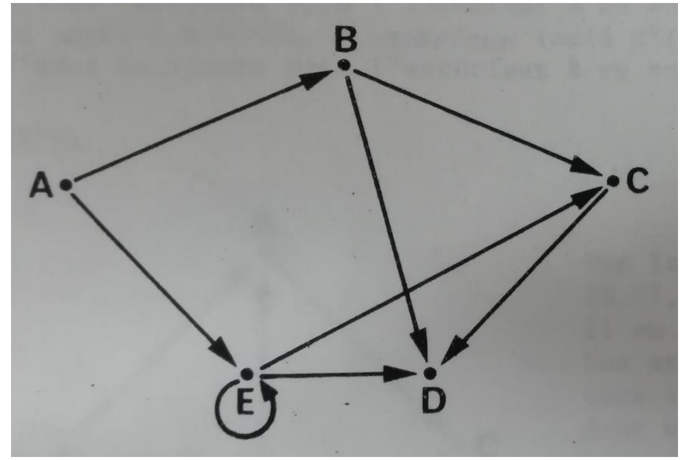
- x est un **prédécesseur** de y

- y est un **successeur** de x

L'arc (s_i,s_j) est dit **sortant** en s_i et **incident** (ou entrant) en s_j

Définitions

Etant donné un graphe G=(S,A) et x et y ∈ S



On définit l'application* Γ de S dans S qui à chaque sommet fait correspondre l'ensemble de ses successeurs

- L'ensemble des successeurs de x est noté $\Gamma^+(x)$

$$\Gamma^+(x) = \{ y \,/\, (x,y) \in A \}$$

- L'ensemble des prédécesseurs de x est noté $\Gamma^-(x)$

$$\Gamma^-(x) = \{ y \,/\, (y,x) \in A \}$$

- L'ensemble des voisins de x est noté $\Gamma^v(x)$

$$\Gamma^v(x) = \Gamma^+(x) \cup \Gamma^-(x)$$

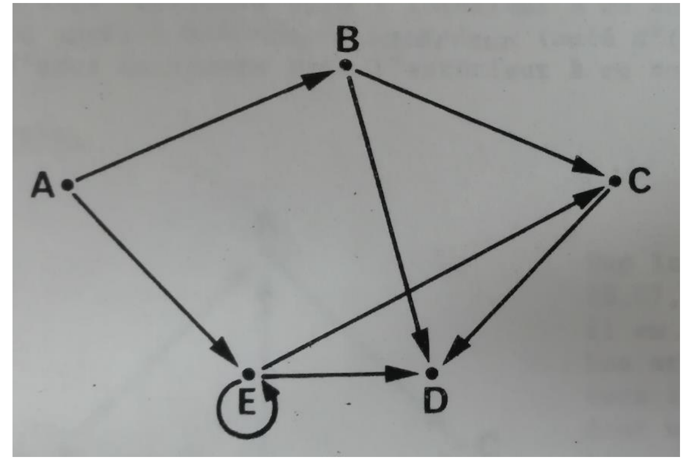
$$\Gamma(A) = \{B, E\}$$
$$\Gamma(B) = \{C, D\}$$
$$\Gamma(C) = \{D\}$$
$$\Gamma(D) = \{\ \} = \emptyset$$
$$\Gamma(E) = \{C, D, E\},$$

Sur l'exemple

** définition d'une application (application multivoque)*

Définitions

Etant donné un graphe G=(S,A) et x et y ∈ S



- <u>degré intérieur</u> (<u>degré entrant</u>, <u>*demi-degré intérieur*</u>) de x est noté $d^-(x)$

  $$d^-(x) = |\,\Gamma^-(x)\,|$$

  nombre d'arcs entrants

- <u>degré extérieur</u> (<u>degré sortant</u>, <u>*demi-degré extérieur*</u>) de x est noté $d^+(x)$

  $$d^+(x) = |\,\Gamma^+(x)\,|$$

  nombre d'arcs sortants

Sur l'exemple

$\Gamma(A) = \{B, E\}$
$\Gamma(B) = \{C, D\}$
$\Gamma(C) = \{D\}$
$\Gamma(D) = \{\ \} = \emptyset$
$\Gamma(E) = \{C, D, E\}$,

- <u>degré</u> de x est noté d(x)

  $$d(x) = |\,\Gamma^v(x)\,|$$

  nombre d'arcs entrants et sortants

- <u>degré d'un graphe</u> est le degré maximum de ses sommets

** définition d'une application (application multivoque)*

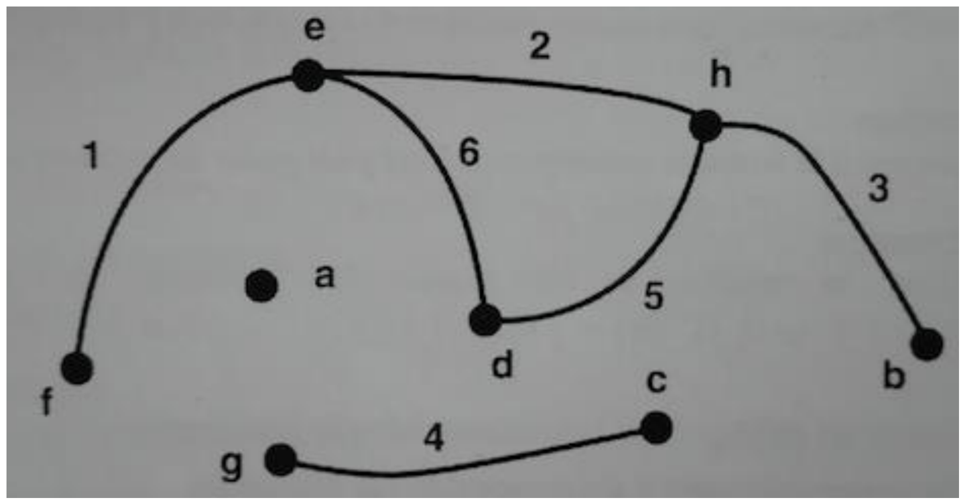
Définitions

Définition mathématique

Un **graphe non orienté** G est défini par un couple G = (S,A) avec :

- S ensemble fini d'éléments appelés **sommets** ;
- A ensemble fini de paires de sommets (ensembles) appelés **arêtes** et notées {x,y}

S = { … }
A = { {.,.} …… {.,.} }



Note : pour les graphes non orientés on parle généralement de voisins et de degrés

Peut-on construire un graphe (simple, non orienté) ayant au moins deux sommets et tel que tous les sommets ont des degrés différents ?

Supposons qu'un tel graphe existe et qu'il possède n sommets.

Le degré maximal d'un sommet est n-1.

Si tous les degrés des sommets sont distincts, on a donc nécessairement un sommet de degré 0, un sommet de degré 1, …, un sommet de degré n-1.

Du fait de la présence d'un sommet de degré 0, disons x0, il est impossible d'avoir un sommet de degré n-1. Effet, celui-ci devrait être relié à tous les autres, y compris à x0.

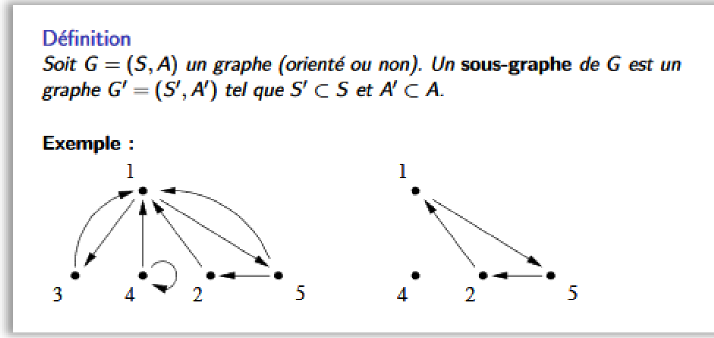
Définitions

Types de graphes

Sous-graphes :
- Sous-graphes partiels
- Sous-graphes induits

Etant donné un graphe G=(S,A) orienté ou non et x et y ∈ S

- Un <u>sous-graphe</u> de G est un graphe G'=(S', A') tel que S' ⊂ S et A' ⊂ A



Définition
Soit $G = (S, A)$ un graphe (orienté ou non). Un **sous-graphe** *de G est un graphe $G' = (S', A')$ tel que $S' \subset S$ et $A' \subset A$.*

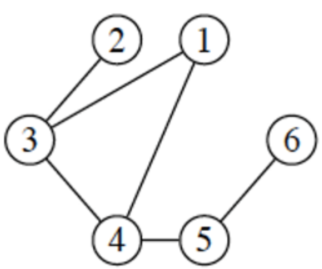
Exemple :

- Un <u>sous-graphe partiel</u> de G est un graphe obtenu en enlevant un ou plusieurs liens (arcs, arêtes)

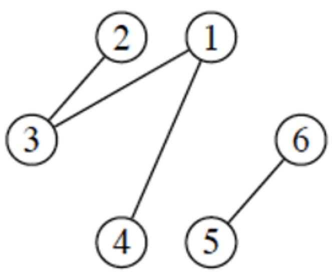
  G'=(S,A') avec A' ⊂ A

- Un <u>sous-graphe induit</u> de G est le graphe obtenu en ne gardant qu'un sous-ensemble de sommets et leurs liens (arcs, arêtes)

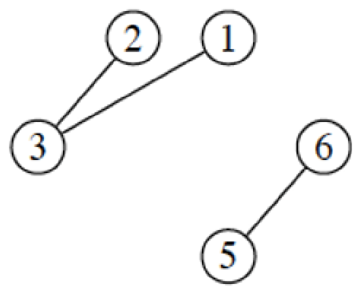
  G'=(S',A') avec S' ⊂ S et A' = { (x,y) ∈ A / x et y ∈ S' }



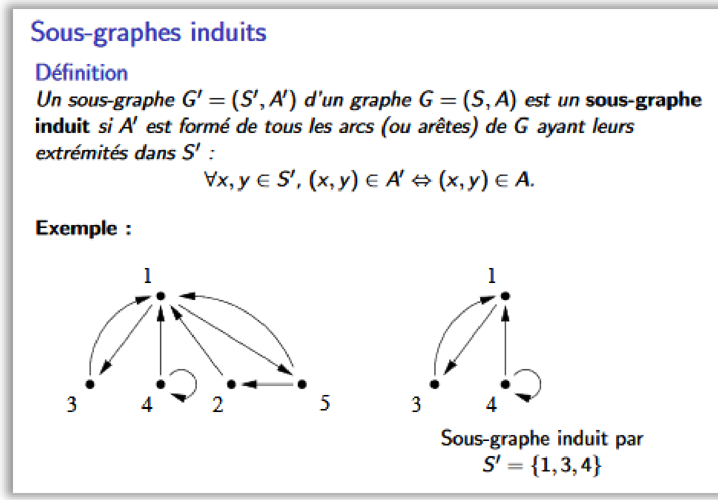
Graphe G



Sous-graphe partiel



Sous-graphe induit



Sous-graphes induits

Définition
Un sous-graphe $G' = (S', A')$ d'un graphe $G = (S, A)$ est un **sous-graphe induit** *si A' est formé de tous les arcs (ou arêtes) de G ayant leurs extrémités dans S' :*

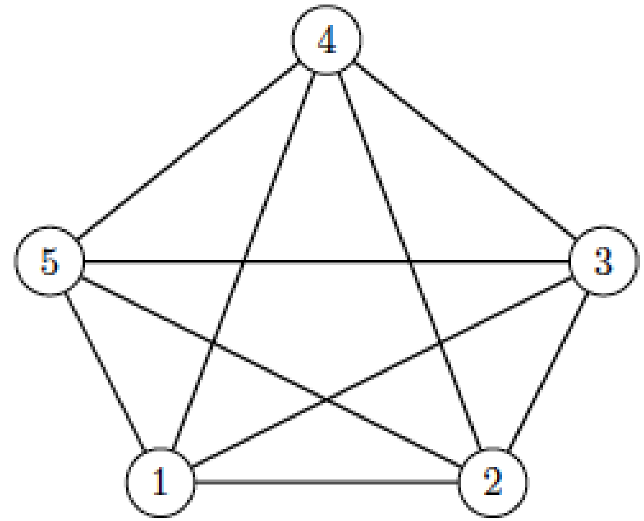
$$\forall x, y \in S', (x, y) \in A' \Leftrightarrow (x, y) \in A.$$

Exemple :

Sous-graphe induit par $S' = \{1, 3, 4\}$

Types de graphes

Etant donné un graphe G=(S,A) et x et y ∈ S



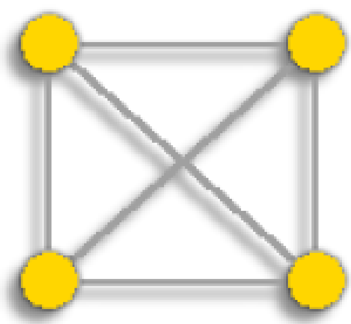
- Un graphe est dit <u>complet</u> s 'il est possible de joindre tout sommet à partir de n'importe quel sommet (adjacents 2 à 2).

<u>Graphe orienté</u> :
Un graphe orienté G=(S,A) est <u>complet</u> si A = SxS

<u>Graphe non orienté</u> :
Un graphe non orienté G=(S,A) est <u>complet</u> si A = { {x,y} pour tout x et y ∈ S }

On note Kn un graphe complet d'ordre n

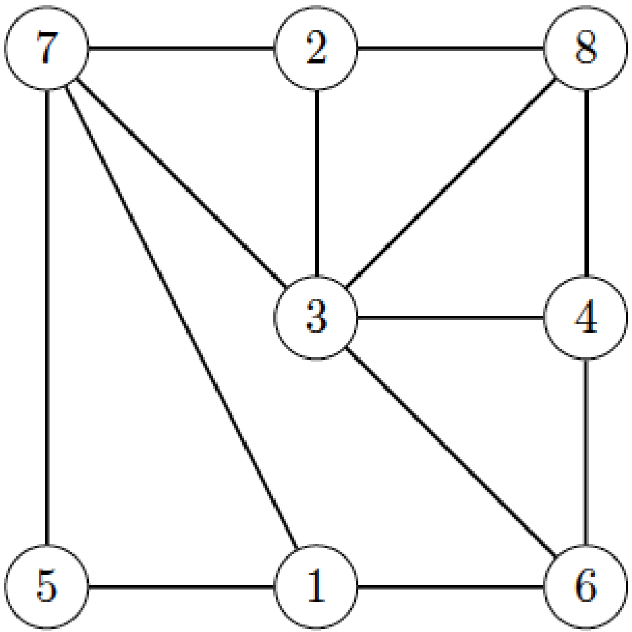
K4



Types de graphes

Etant donné un graphe G=(S,A) et x et y ∈ S

- un sous-graphe complet est appelé <u>clique</u>
- un sous-graphe sans liens (arcs, arêtes) est appelé un <u>stable</u>



- plus grande clique ?
- plus grand stable ?

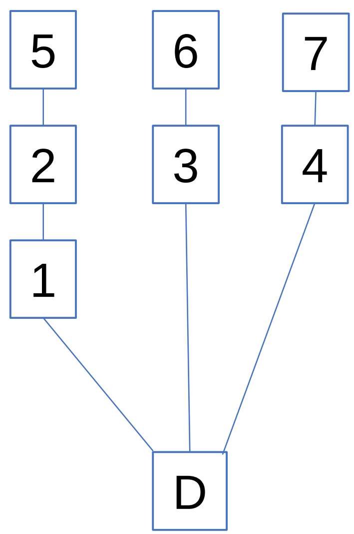
<u>Remarque</u> : trouver une clique d'ordre k dans un graphe est un problème NP-complet.

Exercices

Gare de triage

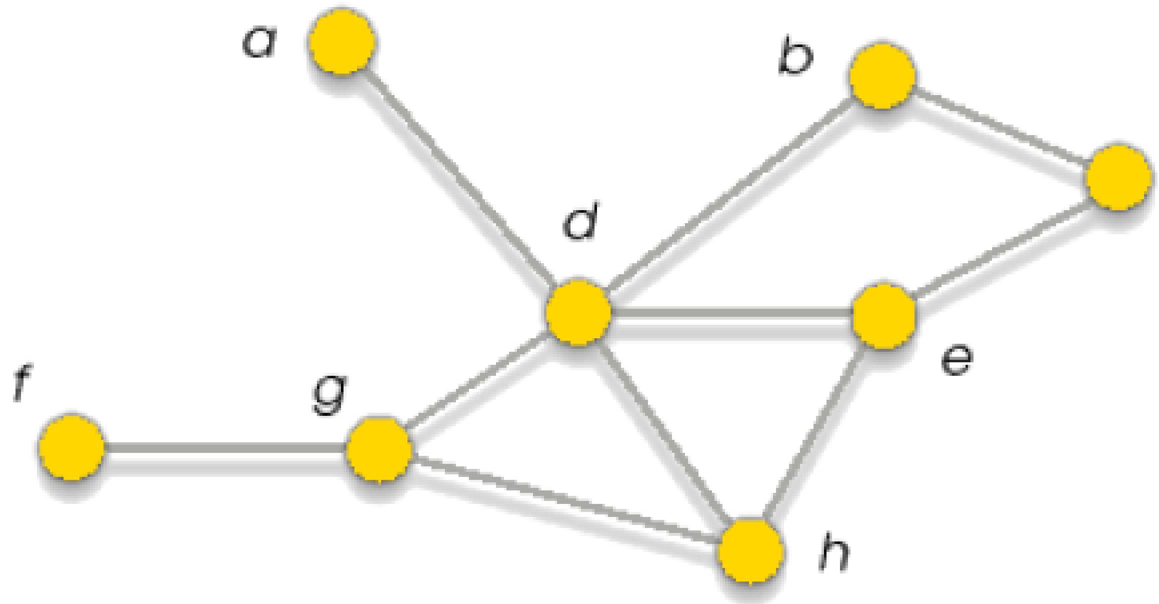
On souhaite trier 7 wagons, numérotés de 1 à 7, entrant dans la gare de triage dans l'ordre 5, 6, 2, 1, 7, 3, 4, et devant sortir dans l'ordre croissant.

- Combien de voies au minimum faut-il pour cela ?
- Proposez une représentation sous la forme d'un graphe.
- Donnez l'idée générale d'un algorithme de construction d'un tel graphe.



Exercices

$G = (S, A)$



$S = ?$
$A = ?$

- Degré du sommet h ?
- Degré du graphe ?
- Somme des degrés ? Remarque ?

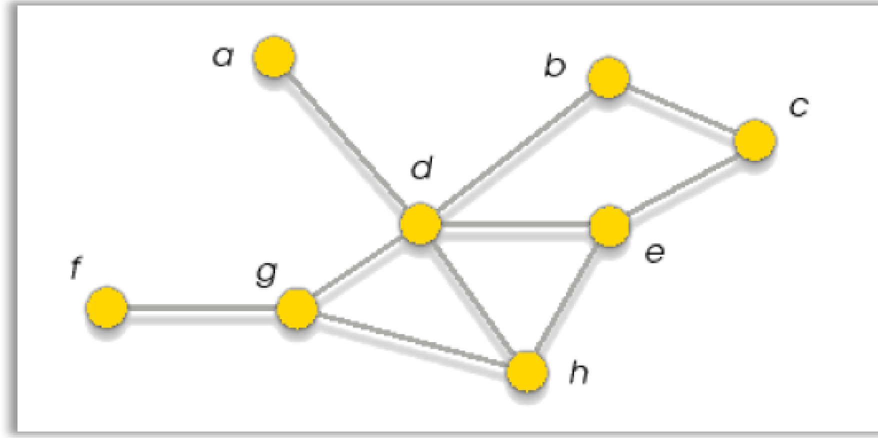
La somme des degrés d'un graphe est égal à 2 fois le nombre de liens

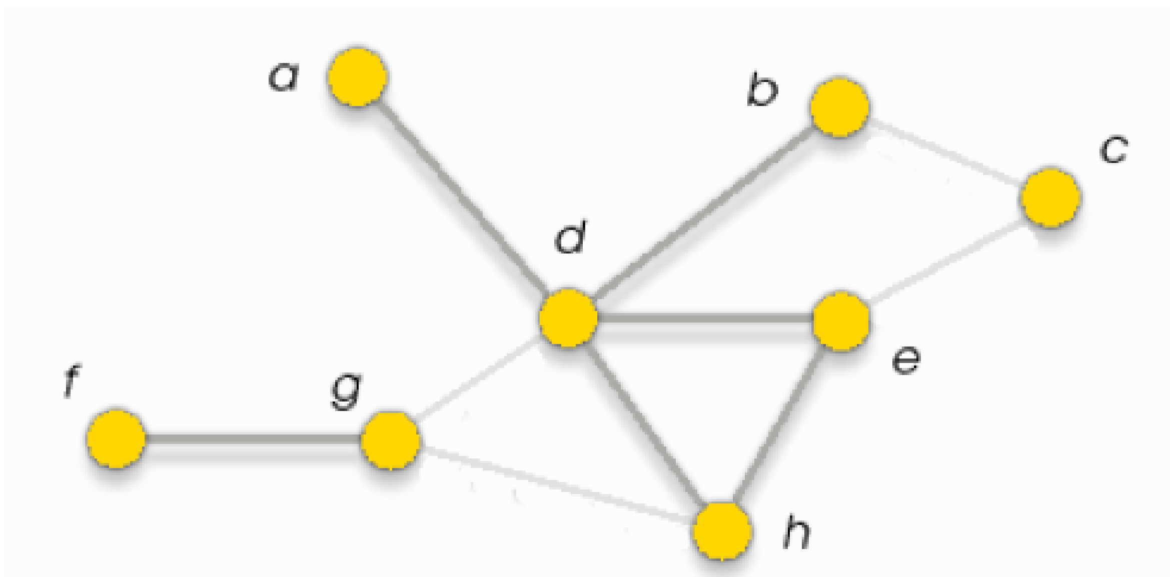
Un lien, arc (x,y) ou arête {x,y} est compté 2 fois, 1 fois dans d(x) et 1 fois dans d(y).

Exercices

Sous-graphe partiel ?

G' = ?

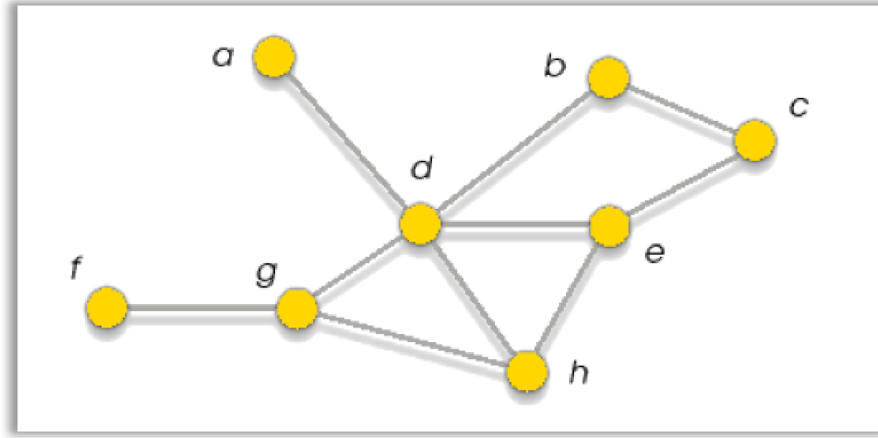


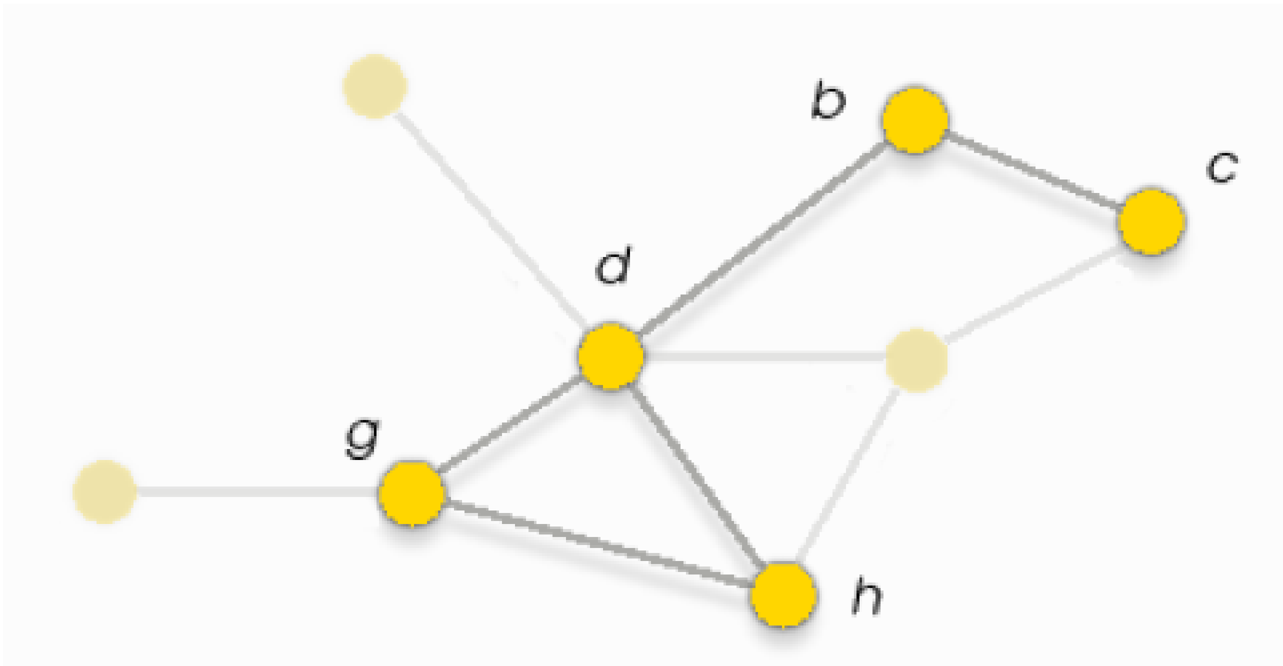


Exercices

Sous graphe induit ?

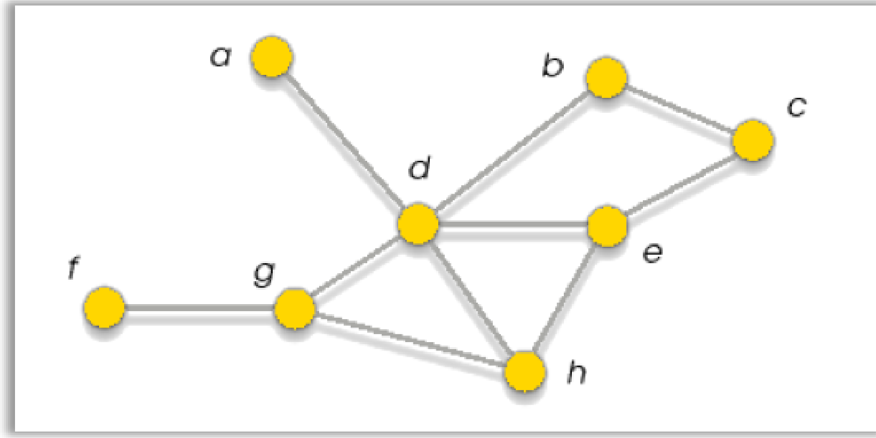
G’ = ?

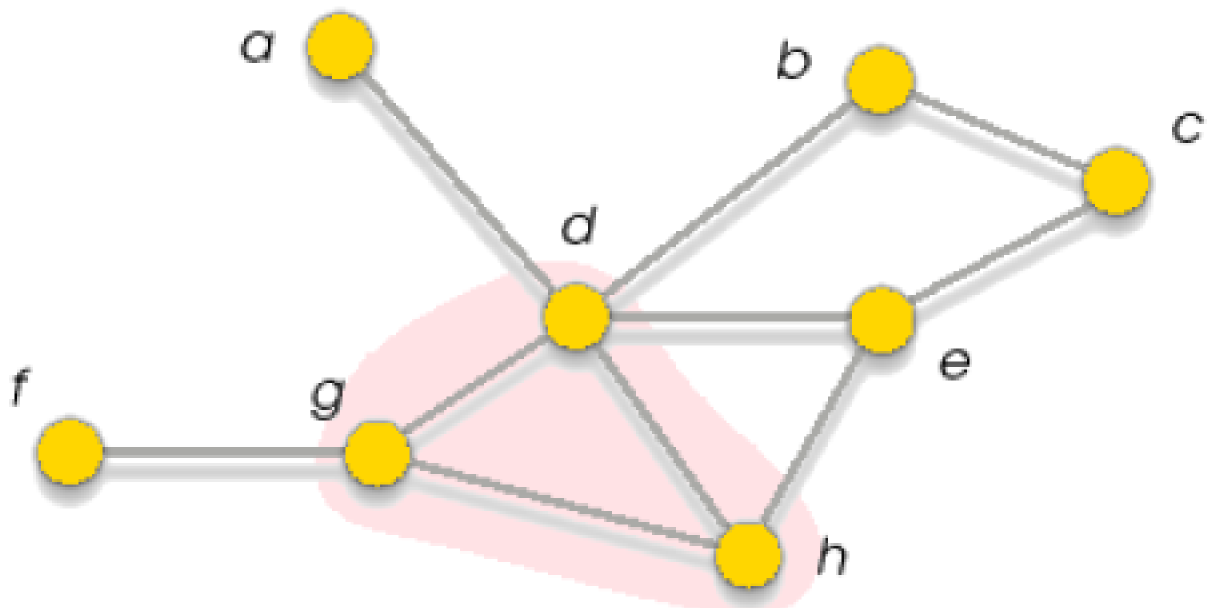




Exercices

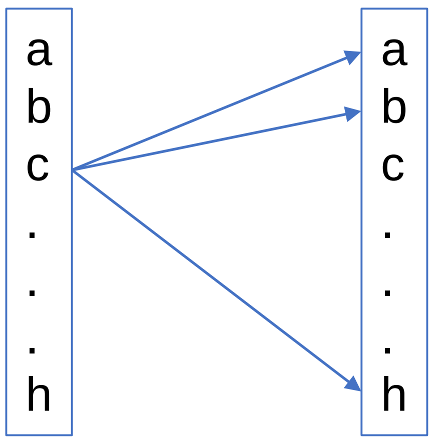
Clique ?
Combien de cliques ?



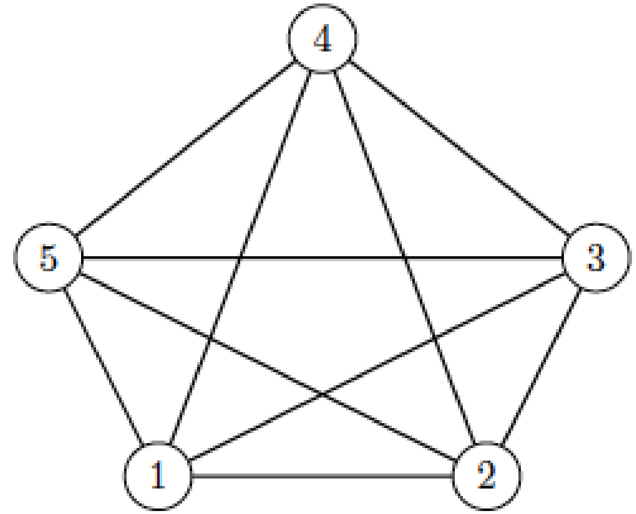


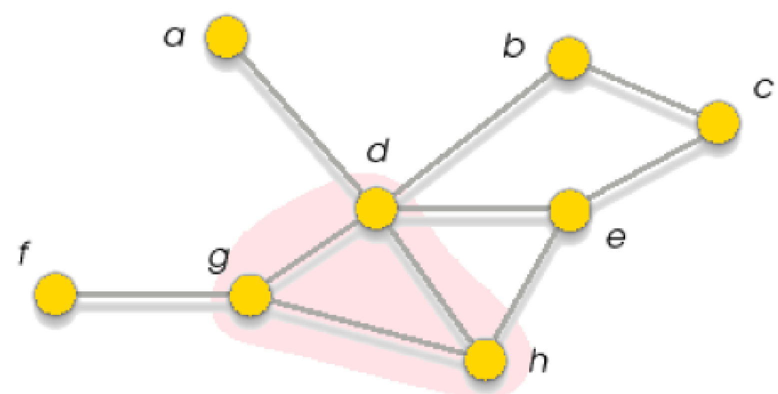
Exercices

Combien d’arêtes comporte une clique d’ordre n ?



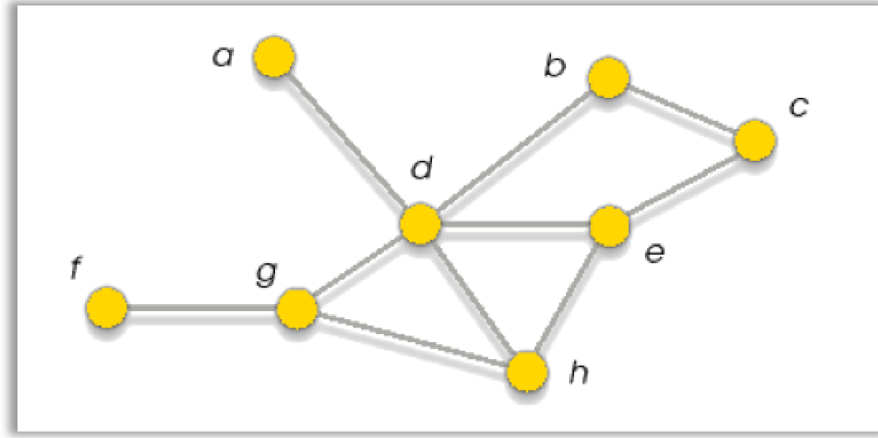
$$\frac{n(n-1)}{2}$$

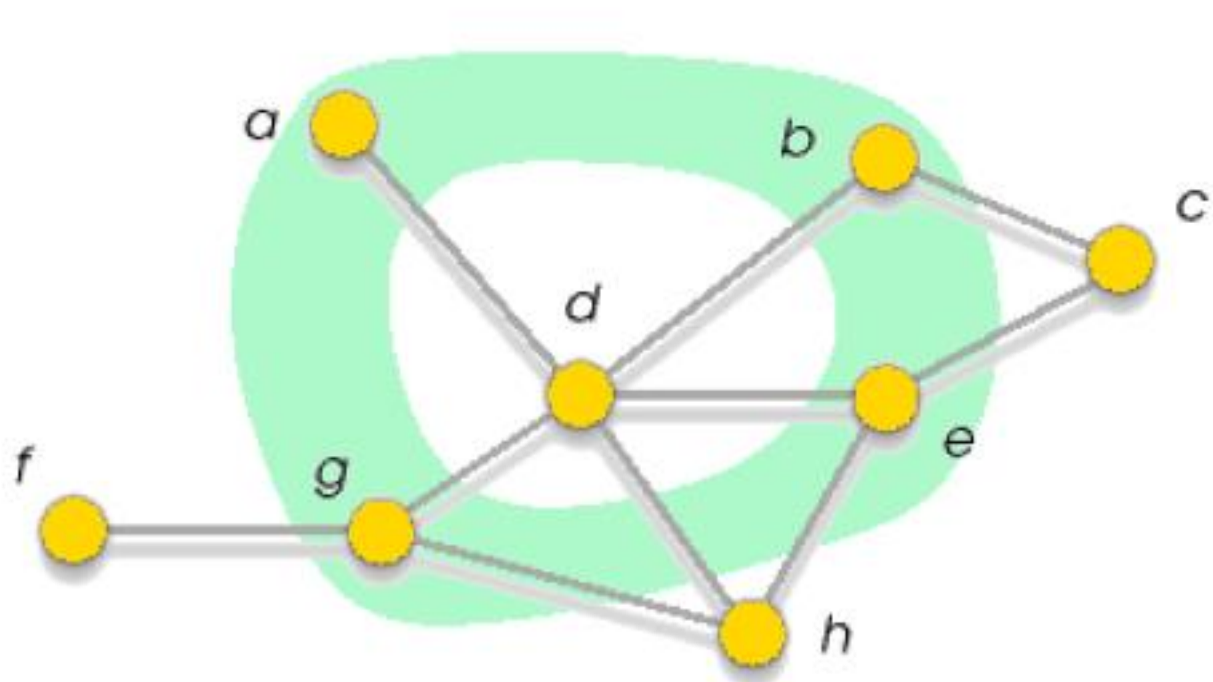




Exercices

Stable ?





Types de graphes

Etant donné un graphe G=(S,A) et x et y ∈ S

- Un graphe est <u>biparti</u> si on peut diviser l'ensemble des sommets en 2 parties telles que tout sommet d'une partie est lié à un somment de l'autre partie