$$P(X = (a_1, a_2, ..., a_7) =$$
$$\mathrm{P}(X_1 = a_1) * \mathrm{P}(X_2 = a_2 \mid X_1 = a_1) * \mathrm{P}(X_3 = a_3 \mid X_1 = a_1 \cap X_2 = a_2) * ...$$
$$* P(X_7 = a_7 \mid \bigcap_{i=1}^{6} X_i = a_i)$$

$$= p_{a_1} * \frac{p_{a_2}}{1 - p_{a_1}} * \frac{p_{a_3}}{1 - p_{a_1} - p_{a_2}} * ... * \frac{p_{a_7}}{1 - \sum_{i=1}^{6} p_{a_i}}$$

$$= \frac{\prod_{\mathrm{i}=1}^{7} p_{a_i}}{\prod_{\mathrm{i}=1}^{6} (1 - \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{i}} p_{a_i})}$$

$$= (\prod_{i=1}^{6} (1 - \sum_{j=1}^{i} p_{a_i})^{-1} \prod_{\mathrm{i}=1}^{7} p_{a_i}$$

QED

Uitleg:
De kans dat de vecter X = $(a_1, a_2, ..., a_7)$ kan je ook uitdrukken als de kans dat de laatste 6 elementen van de vector gelijk zijn aan$(a_2, a_3, ..., a_7)$. Als je op deze manier de kans verder blijft opsplitsen, krijg je 7 kansen van de vorm:

$$\mathrm{P}(\mathrm{X_i} = \mathrm{a_i} \mid \bigcap_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{i}-1} \mathrm{X_j} = \mathrm{a_j})$$

Die is op zijn beurt weer te schrijven als:

$$\frac{p_{a_i}}{(1 - \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{i}} p_{a_j})}$$

Als we al deze kansen vermenigvuldigen bekomen we uiteindelijk de gevraagde formule.