

Semi-Splay

1) Theoretische vragen

1) Geef de exacte uitdrukking voor het aantal mogelijke vormen dat een pad met k toppen kan hebben dat tijdens een splaystap wordt vervangen door een boom.

Dit pad heeft 2^k mogelijke vormen, de verklaring hiervoor is dat we in elke knoop kunnen kiezen uit 2 mogelijk heden, we maken dus k keer een keuze waardoor er 2^k verschillende paden bestaan. Dit is wel uitgaande van het feit dat de boom volledig is opgevuld en perfect gebalanceerd (wat binnen het pad wel het geval is bij semi-splay).

2) Geef voor elk van de onderstaande bomen en splaygroottes een reeks van toevoeg en opzoek bewerkingen die resulteren aan een boom die isomorf is aan deze boom, of bewijs dat dit niet kan.

- a) Deze boom kan men niet bekomen met splay-grootte 3, als je bijvoorbeeld volgende knopen zou toevoegen (in die volgorde): 10, 5, 6, 7 dan zou je voor de splay-bewerking wel een isomorfe graaf bekomen maar na de splay bewerking zal de boom slechts diepte 3 hebben idpv 4
- b) Deze is eveneens niet te bekomen met splay-grootte 4, als je volgende toppen toevoegd: 10, 11, 6, 7, 5, 8 dan zou je slechts een splay stap hebben bij het toevoegen van 5, maar deze zou er voor zorgen dat het linkerkind van de wortel 2 kinderen heeft
- c) Je kan een isomorfe graaf bekomen door volgende toppen toe te voegen: 8, 4, 2, 1, 3, 6, 5, 7, 12, 10, 9, 11, 14, 13, 15

3) Bepaal en bewijs de gemiddelde complexiteit van een bewerking in een reeks van n bewerkingen op een initieel lege semi-splayboom met splaygrootte 7

We maken hiervoor gebruik van de potentiaal methode, we definiëren, voor een lege boom $\phi(T) = 0$, voor een top v in een semi-splay boom T definiëren we $A(v)$ als het aantal toppen die nakomelingen zijn van v (met v een top in T). De potentiaal van de volledige boom wordt van gegeven door de som van alle $\log(A(v))$ met v element van T

4) Geef een zo efficient algoritme om een splaypad met k toppen te vervangen door een perfect gebalanceerde deelboom.

5) Bepaal en bewijs de complexiteit van het algoritme uit de vorige vraag.