

油藏描述

本次算例计算一个二维油藏模型，网格数20*20，油藏大小100ft*100ft*5ft，四口井分布于（5，5）、（5，15）、（15，5）、（15，15），四口井分别以100ft³/d的产量生产。油藏边界为无流动边界，初始压力5500psi，油藏压缩系数为1 * 10⁻⁷1/Pa，初始孔隙度在0.3-0.4之间随机生成。x和y方向渗透率在0.6-0.4D之间随机生成。

流体描述

压力和粘度关系如下表所示

4000	5000	5500	6000	6500	7000	7500	8000
0.9100	0.9200	0.9243	0.9372	0.9650	0.9494	0.9812	1.0019

当计算压力值超出插值范围时使用表格中的最小值或者最大值进行替换。 初始油藏状态下的油体积系数为0.9，油压缩系数为1 * 10⁻⁹1/Pa。

方程求解

根据物质守恒方程、状态方程和达西定律，单相流动基本方程为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\beta_c \frac{A_x k_x}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left(\beta_c \frac{A_y k_y}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \Delta y - q_{sc} = \frac{V_b}{\alpha_c} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varphi}{B} \right)$$

β_c 为传到率转换因子，在油田单位制下为1.127,在国际单位制下为1.
 α_c 为体积转换系数，在油田单位制下为5.614583,在国际单位制下为1.
 V_b 为网格体积,A为截面积。

$$A_x = \Delta y * \Delta z$$

$$A_y = \Delta x * \Delta z$$

μ 是流体粘度，使用插值进行计算。
 B 为流体体积系数

$$B = \frac{B_0}{1 + c(p - p_0)}$$

其中 B_0 是 p_0 时的体积系数， c 为流体压缩系数。
 φ 为孔隙度

$$\varphi = \varphi_0 [1 + c_\varphi (p - p_0)]$$

c_φ 为油藏压缩系数。
基本方程变形为：

$$V_b \beta_c \frac{\partial}{\partial x} \left(\beta_c \frac{k_x}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + V_b \beta_c \frac{\partial}{\partial y} \left(\beta_c \frac{k_y}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial y} \right) - q_{sc} = \frac{V_b}{\alpha_c} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varphi}{B} \right)$$

使用有限差分逼近

$$T_{i+\frac{1}{2},j}(p_{i+1,j} - p_{i,j}) - T_{i-\frac{1}{2},j}(p_{i,j} - p_{i-1,j}) + T_{i,j+\frac{1}{2}}(p_{i,j+1} - p_{i,j}) - T_{i,j-\frac{1}{2}}(p_{i,j} - p_{i,j-1}) - q_{sc} = \Gamma_{i,j}(p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n)$$

其中

$$T_{i\pm\frac{1}{2},j} = \frac{2T_{i,j}T_{i\pm1,j}}{T_{i,j} + T_{i\pm1,j}}$$

$$T_{i+1,j} = \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} \beta_c \frac{k_x}{\mu B_{i+1,j}}$$

$$\Gamma_{i,j} = \left[\frac{V_b}{\alpha_c \Delta t} \left(\frac{\varphi^c \varphi}{B^n} + \frac{\varphi^n c}{B_0} \right) \right]_{i,j}$$

由于 $\frac{1}{\mu B}$ 是压力的函数，因此本方程为非线性方程。为了将方程线性化，使用上一个时间步的压力值计算T，其余地方的压力采用此时刻的值，因此本方法是采用半隐式方法进行求解。最终得到的半隐式方程为：

$$T_{i+\frac{1}{2},j}p_{i+1,j} + T_{i-\frac{1}{2},j}p_{i-1,j} + T_{i,j+\frac{1}{2}}p_{i,j+1} + T_{i,j-\frac{1}{2}}p_{i,j-1} - \left(T_{i+\frac{1}{2},j} + T_{i-\frac{1}{2},j} + T_{i,j+\frac{1}{2}} + T_{i,j-\frac{1}{2}} + \Gamma_{i,j} \right) p_{i,j} = q_{sc} - \Gamma_{i,j}p_{i,j}^n$$

计算结果

采用时间步为60秒，开采20天后的压力分布结果如图

