

基于 SA 的 PSO 算法

期末展示

孔 哲¹

¹ 内蒙古工业大学 电力学院

2021 年 12 月



目录

- 1 引言
- 2 模拟退火算法思想
- 3 模拟退火算法步骤
- 4 模拟退火的粒子群算法
- 5 程序分析与展示
- 6 参考文献



目录

- 1 引言
- 2 模拟退火算法思想
- 3 模拟退火算法步骤
- 4 模拟退火的粒子群算法
- 5 程序分析与展示
- 6 参考文献



模拟退火 (SA) 是一种随机优化方法，广泛应用于组合优化问题。PSO-SA 算法将模拟退火思想引入粒子群优化算法中，使可行解既能以较快速度收敛，又能有效避免搜索过程陷入局部最优解。[1] 本展示采用 Python 实现 PSO-SA 算法，并与学习因子同步改变粒子群算法的结果进行了比较。

展示目标

- 介绍模拟退火算法
- 介绍模拟退火的粒子群算法
- 使用 PSO-SA 算法求解简单优化问题



目录

- 1 引言
- 2 模拟退火算法思想
- 3 模拟退火算法步骤
- 4 模拟退火的粒子群算法
- 5 程序分析与展示
- 6 参考文献



模拟退火算法

模拟退火算法的思想来源于对固体降温过程的模拟。[2]

将固体加热至一定温度，再让其冷却。固体加热时，内能增大，其内部粒子的热运动不断增强。随着温度的不断升高，粒子运动状态趋近于无序。冷却时，粒子运动状态逐渐趋于有序，在某个温度下可以达到平衡状态，最后在常温下达到基态，同时内能也趋近于某一定值。[1, 2]



模拟退火算法思想

算法将内能取为目标函数值 F ，将温度取为控制参数 T ，从一给定解 X 开始，在其邻域内随机产生一个新可行解 X' ，使用 Metropolis 接受准则判断，算法持续进行“产生新解——计算目标函数差 ΔF ——判断是否接受新解——接受或舍弃”的迭代过程，对应着固体在某一恒定温度 T 下趋于热平衡的过程。

经过多次迭代，可以求得给定控制参数 T 下最优解。然后减小控制参数 T 的值。重复执行上述迭代过程，当控制参数 T 逐渐减小并趋于零时， X 也逐渐收敛于 X^* ，对应于优化问题的整体最优解。



目录

- 1 引言
- 2 模拟退火算法思想
- 3 模拟退火算法步骤**
- 4 模拟退火的粒子群算法
- 5 程序分析与展示
- 6 参考文献



模拟退火算法步骤

算法步骤如下：

- ① 初始化退火温度 T^k ($k=0$)，产生随机初始解 X^0
- ② 进行如下迭代，得到温度 T^k 下的新可行解 X^k
 - 在 X 的领域中产生新的可行解 X'
 - 计算目标函数值 $F(X')$ 和目标函数 $F(X)$ 的差值 ΔF
 - 若满足 $\min\{1, \exp(-\Delta F/T^k)\} > \text{random}[0, 1]$ 则接收 X' ，否则舍弃
- ③ $T^{k+1} = C \cdot T^k, k = k + 1$ ，其中 $C \in (0, 1)$

若 X 满足收敛判据，则退火过程结束；否则，转步骤 2 继续迭代。温度下降控制着迭代过程向优化方向进行，同时以概率 $\exp(-\Delta F/T^k)$ 接收劣质解，因此可以跳出局部极值点，只要初始温度足够高，迭代次数足够多，就能收敛到全局最优解。



目录

- 1 引言
- 2 模拟退火算法思想
- 3 模拟退火算法步骤
- 4 模拟退火的粒子群算法**
- 5 程序分析与展示
- 6 参考文献



粒子群算法

粒子群算法将每个可能的解视为具有位置和速度的粒子。[2]

算法引入了速度这一概念，可以使目标函数加速收敛到最小值。在每次迭代中，每个粒子加速都向最佳位置趋近，每次加速都由随机数加权。[3] 各粒子速度和位置更新公式如下：

$$\begin{aligned}x^{(i)} &= x^{(i)} + v^{(i)} \\v^{(i)} &= w v^{(i)} + c_1 r_1 (x_{best}^{(i)} - x^{(i)}) + c_2 r_2 (x_{best} - x^{(i)})\end{aligned}$$



目录

- 1 引言
- 2 模拟退火算法思想
- 3 模拟退火算法步骤
- 4 模拟退火的粒子群算法
- 5 程序分析与展示**
- 6 参考文献



- ① 初始化粒子的位置和速度
- ② 计算种群中每个粒子的目标函数值
- ③ 更新各粒子的 $x_{best}^{(i)}$ 和 x_{best}
- ④ 重复执行下列步骤
 - 对粒子的 $x_{best}^{(i)}$ 进行 SA 搜索
 - 更新各粒子的 $x_{best}^{(i)}$
 - 进行最优选择, 更新粒子群的 x_{best}
 - 判断 x_{best} 是否满足算法终止条件。若是, 转步骤 5, 否则转步骤 4 继续迭代
- ⑤ 输出全局最优解 x^* 和目标函数值 $F(x^*)$



目录

- 1 引言
- 2 模拟退火算法思想
- 3 模拟退火算法步骤
- 4 模拟退火的粒子群算法
- 5 程序分析与展示
- 6 参考文献**



- [1] 余胜威. MATLAB 优化算法案例分析与应用 [M]. 清华大学出版社, 2014.
- [2] Rao S S . Engineering Optimization: Theory and Practice: Fifth Edition[M]. John Wiley & Sons, 2020.
- [3] Kochenderfer M J , Wheeler T A .Algorithms for Optimization[M]. The MIT Press, 2019.



展示结束

