Physique 1 – Mécanique

Notes de cours

Institut Maritime du Québec

Hiver 2026

Table des matières

Chapitre 0

Notions fondamentales

0.1 Système international d'unités

Le système international d'unités (SI) est le système d'unités le plus largement utilisé dans le monde. Officiellement, seulement trois pays ne l'ont pas adopté : les États-Unis, le Liberia et la Birmanie (Myanmar). Le système international est issu du système métrique, lequel est apparu pendant la Révolution française. Le français demeure à ce jour la langue officielle du système international, ce qui se dénote notamment par l'acronyme « SI », utilisé dans la plupart des langues.

La force du système international est qu'il couvre l'ensemble des domaines tout en étant simple à comprendre et à utiliser, grâce à sa structure qui tire profit de la numération décimale et qui est construite autour de sept unités de base.

0.1.1 Pourquoi un système d'unités universel?

L'histoire regorge d'exemples où l'absence d'un référent commun a mené à des erreurs coûteuses. Avant la Révolution française, chaque région avait ses propres unités : la « toise » de Paris ne correspondait pas à celle de Bordeaux, et le « pied » variait d'un pays à l'autre. Cette confusion rendait le commerce difficile et les calculs scientifiques hasardeux.

Attention

La catastrophe du Mars Climate Orbiter (1999)
Le 23 septembre 1999, la sonde spatiale *Mars Climate Orbiter* de la NASA s'est désintégrée dans l'atmosphère de Mars. Coût de la mission : 125 millions de dollars américains.
La cause? Une erreur de conversion d'unités. L'équipe de Lockheed Martin, qui avait construit la sonde, transmettait les données de poussée des moteurs en **livre-force par seconde** (lbf·s), une unité du système impérial. L'équipe de navigation de la NASA, elle, attendait ces données en **newton-seconde** (N·s), l'unité du système international.
Personne n'a remarqué l'incompatibilité. Pendant des mois, les corrections de trajectoire ont été calculées avec les mauvaises unités. Résultat : au lieu de passer à 150 km d'altitude pour se mettre en orbite, la sonde est descendue à 57 km et s'est consumée dans l'atmosphère martienne.
Cette catastrophe illustre parfaitement pourquoi, en sciences et en ingénierie, **l'utilisation rigoureuse du système international est non négociable**.

0.1.2 Grandeur, valeur et unité

Commençons par distinguer trois termes importants :

Définition

- **Grandeur** : une propriété physique qui peut être mesurée ou calculée *(ex.: la longueur, la force, la masse, l'énergie, l'angle).*
- **Valeur** : le nombre obtenu pour quantifier la grandeur mesurée ou calculée.
- **Unité** : accompagne la valeur afin d'expliciter le système de mesures utilisé et la nature de la grandeur.

Il est important de toujours accompagner une valeur de son unité lorsque l'on exprime une grandeur, sans quoi elle perd tout son sens. Les grandeurs (l, m, g) sont en italique, alors que les unités associées ne le sont pas. Cela permet d'éviter toute confusion.

0.1.3 Unités de base du SI

Toutes les unités au sein du SI sont définies à partir de sept **unités de base**, elles-mêmes définies à partir de constantes fondamentales de la nature depuis la révision de 2019 par le Bureau international des poids et mesures (BIPM).

Grandeur	**Unité**	**Symbole**	**Définition basée sur**
Longueur	mètre	m	vitesse de la lumière ($c = 299\,792\,458\,\mathrm{m/s}$)
Masse	kilogramme	kg	constante de Planck (h)
Temps	seconde	s	fréquence de l'atome de césium 133
Courant électrique	ampère	A	charge élémentaire (e)
Température	kelvin	K	constante de Boltzmann (k)
Quantité de matière	mole	mol	nombre d'Avogadro ($N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$)
Intensité lumineuse	candela	cd	efficacité lumineuse

Table 1: Les sept unités de base du SI

Remarque

L'unité de base de la masse est le kilogramme et non le gramme ; c'est la seule unité du SI à posséder un préfixe dans sa version de base. Dans ce cours, nous utiliserons principalement le **mètre**, le **kilogramme** et la **seconde**.

Les équations utilisées en physique sont basées sur le SI. Il est donc toujours préférable de convertir les unités dans le système international avant de les insérer dans une équation.

0.1.4 La notation scientifique

En sciences, on travaille souvent avec des nombres extrêmement grands ou extrêmement petits. Par exemple, la distance Terre-Soleil est d'environ $150\,000\,000\,000\,\mathrm{m}$, tandis que le diamètre d'un atome est d'environ $0{,}000\,000\,000\,1\,\mathrm{m}$. Écrire ces nombres en notation décimale est peu pratique et source d'erreurs.

Définition

La **notation scientifique** exprime un nombre sous la forme :

$$a \times 10^n$$

où a est la **mantisse** (un nombre entre 1 et 10) et n est l'**exposant** (un entier positif ou négatif).

Exemples :

- Distance Terre-Soleil : $150\,000\,000\,000\,\mathrm{m} = 1{,}50 \times 10^{11}$ m
- Masse d'un électron : $9{,}11 \times 10^{-31}$ kg
- Nombre d'Avogadro : $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$

0.1.5 Les préfixes SI

Le système de préfixes permet de simplifier l'écriture des nombres extrêmement petits ou grands. Chaque préfixe est associé à une puissance de dix. **L'utilisation des préfixes SI est obligatoire**

dans ce cours.

Préfixe	**Symbole**	**Facteur**	**Préfixe**	**Symbole**	**Facteur**
téra	T	10^{12}	milli	m	10^{-3}
giga	G	10^{9}	micro	µ	10^{-6}
méga	M	10^{6}	nano	n	10^{-9}
kilo	k	10^{3}	pico	p	10^{-12}
hecto	h	10^{2}	centi	c	10^{-2}
déca	da	10^{1}	déci	d	10^{-1}

Table 2: Préfixes des multiples et sous-multiples décimaux du SI

Exemple 0.1 –

1. **De la notation scientifique vers le préfixe :**

   $d = 3{,}50 \times 10^{6}$ m $\rightarrow$ Exposant 6 = méga $\rightarrow d = 3{,}50\,\mathrm{Mm}$ (ou $3500\,\mathrm{km}$)

2. **Du préfixe vers la notation scientifique :**

   $m = 45{,}0\,\mu\mathrm{g} \rightarrow \text{micro} = 10^{-6} \rightarrow m = 45{,}0 \times 10^{-6}$ g $= 4{,}50 \times 10^{-5}$ g

3. **Conversion entre préfixes :**

   $P = 2{,}35\,\mathrm{GW}$ en kilowatts?

   $\mathrm{G} = 10^{9}$ et $\mathrm{k} = 10^{3}$, donc $\mathrm{G} = 10^{6}\times$ k

   $P = 2{,}35 \times 10^{6}$ kW $= 2{,}35 \times 10^{6}\,\mathrm{kW}$

0.1.6 Équivalences utiles

Grandeur	**Unité**	**Symbole**	**Équivalence**
Distance	mètre	m	–
	pouce	po	1 po = 0,0254 m
	pied	pi	1 pi = 0,3048 m
	mille marin	NM	1 NM = 1852 m
Vitesse	mètre/seconde	m/s	–
	nœud	kn	1 kn = 1 NM/h = 0,5144 m/s
Masse	kilogramme	kg	–
	livre-masse	lb	1 lb ≈ 0,4536 kg
Force	newton	N	1 N = 1 kg·m/s^2
	livre-force	lbf	1 lbf ≈ 4,448 N
Pression	pascal	Pa	1 Pa = 1 N/m^2
	psi	psi	1 psi ≈ 6895 Pa

Table 3: Équivalences courantes entre unités SI et autres systèmes

0.1.7 Unités dérivées du SI

Unité	**Symbole**	**Grandeur**	**Équivalence**
radian	rad	angle plan	m/m
hertz	Hz	fréquence	s^{-1}
newton	N	force	$kg{\cdot}m/s^2$
pascal	Pa	pression	N/m^2
joule	J	énergie, travail	N·m
watt	W	puissance	J/s
coulomb	C	charge électrique	s·A
volt	V	tension	W/A
ohm	Ω	résistance électrique	V/A

Table 4: Unités dérivées du SI utilisées dans le cours

0.2 Conversions d'unités

Dans votre formation, vous aurez souvent à convertir des unités :

- milles nautiques en kilomètres
- nœuds en mètres par seconde
- tours par minute (RPM) en radians par seconde
- livres par pouce carré en pascals
- pieds cubes en mètres cubes

Les équations que nous verrons sont basées sur le SI et il faudra convertir toute grandeur dans ce système avant de l'insérer dans une équation.

0.2.1 Les facteurs de conversion

Afin de convertir les unités d'une grandeur, il faut multiplier par le **facteur de conversion**. Les facteurs de conversion sont des quantités égales à 1, obtenues à partir des équivalences entre unités (voir Tableau 3).

Procédure de conversion d'unités

1. **Écrire** la grandeur avec sa valeur et son unité de départ
2. **Trouver** le(s) facteur(s) de conversion nécessaire(s) dans le Tableau 3
3. **Placer** les facteurs de sorte que les unités à éliminer s'annulent (unité à éliminer en haut → la mettre en bas, et vice versa)
4. **Calculer** en multipliant les valeurs numériques

Exemple 0.2 – L

distance entre Rimouski et Sept-Îles est de 150 NM. Convertir en kilomètres.
Étape 1 : Écrire la grandeur

$$d = 150\,\mathrm{NM}$$

Étape 2 : Trouver le facteur de conversion (Tableau 3)

- $1\,\mathrm{NM} = 1852\,\mathrm{m} = 1{,}852\,\mathrm{km}$

Étape 3 : Placer le facteur (NM en haut → NM en bas)

$$d = 150\,\mathrm{NM} \cdot \frac{1{,}852\,\mathrm{km}}{1\,\mathrm{NM}}$$

Étape 4 : Calculer

$$d = 150 \times 1{,}852\,\mathrm{km} = 278\,\mathrm{km}$$

0.2.2 Conversion d'unités composées

Lorsque l'unité à convertir est composée de plusieurs unités (comme une vitesse), il faut convertir **chaque unité séparément**.

Exemple 0.3 – C

nvertir une vitesse de $v = 90\,\mathrm{km/h}$ en m/s.
Étape 1 : Écrire la grandeur

$$v = 90\,\mathrm{km/h} = 90 \cdot \frac{1\,\mathrm{km}}{1\,\mathrm{h}}$$

Étape 2 : Trouver les facteurs de conversion

- $1\,\mathrm{km} = 1000\,\mathrm{m}$
- $1\,\mathrm{h} = 3600\,\mathrm{s}$

Étape 3 : Placer les facteurs (km en haut → km en bas ; h en bas → h en haut)

$$v = 90 \cdot \frac{1\,\mathrm{km}}{1\,\mathrm{h}} \cdot \frac{1000\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{km}} \cdot \frac{1\,\mathrm{h}}{3600\,\mathrm{s}}$$

Étape 4 : Calculer

$$v = 90 \cdot \frac{1000}{3600}\,\mathrm{m/s} = 25{,}0\,\mathrm{m/s}$$

Exemple 0.4 – C

nvertir une vitesse de 25 kn en km/h.
Étape 1 : Écrire la grandeur (rappel : $1\,\mathrm{kn} = 1\,\mathrm{NM/h}$)

$$v = 25\,\mathrm{kn} = 25 \cdot \frac{1\,\mathrm{NM}}{1\,\mathrm{h}}$$

Étape 2 : Trouver le facteur de conversion (Tableau 3)

- $1\,\mathrm{NM} = 1{,}852\,\mathrm{km}$

Étape 3 : Placer le facteur

$$v = 25 \cdot \frac{1\,\mathrm{NM}}{1\,\mathrm{h}} \cdot \frac{1{,}852\,\mathrm{km}}{1\,\mathrm{NM}}$$

Étape 4 : Calculer

$$v = 25 \times 1{,}852\,\mathrm{km/h} = 46{,}3\,\mathrm{km/h}$$

Exemple 0.5 – C

nvertir une pression de $p = 32{,}0\,\mathrm{psi}$ en kilopascals (kPa).
Étape 1 : Écrire la grandeur (rappel : $1\,\mathrm{psi} = 1\,\mathrm{lbf/po^2}$)

$$p = 32{,}0\,\mathrm{psi} = 32{,}0 \cdot \frac{1\,\mathrm{lbf}}{1\,\mathrm{po}^2}$$

Étape 2 : Trouver les facteurs de conversion (Tableau 3)

- $1\,\mathrm{lbf} = 4{,}448\,\mathrm{N}$
- $1\,\mathrm{po} = 0{,}0254\,\mathrm{m}$, donc $1\,\mathrm{po}^2 = (0{,}0254\,\mathrm{m})^2$

Étape 3 : Placer les facteurs

$$p = 32{,}0 \cdot \frac{1\,\mathrm{lbf}}{1\,\mathrm{po}^2} \cdot \frac{4{,}448\,\mathrm{N}}{1\,\mathrm{lbf}} \cdot \frac{1\,\mathrm{po}^2}{(0{,}0254\,\mathrm{m})^2}$$

Étape 4 : Calculer

$$p = 32{,}0 \cdot \frac{4{,}448}{0{,}0254^2}\,\mathrm{N/m^2} = 221\,\mathrm{kPa}$$

0.2.3 Unités avec exposant

Lorsqu'une unité porte un exposant (aires, volumes), il faut se rappeler que cet exposant signifie que l'unité est **multipliée par elle-même**.

$$1\,\mathrm{m}^2 = 1\,\mathrm{m} \times 1\,\mathrm{m} \qquad \text{et} \qquad 1\,\mathrm{m}^3 = 1\,\mathrm{m} \times 1\,\mathrm{m} \times 1\,\mathrm{m}$$

Par conséquent, le facteur de conversion doit aussi être élevé à la même puissance !

Exemple 0.6 – L

aire d'une écoutille est de $A = 1500\,\mathrm{cm}^2$. Convertir en m^2.

Puisque $\mathrm{cm}^2 = \mathrm{cm} \times \mathrm{cm}$, on doit appliquer le facteur de conversion **deux fois** :

$$\begin{aligned} A &= 1500\,\mathrm{cm}^2 = 1500 \cdot (1\,\mathrm{cm}) \cdot (1\,\mathrm{cm}) \\ &= 1500 \cdot \left(1\,\mathrm{cm} \cdot \frac{1\,\mathrm{m}}{100\,\mathrm{cm}}\right) \cdot \left(1\,\mathrm{cm} \cdot \frac{1\,\mathrm{m}}{100\,\mathrm{cm}}\right) \\ &= 1500 \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{100}\,\mathrm{m}^2 = 0{,}150\,\mathrm{m}^2 \end{aligned}$$

Raccourci : On peut directement élever le facteur de conversion au carré :

$$A = 1500\,\mathrm{cm}^2 \cdot \left(\frac{1\,\mathrm{m}}{100\,\mathrm{cm}}\right)^2 = 1500 \cdot \frac{1}{100^2}\,\mathrm{m}^2 = 0{,}150\,\mathrm{m}^2$$

Exemple 0.7 – C

nvertir un volume de $V = 8{,}50\,\mathrm{pi}^3$ (pieds cubes) en m^3.
Sachant que $1\,\mathrm{pi} = 0{,}3048\,\mathrm{m}$ (Tableau 3) :

$$\begin{aligned} V &= 8{,}50\,\mathrm{pi}^3 \cdot \left(\frac{0{,}3048\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{pi}}\right)^3 \\ &= 8{,}50 \cdot (0{,}3048)^3\,\mathrm{m}^3 \\ &= 8{,}50 \cdot 0{,}02832\,\mathrm{m}^3 = 0{,}241\,\mathrm{m}^3 \end{aligned}$$

Pratique autonome — Conversions d'unités

▷ Pratique autonome 0.1

Un cargo voyage à une vitesse de 18 nœuds. Convertir cette vitesse en mètres par seconde (m/s).

Résolution :

Rép. : 9,26 m/s

▷ Pratique autonome 0.2

La surface du pont principal d'un navire est de $450\,\mathrm{m}^2$. Convertir cette aire en pieds carrés (pi^2).
Indice : Le facteur de conversion doit être appliqué deux fois (une fois par dimension).

Résolution :

Rép. : $4840\,\mathrm{pi}^2$

▷ Pratique autonome 0.3

La consommation de carburant d'un moteur marin est de 85 L/h. Convertir en gallons américains par minute (gal(US)/min).
Rappel : 1 gal(US) = 3,785 L

Résolution :

Rép. : 0,374 gal(US)/min

0.3 Homogénéité des équations

En physique, les équations relient des grandeurs physiques entre elles. Pour qu'une équation soit valide, elle doit respecter une règle fondamentale : l'**homogénéité dimensionnelle**.

Définition

Une équation est **homogène** si les deux côtés de l'égalité ont les **mêmes unités** (ou dimensions).
Autrement dit : on ne peut égaler, additionner ou soustraire que des grandeurs **de même nature**.

Attention

Règles fondamentales :

- On ne peut **pas additionner** des mètres et des secondes : $5\,\mathrm{m} + 3\,\mathrm{s}$ n'a aucun sens!
- On ne peut **pas égaler** une vitesse et une accélération : $v = a$ est impossible.
- Les deux côtés d'une équation **doivent avoir les mêmes unités**.

0.3.1 Pourquoi vérifier l'homogénéité?

Vérifier l'homogénéité d'une équation est un outil puissant pour :

1. **Détecter des erreurs** : Si votre réponse n'a pas les bonnes unités, il y a forcément une erreur quelque part dans votre calcul.
2. **Vérifier une formule** : Avant d'utiliser une équation, vous pouvez vérifier qu'elle est dimensionnellement correcte.
3. **Retrouver une formule oubliée** : L'analyse dimensionnelle peut vous aider à reconstruire une équation dont vous avez oublié la forme exacte.

0.3.2 Comment vérifier l'homogénéité

Pour vérifier l'homogénéité d'une équation, on remplace chaque grandeur par ses **unités de base** (m, kg, s) et on simplifie.

Exemple 0.8 – V

rifions que l'équation de l'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ est homogène.

Côté gauche : L'énergie se mesure en joules.

$$[E_c] = \mathrm{J} = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s^2} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m^2/s^2}$$

Côté droit : La masse est en kg, la vitesse en m/s.

$$\left[\frac{1}{2}mv^2\right] = \mathrm{kg} \cdot (\mathrm{m/s})^2 = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m^2/s^2}$$

Les deux côtés ont les mêmes unités → **l'équation est homogène** ✓

Exemple 0.9 – U

étudiant propose la formule $v = \frac{1}{2}at^2$ pour la vitesse. Est-elle homogène?
Côté gauche : $[v] = \mathrm{m/s}$
Côté droit :

$$\left[\frac{1}{2}at^2\right] = \mathrm{m/s^2} \cdot \mathrm{s^2} = \mathrm{m}$$

Le côté gauche est en m/s, le côté droit est en m → **l'équation n'est PAS homogène** ×
La formule correcte est $v = at$ (ou $x = \frac{1}{2}at^2$ pour la position).

Méthode de vérification

1. Écrire les unités de chaque grandeur en unités de base (m, kg, s)
2. Simplifier les unités de chaque côté de l'équation
3. Comparer : si les unités sont identiques, l'équation est homogène

Attention : Une équation homogène n'est pas nécessairement correcte (il pourrait manquer un facteur numérique), mais une équation **non homogène est toujours fausse**.

Pratique autonome — Homogénéité des équations

▷ Pratique autonome 0.4

L'énergie cinétique de rotation d'un objet est donnée par $E_r = \frac{1}{2}I\omega^2$, où I est le moment d'inertie (en $\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m^2}$) et ω est la vitesse angulaire (en rad/s).
Vérifier que cette équation est homogène. *(Rappel : l'énergie se mesure en joules, où* $1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m^2/s^2}$*)*

Résolution :

Rép. : Homogène : les deux côtés donnent $\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$

▷ Pratique autonome 0.5

Un étudiant propose la formule $t = \dfrac{v}{2a^2}$ pour calculer un temps, où v est une vitesse (m/s) et a est une accélération ($\mathrm{m/s^2}$).
Cette formule est-elle homogène? Justifier.

Résolution :

Rép. : Non homogène : côté droit donne $\mathrm{s^3/m}$, pas des secondes

▷ Pratique autonome 0.6

La période d'oscillation T d'un pendule simple dépend de sa longueur L et de l'accélération gravitationnelle g. On propose la formule :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L^n}{g}}$$

où n est un exposant inconnu. En utilisant l'analyse dimensionnelle, déterminer la valeur de n pour que l'équation soit homogène.
Indice : La période T est en secondes, L en mètres, et g en $\mathrm{m/s^2}$.

Résolution :

Rép. : $n = 1$

0.4 Précision et chiffres significatifs

Les grandeurs physiques utilisées dans les calculs ont été mesurées avec des appareils qui ont un niveau de précision donné.

Définition

Le **nombre de chiffres significatifs** (C.S.) correspond au nombre de chiffres dont on est certain, plus le premier chiffre incertain.

Les règles du zéro

1. Placés **au début** d'une valeur, les zéros ne sont **jamais significatifs**.
2. Placés **à la fin** d'une valeur **avec décimales**, ils sont **toujours significatifs**.
3. Placés **à la fin** d'une valeur **sans décimale**, ils **peuvent être significatifs ou non**.

La notation scientifique permet de lever toute ambiguïté sur le nombre de C.S.

Règle pour ce cours

Dans ce cours, toutes les réponses doivent être exprimées avec 3 chiffres significatifs, en utilisant le **préfixe SI approprié** ou la **notation scientifique**.
Important : On n'écrit jamais plus de **deux zéros après la virgule**. Si une valeur est très petite, il faut utiliser un préfixe SI ou la notation scientifique.

Exemple 0.10 –

a) 127,845 m → **128 m**

b) 0,004 562 3 kg → 0,00456 kg → **4,56 g** (ou $4{,}56 \times 10^{-3}$ kg)

c) 45 230 000 W → $4{,}52 \times 10^{7}$ W → **45,2 MW**

Exemple 0.11 –

Un cargo de masse $m = 52\,000\,\mathrm{t}$ accélère à $a = 0{,}15\,\mathrm{m/s^2}$. Calculer la force. Réponse en notation scientifique avec 3 C.S.
Solution :
Conversion : $m = 52\,000\,\mathrm{t} = 52\,000 \times 1000\ \mathrm{kg} = 5{,}2 \times 10^{7}\ \mathrm{kg}$

Calcul :

$$F = ma = 5{,}2 \times 10^7 \text{ kg} \times 0{,}15 \text{ m/s}^2 = 7\,800\,000 \text{ N}$$

Réponse (3 C.S.) :

$$\boxed{F = 7{,}80 \times 10^6 \text{ N} = 7{,}80\,\text{MN}}$$

Pratique autonome — Chiffres significatifs

▷ Pratique autonome 0.7

Combien de chiffres significatifs contiennent les valeurs suivantes?

a) $0{,}003\,40\,\text{kg}$

b) $2{,}50 \times 10^4$ W

c) $100{,}0\,\text{m}$

Résolution :

Rép. : a) 3 C.S. b) 3 C.S. c) 4 C.S.

▷ Pratique autonome 0.8

Arrondir les valeurs suivantes à **3 chiffres significatifs**. Utiliser la notation scientifique ou les préfixes SI si nécessaire.

a) $45\,678\,\text{m}$

b) $0{,}009\,876\,5\,\text{s}$

c) $123{,}45\,\text{kN}$

Résolution :

Rép. : a) 45,7 km b) 9,88 ms c) 123 kN

▷ **Pratique autonome 0.9**

Un pétrolier de masse $m = 85\,000\,\mathrm{t}$ navigue à une vitesse de $v = 12{,}5\,\mathrm{kn}$.
Calculer son énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ en joules, avec les bons chiffres significatifs et une notation appropriée (préfixe SI ou notation scientifique).
Rappel : $1\,\mathrm{kn} = 0{,}5144\,\mathrm{m/s}$

Résolution :

Rép. : $E_c = 1{,}76\,\mathrm{GJ}$ (ou $1{,}76 \times 10^9$ J)

0.5 Trigonométrie

La trigonométrie est un outil mathématique **essentiel** en physique. Dans ce cours, vous l'utiliserez constamment pour :

- **Décomposer les vecteurs** en leurs composantes horizontale et verticale — c'est la base du calcul vectoriel que nous verrons à la section suivante
- **Retrouver l'angle** d'un vecteur à partir de ses composantes
- **Résoudre des triangles** dans les problèmes de navigation, d'équilibre des forces, de trajectoires, etc.

Sans une maîtrise solide de la trigonométrie, il sera très difficile de progresser dans ce cours. Prenez le temps de revoir ces notions si elles ne sont pas fraîches dans votre mémoire.

0.5.1 Le triangle quelconque

Un triangle est un polygone possédant trois côtés et trois sommets. Dans un triangle, **la somme des angles internes totalise toujours 180°**.

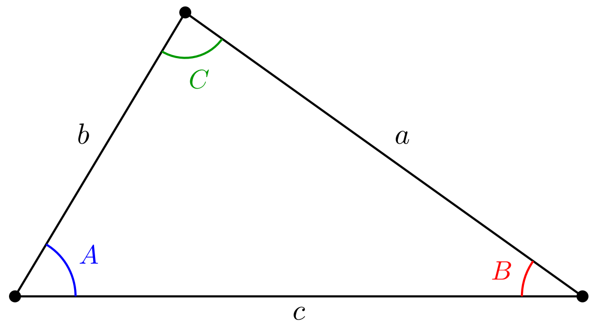


Figure 1: Triangle quelconque : le côté a est opposé à l'angle A, le côté b est opposé à l'angle B, le côté c est opposé à l'angle C.

Il est possible de définir toutes les propriétés d'un triangle quelconque à partir de trois informations :

1. Deux côtés et l'angle entre eux
2. Un côté et deux angles
3. Trois côtés

Les **lois des sinus** et **des cosinus** permettent de résoudre n'importe quel triangle quelconque. Ces notions, vues au secondaire, sont essentielles pour les problèmes de navigation et d'analyse de forces que vous rencontrerez dans ce cours.

Loi des sinus

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Loi des cosinus

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

(et les deux autres formes obtenues par permutation des lettres)

0.5.2 Le triangle rectangle

Le triangle rectangle possède un angle droit (90°). Cette propriété particulière permet d'utiliser des outils plus simples et plus rapides : le **théorème de Pythagore** et les **rapports trigonométriques**.

Attention

Les rapports trigonométriques (sin, cos, tan) sont **la clé** pour décomposer les vecteurs et retrouver leurs angles. Vous devez être capable de les utiliser rapidement et sans erreur.

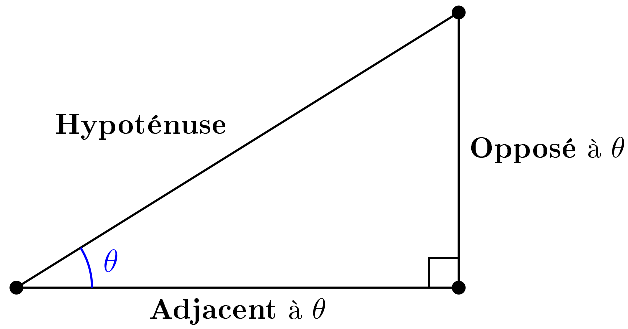


Figure 2: Triangle rectangle : les côtés sont nommés **par rapport à l'angle** θ considéré.

Le truc mnémotechnique **SOH-CAH-TOA** permet de retenir les trois rapports trigonométriques :

SOH-CAH-TOA

$$\sin\theta = \frac{\text{Opposé}}{\text{Hypoténuse}} \qquad \text{(SOH)}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypoténuse}} \qquad \text{(CAH)}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{Opposé}}{\text{Adjacent}} \qquad \text{(TOA)}$$

Théorème de Pythagore

$$\text{Hypoténuse}^2 = \text{Opposé}^2 + \text{Adjacent}^2$$

Il est possible de retrouver toutes les propriétés d'un triangle rectangle à partir de **seulement deux informations** :

1. Un angle (autre que l'angle droit) et un côté
2. Deux côtés

0.6 Scalaires et vecteurs

En physique, toutes les grandeurs ne se comportent pas de la même façon. Certaines sont entièrement décrites par un simple nombre : la température de l'eau, la masse d'un navire, le temps écoulé. D'autres nécessitent plus d'information : quand on parle du vent, dire qu'il souffle à 30 km/h ne suffit pas — il faut aussi savoir *dans quelle direction* il souffle !

Cette distinction fondamentale divise les grandeurs physiques en deux catégories : les **scalaires** et les **vecteurs**. Comprendre cette différence est essentiel pour la suite du cours, car les vecteurs obéissent à des règles de calcul différentes des nombres ordinaires.

Définition

- Un **scalaire** est une grandeur entièrement décrite par un nombre et une unité.

  Exemples : la masse (500 kg)*, la température* (15 °C)*, l'énergie* (200 J)*, le temps* (3 h)*, la pression* (101 kPa)*.*

- Un **vecteur** est une grandeur qui possède à la fois un **module** (valeur numérique), une **direction** et un **sens**.

  Exemples : la vitesse, l'accélération, la force, le déplacement, le courant marin.

0.6.1 Représentation d'un vecteur

Graphiquement, un vecteur est représenté par une **flèche** dans le plan cartésien.

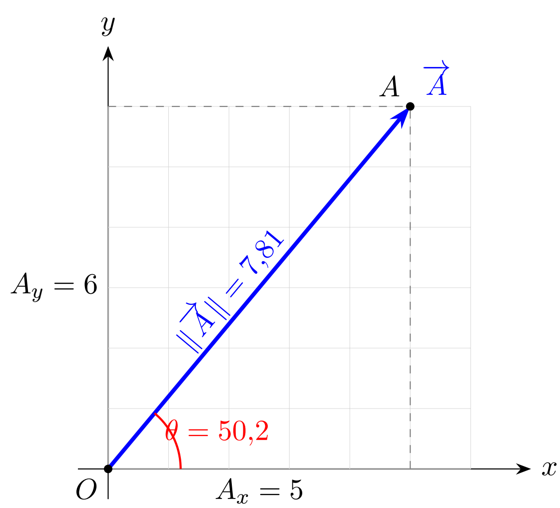


Figure 3: Un vecteur $\overrightarrow{A}$ dans le plan cartésien. Module : $\|\overrightarrow{A}\| = 7{,}81$, orientation : $\theta = 50{,}2$

Par convention, on désigne les quantités vectorielles par des lettres chapeautées d'une flèche ($\overrightarrow{A}$) pour les distinguer des quantités scalaires (A). Le vecteur $\overrightarrow{A}$ possède une **origine** (O) et une **extrémité** (A).

0.6.2 Caractéristiques d'un vecteur

Un vecteur possède trois caractéristiques qui permettent de le définir complètement d'un point de vue mathématique :

Définition

- Le **module** $\|\overrightarrow{A}\|$: la « longueur » du vecteur, toujours positive ou nulle. C'est la grandeur de la quantité physique représentée.
- L'**orientation** θ : l'angle que fait le vecteur par rapport à une direction de référence (généralement l'axe des x positifs).
- Les **composantes** A_x et A_y : les projections du vecteur sur les axes x et y. Elles peuvent être positives ou négatives selon le sens du vecteur.

Ces caractéristiques ne sont pas indépendantes : connaître le module et l'orientation permet de calculer les composantes, et vice versa. Ce sont simplement **deux façons différentes de décrire le même objet mathématique**.

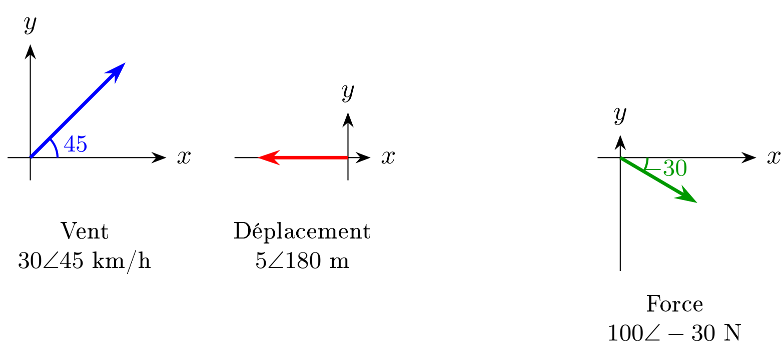


Figure 4: Exemples de vecteurs exprimés en module et orientation.

0.6.3 Notation module-orientation

La première façon d'exprimer un vecteur est d'utiliser son **module** (sa longueur) et son **orientation** (l'angle θ par rapport à l'axe des x positifs).

Notation module-orientation

$$\overrightarrow{A} = \|\overrightarrow{A}\|\angle\theta$$

où $\|\overrightarrow{A}\|$ est le module et θ est l'orientation.

Sur la Figure 3, le vecteur $\overrightarrow{A}$ a un module de 7,81 et une orientation de 50,2°. On écrit alors : $\overrightarrow{A} = 7{,}81\angle 50{,}2$

Cette notation est particulièrement utile lorsqu'on connaît directement la grandeur et la direction d'une quantité physique (par exemple, un vent de 30 km/h venant du nord-est).

0.6.4 Notation en composantes

La deuxième façon d'exprimer un vecteur est d'utiliser ses **composantes**, c'est-à-dire ses projections sur les axes.

Définition

Les **composantes** A_x et A_y du vecteur $\overrightarrow{A}$ sont ses projections sur l'axe des x et l'axe des y respectivement. Elles correspondent aux longueurs des côtés du **triangle rectangle** formé par le vecteur et les axes (voir Figure 3).

Le signe d'une composante indique sa direction par rapport à l'axe de référence :

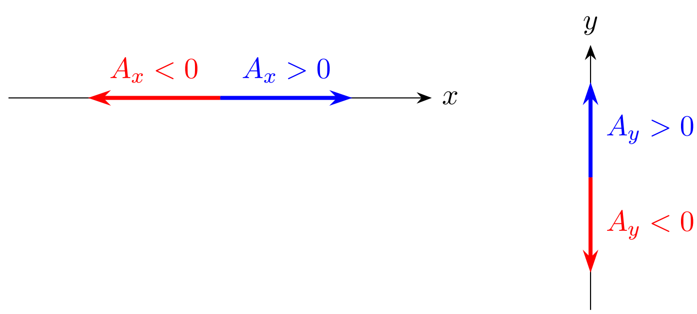


Figure 5: Le signe d'une composante indique le sens par rapport à l'axe.

Notation en composantes

$$\overrightarrow{A} = (A_x,\, A_y)$$

Pour un vecteur en trois dimensions : $\overrightarrow{A} = (A_x,\, A_y,\, A_z)$

Exemple 0.12 – L

vecteur $\overrightarrow{A}$ de la Figure 3 s'écrit :

$$\overrightarrow{A} = (5,\, 6)$$

Pourquoi peut-on décomposer un vecteur ?

À première vue, décomposer un vecteur en composantes peut sembler étrange. Après tout, marcher en diagonale de A vers B n'est pas la même chose que marcher d'abord vers l'est, puis vers le nord. Dans le monde réel, le trajet est différent!
Pourtant, **mathématiquement, le résultat est identique** : vous arrivez au même point final. Le vecteur déplacement — la flèche qui relie votre point de départ à votre point d'arrivée — est le même, peu importe le chemin emprunté.
Analogie : Imaginez que vous êtes à Rimouski et que vous décrivez la position de Matane :

- Si vous regardez vers le fleuve, Matane est « à votre gauche »
- Si vous regardez vers les terres, Matane est « à votre droite »

La **description** change selon votre référentiel, mais **Matane n'a pas bougé**! Sa position réelle dans l'espace est la même — seule la façon de l'exprimer diffère.
C'est exactement ce qui se passe avec les vecteurs : (A_x, A_y) et $\|\overrightarrow{A}\|\angle\theta$ sont deux façons de décrire **le même objet mathématique**. La décomposition en composantes nous permet d'utiliser l'algèbre ordinaire (additions et soustractions de nombres) plutôt que la géométrie, ce qui simplifie énormément les calculs.
Un peu d'histoire : Cette idée révolutionnaire remonte à **René Descartes** (1596-1650), mathématicien et philosophe français qui a inventé le *plan cartésien*. Grâce à lui, un vecteur qui « existe » comme une flèche dans l'espace peut être parfaitement décrit par deux nombres : ses composantes.

Deux représentations, un seul objet

Il est crucial de comprendre que $(A_x,\, A_y)$ et $\|\overrightarrow{A}\|\angle\theta$ sont **deux façons d'écrire exactement le même vecteur**. Ce n'est pas une approximation, ce n'est pas une simplification : c'est **mathématiquement identique**.

C'est comme écrire "une douzaine" ou "12" — même quantité, notation différente.

Équivalence des représentations

$$\overrightarrow{A} = (A_x,\, A_y) \quad \Longleftrightarrow \quad \overrightarrow{A} = \|\overrightarrow{A}\|\angle\theta$$

Ces deux écritures décrivent **le même vecteur**.

Passage module/orientation ↔ composantes

En utilisant la trigonométrie (SOH-CAH-TOA), on peut passer d'une représentation à l'autre :

Du module et orientation vers les composantes :

$$A_x = \|\overrightarrow{A}\|\cos\theta$$
$$A_y = \|\overrightarrow{A}\|\sin\theta$$

où $\|\overrightarrow{A}\|$ est le module et θ est l'angle par rapport à l'axe des x positifs.

Des composantes vers le module et l'orientation :

$$\|\vec{A}\| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{|A_y|}{|A_x|}\right) \quad \text{(angle de référence, entre 0° et 90°)}$$

On interprète ensuite la position de l'angle selon les signes des composantes :

- Q1 : $\theta = \alpha$
- Q2 : $\theta = 180 - \alpha$
- Q3 : $\theta = 180 + \alpha$
- Q4 : $\theta = -\alpha \quad (\text{ou } 360 - \alpha)$

Attention

En utilisant les **valeurs absolues** des composantes, l'angle de référence α est toujours entre 0 et 90. Il suffit ensuite de regarder les signes de A_x et A_y pour déterminer le quadrant et calculer θ.

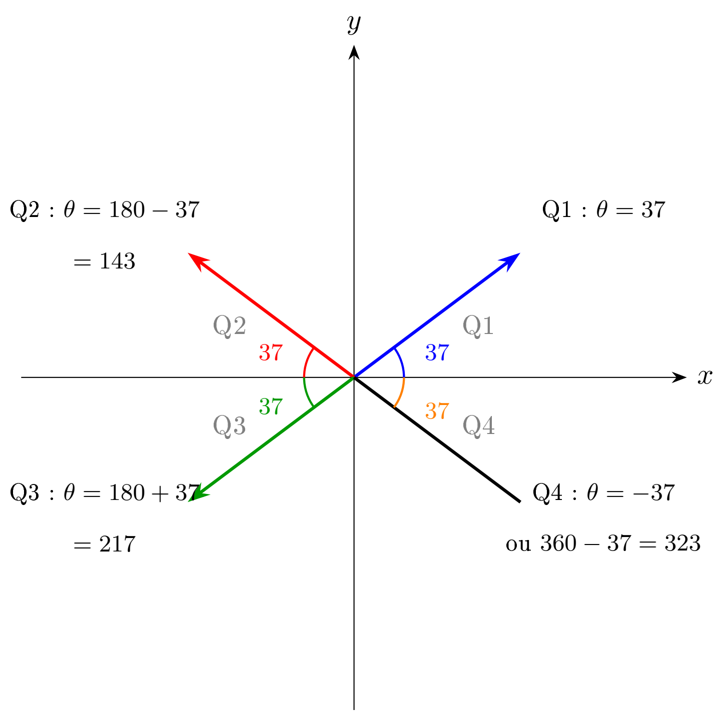


Figure 6: Méthode de l'angle de référence. On calcule d'abord $\alpha = \arctan\left(\frac{|A_y|}{|A_x|}\right)$, puis on place l'angle dans le bon quadrant.

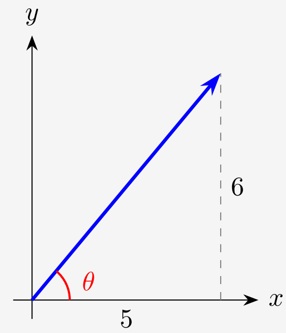
Exemple 0.13 – S

it le vecteur $\overrightarrow{A} = (5,\, 6)$. Calculons son module et son orientation.

$$\|\overrightarrow{A}\| = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{25 + 36} = \sqrt{61} \approx 7{,}81$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{6}{5}\right) = \arctan(1{,}2) \approx 50{,}2$$

On peut donc écrire : $\overrightarrow{A} = 7{,}81\angle 50{,}2$



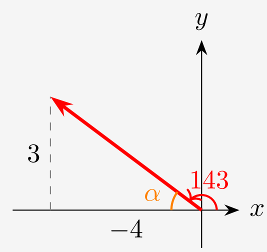
Exemple 0.14 – S

it le vecteur $\overrightarrow{B} = (-4,\, 3)$. Calculons son module et son orientation.

$$\|\overrightarrow{B}\| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5{,}00$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{|3|}{|-4|}\right) = \arctan(0{,}75) = 36{,}9$$

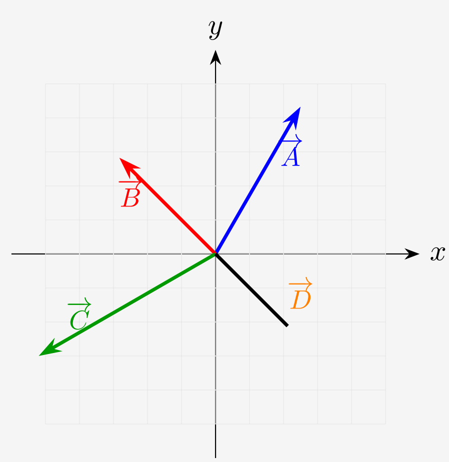
Le vecteur est en **Q2** car $B_x < 0$ et $B_y > 0$.
Donc : $\theta = 180 - 36{,}9 = 143$



Exemple 0.15 – D

composer les vecteurs suivants en composantes :

- $\overrightarrow{A} = 5{,}0\angle 60$ (Q1)
- $\overrightarrow{B} = 4{,}0\angle 135$ (Q2)
- $\overrightarrow{C} = 6{,}0\angle 210$ (Q3)
- $\overrightarrow{D} = 3{,}0\angle -45$ (Q4)



Solution :

Q1 : $\overrightarrow{A} = 5{,}0\angle 60$	$A_x = 5{,}0\cos(60) = 2{,}50$; $A_y = 5{,}0\sin(60) = 4{,}33$	$\overrightarrow{A} = (2{,}50,\ 4{,}33)$
Q2 : $\overrightarrow{B} = 4{,}0\angle 135$	$B_x = 4{,}0\cos(135) = -2{,}83$; $B_y = 4{,}0\sin(135) = 2{,}83$	$\overrightarrow{B} = (-2{,}83,\ 2{,}83)$
Q3 : $\overrightarrow{C} = 6{,}0\angle 210$	$C_x = 6{,}0\cos(210) = -5{,}20$; $C_y = 6{,}0\sin(210) = -3{,}00$	$\overrightarrow{C} = (-5{,}20,\ -3{,}00)$
Q4 : $\overrightarrow{D} = 3{,}0\angle -45$	$D_x = 3{,}0\cos(-45) = 2{,}12$; $D_y = 3{,}0\sin(-45) = -2{,}12$	$\overrightarrow{D} = (2{,}12,\ -2{,}12)$

Pratique autonome — Décomposition de vecteurs

▷ Pratique autonome 0.10

Décomposer le vecteur force $\overrightarrow{F} = 120\angle 55$ N en ses composantes F_x et F_y.

Résolution :

Rép. : $F_x = 68{,}8\,\text{N}$, $F_y = 98{,}3\,\text{N}$, donc $\overrightarrow{F} = (68{,}8,\ 98{,}3)$ N

▷ Pratique autonome 0.11

Décomposer le vecteur vitesse $\overrightarrow{v} = 8{,}5\angle 210$ m/s en ses composantes.
Attention : Ce vecteur se trouve dans le troisième quadrant. Quels seront les signes des composantes?

Résolution :

Rép. : $v_x = -7{,}36\,\text{m/s}$, $v_y = -4{,}25\,\text{m/s}$, donc $\overrightarrow{v} = (-7{,}36,\ -4{,}25)$ m/s

▷ Pratique autonome 0.12

Un courant marin a des composantes $C_x = -2{,}4\,\text{kn}$ et $C_y = 1{,}8\,\text{kn}$.
Trouver le module $\|\overrightarrow{C}\|$ et l'orientation θ de ce courant.
Indice : Le vecteur est dans le deuxième quadrant (Q2).

Résolution :

Rép. : $\|\overrightarrow{C}\| = 3{,}0\,\text{kn}$, $\theta = 143$

0.6.5 Opérations sur les vecteurs

Tout comme il est possible d'additionner, de soustraire, de multiplier et de diviser des scalaires entre eux, il existe des opérations similaires pour les vecteurs.

Attention

On ne peut additionner, soustraire et égaler des grandeurs physiques que si elles ont la même dimension. Elles doivent aussi être **de même nature**. On ne peut donc pas additionner un vecteur avec un scalaire.
Par exemple, l'équation $A = \overrightarrow{B}$ et la somme $A + \overrightarrow{B}$ n'ont pas de sens.

Multiplication d'un vecteur par un scalaire

La seule exception est la **multiplication d'un vecteur par un scalaire**. Multiplier un vecteur par un scalaire revient à modifier le module du vecteur.

Si $\overrightarrow{A} = (A_x,\, A_y)$, alors :
$$k\overrightarrow{A} = (kA_x,\, kA_y)$$

Si le nombre k est négatif, le **sens du vecteur s'inverse**. L'opposé du vecteur $\overrightarrow{A}$, que l'on écrit $-\overrightarrow{A}$, est de même module que $\overrightarrow{A}$, mais de sens contraire.

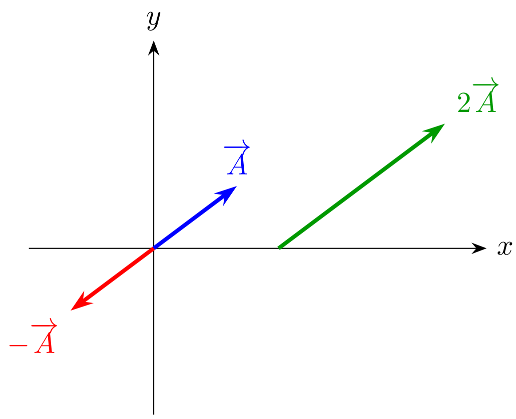


Figure 7: Les vecteurs $\overrightarrow{A}$, $2\overrightarrow{A}$ et $-\overrightarrow{A}$. Le vecteur $2\overrightarrow{A}$ a le double du module de $\overrightarrow{A}$.

Addition de vecteurs

La **somme de deux vecteurs** $\overrightarrow{A}$ et $\overrightarrow{B}$ est un nouveau vecteur appelé **résultante** $\overrightarrow{R}$.

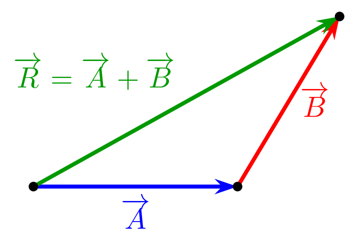


Figure 8: Addition de vecteurs : la résultante $\overrightarrow{R}$ joint l'origine du premier vecteur à l'extrémité du dernier.

Attention

Lorsque l'on additionne des vecteurs, **on ne peut pas simplement additionner leurs modules**. En général :

$$\|\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}\| \neq \|\overrightarrow{A}\| + \|\overrightarrow{B}\|$$

Contre-exemple : Soit $\overrightarrow{A} = 5{,}0\angle 30$ et $\overrightarrow{B} = 3{,}0\angle 110$.
Si on additionnait naïvement les modules : $\|\overrightarrow{R}\|_{\text{FAUX}} = 5{,}0 + 3{,}0 = 8{,}0$
Or, le calcul correct (que nous verrons plus loin) donne : $\|\overrightarrow{R}\|_{\text{VRAI}} = 6{,}26$
L'erreur est de **28%**! Cela montre que l'addition des modules ne fonctionne que si les vecteurs sont **parallèles et de même sens** — ce qui est rarement le cas en pratique.

Méthode géométrique (triangle) Pour additionner deux vecteurs graphiquement :

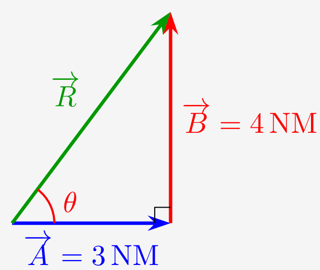
1. Tracer le premier vecteur $\overrightarrow{A}$
2. Placer l'origine du second vecteur $\overrightarrow{B}$ à l'extrémité de $\overrightarrow{A}$

3. La résultante $\overrightarrow{R}$ va de l'origine de $\overrightarrow{A}$ à l'extrémité de $\overrightarrow{B}$

Les trois vecteurs forment un triangle. On peut utiliser la **trigonométrie** (SOH-CAH-TOA si triangle rectangle) ou les **lois des sinus et des cosinus** pour trouver le module et l'orientation de la résultante.

Exemple 0.16 – U

bateau se déplace de 3 NM vers l'est puis de 4 NM vers le nord. Quel est son déplacement total?



Le triangle est rectangle, on utilise Pythagore :

$$\|\overrightarrow{R}\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5\,\mathrm{NM}$$

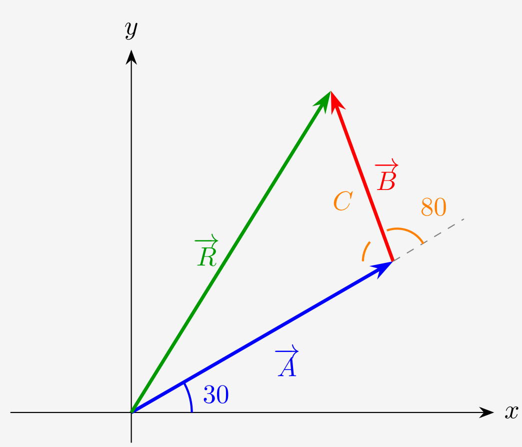
L'orientation : $\theta = \arctan(4/3) = 53{,}1$ nord de l'est.

Remarque

L'addition vectorielle est **commutative** : $\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B} = \overrightarrow{B} + \overrightarrow{A}$

Exemple 0.17 –

Additionner les vecteurs $\overrightarrow{A} = 5{,}0\angle 30$ et $\overrightarrow{B} = 3{,}0\angle 110$ en utilisant la méthode géométrique.



Étape 1 : Identifier l'angle entre les vecteurs
L'angle entre $\overrightarrow{A}$ et $\overrightarrow{B}$ est : $110 - 30 = 80$

Attention : Dans le triangle formé, l'angle C (entre $\overrightarrow{A}$ et $\overrightarrow{B}$) est l'angle *intérieur* au triangle. Il est égal à :

$$C = 180 - 80 = 100$$

Étape 2 : Appliquer la loi des cosinus pour trouver le module
Dans le triangle formé par $\overrightarrow{A}$, $\overrightarrow{B}$ et $\overrightarrow{R}$, on applique la loi des cosinus :

$$\|\overrightarrow{R}\|^2 = \|\overrightarrow{A}\|^2 + \|\overrightarrow{B}\|^2 - 2\|\overrightarrow{A}\|\|\overrightarrow{B}\|\cos(C)$$

$$\|\overrightarrow{R}\|^2 = 5{,}0^2 + 3{,}0^2 - 2(5{,}0)(3{,}0)\cos(100)$$

$$\|\overrightarrow{R}\|^2 = 25 + 9 - 30 \times (-0{,}174) = 34 + 5{,}21 = 39{,}2$$

$$\|\overrightarrow{R}\| = \sqrt{39{,}2} = 6{,}26$$

Étape 3 : Appliquer la loi des sinus pour trouver l'orientation
On cherche l'angle α entre $\overrightarrow{R}$ et $\overrightarrow{A}$:

$$\frac{\sin\alpha}{\|\overrightarrow{B}\|} = \frac{\sin C}{\|\overrightarrow{R}\|} \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha = \frac{\|\overrightarrow{B}\|\sin C}{\|\overrightarrow{R}\|} = \frac{3{,}0 \times \sin(100)}{6{,}26} = 0{,}472$$

$$\alpha = \arcsin(0{,}472) = 28{,}2$$

L'orientation de $\overrightarrow{R}$ par rapport à l'axe des x est :

$$\theta = 30 + 28{,}2 = 58{,}2$$

Réponse : $\overrightarrow{R} = 6{,}26\angle 58{,}2$

Méthode des composantes (algébrique) Cette méthode est plus rapide et plus précise pour les calculs.

Addition par composantes
Si $\overrightarrow{A} = (A_x,\, A_y)$ et $\overrightarrow{B} = (B_x,\, B_y)$, alors :

$$\overrightarrow{R} = \overrightarrow{A} + \overrightarrow{B} = (A_x + B_x,\, A_y + B_y)$$

Attention

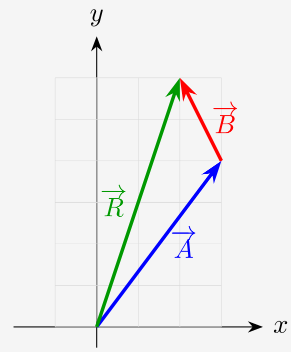
Il ne faut **jamais additionner des composantes en x avec des composantes en y**. On additionne les x avec les x et les y avec les y.

Exemple 0.18 – S

it $\overrightarrow{A} = (3,\, 4)$ et $\overrightarrow{B} = (-1,\, 2)$. Calculons $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}$.

$$R_x = A_x + B_x = 3 + (-1) = 2$$
$$R_y = A_y + B_y = 4 + 2 = 6$$

Donc $\overrightarrow{R} = (2,\ 6)$.
Module : $\|\overrightarrow{R}\| = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40} \approx 6{,}32$
Orientation : $\theta = \arctan(6/2) \approx 71{,}6$



Exemple 0.19 –

Reprenons les vecteurs $\overrightarrow{A} = 5{,}0\angle 30$ et $\overrightarrow{B} = 3{,}0\angle 110$ et résolvons avec la méthode des composantes.
Étape 1 : Décomposer en composantes

$$\overrightarrow{A}: \quad A_x = 5{,}0\cos(30) = 4{,}33 \quad A_y = 5{,}0\sin(30) = 2{,}50$$
$$\overrightarrow{B}: \quad B_x = 3{,}0\cos(110) = -1{,}03 \quad B_y = 3{,}0\sin(110) = 2{,}82$$

Étape 2 : Additionner les composantes

$$R_x = 4{,}33 + (-1{,}03) = 3{,}30$$
$$R_y = 2{,}50 + 2{,}82 = 5{,}32$$

Étape 3 : Calculer module et orientation

$$\|\overrightarrow{R}\| = \sqrt{3{,}30^2 + 5{,}32^2} = \sqrt{39{,}2} = 6{,}26$$
$$\theta = \arctan\left(\frac{5{,}32}{3{,}30}\right) = 58{,}2$$

Réponse : $\overrightarrow{R} = 6{,}26\angle 58{,}2$ ou $\overrightarrow{R} = (3{,}30,\ 5{,}32)$
On retrouve exactement le même résultat qu'avec la méthode géométrique, ce qui confirme l'équivalence des deux approches.

Soustraction de vecteurs

La **soustraction de deux vecteurs** revient à additionner le vecteur opposé :

$$\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B} = \overrightarrow{A} + (-\overrightarrow{B})$$

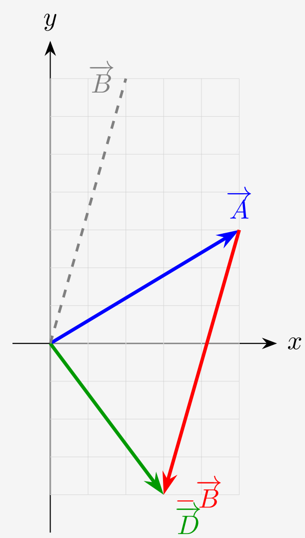
En pratique, on utilise la **méthode des composantes** : on soustrait les composantes correspondantes.

Soustraction par composantes
Si $\overrightarrow{A} = (A_x,\, A_y)$ et $\overrightarrow{B} = (B_x,\, B_y)$, alors :

$$\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B} = (A_x - B_x,\, A_y - B_y)$$

Exemple 0.20 – S

it $\overrightarrow{A} = (5,\, 3)$ et $\overrightarrow{B} = (2,\, 7)$. Calculons $\overrightarrow{D} = \overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}$.



$$D_x = A_x - B_x = 5 - 2 = 3$$
$$D_y = A_y - B_y = 3 - 7 = -4$$

Donc $\overrightarrow{D} = (3,\, -4)$.
Module : $\|\overrightarrow{D}\| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5{,}00$
Orientation : $\theta = \arctan(-4/3) = -53{,}1$ (Q4)

Pratique autonome — Addition de vecteurs

▷ Pratique autonome 0.13

Un remorqueur exerce une force $\overrightarrow{F}_1 = 25\angle 40$ kN sur un navire. Un second remorqueur exerce une force $\overrightarrow{F}_2 = 18\angle 140$ kN.
Trouver la force résultante $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{F}_1 + \overrightarrow{F}_2$ en utilisant la **méthode des composantes**.
Procédure : (1) Décomposer chaque vecteur, (2) Additionner les composantes, (3) Calculer module et orientation.

Résolution :

Rép. : $\overrightarrow{R} = 29{,}5\angle 81{,}4$ kN (ou $\overrightarrow{R} = (4{,}41,\ 29{,}2)$ kN)

▷ Pratique autonome 0.14

Un navire navigue à une vitesse $\overrightarrow{v}_{\text{navire}} = 12\angle 60$ nœuds par rapport à l'eau. Le courant marin est $\overrightarrow{v}_{\text{courant}} = 3{,}0\angle 180$ nœuds (vers l'ouest).
Quelle est la vitesse résultante $\overrightarrow{v}_{\text{fond}}$ du navire par rapport au fond marin?

Résolution :

Rép. : $\overrightarrow{v}_{\text{fond}} = 11{,}4\angle 66{,}2$ kn (ou $\overrightarrow{v}_{\text{fond}} = (3{,}00,\ 10{,}4)$ kn)

▷ Pratique autonome 0.14 (Défi)

Trois forces agissent simultanément sur une bouée d'amarrage :

- $\overrightarrow{F}_1 = (150,\ 0)$ N (tension du câble vers l'est)
- $\overrightarrow{F}_2 = 100\angle 120$ N (force du courant)
- $\overrightarrow{F}_3 = 80\angle 240$ N (force du vent)

Calculer la force résultante $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{F}_1 + \overrightarrow{F}_2 + \overrightarrow{F}_3$.

Résolution :

Rép. : $\overrightarrow{R} = 64{,}0\angle 40{,}9$ N (ou $\overrightarrow{R} = (48{,}4,\ 41{,}9)$ N)

0.6.6 Vecteurs dans les problèmes en une dimension

On sera souvent amené à résoudre des problèmes à une seule dimension. Dans de telles situations, la distinction entre scalaires et vecteurs sera moins importante à faire. En effet, dans des problèmes en une seule dimension, on ne peut se déplacer que dans deux directions : vers la gauche ou vers la droite. La direction d'une grandeur est simplement encodée dans son **signe** ($+$ ou $-$).

Exemple 0.21 – D

ns un système dont l'axe des x est l'unique dimension, une vitesse de $v = -5\,\text{m/s}$ est une vitesse dont le module est de $5\,\text{m/s}$ et dont la direction est vers les x négatifs.

Remarque

Bien qu'il soit important d'être toujours conscient de la **nature des grandeurs physiques** (scalaire ou vecteur), il ne sera pas toujours nécessaire d'écrire les vecteurs avec une flèche dans les problèmes en une dimension. La direction sera encodée dans le signe, mais les grandeurs ne perdront pas leur statut de vecteur.

Compétences

Compétences	**Difficile**	**Familier**	**Minimum**	**Maîtrise**
Fournir une réponse complète à chaque question	☐	☐	☐	☐
Mettre les unités dans chaque nouvelle équation	☐	☐	☐	☐
Connaître les unités de base du SI utilisées dans Physique 1	☐	☐	☐	☐
Convertir des valeurs ayant des unités simples	☐	☐	☐	☐
Convertir des valeurs ayant des unités composées (km/h, cm^3, RPM...)	☐	☐	☐	☐
Utiliser une équation pour déterminer les unités de base	☐	☐	☐	☐
S'assurer de l'homogénéité d'une équation	☐	☐	☐	☐
Déterminer le nombre de chiffres significatifs d'une valeur	☐	☐	☐	☐
Déterminer le nombre de chiffres significatifs d'une réponse	☐	☐	☐	☐
Utiliser sin, cos, tan et Pythagore dans un triangle rectangle	☐	☐	☐	☐
Utiliser les lois des sinus et du cosinus	☐	☐	☐	☐
Différencier une grandeur vectorielle d'une grandeur scalaire	☐	☐	☐	☐
Additionner et soustraire des vecteurs	☐	☐	☐	☐
Mathématiques (essentielles mais non enseignées dans le cours)				
Isoler une variable dans une équation	☐	☐	☐	☐
Priorité des opérations	☐	☐	☐	☐
Mise en évidence	☐	☐	☐	☐
Distributivité	☐	☐	☐	☐
Proportionnalité, règle de trois, produit croisé	☐	☐	☐	☐

Exercices

Questions conceptuelles

1. Énumérez les éléments qui doivent absolument faire partie d'une réponse complète.
2. Énumérez les unités de base du SI qui seront utilisées dans le cours Physique 1.
3. Quelle est la seule unité de base du SI à avoir un préfixe ?
4. Pourquoi utilise-t-on les valeurs absolues des composantes pour calculer l'angle de référence d'un vecteur ?
5. Comment détermine-t-on dans quel quadrant se trouve un vecteur à partir de ses composantes ?
6. Comment s'assure-t-on qu'une équation est homogène ?
7. Comment établit-on le nombre de chiffres à conserver pour la multiplication et la division ?
8. Comment établit-on le nombre de chiffres à conserver pour l'addition et la soustraction ?
9. À quoi doit-on penser lorsqu'on utilise la fonction arc tangente avec sa calculatrice ?

10. Pourquoi ne peut-on pas simplement additionner les modules de deux vecteurs pour obtenir le module de la résultante ?

Conversions

11. Convertir $l = 65\,\text{cm}$ en m *Rép. :* $l = 0{,}65\,\text{m}$
12. Convertir $t = 1{,}25\,\text{h}$ en min *Rép. :* $t = 75{,}0\,\text{min}$
13. Convertir $P = 165\,\text{lb}$ en kg *Rép. :* $P = 75{,}0\,\text{kg}$
14. Convertir $A = 24{,}7\,\text{cm}^2$ en m^2 *Rép. :* $A = 24{,}7 \times 10^{-4}\,\text{m}^2$
15. Convertir $V = 355\,\text{mL}$ en m^3 *Rép. :* $V = 355 \times 10^{-6}\,\text{m}^3$
16. Convertir $t = 1{,}5$ années en secondes *Rép. :* $t = 4{,}7 \times 10^7\,\text{s}$
17. Convertir $p = 550\,\frac{\text{lb·pi}}{\text{s}}$ en $\frac{\text{kg·m}}{\text{s}}$ *Rép. :* $p = 76{,}0\,\frac{kg\cdot m}{s}$
18. Convertir $I = 101{,}4\,\text{po}^4$ en mm^4 *Rép. :* $I = 42{,}21 \times 10^6\,\text{mm}^4$
19. Convertir $p = 32{,}0\,\text{psi}$ en kPa *Rép. :* $p = 221\,\text{kPa}$
20. Sachant que $G = 6{,}673 \times 10^{-11}\,\frac{\text{m}^3}{\text{kg·s}^2}$, $M = 5{,}972 \times 10^{21}\,\text{t}$ et que $R = 6374\,\text{km}$, déterminez la valeur de $g = \frac{GM}{R^2}$ en m/s^2. *Rép. :* $g = 9{,}809\,\text{m/s}^2$

Chiffres significatifs

21. Combien y a-t-il de chiffres significatifs dans les valeurs suivantes : $A = 0{,}1252$; $B = 7{,}120$; $C = 3{,}726 \times 10^2$; $D = 155{,}1$; $E = 0{,}0000230$; $F = 4200$; $G = \pi$; $H = \frac{1}{4}$?

*Pour les exercices 22 à 25, réécrivez chaque valeur avec **3 chiffres significatifs** en utilisant le **préfixe SI approprié** (pas de notation scientifique). Respectez la règle : pas plus de 2 zéros après la virgule.*

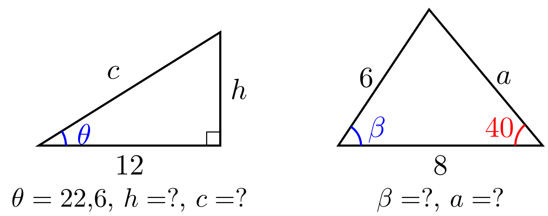
22. $d = 0{,}000\,045\,20\,\text{m}$ *Rép. :* $d = 45{,}2\,\mu\text{m}$
23. $m = 7\,841\,000\,\text{g}$ *Rép. :* $m = 7{,}84\,\text{t}$ (ou $7{,}84\,\text{Mg}$)
24. $t = 0{,}000\,009\,25\,\text{s}$ *Rép. :* $t = 9{,}25\,\mu\text{s}$
25. $P = 34\,720\,000\,\text{W}$ *Rép. :* $P = 34{,}7\,\text{MW}$

Pour les exercices suivants, donnez la réponse avec 3 C.S. en utilisant le préfixe SI approprié ou la notation scientifique.

26. Calculer $F = ma$ avec $m = 12{,}45\,\text{kg}$ et $a = 3{,}7\,\text{m/s}^2$. *Rép. :* $F = 46{,}1\,\text{N}$
27. Calculer $v = \sqrt{2gh}$ avec $g = 9{,}81\,\text{m/s}^2$ et $h = 4{,}25\,\text{m}$. *Rép. :* $v = 9{,}13\,\text{m/s}$
28. Calculer $E = \frac{1}{2}mv^2$ avec $m = 0{,}0025\,\text{kg}$ et $v = 340\,\text{m/s}$. *Rép. :* $E = 144\,\text{J}$
29. Calculer $P = \frac{F}{A}$ avec $F = 2500\,\text{N}$ et $A = 0{,}0012\,\text{m}^2$. *Rép. :* $P = 2{,}08\,\text{MPa}$ *ou* $2{,}08 \times 10^6\,\text{Pa}$

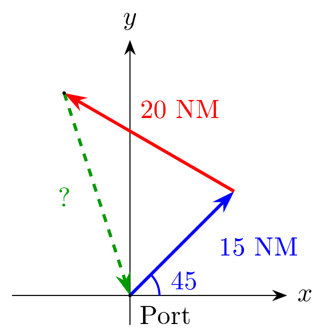
Trigonométrie

30. Pour chacun des triangles suivants, déterminez les valeurs manquantes en utilisant la méthode la plus efficace.



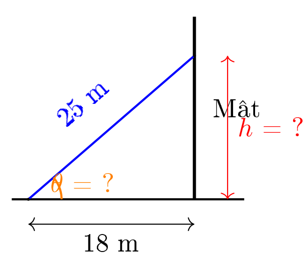
Rép. : $h = 5{,}00$, $c = 13{,}0$; $\beta = 29{,}5$, $a = 5{,}15$

31. Un navire quitte le port et navigue 15 NM à 45 par rapport à l'axe des x, puis 20 NM à 150 par rapport à l'axe des x. Quelle est la distance et l'angle pour revenir directement au port ?



Rép. : Distance = 21,7 NM, *Angle* = 288

32. Un câble de 25 m de long est ancré au sol à 18 m de la base d'un mât. Quel angle le câble fait-il avec le sol ? Quelle est la hauteur du point d'attache sur le mât ?



Rép. : $\theta = 43{,}9$, $h = 17{,}3\,\mathrm{m}$

Vecteurs

33. Pour chacune des grandeurs suivantes, indiquez s'il s'agit d'un scalaire ou d'un vecteur : la vitesse, la température, la pression, le déplacement, le volume, la vitesse du vent, l'accélération, la force, l'énergie.

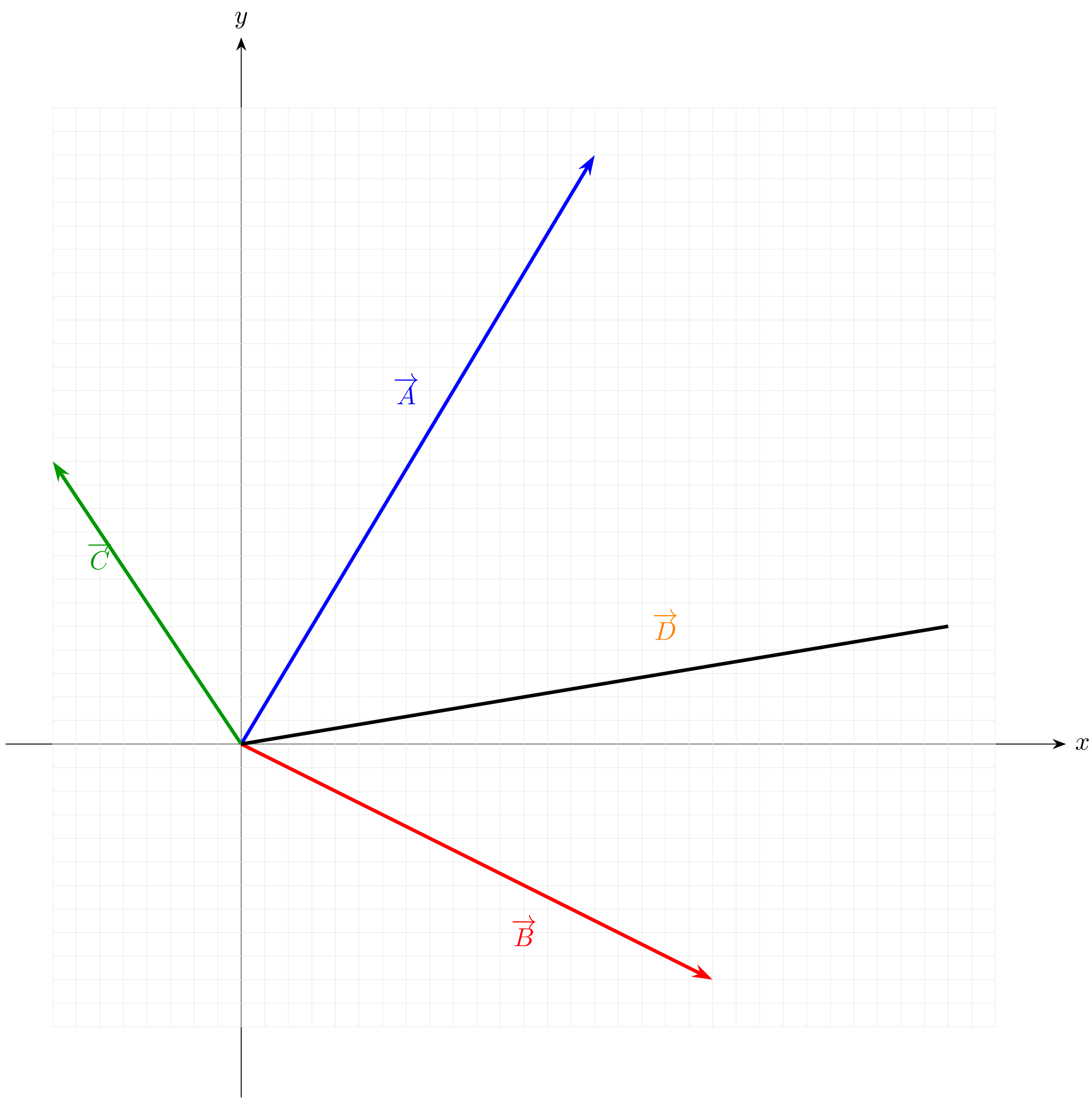
34. Dans la méthode par composantes, que représentent les résultantes R_x et R_y ?

Opérations vectorielles

Les vecteurs suivants sont utilisés pour les exercices ci-dessous.

Pour chaque exercice :

- Dessinez les vecteurs sur un plan cartésien
- Donnez la réponse **en composantes** $(R_x,\, R_y)$
- Donnez la réponse **en module et orientation** $\|\overrightarrow{R}\|\angle\theta$



$$\overrightarrow{A} = 29{,}2\angle 59{,}0 \qquad \overrightarrow{B} = 22{,}4\angle -26{,}6 \qquad \overrightarrow{C} = 14{,}4\angle 124 \qquad \overrightarrow{D} = 30{,}4\angle 9{,}46$$

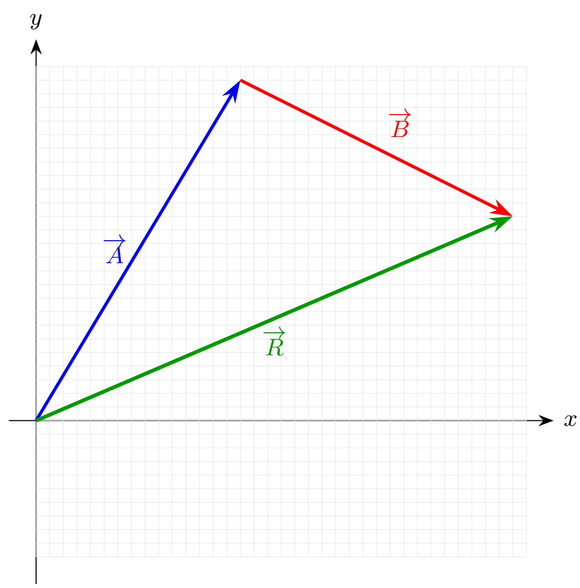
35. Résoudre $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}$. *Rép. :* $\overrightarrow{R} = (35,\ 15) = 38{,}1\angle 23{,}2$

36. Résoudre $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{B} + \overrightarrow{C}$. *Rép. :* $\overrightarrow{R} = (12,\ 2) = 12{,}2\angle 9{,}46$

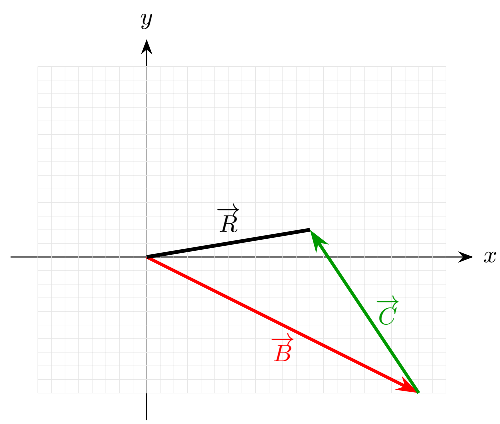
37. Résoudre $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}$. *Rép. :* $\overrightarrow{R} = (-5,\ 35) = 35{,}4\angle 98{,}1$

38. Résoudre $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{A} + \overrightarrow{B} + \overrightarrow{C} + \overrightarrow{D}$. *Rép. :* $\overrightarrow{R} = (57,\ 32) = 65{,}4\angle 29{,}3$

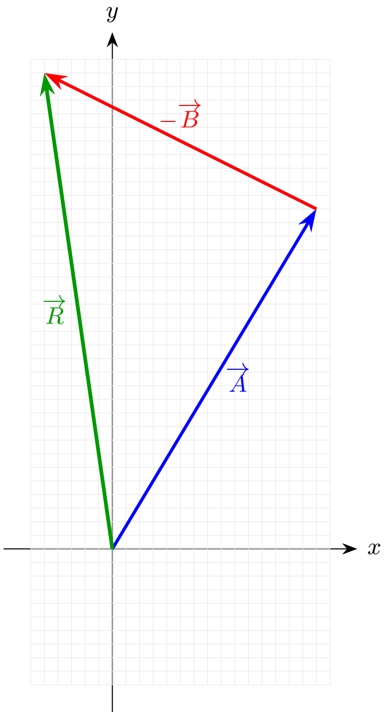
Solutions graphiques des opérations vectorielles



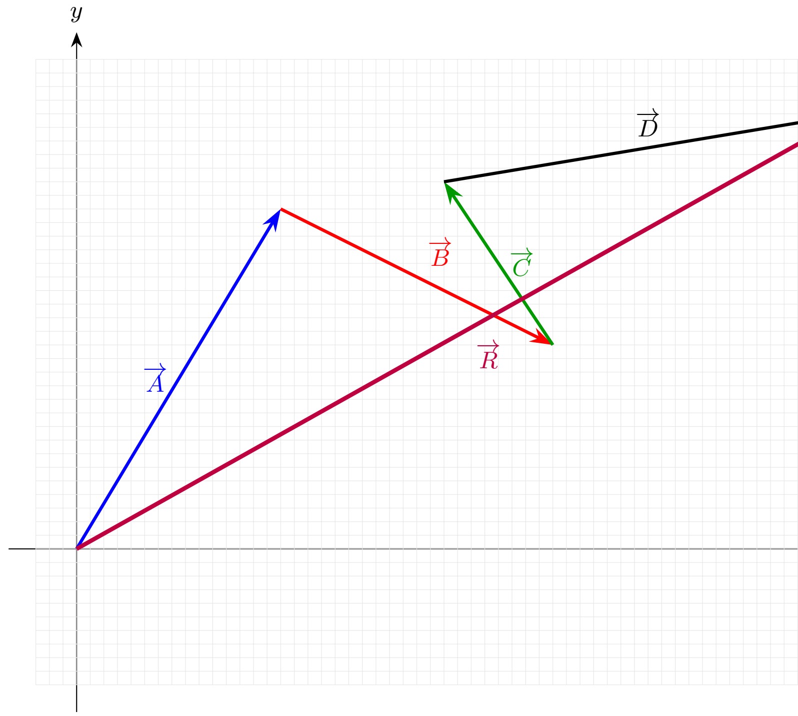
$\overrightarrow{R} = \overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}$



$\overrightarrow{R} = \overrightarrow{B} + \overrightarrow{C}$



$\overrightarrow{R} = \overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}$



$\overrightarrow{R} = \overrightarrow{A} + \overrightarrow{B} + \overrightarrow{C} + \overrightarrow{D}$

Chapitre 1

Cinématique

1.1 Introduction : qu'est-ce que la cinématique?

La **cinématique** est la branche de la mécanique qui se consacre à la **description du mouvement** des corps. Cette description peut être :

- **Qualitative** : « Le navire s'approche du quai en ralentissant. »
- **Mathématique** : « Le navire se déplace à 5 nuds avec une décélération[1] de 0,2 m/s^2. »

Ce que la cinématique ne fait PAS

La cinématique **décrit** le mouvement, mais elle ne cherche pas à l'**expliquer**. Les questions comme « Pourquoi le navire accélère-t-il? » ou « Quelle force est nécessaire pour freiner? » relèvent de la **dynamique**, que nous étudierons au chapitre suivant.
En cinématique, on répond aux questions : *Où? Quand? À quelle vitesse? Avec quelle accélération?*

Pour décrire complètement un mouvement, la cinématique utilise trois grandeurs fondamentales :

1. La **position** (et le **déplacement**)
2. La **vitesse**
3. L'**accélération**

Ces grandeurs sont reliées entre elles et dépendent toutes du **temps**. La description cinématique peut se faire de plusieurs façons : par des **équations mathématiques**, par des **graphiques** ou par des **tableaux de valeurs**.

[1]En physique, la *décélération* correspond simplement à une accélération dont le vecteur est opposé au vecteur vitesse. On parle aussi d'*accélération négative*.

La cinématique dans le contexte maritime

Pour un officier de navigation, la cinématique est omniprésente :

- Calculer le temps d'arrivée à partir de la vitesse et de la distance
- Prévoir la distance de freinage lors d'une manœuvre d'accostage
- Estimer la trajectoire d'un navire en approche pour éviter une collision
- Planifier une manœuvre d'homme à la mer

La maîtrise de ces concepts vous permettra de prendre des décisions éclairées en mer.

L'universalité de la cinématique

Les concepts de la cinématique sont **universels** : ils s'appliquent aussi bien à un navire qu'à une voiture, un avion, un ballon de soccer ou même une molécule. Les mêmes équations décrivent le mouvement d'un pétrolier de 300 000 tonnes et celui d'un électron dans un fil électrique!
Dans ce cours, nous utiliserons principalement des exemples maritimes, mais gardez en tête que ces principes s'appliquent à **tout objet en mouvement**.

1.1.1 Le modèle de la particule

L'observation de phénomènes physiques nous permet de constater qu'un mouvement correspond à une variation continue de la position d'un objet. Néanmoins, il est parfois possible de simplifier l'étude de ces mouvements en négligeant les dimensions de l'objet.

Modèle de la particule

Lorsqu'on ne tient pas compte des dimensions d'un objet et qu'on néglige sa rotation sur lui-même, on peut considérer que toute sa masse est concentrée en un point unique : son **centre de masse**. L'objet est alors traité comme une **particule**.

Exemple 1.1 – Quand utiliser le modèle de la particule?

Un vraquier de 200 m de long navigue en haute mer à 12 nuds. Pour calculer son temps de traversée sur une distance de 500 millesnautiques, on peut traiter le navire comme une particule : ses dimensions (200 m) sont négligeables par rapport à la distance parcourue (926 km).
Par contre, pour une manœuvre d'accostage, les dimensions du navire deviennent importantes et le modèle de la particule n'est plus approprié.

1.2 Position et déplacement

1.2.1 Système de référence

Pour décrire le mouvement d'un objet, il faut d'abord établir un **système de référence** (ou référentiel) composé de :

- Un **point d'origine** O
- Un ou plusieurs **axes orientés** (un axe en 1D, deux axes en 2D, trois axes en 3D)
- Une **unité de mesure** (généralement le mètre)

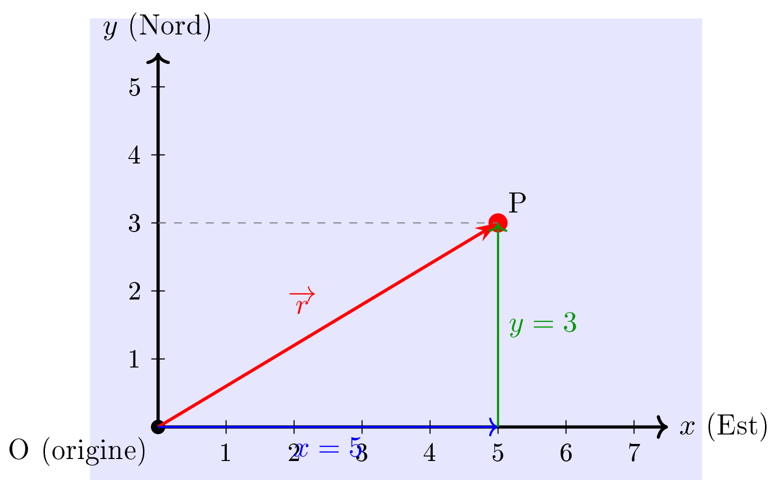
En navigation, on travaille généralement en **deux dimensions** (la surface de l'eau). Nous utiliserons donc un système d'axes x et y perpendiculaires.

Le choix de l'origine est arbitraire

Le choix du point d'origine est **complètement arbitraire** et peut être modifié selon le problème. Par exemple :

- Pour une manœuvre d'accostage, on peut placer l'origine **au quai** (ainsi $x = 0$ correspond à l'objectif)
- Pour une traversée, on peut placer l'origine **au port de départ**
- Pour un problème de collision, on peut placer l'origine **sur l'un des navires**

Un bon choix d'origine peut **simplifier considérablement** les calculs. N'hésitez pas à repositionner l'origine selon ce qui rend le problème plus simple!
Important : Quelle que soit l'origine choisie, les **grandeurs physiques** (déplacement, vitesse, accélération) restent les mêmes. Seules les **coordonnées** changent.



1.2.2 Vecteur position

Vecteur position

Le **vecteur position** $\vec{r}$ d'une particule est le vecteur qui va de l'origine O du système de référence jusqu'à la position de la particule.
En deux dimensions, le vecteur position est caractérisé par ses **deux composantes** :

$$\boxed{\vec{r} = (x, y) \qquad (1.1)}$$

où x est la coordonnée horizontale et y est la coordonnée verticale.
L'unité SI de la position est le **mètre** (m).

Module du vecteur position

Le **module** (ou norme) du vecteur position représente la distance entre l'origine et la particule :

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

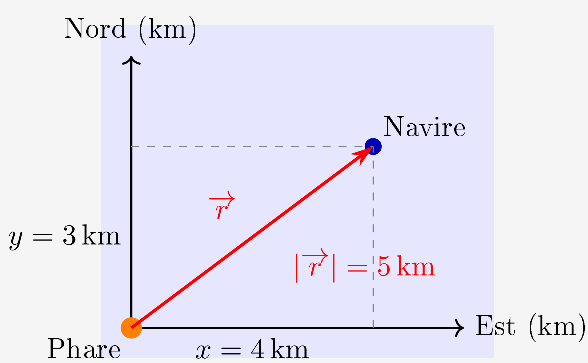
Exemple 1.2 – Position d'un navire en mer

Un navire se trouve à 4 km à l'est et 3 km au nord d'un phare pris comme origine.
Vecteur position :

$$\vec{r} = (4\,\text{km}, 3\,\text{km})$$

Distance au phare :

$$|\vec{r}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5\,\text{km}$$

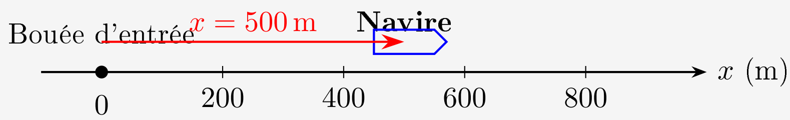


1.2.3 Cas particulier : mouvement en une dimension

Lorsque le mouvement se fait le long d'une seule direction (par exemple, un navire dans un chenal rectiligne), on peut simplifier en utilisant **un seul axe**. La position devient alors un simple nombre algébrique x (positif ou négatif selon le côté de l'origine).

Exemple 1.3 – Position d'un navire dans un chenal

Un chenal maritime est balisé par des bouées. On établit l'origine au niveau de la bouée d'entrée, avec l'axe x positif vers l'intérieur du port.



La position du navire est $x = 500\,\mathrm{m}$ (positif car dans le sens de l'axe).

1.2.4 Vecteur déplacement

Vecteur déplacement

Le **vecteur déplacement** $\Delta\vec{r}$ est la variation du vecteur position entre deux instants. C'est le vecteur qui va de la position initiale à la position finale :

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i} \tag{1.2}$$

En composantes, cela donne :

$$\Delta\vec{r} = (\Delta x, \Delta y) \tag{1.3}$$

$$\text{où} \quad \Delta x = x_f - x_i \quad \text{et} \quad \Delta y = y_f - y_i \tag{1.4}$$

Module du déplacement

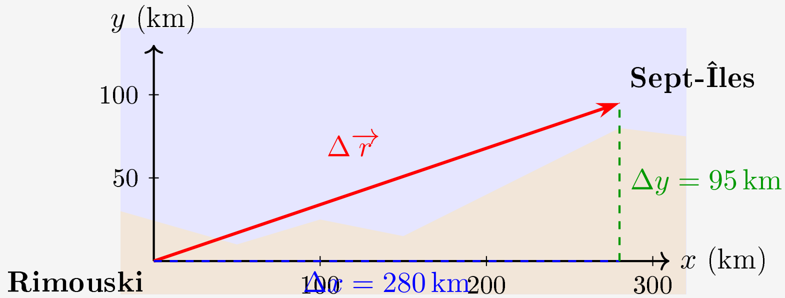
Le **module du déplacement** représente la distance en ligne droite entre la position initiale et la position finale :

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

Exemple 1.4 – Déplacement d'un cargo entre deux ports

Un cargo quitte Rimouski (position initiale) pour se rendre à Sept-Îles (position finale). En prenant Rimouski comme origine :

- Position initiale : $\vec{r}_i = (0\,\mathrm{km}, 0\,\mathrm{km})$
- Position finale : $\vec{r}_f = (280\,\mathrm{km}, 95\,\mathrm{km})$ (Sept-Îles est à l'est-nord-est)



Vecteur déplacement :

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = (280 - 0, 95 - 0) = (280\,\text{km}, 95\,\text{km})$$

Module du déplacement (distance en ligne droite) :

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{280^2 + 95^2} = \sqrt{78400 + 9025} = \sqrt{87425} \approx 296\,\text{km}$$

En milles nautiques : 296 km $\times \dfrac{1\text{ NM}}{1,852\text{ km}} \approx 160\,\text{NM}$

▷ Pratique autonome 1.1

Un navire de recherche part d'une plateforme pétrolière située à l'origine et effectue deux déplacements successifs :

- Premier déplacement : 12 km vers l'est
- Deuxième déplacement : 5 km vers le nord

a) Écrivez le vecteur déplacement total en composantes : $\Delta\vec{r} = (\Delta x, \Delta y)$

b) Calculez le module du déplacement total $|\Delta\vec{r}|$.

c) Quelle est la distance totale parcourue d?

Résolution :

Rép. : a) $\Delta\vec{r} = (12\,\text{km}, 5\,\text{km})$ b) $|\Delta\vec{r}| = 13\,\text{km}$ c) $d = 17\,\text{km}$

1.2.5 Déplacement vs distance parcourue

Ne jamais confondre ces deux grandeurs!

Déplacement $\Delta\vec{r}$	**Distance parcourue** d
Dépend uniquement des positions initiale et finale	Dépend du trajet emprunté
Grandeur **vectorielle** (a une direction)	Grandeur **scalaire** (pas de direction)
Le module peut être nul même si l'objet a bougé	Toujours positive ou nulle
$\lvert\Delta\vec{r}\rvert = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$	$d \geq \lvert\Delta\vec{r}\rvert$ toujours

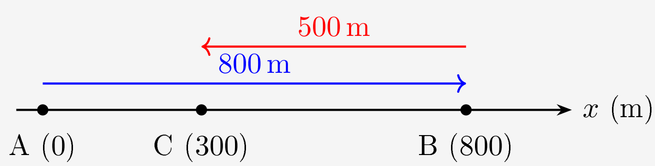
Distance parcourue

La **distance parcourue** d est la longueur totale du trajet suivi par l'objet, mesurée le long de sa trajectoire.

- C'est une grandeur **scalaire** (toujours positive ou nulle)
- Elle ne contient aucune information sur la direction
- Elle est toujours supérieure ou égale au module du déplacement : $d \geq |\Delta\vec{r}|$
- L'égalité $d = |\Delta\vec{r}|$ n'est vraie que si le mouvement est en ligne droite **sans demi-tour**

Exemple 1.5 – Manœuvre d'un remorqueur (cas 1D)

Un remorqueur effectue une manœuvre dans un port. Il part du quai A (position $x_i = 0\,\text{m}$), se rend au quai B (position $x = 800\,\text{m}$), puis revient au quai C (position $x_f = 300\,\text{m}$).



Distance parcourue :

$$d = 800\,\text{m} + 500\,\text{m} = 1300\,\text{m}$$

Déplacement :

$$\Delta x = x_f - x_i = 300\,\text{m} - 0\,\text{m} = 300\,\text{m}$$

Le déplacement ne représente que le changement *net* de position, peu importe le trajet.

▷ Pratique autonome 1.2

Un traversier part du quai A (position $x_i = 0\,\mathrm{m}$), se rend à la bouée B située à $x = 600\,\mathrm{m}$, puis continue jusqu'au quai C situé à $x = 200\,\mathrm{m}$.

a) Calculez le déplacement total Δx.

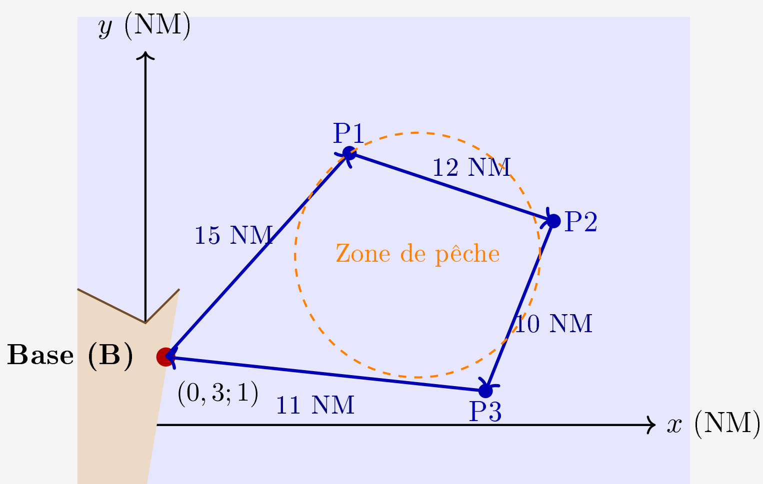
b) Calculez la distance parcourue d.

Résolution :

Rép. : a) $\Delta x = +200\,\mathrm{m}$ b) $d = 1000\,\mathrm{m}$

Exemple 1.6 – Patrouille maritime – trajectoire fermée (cas 2D)

Un patrouilleur des garde-côtes part de sa base (point B), effectue une ronde de surveillance autour d'une zone de pêche en passant par les points P1, P2 et P3, puis revient à sa base après 4 heures.



Distance parcourue :

$$d = 15\,\mathrm{NM} + 12\,\mathrm{NM} + 10\,\mathrm{NM} + 11\,\mathrm{NM} = 48\,\mathrm{NM}$$

Déplacement :

Position initiale = Position finale (retour à la base), donc :

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad |\Delta\vec{r}| = 0\,\text{NM}$$

Attention

Ce résultat illustre une différence fondamentale :

- La **distance parcourue** (48 NM) reflète l'effort réel du patrouilleur (carburant consommé, temps de navigation)
- Le **déplacement** (nul) indique seulement que le navire est revenu à son point de départ

Ces deux grandeurs répondent à des questions différentes!

1.3 La vitesse

1.3.1 Importance de la vitesse

La vitesse est l'une des grandeurs les plus fondamentales en physique. Elle quantifie à quel point un objet change de position rapidement.

La vitesse dans la vie quotidienne et professionnelle

La vitesse est omniprésente dans notre monde :

- Un **conducteur** surveille son indicateur de vitesse pour respecter les limites
- Un **athlète** cherche à optimiser sa vitesse de course ou de nage
- Un **pilote d'avion** doit maintenir une vitesse minimale pour ne pas décrocher
- Un **médecin** mesure la vitesse de conduction nerveuse ou la vitesse du sang
- Un **officier de navigation** calcule les temps de traversée, planifie les manœuvres et anticipe les situations de collision

Dans le contexte maritime, la vitesse est une donnée critique : elle détermine le temps d'arrivée, la consommation de carburant, et la sécurité des manœuvres.

1.3.2 Plusieurs définitions de la vitesse

La vitesse n'est pas une seule chose!

En physique, le mot « vitesse » recouvre **plusieurs concepts distincts** :

- La **vitesse scalaire moyenne** : quelle distance par unité de temps?
- La **vitesse moyenne** : quel déplacement par unité de temps? (orientée)
- La **vitesse instantanée** : quelle vitesse à un instant précis?

Ces trois définitions ne donnent **pas la même information**. Il est crucial de savoir laquelle utiliser selon le contexte.

Commençons par la plus simple : la vitesse scalaire moyenne.

1.3.3 Vitesse scalaire moyenne

Vitesse scalaire moyenne

La **vitesse scalaire moyenne** est le rapport entre la **distance totale parcourue** et l'intervalle de temps :

$$\boxed{v_{scalaire} = \frac{\text{distance parcourue}}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t}} \tag{1.5}$$

- L'unité SI est le **mètre par seconde** (m/s)
- La vitesse scalaire moyenne est **toujours positive ou nulle**
- Elle représente l'« effort réel » de déplacement

Unités de vitesse courantes

Unité	**Équivalence**
1 m/s	Unité SI de référence
1 km/h	$= 0{,}278\,\text{m/s} = \frac{1}{3{,}6}\,\text{m/s}$
1 nud (nd ou kn)	$= 1{,}852\,\text{km/h} = 0{,}5144\,\text{m/s}$

Le **nœud** est l'unité de vitesse en navigation : 1 nud = 1 millenautique/heure.

Exemple 1.7 – Manœuvre d'un remorqueur

Un remorqueur part du quai A, se rend au quai B (800 m), puis revient au quai C (500 m de recul). La manœuvre totale prend 20 minutes.
Données :

- Distance parcourue : $d = 800\,\text{m} + 500\,\text{m} = 1300\,\text{m}$

- Temps : $\Delta t = 20\,\text{min} \times \dfrac{60\,\text{s}}{1\,\text{min}} = 1200\,\text{s}$

Vitesse scalaire moyenne :

$$v_{scalaire} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{1300\,\text{m}}{1200\,\text{s}} = 1{,}08\,\text{m/s}$$

Conversion en nœuds :

$$v_{scalaire} = 1{,}08\,\text{m/s} \times \frac{1\,\text{nud}}{0{,}5144\,\text{m/s}} = 2{,}1\,\text{nuds}$$

Cette valeur représente bien l'activité réelle du remorqueur pendant ces 20 minutes.

1.3.4 Vitesse moyenne

La vitesse scalaire moyenne ne contient aucune information sur la **direction** du mouvement. Pour cela, on définit la vitesse moyenne.

Vitesse moyenne

La **vitesse moyenne** v_{moy} d'un objet est le rapport entre son **déplacement** et l'intervalle de temps correspondant :

$$v_{moy} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \tag{1.6}$$

- C'est une grandeur **vectorielle** (en 1D : elle a un signe)
- Elle peut être positive, négative ou nulle
- Elle indique la **direction** du mouvement net

Signe de la vitesse moyenne

Puisque Δt est toujours positif, le **signe de la vitesse moyenne** est le même que celui du déplacement :

- $v_{moy} > 0$: mouvement net dans le sens positif de l'axe
- $v_{moy} < 0$: mouvement net dans le sens négatif de l'axe
- $v_{moy} = 0$: retour au point de départ (déplacement nul)

Exemple 1.8 – Traversée maritime

Un cargo quitte le port de Rimouski à 8h00 et arrive à Sept-Îles à 20h00. La distance directe (déplacement) entre les deux ports est de 180 millesnautiques vers l'est.

Solution :

Intervalle de temps : $\Delta t = 20h00 - 8h00 = 12\,\text{h}$
Vitesse moyenne :

$$v_{moy} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{180\,\text{NM}}{12\,\text{h}} = 15\,\text{nuds}$$

Le signe positif indique que le mouvement est vers l'est (sens positif de l'axe).

▷ Pratique autonome 1.3

Un cargo quitte le port de Matane à 6h00 et arrive à Baie-Comeau à 10h00. La distance directe entre les deux ports est de 52 km vers le nord-est.
Calculez la vitesse moyenne du cargo en km/h et en nœuds.

Résolution :

Rép. : $v_{moy} = 13\,\text{km/h} \approx 7{,}0\,\text{nuds}$

1.3.5 Pourquoi les deux sont importantes?

Vitesse scalaire moyenne $v_{scalaire}$	**Vitesse moyenne** v_{moy}
Basée sur la **distance parcourue**	Basée sur le **déplacement**
Toujours positive ou nulle	Peut être positive, négative ou nulle
Représente l'**effort réel** (énergie dépensée, carburant consommé)	Représente le **résultat net** (où on s'est rendu)
N'indique pas la direction	**Indique la direction** du mouvement net
$v_{scalaire} = \dfrac{d}{\Delta t}$	$v_{moy} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

Exemple 1.9 – Croisière Québec – Îles-de-la-Madeleine : comparaison

Un navire de croisière quitte Québec, fait escale aux Îles-de-la-Madeleine (à 650 km), puis revient à Québec. L'aller dure 2 jours et le retour dure 2 jours.

Vitesse scalaire moyenne :

$$v_{scalaire} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{650 + 650}{4 \text{ jours}} = 325\,\text{km/jour} \approx 13{,}5\,\text{km/h}$$

Vitesse moyenne :

$$v_{moy} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{4 \text{ jours}} = 0\,\text{km/h}$$

Attention

Les deux informations sont **complémentaires** :

- La vitesse scalaire (13,5 km/h) reflète l'activité réelle du navire
- La vitesse moyenne (nulle) indique que le navire est revenu à son point de départ

Aucune des deux n'est « meilleure » — elles répondent à des questions différentes!

Exemple 1.10 – Navigation avec courant contraire

Un traversier effectue l'aller-retour entre deux rives d'un fleuve séparées de 2 km. À l'aller (avec le courant), il navigue à 12 nuds. Au retour (contre le courant), sa vitesse tombe à 8 nuds.

Conversion des vitesses en km/h :

$$v_{aller} = 12\,\text{nuds} \times \frac{1{,}852\,\text{km/h}}{1\,\text{nud}} = 22{,}2\,\text{km/h}$$

$$v_{retour} = 8\,\text{nuds} \times \frac{1{,}852\,\text{km/h}}{1\,\text{nud}} = 14{,}8\,\text{km/h}$$

Calcul des temps :

$$t_{aller} = \frac{2\,\text{km}}{22{,}2\,\text{km/h}} = 0{,}090\,\text{h} = 0{,}090\,\text{h} \times \frac{60\,\text{min}}{1\,\text{h}} = 5{,}4\,\text{min}$$

$$t_{retour} = \frac{2\,\text{km}}{14{,}8\,\text{km/h}} = 0{,}135\,\text{h} = 0{,}135\,\text{h} \times \frac{60\,\text{min}}{1\,\text{h}} = 8{,}1\,\text{min}$$

Temps total : $\Delta t = 5{,}4\,\text{min} + 8{,}1\,\text{min} = 13{,}5\,\text{min} = 0{,}225\,\text{h}$

Vitesse scalaire moyenne :

$$v_{scalaire} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{4\,\text{km}}{0{,}225\,\text{h}} = 17{,}8\,\text{km/h} = 17{,}8\,\text{km/h} \times \frac{1\,\text{nud}}{1{,}852\,\text{km/h}} = 9{,}6\,\text{nuds}$$

Attention

La vitesse scalaire moyenne (9,6 nuds) n'est **pas** la moyenne arithmétique des deux vitesses : $\frac{12+8}{2} = 10\,\text{nuds}$.
C'est une erreur fréquente ! La moyenne des vitesses ne donne la vitesse scalaire moyenne que si les **temps** de parcours sont égaux.

▷ Pratique autonome 1.4

Un remorqueur effectue un aller-retour entre deux quais séparés de 3 km. À l'aller, il navigue à 10 nuds. Au retour, sa vitesse est de 6 nuds.

a) Calculez le temps total du trajet (en minutes).

b) Calculez la vitesse scalaire moyenne. *Attention au piège!*

Résolution :

Rép. : a) $\Delta t \approx 19{,}4\,\text{min}$ b) $v_{scalaire} \approx 7{,}5\,\text{nuds}$ (et non 8 nuds!)

1.3.6 Vitesse instantanée

Les vitesses moyenne et scalaire moyenne donnent une information **globale** sur un intervalle de temps. Mais que se passe-t-il à un **instant précis**?

Vitesse instantanée

La **vitesse instantanée** est la vitesse d'un objet à un instant précis. C'est la vitesse moyenne calculée sur un intervalle de temps **infiniment petit** :

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{1.7}$$

En termes simples : c'est ce qu'affiche le **loch** (indicateur de vitesse) d'un navire ou le **compteur** d'une voiture à un instant donné.

Vitesse moyenne vs vitesse instantanée

- La **vitesse moyenne** caractérise le mouvement sur un **intervalle de temps**
- La **vitesse instantanée** caractérise le mouvement à un **instant précis**
- Si la vitesse est constante, alors $v_{instantane} = v_{moyenne}$ à tout instant

Exemple 1.11 – Loch d'un navire

Un navire accélère en quittant le port. Son loch affiche successivement :

- À $t = 0\,\mathrm{s}$: $v = 0\,\mathrm{nud}$
- À $t = 60\,\mathrm{s}$: $v = 3\,\mathrm{nuds}$
- À $t = 120\,\mathrm{s}$: $v = 6\,\mathrm{nuds}$
- À $t = 180\,\mathrm{s}$: $v = 8\,\mathrm{nuds}$

Chacune de ces valeurs est une **vitesse instantanée**. La vitesse moyenne sur les 3 premières minutes n'est pas simplement $(0 + 3 + 6 + 8)/4$ — il faudrait connaître la position à chaque instant pour la calculer.

Interprétation graphique

Sur un graphique position-temps $x(t)$, la vitesse instantanée à un instant t correspond à la **pente de la tangente** à la courbe en ce point.
Nous approfondirons cette interprétation dans la section sur les graphiques.

1.3.7 Vitesse surface et vitesse fond

En navigation, on distingue deux vitesses fondamentales qui peuvent différer significativement :

Vitesse surface (STW) et vitesse fond (SOG)

- La **vitesse surface** (en anglais : *Speed Through Water*, **STW**) est la vitesse du navire **par rapport à l'eau** environnante. C'est ce que mesure le **loch** (speedomètre du navire).
- La **vitesse fond** (en anglais : *Speed Over Ground*, **SOG**) est la vitesse du navire **par rapport au fond marin** (ou à la Terre). C'est ce qu'affiche le **GPS**.

Ces deux vitesses diffèrent lorsqu'il y a du **courant**. La relation fondamentale est **vectorielle** :

$$\boxed{\vec{v}_{fond} = \vec{v}_{surface} + \vec{v}_{courant}} \tag{1.8}$$

ou en notation alternative : SOG = STW + courant (vectoriellement)

Importance pratique en navigation

- La **vitesse surface (STW)** détermine le comportement hydrodynamique du navire (gouvernabilité, résistance de l'eau, consommation de carburant).
- La **vitesse fond (SOG)** détermine le temps réel pour atteindre une destination et doit être utilisée pour calculer l'**heure d'arrivée estimée** (ETA).
- Un navire peut afficher 10 nuds au loch mais n'avancer que de 7 nuds par rapport au fond s'il navigue contre un courant de 3 nuds.

Exemple 1.12 – Effet du courant sur la navigation

Un cargo affiche 12 nuds au loch (vitesse surface). Il navigue dans le fleuve Saint-Laurent où le courant est de 2 nuds.
Cas 1 : Courant favorable (même sens que le navire)

$$v_{fond} = 12 + 2 = 14\,\text{nuds}$$

Cas 2 : Courant contraire (sens opposé)

$$v_{fond} = 12 - 2 = 10\,\text{nuds}$$

Dans le premier cas, le navire arrivera **plus tôt** que prévu. Dans le second cas, **plus tard**. C'est la vitesse fond (GPS) qui détermine l'heure d'arrivée réelle.

1.4 Accélération

1.4.1 Introduction : la vitesse peut varier

Jusqu'à présent, nous avons défini la vitesse comme une mesure du changement de position. Mais la vitesse elle-même peut **changer**!

Un navire qui quitte le port voit sa vitesse augmenter progressivement. Un navire qui approche d'un quai voit sa vitesse diminuer. Dans les deux cas, la vitesse **varie** au cours du temps.

Le taux de variation de la vitesse

De plus, la vitesse peut varier **rapidement** ou **lentement** :

- Une voiture de course peut passer de 0 à 100 km/h en quelques secondes
- Un pétrolier met plusieurs minutes pour atteindre sa vitesse de croisière

Le **taux de variation de la vitesse** — c'est-à-dire à quelle rapidité la vitesse change — est ce qu'on appelle l'**accélération**.

L'accélération : une grandeur vectorielle

L'accélération est à la vitesse ce que la vitesse est à la position :

Grandeur	**Définition**
Vitesse	Taux de variation de la **position**
Accélération	Taux de variation de la **vitesse**

Comme la vitesse, l'accélération est une grandeur **vectorielle**. En une dimension, cela signifie qu'elle a un **signe** qui indique sa direction.

1.4.2 Le signe de l'accélération : attention aux pièges!

Avant de définir formellement l'accélération, clarifions une source fréquente de confusion.

Accélération négative $\neq$ ralentissement!

Dans le langage courant, « accélérer » signifie aller plus vite et « décélérer » signifie ralentir. En physique, c'est **plus subtil** : le signe de l'accélération indique sa **direction**, pas si l'objet accélère ou ralentit!

Signe de v	Signe de a	Effet sur le mouvement
$v > 0$	$a > 0$	Accélère (même sens)
$v > 0$	$a < 0$	**Ralentit** (freinage)
$v < 0$	$a < 0$	Accélère (même sens)
$v < 0$	$a > 0$	**Ralentit** (freinage)

Règle simple :

- v et a de **même signe** $\Rightarrow$ l'objet **accélère** (vitesse augmente en valeur absolue)
- v et a de **signes opposés** $\Rightarrow$ l'objet **ralentit** (freinage)

Exemple 1.13 – Traversier se déplaçant vers l'est

Un traversier se déplace vers l'est (sens positif de l'axe). Sa vitesse est $v = 8\,\mathrm{m/s}$.
Cas 1 : Le capitaine accélère. L'accélération est $a = 0{,}5\,\mathrm{m/s^2}$.

- $v > 0$ et $a > 0$: même signe $\Rightarrow$ le traversier va **de plus en plus vite** vers l'est

Cas 2 : Le capitaine freine. L'accélération est $a = -0{,}5\,\mathrm{m/s^2}$.

- $v > 0$ et $a < 0$: signes opposés $\Rightarrow$ le traversier **ralentit**
- Le signe négatif de a indique un **freinage**, pas un déplacement vers l'ouest!

Exemple 1.14 – Traversier se déplaçant vers l'ouest

Maintenant, le traversier se déplace vers l'ouest (sens négatif). Sa vitesse est $v = -8\,\mathrm{m/s}$.
Cas 3 : Le capitaine accélère. L'accélération est $a = -0{,}5\,\mathrm{m/s^2}$.

- $v < 0$ et $a < 0$: même signe $\Rightarrow$ le traversier va **de plus en plus vite** vers l'ouest
- Une accélération négative peut donc être une « vraie » accélération!

Cas 4 : Le capitaine freine. L'accélération est $a = 0{,}5\,\mathrm{m/s^2}$.

- $v < 0$ et $a > 0$: signes opposés $\Rightarrow$ le traversier **ralentit**
- Une accélération positive peut donc être un freinage!

▷ Pratique autonome 1.5

Un navire se déplace vers l'ouest (sens négatif de l'axe) à 12 nuds. Déterminez le signe de l'accélération dans chaque cas :

a) Le capitaine augmente la puissance des moteurs pour aller plus vite.

b) Le capitaine ordonne la marche arrière pour freiner.

Dans chaque cas, le navire accélère-t-il ou ralentit-il?

Résolution :

Rép. : a) $a < 0$ (accélère vers l'ouest)   b) $a > 0$ (ralentit)

1.4.3 Accélération moyenne

Accélération moyenne

L'**accélération moyenne** a_{moy} d'un objet est le rapport entre la variation de sa vitesse et l'intervalle de temps correspondant :

$$a_{moy} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \tag{1.9}$$

L'unité SI est le **mètre par seconde au carré** ($\mathrm{m/s^2}$).

Exemple 1.15 – Accélération d'un vraquier au départ

Un vraquier quitte le port de Montréal. Sa vitesse passe de 0 nud à 10 nuds en 15 minutes.
Conversion en unités SI :

$$v_i = 0\,\mathrm{m/s}$$

$$v_f = 10\,\mathrm{nuds} \times \frac{0{,}5144\,\mathrm{m/s}}{1\,\mathrm{nud}} = 5{,}14\,\mathrm{m/s}$$

$$\Delta t = 15\,\mathrm{min} \times \frac{60\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{min}} = 900\,\mathrm{s}$$

Accélération moyenne :

$$a_{moy} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{5{,}14\,\mathrm{m/s} - 0\,\mathrm{m/s}}{900\,\mathrm{s}} = 0{,}0057\,\mathrm{m/s^2}$$

C'est une accélération très faible comparée à celle d'une voiture ($\sim 3\,\mathrm{m/s^2}$), ce qui est typique des gros navires en raison de leur masse énorme.

Exemple 1.16 – Freinage d'un pétrolier

Un pétrolier naviguant à 15 nuds (vers l'est, donc $v_i > 0$) doit s'arrêter. En raison de sa grande inertie, le freinage prend 20 minutes.

Conversion en unités SI :

$$v_i = 15\,\text{nuds} \times \frac{0{,}5144\,\mathrm{m/s}}{1\,\text{nud}} = 7{,}72\,\mathrm{m/s}$$

$$v_f = 0\,\mathrm{m/s}$$

$$\Delta t = 20\,\mathrm{min} \times \frac{60\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{min}} = 1200\,\mathrm{s}$$

Accélération :

$$a_{moy} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{0\,\mathrm{m/s} - 7{,}72\,\mathrm{m/s}}{1200\,\mathrm{s}} = -0{,}0064\,\mathrm{m/s^2}$$

Analyse : Le signe négatif de a et le signe positif de v_i indiquent qu'il s'agit bien d'un **freinage** (signes opposés). Cette décélération[a] très faible explique pourquoi les pétroliers nécessitent de très longues distances pour s'arrêter.

[a] Rappel : la décélération est une accélération dont le vecteur est opposé au vecteur vitesse.

▷ Pratique autonome 1.6

Un vraquier naviguant à 8 nuds vers l'est doit s'arrêter. Son accélération de freinage est de $a = -0{,}004\,\mathrm{m/s^2}$.

a) Combien de temps faut-il pour s'immobiliser complètement?

b) Quelle distance parcourt-il pendant le freinage?

Indice : Utilisez les équations du MRUA que nous verrons en détail plus loin, ou raisonnez avec la définition de l'accélération.

Résolution :

Rép. : a) $\Delta t \approx 17\,\text{min}$ b) $\Delta x \approx 2{,}1\,\text{km}$

Exemple 1.17 – Accélération d'une voiture (exemple terrestre)

Une voiture passe de $0\,\text{km/h}$ à $100\,\text{km/h}$ en $8\,\text{s}$.
Conversion :

$$v_f = 100\,\text{km/h} \times \frac{1\,\text{h}}{3600\,\text{s}} \times \frac{1000\,\text{m}}{1\,\text{km}} = 100\,\text{km/h} \times \frac{1\,\text{m/s}}{3{,}6\,\text{km/h}} = 27{,}8\,\text{m/s}$$

Accélération :

$$a = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{27{,}8\,\text{m/s} - 0\,\text{m/s}}{8\,\text{s}} = 3{,}47\,\text{m/s}^2$$

Comparons : la voiture accélère environ **600 fois plus vite** que le vraquier! C'est parce que le rapport puissance/masse est beaucoup plus favorable pour une voiture.

1.4.4 Accélération instantanée

Accélération instantanée

L'**accélération instantanée** est l'accélération à un instant précis. C'est la limite de l'accélération moyenne lorsque Δt tend vers zéro :

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{1.10}$$

Interprétation graphique : Sur un graphique $v(t)$, l'accélération instantanée correspond à la **pente de la tangente** à la courbe vitesse-temps.

Accélération constante

Lorsque l'accélération est **constante**, l'accélération instantanée est égale à l'accélération moyenne à tout instant :

$$\text{Si } a = \text{constante} \Rightarrow a_{instantanée} = a_{moyenne}$$

Dans ce cas, le graphique $v(t)$ est une **droite**.

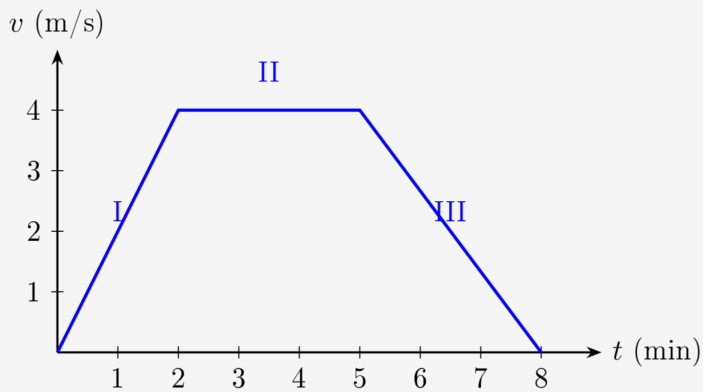
1.4.5 Interprétation graphique de l'accélération

Sur un graphique **vitesse-temps** $v(t)$:

Forme de la courbe	**Accélération**	**Type de mouvement**
Droite horizontale	$a = 0$	Vitesse constante
Droite inclinée vers le haut	$a > 0$ constante	Accélération uniforme
Droite inclinée vers le bas	$a < 0$ constante	Accélération uniforme
Courbe	a variable	Mouvement non uniforme

Exemple 1.18 – Lecture d'un graphique $v(t)$

Le graphique suivant montre la vitesse d'un cargo pendant une manœuvre :



Phase I (0 à 2 min) : Droite montante ⇒ accélération positive constante

$$a_I = \frac{4-0}{2-0} = 2\,\mathrm{m/s/min} = 0{,}033\,\mathrm{m/s^2}$$

Phase II (2 à 5 min) : Droite horizontale ⇒ vitesse constante, $a = 0$
Phase III (5 à 8 min) : Droite descendante ⇒ freinage (car $v > 0$ et $a < 0$)

$$a_{III} = \frac{0-4}{8-5} = -1{,}33\,\mathrm{m/s/min} = -0{,}022\,\mathrm{m/s^2}$$

1.5 Description graphique du mouvement

La description d'un mouvement peut se faire de plusieurs façons : par des équations, par des tableaux de valeurs, ou par des **graphiques**. Les graphiques sont particulièrement utiles car ils permettent de visualiser l'ensemble du mouvement d'un seul coup d'œil.

L'importance de savoir lire les graphiques

Les graphiques sont des outils puissants en physique, mais encore faut-il **apprendre à les lire correctement**!
Un graphique position-temps $x(t)$ ne montre **pas** la trajectoire de l'objet dans l'espace — il montre comment sa position varie dans le temps. De même, un graphique vitesse-temps $v(t)$ ne montre pas la vitesse "dans l'espace" mais son évolution temporelle.
Dans cette section, nous allons développer les compétences nécessaires pour :

- Extraire des informations quantitatives d'un graphique (vitesse, accélération)
- Interpréter qualitativement un mouvement (accéléré, ralenti, au repos)
- Relier les différents types de graphiques entre eux

1.5.1 Le graphique position-temps

Le graphique **position en fonction du temps**, noté $x(t)$, montre comment la position d'un objet varie au fil du temps.

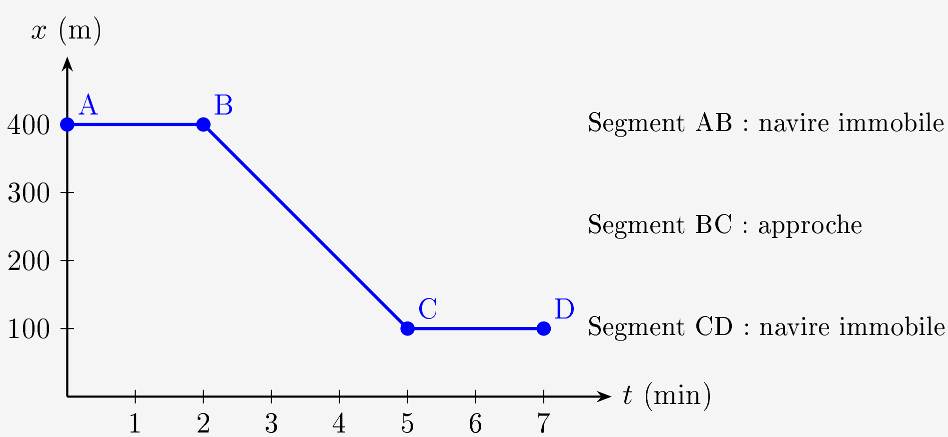
Lecture d'un graphique $x(t)$

Sur un graphique position-temps :

- L'axe horizontal représente le **temps** t
- L'axe vertical représente la **position** x
- Chaque point de la courbe donne la position de l'objet à un instant donné
- La **pente** de la courbe représente la **vitesse**

Exemple 1.19 – Approche d'un navire vers un quai

Le graphique suivant montre la position d'un navire lors de son approche vers un quai. L'origine ($x = 0$) est placée au quai, et l'axe x est positif vers le large.



Interprétation :

- **A à B** (0 à 2 min) : Le navire est **immobile** à 400 m du quai. La courbe est horizontale (pente = 0, donc vitesse = 0).
- **B à C** (2 à 5 min) : Le navire **s'approche** du quai. La courbe descend (pente négative, donc vitesse négative = mouvement vers les x décroissants).
- **C à D** (5 à 7 min) : Le navire est **immobile** à 100 m du quai, en attente du pilote.

1.5.2 Calcul de la vitesse moyenne à partir du graphique

Vitesse moyenne et pente de la sécante

Sur un graphique $x(t)$, la **vitesse moyenne** entre deux instants t_1 et t_2 correspond à la **pente de la droite (sécante)** reliant les deux points correspondants :

$$\boxed{v_{moy} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \text{pente de la sécante} \qquad (1.11)}$$

Exemple 1.20 – Calcul de la vitesse d'approche

À partir du graphique précédent, calculons la vitesse moyenne du navire pendant la phase d'approche (B à C).

Données lues sur le graphique :

- Point B : $t_1 = 2\,\text{min}$, $x_1 = 400\,\text{m}$
- Point C : $t_2 = 5\,\text{min}$, $x_2 = 100\,\text{m}$

Calcul :

$$v_{moy} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{100 - 400}{5 - 2} = \frac{-300}{3} = -100\,\text{m/min}$$

Conversion en m/s : $v_{moy} = \frac{-100}{60} = -1{,}67\,\text{m/s}$
Le signe négatif indique que le navire se déplace vers les x décroissants (vers le quai). En valeur absolue, c'est environ 3,2 nuds, une vitesse typique pour une approche finale.

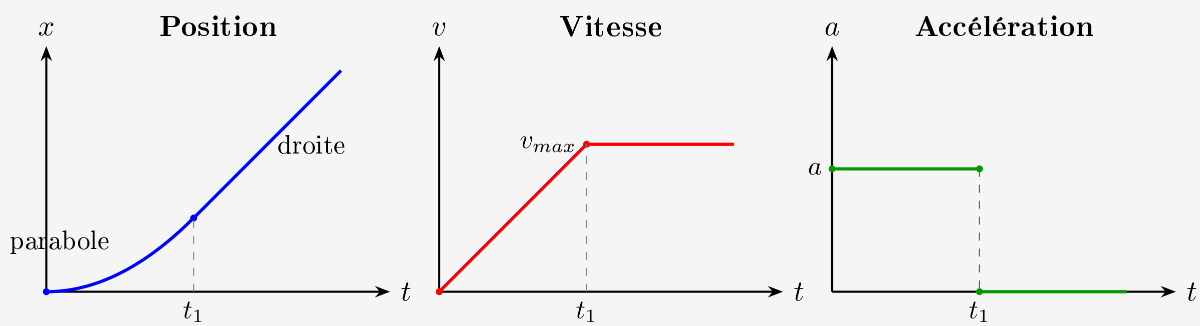
1.5.3 Interprétation de la forme de la courbe

La forme de la courbe $x(t)$ nous renseigne sur le type de mouvement :

Forme de la courbe	Type de mouvement	Vitesse
Droite horizontale	Repos (immobile)	$v = 0$
Droite inclinée vers le haut	MRU dans le sens $+x$	$v > 0$ constante
Droite inclinée vers le bas	MRU dans le sens $-x$	$v < 0$ constante
Courbe (parabole) vers le haut	Mouvement accéléré	v augmente
Courbe (parabole) vers le bas	Mouvement décéléré	v diminue

Exemple 1.21 – Départ d'un navire du port – Les trois graphiques

Un navire quitte le port. Pendant les 4 premières minutes, il accélère uniformément. Ensuite, il maintient sa vitesse de croisière. Voici les trois graphiques qui décrivent ce mouvement :



Interprétation des liens entre les graphiques :

Phase	Position $x(t)$	Vitesse $v(t)$	Accélération $a(t)$
$0 \to t_1$ (accélération)	Parabole (courbée vers le haut)	Droite montante	Constante positive
$t_1 \to$ fin (croisière)	Droite inclinée	Horizontale	Nulle

Idéalisation des graphiques – Limites du modèle

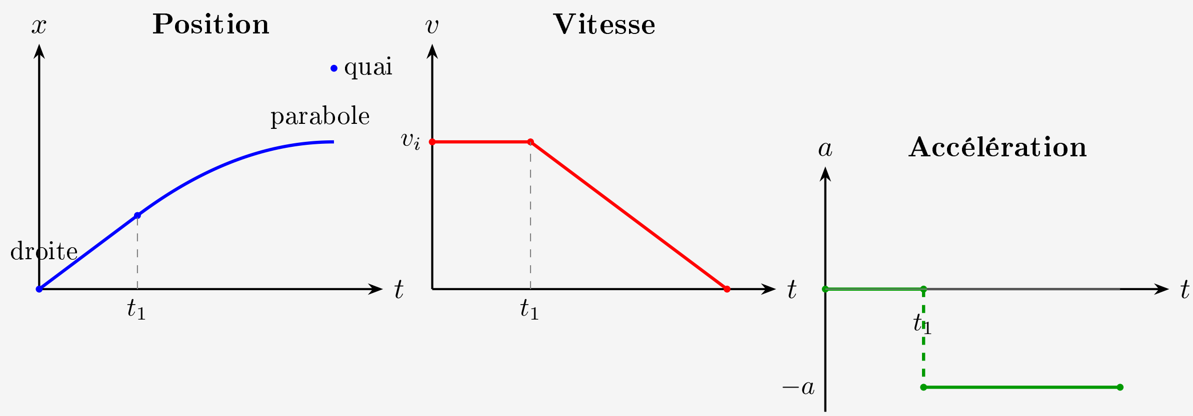
Les graphiques avec des **angles vifs** (changements de pente instantanés) sont une **idéalisation mathématique**. Dans la réalité :

- L'**inertie** du navire empêche tout changement instantané de vitesse ou d'accélération
- Les courbes réelles sont toujours **plus lisses** (pas de discontinuités)
- Un navire de 100 000 tonnes ne peut pas passer d'une accélération constante à une accélération nulle en un instant

Ces modèles simplifiés restent très utiles pour comprendre les principes fondamentaux et faire des calculs approchés.

Exemple 1.22 – Arrivée d'un navire au port – Les trois graphiques

Un navire approche du quai. Il navigue d'abord à vitesse constante, puis freine uniformément jusqu'à l'arrêt.



Interprétation :

Phase	Position $x(t)$	Vitesse $v(t)$	Accélération $a(t)$
$0 \to t_1$ (approche)	Droite inclinée	Horizontale	Nulle
$t_1 \to$ fin (freinage)	Parabole (s'aplatit)	Droite descendante	Constante négative

Attention

Notez que pendant le freinage :

- La **position continue d'augmenter** (le navire avance toujours vers le quai)
- La **vitesse diminue** (le navire ralentit)
- L'**accélération est négative** (elle s'oppose au mouvement)

La position augmente de moins en moins vite : c'est pourquoi la parabole s'aplatit.

1.5.4 Le graphique vitesse-temps

Le graphique **vitesse en fonction du temps**, noté $v(t)$, est complémentaire au graphique position-temps.

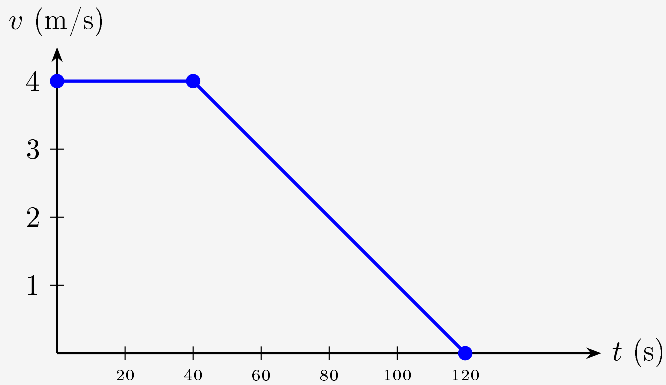
Lecture d'un graphique $v(t)$

Sur un graphique vitesse-temps :

- L'axe horizontal représente le **temps** t
- L'axe vertical représente la **vitesse** v
- La **pente** de la courbe représente l'**accélération**

Exemple 1.23 – Manœuvre d'accostage d'un traversier

Voici le graphique $v(t)$ d'un traversier lors de son accostage :



Interprétation :

- **0 à 40 s** : Vitesse constante de 4 m/s (MRU pendant l'approche). La pente est nulle, donc l'accélération est nulle.
- **40 à 120 s** : La vitesse diminue linéairement jusqu'à zéro (freinage). La pente est négative et constante, donc l'accélération est constante et négative (MRUA).

Calcul de l'accélération pendant le freinage :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{120 - 40} = \frac{-4}{80} = -0{,}05\,\mathrm{m/s^2}$$

1.6 Description mathématique du mouvement

1.6.1 Introduction : la puissance des équations

Jusqu'à présent, nous avons décrit le mouvement de deux façons :

- **Qualitativement** : en utilisant des mots (accélération, freinage, repos...)
- **Graphiquement** : en traçant des courbes $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$

Ces approches sont utiles, mais elles ont leurs limites. Pour faire des **prédictions précises** — comme calculer exactement où sera un navire dans 2 heures, ou quelle distance de freinage est nécessaire — nous avons besoin d'un outil plus puissant : les **équations de la cinématique**.

Pourquoi des équations?

Les équations permettent de :

- Calculer des valeurs **numériques précises**
- Faire des **prédictions** sur le mouvement futur
- Résoudre des problèmes **inverses** (ex: quelle vitesse initiale pour atteindre une cible?)
- Analyser des situations **complexes** impliquant plusieurs objets

Dans cette section, nous allons développer les équations pour deux types de mouvement fondamentaux :

1. Le **Mouvement Rectiligne Uniforme** (MRU) : vitesse constante
2. Le **Mouvement Rectiligne Uniformément Accéléré** (MRUA) : accélération constante

Ces deux modèles permettent de décrire la grande majorité des situations rencontrées en navigation.

1.6.2 Mouvement Rectiligne Uniforme (MRU)

Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

Un **mouvement rectiligne uniforme** est un mouvement en ligne droite à **vitesse constante**.
Dans un MRU :

- La vitesse ne change pas : $v = \text{constante}$
- L'accélération est nulle : $a = 0$
- Le graphique $x(t)$ est une **droite**
- Le graphique $v(t)$ est une **droite horizontale**

Dérivation de l'équation du MRU

Partons de la définition de la vitesse moyenne :

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Puisque la vitesse est constante dans un MRU, on peut isoler le déplacement :

Équation du MRU

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \qquad \text{ou} \qquad x_f = x_i + v \cdot \Delta t \tag{1.12}$$

Interprétation intuitive

L'équation dit simplement : « la distance parcourue est égale à la vitesse multipliée par le temps ». C'est la formule que tout le monde utilise intuitivement pour calculer, par exemple, le temps d'un trajet en voiture.

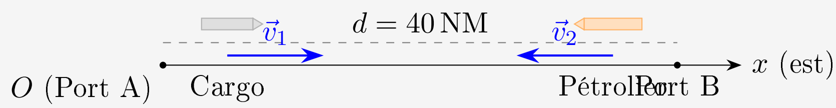
Exemple 1.24 – Cargo en MRU

Un cargo navigue en ligne droite à 12 nuds (6,17 m/s). Quelle distance parcourt-il en 3 heures?
Solution :

$$\Delta x = v \cdot \Delta t = 12 \times 3 = 36\,\text{NM}$$

Ou en SI : $\Delta x = 6,17 \times (3 \times 3600) = 66\,636\,\text{m} \approx 66{,}6\,\text{km}$

Exemple 1.25 – Rencontre de deux navires (MRU)



Un cargo quitte le port A vers l'est à $v_1 = 12$ nuds. Au même moment, un pétrolier quitte le port B, situé à 40 NM à l'est de A, et se dirige vers l'ouest à $v_2 = 8$ nuds.

a) S'ils partent au même instant, après combien de temps se croiseront-ils et à quelle position?

b) Si le pétrolier part 30 min après le cargo, où et quand se croiseront-ils?

Référentiel : Origine au port A, axe x positif vers l'est.
a) Départ simultané :
Équations de position :

$$x_1(t) = v_1 \cdot t = 12t$$
$$x_2(t) = d - v_2 \cdot t = 40 - 8t$$

Rencontre quand $x_1 = x_2$:

$$12t = 40 - 8t$$
$$20t = 40$$
$$t = 2\,\text{h}$$

Position : $x = 12 \times 2 = 24\,\text{NM}$ à l'est du port A.
b) Départ décalé (30 min de retard pour le pétrolier) :
Pendant les 30 premières minutes, seul le cargo avance :

$$x_1(0,5\ \text{h}) = 12 \times 0,5 = 6\,\text{NM}$$

Après $t' = 0$ (moment où le pétrolier part) :

$$x_1(t') = 6 + 12t'$$
$$x_2(t') = 40 - 8t'$$

Rencontre :

$$6 + 12t' = 40 - 8t'$$
$$20t' = 34$$
$$t' = 1{,}7\,\mathrm{h} = 1\,\mathrm{h}\,42\,\mathrm{min}$$

Position : $x = 6 + 12 \times 1,7 = 26{,}4\,\mathrm{NM}$ à l'est du port A.
Temps total depuis le départ du cargo : $0,5 + 1,7 = 2{,}2\,\mathrm{h} = 2\,\mathrm{h}\,12\,\mathrm{min}$

Le MRU est un cas idéal

En pratique, un mouvement parfaitement uniforme est rare. Un navire subit des variations de vitesse dues aux vagues, au vent, aux courants. Le MRU est un **modèle simplifié** qui donne de bonnes approximations lorsque ces variations sont faibles.

1.6.3 Mouvement Rectiligne Uniformément Accéléré (MRUA)

Le MRU décrit les situations où la vitesse est constante. Mais que se passe-t-il quand un navire **accélère** ou **freine**? C'est là qu'intervient le MRUA.

Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

Un **mouvement rectiligne uniformément accéléré** est un mouvement en ligne droite où l'**accélération est constante** :

$$a = \text{constante} \neq 0$$

Dans un MRUA :

- L'accélération ne change pas au cours du temps
- La vitesse varie **linéairement** avec le temps
- Le graphique $v(t)$ est une **droite inclinée**
- Le graphique $x(t)$ est une **parabole**

Pourquoi étudier le MRUA?

Le MRUA est le modèle le plus simple pour décrire :

- Les phases de **démarrage** (accélération positive)
- Les phases de **freinage** (accélération négative)
- La **chute libre** (accélération = g)

C'est un modèle fondamental qui s'applique à de très nombreuses situations!

Dérivation des équations du MRUA

L'idée clé est de **partir des définitions de base** et de les combiner pour obtenir des équations utiles. Procédons étape par étape.

Équation 1 : Vitesse en fonction du temps

Par définition de l'accélération :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t}$$

En isolant v_f :

$$\boxed{v_f = v_i + a \cdot \Delta t} \tag{1.13}$$

Interprétation : La vitesse finale égale la vitesse initiale plus le « gain de vitesse » ($a \cdot \Delta t$).

Équation 2 : Vitesse moyenne dans un MRUA

Puisque la vitesse varie linéairement (le graphique $v(t)$ est une droite), la vitesse moyenne est simplement la **moyenne arithmétique** des vitesses initiale et finale :

$$\boxed{v_{moy} = \frac{v_i + v_f}{2}} \tag{1.14}$$

Cette formule n'est valide QUE pour un MRUA!

Équation 3 : Déplacement en fonction des vitesses

Par définition de la vitesse moyenne : $\Delta x = v_{moy} \cdot \Delta t$

En remplaçant v_{moy} par l'équation **??** :

$$\boxed{\Delta x = \frac{v_i + v_f}{2} \cdot \Delta t} \tag{1.15}$$

Utile quand on connaît les deux vitesses et le temps.

Équation 4 : Déplacement en fonction de a et t

Substituons l'équation **??** dans l'équation **??** :

$$\begin{aligned}\Delta x &= \frac{v_i + (v_i + a\Delta t)}{2} \cdot \Delta t \\ &= \frac{2v_i + a\Delta t}{2} \cdot \Delta t \\ &= v_i\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2\end{aligned}$$

$$\boxed{\Delta x = v_i\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2} \tag{1.16}$$

La formule la plus utilisée! Elle donne la position à tout instant.

Équation 5 : L'équation sans le temps

Parfois, on ne connaît pas le temps et on ne veut pas le calculer. On peut éliminer Δt entre les équations **??** et **??**.

De l'équation **??** : $\Delta t = \frac{v_f - v_i}{a}$

En substituant dans l'équation **??** :

$$\Delta x = \frac{v_i + v_f}{2} \cdot \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a}$$

En réarrangeant :

$$\boxed{v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x} \tag{1.17}$$

Interprétation intuitive de l'équation ??

Cette équation est particulière car elle relie directement la vitesse au déplacement, **sans passer par le temps**.
Pourquoi v^2 et pas v?
Imaginons deux situations de freinage :

- Voiture A : $v_i = 50\,\text{km/h}$, freine jusqu'à l'arrêt
- Voiture B : $v_i = 100\,\text{km/h}$ (le double), freine avec la même décélération

Intuitivement, on pourrait penser que B nécessite le double de distance pour s'arrêter. **Faux!** L'équation nous dit que $\Delta x \propto v_i^2$, donc B nécessite **quatre fois** plus de distance!
C'est parce que :

1. B roule deux fois plus vite, donc parcourt plus de distance à chaque seconde
2. B met aussi deux fois plus de temps à s'arrêter (car $\Delta t = v_i/|a|$)

L'effet se **multiplie** : $2 \times 2 = 4$. D'où le v^2.
Applications typiques :

- Calculer une **distance de freinage** (trouver Δx quand $v_f = 0$)
- Trouver la **vitesse finale** après un certain déplacement
- Déterminer l'**accélération nécessaire** pour atteindre une vitesse sur une distance donnée

Lien avec l'énergie : En multipliant par $\frac{1}{2}m$, on obtient le théorème de l'énergie cinétique : $\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}mv_i^2 + (ma)\Delta x$, soit : énergie cinétique finale = énergie cinétique initiale + travail de la force. Cette connexion sera approfondie au chapitre 2.

Tableau récapitulatif

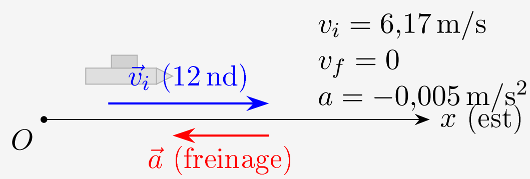
No	Équation	Variables présentes	Variable absente
1	$v_f = v_i + a\Delta t$	v_f, v_i, a, Δt	Δx
2	$v_{moy} = \dfrac{v_i + v_f}{2}$	v_{moy}, v_i, v_f	a, Δt, Δx
3	$\Delta x = \dfrac{v_i + v_f}{2}\Delta t$	Δx, v_i, v_f, Δt	a
4	$\Delta x = v_i\Delta t + \dfrac{1}{2}a(\Delta t)^2$	Δx, v_i, a, Δt	v_f
5	$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$	v_f, v_i, a, Δx	Δt

Stratégie de résolution
Pour choisir la bonne équation :

1. Dessiner un **schéma** et y inscrire le **système d'axes** (orientation, origine, sens positif) ainsi que les **données** du problème
2. Identifier les **données** du problème (ce qu'on connaît)
3. Identifier l'**inconnue** recherchée (ce qu'on cherche)
4. Choisir l'équation qui contient l'inconnue et les données, mais **pas** la variable qu'on ne connaît pas

1.6.4 Applications du MRUA

Exemple 1.26 – Distance de freinage d'un cargo



Un cargo navigue à 12 nuds lorsque le capitaine ordonne l'arrêt des machines. Le navire décélère à $0{,}005\,\text{m/s}^2$. Quelle distance parcourt-il avant de s'immobiliser?
Données :

- $v_i = 12\,\text{nuds} \times \dfrac{0{,}5144\,\text{m/s}}{1\,\text{nud}} = 6{,}17\,\text{m/s}$
- $v_f = 0\,\text{m/s}$ (arrêt)
- $a = -0{,}005\,\text{m/s}^2$ (freinage)

Inconnue : $\Delta x = ?$
Choix de l'équation : On cherche Δx, on connaît v_i, v_f, a, mais pas $\Delta t \Rightarrow$ Équation 5
Solution :

$$\begin{aligned}
v_f^2 &= v_i^2 + 2a\Delta x \\
(0\,\text{m/s})^2 &= (6{,}17\,\text{m/s})^2 + 2(-0{,}005\,\text{m/s}^2)\Delta x \\
0{,}01\,\text{m/s}^2 \cdot \Delta x &= 38{,}07\,\text{m}^2/\text{s}^2 \\
\Delta x &= 3807\,\text{m} \approx 3{,}8\,\text{km}
\end{aligned}$$

Conversion en milles nautiques : $\Delta x = 3{,}8\,\text{km} \times \dfrac{1\,\text{NM}}{1{,}852\,\text{km}} \approx 2{,}1\,\text{NM}$

Attention

Cette distance de freinage énorme explique pourquoi les officiers de navigation doivent anticiper les manœuvres bien à l'avance!
Comparaison : Une voiture à 90 km/h s'arrête en ~ 40 m. Un cargo à la même vitesse s'arrête en ~ 3800 m, soit **100 fois plus loin**!

▷ Pratique autonome 1.7

Un traversier navigue à 18 nuds lorsque le capitaine ordonne l'arrêt des machines. La décélération est de 0,01 m/s^2.

a) Quelle distance parcourt-il avant de s'immobiliser?

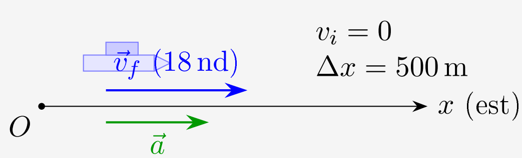
b) Combien de temps dure le freinage?

Indice : Choisissez l'équation du MRUA qui ne contient pas la variable inconnue que vous ne cherchez pas.

Résolution :

Rép. : a) $\Delta x \approx 4{,}3$ km b) $\Delta t \approx 15{,}4$ min

Exemple 1.27 – Accélération d'un traversier



Un traversier quitte le quai et atteint sa vitesse de croisière de 18 nuds après avoir parcouru 500 m. Calculez :

a) Son accélération

b) Le temps nécessaire pour atteindre cette vitesse

Données :

- $v_i = 0\,\text{m/s}$ (départ du repos)
- $v_f = 18\,\text{nuds} \times \dfrac{0{,}5144\,\text{m/s}}{1\,\text{nud}} = 9{,}26\,\text{m/s}$
- $\Delta x = 500\,\text{m}$

Solution a) : Équation 5 (on ne connaît pas Δt)

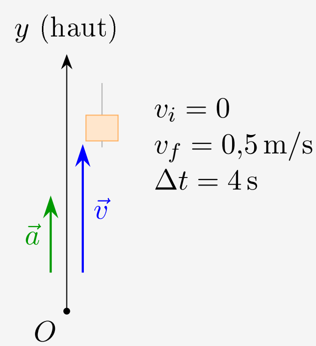
$$\begin{aligned} v_f^2 &= v_i^2 + 2a\Delta x \\ (9{,}26\,\text{m/s})^2 &= (0\,\text{m/s})^2 + 2a(500\,\text{m}) \\ a &= \frac{85{,}75\,\text{m}^2/\text{s}^2}{1000\,\text{m}} = 0{,}086\,\text{m/s}^2 \end{aligned}$$

Solution b) : Équation 1 (maintenant qu'on connaît a)

$$\begin{aligned} v_f &= v_i + a\Delta t \\ 9,26 &= 0 + 0,086 \cdot \Delta t \\ \Delta t &= \frac{9,26}{0,086} = 108\,\text{s} \approx 1{,}8\,\text{min} \end{aligned}$$

Réponses : a) $a = 0{,}086\,\text{m/s}^2$ b) $\Delta t \approx 1\,\text{min}\ 48\,\text{s}$

Exemple 1.28 – Chargement par grue



Une grue portuaire soulève un conteneur. Le conteneur part du repos et atteint une vitesse de $0{,}5\,\text{m/s}$ après $4\,\text{s}$, puis continue à vitesse constante.

a) Quelle est l'accélération pendant la phase de démarrage?

b) Quelle hauteur le conteneur a-t-il atteinte après $4\,\text{s}$?

c) Quelle hauteur atteint-il après $10\,\text{s}$ au total?

Solution a) :

$$a = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{0,5 - 0}{4} = 0{,}125\,\text{m/s}^2$$

Solution b) : Phase accélérée (MRUA)

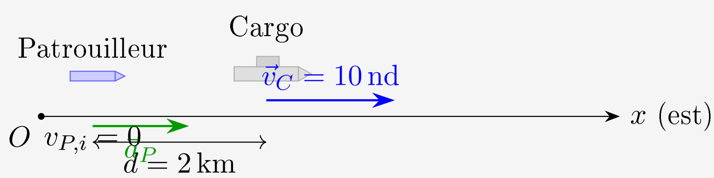
$$\Delta y_1 = v_i \Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 = 0 + \frac{1}{2}(0,125)(4)^2 = 1\,\text{m}$$

Solution c) : Phase à vitesse constante (MRU) : 6 s à 0,5 m/s

$$\Delta y_2 = v \cdot \Delta t = 0,5 \times 6 = 3\,\text{m}$$

Hauteur totale : $\Delta y = 1 + 3 = 4\,\text{m}$

Exemple 1.29 – Interception : patrouilleur et cargo (MRU + MRUA)



Un cargo navigue en MRU à $v_C = 10$ nuds (5,14 m/s) vers l'est. Un patrouilleur de la Garde côtière, initialement au repos à $d = 2$ km derrière le cargo, démarre avec une accélération constante de $a_P = 0{,}15\,\text{m/s}^2$.

a) Après combien de temps le patrouilleur rattrapera-t-il le cargo?

b) À quelle vitesse le patrouilleur se déplacera-t-il à ce moment?

c) Quelle distance aura parcourue chaque navire?

Référentiel : Origine à la position initiale du patrouilleur, axe x positif vers l'est.
Équations de position :

$$\text{Patrouilleur (MRUA)} : \quad x_P(t) = \frac{1}{2}a_P t^2 = \frac{1}{2}(0,15)t^2 = 0,075t^2$$

$$\text{Cargo (MRU)} : \quad x_C(t) = d + v_C \cdot t = 2000 + 5,14t$$

a) Temps d'interception :
Rencontre quand $x_P = x_C$:

$$0,075t^2 = 2000 + 5,14t$$
$$0,075t^2 - 5,14t - 2000 = 0$$

Par la formule quadratique ($a = 0,075$, $b = -5,14$, $c = -2000$) :

$$t = \frac{5,14 \pm \sqrt{(-5,14)^2 - 4(0,075)(-2000)}}{2(0,075)} = \frac{5,14 \pm \sqrt{26,4 + 600}}{0,15}$$

$$t = \frac{5,14 \pm 25,0}{0,15}$$

Solution positive : $t = \dfrac{5,14 + 25,0}{0,15} = 201\,\text{s} \approx 3\,\text{min}\,21\,\text{s}$

b) Vitesse du patrouilleur à l'interception :

$$v_P = v_{P,i} + a_P t = 0 + 0,15 \times 201 = 30{,}2\,\mathrm{m/s}$$

Conversion : $v_P = 30,2 \times \dfrac{1}{0,5144} = 58{,}7\,\mathrm{nuds}$

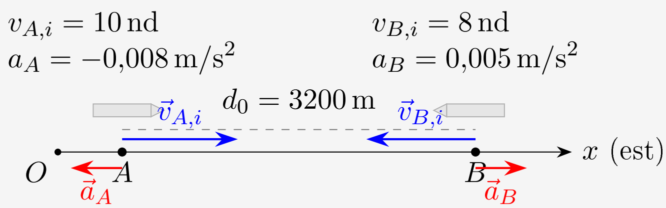
c) Distances parcourues :

$$\Delta x_P = \frac{1}{2} a_P t^2 = \frac{1}{2}(0,15)(201)^2 = 3030\,\mathrm{m} \approx 3{,}0\,\mathrm{km}$$

$$\Delta x_C = v_C \cdot t = 5,14 \times 201 = 1033\,\mathrm{m} \approx 1{,}0\,\mathrm{km}$$

Vérification : Position d'interception : $x = 2000 + 1033 = 3033\,\mathrm{m}$ ✓

Exemple 1.30 – Manœuvre d'évitement – Situation critique



Deux navires naviguent l'un vers l'autre dans un chenal étroit. Le navire A (cargo) se déplace vers l'est à 10 nuds. Le navire B (pétrolier) se déplace vers l'ouest à 8 nuds. Ils sont initialement séparés de 3200 m.
Au même instant, les deux capitaines ordonnent le freinage d'urgence :

- Navire A : décélération $a_A = 0{,}008\,\mathrm{m/s^2}$
- Navire B : décélération $a_B = 0{,}005\,\mathrm{m/s^2}$ (plus lourd)

Questions :

a) Les navires vont-ils entrer en collision?

b) Si oui, à quelle vitesse? Si non, quelle sera la distance minimale entre eux?

Stratégie : Choisissons un référentiel avec l'origine au point de départ de A, l'axe x positif vers l'est. Calculons la distance de freinage de chaque navire.

Conversion des vitesses en m/s :

$$v_{A,i} = 10\,\mathrm{nuds} \times \frac{0{,}5144\,\mathrm{m/s}}{1\,\mathrm{nud}} = 5{,}14\,\mathrm{m/s} \quad \text{(vers l'est)}$$

$$v_{B,i} = -8\,\mathrm{nuds} \times \frac{0{,}5144\,\mathrm{m/s}}{1\,\mathrm{nud}} = -4{,}12\,\mathrm{m/s} \quad \text{(vers l'ouest)}$$

Données complètes :

- Navire A : $x_{A,i} = 0\,\mathrm{m}$, $v_{A,i} = 5{,}14\,\mathrm{m/s}$, $a_A = -0{,}008\,\mathrm{m/s^2}$
- Navire B : $x_{B,i} = 3200\,\mathrm{m}$, $v_{B,i} = -4{,}12\,\mathrm{m/s}$, $a_B = 0{,}005\,\mathrm{m/s^2}$

Note : L'accélération de B est positive car elle s'oppose à sa vitesse négative (freinage).
Distance de freinage de A : (Équation 5 avec $v_f = 0$)

$$0 = v_{A,i}^2 + 2a_A \Delta x_A$$
$$\Delta x_A = -\frac{v_{A,i}^2}{2a_A} = -\frac{(5{,}14\,\mathrm{m/s})^2}{2 \times (-0{,}008\,\mathrm{m/s^2})} = 1653\,\mathrm{m}$$

Position finale de A (s'il freinait complètement) : $x_{A,f} = 0\,\mathrm{m} + 1653\,\mathrm{m} = 1653\,\mathrm{m}$
Distance de freinage de B :

$$0 = v_{B,i}^2 + 2a_B \Delta x_B$$
$$\Delta x_B = -\frac{v_{B,i}^2}{2a_B} = -\frac{(-4{,}12\,\mathrm{m/s})^2}{2 \times (0{,}005\,\mathrm{m/s^2})} = -1698\,\mathrm{m}$$

Position finale de B (s'il freinait complètement) : $x_{B,f} = 3200\,\mathrm{m} + (-1698\,\mathrm{m}) = 1502\,\mathrm{m}$
Analyse :
Si les deux navires pouvaient freiner complètement sans se rencontrer :

- A s'arrêterait à $x = 1653\,\mathrm{m}$
- B s'arrêterait à $x = 1502\,\mathrm{m}$

Puisque $x_{A,f} > x_{B,f}$, les trajectoires se croisent avant l'arrêt complet!
a) Réponse : Oui, collision inévitable (mais de justesse).
b) Position et instant de collision :
Pour trouver quand ils se rencontrent, on écrit $x_A(t) = x_B(t)$:

$$v_{A,i}t + \frac{1}{2}a_A t^2 = x_{B,i} + v_{B,i}t + \frac{1}{2}a_B t^2$$
$$5,14t - 0,004t^2 = 3200 - 4,12t + 0,0025t^2$$
$$-0,0065t^2 + 9,26t - 3200 = 0$$

Par la formule quadratique : $t = \dfrac{-9,26 \pm \sqrt{9,26^2 - 4(-0,0065)(-3200)}}{2(-0,0065)}$
$t = \dfrac{-9,26 \pm \sqrt{85,75 - 83,2}}{-0,013} = \dfrac{-9,26 \pm 1,60}{-0,013}$
$t = 589\,\mathrm{s} \approx 9{,}8\,\mathrm{min}$ (l'autre solution correspond à un temps où les navires seraient déjà arrêtés)
Vitesses à l'impact :

$$v_A = v_{A,i} + a_A t = 5{,}14\,\mathrm{m/s} + (-0{,}008\,\mathrm{m/s^2})(589\,\mathrm{s}) = 0{,}43\,\mathrm{m/s}$$
$$v_B = v_{B,i} + a_B t = -4{,}12\,\mathrm{m/s} + (0{,}005\,\mathrm{m/s^2})(589\,\mathrm{s}) = -1{,}17\,\mathrm{m/s}$$

Conversion en nœuds :

$$v_A = 0{,}43\,\mathrm{m/s} \times \frac{1\,\mathrm{nud}}{0{,}5144\,\mathrm{m/s}} = 0{,}8\,\mathrm{nuds}$$
$$v_B = -1{,}17\,\mathrm{m/s} \times \frac{1\,\mathrm{nud}}{0{,}5144\,\mathrm{m/s}} = -2{,}3\,\mathrm{nuds}$$

Vitesse relative d'impact :

$$|v_A - v_B| = |0{,}43\,\text{m/s} - (-1{,}17\,\text{m/s})| = 1{,}60\,\text{m/s} = 3{,}1\,\text{nuds}$$

Attention

Cette collision à basse vitesse (~ 3 nuds) est comparable à un contact lors d'une manœuvre d'accostage ratée. Les dégâts seraient limités, mais l'incident reste sérieux. Avec seulement 100 m de plus entre les navires au départ, la collision aurait été évitée!

1.7 Corps en chute libre

La chute libre est un cas particulier très important du MRUA : c'est le mouvement d'un objet soumis uniquement à la gravité. Ce type de mouvement est omniprésent, que ce soit un outil qui tombe d'un mât, un plongeur qui saute à l'eau, ou un homme à la mer.

Questions types que nous allons résoudre

Dans cette section, vous apprendrez à répondre aux questions suivantes :

- Combien de temps dure une chute d'une hauteur donnée?
- À quelle vitesse un objet touche-t-il le sol (ou l'eau)?
- Quelle hauteur maximale atteint un objet lancé vers le haut?
- Combien de temps un objet lancé vers le haut reste-t-il en l'air?
- Quelle vitesse initiale faut-il pour atteindre une certaine hauteur?

1.7.1 Définition et hypothèses

Chute libre

Un **corps en chute libre** est un objet qui se déplace uniquement sous l'influence de la gravité, sans qu'aucune autre force n'agisse sur lui de façon significative.
Attention : Un corps en chute libre n'est pas nécessairement un objet qui « tombe ». Un objet lancé vers le haut est aussi en chute libre dès qu'il quitte la main!

Hypothèses simplificatrices

Pour étudier la chute libre, on fait deux hypothèses :

1. La **résistance de l'air est négligeable** (valable pour des objets denses à faible vitesse)
2. L'**altitude reste faible** par rapport au rayon de la Terre (donc g est constante)

Ces hypothèses permettent de traiter la chute libre comme un **MRUA vertical**.

1.7.2 L'accélération gravitationnelle

Près de la surface de la Terre, tous les corps en chute libre subissent la même accélération, quelle que soit leur masse :

$$g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \quad \text{(vers le centre de la Terre)} \tag{1.18}$$

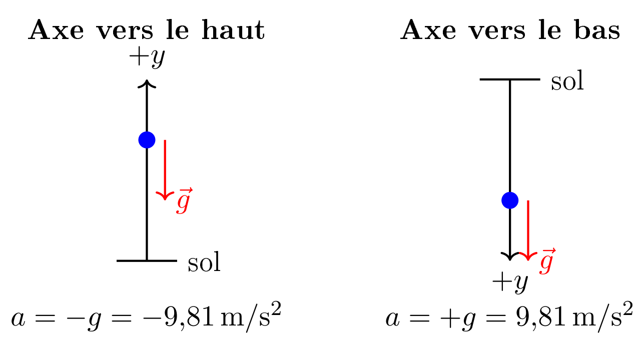
Exemple 1.31 – Expérience historique : la plume et le marteau

Le 2 août 1971, l'astronaute David Scott a réalisé une expérience sur la Lune : il a lâché simultanément un marteau de géologue et une plume de faucon. Sans atmosphère pour créer de la résistance, les deux objets sont arrivés au sol **en même temps**, confirmant que tous les corps tombent avec la même accélération en l'absence d'air.
Sur Terre, une plume tombe plus lentement qu'un marteau à cause de la résistance de l'air, pas à cause d'une différence d'accélération gravitationnelle.

Visionnez cette expérience historique :
https://www.youtube.com/watch?v=KDp1tiUsZw8

1.7.3 Convention de signes

Le choix de l'orientation de l'axe y détermine le signe de l'accélération :



Attention

La convention la plus courante (et celle utilisée dans ce cours) est de choisir l'axe y **positif vers le haut**. Dans ce cas :

$$a_y = -g = -9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$$

Le signe négatif indique que l'accélération est dirigée vers le bas.

1.7.4 Équations de la chute libre

Les équations de la chute libre sont les équations du MRUA appliquées à la direction verticale :

Équations de la chute libre (axe y positif vers le haut)

$$v_y = v_{iy} + a_y\Delta t = v_{iy} - g\Delta t \tag{1.19}$$

$$\Delta y = v_{iy}\Delta t + \frac{1}{2}a_y(\Delta t)^2 = v_{iy}\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \tag{1.20}$$

$$v_y^2 = v_{iy}^2 + 2a_y\Delta y = v_{iy}^2 - 2g\Delta y \tag{1.21}$$

Notation

- v_{iy} : vitesse initiale verticale (positive vers le haut, négative vers le bas)
- v_y : vitesse finale verticale
- $\Delta y = y_f - y_i$: déplacement vertical
- $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$: valeur absolue de l'accélération gravitationnelle

1.7.5 Cas particuliers

Objet lâché (sans vitesse initiale)

Exemple 1.32 – Outil tombant d'un mât (exemple maritime)

Un matelot échappe une clé à molette du haut d'un mât situé à 25 m au-dessus du pont.

a) Combien de temps met la clé pour atteindre le pont?

b) À quelle vitesse frappe-t-elle le pont?

Données :

- $y_i = 25\,\mathrm{m}$ (origine au pont, axe vers le haut)
- $y_f = 0\,\mathrm{m}$
- $v_{iy} = 0\,\mathrm{m/s}$ (lâchée, pas lancée)
- $a_y = -9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$

a) Temps de chute :

$$\Delta y = v_{iy}\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$$
$$0 - 25 = 0 - \frac{1}{2}(9,81)(\Delta t)^2$$
$$\Delta t = \sqrt{\frac{2 \times 25}{9,81}} = 2{,}26\,\mathrm{s}$$

b) Vitesse d'impact :

$$v_y = v_{iy} - g\Delta t$$
$$v_y = 0 - 9,81 \times 2,26 = -22{,}2\,\mathrm{m/s}$$

Le signe négatif indique que la vitesse est dirigée vers le bas. La clé frappe le pont à 22,2 m/s (80 km/h)!

Attention

C'est pourquoi le port du casque est obligatoire sur les chantiers navals et lors de certaines opérations à bord!

▷ Pratique autonome 1.8

Un conteneur se détache d'une grue portuaire et tombe d'une hauteur de 18 m au-dessus du quai.

a) Combien de temps dure la chute?

b) À quelle vitesse le conteneur frappe-t-il le quai? Exprimez votre réponse en m/s et en km/h.

Résolution :

Rép. : a) $\Delta t \approx 1{,}9\,\mathrm{s}$ b) $v \approx 18{,}8\,\mathrm{m/s} \approx 68\,\mathrm{km/h}$

Objet lancé vers le haut

Exemple 1.33 – Fusée éclairante lancée à la main

Un marin lance une fusée éclairante vers le haut avec une vitesse initiale de 15 m/s depuis le pont situé à 8 m au-dessus de l'eau.

a) Quelle hauteur maximale atteint-elle?

b) Combien de temps reste-t-elle en l'air avant de toucher l'eau?

Données :

- $y_i = 8\,\text{m}$ (origine à la surface de l'eau)
- $v_{iy} = 15\,\text{m/s}$ (vers le haut)
- $a_y = -9{,}81\,\text{m/s}^2$

a) Hauteur maximale :
Au point le plus haut, la vitesse verticale est nulle ($v_y = 0$).

$$v_y^2 = v_{iy}^2 - 2g\Delta y$$
$$0 = 15^2 - 2(9,81)\Delta y$$
$$\Delta y = \frac{225}{19,62} = 11{,}5\,\text{m}$$

Hauteur maximale : $y_{max} = y_i + \Delta y = 8 + 11,5 = 19{,}5\,\text{m}$ au-dessus de l'eau.
b) Temps total en l'air :
La fusée touche l'eau quand $y_f = 0$.

$$y_f = y_i + v_{iy}\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$$
$$0 = 8 + 15\Delta t - 4,905(\Delta t)^2$$

Équation quadratique : $4,905(\Delta t)^2 - 15\Delta t - 8 = 0$

$$\Delta t = \frac{15 \pm \sqrt{225 + 4(4,905)(8)}}{2(4,905)} = \frac{15 \pm 18,5}{9,81}$$

Solution positive : $\Delta t = 3{,}41\,\text{s}$
La fusée reste en l'air pendant 3,41 s.

▷ Pratique autonome 1.9

Un marin lance verticalement une bouée de sauvetage lumineuse avec une vitesse initiale de 12 m/s depuis le pont situé à 6 m au-dessus de l'eau.

a) Quelle hauteur maximale atteint-elle au-dessus de l'eau?

b) Combien de temps reste-t-elle en l'air avant de toucher l'eau?

Indice : Pour a), au point le plus haut, $v_y = 0$. Pour b), résolvez $y_f = 0$.

Résolution :

Rép. : a) $y_{max} \approx 13{,}3\,\mathrm{m}$ b) $\Delta t \approx 2{,}8\,\mathrm{s}$

Symétrie de la chute libre

Pour un objet lancé vers le haut qui retombe au même niveau :

- Le temps de montée égale le temps de descente
- La vitesse de retour a la même grandeur que la vitesse initiale (mais sens opposé)

Cette symétrie ne s'applique que si le point de départ et d'arrivée sont au même niveau.

1.7.6 Application maritime : homme à la mer

Exemple 1.34 – Chute d'un homme à la mer

Un marin tombe d'un pont situé à 12 m au-dessus de la surface de l'eau. En supposant qu'il ne saute pas (vitesse initiale nulle) :

a) Combien de temps dure la chute?

b) À quelle vitesse entre-t-il dans l'eau?

a) Temps de chute :

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 12}{9,81}} = 1{,}56\,\mathrm{s}$$

b) Vitesse d'entrée dans l'eau :

$$v = g\Delta t = 9,81 \times 1,56 = 15{,}3\,\mathrm{m/s} \approx 55\,\mathrm{km/h}$$

Attention

Une entrée dans l'eau à 55 km/h peut causer des blessures graves si la position du corps n'est pas adéquate. C'est pourquoi la formation à la survie en mer insiste sur la position à adopter lors d'une chute : bras croisés, jambes serrées, regard à l'horizon.

Hauteur de chute	**Temps de chute**	**Vitesse d'impact**
5 m	1,0 s	10 m/s (36 km/h)
10 m	1,4 s	14 m/s (50 km/h)
15 m	1,7 s	17 m/s (62 km/h)
20 m	2,0 s	20 m/s (72 km/h)
30 m	2,5 s	24 m/s (87 km/h)

L'universalité de la chute libre

Les équations de la chute libre s'appliquent à tout objet : un conteneur qui tombe d'une grue, un plongeur qui saute d'un tremplin, une pomme qui tombe d'un arbre, ou une balle lancée en l'air. Seule la valeur de g change selon la planète!
Sur la Lune : $g_{Lune} = 1{,}62\,\mathrm{m/s^2}$ (environ 6 fois moins que sur Terre).

1.8 Mouvement en deux dimensions

Jusqu'à présent, nous avons étudié des mouvements en **une dimension** : des objets se déplaçant le long d'une ligne droite (un axe x ou y). Cependant, la plupart des mouvements réels se produisent en **deux** ou **trois dimensions**.

Exemples de mouvements en 2D

- Un navire qui navigue sur la mer (surface 2D)
- Une balle lancée qui suit une trajectoire courbe
- Un avion en vol (3D, mais on peut souvent simplifier en 2D)
- Un homme à la mer tombé d'un navire en mouvement

1.8.1 Le principe de décomposition

La clé pour analyser un mouvement en 2D est de le **décomposer** en deux mouvements indépendants selon les axes x et y.

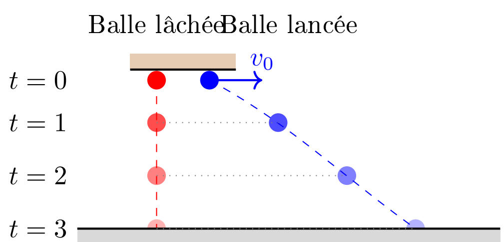
Indépendance des mouvements

Dans un mouvement en deux dimensions, les composantes horizontale (x) et verticale (y) du mouvement sont **indépendantes** l'une de l'autre.
Cela signifie que :

- Le mouvement en x n'affecte pas le mouvement en y
- Le mouvement en y n'affecte pas le mouvement en x
- On peut analyser chaque direction séparément

Pourquoi peut-on décomposer? – Développer l'intuition

Cette indépendance semble contre-intuitive! On pourrait penser qu'un objet lancé horizontalement tombe « moins vite » qu'un objet simplement lâché. **C'est faux.**
L'expérience des deux balles :



Deux balles sont à la même hauteur. Au même instant, l'une est **lâchée** et l'autre est **lancée horizontalement**. Résultat : **elles touchent le sol en même temps!**
La vitesse horizontale de la balle lancée n'affecte pas sa chute. Les deux balles subissent exactement la même accélération verticale (g), donc elles tombent à la même vitesse verticale.
Analogie maritime : Imaginez un matelot au sommet d'un mât sur un navire avanc ant à vitesse constante. S'il lâche une clé :

- **Du point de vue du matelot** : la clé tombe droit vers le bas
- **Du point de vue du quai** : la clé suit une trajectoire courbe (parabole)

La clé « conserve » la vitesse horizontale du navire pendant toute sa chute, mais cette vitesse horizontale n'affecte en rien la durée de la chute!
Essayez en classe : Placez deux pièces de monnaie sur le bord d'une table. Frappez-en une horizontalement avec une règle pendant que l'autre tombe. Écoutez : un seul « clic » au sol!

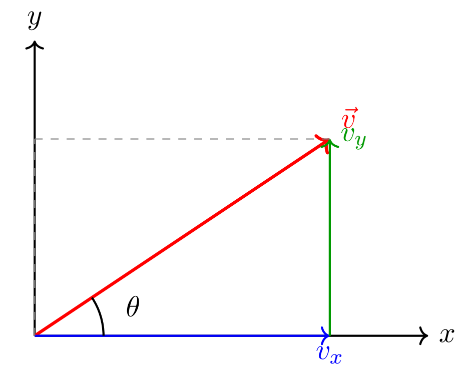
Principe fondamental

Pour résoudre un problème de mouvement en 2D :

1. Décomposer le mouvement en composantes x et y
2. Résoudre **séparément** le mouvement en x et en y
3. Relier les deux par le **temps** Δt (qui est le même pour les deux)
4. Recombiner les résultats si nécessaire

1.8.2 Décomposition d'un vecteur

Tout vecteur (position, vitesse, accélération) peut être décomposé en composantes :



Décomposition d'un vecteur

$$v_x = v\cos\theta \tag{1.22}$$

$$v_y = v\sin\theta \tag{1.23}$$

où θ est l'angle par rapport à l'horizontale.

Recomposition (module et direction)

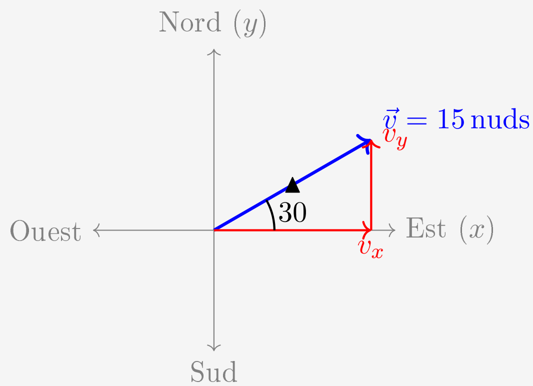
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \tag{1.24}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \tag{1.25}$$

1.8.3 Exemple : navigation d'un navire

Exemple 1.35 – Cap et vitesse d'un navire

Un navire navigue à 15 nuds avec un cap de 30 par rapport à l'est (c'est-à-dire 30 nord de l'est).
Quelles sont les composantes est-ouest et nord-sud de sa vitesse?



Composante est-ouest :

$$v_x = v\cos\theta = 15\cos 30 = 15 \times 0,866 = 13{,}0\,\text{nuds}$$

Composante nord-sud :

$$v_y = v\sin\theta = 15\sin 30 = 15 \times 0,5 = 7{,}5\,\text{nuds}$$

Le navire se déplace donc à 13,0 nuds vers l'est et 7,5 nuds vers le nord.

1.8.4 Application au projectile

Le mouvement d'un **projectile** (objet lancé dans l'air) est l'exemple classique de mouvement en 2D. On le décompose en :

Direction horizontale (x)	**Direction verticale (y)**
Aucune force horizontale	Gravité (vers le bas)
$a_x = 0$	$a_y = -g$
MRU (vitesse constante)	**Chute libre** (MRUA)

Ce qui relie les deux directions

Les mouvements en x et en y sont indépendants, mais ils partagent le même **temps** Δt. C'est cette variable commune qui permet de relier les deux directions et de déterminer, par exemple, où un projectile atterrit.

Dans la section suivante, nous appliquerons ces principes à l'étude complète du mouvement d'un projectile.

1.9 Mouvement d'un projectile

Un **projectile** est un objet lancé dans l'air qui se déplace ensuite uniquement sous l'influence de la gravité. C'est l'application directe des principes du mouvement en 2D que nous venons de voir.

Questions types que nous allons résoudre

Dans cette section, vous apprendrez à répondre aux questions suivantes :

- Quelle est la **portée** (distance horizontale) d'un projectile?
- Quelle **hauteur maximale** atteint-il?
- Combien de **temps** reste-t-il en l'air?
- Où **atterrit** un objet lancé horizontalement?
- À quel angle faut-il lancer pour atteindre une cible?
- Où tombe un objet lâché d'un navire en mouvement?

Projectile

Un projectile est un corps lancé avec une vitesse initiale quelconque et qui se déplace sous la seule action de la gravité (résistance de l'air négligée).
Exemples : ballon lancé, balle de baseball, fusée éclairante, lance-amarre, boulet de canon.

Rappel fondamental

Puisque la gravité est la **seule force** et qu'elle agit **verticalement** :

- En x : pas d'accélération ($a_x = 0$) $\Rightarrow$ **MRU**
- En y : accélération constante ($a_y = -g$) $\Rightarrow$ **Chute libre**

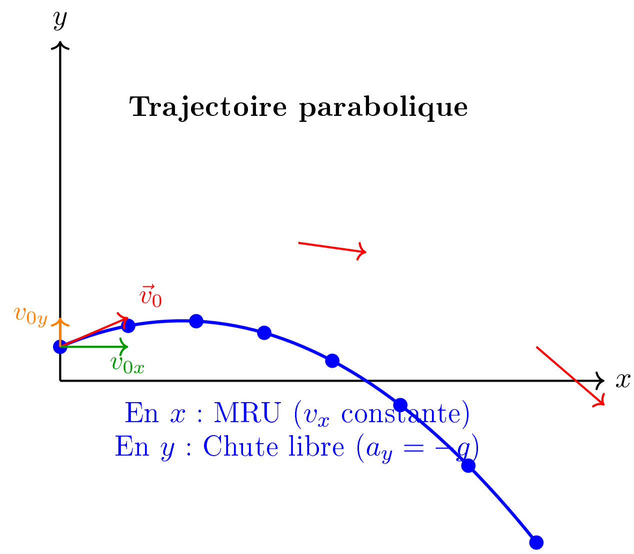
La composante horizontale de la vitesse **reste constante** tout au long du vol!

1.9.1 Stratégie de résolution

Stratégie de résolution – TRÈS IMPORTANT

Pour résoudre des problèmes de projectile en 2D, il faut **toujours** :

1. **Décomposer** le mouvement en deux directions : x (horizontal) et y (vertical)
2. **Traiter séparément** chaque direction
3. **Relier** les deux directions par le **temps** Δt (qui est le même pour les deux)



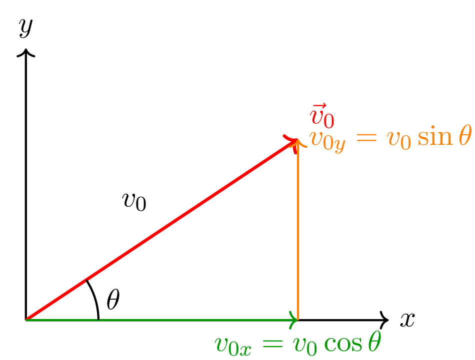
1.9.2 Décomposition de la vitesse initiale

Si le projectile est lancé avec une vitesse initiale v_0 faisant un angle θ avec l'horizontale :

Composantes de la vitesse initiale

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta \tag{1.26}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\theta \tag{1.27}$$



1.9.3 Équations du mouvement

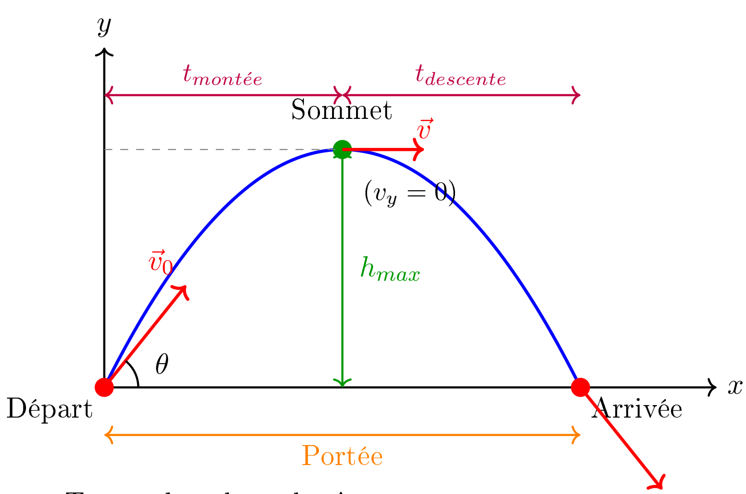
Direction horizontale (x)	**Direction verticale (y)**
MRU (vitesse constante)	Chute libre (MRUA)
$a_x = 0$	$a_y = -g$
$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\theta$	$v_y = v_{0y} - g\Delta t = v_0 \sin\theta - g\Delta t$
$\Delta x = v_{0x}\Delta t = (v_0 \cos\theta)\Delta t$	$\Delta y = v_{0y}\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$
	$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y$

Le temps relie les deux directions

Le temps Δt est **le même** pour le mouvement horizontal et vertical. C'est ce qui permet de relier les deux directions et de résoudre les problèmes.

1.9.4 Caractéristiques de la trajectoire

Lors de l'analyse d'un projectile, on s'intéresse souvent à trois grandeurs clés. Plutôt que de mémoriser des formules spécifiques, il est préférable de comprendre **comment les trouver** à partir des équations de base.



Temps de vol total : $\Delta t = t_{montée} + t_{descente}$

Observations importantes sur le schéma

- Au **sommet**, la vitesse n'est **pas nulle**! Seule la composante verticale v_y est nulle. La composante horizontale v_x reste constante tout au long du vol.
- Pour un projectile lancé et retombant au même niveau, le temps de montée égale le temps de descente (symétrie).
- La trajectoire est une **parabole**, conséquence directe du MRU en x et du MRUA en y.

Portée horizontale

Portée

La **portée** est la distance horizontale totale parcourue par le projectile entre son lancement et son atterrissage.

Comment la trouver :

1. Déterminer le **temps de vol** Δt en utilisant l'équation verticale (quand y revient au niveau d'arrivée)
2. Utiliser ce temps dans l'équation horizontale : Portée $= v_{0x} \cdot \Delta t$

Remarque

Pour un projectile lancé et retombant au même niveau, la portée est maximale lorsque l'angle de lancement est de 45.

Hauteur maximale

Hauteur maximale

La **hauteur maximale** est l'altitude la plus élevée atteinte par le projectile au cours de son vol.

Comment la trouver :

Au point le plus haut, la composante verticale de la vitesse s'annule ($v_y = 0$). On utilise alors l'équation $v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y$ avec $v_y = 0$ pour trouver Δy_{max}.

Temps de vol

Temps de vol

Le **temps de vol** est la durée totale pendant laquelle le projectile reste en l'air, du lancement jusqu'à l'atterrissage.

Comment le trouver :

On utilise l'équation de position verticale $\Delta y = v_{0y}\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$ en fixant Δy égal au déplacement vertical total (souvent zéro si retour au même niveau, ou négatif si atterrissage plus bas).

Approche recommandée

Plutôt que de mémoriser des formules spécifiques pour la portée, la hauteur maximale ou le temps de vol, il est beaucoup plus efficace de :

1. Maîtriser les équations de base (MRU en x, chute libre en y)
2. Identifier ce qu'on cherche et ce qu'on connaît
3. Appliquer la stratégie de décomposition systématiquement

Cette approche fonctionne pour **tous** les problèmes de projectile, même les plus complexes!

1.9.5 Exemples

Exemple 1.36 – Ballon de soccer (exemple terrestre)

Un joueur botte un ballon avec une vitesse initiale de 20 m/s à un angle de 30 par rapport au sol.

a) Quelle est la portée du tir?

b) Quelle hauteur maximale atteint le ballon?

c) Combien de temps le ballon reste-t-il en l'air?

Données :

- $v_0 = 20\,\mathrm{m/s}$, $\theta = 30$
- $v_{0x} = 20\cos 30 = 17{,}3\,\mathrm{m/s}$
- $v_{0y} = 20\sin 30 = 10\,\mathrm{m/s}$

b) Hauteur maximale : (on commence par celle-ci car elle ne nécessite pas le temps)
Au point le plus haut, $v_y = 0$. Utilisons $v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y$:

$$0 = 10^2 - 2(9,81)\Delta y_{max}$$
$$\Delta y_{max} = \frac{100}{19,62} = 5{,}10\,\mathrm{m}$$

c) Temps de vol :
Le ballon revient au sol quand $\Delta y = 0$. Utilisons $\Delta y = v_{0y}\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$:

$$0 = 10\Delta t - 4,905(\Delta t)^2$$
$$0 = \Delta t(10 - 4,905\Delta t)$$

Solutions : $\Delta t = 0$ (départ) ou $\Delta t = \frac{10}{4{,}905} = 2{,}04\,\mathrm{s}$ (atterrissage)
a) Portée :

Maintenant qu'on connaît le temps de vol :

$$\text{Portée} = v_{0x} \cdot \Delta t = 17,3 \times 2,04 = 35{,}3\,\text{m}$$

Exemple 1.37 – Lance-amarre (exemple maritime)

Un marin utilise un lance-amarre pour envoyer une ligne vers un quai. L'appareil lance le projectile à 25 m/s avec un angle de 40. Le marin se trouve sur le pont à 6 m au-dessus du niveau du quai.
Quelle est la portée horizontale du tir?
Données :

- $v_0 = 25\,\text{m/s}$, $\theta = 40$
- $y_i = 6\,\text{m}$, $y_f = 0\,\text{m}$ (niveau du quai)
- $v_{0x} = 25 \cos 40 = 19{,}2\,\text{m/s}$
- $v_{0y} = 25 \sin 40 = 16{,}1\,\text{m/s}$

Étape 1 : Trouver le temps de vol
On utilise l'équation en y :

$$y_f = y_i + v_{0y}\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$$
$$0 = 6 + 16,1\Delta t - 4,905(\Delta t)^2$$

Équation quadratique : $4,905(\Delta t)^2 - 16,1\Delta t - 6 = 0$

$$\Delta t = \frac{16,1 + \sqrt{259,2 + 117,7}}{9,81} = \frac{16,1 + 19,4}{9,81} = 3{,}62\,\text{s}$$

Étape 2 : Calculer la portée

$$\Delta x = v_{0x}\Delta t = 19,2 \times 3,62 = 69{,}5\,\text{m}$$

Le lance-amarre peut atteindre une cible à environ 70 m.

Remarque

Le fait de lancer depuis une position surélevée augmente significativement la portée par rapport à un lancer au niveau du sol.

▷ Pratique autonome 1.10

Un lance-amarre tire une ligne avec une vitesse initiale de 30 m/s à un angle de 40 au-dessus de l'horizontale, depuis une hauteur de 4 m au-dessus de l'eau.

a) Décomposez la vitesse initiale en ses composantes v_{0x} et v_{0y}.

b) Calculez la portée horizontale (distance où la ligne touche l'eau).

Indice : Trouvez d'abord le temps de vol en résolvant $y_f = 0$.

Résolution :

Rép. : a) $v_{0x} \approx 23{,}0\,\mathrm{m/s}$, $v_{0y} \approx 19{,}3\,\mathrm{m/s}$ b) Portée $\approx 97\,\mathrm{m}$

Exemple 1.38 – Homme à la mer depuis un navire en mouvement

Un marin tombe d'un navire qui avance à 8 nuds. Il tombe d'une hauteur de 10 m. À quelle distance horizontale du point de chute le marin entre-t-il dans l'eau?

Analyse : Au moment de la chute, le marin a la même vitesse horizontale que le navire. C'est un projectile lancé horizontalement ($\theta = 0$).

Conversion de la vitesse :

$$v_{0x} = 8\,\mathrm{nuds} \times \frac{0{,}5144\,\mathrm{m/s}}{1\,\mathrm{nud}} = 4{,}1\,\mathrm{m/s}$$

Données :

- $v_{0x} = 4{,}1\,\mathrm{m/s}$ (vitesse du navire)
- $v_{0y} = 0\,\mathrm{m/s}$ (chute, pas saut)
- $\Delta y = -10\,\mathrm{m}$

Temps de chute :

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 10}{9,81}} = 1{,}43\,\mathrm{s}$$

Distance horizontale :

$$\Delta x = v_{0x}\Delta t = 4,1 \times 1,43 = 5{,}9\,\mathrm{m}$$

Le marin entre dans l'eau à environ 6 m en avant du point d'où il est tombé (par rapport à l'eau, pas par rapport au navire qui continue d'avancer).

Attention

Pendant ce temps, le navire a aussi avancé de 5,9 m. Du point de vue d'un observateur sur le navire, le marin semble tomber verticalement! C'est le principe de l'indépendance des mouvements.

Exemple 1.39 – Problème inverse : trouver l'angle de lancement

Un canon lance-amarre doit atteindre un quai situé à 50 m de distance horizontale. La vitesse de sortie du projectile est de 30 m/s. Le canon et le quai sont au même niveau.
À quel angle faut-il régler le canon?
Données :

- Portée souhaitée : $\Delta x = 50\,\text{m}$
- Vitesse initiale : $v_0 = 30\,\text{m/s}$
- Déplacement vertical : $\Delta y = 0$ (même niveau)
- Inconnue : $\theta = ?$

Stratégie : On doit relier la portée à l'angle. Exprimons Δx en fonction de θ.
Étape 1 : Trouver le temps de vol en fonction de θ
Quand le projectile revient au même niveau, $\Delta y = 0$:

$$\begin{aligned}\Delta y &= v_{0y}\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2\\ 0 &= (v_0\sin\theta)\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2\\ 0 &= \Delta t\left(v_0\sin\theta - \frac{1}{2}g\Delta t\right)\end{aligned}$$

Solutions : $\Delta t = 0$ (départ) ou $\Delta t = \dfrac{2v_0\sin\theta}{g}$ (atterrissage)
Étape 2 : Exprimer la portée

$$\begin{aligned}\Delta x &= v_{0x}\cdot\Delta t = (v_0\cos\theta)\cdot\frac{2v_0\sin\theta}{g}\\ \Delta x &= \frac{2v_0^2\sin\theta\cos\theta}{g} = \frac{v_0^2\sin(2\theta)}{g}\end{aligned}$$

(On utilise l'identité trigonométrique $2\sin\theta\cos\theta = \sin(2\theta)$)
Étape 3 : Isoler θ

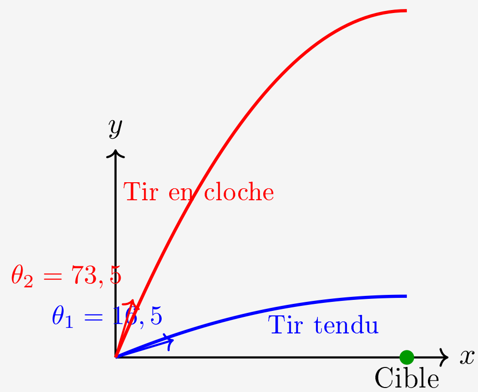
$$\sin(2\theta) = \frac{g\cdot\Delta x}{v_0^2} = \frac{9,81\times 50}{30^2} = \frac{490,5}{900} = 0,545$$

$$2\theta = \arcsin(0,545) = 33,0 \quad\Rightarrow\quad \theta = 16,5$$

Attention! L'équation $\sin(2\theta) = 0,545$ a **deux solutions** entre 0 et 90 :

- $2\theta = 33,0 \Rightarrow \theta_1 = 16,5$ (tir tendu)

- $2\theta = 180 - 33,0 = 147 \Rightarrow \theta_2 = 73,5$ (tir en cloche)



Réponse : Deux angles sont possibles : $\theta_1 = 16,5$ ou $\theta_2 = 73,5$.

Choix pratique

En pratique, le tir tendu $(16,5)$ est souvent préféré car :

- Le temps de vol est plus court (la ligne reste tendue)
- Le tir est moins affecté par le vent
- La précision est généralement meilleure

Le tir en cloche peut être utile pour passer par-dessus un obstacle.

Exemple 1.40 – Portée maximale impossible

Avec le même canon ($v_0 = 30\,\mathrm{m/s}$), peut-on atteindre une cible à $100\,\mathrm{m}$?
Vérification :

$$\sin(2\theta) = \frac{g \cdot \Delta x}{v_0^2} = \frac{9,81 \times 100}{900} = 1,09$$

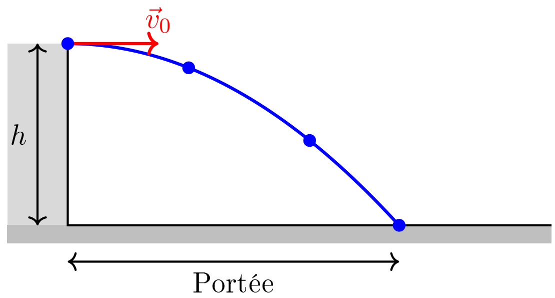
Puisque $\sin(2\theta)$ ne peut jamais dépasser 1, **aucun angle** ne permet d'atteindre cette cible!
Portée maximale : Elle est atteinte quand $\sin(2\theta) = 1$, soit $\theta = 45$:

$$\Delta x_{max} = \frac{v_0^2}{g} = \frac{900}{9,81} = 91{,}7\,\mathrm{m}$$

La cible à $100\,\mathrm{m}$ est hors de portée.

1.9.6 Projectile lancé horizontalement

Un cas particulier important est le projectile lancé **horizontalement** (angle $\theta = 0$).



Dans ce cas :

- $v_{0x} = v_0$ (toute la vitesse est horizontale)

- $v_{0y} = 0$ (pas de composante verticale initiale)

Le temps de chute ne dépend que de la hauteur :

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Et la portée est :

$$\text{Portée} = v_0 \times \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Exemple 1.41 – Conteneur tombant d'une grue

Un conteneur se détache d'une grue portuaire en mouvement. La grue se déplace horizontalement à 2 m/s et le conteneur est à 15 m de hauteur.
À quelle distance horizontale (par rapport au point de largage) le conteneur touche-t-il le sol?

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2 \times 15}{9,81}} = 1{,}75\,\mathrm{s}$$

$$\Delta x = 2 \times 1,75 = 3{,}5\,\mathrm{m}$$

Le conteneur touche le sol à 3,5 m du point situé directement sous la position de largage.

1.9.7 Résumé : stratégie de résolution

Méthode pour résoudre un problème de projectile

1. **Dessiner** un schéma avec les axes x et y
2. **Décomposer** la vitesse initiale : $v_{0x} = v_0 \cos\theta$, $v_{0y} = v_0 \sin\theta$
3. **Identifier** les données et l'inconnue
4. **Choisir** les équations appropriées (souvent, trouver Δt en premier)
5. **Résoudre** en traitant x et y séparément
6. **Vérifier** que la réponse est physiquement raisonnable

1.10 Cinématique de rotation

Jusqu'à présent, nous avons étudié le mouvement de **translation** : le déplacement d'un objet d'un point à un autre. Nous allons maintenant étudier le mouvement de **rotation** : le mouvement d'un objet qui tourne autour d'un axe fixe.

La rotation dans le contexte maritime

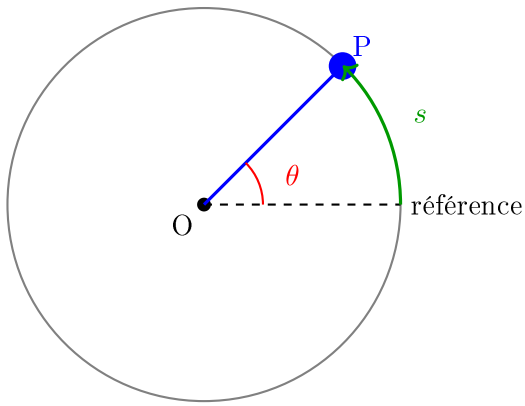
La rotation est omniprésente en navigation :

- L'**hélice** qui propulse le navire
- Le **treuil** qui enroule les câbles
- Le **gouvernail** qui pivote pour diriger le navire
- Le **radar** qui effectue des balayages rotatifs
- Le **cabestan** pour les manœuvres d'amarrage

1.10.1 Position angulaire et déplacement angulaire

Position angulaire

La **position angulaire** θ d'un objet en rotation est l'angle entre une ligne de référence fixe et une ligne tracée de l'axe de rotation jusqu'à l'objet.
L'unité SI de la position angulaire est le **radian** (rad).



Le radian

Le **radian** est défini comme le rapport entre la longueur de l'arc s et le rayon r :

$$\theta = \frac{s}{r} \quad \text{(en radians)} \tag{1.28}$$

Un angle de 1 radian correspond à un arc de longueur égale au rayon.

Degrés	**Radians**	**Tours**
360	2π rad	1 tour
180	π rad	$\frac{1}{2}$ tour
90	$\frac{\pi}{2}$ rad	$\frac{1}{4}$ tour
60	$\frac{\pi}{3}$ rad	$\frac{1}{6}$ tour
45	$\frac{\pi}{4}$ rad	$\frac{1}{8}$ tour
1	$\frac{\pi}{180}$ rad $\approx 0,0175$ rad	–
$57,3$	1 rad	–

Conversions

$$\text{Degrés} \to \text{Radians :} \quad \theta_{rad} = \theta_{deg} \times \frac{\pi}{180}$$

$$\text{Radians} \to \text{Degrés :} \quad \theta_{deg} = \theta_{rad} \times \frac{180}{\pi}$$

Déplacement angulaire

Le **déplacement angulaire** $\Delta\theta$ est la variation de la position angulaire :

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i \tag{1.29}$$

Convention de signes :

- $\Delta\theta > 0$: rotation dans le sens **antihoraire** (sens trigonométrique)
- $\Delta\theta < 0$: rotation dans le sens **horaire**

1.10.2 Relation entre grandeurs linéaires et angulaires

Pour un objet en rotation à une distance r de l'axe, la longueur d'arc parcourue est reliée au déplacement angulaire :

$$s = r\theta \quad (\theta \text{ en radians}) \tag{1.30}$$

Exemple 1.42 – Câble enroulé sur un treuil

Un treuil de rayon 15 cm effectue 5 tours complets. Quelle longueur de câble est enroulée?
Déplacement angulaire :

$$\Delta\theta = 5 \text{ tours} \times 2\pi = 10\pi \text{ rad}$$

Longueur de câble :

$$s = r\Delta\theta = 0,15 \times 10\pi = 4{,}71\,\text{m}$$

▷ Pratique autonome 1.11

Un cabestan de rayon 20 cm effectue 8 tours complets pour haler un câble d'amarrage.

a) Quel est le déplacement angulaire en radians?

b) Quelle longueur de câble a été halée?

Résolution :

Rép. : a) $\Delta\theta = 16\pi \approx 50{,}3\,\text{rad}$ b) $s \approx 10{,}1\,\text{m}$

1.10.3 Vitesse angulaire

Vitesse angulaire moyenne

La **vitesse angulaire moyenne** ω est le taux de variation de la position angulaire :

$$\omega_{moy} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{1.31}$$

L'unité SI est le **radian par seconde** (rad/s).

Autres unités courantes

- **Tours par minute** (tr/min ou RPM) : très utilisé en pratique
- **Tours par seconde** (tr/s)
- **Degrés par seconde** (°/s)

Conversions :

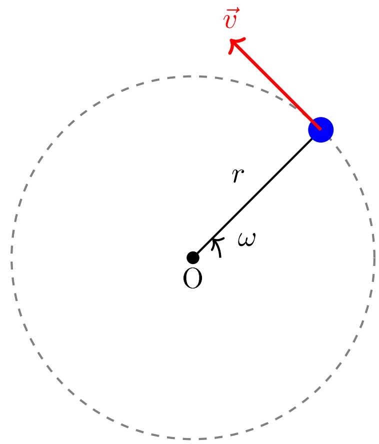
$$\omega\ (\text{rad/s}) = \omega\ (\text{RPM}) \times \frac{2\pi}{60}$$

$$\omega\ (\text{RPM}) = \omega\ (\text{rad/s}) \times \frac{60}{2\pi}$$

Relation entre vitesse linéaire et vitesse angulaire

Un point situé à une distance r de l'axe de rotation a une vitesse linéaire (tangentielle) :

$$v = r\omega \quad (\omega \text{ en rad/s}) \tag{1.32}$$



Attention

Plus un point est **éloigné** de l'axe de rotation, plus sa vitesse linéaire est **grande**, même si tous les points ont la même vitesse angulaire.

Exemple 1.43 – Vitesse en bout de pale d'hélice

L'hélice d'un navire a un diamètre de 4 m et tourne à 120 RPM (tours par minute).

a) Quelle est la vitesse angulaire en rad/s?

b) Quelle est la vitesse linéaire en bout de pale?

a) Vitesse angulaire :

$$\omega = 120\,\mathrm{RPM} \times \frac{2\pi\ \mathrm{rad}}{1\,\mathrm{tour}} \times \frac{1\,\mathrm{min}}{60\,\mathrm{s}} = 120\,\mathrm{RPM} \times \frac{2\pi\,\mathrm{rad/s}}{60\ \mathrm{RPM}} = 12{,}6\,\mathrm{rad/s}$$

b) Vitesse en bout de pale :

Le rayon est $r = \frac{d}{2} = \frac{4\,\mathrm{m}}{2} = 2\,\mathrm{m}$.

$$v = r\omega = 2\,\mathrm{m} \times 12{,}6\,\mathrm{rad/s} = 25{,}1\,\mathrm{m/s}$$

Conversion en km/h : $v = 25{,}1\,\mathrm{m/s} \times \frac{3{,}6\,\mathrm{km/h}}{1\,\mathrm{m/s}} = 90\,\mathrm{km/h}$

Les extrémités des pales se déplacent à près de 90 km/h!

▷ Pratique autonome 1.12

L'hélice d'un navire a un diamètre de 5 m et tourne à 90 RPM.

a) Calculez la vitesse angulaire en rad/s.

b) Calculez la vitesse linéaire en bout de pale. Exprimez votre réponse en m/s et en km/h.

Résolution :

Rép. : a) $\omega \approx 9{,}4\,\text{rad/s}$ b) $v \approx 23{,}6\,\text{m/s} \approx 85\,\text{km/h}$

1.10.4 Accélération angulaire

Accélération angulaire moyenne

L'**accélération angulaire moyenne** α est le taux de variation de la vitesse angulaire :

$$\alpha_{moy} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \tag{1.33}$$

L'unité SI est le **radian par seconde carrée** (rad/s^2).

Accélération tangentielle

L'accélération tangentielle est due à la variation du **module** de la vitesse :

$$a_t = r\alpha \tag{1.34}$$

Exemple 1.44 – Démarrage d'un treuil

Un treuil de rayon 20 cm part du repos et atteint une vitesse de 60 RPM en 5 s.

a) Quelle est son accélération angulaire?

b) Quelle est l'accélération tangentielle du câble?

a) Accélération angulaire :
Conversion de la vitesse finale :

$$\omega_f = 60\,\text{RPM} \times \frac{2\pi\,\text{rad/s}}{60\,\text{RPM}} = 6{,}28\,\text{rad/s}$$

Calcul de l'accélération :

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t} = \frac{6{,}28\,\text{rad/s} - 0\,\text{rad/s}}{5\,\text{s}} = 1{,}26\,\text{rad/s}^2$$

b) Accélération tangentielle :
Conversion du rayon : $r = 20\,\text{cm} = 0{,}20\,\text{m}$

$$a_t = r\alpha = 0{,}20\,\text{m} \times 1{,}26\,\text{rad/s}^2 = 0{,}25\,\text{m/s}^2$$

1.10.5 Équations du mouvement circulaire uniformément accéléré

Lorsque l'accélération angulaire α est **constante**, on peut utiliser des équations analogues à celles du MRUA :

Équations du mouvement circulaire uniformément accéléré

$$\omega_f = \omega_i + \alpha \Delta t \tag{1.35}$$

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)\Delta t \tag{1.36}$$

$$\Delta\theta = \omega_i \Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 \tag{1.37}$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta \tag{1.38}$$

1.10.6 Analogie translation-rotation

Grandeur	**Translation**	**Rotation**
Position	x (m)	θ (rad)
Déplacement	Δx (m)	$\Delta\theta$ (rad)
Vitesse	$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ (m/s)	$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ (rad/s)
Accélération	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (m/s²)	$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ (rad/s²)
Équations MRUA	$v_f = v_i + a\Delta t$	$\omega_f = \omega_i + \alpha\Delta t$
	$\Delta x = \frac{1}{2}(v_i + v_f)\Delta t$	$\Delta\theta = \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)\Delta t$
	$\Delta x = v_i\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$	$\Delta\theta = \omega_i\Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2$
	$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$	$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta$

Relations entre grandeurs linéaires et angulaires
$s = r\theta \qquad v = r\omega \qquad a_t = r\alpha$

Puissance de l'analogie

Si vous maîtrisez les équations du MRUA en translation, vous maîtrisez automatiquement celles de la rotation! Il suffit de remplacer :

- $x \to \theta$
- $v \to \omega$
- $a \to \alpha$

1.10.7 Applications maritimes

Exemple 1.45 – Freinage d'une hélice

L'hélice d'un navire tourne à 150 RPM. Lors de l'arrêt des machines, elle décélère uniformément et s'arrête après avoir effectué 20 tours.

a) Quelle est la décélération angulaire?

b) Combien de temps dure le freinage?

Données :

- $\omega_i = 150 \times \frac{2\pi}{60} = 15{,}7\,\mathrm{rad/s}$
- $\omega_f = 0\,\mathrm{rad/s}$
- $\Delta\theta = 20 \times 2\pi = 125{,}7\,\mathrm{rad}$

a) Décélération angulaire :

$$\begin{aligned}\omega_f^2 &= \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta \\ 0 &= 15,7^2 + 2\alpha(125,7) \\ \alpha &= \frac{-246,5}{251,4} = -0{,}98\,\mathrm{rad/s^2}\end{aligned}$$

b) Temps de freinage :

$$\Delta t = \frac{\omega_f - \omega_i}{\alpha} = \frac{0 - 15,7}{-0,98} = 16{,}0\,\mathrm{s}$$

Exemple 1.46 – Radar rotatif

Un radar de navigation effectue un balayage complet toutes les 3 s.

a) Quelle est sa vitesse angulaire en rad/s et en RPM?

b) Si l'antenne a une longueur de 1,5 m, quelle est la vitesse linéaire de son extrémité?

a) Vitesse angulaire :

$$\omega = \frac{2\pi}{3} = 2{,}09\,\mathrm{rad/s} = 2,09 \times \frac{60}{2\pi} = 20\,\mathrm{RPM}$$

b) Vitesse linéaire :

$$v = r\omega = 1,5 \times 2,09 = 3{,}14\,\mathrm{m/s}$$

Exemple 1.47 – Cabestan (exemple de calcul complet)

Un cabestan de rayon 25 cm est utilisé pour haler un câble. Il démarre du repos et accélère à $0{,}5\,\mathrm{rad/s^2}$ pendant 4 s, puis maintient une vitesse constante.

a) Quelle vitesse angulaire atteint-il?

b) Combien de tours effectue-t-il pendant l'accélération?

c) Quelle longueur de câble est halée pendant les 10 premières secondes?

a) Vitesse angulaire finale :

$$\omega_f = \omega_i + \alpha \Delta t = 0 + 0,5 \times 4 = 2\,\text{rad/s}$$

En RPM : $\omega_f = 2 \times \frac{60}{2\pi} = 19{,}1\,\text{RPM}$
b) Déplacement angulaire pendant l'accélération :

$$\Delta\theta = \omega_i \Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 = 0 + \frac{1}{2}(0,5)(4)^2 = 4\,\text{rad}$$

Nombre de tours : $\frac{4}{2\pi} = 0,64$ tour
c) Longueur de câble halée en 10 s :
Phase 1 (0 à 4 s, accélération) : $\Delta\theta_1 = 4\,\text{rad}$
Phase 2 (4 à 10 s, vitesse constante) :

$$\Delta\theta_2 = \omega \times \Delta t = 2 \times 6 = 12\,\text{rad}$$

Total : $\Delta\theta_{total} = 4 + 12 = 16\,\text{rad}$
Longueur de câble :

$$s = r\Delta\theta = 0,25 \times 16 = 4\,\text{m}$$

Complément : Vitesse relative

En navigation, il est souvent nécessaire de tenir compte du **courant** ou du **vent** pour déterminer la vitesse réelle d'un navire par rapport au fond marin ou à un point fixe.

Vitesse relative

La **vitesse relative** d'un objet A par rapport à un objet B est la vitesse de A telle que la percevrait un observateur situé sur B :

$$\vec{v}_{A/B} = \vec{v}_A - \vec{v}_B \tag{1.39}$$

Terminologie maritime

- **Vitesse surface** ($\vec{v}_{surface}$) : vitesse du navire par rapport à l'eau (mesurée par le loch)
- **Vitesse fond** ($\vec{v}_{fond}$) : vitesse du navire par rapport au fond marin (mesurée par GPS)
- **Courant** ($\vec{v}_{courant}$) : vitesse de l'eau par rapport au fond

La relation fondamentale est :

$$\vec{v}_{fond} = \vec{v}_{surface} + \vec{v}_{courant} \tag{1.40}$$

Exemple 1.48 – Navire contre le courant

Un cargo navigue vers l'est à 12 nuds (vitesse surface). Le courant porte vers l'ouest à 3 nuds. Quelle est la vitesse fond du cargo?
Solution :
En prenant l'est comme direction positive :

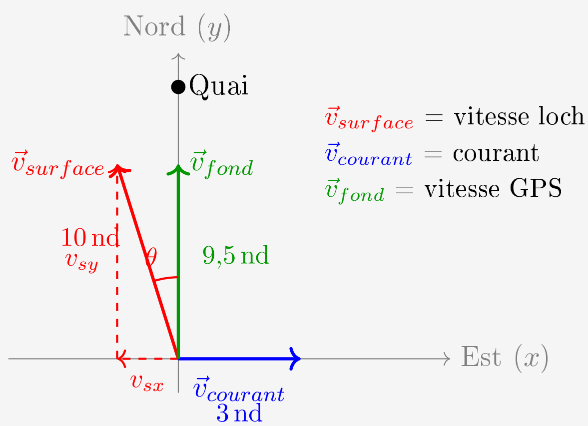
- $v_{surface} = +12\,\text{nuds}$ (vers l'est)
- $v_{courant} = -3\,\text{nuds}$ (vers l'ouest)

$$v_{fond} = v_{surface} + v_{courant} = 12 + (-3) = 9\,\text{nuds vers l'est}$$

Le navire avance effectivement à 9 nuds par rapport au fond.

Exemple 1.49 – Traversée avec courant latéral — Décomposition vectorielle

Un traversier doit rejoindre un quai situé exactement au nord, à 2 km. Sa vitesse propre (surface) est de 10 nuds, mais un courant de 3 nuds porte vers l'est.
Problème : Si le capitaine pointe directement vers le nord, le navire dérivera vers l'est. Pour atteindre le quai, il doit **compenser** en pointant légèrement vers l'ouest.



Analyse par décomposition vectorielle :
Pour que $\vec{v}_{fond}$ soit dirigée exactement vers le nord, sa composante x doit être nulle :

$$v_{fond,x} = v_{surface,x} + v_{courant,x} = 0$$
$$-v_{surface} \sin\theta + v_{courant} = 0$$

D'où l'**angle de compensation** :

$$\sin\theta = \frac{v_{courant}}{v_{surface}} = \frac{3}{10} = 0{,}3 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\theta = 17{,}5 \text{ ouest du nord}}$$

Vitesse fond résultante (composante y) :

$$v_{fond} = v_{fond,y} = v_{surface} \cos\theta = 10 \times \cos(17{,}5) = \boxed{9{,}5\,\text{nuds}}$$

Vérification par le théorème de Pythagore :

$$v_{surface}^2 = v_{fond}^2 + v_{courant}^2 \quad \Rightarrow \quad 10^2 = 9{,}5^2 + 3^2 = 90{,}25 + 9 = 99{,}25 \approx 100 \quad \checkmark$$

Attention

La vitesse relative est un concept vectoriel. En 2D, il faut décomposer les vitesses en composantes et les additionner vectoriellement. Ce sujet sera approfondi dans le cours de navigation.

Résumé du chapitre

Concept	**Formule / Définition**
La **cinématique** est la branche de la mécanique qui **décrit** le mouvement des corps, sans s'intéresser à ses causes.	Description qualitative et mathématique du mouvement
Le **déplacement** est la variation de position. C'est une grandeur vectorielle (avec signe en 1D).	$\Delta x = x_f - x_i$
La **distance parcourue** est la longueur totale du trajet. C'est une grandeur scalaire (toujours ≥ 0).	$d =$ longueur du trajet
La **vitesse moyenne** est le rapport entre le déplacement et l'intervalle de temps.	$v_{moy} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
La **vitesse scalaire moyenne** est le rapport entre la distance parcourue et l'intervalle de temps.	$v_{scalaire} = \frac{d}{\Delta t}$
La **vitesse instantanée** est la vitesse à un instant précis. Graphiquement, c'est la pente de la tangente à $x(t)$.	$v =$ pente de la tangente à $x(t)$
L'**accélération moyenne** est le rapport entre la variation de vitesse et l'intervalle de temps.	$a_{moy} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
L'**accélération instantanée** est l'accélération à un instant précis. C'est la pente de la tangente à $v(t)$.	$a =$ pente de la tangente à $v(t)$

Concept	**Formule / Définition**
Équations du MRUA (mouvement à accélération constante)	$v_f = v_i + a\Delta t$ $v_{moy} = \dfrac{v_i + v_f}{2}$ $\Delta x = \dfrac{1}{2}(v_i + v_f)\Delta t$ $\Delta x = v_i\Delta t + \dfrac{1}{2}a(\Delta t)^2$ $v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$
Conversion maritime : Le nœud est l'unité de vitesse en navigation.	$1\,\text{nud} = 1{,}852\,\text{km/h} = 0{,}5144\,\text{m/s}$
Mouvement rectiligne uniforme (MRU) : mouvement en ligne droite à vitesse constante.	$\Delta x = v \cdot \Delta t$
Chute libre : mouvement sous la seule action de la gravité (MRUA vertical).	$g = 9{,}81\,\text{m/s}^2$ (vers le bas)
Mouvement en 2D : décomposer en x et y, traiter séparément, relier par le temps Δt.	$v_x = v\cos\theta$ $v_y = v\sin\theta$
Projectile : en x c'est un MRU, en y c'est une chute libre.	$a_x = 0$ $a_y = -g$
Cinématique de rotation : analogie complète avec la translation.	$\theta = \dfrac{s}{r}$ $\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$ $\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$
Relations linéaire-angulaire	$s = r\theta$ $v = r\omega$ $a_t = r\alpha$
Équations rotation (accélération angulaire constante)	$\omega_f = \omega_i + \alpha\Delta t$ $\Delta\theta = \omega_i\Delta t + \dfrac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2$ $\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta$

Compétences

À la fin de ce chapitre, vous devriez être en mesure de :

Compétence	Difficile	Familier	Minimum	Maîtrise
Cinématique de translation (1D)				
Expliquer ce qu'est la cinématique (description du mouvement)				
Différencier un déplacement et une distance parcourue				
Calculer la vitesse moyenne à partir de données ou d'un graphique				
Calculer la vitesse scalaire moyenne				
Interpréter un graphique position-temps $x(t)$				
Déterminer la vitesse instantanée à partir d'un graphique				
Calculer l'accélération moyenne				
Interpréter un graphique vitesse-temps $v(t)$				
Choisir et appliquer les équations du MRUA				
Chute libre et projectile (2D)				
Appliquer les équations du MRUA à la chute libre				
Résoudre des problèmes de chute libre (objet lâché ou lancé)				
Décomposer la vitesse initiale d'un projectile en composantes				
Résoudre des problèmes de projectile en 2D				
Cinématique de rotation				
Convertir des angles entre degrés, radians et tours				
Calculer la vitesse angulaire et convertir entre rad/s et RPM				
Utiliser les relations $s = r\theta$, $v = r\omega$, $a_t = r\alpha$				
Appliquer les équations du mouvement circulaire uniformément accéléré				
Applications				
Convertir entre les unités SI et les unités maritimes (nœuds, NM)				
Résoudre des problèmes de navigation impliquant la cinématique				

Chapitre 2

Dynamique et statique

2.1 Les fondements de la dynamique

2.1.1 Introduction : pourquoi étudier la dynamique?

La dynamique au cœur du métier d'officier de marine

En tant que futur officier de navigation, vous serez responsable de navires dont la masse peut atteindre des centaines de milliers de tonnes. Contrairement à une automobile qui peut s'arrêter en quelques mètres, un pétrolier lancé à pleine vitesse peut nécessiter plusieurs kilomètres pour s'immobiliser. Pourquoi? La réponse se trouve dans ce chapitre.

La dynamique — l'étude des causes du mouvement — vous permettra de comprendre :

- Pourquoi un navire met si longtemps à s'arrêter ou à changer de cap
- Comment calculer les forces dans les amarres qui retiennent votre navire au quai
- Pourquoi la cargaison non arrimée se déplace dangereusement lors des manœuvres
- Les forces en jeu lorsque votre navire affronte une tempête
- La physique derrière les vents et les courants que vous utiliserez pour naviguer

Mais avant d'aborder les lois qui gouvernent le mouvement, il est essentiel de comprendre pourquoi notre intuition nous trompe si souvent en physique.

D'Aristote à Newton : une révolution de la pensée

Pendant près de deux mille ans, la physique occidentale a été dominée par les idées d'Aristote (384–322 av. J.-C.). Sa vision du mouvement, bien que fausse, correspond remarquablement bien à notre intuition quotidienne. C'est précisément pour cette raison qu'elle est si difficile à abandonner.

La physique d'Aristote

Selon Aristote, le mouvement « naturel » des objets terrestres est de tomber vers le centre de la Terre (leur « lieu naturel »), puis de s'y immobiliser. Tout autre mouvement est « violent » et nécessite une cause permanente : **pour qu'un objet continue de bouger, il faut continuellement exercer une force sur lui**.
Cette vision semble logique! Quand vous poussez une boîte sur le plancher et que vous arrêtez de pousser, la boîte s'arrête. Quand vous pédalez sur un vélo et que vous arrêtez, le vélo ralentit puis s'immobilise. Il semble bien qu'il faille une force pour maintenir le mouvement.

Le problème avec la physique aristotélicienne, c'est qu'elle confond deux choses : le mouvement lui-même et les forces de friction qui s'opposent au mouvement. Aristote ne pouvait pas facilement éliminer la friction de ses expériences, alors il l'a intégrée inconsciemment dans sa théorie.

C'est Galilée (1564–1642) qui a eu l'intuition géniale de se demander : « Que se passerait-il si on pouvait éliminer complètement la friction? » En étudiant des billes roulant sur des plans inclinés de plus en plus lisses, il a conclu qu'un objet en mouvement sur une surface parfaitement horizontale et sans friction continuerait indéfiniment à la même vitesse.

Le mouvement naturel selon Galilée et Newton

Contrairement à ce qu'Aristote pensait, le mouvement « naturel » d'un objet libre de toute force n'est pas le repos, mais le **mouvement rectiligne uniforme** — c'est-à-dire en ligne droite et à vitesse constante. Un objet au repos est simplement un cas particulier où cette vitesse constante est nulle.

Cette idée révolutionnaire est au cœur de la mécanique newtonienne que nous allons étudier.

2.1.2 La masse et l'inertie

Vous avez certainement remarqué qu'il est plus difficile de pousser une voiture qu'une bicyclette, même sur une surface parfaitement lisse. Cette résistance au changement de vitesse porte un nom : l'**inertie**.

L'inertie

L'**inertie** est la tendance naturelle de tout objet matériel à résister aux changements de son état de mouvement. Un objet au repos tend à rester au repos. Un objet en mouvement tend à continuer en ligne droite à la même vitesse.
L'inertie n'est pas une force — c'est une **propriété fondamentale de la matière**.

L'inertie n'est PAS une force!

C'est une erreur très répandue de parler de « force d'inertie ». Quand vous êtes dans un autobus qui freine brusquement et que vous vous sentez « projeté » vers l'avant, **aucune force ne vous pousse**.
Ce qui se passe réellement : l'autobus ralentit (une force de freinage agit sur lui), mais votre corps, lui, veut continuer à la même vitesse qu'avant — c'est son inertie. Vous n'êtes pas poussé vers l'avant; c'est l'autobus qui ralentit pendant que vous continuez tout droit. La « force » que vous ressentez n'est qu'une illusion due au fait que vous observez le monde depuis un référentiel (l'autobus) qui est en train d'accélérer.

2.1.3 La masse et l'inertie

Vous avez certainement remarqué qu'il est plus difficile de pousser une voiture qu'une bicyclette, même sur une surface parfaitement lisse. Cette résistance au changement de vitesse porte un nom : l'**inertie**.

L'inertie

L'**inertie** est la tendance naturelle de tout objet matériel à résister aux changements de son état de mouvement. Un objet au repos tend à rester au repos. Un objet en mouvement tend à continuer en ligne droite à la même vitesse.
L'inertie n'est pas une force — c'est une **propriété fondamentale de la matière**.

L'inertie n'est PAS une force!

C'est une erreur très répandue de parler de « force d'inertie ». Quand vous êtes dans un autobus qui freine brusquement et que vous vous sentez « projeté » vers l'avant, **aucune force ne vous pousse**.
Ce qui se passe réellement : l'autobus ralentit (une force de freinage agit sur lui), mais votre corps, lui, veut continuer à la même vitesse qu'avant — c'est son inertie. Vous n'êtes pas poussé vers l'avant; c'est l'autobus qui ralentit pendant que vous continuez tout droit. La « force » que vous ressentez n'est qu'une illusion due au fait que vous observez le monde depuis un référentiel (l'autobus) qui est en train d'accélérer.

La masse : mesure de l'inertie

Comment quantifier l'inertie d'un objet? C'est le rôle de la **masse**.

La masse

La **masse** m d'un objet est la mesure quantitative de son inertie — c'est-à-dire de sa résistance aux changements de vitesse. Plus un objet est massif, plus il est difficile de modifier sa vitesse.
L'unité de masse dans le système international est le **kilogramme** (kg).

La masse est une propriété **intrinsèque** d'un objet : elle ne dépend pas de l'endroit où l'objet se trouve. Votre masse est la même sur Terre, sur la Lune, ou dans l'espace. En revanche, votre *poids* (que nous définirons plus loin) varie selon l'intensité de la gravité locale.

2.1.4 Les trois lois de Newton

En 1687, Isaac Newton publia son œuvre majeure, les *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Principes mathématiques de la philosophie naturelle). Dans cet ouvrage, il énonça trois lois qui décrivent avec une précision remarquable le mouvement de tous les objets, de la pomme qui tombe à la Lune qui orbite autour de la Terre.

Des lois empiriques

Les trois lois de Newton ne sont pas des vérités mathématiques qu'on peut démontrer. Ce sont des **lois empiriques**, c'est-à-dire des énoncés basés sur l'observation minutieuse de la nature et vérifiés expérimentalement d'innombrables fois.
Depuis plus de 300 ans, ces lois ont été testées dans des contextes extraordinairement variés : chute des corps, mouvement des planètes, collision de particules, fonctionnement des moteurs, trajectoire des projectiles... Elles fonctionnent remarquablement bien pour décrire tous les phénomènes de la vie quotidienne et de la navigation maritime.
Ce n'est qu'aux échelles extrêmes (très grandes vitesses proches de celle de la lumière, ou très petites dimensions subatomiques) que des corrections deviennent nécessaires. Pour tout ce qui concerne la navigation, les lois de Newton sont parfaitement adéquates.

Première loi de Newton – Principe d'inertie

Tout objet persévère dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme, à moins qu'une force résultante non nulle ne le contraigne à changer d'état.

Cette loi nous dit que le mouvement « par défaut » d'un objet — en l'absence de toute force — est le mouvement rectiligne uniforme (MRU). Le repos n'est qu'un cas particulier du MRU, celui où la vitesse est nulle.

Pourquoi cette loi n'est-elle pas évidente?

Dans notre expérience quotidienne, les objets en mouvement finissent toujours par s'arrêter. Une balle qui roule sur le sol ralentit puis s'immobilise. Un navire dont on coupe les moteurs finit par s'arrêter. Cela semble contredire la première loi!

La clé, c'est que ces objets ne sont **jamais** libres de toute force. La friction de l'air, la résistance de l'eau, le frottement avec le sol — ces forces s'opposent constamment au mouvement. C'est pourquoi les objets ralentissent. Mais si on pouvait éliminer toutes ces forces, l'objet continuerait indéfiniment à la même vitesse.

L'outil qui tombe du mât

aginez un navire qui avance à 10 nœuds (environ 5 m/s). Un matelot au sommet du mât, à 30 mètres de hauteur, échappe accidentellement une clé à molette. Où va-t-elle tomber?
Notre intuition aristotélicienne pourrait nous faire croire que la clé tombera à l'arrière du

navire, puisque le navire « avance » pendant que la clé tombe. Mais ce n'est pas ce qui se passe!
La clé tombe **au pied du mât**, exactement comme si le navire était immobile.
Pourquoi? Avant d'être lâchée, la clé se déplaçait déjà avec le navire à 10 nœuds. Quand le matelot la lâche, aucune force horizontale n'agit sur elle (négligeons la résistance de l'air). Selon la première loi de Newton, elle conserve donc sa vitesse horizontale de 10 nœuds pendant toute sa chute. Le navire avance à 10 nœuds, la clé aussi — ils restent synchronisés.
C'est Galilée qui a compris ce phénomène, réfutant ainsi un argument courant contre le mouvement de la Terre.

Le canon vers l'est et vers l'ouest

argument historique contre la rotation de la Terre allait comme suit : si la Terre tourne vers l'est, alors un boulet de canon tiré vers l'ouest devrait aller plus loin (la cible « s'enfuit »), tandis qu'un boulet tiré vers l'est devrait aller moins loin (la cible « vient vers nous »).
Or, l'expérience montre que les deux boulets parcourent la même distance!
L'explication est similaire : le canon, le boulet et la cible partagent tous la même vitesse due à la rotation de la Terre. Le boulet conserve cette vitesse (première loi) en plus de la vitesse que le canon lui communique. Tout le système est cohérent.

Vers la notion de référentiel inertiel

La première loi de Newton fait plus que décrire le comportement des objets : elle définit implicitement ce qu'est un « bon » référentiel pour faire de la physique.

Référentiel inertiel

Un **référentiel inertiel** est un référentiel dans lequel la première loi de Newton est valide — c'est-à-dire un référentiel où tout objet libre de forces se déplace en mouvement rectiligne uniforme (ou reste au repos).

Un référentiel attaché à la Terre est approximativement inertiel pour la plupart des applications pratiques. Un référentiel attaché à un manège en rotation ne l'est pas : dans ce référentiel, les objets semblent dévier de leur trajectoire rectiligne sans qu'aucune force « réelle » ne les y contraigne.

Deuxième loi de Newton – Principe fondamental de la dynamique

L'accélération d'un objet est directement proportionnelle à la force résultante qui agit sur lui et inversement proportionnelle à sa masse.

$$\boxed{\sum \overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a}} \tag{2.1}$$

Nous savons maintenant que la tendance naturelle d'un objet est de conserver sa vitesse (première loi). La question suivante est donc : **que se passe-t-il quand une force agit sur un objet?**

La réponse est simple et puissante : une force change la vitesse de l'objet. Elle lui communique une **accélération**.

Cette équation est **vectorielle**. Cela signifie que :

- L'accélération $\overrightarrow{a}$ a la même direction que la force résultante $\sum \overrightarrow{F}$.
- Si vous poussez un objet vers le nord, il accélère vers le nord.
- Si plusieurs forces agissent simultanément, c'est leur *somme vectorielle* qui détermine l'accélération.

En pratique, on décompose souvent cette équation selon les axes x et y :

$$\sum F_x = ma_x \tag{2.2}$$

$$\sum F_y = ma_y \tag{2.3}$$

Troisième loi de Newton – Principe d'action-réaction

Lorsqu'un objet A exerce une force sur un objet B, l'objet B exerce simultanément sur l'objet A une force de même module et de direction opposée.

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{A\to B} = -\overrightarrow{F}_{B\to A}} \tag{2.4}$$

La troisième loi de Newton est peut-être la moins bien comprise des trois, car elle défie souvent notre intuition.

Seul dans un univers vide

Imaginez que vous flottez seul dans un univers complètement vide. Pas de sol sous vos pieds. Pas d'air autour de vous. Pas d'étoiles, pas de planètes, rien. Juste vous, immobile dans le vide infini.
Comment pourriez-vous vous mettre en mouvement?
La réponse est troublante : **vous ne pouvez pas**. Il vous est absolument impossible de changer votre vitesse. Vous n'avez rien sur quoi pousser, rien à lancer, rien avec quoi interagir.
Cette expérience de pensée illustre un fait fondamental : **pour exercer une force, il faut deux objets**. Une force est toujours le résultat d'une interaction entre deux corps.

Et voici le point crucial : si deux objets interagissent, cette interaction est **nécessairement réciproque**. Vous ne pouvez pas pousser sur quelque chose sans que ce quelque chose vous pousse en retour.

Caractéristiques essentielles d'une paire action-réaction :

- Les deux forces ont **exactement le même module**.
- Les deux forces ont des **directions exactement opposées**.
- Les deux forces agissent sur des **objets différents**.
- Les deux forces sont de **même nature** (toutes deux gravitationnelles, toutes deux de contact, etc.).
- Les deux forces existent **simultanément** — l'une n'existe pas sans l'autre.

Pourquoi notre intuition nous trompe

Le camion et la voiture

camion de 10 tonnes percute une voiture de 1 tonne. La voiture est complètement détruite, tandis que le camion n'a qu'une bosse sur le pare-chocs. Il semble évident que le camion a frappé la voiture plus fort que la voiture n'a frappé le camion, non?
Faux! Les deux forces sont exactement égales en module : $F_{\text{camion}\to\text{voiture}} = F_{\text{voiture}\to\text{camion}}$.
Alors pourquoi la voiture est-elle plus endommagée? Parce que les *accélérations* sont différentes! Selon la deuxième loi : $a = F/m$. Avec la même force F, la voiture (masse plus petite) subit une accélération 10 fois plus grande que le camion. C'est cette accélération violente qui cause les dégâts, pas une différence de force.

Comment un navire avance-t-il?

s hélices d'un navire poussent l'eau vers l'arrière. Par la troisième loi, l'eau pousse les hélices (et donc le navire) vers l'avant. C'est cette réaction de l'eau qui propulse le navire!
La force exercée par les hélices sur l'eau est exactement égale à la force exercée par l'eau sur le navire. Mais l'eau, ayant accès à tout l'océan, ne semble pas accélérer de façon perceptible, tandis que le navire, lui, avance.

Le poids et la normale ne forment PAS une paire action-réaction

Quand un livre est posé sur une table, deux forces agissent sur le livre : son poids (vers le bas) et la normale de la table (vers le haut). Ces deux forces sont égales en module et opposées en direction, donc le livre est en équilibre.
Mais attention! Ces deux forces ne forment **pas** une paire action-réaction. Elles agissent toutes les deux sur le *même objet* (le livre), ce qui viole une des caractéristiques des paires action-réaction.
Les vraies paires action-réaction sont :

- Le poids du livre (Terre $\to$ livre) et l'attraction du livre sur la Terre (livre $\to$ Terre)
- La normale de la table sur le livre (table $\to$ livre) et la force du livre sur la table (livre $\to$ table)

2.1.5 L'équilibre : un cas particulier de la première loi

La première loi de Newton nous dit qu'un objet reste au repos (ou en MRU) si aucune force résultante n'agit sur lui. Mais que se passe-t-il si *plusieurs* forces agissent sur un objet, mais que leur somme vectorielle est nulle? L'objet reste également en équilibre!

Équilibre de translation

Un objet est en **équilibre de translation** si et seulement si la somme vectorielle de toutes les forces qui agissent sur lui est nulle :

$$\boxed{\sum \overrightarrow{F} = \overrightarrow{0}} \tag{2.5}$$

En composantes :

$$\sum F_x = 0 \tag{2.6}$$
$$\sum F_y = 0 \tag{2.7}$$

Un objet en équilibre peut être :

- **Au repos** — et il restera au repos (équilibre statique)
- **En mouvement rectiligne uniforme** — et il continuera ainsi (équilibre dynamique)

Remarque

L'équilibre ne signifie pas « immobile »! Un navire qui avance en ligne droite à vitesse constante est en équilibre : la poussée des moteurs est exactement compensée par la résistance de l'eau. Un parachutiste en chute à vitesse terminale est aussi en équilibre : son poids est compensé par la résistance de l'air.

L'étude des systèmes en équilibre statique (au repos) s'appelle la **statique**. C'est un cas particulier de la dynamique où l'accélération est nulle. Les conditions d'équilibre ($\sum F_x = 0$ et $\sum F_y = 0$) nous permettent de calculer des forces inconnues dans des systèmes comme les câbles de suspension, les amarres de navire, ou les structures en général.

Pratique autonome 2.1 — Les lois de Newton

Vrai ou Faux. Justifiez brièvement vos réponses.

1. Un objet au repos est nécessairement en équilibre.
2. Un objet en mouvement est nécessairement soumis à une force résultante non nulle.
3. L'inertie est une force qui s'oppose au mouvement.
4. Dans une collision entre un camion et une voiture, le camion exerce une plus grande force sur la voiture que l'inverse.
5. Le poids d'un objet et la normale exercée par une table sur cet objet forment une paire action-réaction.
6. Un passager « projeté vers l'avant » dans un autobus qui freine est poussé par une force.

Réponses : 1) V 2) F 3) F 4) F 5) F 6) F

2.2 La « boîte à outils » des forces

Maintenant que nous comprenons les trois lois de Newton, nous devons identifier les forces courantes que nous rencontrerons dans les problèmes de mécanique. Ces forces sont des manifestations macroscopiques d'interactions fondamentales entre les particules qui constituent la matière.

Avant de détailler chaque force, rappelons ce qu'est une force.

La force

Une **force** est une action exercée par un objet sur un autre, qui se manifeste par une poussée ou une traction. Une force tend à modifier l'état de mouvement d'un objet ou à le déformer. Les forces sont **invisibles**. On ne peut pas voir une force, la toucher ou la peser directement. Ce qu'on observe, ce sont les *effets* des forces : un objet qui accélère, qui ralentit, qui change de direction, ou qui se déforme.
L'unité de force dans le système international est le **newton** (N).

Les forces sont des **grandeurs vectorielles**. Une force possède :

- Un **module** (son intensité) — combien de newtons
- Une **direction** — vers où elle pointe
- Un **point d'application** — où elle s'exerce sur l'objet

La somme de toutes les forces agissant sur un objet s'appelle la **force résultante** :

$$\vec{F}_{\text{rés}} = \sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots \tag{2.8}$$

2.2.1 La gravité et le poids

La loi de la gravitation universelle

L'une des plus grandes réalisations de Newton fut de comprendre que la force qui fait tomber une pomme est *la même* que celle qui maintient la Lune en orbite autour de la Terre. Avant Newton, on pensait que les « lois célestes » étaient différentes des « lois terrestres ». Newton unifia ces deux mondes en une seule loi.

Loi de la gravitation universelle

Deux objets de masses m_1 et m_2, séparés par une distance r (mesurée entre leurs centres), s'attirent mutuellement avec une force :

$$\boxed{F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}} \tag{2.9}$$

où $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$ est la **constante de gravitation universelle**.

Cette loi est remarquable à plusieurs égards :

- Elle est **universelle** : elle s'applique à tous les objets possédant une masse, des pommes aux galaxies.
- La force est **attractive** : les masses s'attirent toujours, jamais ne se repoussent.
- La force décroît avec le carré de la distance : si on double la distance, la force est divisée par 4.
- Elle respecte la troisième loi de Newton : m_1 attire m_2 avec la même force que m_2 attire m_1.

Newton et Kepler

Avec cette loi et ses trois lois du mouvement, Newton put démontrer mathématiquement les trois lois empiriques que Kepler avait découvertes en observant les planètes. C'est l'un des plus grands triomphes de la physique : des phénomènes aussi différents que la chute d'une pierre et l'orbite de Mars s'expliquent par les mêmes principes fondamentaux.

Le poids : la gravité près de la surface terrestre

Considérons un objet de masse m situé près de la surface de la Terre. La Terre (masse $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg, rayon $R_T = 6{,}37 \times 10^6$ m) attire cet objet avec une force :

$$F_g = G\frac{M_T \cdot m}{R_T^2} = \left(G\frac{M_T}{R_T^2}\right) \cdot m$$

Le terme entre parenthèses ne dépend que des propriétés de la Terre. On le note g :

$$g = G\frac{M_T}{R_T^2} = 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{5{,}97 \times 10^{24}}{(6{,}37 \times 10^6)^2} = 9{,}81 \text{ m/s}^2$$

C'est l'**accélération gravitationnelle** à la surface de la Terre.

Le poids

Le **poids** $\vec{F}_g$ (ou $\vec{P}$) est la force gravitationnelle exercée par la Terre sur un objet situé près de sa surface :

$$\boxed{F_g = mg \qquad \text{où} \quad g = 9{,}81 \text{ m/s}^2} \tag{2.10}$$

Cette force est appliquée au centre de masse de l'objet et est toujours dirigée vers le centre de la Terre (c'est-à-dire vers le bas).

Masse et poids : ne pas confondre!

	Masse	**Poids**
Nature	Propriété intrinsèque	Force
Mesure	L'inertie	L'attraction gravitationnelle
Unité SI	kilogramme (kg)	newton (N)
Varie-t-elle selon le lieu?	Non	Oui

Un astronaute de 80 kg a une masse de 80 kg partout dans l'univers. Sur Terre, son poids est $80 \times 9{,}81 = 785$ N. Sur la Lune, où $g \approx 1{,}6$ m/s^2, son poids n'est que de 128 N. Dans l'espace loin de tout astre, son poids est essentiellement nul — mais sa masse reste 80 kg.

2.2.2 La tension

La tension

La **tension** $\vec{T}$ est la force exercée par une corde, un câble, une chaîne ou une amarre sur un objet auquel elle est attachée. La tension est :

- Appliquée au point d'attache
- Toujours parallèle à la corde
- Dirigée de l'objet vers la corde (elle « tire » sur l'objet, jamais ne pousse)

Dans les situations idéalisées (corde de masse négligeable, sans friction dans les poulies), la tension est la même en tout point de la corde. On dit que la corde « transmet » la force d'un bout à l'autre.

Exemple 2.5 – S

r un navire à quai, les amarres exercent des tensions sur le navire et sur les bollards du quai. Si une amarre exerce une tension de 50 kN sur le navire, elle exerce également une tension de 50 kN sur le bollard (troisième loi de Newton). La corde est « sous tension » de 50 kN.

2.2.3 La normale

Quand vous posez un livre sur une table, pourquoi ne traverse-t-il pas la table? Quelque chose doit s'opposer au poids du livre et le maintenir en place. Cette force s'appelle la **normale**.

La normale

La **normale** $\overrightarrow{N}$ est la force exercée par une surface sur un objet en contact avec elle. Cette force :

- Est toujours **perpendiculaire** à la surface de contact (d'où son nom)
- Est dirigée vers l'extérieur de la surface
- Empêche les objets solides de se traverser mutuellement

L'origine microscopique de la normale

À l'échelle atomique, les surfaces solides sont constituées d'atomes dont les électrons forment des « nuages » chargés négativement. Quand deux surfaces s'approchent, leurs nuages électroniques se repoussent mutuellement par répulsion électrostatique.

Vous ne touchez jamais vraiment rien!

Quand vous posez votre main sur une table, vos atomes ne « touchent » jamais vraiment les atomes de la table. Les nuages électroniques de votre main et de la table se repoussent avant de se toucher réellement. Vous « flottez » à une distance d'environ 10^{-10} m (un dixième de nanomètre) au-dessus de la table!
Ce que vous percevez comme le « contact » est en fait cette répulsion électromagnétique entre les électrons des deux surfaces.

La normale est une force de réaction passive

Un point crucial à comprendre : la normale n'est pas une force « active » que la surface décide d'exercer. C'est une force de **réaction passive** qui s'ajuste automatiquement pour empêcher la pénétration.

- Si vous posez un livre de 1 kg sur une table, la normale est d'environ 9,8 N.
- Si vous posez un livre de 2 kg, la normale devient environ 19,6 N.
- Si vous appuyez sur le livre avec votre main (disons 10 N supplémentaires), la normale augmente de 10 N pour compenser.

La normale « fait ce qu'il faut » pour empêcher les objets de se traverser, ni plus, ni moins.

Attention

Sur un plan incliné, la normale n'est **pas** égale au poids! Elle est égale à la composante du poids perpendiculaire à la surface, soit :

$$N = mg\cos\theta$$

où θ est l'angle d'inclinaison du plan par rapport à l'horizontale.

2.2.4 Le frottement

La force de frottement

Le **frottement** $\overrightarrow{f}$ est la force qui s'oppose au glissement (ou à la tendance au glissement) entre deux surfaces en contact. Cette force est :

- Toujours **parallèle** à la surface de contact
- Toujours **opposée** au mouvement (ou à la tendance au mouvement)

Le frottement a également une origine électromagnétique : les aspérités microscopiques des deux surfaces s'accrochent les unes aux autres, et les liaisons chimiques temporaires qui se forment doivent être brisées pour permettre le glissement.

On distingue deux types de frottement sec :

Le frottement statique

Le frottement statique agit entre deux surfaces qui ne glissent **pas** l'une sur l'autre. C'est une force « adaptative » qui s'ajuste pour empêcher le glissement, jusqu'à une valeur maximale :

$$\boxed{f_s \leq \mu_s N} \tag{2.11}$$

où μ_s est le **coefficient de frottement statique** (sans dimension) et N la normale.

Le frottement cinétique

Le frottement cinétique agit entre deux surfaces qui glissent l'une sur l'autre. Son module est essentiellement constant :

$$\boxed{f_c = \mu_c N} \tag{2.12}$$

où μ_c est le **coefficient de frottement cinétique**.

Remarque

En général, $\mu_s > \mu_c$: il est plus difficile de mettre un objet en mouvement que de le maintenir en mouvement. C'est pourquoi un objet qu'on pousse semble « partir » brusquement une fois qu'il commence à glisser — on passe soudainement d'un frottement statique maximal à un frottement cinétique plus faible.

Les coefficients de frottement dépendent de la nature des deux surfaces en contact (acier sur acier, caoutchouc sur asphalte, etc.), mais pas de l'aire de contact ni de la vitesse de glissement (en première approximation).

Surfaces en contact	μ_s	μ_c
Acier sur acier (sec)	0,74	0,57
Caoutchouc sur asphalte (sec)	0,9	0,7
Bois sur bois	0,5	0,3
Glace sur glace	0,1	0,03

2.2.5 La force centripète

Au chapitre précédent, nous avons vu qu'un objet qui se déplace sur une trajectoire circulaire possède une accélération centripète dirigée vers le centre du cercle, même si sa vitesse (en module) reste constante. Selon la deuxième loi de Newton, cette accélération doit être causée par une force.

La force centripète

La **force centripète** est la force résultante nécessaire pour maintenir un objet sur une trajectoire circulaire. Elle est toujours dirigée vers le centre de la trajectoire et a pour module :

$$\boxed{F_c = ma_c = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r} \tag{2.13}$$

Il est crucial de comprendre que la force centripète n'est **pas** un nouveau type de force. C'est simplement le nom qu'on donne à la composante de la force résultante dirigée vers le centre du cercle. Cette force peut être fournie par :

- La tension d'une corde (balle attachée qu'on fait tourner)
- Le frottement (voiture dans un virage)
- La gravité (satellite en orbite, Lune autour de la Terre)
- La normale (manège, mur d'un cylindre en rotation)
- Une combinaison de plusieurs forces

La « force centrifuge » : ce qu'elle est vraiment

Quand vous êtes passager dans une voiture qui prend un virage serré, vous avez la sensation d'être « poussé » vers l'extérieur du virage. Cette sensation est souvent attribuée à une « force centrifuge ». Mais cette force existe-t-elle vraiment?

La force centrifuge n'est pas une force newtonienne

La « force centrifuge » n'est **pas** une force au sens de Newton. Aucun objet extérieur ne vous pousse vers l'extérieur du virage.
Ce que vous ressentez, c'est votre **inertie**. Selon la première loi de Newton, votre corps veut continuer en ligne droite. Mais la voiture tourne, et le siège vous force à tourner avec elle en exerçant une force centripète sur vous (vers le centre du virage).
Depuis votre point de vue (référentiel de la voiture), vous semblez être poussé vers l'extérieur. Mais depuis le point de vue d'un observateur immobile sur le bord de la route (référentiel inertiel), c'est simplement la voiture qui tourne autour de vous pendant que vous tentez d'aller tout droit.
La « force centrifuge » est une manifestation de l'inertie observée depuis un référentiel non inertiel.

Cargaison dans un virage

navire effectue un virage serré. Une caisse mal arrimée sur le pont glisse vers l'extérieur du virage. Que s'est-il passé?
Analyse incorrecte : « La force centrifuge a poussé la caisse vers l'extérieur. »
Analyse correcte : Le navire tourne, ce qui nécessite une force centripète pour tout ce qui est à bord. Pour la caisse, cette force devrait être fournie par le frottement avec le pont. Mais si le frottement est insuffisant (caisse mal arrimée, pont glissant), la caisse ne peut pas tourner avec le navire. Selon la première loi de Newton, elle continue donc en ligne droite — ce qui, vu depuis le navire qui tourne, ressemble à un mouvement vers l'extérieur.
Morale : La cargaison doit être correctement arrimée pour que les forces de friction puissent fournir la force centripète nécessaire lors des manœuvres!

2.2.6 Tableau récapitulatif des forces

Force	**Formule**	**Direction et caractéristiques**
Poids	$F_g = mg$	Toujours vers le bas (centre de la Terre)
Tension	T (à déterminer)	Parallèle à la corde, tire sur l'objet
Normale	N (à déterminer)	Perpendiculaire à la surface, vers l'extérieur
Frottement statique	$f_s \leq \mu_s N$	Parallèle à la surface, oppose la tendance au glissement
Frottement cinétique	$f_c = \mu_c N$	Parallèle à la surface, oppose le mouvement
Force centripète	$F_c = m\frac{v^2}{r}$	Vers le centre de la trajectoire circulaire

Pratique autonome 2.2 — Identification des forces

Pour chaque situation, identifiez **toutes** les forces agissant sur l'objet indiqué et dessinez un DCL approximatif.

1. Un livre posé sur une table horizontale.
2. Une caisse tirée sur le sol par une corde faisant un angle de 30° avec l'horizontale.
3. Un bloc immobile sur un plan incliné à 25°.
4. Un bloc glissant vers le bas d'un plan incliné à 25° (avec frottement).
5. Une voiture prenant un virage horizontal à vitesse constante.
6. Un conteneur suspendu par deux câbles faisant des angles différents avec l'horizontale.

Forces à identifier :

1. Poids (bas), Normale (haut)
2. Poids (bas), Normale (haut), Tension (30° vers le haut), Frottement (opposé au mouvement)
3. Poids (bas), Normale ($\perp$ plan), Frottement statique (// plan, vers le haut)
4. Poids (bas), Normale ($\perp$ plan), Frottement cinétique (// plan, vers le haut)
5. Poids (bas), Normale (haut), Frottement statique (vers le centre du virage)
6. Poids (bas), Tension 1 (vers le câble 1), Tension 2 (vers le câble 2)

2.3 Méthodologie de résolution

Résoudre un problème de dynamique ou de statique n'est pas une question d'intuition ou de chance. C'est un processus **systématique** qui, lorsqu'il est suivi rigoureusement, mène presque toujours à la solution.

Cette section présente la méthode que vous devez suivre pour **tous** les problèmes de mécanique. Même si un problème vous semble simple, suivez ces étapes — elles vous éviteront des erreurs et vous prépareront aux problèmes plus complexes.

2.3.1 Le diagramme de corps libre (DCL)

L'outil fondamental de la mécanique est le **diagramme de corps libre** (DCL). C'est la première chose à faire dans *tout* problème.

Diagramme de corps libre (DCL)

Un **diagramme de corps libre** est un schéma qui représente un objet isolé de son environnement, avec toutes les forces qui agissent **sur** cet objet — et seulement celles-là.

Règles pour un bon DCL

Un DCL complet et correct doit inclure :

1. **L'objet isolé** — représenté simplement (souvent par un point ou un rectangle)
2. **Toutes les forces** qui agissent sur cet objet
3. **Un système de coordonnées** — axes x et y clairement indiqués
4. **Les angles pertinents** — entre les forces et les axes

Erreurs courantes à éviter :

- Inclure des forces exercées *par* l'objet (elles agissent sur d'autres objets!)
- Oublier le poids (la Terre attire toujours l'objet)
- Confondre la normale et le poids (ce ne sont pas des paires action-réaction!)
- Dessiner une « force du mouvement » dans le sens du déplacement (le mouvement n'est pas une force!)
- Oublier le frottement quand il y a contact entre surfaces

2.3.2 L'algorithme de résolution

[title=Les 4 étapes pour résoudre tout problème de mécanique]

Étape 1 — SCHÉMA et DCL

a) Dessiner un schéma de la situation physique

b) Isoler l'objet d'intérêt (ou les objets, s'il y en a plusieurs)

c) Tracer le DCL : représenter **toutes** les forces agissant sur l'objet

d) Identifier les forces connues et inconnues

Étape 2 — AXES

a) Choisir un système de coordonnées (x, y) adapté au problème

b) *Conseil :* Aligner un axe avec l'accélération (si connue) ou avec la surface de contact

c) Sur un plan incliné : x parallèle à la pente, y perpendiculaire

d) Indiquer clairement la direction positive de chaque axe

Étape 3 — ÉQUATIONS DE NEWTON

a) Décomposer chaque force selon les axes x et y

b) Appliquer la deuxième loi de Newton (ou les conditions d'équilibre) :

$$\sum F_x = ma_x \qquad \text{(ou } = 0 \text{ si équilibre)}$$
$$\sum F_y = ma_y \qquad \text{(ou } = 0 \text{ si équilibre)}$$

c) Écrire les équations explicitement avec les symboles des forces

Étape 4 — ALGÈBRE

a) Compter les équations et les inconnues (il faut autant d'équations que d'inconnues!)

b) Résoudre le système d'équations algébriquement

c) Substituer les valeurs numériques *à la fin*

d) Vérifier : unités correctes? Ordre de grandeur raisonnable? Signe cohérent?

2.3.3 Conseils pratiques

Choix des axes

Le choix du système de coordonnées est libre, mais certains choix simplifient grandement les calculs :

- **Mouvement horizontal :** x horizontal (dans le sens du mouvement), y vertical vers le haut.
- **Plan incliné :** x parallèle à la pente (positif vers le bas de la pente), y perpendiculaire à la pente (positif vers l'extérieur). Ainsi, l'accélération est uniquement selon x, et $a_y = 0$.
- **Mouvement circulaire :** Un axe radial (vers le centre), un axe tangentiel.
- **Équilibre :** Souvent, aligner un axe avec une des forces inconnues simplifie les équations.

Décomposition des forces

Si une force $\vec{F}$ fait un angle θ avec l'axe x :

$$F_x = F\cos\theta$$
$$F_y = F\sin\theta$$

Attention aux signes! Si la composante pointe dans le sens négatif de l'axe, elle doit être négative dans l'équation.

Résolution symbolique d'abord

Résistez à la tentation de substituer les valeurs numériques dès le début. Travaillez avec des symboles (m, g, θ, μ, etc.) aussi longtemps que possible. Cela permet de :

- Repérer plus facilement les erreurs algébriques
- Vérifier que les unités sont cohérentes
- Comprendre comment la réponse dépend des paramètres
- Réutiliser la solution pour d'autres valeurs numériques

Vérification finale

Une fois la réponse obtenue, posez-vous ces questions :

- Les unités sont-elles correctes?
- L'ordre de grandeur est-il raisonnable?
- Le signe est-il cohérent avec la direction attendue?
- Dans les cas limites (par exemple $\theta = 0$ ou $\mu = 0$), la formule donne-t-elle le résultat attendu?

Pratique autonome 2.10 — Choix des axes et décomposition

Pour chaque situation, indiquez le meilleur choix d'axes et décomposez le poids selon ces axes.

1. Un bloc glisse sur un plan incliné à 40° vers la droite.
2. Un pendule est à 25° de la verticale, tiré vers la gauche.
3. Une voiture accélère horizontalement vers la droite.
4. Une balle de masse m est lancée à 60° au-dessus de l'horizontale (analysez au point de lancer).

Réponses suggérées :

1. Axes : x // pente (+ vers le bas), $y \perp$ pente (+ vers l'extérieur). $F_{gx} = mg \sin 40$, $F_{gy} = -mg \cos 40$
2. Axes : x // fil (+ vers le bas), $y \perp$ fil. $F_{gx} = mg \cos 25$, $F_{gy} = -mg \sin 25$
3. Axes standard : x horizontal (+$\rightarrow$), y vertical (+$\uparrow$). $F_{gx} = 0$, $F_{gy} = -mg$
4. Axes standard : x horizontal, y vertical. $F_{gx} = 0$, $F_{gy} = -mg$ (le poids ne dépend pas de l'angle de lancer!)

2.4 Applications et résolution

Cette section présente des exemples résolus en suivant rigoureusement l'**algorithme de résolution** présenté à la section précédente. Chaque problème est accompagné d'un schéma de situation et d'un diagramme de corps libre (DCL).

2.4.1 Problèmes de statique (équilibre)

Statique 1 : Moteur suspendu dans une salle des machines (Maritime)

moteur diesel auxiliaire de masse $m = 200$ kg est suspendu dans la salle des machines d'un navire par deux câbles. Le câble de bâbord fait un angle de 30° avec l'horizontale, celui de tribord fait un angle de 45° avec l'horizontale. Déterminer les tensions T_1 et T_2 dans chaque câble.

Étape 1 — SCHÉMA et DCL

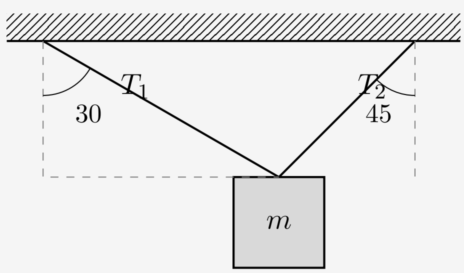


Schéma de situation

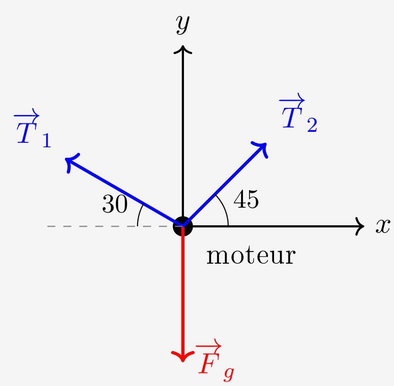


Diagramme de corps libre

Forces sur le moteur :

- Poids : $F_g = mg = 200 \times 9{,}81 = 1962$ N (vers le bas)
- Tension T_1 : inconnue (vers le haut-gauche, à 30° de l'horizontale)
- Tension T_2 : inconnue (vers le haut-droite, à 45° de l'horizontale)

Étape 2 — AXES

x : horizontal, positif vers la droite
y : vertical, positif vers le haut

Étape 3 — ÉQUATIONS DE NEWTON

Le moteur est en équilibre : $\sum F_x = 0$ et $\sum F_y = 0$.

Décomposition des tensions :

$$T_{1x} = -T_1 \cos 30 \qquad T_{1y} = T_1 \sin 30$$
$$T_{2x} = T_2 \cos 45 \qquad T_{2y} = T_2 \sin 45$$

Selon x :

$$-T_1 \cos 30 + T_2 \cos 45 = 0 \tag{1}$$

Selon y :

$$T_1 \sin 30 + T_2 \sin 45 - mg = 0 \tag{2}$$

<u>Étape 4 — ALGÈBRE</u>

De l'équation (1) :

$$T_2 = T_1 \frac{\cos 30}{\cos 45} = T_1 \times \frac{0{,}866}{0{,}707} = 1{,}225\, T_1$$

Substituons dans l'équation (2) :

$$T_1 \sin 30 + 1{,}225\, T_1 \sin 45 = mg$$

$$T_1(0{,}5 + 1{,}225 \times 0{,}707) = 1962$$
$$T_1 \times 1{,}366 = 1962$$

$$\boxed{T_1 = 1436 \text{ N}}$$

$$\boxed{T_2 = 1{,}225 \times 1436 = 1760 \text{ N}}$$

Vérification : $T_2 > T_1$ car le câble de droite est plus vertical (45° > 30°), il supporte donc une plus grande partie du poids.
Vérifions $\sum F_y$: $1436 \times 0{,}5 + 1760 \times 0{,}707 = 718 + 1244 = 1962$ N ✓

Pratique autonome 2.3 — Feu de navigation suspendu (Maritime)

Un feu de navigation de masse $m = 12$ kg est suspendu entre deux mâts d'un navire par deux câbles. Le câble de bâbord fait un angle de 40° avec l'horizontale, celui de tribord fait un angle de 55° avec l'horizontale.

1. Dessinez le DCL du feu de navigation.
2. Calculez les tensions T_1 et T_2 dans chaque câble.

Réponses : $T_1 = 85{,}6$ N ; $T_2 = 79{,}8$ N

Statique 2 : Bloc sur plan incliné à l'équilibre

bloc de masse $m = 15$ kg est posé sur un plan incliné à $\theta = 25$ par rapport à l'horizontale. Le bloc reste immobile. Le coefficient de frottement statique entre le bloc et le plan est $\mu_s = 0{,}5$.
a) Calculer la force de frottement statique qui maintient le bloc en équilibre.
b) Quel est l'angle maximal avant que le bloc ne commence à glisser?

Étape 1 — SCHÉMA et DCL

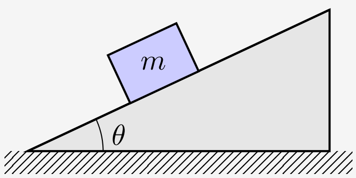


Schéma de situation

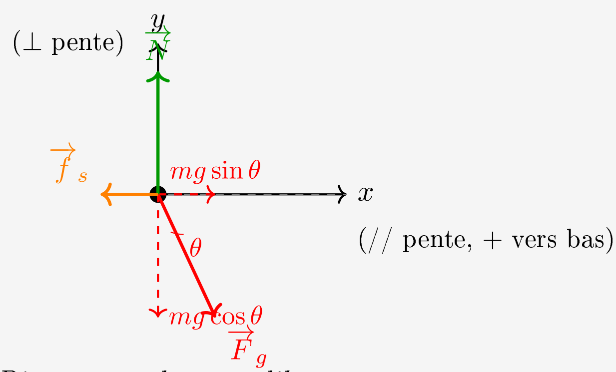


Diagramme de corps libre

Forces sur le bloc :

- Poids : $F_g = mg$ (vertical vers le bas)
- Normale : N (perpendiculaire au plan, vers l'extérieur)
- Frottement statique : f_s (parallèle au plan, vers le haut de la pente)

Étape 2 — AXES

x : parallèle à la pente, positif vers le bas
y : perpendiculaire à la pente, positif vers l'extérieur
Avec ce choix, si le bloc bouge, son accélération sera selon x uniquement.

Étape 3 — ÉQUATIONS DE NEWTON

Décomposition du poids :

$$F_{g,x} = mg\sin\theta$$
$$F_{g,y} = -mg\cos\theta$$

Équilibre selon y ($a_y = 0$) :

$$N - mg\cos\theta = 0 \implies N = mg\cos\theta \tag{1}$$

Équilibre selon x ($a_x = 0$) :

$$mg\sin\theta - f_s = 0 \implies f_s = mg\sin\theta \tag{2}$$

Étape 4 — ALGÈBRE
a) Force de frottement :

$$f_s = mg\sin\theta = 15 \times 9{,}81 \times \sin 25 = 147{,}2 \times 0{,}423$$

$$\boxed{f_s = 62{,}2\ \text{N}}$$

Vérifions que le bloc peut rester en équilibre. La normale vaut :

$$N = mg\cos\theta = 15 \times 9{,}81 \times \cos 25 = 133{,}4\ \text{N}$$

Le frottement statique maximal est :

$$f_{s,\max} = \mu_s N = 0{,}5 \times 133{,}4 = 66{,}7\ \text{N}$$

Comme $f_s = 62{,}2$ N $< f_{s,\max} = 66{,}7$ N, le bloc reste bien en équilibre. ✓
b) Angle maximal :
À la limite du glissement, $f_s = f_{s,\max} = \mu_s N$. En combinant avec les équations d'équilibre :

$$mg\sin\theta_{\max} = \mu_s \cdot mg\cos\theta_{\max}$$

$$\tan\theta_{\max} = \mu_s$$

$$\theta_{\max} = \arctan(\mu_s) = \arctan(0{,}5)$$

$$\boxed{\theta_{\max} = 26{,}6}$$

Au-delà de cet angle, le bloc commencera à glisser.

Pratique autonome 2.4 — Caisse sur rampe de navire (Maritime)

Une caisse de marchandise de 80 kg est posée sur une rampe de chargement d'un cargo, inclinée à 22°. Le coefficient de frottement statique est $\mu_s = 0{,}45$.

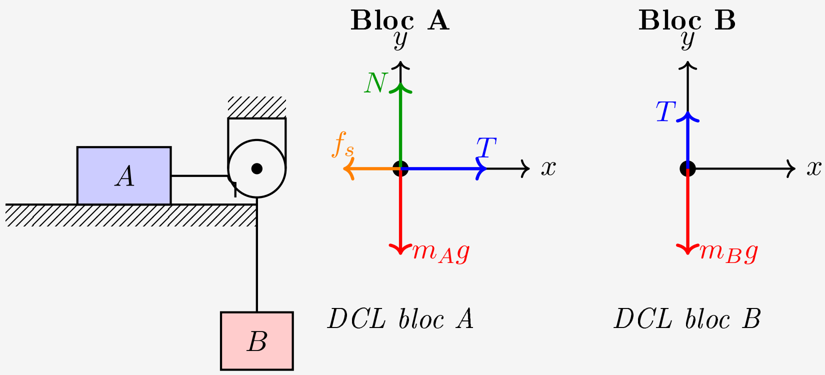
1. La caisse reste-t-elle en équilibre? (Calculez la force de frottement nécessaire vs disponible)
2. Si oui, quelle force horizontale minimale faudrait-il appliquer pour la faire glisser vers le haut?

Réponses : 1) Oui, $f_{\text{néc}} = 294$ N $< f_{\max} = 327$ N 2) $F = 652$ N

Statique 3 : Système avec poulie simple

bloc A de masse $m_A = 5$ kg est posé sur une table horizontale. Il est relié par une corde passant par une poulie sans frottement à un bloc B de masse m_B suspendu dans le vide. Le coefficient de frottement statique entre le bloc A et la table est $\mu_s = 0{,}4$.
Quelle est la masse maximale m_B pour que le système reste en équilibre?

Étape 1 — SCHÉMA et DCL



DCL bloc A *DCL bloc B*

Schéma de situation

Bloc A : Poids $m_A g$ (bas), Normale N (haut), Tension T (droite), Frottement f_s (gauche)
Bloc B : Poids $m_B g$ (bas), Tension T (haut)
Note : La tension est la même des deux côtés car la poulie est sans frottement et la corde est de masse négligeable.

Étape 2 — AXES

Pour les deux blocs : x horizontal (positif vers la droite), y vertical (positif vers le haut).

Étape 3 — ÉQUATIONS DE NEWTON

Bloc A (équilibre) :
Selon y :

$$N - m_A g = 0 \implies N = m_A g \tag{A-y}$$

Selon x :

$$T - f_s = 0 \implies T = f_s \tag{A-x}$$

Bloc B (équilibre) :
Selon y :

$$T - m_B g = 0 \implies T = m_B g \tag{B-y}$$

Étape 4 — ALGÈBRE

Des équations (A-x) et (B-y) : $f_s = m_B g$
Pour que le système reste en équilibre, le frottement doit pouvoir retenir le bloc A :

$$f_s \leq \mu_s N = \mu_s m_A g$$

Donc :

$$m_B g \leq \mu_s m_A g$$

$$m_B \leq \mu_s m_A$$

La masse maximale de B est :

$$m_{B,\max} = \mu_s m_A = 0{,}4 \times 5 = \boxed{2{,}0 \text{ kg}}$$

Vérification : Si $m_B = 2$ kg, alors $T = m_B g = 19{,}6$ N et $f_s = 19{,}6$ N.
Le frottement maximal disponible est $f_{s,\max} = \mu_s m_A g = 0{,}4 \times 5 \times 9{,}81 = 19{,}6$ N.
On est exactement à la limite : $f_s = f_{s,\max}$ ✓

Pratique autonome 2.5 — Système de déchargement portuaire (Maritime)

Sur un quai, une caisse A de masse $m_A = 80$ kg est posée sur une rampe inclinée à 30° (sans frottement). Elle est reliée par un câble passant par une poulie à un contrepoids B suspendu au-dessus de l'eau.

1. Dessinez les DCL de la caisse A et du contrepoids B.
2. Quelle doit être la masse m_B du contrepoids pour que le système soit en équilibre?

Réponse : $m_B = m_A \sin 30 = 40$ kg

2.4.2 Problèmes de dynamique

Dynamique 1 : Accélération d'un navire

traversier F.A. Gauthier a une masse de $m = 5000$ tonnes métriques. Ses moteurs peuvent fournir une poussée maximale de $F_p = 250$ kN. En négligeant la résistance de l'eau :
a) Quelle est l'accélération maximale du navire?
b) Combien de temps lui faut-il pour atteindre 10 nœuds (5,14 m/s) en partant du repos?

Étape 1 — SCHÉMA et DCL

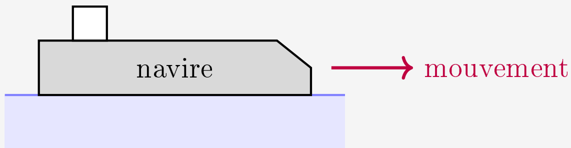
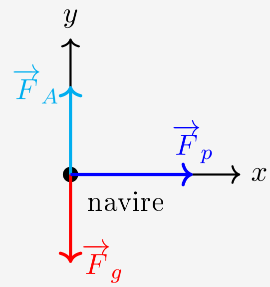


Schéma de situation



DCL

Forces sur le navire :

- Poids : $F_g = mg$ (vers le bas)
- Poussée d'Archimède : F_A (vers le haut, compense le poids)
- Force de propulsion : $F_p = 250$ kN (horizontale, vers l'avant)

Étape 2 — AXES

x : horizontal, positif vers l'avant (sens du mouvement)
y : vertical, positif vers le haut

Étape 3 — ÉQUATIONS DE NEWTON

Selon y (le navire ne coule pas et ne s'envole pas, donc $a_y = 0$) :

$$F_A - F_g = 0 \implies F_A = mg \qquad \text{(équilibre vertical)}$$

Selon x :

$$F_p = ma_x \qquad \text{(dynamique horizontale)}$$

Étape 4 — ALGÈBRE

a) Accélération :

$$a_x = \frac{F_p}{m} = \frac{250\,000 \text{ N}}{5\,000\,000 \text{ kg}} = \boxed{0{,}05 \text{ m/s}^2}$$

b) Temps pour atteindre $v = 5{,}14$ m/s :

En MRUA avec $v_0 = 0$: $v = v_0 + at$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{5{,}14 - 0}{0{,}05} = \boxed{103 \text{ s} \approx 1{,}7 \text{ min}}$$

Vérification : L'accélération est très faible (0,05 m/s²) comparée à une voiture (∼3 m/s²), ce qui est cohérent avec la masse énorme du navire. Le temps de 1,7 min pour atteindre 10 nœuds est réaliste pour un traversier.

Pratique autonome 2.6 — Remorqueur en action

Un remorqueur tire un cargo de 12 000 tonnes avec une force de 180 kN. La résistance de l'eau exerce une force opposée de $R = 0{,}8v^2$ (avec R en kN et v en m/s).

1. Quelle est l'accélération initiale du cargo (partant du repos)?

2. Quelle sera la vitesse maximale (de croisière) du cargo?

Réponses : 1) $a = 0{,}015\ \text{m/s}^2$ 2) $v_{\text{max}} = 15\ \text{m/s} = 29{,}2$ nœuds

Dynamique 2 : Remorqueurs poussant un navire

ux remorqueurs poussent un navire de masse $m = 8000$ tonnes pour le manœuvrer dans un port. Le remorqueur 1 exerce une force $F_1 = 60$ kN vers le nord. Le remorqueur 2 exerce une force $F_2 = 80$ kN vers l'est. En négligeant la résistance de l'eau, calculer l'accélération du navire (module et direction).

Étape 1 — SCHÉMA et DCL

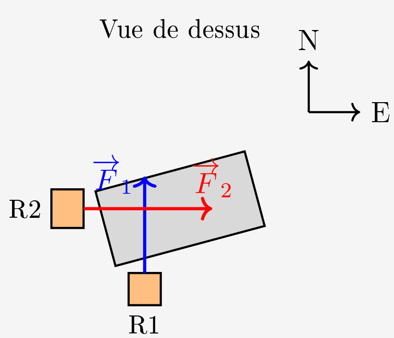
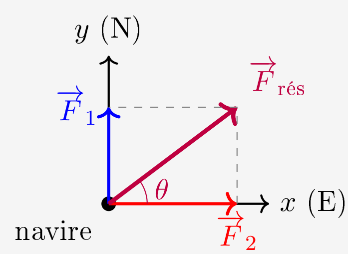


Schéma de situation



DCL (vue de dessus)

Forces sur le navire (vue de dessus, on ignore les forces verticales qui s'annulent) :

- Force du remorqueur 1 : $F_1 = 60$ kN vers le nord
- Force du remorqueur 2 : $F_2 = 80$ kN vers l'est

Étape 2 — AXES

x : vers l'est

y : vers le nord

Étape 3 — ÉQUATIONS DE NEWTON

Selon x :

$$F_2 = ma_x \implies a_x = \frac{F_2}{m} \tag{1}$$

Selon y :

$$F_1 = ma_y \implies a_y = \frac{F_1}{m} \tag{2}$$

Étape 4 — ALGÈBRE
Composantes de l'accélération :

$$a_x = \frac{80\,000}{8\,000\,000} = 0{,}01 \text{ m/s}^2$$

$$a_y = \frac{60\,000}{8\,000\,000} = 0{,}0075 \text{ m/s}^2$$

Module de l'accélération :

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0{,}01^2 + 0{,}0075^2} = \sqrt{0{,}000156} = \boxed{0{,}0125 \text{ m/s}^2}$$

Direction (angle par rapport à l'est) :

$$\theta = \arctan\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \arctan\left(\frac{0{,}0075}{0{,}01}\right) = \arctan(0{,}75) = \boxed{36{,}9 \text{ nord de l'est}}$$

Vérification : On peut aussi calculer via la force résultante :

$$F_{\text{rés}} = \sqrt{60^2 + 80^2} = \sqrt{3600 + 6400} = 100 \text{ kN}$$

$$a = \frac{F_{\text{rés}}}{m} = \frac{100\,000}{8\,000\,000} = 0{,}0125 \text{ m/s}^2 \quad \checkmark$$

Pratique autonome 2.7 — Positionnement de bouée (Maritime)

Trois câbles tirent sur un anneau au sol pour positionner une bouée de navigation. Le câble 1 exerce une force de 500 N vers le nord. Le câble 2 exerce une force de 400 N à 60° est du nord. Le câble 3 exerce une force de 300 N à 45° ouest du sud.
Déterminez la force résultante (module et direction) agissant sur l'anneau.

Réponse : $F_{\text{rés}} = 538$ N à 30,5 est du nord

Dynamique 3 : Skieur sur une pente

skieur de masse $m = 75$ kg descend une pente inclinée à $\theta = 20$ par rapport à l'horizontale. Le coefficient de frottement cinétique entre les skis et la neige est $\mu_c = 0{,}08$. Calculer l'accélération du skieur.

Étape 1 — SCHÉMA et DCL

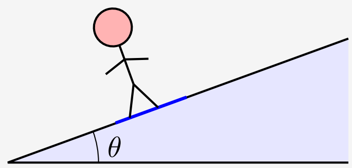
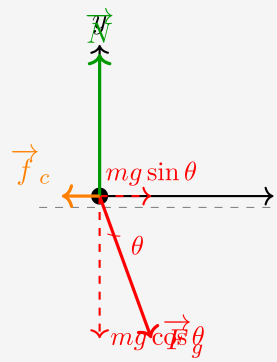


Schéma de situation



(// pente, $+\downarrow$)

DCL

Forces sur le skieur :

- Poids : $F_g = mg$ (vertical vers le bas)
- Normale : N (perpendiculaire à la pente)
- Frottement cinétique : $f_c = \mu_c N$ (parallèle à la pente, vers le haut car il s'oppose au mouvement)

Étape 2 — AXES

x : parallèle à la pente, positif vers le bas de la pente
y : perpendiculaire à la pente, positif vers l'extérieur

Étape 3 — ÉQUATIONS DE NEWTON

Décomposition du poids :

$$F_{g,x} = mg\sin\theta \qquad F_{g,y} = -mg\cos\theta$$

Selon y (pas de mouvement perpendiculaire à la pente, $a_y = 0$) :

$$N - mg\cos\theta = 0 \implies N = mg\cos\theta \tag{1}$$

Selon x (le skieur accélère vers le bas) :

$$mg\sin\theta - f_c = ma_x \tag{2}$$

Avec $f_c = \mu_c N = \mu_c mg\cos\theta$:

$$mg\sin\theta - \mu_c mg\cos\theta = ma_x$$

$$a_x = g(\sin\theta - \mu_c\cos\theta)$$

Étape 4 — ALGÈBRE

$$a_x = 9{,}81 \times (\sin 20 - 0{,}08 \times \cos 20)$$

$$a_x = 9{,}81 \times (0{,}342 - 0{,}08 \times 0{,}940)$$

$$a_x = 9{,}81 \times (0{,}342 - 0{,}075)$$

$$a_x = 9{,}81 \times 0{,}267$$

$$\boxed{a_x = 2{,}62 \text{ m/s}^2}$$

Vérification :

- Sans frottement ($\mu_c = 0$), on aurait $a = g \sin 20 = 3{,}35$ m/s². Le frottement réduit bien l'accélération.
- L'accélération est positive, donc le skieur accélère bien vers le bas.
- La formule $a = g(\sin\theta - \mu_c \cos\theta)$ ne dépend pas de la masse! Tous les skieurs accélèrent de la même façon sur cette pente (en négligeant la résistance de l'air).

Pratique autonome 2.8 — Conteneur sur rampe

Un conteneur de 500 kg glisse vers le bas d'une rampe de déchargement inclinée à 15°. Le coefficient de frottement cinétique est $\mu_c = 0{,}12$.

1. Calculez l'accélération du conteneur.
2. S'il part du repos en haut de la rampe de 6 m de long, quelle est sa vitesse en bas?
3. Quelle devrait être l'inclinaison de la rampe pour que le conteneur glisse à vitesse constante?

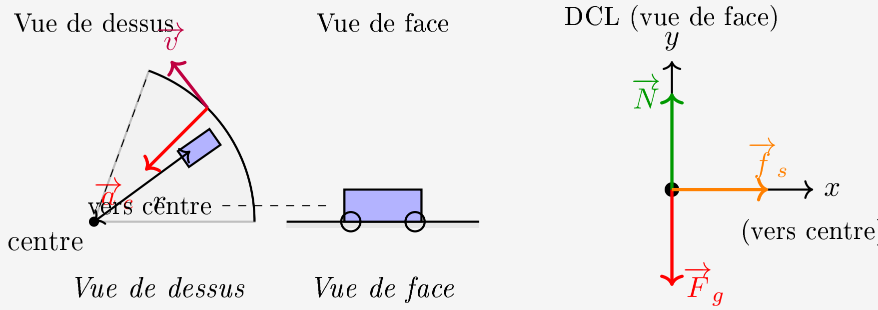
Réponses : 1) $a = 1{,}40$ m/s² 2) $v = 4{,}10$ m/s 3) $\theta = 6{,}8$

2.4.3 Problème de mouvement circulaire

Mouvement circulaire : Voiture dans un virage

e voiture de masse $m = 1400$ kg prend un virage horizontal de rayon $r = 60$ m. Le coefficient de frottement statique entre les pneus et la route est $\mu_s = 0{,}7$.
a) À quelle vitesse maximale la voiture peut-elle prendre ce virage sans déraper?
b) Si la voiture roule à 80 km/h, va-t-elle déraper?

Étape 1 — SCHÉMA et DCL



Vue de dessus *Vue de face*

DCL

Forces sur la voiture :

- Poids : $F_g = mg$ (vers le bas)
- Normale : N (vers le haut)
- Frottement statique : f_s (horizontal, vers le centre du virage)

C'est le frottement qui fournit la force centripète nécessaire au virage.

Étape 2 — AXES

x : horizontal, vers le centre du virage (direction radiale)
y : vertical, vers le haut

Étape 3 — ÉQUATIONS DE NEWTON

Selon y (pas d'accélération verticale) :

$$N - mg = 0 \implies N = mg \tag{1}$$

Selon x (accélération centripète $a_c = v^2/r$) :

$$f_s = ma_c = m\frac{v^2}{r} \tag{2}$$

Pour que la voiture ne dérape pas, le frottement doit rester dans les limites du frottement statique :

$$f_s \leq \mu_s N = \mu_s mg \tag{3}$$

Étape 4 — ALGÈBRE

a) Vitesse maximale :

À la limite du dérapage, $f_s = \mu_s N$. En combinant (2) et (3) :

$$m\frac{v_{\text{max}}^2}{r} = \mu_s mg$$

$$v_{\text{max}}^2 = \mu_s gr$$

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\mu_s gr} = \sqrt{0{,}7 \times 9{,}81 \times 60}$$

$$v_{\text{max}} = \sqrt{412} = 20{,}3 \text{ m/s}$$

$$\boxed{v_{\text{max}} = 73{,}1 \text{ km/h}}$$

b) À 80 km/h :
$v = 80$ km/h $= 22{,}2$ m/s
Force centripète nécessaire :

$$F_c = m\frac{v^2}{r} = 1400 \times \frac{22{,}2^2}{60} = 1400 \times 8{,}21 = 11\,500 \text{ N}$$

Force de frottement maximale disponible :

$$f_{s,\max} = \mu_s mg = 0{,}7 \times 1400 \times 9{,}81 = 9\,614 \text{ N}$$

Comme $F_c = 11\,500$ N $> f_{s,\max} = 9\,614$ N :

$$\boxed{\text{Oui, la voiture va déraper!}}$$

Vérification : La vitesse maximale (73 km/h) est inférieure à 80 km/h, ce qui confirme le dérapage. Remarquons aussi que $v_{\max} = \sqrt{\mu_s gr}$ ne dépend pas de la masse : une voiture légère et un camion lourd ont la même vitesse maximale dans ce virage (si leurs pneus ont le même μ_s).

Pratique autonome 2.9 — Navire en virage

Un navire de 8 000 tonnes effectue un virage circulaire de rayon 500 m à une vitesse de 15 nœuds (7,72 m/s).

1. Quelle force centripète est nécessaire pour ce virage?
2. Cette force est fournie par la résistance latérale de l'eau sur la coque. Si le navire accélère à 20 nœuds dans le même virage, de quel facteur la force centripète augmente-t-elle?
3. À 20 nœuds, la cargaison sur le pont subit une accélération. Quel coefficient de frottement statique minimal est nécessaire pour qu'une caisse ne glisse pas?

Réponses : 1) $F_c = 952$ kN 2) Facteur 1,78 (car $F_c \propto v^2$) 3) $\mu_s = 0{,}021$

Résumé

Concept	**Description / Formule**
Inertie	Tendance naturelle de la matière à résister aux changements de vitesse. L'inertie n'est **pas** une force.
Masse	Mesure quantitative de l'inertie. Unité : kg
1$^{\text{re}}$ loi de Newton	Un objet libre de toute force reste au repos ou en MRU.
2$^{\text{e}}$ loi de Newton	$\sum \overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a}$
3$^{\text{e}}$ loi de Newton	$\overrightarrow{F}_{A\to B} = -\overrightarrow{F}_{B\to A}$
Équilibre	$\sum F_x = 0$ et $\sum F_y = 0$ (cas particulier de la 1$^{\text{re}}$ loi)
Gravitation universelle	$F_g = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$
Poids	$F_g = mg$ où $g = 9{,}81$ m/s^2 (toujours vers le bas)
Tension	Force exercée par une corde, parallèle à celle-ci
Normale	Force perpendiculaire à une surface (réaction passive)
Frottement statique	$f_s \leq \mu_s N$
Frottement cinétique	$f_c = \mu_c N$
Force centripète	$F_c = m\dfrac{v^2}{r} = m\omega^2 r$ (vers le centre)

[title=Rappel : Algorithme de résolution]

1. **SCHÉMA et DCL** — Dessiner toutes les forces sur l'objet isolé
2. **AXES** — Choisir un système de coordonnées adapté
3. **ÉQUATIONS DE NEWTON** — $\sum F_x = ma_x$ et $\sum F_y = ma_y$
4. **ALGÈBRE** — Résoudre, puis substituer les valeurs numériques

Compétences

À la fin de ce chapitre, vous devriez être capable de :

- Expliquer pourquoi la physique d'Aristote est incorrecte et comment Galilée et Newton l'ont réfutée
- Définir l'inertie et expliquer pourquoi ce n'est pas une force
- Expliquer la différence entre masse et poids
- Énoncer et appliquer les trois lois de Newton
- Identifier les paires action-réaction dans une situation donnée
- Expliquer l'origine de la normale (répulsion des nuages électroniques)
- Utiliser la loi de la gravitation universelle et montrer comment on obtient $P = mg$
- Tracer un diagramme de corps libre (DCL) complet et correct
- Appliquer l'algorithme de résolution en 4 étapes à tout problème de mécanique
- Résoudre des problèmes de dynamique à une et deux dimensions
- Calculer les forces de frottement statique et cinétique
- Calculer la force centripète nécessaire pour un mouvement circulaire
- Expliquer pourquoi la « force centrifuge » n'est pas une vraie force newtonienne
- Résoudre des problèmes d'équilibre (statique du point)