

Physique 1 – Mécanique

Notes de cours

Institut Maritime du Québec

Hiver 2026

Table des matières

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 0

Notions fondamentales

0.1 Système international d'unités

Le système international d'unités (SI) est le système d'unités le plus largement utilisé dans le monde. Officiellement, seulement trois pays ne l'ont pas adopté : les États-Unis, le Liberia et la Birmanie (Myanmar). Le système international est issu du système métrique, lequel est apparu pendant la Révolution française. Le français demeure à ce jour la langue officielle du système international, ce qui se dénote notamment par l'acronyme « SI », utilisé dans la plupart des langues.

La force du système international est qu'il couvre l'ensemble des domaines tout en étant simple à comprendre et à utiliser, grâce à sa structure qui tire profit de la numération décimale et qui est construite autour de sept unités de base.

0.1.1 Pourquoi un système d'unités universel?

L'histoire regorge d'exemples où l'absence d'un référent commun a mené à des erreurs coûteuses. Avant la Révolution française, chaque région avait ses propres unités : la « toise » de Paris ne correspondait pas à celle de Bordeaux, et le « pied » variait d'un pays à l'autre. Cette confusion rendait le commerce difficile et les calculs scientifiques hasardeux.

Attention**La catastrophe du Mars Climate Orbiter (1999)**

Le 23 septembre 1999, la sonde spatiale *Mars Climate Orbiter* de la NASA s'est désintégrée dans l'atmosphère de Mars. Coût de la mission : 125 millions de dollars américains.

La cause? Une erreur de conversion d'unités. L'équipe de Lockheed Martin, qui avait construit la sonde, transmettait les données de poussée des moteurs en **livre-force par seconde** (lbf·s), une unité du système impérial. L'équipe de navigation de la NASA, elle, attendait ces données en **newton-seconde** (N·s), l'unité du système international.

Personne n'a remarqué l'incompatibilité. Pendant des mois, les corrections de trajectoire ont été calculées avec les mauvaises unités. Résultat : au lieu de passer à 150 km d'altitude pour se mettre en orbite, la sonde est descendue à 57 km et s'est consumée dans l'atmosphère martienne.

Cette catastrophe illustre parfaitement pourquoi, en sciences et en ingénierie, **l'utilisation rigoureuse du système international est non négociable**.

0.1.2 Grandeur, valeur et unité

Commençons par distinguer trois termes importants :

Définition

- **Grandeur** : une propriété physique qui peut être mesurée ou calculée (*ex. : la longueur, la force, la masse, l'énergie, l'angle*).
- **Valeur** : le nombre obtenu pour quantifier la grandeur mesurée ou calculée.
- **Unité** : accompagne la valeur afin d'expliciter le système de mesures utilisé et la nature de la grandeur.

Il est important de toujours accompagner une valeur de son unité lorsque l'on exprime une grandeur, sans quoi elle perd tout son sens. Les grandeurs (l, m, g) sont en italique, alors que les unités associées ne le sont pas. Cela permet d'éviter toute confusion.

0.1.3 Unités de base du SI

Toutes les unités au sein du SI sont définies à partir de sept **unités de base**, elles-mêmes définies à partir de constantes fondamentales de la nature depuis la révision de 2019 par le Bureau international des poids et mesures (BIPM).

Grandeur	Unité	Symbole	Définition basée sur
Longueur	mètre	m	vitesse de la lumière ($c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$)
Masse	kilogramme	kg	constante de Planck (h)
Temps	seconde	s	fréquence de l'atome de césum 133
Courant électrique	ampère	A	charge élémentaire (e)
Température	kelvin	K	constante de Boltzmann (k)
Quantité de matière	mole	mol	nombre d'Avogadro ($N_A = 6,02 \times 10^{23}$)
Intensité lumineuse	candela	cd	efficacité lumineuse

Table 1: Les sept unités de base du SI

Remarque

L'unité de base de la masse est le kilogramme et non le gramme ; c'est la seule unité du SI à posséder un préfixe dans sa version de base. Dans ce cours, nous utiliserons principalement le **mètre**, le **kilogramme** et la **seconde**.

Les équations utilisées en physique sont basées sur le SI. Il est donc toujours préférable de convertir les unités dans le système international avant de les insérer dans une équation.

0.1.4 La notation scientifique

En sciences, on travaille souvent avec des nombres extrêmement grands ou extrêmement petits. Par exemple, la distance Terre-Soleil est d'environ 150 000 000 000 m, tandis que le diamètre d'un atome est d'environ 0,000 000 000 1 m. Écrire ces nombres en notation décimale est peu pratique et source d'erreurs.

Définition

La **notation scientifique** exprime un nombre sous la forme :

$$a \times 10^n$$

où a est la **mantisse** (un nombre entre 1 et 10) et n est l'**exposant** (un entier positif ou négatif).

Exemples :

- Distance Terre-Soleil : $150\,000\,000\,000 \text{ m} = 1,50 \times 10^{11} \text{ m}$
- Masse d'un électron : $9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
- Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23}$

0.1.5 Les préfixes SI

Le système de préfixes permet de simplifier l'écriture des nombres extrêmement petits ou grands. Chaque préfixe est associé à une puissance de dix. **L'utilisation des préfixes SI est obligatoire**

dans ce cours.

Préfixe	Symbol	Facteur	Préfixe	Symbol	Facteur
téra	T	10^{12}	milli	m	10^{-3}
giga	G	10^9	micro	μ	10^{-6}
méga	M	10^6	nano	n	10^{-9}
kilo	k	10^3	pico	p	10^{-12}
hecto	h	10^2	centi	c	10^{-2}
déca	da	10^1	déci	d	10^{-1}

Table 2: Préfixes des multiples et sous-multiples décimaux du SI

Exemple 0.1 –

1. De la notation scientifique vers le préfixe :

$$d = 3,50 \times 10^6 \text{ m} \rightarrow \text{Exposant } 6 = \text{méga} \rightarrow d = 3,50 \text{ Mm} \text{ (ou } 3500 \text{ km)}$$

2. Du préfixe vers la notation scientifique :

$$m = 45,0 \mu\text{g} \rightarrow \text{micro} = 10^{-6} \rightarrow m = 45,0 \times 10^{-6} \text{ g} = 4,50 \times 10^{-5} \text{ g}$$

3. Conversion entre préfixes :

$$P = 2,35 \text{ GW en kilowatts?}$$

$$\text{G} = 10^9 \text{ et k} = 10^3, \text{ donc G} = 10^6 \times \text{k}$$

$$P = 2,35 \times 10^6 \text{ kW} = 2,35 \times 10^6 \text{ kW}$$

0.1.6 Équivalences utiles

Grandeur	Unité	Symbol	Équivalence
Distance	mètre	m	–
	pouce	po	1 po = 0,0254 m
	pied	pi	1 pi = 0,3048 m
	mille marin	NM	1 NM = 1852 m
Vitesse	mètre/seconde	m/s	–
	nœud	kn	1 kn = 1 NM/h = 0,5144 m/s
Masse	kilogramme	kg	–
	livre-masse	lb	1 lb ≈ 0,4536 kg
Force	newton	N	1 N = 1 kg·m/s ²
	livre-force	lbf	1 lbf ≈ 4,448 N
Pression	pascal	Pa	1 Pa = 1 N/m ²
	psi	psi	1 psi ≈ 6895 Pa

Table 3: Équivalences courantes entre unités SI et autres systèmes

0.1.7 Unités dérivées du SI

Unité	Symbol	Grandeur	Équivalence
radian	rad	angle plan	m/m
hertz	Hz	fréquence	s^{-1}
newton	N	force	$\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$
pascal	Pa	pression	N/m^2
joule	J	énergie, travail	$\text{N}\cdot\text{m}$
watt	W	puissance	J/s
coulomb	C	charge électrique	$\text{s}\cdot\text{A}$
volt	V	tension	W/A
ohm	Ω	résistance électrique	V/A

Table 4: Unités dérivées du SI utilisées dans le cours

0.2 Conversions d'unités

Dans votre formation, vous aurez souvent à convertir des unités :

- milles nautiques en kilomètres
- noeuds en mètres par seconde
- tours par minute (RPM) en radians par seconde
- livres par pouce carré en pascals
- pieds cubes en mètres cubes

Les équations que nous verrons sont basées sur le SI et il faudra convertir toute grandeur dans ce système avant de l'insérer dans une équation.

0.2.1 Les facteurs de conversion

Afin de convertir les unités d'une grandeur, il faut multiplier par le **facteur de conversion**. Les facteurs de conversion sont des quantités égales à 1, obtenues à partir des équivalences entre unités (voir Tableau ??).

Procédure de conversion d'unités

1. **Écrire** la grandeur avec sa valeur et son unité de départ
2. **Trouver** le(s) facteur(s) de conversion nécessaire(s) dans le Tableau ??
3. **Placer** les facteurs de sorte que les unités à éliminer s'annulent (unité à éliminer en haut → la mettre en bas, et vice versa)
4. **Calculer** en multipliant les valeurs numériques

Exemple 0.2 – L

distance entre Rimouski et Sept-Îles est de 150 NM. Convertir en kilomètres.

Étape 1 : Écrire la grandeur

$$d = 150 \text{ NM}$$

Étape 2 : Trouver le facteur de conversion (Tableau ??)

- 1 NM = 1852 m = 1,852 km

Étape 3 : Placer le facteur (NM en haut → NM en bas)

$$d = 150 \text{ NM} \cdot \frac{1,852 \text{ km}}{1 \text{ NM}}$$

Étape 4 : Calculer

$$d = 150 \times 1,852 \text{ km} = 278 \text{ km}$$

0.2.2 Conversion d'unités composées

Lorsque l'unité à convertir est composée de plusieurs unités (comme une vitesse), il faut convertir chaque unité séparément.

Exemple 0.3 – C

Convertir une vitesse de $v = 90 \text{ km/h}$ en m/s .

Étape 1 : Écrire la grandeur

$$v = 90 \text{ km/h} = 90 \cdot \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ h}}$$

Étape 2 : Trouver les facteurs de conversion

- 1 km = 1000 m
- 1 h = 3600 s

Étape 3 : Placer les facteurs (km en haut → km en bas ; h en bas → h en haut)

$$v = 90 \cdot \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}$$

Étape 4 : Calculer

$$v = 90 \cdot \frac{1000}{3600} \text{ m/s} = 25,0 \text{ m/s}$$

Exemple 0.4 – C

Convertir une vitesse de 25 kn en km/h .

Étape 1 : Écrire la grandeur (rappel : 1 kn = 1 NM/h)

$$v = 25 \text{ kn} = 25 \cdot \frac{1 \text{ NM}}{1 \text{ h}}$$

Étape 2 : Trouver le facteur de conversion (Tableau ??)

- $1 \text{ NM} = 1,852 \text{ km}$

Étape 3 : Placer le facteur

$$v = 25 \cdot \frac{1 \text{ NM}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1,852 \text{ km}}{1 \text{ NM}}$$

Étape 4 : Calculer

$$v = 25 \times 1,852 \text{ km/h} = 46,3 \text{ km/h}$$

Exemple 0.5 – C

Invertir une pression de $p = 32,0 \text{ psi}$ en kilopascals (kPa).

Étape 1 : Ecrire la grandeur (rappel : $1 \text{ psi} = 1 \text{ lbf}/\text{po}^2$)

$$p = 32,0 \text{ psi} = 32,0 \cdot \frac{1 \text{ lbf}}{1 \text{ po}^2}$$

Étape 2 : Trouver les facteurs de conversion (Tableau ??)

- $1 \text{ lbf} = 4,448 \text{ N}$
- $1 \text{ po} = 0,0254 \text{ m}$, donc $1 \text{ po}^2 = (0,0254 \text{ m})^2$

Étape 3 : Placer les facteurs

$$p = 32,0 \cdot \frac{1 \text{ lbf}}{1 \text{ po}^2} \cdot \frac{4,448 \text{ N}}{1 \text{ lbf}} \cdot \frac{1 \text{ po}^2}{(0,0254 \text{ m})^2}$$

Étape 4 : Calculer

$$p = 32,0 \cdot \frac{4,448}{0,0254^2} \text{ N/m}^2 = 221 \text{ kPa}$$

0.2.3 Unités avec exposant

Lorsqu'une unité porte un exposant (aires, volumes), il faut se rappeler que cet exposant signifie que l'unité est **multipliée par elle-même**.

$$1 \text{ m}^2 = 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \quad \text{et} \quad 1 \text{ m}^3 = 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$$

Par conséquent, le facteur de conversion doit aussi être élevé à la même puissance !

Exemple 0.6 – L

aire d'une écoutille est de $A = 1500 \text{ cm}^2$. Convertir en m^2 .

Puisque $\text{cm}^2 = \text{cm} \times \text{cm}$, on doit appliquer le facteur de conversion **deux fois** :

$$\begin{aligned} A &= 1500 \text{ cm}^2 = 1500 \cdot (1 \text{ cm}) \cdot (1 \text{ cm}) \\ &= 1500 \cdot \left(1 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}\right) \cdot \left(1 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}\right) \\ &= 1500 \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{100} \text{ m}^2 = 0,150 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Raccourci : On peut directement éléver le facteur de conversion au carré :

$$A = 1500 \text{ cm}^2 \cdot \left(\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}\right)^2 = 1500 \cdot \frac{1}{100^2} \text{ m}^2 = 0,150 \text{ m}^2$$

Exemple 0.7 – C

Invertir un volume de $V = 8,50 \text{ pi}^3$ (pieds cubes) en m^3 .

Sachant que $1 \text{ pi} = 0,3048 \text{ m}$ (Tableau ??) :

$$\begin{aligned} V &= 8,50 \text{ pi}^3 \cdot \left(\frac{0,3048 \text{ m}}{1 \text{ pi}}\right)^3 \\ &= 8,50 \cdot (0,3048)^3 \text{ m}^3 \\ &= 8,50 \cdot 0,02832 \text{ m}^3 = 0,241 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Pratique autonome — Conversions d'unités

▷ Pratique autonome 0.1

Un cargo voyage à une vitesse de 18 noeuds. Convertir cette vitesse en mètres par seconde (m/s).

Résolution :

Rép. : 9,26 m/s

▷ Pratique autonome 0.2

La surface du pont principal d'un navire est de 450 m^2 . Convertir cette aire en pieds carrés (pi^2).

Indice : Le facteur de conversion doit être appliqué deux fois (une fois par dimension).

Résolution :

Rép. : 4840 pi^2 **▷ Pratique autonome 0.3**

La consommation de carburant d'un moteur marin est de 85 L/h . Convertir en gallons américains par minute (gal(US)/min).

Rappel : $1 \text{ gal(US)} = 3,785 \text{ L}$

Résolution :

Rép. : 0,374 gal(US)/min

0.3 Homogénéité des équations

En physique, les équations relient des grandeurs physiques entre elles. Pour qu'une équation soit valide, elle doit respecter une règle fondamentale : l'**homogénéité dimensionnelle**.

Définition

Une équation est **homogène** si les deux côtés de l'égalité ont les **mêmes unités** (ou dimensions).

Autrement dit : on ne peut égaler, additionner ou soustraire que des grandeurs **de même nature**.

Attention

Règles fondamentales :

- On ne peut **pas additionner** des mètres et des secondes : $5 \text{ m} + 3 \text{ s}$ n'a aucun sens!
- On ne peut **pas égaler** une vitesse et une accélération : $v = a$ est impossible.
- Les deux côtés d'une équation **doivent avoir les mêmes unités**.

0.3.1 Pourquoi vérifier l'homogénéité?

Vérifier l'homogénéité d'une équation est un outil puissant pour :

1. **Déetecter des erreurs** : Si votre réponse n'a pas les bonnes unités, il y a forcément une erreur quelque part dans votre calcul.
2. **Vérifier une formule** : Avant d'utiliser une équation, vous pouvez vérifier qu'elle est dimensionnellement correcte.
3. **Retrouver une formule oubliée** : L'analyse dimensionnelle peut vous aider à reconstruire une équation dont vous avez oublié la forme exacte.

0.3.2 Comment vérifier l'homogénéité

Pour vérifier l'homogénéité d'une équation, on remplace chaque grandeur par ses **unités de base** (m , kg , s) et on simplifie.

Exemple 0.8 – V

rifions que l'équation de l'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ est homogène.

Côté gauche : L'énergie se mesure en joules.

$$[E_c] = \text{J} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 \cdot \text{m} = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

Côté droit : La masse est en kg, la vitesse en m/s.

$$\left[\frac{1}{2}mv^2 \right] = \text{kg} \cdot (\text{m/s})^2 = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

Les deux côtés ont les mêmes unités → l'équation est homogène ✓

Exemple 0.9 – U

étudiant propose la formule $v = \frac{1}{2}at^2$ pour la vitesse. Est-elle homogène?

Côté gauche : $[v] = \text{m/s}$

Côté droit :

$$\left[\frac{1}{2}at^2 \right] = \text{m/s}^2 \cdot \text{s}^2 = \text{m}$$

Le côté gauche est en m/s, le côté droit est en m → l'équation n'est PAS homogène ✗
La formule correcte est $v = at$ (ou $x = \frac{1}{2}at^2$ pour la position).

Méthode de vérification

1. Écrire les unités de chaque grandeur en unités de base (m, kg, s)
2. Simplifier les unités de chaque côté de l'équation
3. Comparer : si les unités sont identiques, l'équation est homogène

Attention : Une équation homogène n'est pas nécessairement correcte (il pourrait manquer un facteur numérique), mais une équation non homogène est toujours fausse.

Pratique autonome — Homogénéité des équations

▷ Pratique autonome 0.4

L'énergie cinétique de rotation d'un objet est donnée par $E_r = \frac{1}{2}I\omega^2$, où I est le moment d'inertie (en $\text{kg} \cdot \text{m}^2$) et ω est la vitesse angulaire (en rad/s).

Vérifier que cette équation est homogène. (Rappel : l'énergie se mesure en joules, où $1\text{J} = 1\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$)

Résolution :

Rép. : Homogène : les deux côtés donnent $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

▷ Pratique autonome 0.5

Un étudiant propose la formule $t = \frac{v}{2a^2}$ pour calculer un temps, où v est une vitesse (m/s) et a est une accélération (m/s^2).

Cette formule est-elle homogène? Justifier.

Résolution :

Rép. : Non homogène : côté droit donne s^3/m , pas des secondes

▷ Pratique autonome 0.6

La période d'oscillation T d'un pendule simple dépend de sa longueur L et de l'accélération gravitationnelle g . On propose la formule :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L^n}{g}}$$

où n est un exposant inconnu. En utilisant l'analyse dimensionnelle, déterminer la valeur de n pour que l'équation soit homogène.

Indice : La période T est en secondes, L en mètres, et g en m/s^2 .

Résolution :

Rép. : $n = 1$

0.4 Précision et chiffres significatifs

Les grandeurs physiques utilisées dans les calculs ont été mesurées avec des appareils qui ont un niveau de précision donné.

Définition

Le **nombre de chiffres significatifs** (C.S.) correspond au nombre de chiffres dont on est certain, plus le premier chiffre incertain.

Les règles du zéro

1. Placés **au début** d'une valeur, les zéros ne sont **jamais significatifs**.
2. Placés **à la fin** d'une valeur **avec décimales**, ils sont **toujours significatifs**.
3. Placés **à la fin** d'une valeur **sans décimale**, ils peuvent être **significatifs ou non**.

La notation scientifique permet de lever toute ambiguïté sur le nombre de C.S.

Règle pour ce cours

Dans ce cours, toutes les réponses doivent être exprimées avec 3 chiffres significatifs, en utilisant le **préfixe SI** approprié ou la **notation scientifique**.

Important : On n'écrit jamais plus de **deux zéros après la virgule**. Si une valeur est très petite, il faut utiliser un préfixe SI ou la notation scientifique.

Exemple 0.10 –

- a) 127,845 m → **128 m**
- b) 0,004 562 3 kg → 0,00456 kg → **4,56 g** (ou $4,56 \times 10^{-3}$ kg)
- c) 45 230 000 W → $4,52 \times 10^7$ W → **45,2 MW**

Exemple 0.11 –

Un cargo de masse $m = 52\ 000\ t$ accélère à $a = 0,15\ m/s^2$. Calculer la force. Réponse en notation scientifique avec 3 C.S.

Solution :

Conversion : $m = 52\ 000\ t = 52\ 000 \times 1000\ kg = 5,2 \times 10^7\ kg$

Calcul :

$$F = ma = 5,2 \times 10^7 \text{ kg} \times 0,15 \text{ m/s}^2 = 7\,800\,000 \text{ N}$$

Réponse (3 C.S.) :

$$F = 7,80 \times 10^6 \text{ N} = 7,80 \text{ MN}$$

Pratique autonome — Chiffres significatifs

▷ Pratique autonome 0.7

Combien de chiffres significatifs contiennent les valeurs suivantes?

- a) 0,003 40 kg
- b) $2,50 \times 10^4$ W
- c) 100,0 m

Résolution :

Rép. : a) 3 C.S. b) 3 C.S. c) 4 C.S.

▷ Pratique autonome 0.8

Arrondir les valeurs suivantes à **3 chiffres significatifs**. Utiliser la notation scientifique ou les préfixes SI si nécessaire.

- a) 45 678 m
- b) 0,009 876 5 s
- c) 123,45 kN

Résolution :

Rép. : a) 45,7 km b) 9,88 ms c) 123 kN

▷ Pratique autonome 0.9

Un pétrolier de masse $m = 85\,000\text{ t}$ navigue à une vitesse de $v = 12,5\text{ kn}$. Calculer son énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ en joules, avec les bons chiffres significatifs et une notation appropriée (préfixe SI ou notation scientifique).

Rappel : 1 kn = 0,5144 m/s

Résolution :

Rép. : $E_c = 1,76\text{ GJ}$ (ou $1,76 \times 10^9\text{ J}$)

0.5 Trigonométrie

La trigonométrie est un outil mathématique **essentiel** en physique. Dans ce cours, vous l'utiliserez constamment pour :

- **Décomposer les vecteurs** en leurs composantes horizontale et verticale — c'est la base du calcul vectoriel que nous verrons à la section suivante
- **Retrouver l'angle** d'un vecteur à partir de ses composantes
- **Résoudre des triangles** dans les problèmes de navigation, d'équilibre des forces, de trajectoires, etc.

Sans une maîtrise solide de la trigonométrie, il sera très difficile de progresser dans ce cours. Prenez le temps de revoir ces notions si elles ne sont pas fraîches dans votre mémoire.

0.5.1 Le triangle quelconque

Un triangle est un polygone possédant trois côtés et trois sommets. Dans un triangle, **la somme des angles internes totalise toujours 180°**.

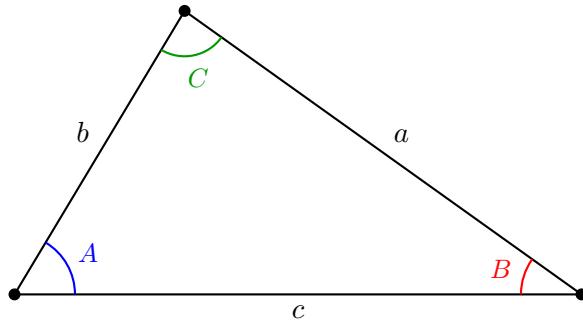


Figure 1: Triangle quelconque : le côté a est opposé à l'angle A , le côté b est opposé à l'angle B , le côté c est opposé à l'angle C .

Il est possible de définir toutes les propriétés d'un triangle quelconque à partir de trois informations :

1. Deux côtés et l'angle entre eux
2. Un côté et deux angles
3. Trois côtés

Les **lois des sinus** et **des cosinus** permettent de résoudre n'importe quel triangle quelconque. Ces notions, vues au secondaire, sont essentielles pour les problèmes de navigation et d'analyse de forces que vous rencontrerez dans ce cours.

Loi des sinus

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Loi des cosinus

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

(et les deux autres formes obtenues par permutation des lettres)

0.5.2 Le triangle rectangle

Le triangle rectangle possède un angle droit (90°). Cette propriété particulière permet d'utiliser des outils plus simples et plus rapides : le **théorème de Pythagore** et les **rapports trigonométriques**.

Attention

Les rapports trigonométriques (\sin , \cos , \tan) sont **la clé** pour décomposer les vecteurs et retrouver leurs angles. Vous devez être capable de les utiliser rapidement et sans erreur.

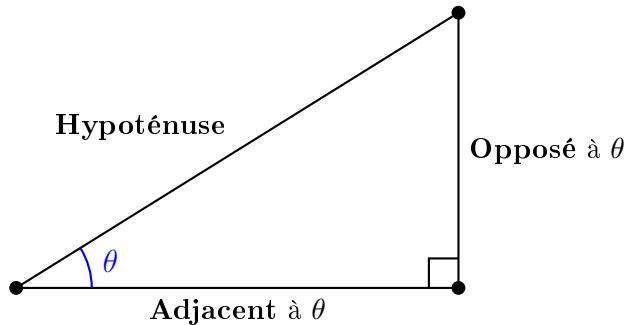


Figure 2: Triangle rectangle : les côtés sont nommés **par rapport à l'angle θ** considéré.

Le truc mnémotechnique **SOH-CAH-TOA** permet de retenir les trois rapports trigonométriques :

SOH-CAH-TOA

$$\sin \theta = \frac{\text{Opposé}}{\text{Hypoténuse}} \quad (\text{SOH})$$

$$\cos \theta = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypoténuse}} \quad (\text{CAH})$$

$$\tan \theta = \frac{\text{Opposé}}{\text{Adjacent}} \quad (\text{TOA})$$

Théorème de Pythagore

$$\text{Hypoténuse}^2 = \text{Opposé}^2 + \text{Adjacent}^2$$

Il est possible de retrouver toutes les propriétés d'un triangle rectangle à partir de **seulement deux informations** :

1. Un angle (autre que l'angle droit) et un côté
2. Deux côtés

0.6 Scalaires et vecteurs

En physique, toutes les grandeurs ne se comportent pas de la même façon. Certaines sont entièrement décrites par un simple nombre : la température de l'eau, la masse d'un navire, le temps écoulé. D'autres nécessitent plus d'information : quand on parle du vent, dire qu'il souffle à 30 km/h ne suffit pas — il faut aussi savoir *dans quelle direction* il souffle !

Cette distinction fondamentale divise les grandeurs physiques en deux catégories : les **scalaires** et les **vecteurs**. Comprendre cette différence est essentiel pour la suite du cours, car les vecteurs obéissent à des règles de calcul différentes des nombres ordinaires.

Définition

- Un **scalaire** est une grandeur entièrement décrite par un nombre et une unité.
Exemples : la masse (500 kg), la température (15 °C), l'énergie (200 J), le temps (3 h), la pression (101 kPa).
- Un **vecteur** est une grandeur qui possède à la fois un **module** (valeur numérique), une **direction** et un **sens**.
Exemples : la vitesse, l'accélération, la force, le déplacement, le courant marin.

0.6.1 Représentation d'un vecteur

Graphiquement, un vecteur est représenté par une **flèche** dans le plan cartésien.

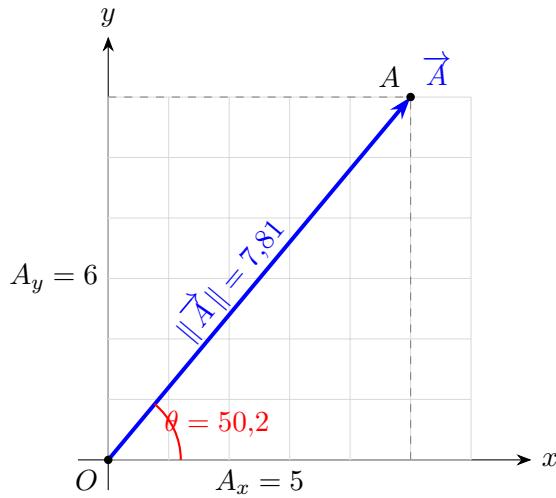


Figure 3: Un vecteur \vec{A} dans le plan cartésien. Module : $\|\vec{A}\| = 7,81$, orientation : $\theta = 50,2$

Par convention, on désigne les quantités vectorielles par des lettres chapeautées d'une flèche (\vec{A}) pour les distinguer des quantités scalaires (A). Le vecteur \vec{A} possède une **origine** (O) et une **extrémité** (A).

0.6.2 Caractéristiques d'un vecteur

Un vecteur possède trois caractéristiques qui permettent de le définir complètement d'un point de vue mathématique :

Définition

- Le **module** $\|\vec{A}\|$: la « longueur » du vecteur, toujours positive ou nulle. C'est la grandeur de la quantité physique représentée.
- L'**orientation** θ : l'angle que fait le vecteur par rapport à une direction de référence (généralement l'axe des x positifs).
- Les **composantes** A_x et A_y : les projections du vecteur sur les axes x et y . Elles peuvent être positives ou négatives selon le sens du vecteur.

Ces caractéristiques ne sont pas indépendantes : connaître le module et l'orientation permet de calculer les composantes, et vice versa. Ce sont simplement **deux façons différentes de décrire le même objet mathématique**.

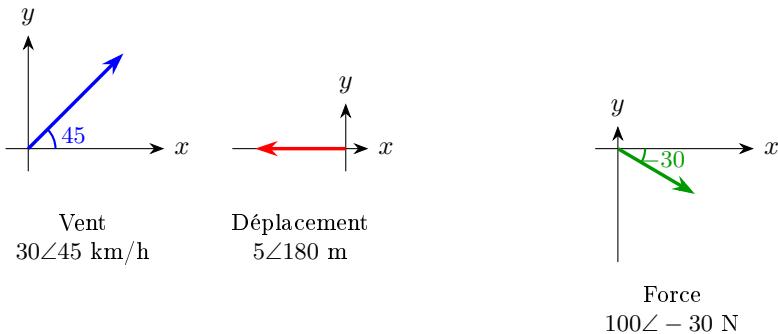


Figure 4: Exemples de vecteurs exprimés en module et orientation.

0.6.3 Notation module-orientation

La première façon d'exprimer un vecteur est d'utiliser son **module** (sa longueur) et son **orientation** (l'angle θ par rapport à l'axe des x positifs).

Notation module-orientation

$$\vec{A} = \|\vec{A}\| \angle \theta$$

où $\|\vec{A}\|$ est le module et θ est l'orientation.

Sur la Figure ??, le vecteur \vec{A} a un module de 7,81 et une orientation de 50,2°. On écrit alors : $\vec{A} = 7,81\angle 50,2$

Cette notation est particulièrement utile lorsqu'on connaît directement la grandeur et la direction d'une quantité physique (par exemple, un vent de 30 km/h venant du nord-est).

0.6.4 Notation en composantes

La deuxième façon d'exprimer un vecteur est d'utiliser ses **composantes**, c'est-à-dire ses projections sur les axes.

Définition

Les **composantes** A_x et A_y du vecteur \vec{A} sont ses projections sur l'axe des x et l'axe des y respectivement. Elles correspondent aux longueurs des côtés du **triangle rectangle** formé par le vecteur et les axes (voir Figure ??).

Le signe d'une composante indique sa direction par rapport à l'axe de référence :

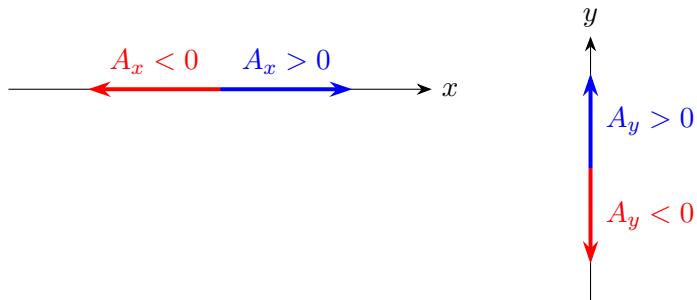


Figure 5: Le signe d'une composante indique le sens par rapport à l'axe.

Notation en composantes

$$\vec{A} = (A_x, A_y)$$

Pour un vecteur en trois dimensions : $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$

Exemple 0.12 – L

vecteur \vec{A} de la Figure ?? s'écrit :

$$\vec{A} = (5, 6)$$

Pourquoi peut-on décomposer un vecteur ?

À première vue, décomposer un vecteur en composantes peut sembler étrange. Après tout, marcher en diagonale de A vers B n'est pas la même chose que marcher d'abord vers l'est, puis vers le nord. Dans le monde réel, le trajet est différent!

Pourtant, **mathématiquement, le résultat est identique** : vous arrivez au même point final. Le vecteur déplacement — la flèche qui relie votre point de départ à votre point d'arrivée — est le même, peu importe le chemin emprunté.

Analogie : Imaginez que vous êtes à Rimouski et que vous décrivez la position de Matane :

- Si vous regardez vers le fleuve, Matane est « à votre gauche »
- Si vous regardez vers les terres, Matane est « à votre droite »

La **description** change selon votre référentiel, mais **Matane n'a pas bougé!** Sa position réelle dans l'espace est la même — seule la façon de l'exprimer diffère.

C'est exactement ce qui se passe avec les vecteurs : (A_x, A_y) et $\|\vec{A}\| \angle \theta$ sont deux façons de décrire **le même objet mathématique**. La décomposition en composantes nous permet d'utiliser l'algèbre ordinaire (additions et soustractions de nombres) plutôt que la géométrie, ce qui simplifie énormément les calculs.

Un peu d'histoire : Cette idée révolutionnaire remonte à **René Descartes** (1596-1650), mathématicien et philosophe français qui a inventé le *plan cartésien*. Grâce à lui, un vecteur qui « existe » comme une flèche dans l'espace peut être parfaitement décrit par deux nombres : ses composantes.

Deux représentations, un seul objet

Il est crucial de comprendre que (A_x, A_y) et $\|\vec{A}\| \angle \theta$ sont **deux façons d'écrire exactement le même vecteur**. Ce n'est pas une approximation, ce n'est pas une simplification : c'est **mathématiquement identique**.

C'est comme écrire “une douzaine” ou “12” — même quantité, notation différente.

Équivalence des représentations

$$\vec{A} = (A_x, A_y) \iff \vec{A} = \|\vec{A}\| \angle \theta$$

Ces deux écritures décrivent **le même vecteur**.

Passage module/orientation \leftrightarrow composantes

En utilisant la trigonométrie (SOH-CAH-TOA), on peut passer d'une représentation à l'autre :

Du module et orientation vers les composantes :

$$\begin{aligned} A_x &= \|\vec{A}\| \cos \theta \\ A_y &= \|\vec{A}\| \sin \theta \end{aligned}$$

où $\|\vec{A}\|$ est le module et θ est l'angle par rapport à l'axe des x positifs.

Des composantes vers le module et l'orientation :

$$\|\vec{A}\| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{|A_y|}{|A_x|}\right) \quad (\text{angle de référence, entre } 0^\circ \text{ et } 90^\circ)$$

On interprète ensuite la position de l'angle selon les signes des composantes :

- Q1 : $\theta = \alpha$
- Q2 : $\theta = 180 - \alpha$
- Q3 : $\theta = 180 + \alpha$
- Q4 : $\theta = -\alpha$ (ou $360 - \alpha$)

Attention

En utilisant les **valeurs absolues** des composantes, l'angle de référence α est toujours entre 0 et 90. Il suffit ensuite de regarder les signes de A_x et A_y pour déterminer le quadrant et calculer θ .

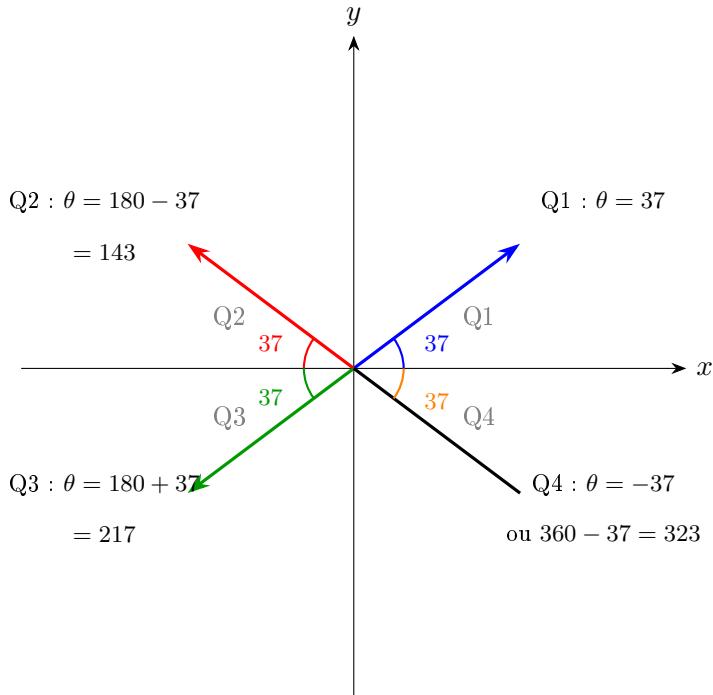


Figure 6: Méthode de l'angle de référence. On calcule d'abord $\alpha = \arctan\left(\frac{|A_y|}{|A_x|}\right)$, puis on place l'angle dans le bon quadrant.

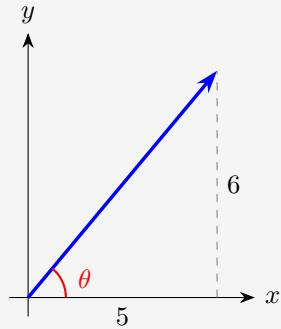
Exemple 0.13 – S

dit le vecteur $\vec{A} = (5, 6)$. Calculons son module et son orientation.

$$\|\vec{A}\| = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{25 + 36} = \sqrt{61} \approx 7,81$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{6}{5}\right) = \arctan(1,2) \approx 50,2$$

On peut donc écrire : $\vec{A} = 7,81\angle 50,2$

**Exemple 0.14 – S**

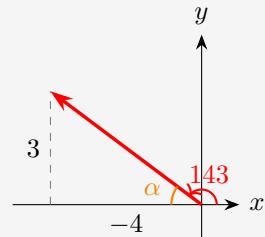
dit le vecteur $\vec{B} = (-4, 3)$. Calculons son module et son orientation.

$$\|\vec{B}\| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5,00$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{|3|}{|-4|}\right) = \arctan(0,75) = 36,9$$

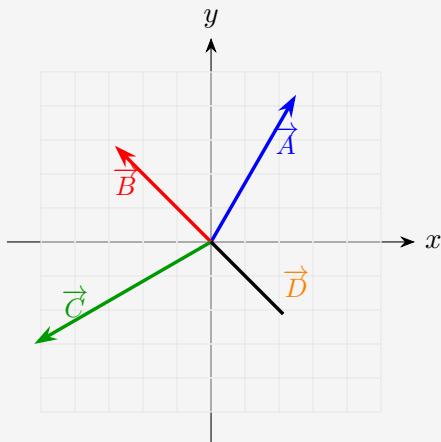
Le vecteur est en **Q2** car $B_x < 0$ et $B_y > 0$.

Donc : $\theta = 180 - 36,9 = 143$

**Exemple 0.15 – D**

composer les vecteurs suivants en composantes :

- $\vec{A} = 5,0\angle 60$ (Q1)
- $\vec{B} = 4,0\angle 135$ (Q2)
- $\vec{C} = 6,0\angle 210$ (Q3)
- $\vec{D} = 3,0\angle -45$ (Q4)



Solution :

$$\begin{array}{lll}
 \textbf{Q1 : } \vec{A} = 5,0\angle 60 & A_x = 5,0 \cos(60) = 2,50 ; A_y = 5,0 \sin(60) = 4,33 & \vec{A} = (2,50, 4,33) \\
 \textbf{Q2 : } \vec{B} = 4,0\angle 135 & B_x = 4,0 \cos(135) = -2,83 ; B_y = 4,0 \sin(135) = 2,83 & \vec{B} = (-2,83, 2,83) \\
 \textbf{Q3 : } \vec{C} = 6,0\angle 210 & C_x = 6,0 \cos(210) = -5,20 ; C_y = 6,0 \sin(210) = -3,00 & \vec{C} = (-5,20, -3,00) \\
 \textbf{Q4 : } \vec{D} = 3,0\angle -45 & D_x = 3,0 \cos(-45) = 2,12 ; D_y = 3,0 \sin(-45) = -2,12 & \vec{D} = (2,12, -2,12)
 \end{array}$$

Pratique autonome — Décomposition de vecteurs

▷ Pratique autonome 0.10

Décomposer le vecteur force $\vec{F} = 120\angle 55$ N en ses composantes F_x et F_y .

Résolution :

Rép. : $F_x = 68,8$ N, $F_y = 98,3$ N, donc $\vec{F} = (68,8, 98,3)$ N

▷ Pratique autonome 0.11

Décomposer le vecteur vitesse $\vec{v} = 8,5\angle 210$ m/s en ses composantes.

Attention : Ce vecteur se trouve dans le troisième quadrant. Quels seront les signes des composantes ?

Résolution :

Rép. : $v_x = -7,36$ m/s, $v_y = -4,25$ m/s, donc $\vec{v} = (-7,36, -4,25)$ m/s

▷ **Pratique autonome 0.12**

Un courant marin a des composantes $C_x = -2,4 \text{ kn}$ et $C_y = 1,8 \text{ kn}$.

Trouver le module $\|\vec{C}\|$ et l'orientation θ de ce courant.

Indice : Le vecteur est dans le deuxième quadrant (Q2).

Résolution :

Rép. : $\|\vec{C}\| = 3,0 \text{ kn}$, $\theta = 143^\circ$

0.6.5 Opérations sur les vecteurs

Tout comme il est possible d'additionner, de soustraire, de multiplier et de diviser des scalaires entre eux, il existe des opérations similaires pour les vecteurs.

Attention

On ne peut additionner, soustraire et égaler des grandeurs physiques que si elles ont la même dimension. Elles doivent aussi être **de même nature**. On ne peut donc pas additionner un vecteur avec un scalaire.

Par exemple, l'équation $A = \vec{B}$ et la somme $A + \vec{B}$ n'ont pas de sens.

Multiplication d'un vecteur par un scalaire

La seule exception est la **multiplication d'un vecteur par un scalaire**. Multiplier un vecteur par un scalaire revient à modifier le module du vecteur.

Si $\vec{A} = (A_x, A_y)$, alors :

$$k\vec{A} = (kA_x, kA_y)$$

Si le nombre k est négatif, le **sens du vecteur s'inverse**. L'opposé du vecteur \vec{A} , que l'on écrit $-\vec{A}$, est de même module que \vec{A} , mais de sens contraire.

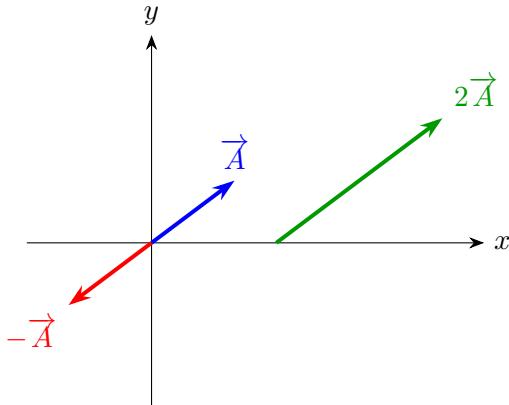


Figure 7: Les vecteurs \vec{A} , $2\vec{A}$ et $-\vec{A}$. Le vecteur $2\vec{A}$ a le double du module de \vec{A} .

Addition de vecteurs

La **somme de deux vecteurs** \vec{A} et \vec{B} est un nouveau vecteur appelé **résultante** \vec{R} .

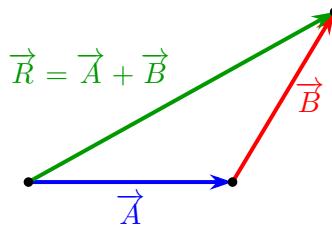


Figure 8: Addition de vecteurs : la résultante \vec{R} joint l'origine du premier vecteur à l'extrémité du dernier.

Attention

Lorsque l'on additionne des vecteurs, **on ne peut pas simplement additionner leurs modules**. En général :

$$\|\vec{A} + \vec{B}\| \neq \|\vec{A}\| + \|\vec{B}\|$$

Contre-exemple : Soit $\vec{A} = 5,0\angle 30$ et $\vec{B} = 3,0\angle 110$.

Si on additionnait naïvement les modules : $\|\vec{R}\|_{\text{FAUX}} = 5,0 + 3,0 = 8,0$

Or, le calcul correct (que nous verrons plus loin) donne : $\|\vec{R}\|_{\text{VRAI}} = 6,26$

L'erreur est de **28%**! Cela montre que l'addition des modules ne fonctionne que si les vecteurs sont **parallèles et de même sens** — ce qui est rarement le cas en pratique.

Méthode géométrique (triangle) Pour additionner deux vecteurs graphiquement :

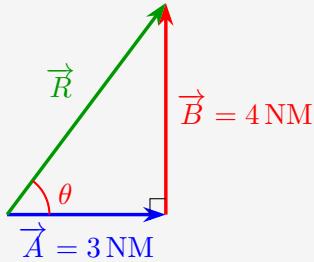
1. Tracer le premier vecteur \vec{A}
2. Placer l'origine du second vecteur \vec{B} à l'extrémité de \vec{A}

3. La résultante \vec{R} va de l'origine de \vec{A} à l'extrémité de \vec{B}

Les trois vecteurs forment un triangle. On peut utiliser la **trigonométrie** (SOH-CAH-TOA si triangle rectangle) ou les **lois des sinus et des cosinus** pour trouver le module et l'orientation de la résultante.

Exemple 0.16 – U

bateau se déplace de 3 NM vers l'est puis de 4 NM vers le nord. Quel est son déplacement total?



Le triangle est rectangle, on utilise Pythagore :

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ NM}$$

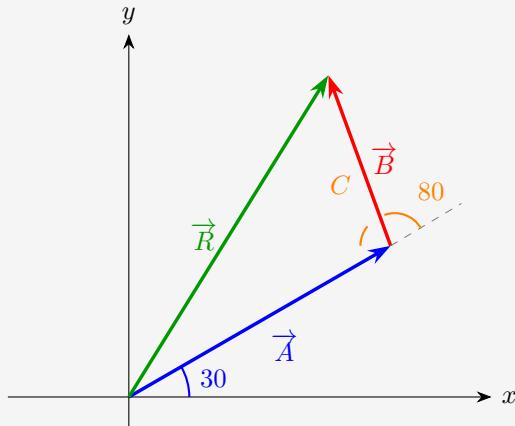
L'orientation : $\theta = \arctan(4/3) = 53,1$ nord de l'est.

Remarque

L'addition vectorielle est **commutative** : $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$

Exemple 0.17 –

Additionner les vecteurs $\vec{A} = 5,0\angle 30$ et $\vec{B} = 3,0\angle 110$ en utilisant la méthode géométrique.



Étape 1 : Identifier l'angle entre les vecteurs

L'angle entre \vec{A} et \vec{B} est : $110 - 30 = 80$

Attention : Dans le triangle formé, l'angle C (entre \vec{A} et \vec{B}) est l'angle *intérieur* au triangle.
Il est égal à :

$$C = 180 - 80 = 100$$

Étape 2 : Appliquer la loi des cosinus pour trouver le module
Dans le triangle formé par \vec{A} , \vec{B} et \vec{R} , on applique la loi des cosinus :

$$\begin{aligned}\|\vec{R}\|^2 &= \|\vec{A}\|^2 + \|\vec{B}\|^2 - 2\|\vec{A}\|\|\vec{B}\|\cos(C) \\ \|\vec{R}\|^2 &= 5,0^2 + 3,0^2 - 2(5,0)(3,0)\cos(100) \\ \|\vec{R}\|^2 &= 25 + 9 - 30 \times (-0,174) = 34 + 5,21 = 39,2 \\ \|\vec{R}\| &= \sqrt{39,2} = 6,26\end{aligned}$$

Étape 3 : Appliquer la loi des sinus pour trouver l'orientation
On cherche l'angle α entre \vec{R} et \vec{A} :

$$\frac{\sin \alpha}{\|\vec{B}\|} = \frac{\sin C}{\|\vec{R}\|} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\|\vec{B}\| \sin C}{\|\vec{R}\|} = \frac{3,0 \times \sin(100)}{6,26} = 0,472$$

$$\alpha = \arcsin(0,472) = 28,2$$

L'orientation de \vec{R} par rapport à l'axe des x est :

$$\theta = 30 + 28,2 = 58,2$$

Réponse : $\vec{R} = 6,26\angle 58,2$

Méthode des composantes (algébrique) Cette méthode est plus rapide et plus précise pour les calculs.

Addition par composantes

Si $\vec{A} = (A_x, A_y)$ et $\vec{B} = (B_x, B_y)$, alors :

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x, A_y + B_y)$$

Attention

Il ne faut **jamais additionner des composantes en x avec des composantes en y** . On additionne les x avec les x et les y avec les y .

Exemple 0.18 – S

si $\vec{A} = (3, 4)$ et $\vec{B} = (-1, 2)$. Calculons $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$.

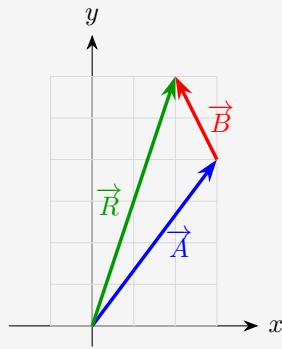
$$R_x = A_x + B_x = 3 + (-1) = 2$$

$$R_y = A_y + B_y = 4 + 2 = 6$$

Donc $\vec{R} = (2, 6)$.

$$\text{Module : } \|\vec{R}\| = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40} \approx 6,32$$

$$\text{Orientation : } \theta = \arctan(6/2) \approx 71,6$$



Exemple 0.19 –

Reprendons les vecteurs $\vec{A} = 5,0\angle 30$ et $\vec{B} = 3,0\angle 110$ et résolvons avec la méthode des composantes.

Étape 1 : Décomposer en composantes

$$\vec{A} : \quad A_x = 5,0 \cos(30) = 4,33 \quad A_y = 5,0 \sin(30) = 2,50$$

$$\vec{B} : \quad B_x = 3,0 \cos(110) = -1,03 \quad B_y = 3,0 \sin(110) = 2,82$$

Étape 2 : Additionner les composantes

$$R_x = 4,33 + (-1,03) = 3,30$$

$$R_y = 2,50 + 2,82 = 5,32$$

Étape 3 : Calculer module et orientation

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{3,30^2 + 5,32^2} = \sqrt{39,2} = 6,26$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{5,32}{3,30}\right) = 58,2$$

Réponse : $\vec{R} = 6,26\angle 58,2$ ou $\vec{R} = (3,30, 5,32)$

On retrouve exactement le même résultat qu'avec la méthode géométrique, ce qui confirme l'équivalence des deux approches.

Soustraction de vecteurs

La **soustraction de deux vecteurs** revient à additionner le vecteur opposé :

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

En pratique, on utilise la **méthode des composantes** : on soustrait les composantes correspondantes.

Soustraction par composantes

Si $\vec{A} = (A_x, A_y)$ et $\vec{B} = (B_x, B_y)$, alors :

$$\vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x, A_y - B_y)$$

Exemple 0.20 – S

Soit $\vec{A} = (5, 3)$ et $\vec{B} = (2, 7)$. Calculons $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$.

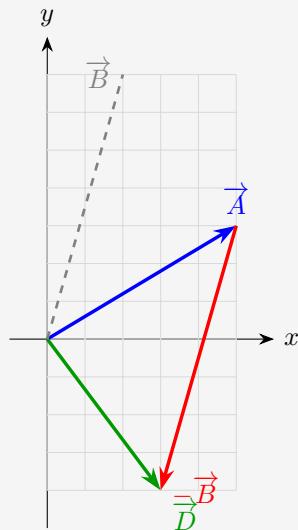
$$D_x = A_x - B_x = 5 - 2 = 3$$

$$D_y = A_y - B_y = 3 - 7 = -4$$

Donc $\vec{D} = (3, -4)$.

Module : $\|\vec{D}\| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5,00$

Orientation : $\theta = \arctan(-4/3) = -53,1$ (Q4)

**Pratique autonome — Addition de vecteurs****▷ Pratique autonome 0.13**

Un remorqueur exerce une force $\vec{F}_1 = 25\angle 40$ kN sur un navire. Un second remorqueur exerce une force $\vec{F}_2 = 18\angle 140$ kN.

Trouver la force résultante $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ en utilisant la **méthode des composantes**.

Procédure : (1) Décomposer chaque vecteur, (2) Additionner les composantes, (3) Calculer module et orientation.

Résolution :

Rép. : $\vec{R} = 29,5\angle81,4 \text{ kN}$ (ou $\vec{R} = (4,41, 29,2) \text{ kN}$)

▷ Pratique autonome 0.14

Un navire navigue à une vitesse $\vec{v}_{\text{navire}} = 12\angle60$ nœuds par rapport à l'eau. Le courant marin est $\vec{v}_{\text{courant}} = 3,0\angle180$ nœuds (vers l'ouest).

Quelle est la vitesse résultante \vec{v}_{fond} du navire par rapport au fond marin?

Résolution :

Rép. : $\vec{v}_{\text{fond}} = 11,4\angle66,2 \text{ kn}$ (ou $\vec{v}_{\text{fond}} = (3,00, 10,4) \text{ kn}$)

▷ Pratique autonome 0.14 (Défi)

Trois forces agissent simultanément sur une bouée d'amarrage :

- $\vec{F}_1 = (150, 0) \text{ N}$ (tension du câble vers l'est)
- $\vec{F}_2 = 100\angle120 \text{ N}$ (force du courant)
- $\vec{F}_3 = 80\angle240 \text{ N}$ (force du vent)

Calculer la force résultante $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$.

Résolution :

Rép. : $\vec{R} = 64,0\angle40,9$ N (ou $\vec{R} = (48,4, 41,9)$ N)

0.6.6 Vecteurs dans les problèmes en une dimension

On sera souvent amené à résoudre des problèmes à une seule dimension. Dans de telles situations, la distinction entre scalaires et vecteurs sera moins importante à faire. En effet, dans des problèmes en une seule dimension, on ne peut se déplacer que dans deux directions : vers la gauche ou vers la droite. La direction d'une grandeur est simplement encodée dans son **signe** (+ ou -).

Exemple 0.21 – D

ns un système dont l'axe des x est l'unique dimension, une vitesse de $v = -5$ m/s est une vitesse dont le module est de 5 m/s et dont la direction est vers les x négatifs.

Remarque

Bien qu'il soit important d'être toujours conscient de la **nature des grandeurs physiques** (scalaire ou vecteur), il ne sera pas toujours nécessaire d'écrire les vecteurs avec une flèche dans les problèmes en une dimension. La direction sera encodée dans le signe, mais les grandeurs ne perdront pas leur statut de vecteur.

Compétences

Compétences	Difficile	Familier	Minimum	Maîtrise
Fournir une réponse complète à chaque question	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Mettre les unités dans chaque nouvelle équation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Connaître les unités de base du SI utilisées dans Physique 1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Convertir des valeurs ayant des unités simples	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Convertir des valeurs ayant des unités composées (km/h, cm ³ , RPM...)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Utiliser une équation pour déterminer les unités de base	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
S'assurer de l'homogénéité d'une équation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Déterminer le nombre de chiffres significatifs d'une valeur	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Déterminer le nombre de chiffres significatifs d'une réponse	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Utiliser sin, cos, tan et Pythagore dans un triangle rectangle	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Utiliser les lois des sinus et du cosinus	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Différencier une grandeur vectorielle d'une grandeur scalaire	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Additionner et soustraire des vecteurs	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Mathématiques (essentielles mais non enseignées dans le cours)				
Isoler une variable dans une équation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Priorité des opérations	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Mise en évidence	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Distributivité	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Proportionnalité, règle de trois, produit croisé	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Exercices

Questions conceptuelles

- Énumérez les éléments qui doivent absolument faire partie d'une réponse complète.
- Énumérez les unités de base du SI qui seront utilisées dans le cours Physique 1.
- Quelle est la seule unité de base du SI à avoir un préfixe ?
- Pourquoi utilise-t-on les valeurs absolues des composantes pour calculer l'angle de référence d'un vecteur ?
- Comment détermine-t-on dans quel quadrant se trouve un vecteur à partir de ses composantes ?
- Comment s'assure-t-on qu'une équation est homogène ?
- Comment établit-on le nombre de chiffres à conserver pour la multiplication et la division ?
- Comment établit-on le nombre de chiffres à conserver pour l'addition et la soustraction ?
- À quoi doit-on penser lorsqu'on utilise la fonction arc tangente avec sa calculatrice ?

10. Pourquoi ne peut-on pas simplement additionner les modules de deux vecteurs pour obtenir le module de la résultante ?

Conversions

11. Convertir $l = 65 \text{ cm}$ en m *Rép.* : $l = 0,65 \text{ m}$
12. Convertir $t = 1,25 \text{ h}$ en min *Rép.* : $t = 75,0 \text{ min}$
13. Convertir $P = 165 \text{ lb}$ en kg *Rép.* : $P = 75,0 \text{ kg}$
14. Convertir $A = 24,7 \text{ cm}^2$ en m^2 *Rép.* : $A = 24,7 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
15. Convertir $V = 355 \text{ mL}$ en m^3 *Rép.* : $V = 355 \times 10^{-6} \text{ m}^3$
16. Convertir $t = 1,5$ années en secondes *Rép.* : $t = 4,7 \times 10^7 \text{ s}$
17. Convertir $p = 550 \frac{\text{lb}\cdot\text{pi}}{\text{s}}$ en $\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$ *Rép.* : $p = 76,0 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$
18. Convertir $I = 101,4 \text{ po}^4$ en mm^4 *Rép.* : $I = 42,21 \times 10^6 \text{ mm}^4$
19. Convertir $p = 32,0 \text{ psi}$ en kPa *Rép.* : $p = 221 \text{ kPa}$
20. Sachant que $G = 6,673 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}\cdot\text{s}^2}$, $M = 5,972 \times 10^{21} \text{ t}$ et que $R = 6374 \text{ km}$, déterminez la valeur de $g = \frac{GM}{R^2}$ en m/s^2 . *Rép.* : $g = 9,809 \text{ m/s}^2$

Chiffres significatifs

21. Combien y a-t-il de chiffres significatifs dans les valeurs suivantes : $A = 0,1252$; $B = 7,120$; $C = 3,726 \times 10^2$; $D = 155,1$; $E = 0,0000230$; $F = 4200$; $G = \pi$; $H = \frac{1}{4}$?

Pour les exercices 22 à 25, réécrivez chaque valeur avec 3 chiffres significatifs en utilisant le préfixe SI approprié (pas de notation scientifique). Respectez la règle : pas plus de 2 zéros après la virgule.

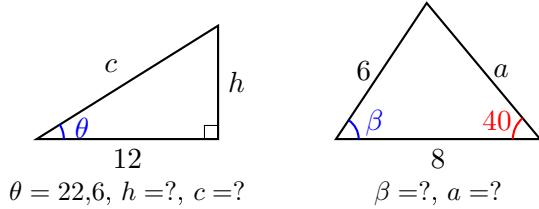
22. $d = 0,000\,045\,20 \text{ m}$ *Rép.* : $d = 45,2 \mu\text{m}$
23. $m = 7\,841\,000 \text{ g}$ *Rép.* : $m = 7,84 \text{ t}$ (ou $7,84 \text{ Mg}$)
24. $t = 0,000\,009\,25 \text{ s}$ *Rép.* : $t = 9,25 \mu\text{s}$
25. $P = 34\,720\,000 \text{ W}$ *Rép.* : $P = 34,7 \text{ MW}$

Pour les exercices suivants, donnez la réponse avec 3 C.S. en utilisant le préfixe SI approprié ou la notation scientifique.

26. Calculer $F = ma$ avec $m = 12,45 \text{ kg}$ et $a = 3,7 \text{ m/s}^2$. *Rép.* : $F = 46,1 \text{ N}$
27. Calculer $v = \sqrt{2gh}$ avec $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ et $h = 4,25 \text{ m}$. *Rép.* : $v = 9,13 \text{ m/s}$
28. Calculer $E = \frac{1}{2}mv^2$ avec $m = 0,0025 \text{ kg}$ et $v = 340 \text{ m/s}$. *Rép.* : $E = 144 \text{ J}$
29. Calculer $P = \frac{F}{A}$ avec $F = 2500 \text{ N}$ et $A = 0,0012 \text{ m}^2$. *Rép.* : $P = 2,08 \text{ MPa}$ ou $2,08 \times 10^6 \text{ Pa}$

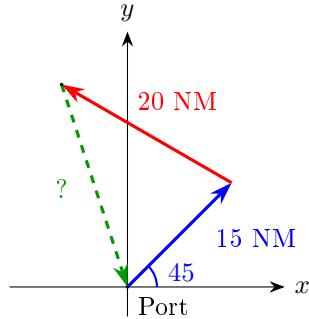
Trigonométrie

30. Pour chacun des triangles suivants, déterminez les valeurs manquantes en utilisant la méthode la plus efficace.



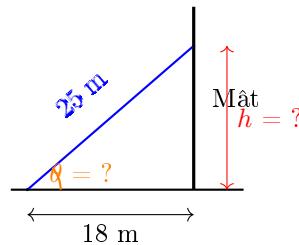
Rép. : $h = 5,00, c = 13,0 ; \beta = 29,5, a = 5,15$

31. Un navire quitte le port et navigue 15 NM à 45 par rapport à l'axe des x , puis 20 NM à 150 par rapport à l'axe des x . Quelle est la distance et l'angle pour revenir directement au port ?



Rép. : Distance = 21,7 NM, Angle = 288

32. Un câble de 25 m de long est ancré au sol à 18 m de la base d'un mât. Quel angle le câble fait-il avec le sol ? Quelle est la hauteur du point d'attache sur le mât ?



Rép. : $\theta = 43,9, h = 17,3$ m

Vecteurs

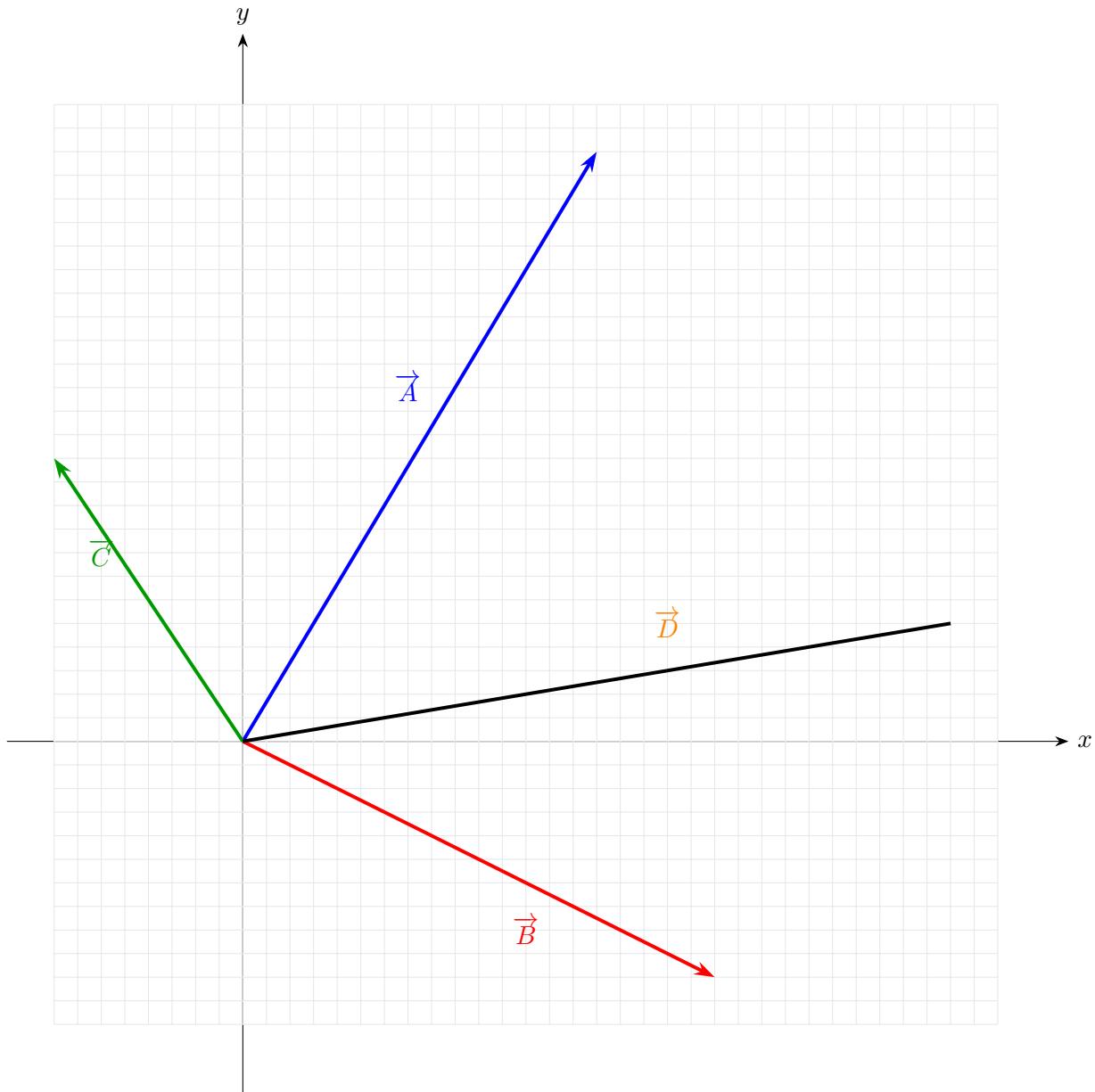
33. Pour chacune des grandeurs suivantes, indiquez s'il s'agit d'un scalaire ou d'un vecteur : la vitesse, la température, la pression, le déplacement, le volume, la vitesse du vent, l'accélération, la force, l'énergie.
34. Dans la méthode par composantes, que représentent les résultantes R_x et R_y ?

Opérations vectorielles

Les vecteurs suivants sont utilisés pour les exercices ci-dessous.

Pour chaque exercice :

- Dessinez les vecteurs sur un plan cartésien
- Donnez la réponse **en composantes** (R_x, R_y)
- Donnez la réponse **en module et orientation** $\|\vec{R}\| \angle \theta$



$$\vec{A} = 29,2\angle 59,0 \quad \vec{B} = 22,4\angle -26,6 \quad \vec{C} = 14,4\angle 124 \quad \vec{D} = 30,4\angle 9,46$$

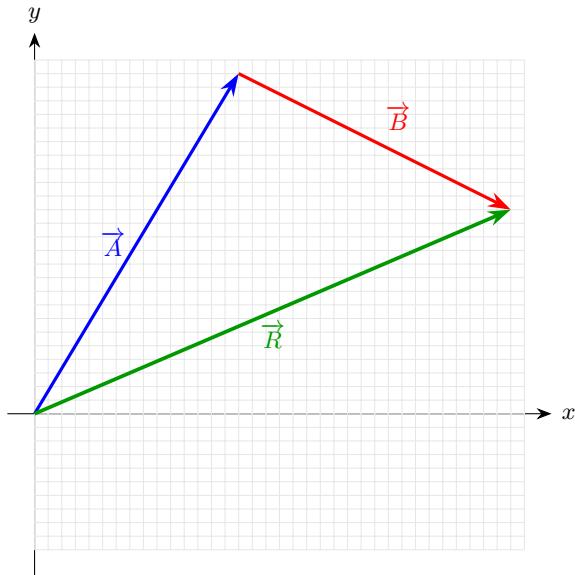
35. Résoudre $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$. *Rép.* : $\vec{R} = (35, 15) = 38,1\angle 23,2$

36. Résoudre $\vec{R} = \vec{B} + \vec{C}$. *Rép.* : $\vec{R} = (12, 2) = 12,2\angle 9,46$

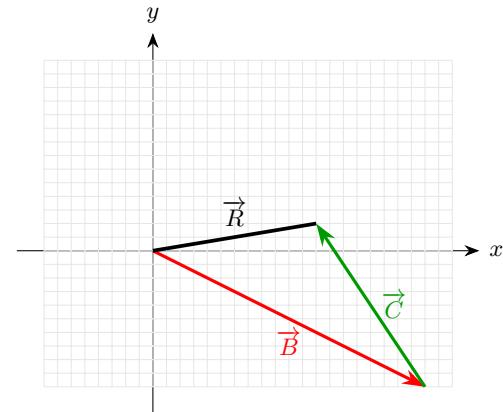
37. Résoudre $\vec{R} = \vec{A} - \vec{B}$. *Rép.* : $\vec{R} = (-5, 35) = 35,4\angle 98,1$

38. Résoudre $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$. *Rép.* : $\vec{R} = (57, 32) = 65,4\angle 29,3$

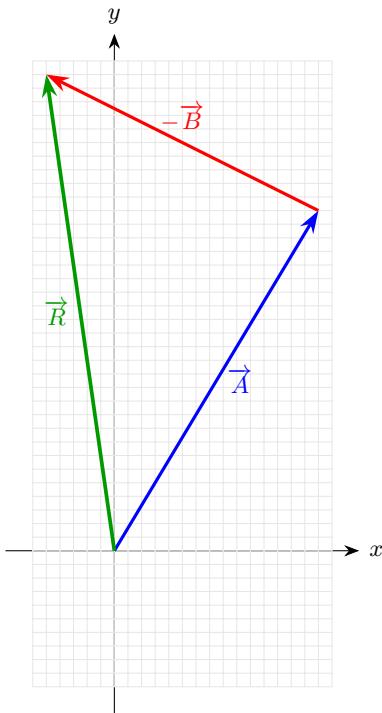
Solutions graphiques des opérations vectorielles



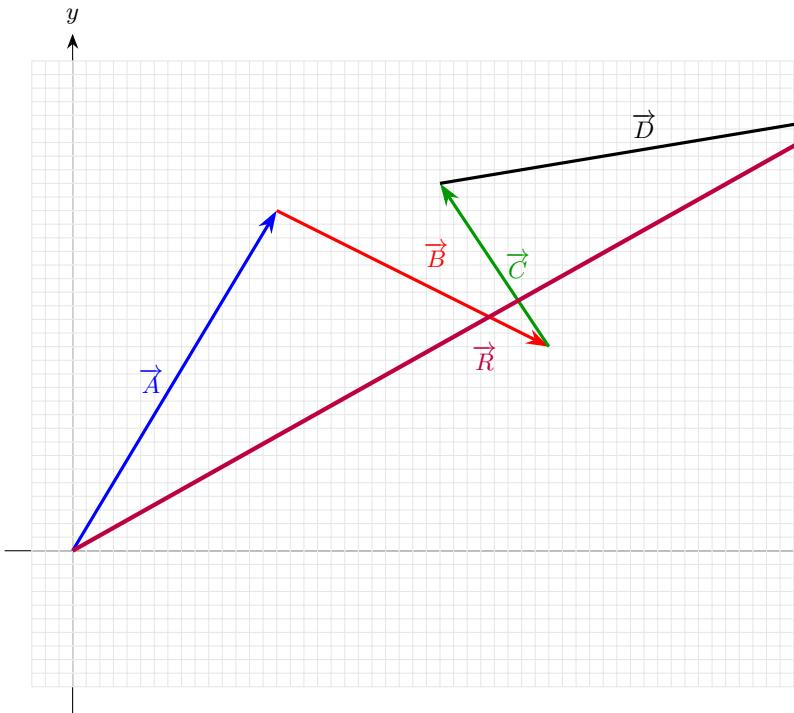
$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$



$$\vec{R} = \vec{B} + \vec{C}$$



$$\vec{R} = \vec{A} - \vec{B}$$



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$$

Chapitre 1

Cinématique

1.1 Introduction : qu'est-ce que la cinématique?

La **cinématique** est la branche de la mécanique qui se consacre à la **description du mouvement** des corps. Cette description peut être :

- **Qualitative** : « Le navire s'approche du quai en ralentissant. »
- **Mathématique** : « Le navire se déplace à 5 nuds avec une décélération¹ de $0,2 \text{ m/s}^2$. »

Ce que la cinématique ne fait PAS

La cinématique **décrit** le mouvement, mais elle ne cherche pas à l'**expliquer**. Les questions comme « Pourquoi le navire accélère-t-il? » ou « Quelle force est nécessaire pour freiner? » relèvent de la **dynamique**, que nous étudierons au chapitre suivant.

En cinématique, on répond aux questions : *Où? Quand? À quelle vitesse? Avec quelle accélération?*

Pour décrire complètement un mouvement, la cinématique utilise trois grandeurs fondamentales :

1. La **position** (et le **déplacement**)
2. La **vitesse**
3. L'**accélération**

Ces grandeurs sont reliées entre elles et dépendent toutes du **temps**. La description cinématique peut se faire de plusieurs façons : par des **équations mathématiques**, par des **graphiques** ou par des **tableaux de valeurs**.

¹En physique, la *décélération* correspond simplement à une accélération dont le vecteur est opposé au vecteur vitesse. On parle aussi d'*accélération négative*.

La cinématique dans le contexte maritime

Pour un officier de navigation, la cinématique est omniprésente :

- Calculer le temps d'arrivée à partir de la vitesse et de la distance
- Prévoir la distance de freinage lors d'une manœuvre d'accostage
- Estimer la trajectoire d'un navire en approche pour éviter une collision
- Planifier une manœuvre d'homme à la mer

La maîtrise de ces concepts vous permettra de prendre des décisions éclairées en mer.

L'universalité de la cinématique

Les concepts de la cinématique sont **universels** : ils s'appliquent aussi bien à un navire qu'à une voiture, un avion, un ballon de soccer ou même une molécule. Les mêmes équations décrivent le mouvement d'un pétrolier de 300 000 tonnes et celui d'un électron dans un fil électrique!

Dans ce cours, nous utiliserons principalement des exemples maritimes, mais gardez en tête que ces principes s'appliquent à **tout objet en mouvement**.

1.1.1 Le modèle de la particule

L'observation de phénomènes physiques nous permet de constater qu'un mouvement correspond à une variation continue de la position d'un objet. Néanmoins, il est parfois possible de simplifier l'étude de ces mouvements en négligeant les dimensions de l'objet.

Modèle de la particule

Lorsqu'on ne tient pas compte des dimensions d'un objet et qu'on néglige sa rotation sur lui-même, on peut considérer que toute sa masse est concentrée en un point unique : son **centre de masse**. L'objet est alors traité comme une **particule**.

Exemple 1.1 – Quand utiliser le modèle de la particule?

Un vraquier de 200 m de long navigue en haute mer à 12 nuds. Pour calculer son temps de traversée sur une distance de 500 millesnautiques, on peut traiter le navire comme une particule : ses dimensions (200 m) sont négligeables par rapport à la distance parcourue (926 km).

Par contre, pour une manœuvre d'accostage, les dimensions du navire deviennent importantes et le modèle de la particule n'est plus approprié.

1.2 Position et déplacement

1.2.1 Système de référence

Pour décrire le mouvement d'un objet, il faut d'abord établir un **système de référence** (ou référentiel) composé de :

- Un **point d'origine** O
- Un ou plusieurs **axes orientés** (un axe en 1D, deux axes en 2D, trois axes en 3D)
- Une **unité de mesure** (généralement le mètre)

En navigation, on travaille généralement en **deux dimensions** (la surface de l'eau). Nous utiliserons donc un système d'axes x et y perpendiculaires.

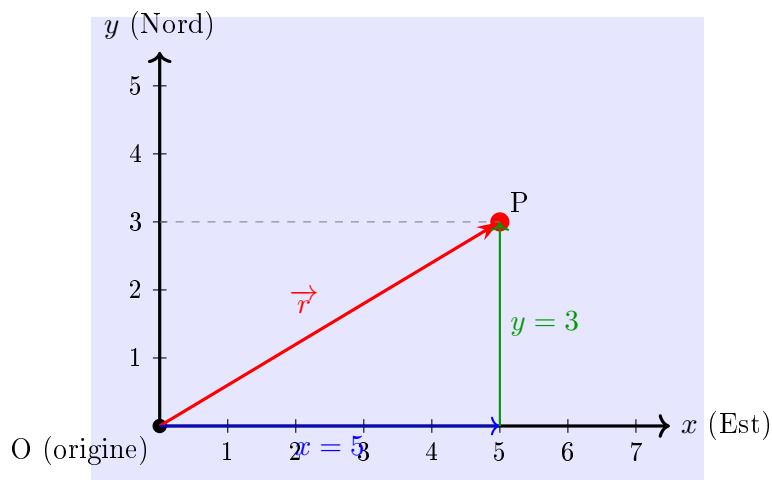
Le choix de l'origine est arbitraire

Le choix du point d'origine est **complètement arbitraire** et peut être modifié selon le problème. Par exemple :

- Pour une manœuvre d'accostage, on peut placer l'origine **au quai** (ainsi $x = 0$ correspond à l'objectif)
- Pour une traversée, on peut placer l'origine **au port de départ**
- Pour un problème de collision, on peut placer l'origine **sur l'un des navires**

Un bon choix d'origine peut **simplifier considérablement** les calculs. N'hésitez pas à repérer l'origine selon ce qui rend le problème plus simple!

Important : Quelle que soit l'origine choisie, les **grandes physiques** (déplacement, vitesse, accélération) restent les mêmes. Seules les **coordonnées** changent.



1.2.2 Vecteur position

Vecteur position

Le **vecteur position** \vec{r} d'une particule est le vecteur qui va de l'origine O du système de référence jusqu'à la position de la particule.

En deux dimensions, le vecteur position est caractérisé par ses **deux composantes** :

$$\vec{r} = (x, y) \quad (1.1)$$

où x est la coordonnée horizontale et y est la coordonnée verticale.

L'unité SI de la position est le **mètre** (m).

Module du vecteur position

Le **module** (ou norme) du vecteur position représente la distance entre l'origine et la particule :

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Exemple 1.2 – Position d'un navire en mer

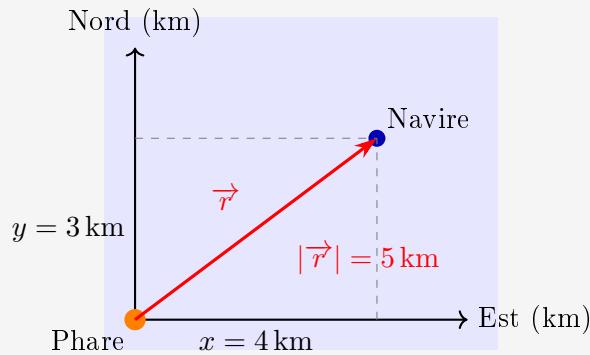
Un navire se trouve à 4 km à l'est et 3 km au nord d'un phare pris comme origine.

Vecteur position :

$$\vec{r} = (4 \text{ km}, 3 \text{ km})$$

Distance au phare :

$$|\vec{r}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \text{ km}$$

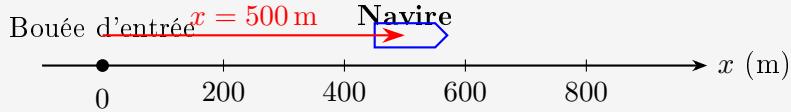


1.2.3 Cas particulier : mouvement en une dimension

Lorsque le mouvement se fait le long d'une seule direction (par exemple, un navire dans un chenal rectiligne), on peut simplifier en utilisant **un seul axe**. La position devient alors un simple nombre algébrique x (positif ou négatif selon le côté de l'origine).

Exemple 1.3 – Position d'un navire dans un chenal

Un chenal maritime est balisé par des bouées. On établit l'origine au niveau de la bouée d'entrée, avec l'axe x positif vers l'intérieur du port.



La position du navire est $x = 500 \text{ m}$ (positif car dans le sens de l'axe).

1.2.4 Vecteur déplacement**Vecteur déplacement**

Le **vecteur déplacement** $\Delta \vec{r}$ est la variation du vecteur position entre deux instants. C'est le vecteur qui va de la position initiale à la position finale :

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i \quad (1.2)$$

En composantes, cela donne :

$$\Delta \vec{r} = (\Delta x, \Delta y) \quad (1.3)$$

$$\text{où } \Delta x = x_f - x_i \text{ et } \Delta y = y_f - y_i \quad (1.4)$$

Module du déplacement

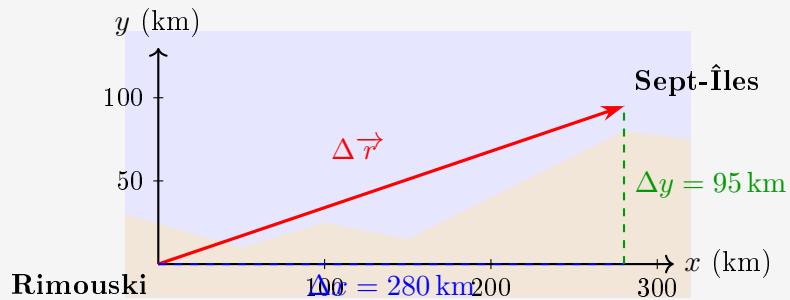
Le **module du déplacement** représente la distance en ligne droite entre la position initiale et la position finale :

$$|\Delta \vec{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

Exemple 1.4 – Déplacement d'un cargo entre deux ports

Un cargo quitte Rimouski (position initiale) pour se rendre à Sept-Îles (position finale). En prenant Rimouski comme origine :

- Position initiale : $\vec{r}_i = (0 \text{ km}, 0 \text{ km})$
- Position finale : $\vec{r}_f = (280 \text{ km}, 95 \text{ km})$ (Sept-Îles est à l'est-nord-est)



Vecteur déplacement :

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = (280 - 0, 95 - 0) = (280 \text{ km}, 95 \text{ km})$$

Module du déplacement (distance en ligne droite) :

$$|\Delta \vec{r}| = \sqrt{280^2 + 95^2} = \sqrt{78400 + 9025} = \sqrt{87425} \approx 296 \text{ km}$$

En milles nautiques : $296 \text{ km} \times \frac{1 \text{ NM}}{1,852 \text{ km}} \approx 160 \text{ NM}$

▷ Pratique autonome 1.1

Un navire de recherche part d'une plateforme pétrolière située à l'origine et effectue deux déplacements successifs :

- Premier déplacement : 12 km vers l'est
 - Deuxième déplacement : 5 km vers le nord
- Écrivez le vecteur déplacement total en composantes : $\Delta \vec{r} = (\Delta x, \Delta y)$
 - Calculez le module du déplacement total $|\Delta \vec{r}|$.
 - Quelle est la distance totale parcourue d ?

Résolution :

Rép. : a) $\Delta \vec{r} = (12 \text{ km}, 5 \text{ km})$ b) $|\Delta \vec{r}| = 13 \text{ km}$ c) $d = 17 \text{ km}$

1.2.5 Déplacement vs distance parcourue

Ne jamais confondre ces deux grandeurs!

Déplacement $\Delta \vec{r}$	Distance parcourue d
Dépend uniquement des positions initiale et finale	Dépend du trajet emprunté
Grandeur vectorielle (a une direction)	Grandeur scalaire (pas de direction)
Le module peut être nul même si l'objet a bougé	Toujours positive ou nulle
$ \Delta \vec{r} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$	$d \geq \Delta \vec{r} $ toujours

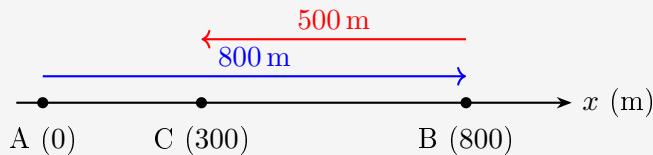
Distance parcourue

La **distance parcourue** d est la longueur totale du trajet suivi par l'objet, mesurée le long de sa trajectoire.

- C'est une grandeur **scalaire** (toujours positive ou nulle)
- Elle ne contient aucune information sur la direction
- Elle est toujours supérieure ou égale au module du déplacement : $d \geq |\Delta \vec{r}|$
- L'égalité $d = |\Delta \vec{r}|$ n'est vraie que si le mouvement est en ligne droite **sans demi-tour**

Exemple 1.5 – Manœuvre d'un remorqueur (cas 1D)

Un remorqueur effectue une manœuvre dans un port. Il part du quai A (position $x_i = 0\text{ m}$), se rend au quai B (position $x = 800\text{ m}$), puis revient au quai C (position $x_f = 300\text{ m}$).



Distance parcourue :

$$d = 800\text{ m} + 500\text{ m} = 1300\text{ m}$$

Déplacement :

$$\Delta x = x_f - x_i = 300\text{ m} - 0\text{ m} = 300\text{ m}$$

Le déplacement ne représente que le changement *net* de position, peu importe le trajet.

▷ Pratique autonome 1.2

Un traversier part du quai A (position $x_i = 0\text{ m}$), se rend à la bouée B située à $x = 600\text{ m}$, puis continue jusqu'au quai C situé à $x = 200\text{ m}$.

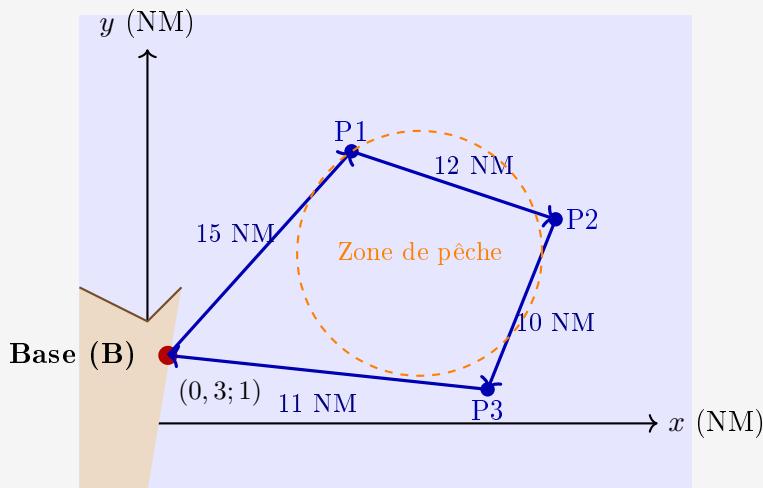
- Calculez le déplacement total Δx .
- Calculez la distance parcourue d .

Résolution :

Rép. : a) $\Delta x = +200\text{ m}$ b) $d = 1000\text{ m}$

Exemple 1.6 – Patrouille maritime – trajectoire fermée (cas 2D)

Un patrouilleur des garde-côtes part de sa base (point B), effectue une ronde de surveillance autour d'une zone de pêche en passant par les points P1, P2 et P3, puis revient à sa base après 4 heures.



Distance parcourue :

$$d = 15 \text{ NM} + 12 \text{ NM} + 10 \text{ NM} + 11 \text{ NM} = 48 \text{ NM}$$

Déplacement :

Position initiale = Position finale (retour à la base), donc :

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = \vec{0} \Rightarrow |\Delta \vec{r}| = 0 \text{ NM}$$

Attention

Ce résultat illustre une différence fondamentale :

- La **distance parcourue** (48 NM) reflète l'effort réel du patrouilleur (carburant consommé, temps de navigation)
- Le **déplacement** (nul) indique seulement que le navire est revenu à son point de départ

Ces deux grandeurs répondent à des questions différentes!

1.3 La vitesse

1.3.1 Importance de la vitesse

La vitesse est l'une des grandeurs les plus fondamentales en physique. Elle quantifie à quel point un objet change de position rapidement.

La vitesse dans la vie quotidienne et professionnelle

La vitesse est omniprésente dans notre monde :

- Un **conducteur** surveille son indicateur de vitesse pour respecter les limites
- Un **athlète** cherche à optimiser sa vitesse de course ou de nage
- Un **pilote d'avion** doit maintenir une vitesse minimale pour ne pas décrocher
- Un **médecin** mesure la vitesse de conduction nerveuse ou la vitesse du sang
- Un **officier de navigation** calcule les temps de traversée, planifie les manœuvres et anticipe les situations de collision

Dans le contexte maritime, la vitesse est une donnée critique : elle détermine le temps d'arrivée, la consommation de carburant, et la sécurité des manœuvres.

1.3.2 Plusieurs définitions de la vitesse

La vitesse n'est pas une seule chose!

En physique, le mot « vitesse » recouvre **plusieurs concepts distincts** :

- La **vitesse scalaire moyenne** : quelle distance par unité de temps?
- La **vitesse moyenne** : quel déplacement par unité de temps? (orientée)
- La **vitesse instantanée** : quelle vitesse à un instant précis?

Ces trois définitions ne donnent **pas la même information**. Il est crucial de savoir laquelle utiliser selon le contexte.

Commençons par la plus simple : la vitesse scalaire moyenne.

1.3.3 Vitesse scalaire moyenne

Vitesse scalaire moyenne

La **vitesse scalaire moyenne** est le rapport entre la **distance totale parcourue** et l'intervalle de temps :

$$v_{\text{scalaire}} = \frac{\text{distance parcourue}}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t} \quad (1.5)$$

- L'unité SI est le **mètre par seconde** (m/s)
- La vitesse scalaire moyenne est **toujours positive ou nulle**
- Elle représente l'« effort réel » de déplacement

Unités de vitesse courantes

Unité	Équivalence
1 m/s	Unité SI de référence
1 km/h	= 0,278 m/s = $\frac{1}{3,6}$ m/s
1 nud (nd ou kn)	= 1,852 km/h = 0,5144 m/s

Le **nœud** est l'unité de vitesse en navigation : 1 nud = 1 millénautique/heure.

Exemple 1.7 – Manœuvre d'un remorqueur

Un remorqueur part du quai A, se rend au quai B (800 m), puis revient au quai C (500 m de recul). La manœuvre totale prend 20 minutes.

Données :

- Distance parcourue : $d = 800 \text{ m} + 500 \text{ m} = 1300 \text{ m}$

- Temps : $\Delta t = 20 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 1200 \text{ s}$

Vitesse scalaire moyenne :

$$v_{\text{scalaire}} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{1300 \text{ m}}{1200 \text{ s}} = 1,08 \text{ m/s}$$

Conversion en nœuds :

$$v_{\text{scalaire}} = 1,08 \text{ m/s} \times \frac{1 \text{ nud}}{0,5144 \text{ m/s}} = 2,1 \text{ nuds}$$

Cette valeur représente bien l'activité réelle du remorqueur pendant ces 20 minutes.

1.3.4 Vitesse moyenne

La vitesse scalaire moyenne ne contient aucune information sur la **direction** du mouvement. Pour cela, on définit la vitesse moyenne.

Vitesse moyenne

La **vitesse moyenne** v_{moy} d'un objet est le rapport entre son **déplacement** et l'intervalle de temps correspondant :

$$v_{\text{moy}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \quad (1.6)$$

- C'est une grandeur **vectorielle** (en 1D : elle a un signe)
- Elle peut être positive, négative ou nulle
- Elle indique la **direction** du mouvement net

Signe de la vitesse moyenne

Puisque Δt est toujours positif, le **signe de la vitesse moyenne** est le même que celui du déplacement :

- $v_{\text{moy}} > 0$: mouvement net dans le sens positif de l'axe
- $v_{\text{moy}} < 0$: mouvement net dans le sens négatif de l'axe
- $v_{\text{moy}} = 0$: retour au point de départ (déplacement nul)

Exemple 1.8 – Traversée maritime

Un cargo quitte le port de Rimouski à 8h00 et arrive à Sept-Îles à 20h00. La distance directe (déplacement) entre les deux ports est de 180 millesnautiques vers l'est.

Solution :

Intervalle de temps : $\Delta t = 20h00 - 8h00 = 12 \text{ h}$

Vitesse moyenne :

$$v_{moy} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{180 \text{ NM}}{12 \text{ h}} = 15 \text{ nuds}$$

Le signe positif indique que le mouvement est vers l'est (sens positif de l'axe).

▷ Pratique autonome 1.3

Un cargo quitte le port de Matane à 6h00 et arrive à Baie-Comeau à 10h00. La distance directe entre les deux ports est de 52 km vers le nord-est.

Calculez la vitesse moyenne du cargo en km/h et en nœuds.

Résolution :

Rép. : $v_{moy} = 13 \text{ km/h} \approx 7,0 \text{ nuds}$

1.3.5 Pourquoi les deux sont importantes?

Vitesse scalaire moyenne $v_{scalaire}$	Vitesse moyenne v_{moy}
Basée sur la distance parcourue	Basée sur le déplacement
Toujours positive ou nulle	Peut être positive, négative ou nulle
Représente l' effort réel (énergie dépensée, carburant consommé)	Représente le résultat net (où on s'est rendu)
N'indique pas la direction	Indique la direction du mouvement net
$v_{scalaire} = \frac{d}{\Delta t}$	$v_{moy} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

Exemple 1.9 – Croisière Québec – Îles-de-la-Madeleine : comparaison

Un navire de croisière quitte Québec, fait escale aux Îles-de-la-Madeleine (à 650 km), puis revient à Québec. L'aller dure 2 jours et le retour dure 2 jours.



Vitesse scalaire moyenne :

$$v_{scalaire} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{650 + 650}{4 \text{ jours}} = 325 \text{ km/jour} \approx 13,5 \text{ km/h}$$

Vitesse moyenne :

$$v_{moy} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{4 \text{ jours}} = 0 \text{ km/h}$$

Attention

Les deux informations sont **complémentaires** :

- La vitesse scalaire (13,5 km/h) reflète l'activité réelle du navire
- La vitesse moyenne (nulle) indique que le navire est revenu à son point de départ

Aucune des deux n'est « meilleure » — elles répondent à des questions différentes!

Exemple 1.10 – Navigation avec courant contraire

Un traversier effectue l'aller-retour entre deux rives d'un fleuve séparées de 2 km. À l'aller (avec le courant), il navigue à 12 nuds. Au retour (contre le courant), sa vitesse tombe à 8 nuds.

Conversion des vitesses en km/h :

$$v_{aller} = 12 \text{ nud} \times \frac{1,852 \text{ km/h}}{1 \text{ nud}} = 22,2 \text{ km/h}$$

$$v_{retour} = 8 \text{ nud} \times \frac{1,852 \text{ km/h}}{1 \text{ nud}} = 14,8 \text{ km/h}$$

Calcul des temps :

$$t_{aller} = \frac{2 \text{ km}}{22,2 \text{ km/h}} = 0,090 \text{ h} = 0,090 \text{ h} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = 5,4 \text{ min}$$

$$t_{retour} = \frac{2 \text{ km}}{14,8 \text{ km/h}} = 0,135 \text{ h} = 0,135 \text{ h} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = 8,1 \text{ min}$$

Temps total : $\Delta t = 5,4 \text{ min} + 8,1 \text{ min} = 13,5 \text{ min} = 0,225 \text{ h}$

Vitesse scalaire moyenne :

$$v_{scalaire} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{4 \text{ km}}{0,225 \text{ h}} = 17,8 \text{ km/h} = 17,8 \text{ km/h} \times \frac{1 \text{ nud}}{1,852 \text{ km/h}} = 9,6 \text{ nud}$$

Attention

La vitesse scalaire moyenne (9,6 nuds) n'est **pas** la moyenne arithmétique des deux vitesses : $\frac{12 + 8}{2} = 10$ nuds.

C'est une erreur fréquente! La moyenne des vitesses ne donne la vitesse scalaire moyenne que si les **temps** de parcours sont égaux.

▷ **Pratique autonome 1.4**

Un remorqueur effectue un aller-retour entre deux quais séparés de 3 km. À l'aller, il navigue à 10 nuds. Au retour, sa vitesse est de 6 nuds.

- Calculez le temps total du trajet (en minutes).
- Calculez la vitesse scalaire moyenne. *Attention au piège!*

Résolution :

Rép. : a) $\Delta t \approx 19,4$ min b) $v_{scalaire} \approx 7,5$ nuds (et non 8 nuds!)

1.3.6 Vitesse instantanée

Les vitesses moyenne et scalaire moyenne donnent une information **globale** sur un intervalle de temps. Mais que se passe-t-il à un **instant précis**?

Vitesse instantanée

La **vitesse instantanée** est la vitesse d'un objet à un instant précis. C'est la vitesse moyenne calculée sur un intervalle de temps **infiniment petit** :

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (1.7)$$

En termes simples : c'est ce qu'affiche le **loch** (indicateur de vitesse) d'un navire ou le **compteur** d'une voiture à un instant donné.

Vitesse moyenne vs vitesse instantanée

- La **vitesse moyenne** caractérise le mouvement sur un **intervalle de temps**
- La **vitesse instantanée** caractérise le mouvement à un **instant précis**
- Si la vitesse est constante, alors $v_{instantane} = v_{moyenne}$ à tout instant

Exemple 1.11 – Loch d'un navire

Un navire accélère en quittant le port. Son loch affiche successivement :

- À $t = 0\text{ s}$: $v = 0$ nud
- À $t = 60\text{ s}$: $v = 3$ nuds
- À $t = 120\text{ s}$: $v = 6$ nuds
- À $t = 180\text{ s}$: $v = 8$ nuds

Chacune de ces valeurs est une **vitesse instantanée**. La vitesse moyenne sur les 3 premières minutes n'est pas simplement $(0 + 3 + 6 + 8)/4$ — il faudrait connaître la position à chaque instant pour la calculer.

Interprétation graphique

Sur un graphique position-temps $x(t)$, la vitesse instantanée à un instant t correspond à la **pente de la tangente** à la courbe en ce point.

Nous approfondirons cette interprétation dans la section sur les graphiques.

1.3.7 Vitesse surface et vitesse fond

En navigation, on distingue deux vitesses fondamentales qui peuvent différer significativement :

Vitesse surface (STW) et vitesse fond (SOG)

- La **vitesse surface** (en anglais : *Speed Through Water, STW*) est la vitesse du navire **par rapport à l'eau** environnante. C'est ce que mesure le **loch** (speedomètre du navire).
- La **vitesse fond** (en anglais : *Speed Over Ground, SOG*) est la vitesse du navire **par rapport au fond marin** (ou à la Terre). C'est ce qu'affiche le **GPS**.

Ces deux vitesses diffèrent lorsqu'il y a du **courant**. La relation fondamentale est **vectorielle** :

$$\vec{v}_{fond} = \vec{v}_{surface} + \vec{v}_{courant} \quad (1.8)$$

ou en notation alternative : SOG = STW + courant (vectoriellement)

Importance pratique en navigation

- La **vitesse surface (STW)** détermine le comportement hydrodynamique du navire (gouvernabilité, résistance de l'eau, consommation de carburant).
- La **vitesse fond (SOG)** détermine le temps réel pour atteindre une destination et doit être utilisée pour calculer l'**heure d'arrivée estimée (ETA)**.
- Un navire peut afficher 10 nuds au loch mais n'avancer que de 7 nuds par rapport au fond s'il navigue contre un courant de 3 nuds.

Exemple 1.12 – Effet du courant sur la navigation

Un cargo affiche 12 nuds au loch (vitesse surface). Il navigue dans le fleuve Saint-Laurent où le courant est de 2 nuds.

Cas 1 : Courant favorable (même sens que le navire)

$$v_{fond} = 12 + 2 = 14 \text{ nuds}$$

Cas 2 : Courant contraire (sens opposé)

$$v_{fond} = 12 - 2 = 10 \text{ nuds}$$

Dans le premier cas, le navire arrivera **plus tôt** que prévu. Dans le second cas, **plus tard**. C'est la vitesse fond (GPS) qui détermine l'heure d'arrivée réelle.

1.4 Accélération

1.4.1 Introduction : la vitesse peut varier

Jusqu'à présent, nous avons défini la vitesse comme une mesure du changement de position. Mais la vitesse elle-même peut **changer**!

Un navire qui quitte le port voit sa vitesse augmenter progressivement. Un navire qui approche d'un quai voit sa vitesse diminuer. Dans les deux cas, la vitesse **varie** au cours du temps.

Le taux de variation de la vitesse

De plus, la vitesse peut varier **rapidement** ou **lentement** :

- Une voiture de course peut passer de 0 à 100 km/h en quelques secondes
- Un pétrolier met plusieurs minutes pour atteindre sa vitesse de croisière

Le **taux de variation de la vitesse** — c'est-à-dire à quelle rapidité la vitesse change — est ce qu'on appelle l'**accélération**.

L'accélération : une grandeur vectorielle

L'accélération est à la vitesse ce que la vitesse est à la position :

Grandeur	Définition
Vitesse	Taux de variation de la position
Accélération	Taux de variation de la vitesse

Comme la vitesse, l'accélération est une grandeur **vectorielle**. En une dimension, cela signifie qu'elle a un **signe** qui indique sa direction.

1.4.2 Le signe de l'accélération : attention aux pièges!

Avant de définir formellement l'accélération, clarifions une source fréquente de confusion.

Accélération négative \neq ralentissement!

Dans le langage courant, « accélérer » signifie aller plus vite et « décélérer » signifie ralentir. En physique, c'est **plus subtil** : le signe de l'accélération indique sa **direction**, pas si l'objet accélère ou ralentit!

Signe de v	Signe de a	Effet sur le mouvement
$v > 0$	$a > 0$	Accélère (même sens)
$v > 0$	$a < 0$	Ralentit (freinage)
$v < 0$	$a < 0$	Accélère (même sens)
$v < 0$	$a > 0$	Ralentit (freinage)

Règle simple :

- v et a de **même signe** \Rightarrow l'objet **accélère** (vitesse augmente en valeur absolue)
- v et a de **signes opposés** \Rightarrow l'objet **ralentit** (freinage)

Exemple 1.13 – Traversier se déplaçant vers l'est

Un traversier se déplace vers l'est (sens positif de l'axe). Sa vitesse est $v = 8 \text{ m/s}$.

Cas 1 : Le capitaine accélère. L'accélération est $a = 0,5 \text{ m/s}^2$.

- $v > 0$ et $a > 0$: même signe \Rightarrow le traversier va **de plus en plus vite** vers l'est

Cas 2 : Le capitaine freine. L'accélération est $a = -0,5 \text{ m/s}^2$.

- $v > 0$ et $a < 0$: signes opposés \Rightarrow le traversier **ralentit**
- Le signe négatif de a indique un **freinage**, pas un déplacement vers l'ouest!

Exemple 1.14 – Traversier se déplaçant vers l'ouest

Maintenant, le traversier se déplace vers l'ouest (sens négatif). Sa vitesse est $v = -8 \text{ m/s}$.

Cas 3 : Le capitaine accélère. L'accélération est $a = -0,5 \text{ m/s}^2$.

- $v < 0$ et $a < 0$: même signe \Rightarrow le traversier va **de plus en plus vite** vers l'ouest
- Une accélération négative peut donc être une « vraie » accélération!

Cas 4 : Le capitaine freine. L'accélération est $a = 0,5 \text{ m/s}^2$.

- $v < 0$ et $a > 0$: signes opposés \Rightarrow le traversier **ralentit**
- Une accélération positive peut donc être un freinage!

▷ Pratique autonome 1.5

Un navire se déplace vers l'ouest (sens négatif de l'axe) à 12 nuds. Déterminez le signe de l'accélération dans chaque cas :

- a) Le capitaine augmente la puissance des moteurs pour aller plus vite.
 b) Le capitaine ordonne la marche arrière pour freiner.

Dans chaque cas, le navire accélère-t-il ou ralentit-il?

Résolution :

Rép. : a) $a < 0$ (accélère vers l'ouest) b) $a > 0$ (ralentit)

1.4.3 Accélération moyenne

Accélération moyenne

L'**accélération moyenne** a_{moy} d'un objet est le rapport entre la variation de sa vitesse et l'intervalle de temps correspondant :

$$a_{moy} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \quad (1.9)$$

L'unité SI est le **mètre par seconde au carré** (m/s^2).

Exemple 1.15 – Accélération d'un vraquier au départ

Un vraquier quitte le port de Montréal. Sa vitesse passe de 0 nud à 10 nuds en 15 minutes.

Conversion en unités SI :

$$v_i = 0 \text{ m/s}$$

$$v_f = 10 \text{ nuds} \times \frac{0,5144 \text{ m/s}}{1 \text{ nud}} = 5,14 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = 15 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 900 \text{ s}$$

Accélération moyenne :

$$a_{moy} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{5,14 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{900 \text{ s}} = 0,0057 \text{ m/s}^2$$

C'est une accélération très faible comparée à celle d'une voiture ($\sim 3 \text{ m/s}^2$), ce qui est typique des gros navires en raison de leur masse énorme.

Exemple 1.16 – Freinage d'un pétrolier

Un pétrolier naviguant à 15 nuds (vers l'est, donc $v_i > 0$) doit s'arrêter. En raison de sa grande inertie, le freinage prend 20 minutes.

Conversion en unités SI :

$$v_i = 15 \text{ nud } \times \frac{0,5144 \text{ m/s}}{1 \text{ nud}} = 7,72 \text{ m/s}$$

$$v_f = 0 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = 20 \text{ min } \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 1200 \text{ s}$$

Accélération :

$$a_{moy} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{0 \text{ m/s} - 7,72 \text{ m/s}}{1200 \text{ s}} = -0,0064 \text{ m/s}^2$$

Analyse : Le signe négatif de a et le signe positif de v_i indiquent qu'il s'agit bien d'un **freinage** (signes opposés). Cette décélération^a très faible explique pourquoi les pétroliers nécessitent de très longues distances pour s'arrêter.

^aRappel : la décélération est une accélération dont le vecteur est opposé au vecteur vitesse.

▷ Pratique autonome 1.6

Un vraquier naviguant à 8 nuds vers l'est doit s'arrêter. Son accélération de freinage est de $a = -0,004 \text{ m/s}^2$.

- a) Combien de temps faut-il pour s'immobiliser complètement?
- b) Quelle distance parcourt-il pendant le freinage?

Indice : Utilisez les équations du MRUA que nous verrons en détail plus loin, ou raisonnez avec la définition de l'accélération.

Résolution :

Rép. : a) $\Delta t \approx 17 \text{ min}$ b) $\Delta x \approx 2,1 \text{ km}$

Exemple 1.17 – Accélération d'une voiture (exemple terrestre)

Une voiture passe de 0 km/h à 100 km/h en 8 s.

Conversion :

$$v_f = 100 \text{ km/h} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 100 \text{ km/h} \times \frac{1 \text{ m/s}}{3,6 \text{ km/h}} = 27,8 \text{ m/s}$$

Accélération :

$$a = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{27,8 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{8 \text{ s}} = 3,47 \text{ m/s}^2$$

Comparons : la voiture accélère environ **600 fois plus vite** que le vraquier! C'est parce que le rapport puissance/masse est beaucoup plus favorable pour une voiture.

1.4.4 Accélération instantanée

Accélération instantanée

L'**accélération instantanée** est l'accélération à un instant précis. C'est la limite de l'accélération moyenne lorsque Δt tend vers zéro :

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1.10)$$

Interprétation graphique : Sur un graphique $v(t)$, l'accélération instantanée correspond à la **pente de la tangente** à la courbe vitesse-temps.

Accélération constante

Lorsque l'accélération est **constante**, l'accélération instantanée est égale à l'accélération moyenne à tout instant :

$$\text{Si } a = \text{constante} \Rightarrow a_{\text{instantanée}} = a_{\text{moyenne}}$$

Dans ce cas, le graphique $v(t)$ est une **droite**.

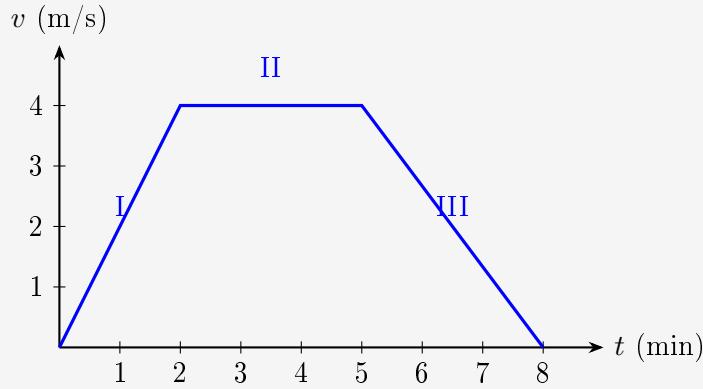
1.4.5 Interprétation graphique de l'accélération

Sur un graphique **vitesse-temps** $v(t)$:

Forme de la courbe	Accélération	Type de mouvement
Droite horizontale	$a = 0$	Vitesse constante
Droite inclinée vers le haut	$a > 0$ constante	Accélération uniforme
Droite inclinée vers le bas	$a < 0$ constante	Accélération uniforme
Courbe	a variable	Mouvement non uniforme

Exemple 1.18 – Lecture d'un graphique $v(t)$

Le graphique suivant montre la vitesse d'un cargo pendant une manœuvre :



Phase I (0 à 2 min) : Droite montante \Rightarrow accélération positive constante

$$a_I = \frac{4 - 0}{2 - 0} = 2 \text{ m/s/min} = 0,033 \text{ m/s}^2$$

Phase II (2 à 5 min) : Droite horizontale \Rightarrow vitesse constante, $a = 0$

Phase III (5 à 8 min) : Droite descendante \Rightarrow freinage (car $v > 0$ et $a < 0$)

$$a_{III} = \frac{0 - 4}{8 - 5} = -1,33 \text{ m/s/min} = -0,022 \text{ m/s}^2$$

1.5 Description graphique du mouvement

La description d'un mouvement peut se faire de plusieurs façons : par des équations, par des tableaux de valeurs, ou par des **graphiques**. Les graphiques sont particulièrement utiles car ils permettent de visualiser l'ensemble du mouvement d'un seul coup d'œil.

L'importance de savoir lire les graphiques

Les graphiques sont des outils puissants en physique, mais encore faut-il **apprendre à les lire correctement!**

Un graphique position-temps $x(t)$ ne montre **pas** la trajectoire de l'objet dans l'espace — il montre comment sa position varie dans le temps. De même, un graphique vitesse-temps $v(t)$ ne montre pas la vitesse “dans l'espace” mais son évolution temporelle.

Dans cette section, nous allons développer les compétences nécessaires pour :

- Extraire des informations quantitatives d'un graphique (vitesse, accélération)
- Interpréter qualitativement un mouvement (accéléré, ralenti, au repos)
- Relier les différents types de graphiques entre eux

1.5.1 Le graphique position-temps

Le graphique **position en fonction du temps**, noté $x(t)$, montre comment la position d'un objet varie au fil du temps.

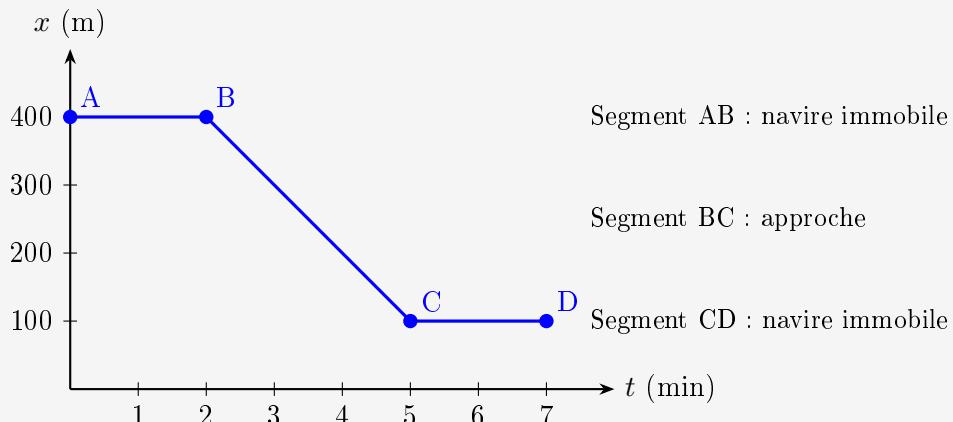
Lecture d'un graphique $x(t)$

Sur un graphique position-temps :

- L'axe horizontal représente le **temps** t
- L'axe vertical représente la **position** x
- Chaque point de la courbe donne la position de l'objet à un instant donné
- La **pente** de la courbe représente la **vitesse**

Exemple 1.19 – Approche d'un navire vers un quai

Le graphique suivant montre la position d'un navire lors de son approche vers un quai. L'origine ($x = 0$) est placée au quai, et l'axe x est positif vers le large.



Interprétation :

- **A à B** (0 à 2 min) : Le navire est **immobile** à 400 m du quai. La courbe est horizontale (pente = 0, donc vitesse = 0).
- **B à C** (2 à 5 min) : Le navire s'**approche** du quai. La courbe descend (pente négative, donc vitesse négative = mouvement vers les x décroissants).
- **C à D** (5 à 7 min) : Le navire est **immobile** à 100 m du quai, en attente du pilote.

1.5.2 Calcul de la vitesse moyenne à partir du graphique

Vitesse moyenne et pente de la sécante

Sur un graphique $x(t)$, la **vitesse moyenne** entre deux instants t_1 et t_2 correspond à la **pente de la droite (sécante)** reliant les deux points correspondants :

$$v_{moy} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \text{pente de la sécante} \quad (1.11)$$

Exemple 1.20 – Calcul de la vitesse d'approche

À partir du graphique précédent, calculons la vitesse moyenne du navire pendant la phase d'approche (B à C).

Données lues sur le graphique :

- Point B : $t_1 = 2 \text{ min}$, $x_1 = 400 \text{ m}$
- Point C : $t_2 = 5 \text{ min}$, $x_2 = 100 \text{ m}$

Calcul :

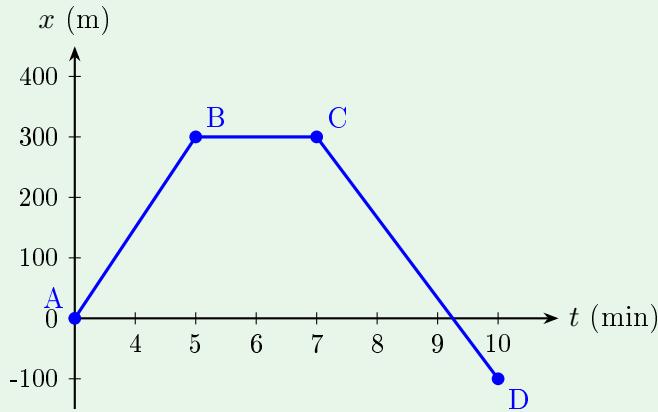
$$v_{moy} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{100 - 400}{5 - 2} = \frac{-300}{3} = -100 \text{ m/min}$$

Conversion en m/s : $v_{moy} = \frac{-100}{60} = -1,67 \text{ m/s}$

Le signe négatif indique que le navire se déplace vers les x décroissants (vers le quai). En valeur absolue, c'est environ 3,2 nuds, une vitesse typique pour une approche finale.

▷ Pratique autonome 1.7

Le graphique suivant montre la position d'un remorqueur dans un port pendant 10 min :



- Décrivez qualitativement le mouvement du remorqueur pour chaque phase (AB, BC, CD).
- Calculez la vitesse moyenne pendant la phase AB.
- Calculez la vitesse moyenne pendant la phase CD.
- Calculez la vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet (A à D).

Résolution :

Rép. : a) AB : MRU vers les x positifs; BC : immobile; CD : MRU vers les x négatifs b) $v_{AB} = 150 \text{ m/min} = 2,5 \text{ m/s}$ c) $v_{CD} = -133 \text{ m/min} = -2,2 \text{ m/s}$ d) $v_{moy} = -14,3 \text{ m/min} = -0,24 \text{ m/s}$

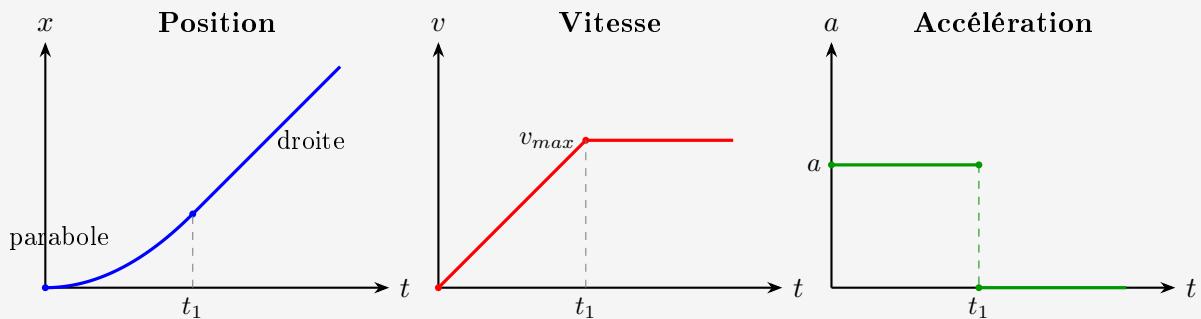
1.5.3 Interprétation de la forme de la courbe

La forme de la courbe $x(t)$ nous renseigne sur le type de mouvement :

Forme de la courbe	Type de mouvement	Vitesse
Droite horizontale	Repos (immobile)	$v = 0$
Droite inclinée vers le haut	MRU dans le sens $+x$	$v > 0$ constante
Droite inclinée vers le bas	MRU dans le sens $-x$	$v < 0$ constante
Courbe (parabole) vers le haut	Mouvement accéléré	v augmente
Courbe (parabole) vers le bas	Mouvement décéléré	v diminue

Exemple 1.21 – Départ d'un navire du port – Les trois graphiques

Un navire quitte le port. Pendant les 4 premières minutes, il accélère uniformément. Ensuite, il maintient sa vitesse de croisière. Voici les trois graphiques qui décrivent ce mouvement :



Interprétation des liens entre les graphiques :

Phase	Position $x(t)$	Vitesse $v(t)$	Accélération $a(t)$
$0 \rightarrow t_1$ (accélération)	Parabole (courbée vers le haut)	Droite montante	Constante positive
$t_1 \rightarrow$ fin (croisière)	Droite inclinée	Horizontale	Nulle

Idéalisation des graphiques – Limites du modèle

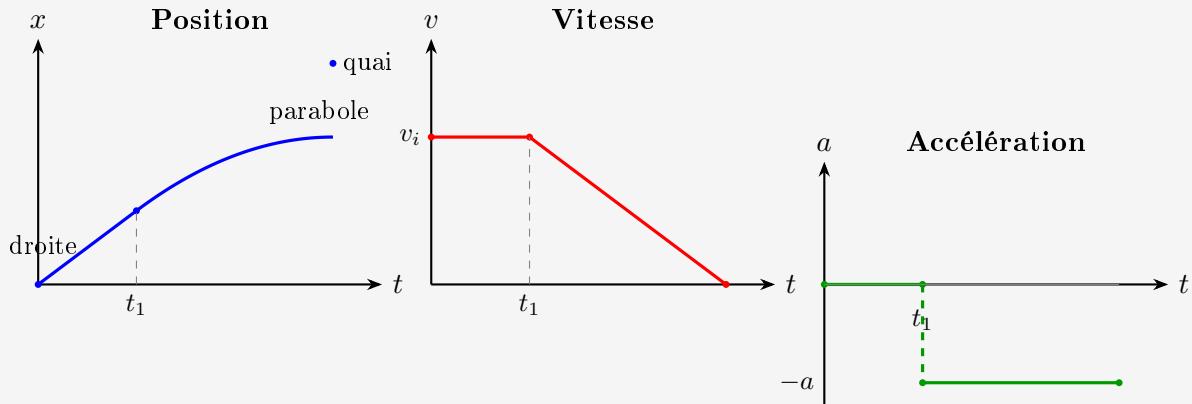
Les graphiques avec des **angles vifs** (changement de pente instantané) sont une **idéalisation mathématique**. Dans la réalité :

- L'**inertie** du navire empêche tout changement instantané de vitesse ou d'accélération
- Les courbes réelles sont toujours **plus lisses** (pas de discontinuités)
- Un navire de 100 000 tonnes ne peut pas passer d'une accélération constante à une accélération nulle en un instant

Ces modèles simplifiés restent très utiles pour comprendre les principes fondamentaux et faire des calculs approchés.

Exemple 1.22 – Arrivée d'un navire au port – Les trois graphiques

Un navire approche du quai. Il navigue d'abord à vitesse constante, puis freine uniformément jusqu'à l'arrêt.



Interprétation :

Phase	Position $x(t)$	Vitesse $v(t)$	Accélération $a(t)$
$0 \rightarrow t_1$ (approche)	Droite inclinée	Horizontale	Nulle
$t_1 \rightarrow \text{fin}$ (freinage)	Parabole (s'aplatit)	Droite descendante	Constante négative

Attention

Notez que pendant le freinage :

- La **position continue d'augmenter** (le navire avance toujours vers le quai)
- La **vitesse diminue** (le navire ralentit)
- L'**accélération est négative** (elle s'oppose au mouvement)

La position augmente de moins en moins vite : c'est pourquoi la parabole s'aplatit.

1.5.4 Le graphique vitesse-temps

Le graphique **vitesse en fonction du temps**, noté $v(t)$, est complémentaire au graphique position-temps.

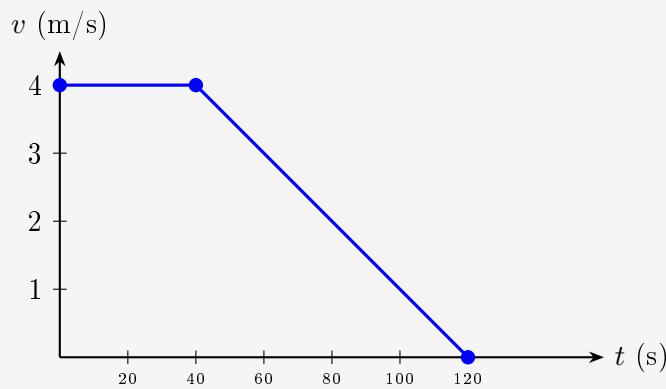
Lecture d'un graphique $v(t)$

Sur un graphique vitesse-temps :

- L'axe horizontal représente le **temps** t
- L'axe vertical représente la **vitesse** v
- La **pente** de la courbe représente l'**accélération**

Exemple 1.23 – Manœuvre d'accostage d'un traversier

Voici le graphique $v(t)$ d'un traversier lors de son accostage :



Interprétation :

- **0 à 40 s** : Vitesse constante de 4 m/s (MRU pendant l'approche). La pente est nulle, donc l'accélération est nulle.
- **40 à 120 s** : La vitesse diminue linéairement jusqu'à zéro (freinage). La pente est négative et constante, donc l'accélération est constante et négative (MRUA).

Calcul de l'accélération pendant le freinage :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{120 - 40} = \frac{-4}{80} = -0,05 \text{ m/s}^2$$

1.5.5 L'aire sous la courbe

Nous avons vu que la **pente** d'un graphique permet d'obtenir le taux de variation d'une grandeur (la vitesse à partir de $x(t)$, l'accélération à partir de $v(t)$). L'**aire sous la courbe** permet de faire l'opération **inverse**.

Aire sous la courbe $v(t)$: le déplacement

Aire sous la courbe vitesse-temps

Sur un graphique $v(t)$, l'**aire** entre la courbe et l'axe horizontal (l'axe t) représente le **déplacement** de l'objet :

$$\Delta x = \text{aire sous la courbe } v(t) \quad (1.12)$$

Convention de signe :

- L'aire **au-dessus** de l'axe t (quand $v > 0$) contribue **positivement** au déplacement
- L'aire **en dessous** de l'axe t (quand $v < 0$) contribue **négativement** au déplacement

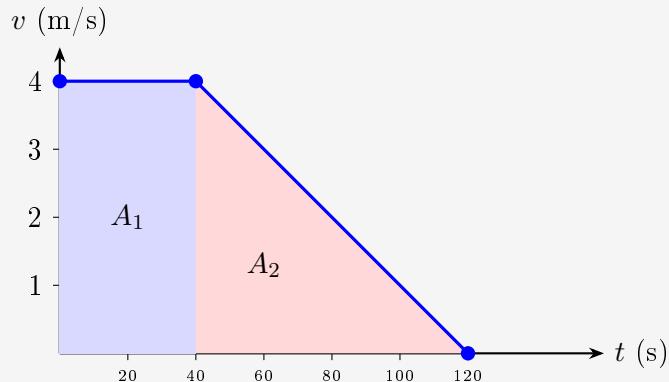
Pourquoi l'aire donne-t-elle le déplacement?

L'intuition est simple : si un objet se déplace à 4 m/s pendant 3 s, il parcourt $4 \times 3 = 12$ m. Or, 4×3 est exactement l'aire du rectangle de hauteur $v = 4$ et de largeur $\Delta t = 3$ sur le graphique $v(t)$.

Ce raisonnement se généralise à toute forme de courbe : on « découpe » l'aire en petits rectangles infiniment fins, ce qui donne le déplacement total.

Exemple 1.24 – Manœuvre d'accostage – déplacement par l'aire

Reprendons le graphique $v(t)$ du traversier lors de son accostage :



Le déplacement total est la somme des deux aires :

Aire A_1 (rectangle, 0 à 40 s) :

$$A_1 = \text{base} \times \text{hauteur} = 40 \text{ s} \times 4 \text{ m/s} = 160 \text{ m}$$

Aire A_2 (triangle, 40 à 120 s) :

$$A_2 = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{hauteur} = \frac{1}{2} \times 80 \text{ s} \times 4 \text{ m/s} = 160 \text{ m}$$

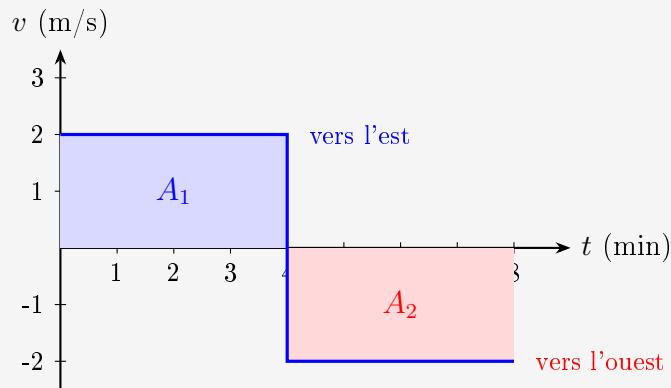
Déplacement total :

$$\Delta x = A_1 + A_2 = 160 + 160 = 320 \text{ m}$$

Le traversier a parcouru 320 m entre le début de la manœuvre et l'arrêt complet.

Exemple 1.25 – Manœuvre aller-retour d'un remorqueur

Un remorqueur effectue une manœuvre dans un port. Son graphique $v(t)$ est le suivant :

**Aire A_1 (au-dessus de l'axe, 0 à 4 min) :**

$$A_1 = 4 \times 60 \times 2 = +480 \text{ m}$$

Aire A_2 (en dessous de l'axe, 4 à 8 min) :

$$A_2 = 4 \times 60 \times (-2) = -480 \text{ m}$$

Déplacement total :

$$\Delta x = A_1 + A_2 = 480 + (-480) = 0 \text{ m}$$

Distance parcourue :

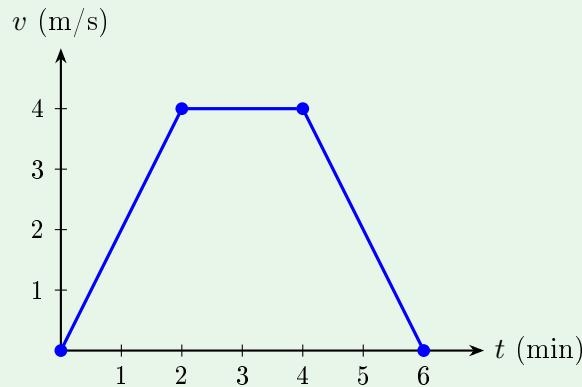
$$d = |A_1| + |A_2| = 480 + 480 = 960 \text{ m}$$

Attention

Le déplacement est nul (retour au point de départ), mais la distance parcourue est de 960 m. C'est exactement la distinction entre déplacement et distance que nous avons vue à la section précédente, mais retrouvée ici par la méthode graphique!

▷ Pratique autonome 1.8

Le graphique $v(t)$ suivant montre la vitesse d'un cargo pendant une manœuvre de 6 min :



- a) Calculez l'accélération pendant chaque phase du mouvement.
- b) Calculez le déplacement total en utilisant l'aire sous la courbe.
- c) Vérifiez votre réponse en b) à l'aide des équations du MRUA.

Indice : Décomposez l'aire en formes géométriques simples (triangles et rectangles).

Résolution :

Rép. : a) $a_I = 0,033 \text{ m/s}^2$, $a_{II} = 0$, $a_{III} = -0,033 \text{ m/s}^2$ b) $\Delta x = 960 \text{ m}$ (triangle + rectangle + triangle = $240 + 480 + 240$) c) Vérification : $\Delta x_I = 240$, $\Delta x_{II} = 480$, $\Delta x_{III} = 240$, total = 960 m ✓

Aire sous la courbe $a(t)$: la variation de vitesse

Le même raisonnement s'applique au graphique $a(t)$:

Aire sous la courbe accélération-temps

Sur un graphique $a(t)$, l'**aire** entre la courbe et l'axe horizontal représente la **variation de vitesse** :

$$\Delta v = v_f - v_i = \text{aire sous la courbe } a(t) \quad (1.13)$$

Exemple 1.26 – Variation de vitesse par l'aire sous $a(t)$

Reprendons l'exemple du départ d'un navire du port (vu précédemment). Le graphique $a(t)$ montre une accélération constante de $0,03 \text{ m/s}^2$ pendant les 3 premières minutes, puis une accélération nulle.

Quelle est la vitesse du navire à $t = 3 \text{ min}$, sachant que $v_i = 0 \text{ m/s}$?

Aire sous $a(t)$ de 0 à 3 min :

$$\Delta v = a \times \Delta t = 0,03 \text{ m/s}^2 \times (3 \text{ min} \times 60 \text{ s/min}) = 5,4 \text{ m/s}$$

Donc : $v_f = v_i + \Delta v = 0 + 5,4 = 5,4 \text{ m/s} \approx 10,5 \text{ nud}$

C'est bien la vitesse de croisière atteinte après la phase d'accélération.

1.5.6 Résumé : pente et aire**Les deux outils fondamentaux de l'analyse graphique**

Graphique	Pente donne...	Aire donne...
$x(t)$	Vitesse v	—
$v(t)$	Accélération a	Déplacement Δx
$a(t)$	—	Variation de vitesse Δv

Retenez le schéma :

$$\begin{array}{ccc} x(t) & \xrightarrow{\text{pente}} & v(t) \xrightarrow{\text{pente}} a(t) \\ & \xleftarrow{\text{aire}} & \xleftarrow{\text{aire}} \end{array}$$

La pente et l'aire sont des opérations **inverses** : la pente « descend » d'un niveau (position → vitesse → accélération), tandis que l'aire « remonte » d'un niveau (accélération → vitesse → position).

1.6 Description mathématique du mouvement

1.6.1 Introduction : la puissance des équations

Jusqu'à présent, nous avons décrit le mouvement de deux façons :

- **Qualitativement** : en utilisant des mots (accélération, freinage, repos...)
- **Graphiquement** : en traçant des courbes $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$

Ces approches sont utiles, mais elles ont leurs limites. Pour faire des **prédictions précises** — comme calculer exactement où sera un navire dans 2 heures, ou quelle distance de freinage est nécessaire — nous avons besoin d'un outil plus puissant : les **équations de la cinématique**.

Pourquoi des équations?

Les équations permettent de :

- Calculer des valeurs **numériques précises**
- Faire des **prédictions** sur le mouvement futur
- Résoudre des problèmes **inverses** (ex: quelle vitesse initiale pour atteindre une cible?)
- Analyser des situations **complexes** impliquant plusieurs objets

Dans cette section, nous allons développer les équations pour deux types de mouvement fondamentaux :

1. Le **Mouvement Rectiligne Uniforme** (MRU) : vitesse constante
2. Le **Mouvement Rectiligne Uniformément Accéléré** (MRUA) : accélération constante

Ces deux modèles permettent de décrire la grande majorité des situations rencontrées en navigation.

1.6.2 Mouvement Rectiligne Uniforme (MRU)

Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

Un **mouvement rectiligne uniforme** est un mouvement en ligne droite à **vitesse constante**.

Dans un MRU :

- La vitesse ne change pas : $v = \text{constante}$
- L'accélération est nulle : $a = 0$
- Le graphique $x(t)$ est une **droite**
- Le graphique $v(t)$ est une **droite horizontale**

Dérivation de l'équation du MRU

Partons de la définition de la vitesse moyenne :

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Puisque la vitesse est constante dans un MRU, on peut isoler le déplacement :

Équation du MRU

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \quad \text{ou} \quad x_f = x_i + v \cdot \Delta t \quad (1.14)$$

Interprétation intuitive

L'équation dit simplement : « la distance parcourue est égale à la vitesse multipliée par le temps ». C'est la formule que tout le monde utilise intuitivement pour calculer, par exemple, le temps d'un trajet en voiture.

Exemple 1.27 – Cargo en MRU

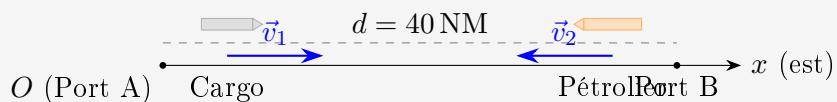
Un cargo navigue en ligne droite à 12 nuds (6,17 m/s). Quelle distance parcourt-il en 3 heures?

Solution :

$$\Delta x = v \cdot \Delta t = 12 \times 3 = 36 \text{ NM}$$

Ou en SI : $\Delta x = 6,17 \times (3 \times 3600) = 66\,636 \text{ m} \approx 66,6 \text{ km}$

Exemple 1.28 – Rencontre de deux navires (MRU)



Un cargo quitte le port A vers l'est à $v_1 = 12$ nuds. Au même moment, un pétrolier quitte le port B, situé à 40 NM à l'est de A, et se dirige vers l'ouest à $v_2 = 8$ nuds.

- S'ils partent au même instant, après combien de temps se croiseront-ils et à quelle position?
- Si le pétrolier part 30 min après le cargo, où et quand se croiseront-ils?

Référentiel : Origine au port A, axe x positif vers l'est.

a) Départ simultané :

Équations de position :

$$x_1(t) = v_1 \cdot t = 12t$$

$$x_2(t) = d - v_2 \cdot t = 40 - 8t$$

Rencontre quand $x_1 = x_2$:

$$\begin{aligned} 12t &= 40 - 8t \\ 20t &= 40 \\ t &= 2 \text{ h} \end{aligned}$$

Position : $x = 12 \times 2 = 24 \text{ NM}$ à l'est du port A.

b) Départ décalé (30 min de retard pour le pétrolier) :

Pendant les 30 premières minutes, seul le cargo avance :

$$x_1(0,5 \text{ h}) = 12 \times 0,5 = 6 \text{ NM}$$

Après $t' = 0$ (moment où le pétrolier part) :

$$\begin{aligned} x_1(t') &= 6 + 12t' \\ x_2(t') &= 40 - 8t' \end{aligned}$$

Rencontre :

$$\begin{aligned} 6 + 12t' &= 40 - 8t' \\ 20t' &= 34 \\ t' &= 1,7 \text{ h} = 1 \text{ h } 42 \text{ min} \end{aligned}$$

Position : $x = 6 + 12 \times 1,7 = 26,4 \text{ NM}$ à l'est du port A.

Temps total depuis le départ du cargo : $0,5 + 1,7 = 2,2 \text{ h} = 2 \text{ h } 12 \text{ min}$

Le MRU est un cas idéal

En pratique, un mouvement parfaitement uniforme est rare. Un navire subit des variations de vitesse dues aux vagues, au vent, aux courants. Le MRU est un **modèle simplifié** qui donne de bonnes approximations lorsque ces variations sont faibles.

1.6.3 Mouvement Rectiligne Uniformément Accéléré (MRUA)

Le MRU décrit les situations où la vitesse est constante. Mais que se passe-t-il quand un navire **accélère** ou **freine**? C'est là qu'intervient le MRUA.

Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

Un **mouvement rectiligne uniformément accéléré** est un mouvement en ligne droite où l'**accélération est constante** :

$$a = \text{constante} \neq 0$$

Dans un MRUA :

- L'accélération ne change pas au cours du temps
- La vitesse varie **linéairement** avec le temps
- Le graphique $v(t)$ est une **droite inclinée**
- Le graphique $x(t)$ est une **parabole**

Pourquoi étudier le MRUA?

Le MRUA est le modèle le plus simple pour décrire :

- Les phases de **démarrage** (accélération positive)
- Les phases de **freinage** (accélération négative)
- La **chute libre** (accélération = g)

C'est un modèle fondamental qui s'applique à de très nombreuses situations!

Dérivation des équations du MRUA

L'idée clé est de **partir des définitions de base** et de les combiner pour obtenir des équations utiles. Procédons étape par étape.

Équation 1 : Vitesse en fonction du temps

Par définition de l'accélération :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t}$$

En isolant v_f :

$$v_f = v_i + a \cdot \Delta t \quad (1.15)$$

Interprétation : La vitesse finale égale la vitesse initiale plus le « gain de vitesse » ($a \cdot \Delta t$).

Équation 2 : Vitesse moyenne dans un MRUA

Puisque la vitesse varie linéairement (le graphique $v(t)$ est une droite), la vitesse moyenne est simplement la **moyenne arithmétique** des vitesses initiale et finale :

$$v_{moy} = \frac{v_i + v_f}{2} \quad (1.16)$$

Cette formule n'est valide QUE pour un MRUA!

Équation 3 : Déplacement en fonction des vitesses

Par définition de la vitesse moyenne : $\Delta x = v_{moy} \cdot \Delta t$

En remplaçant v_{moy} par l'équation ?? :

$$\Delta x = \frac{v_i + v_f}{2} \cdot \Delta t \quad (1.17)$$

Utile quand on connaît les deux vitesses et le temps.

Équation 4 : Déplacement en fonction de a et t

Substituons l'équation ?? dans l'équation ?? :

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{v_i + (v_i + a\Delta t)}{2} \cdot \Delta t \\ &= \frac{2v_i + a\Delta t}{2} \cdot \Delta t \\ &= v_i \Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 \end{aligned}$$

$$\Delta x = v_i \Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 \quad (1.18)$$

La formule la plus utilisée! Elle donne la position à tout instant.

Équation 5 : L'équation sans le temps

Parfois, on ne connaît pas le temps et on ne veut pas le calculer. On peut éliminer Δt entre les équations ?? et ??.

De l'équation ?? : $\Delta t = \frac{v_f - v_i}{a}$

En substituant dans l'équation ?? :

$$\Delta x = \frac{v_i + v_f}{2} \cdot \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a}$$

En réarrangeant :

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x \quad (1.19)$$

Interprétation intuitive de l'équation ??

Cette équation est particulière car elle relie directement la vitesse au déplacement, **sans passer par le temps**.

Pourquoi v^2 et pas v ?

Imaginons deux situations de freinage :

- Voiture A : $v_i = 50 \text{ km/h}$, freine jusqu'à l'arrêt
- Voiture B : $v_i = 100 \text{ km/h}$ (le double), freine avec la même décélération

Intuitivement, on pourrait penser que B nécessite le double de distance pour s'arrêter. **Faux!**

L'équation nous dit que $\Delta x \propto v_i^2$, donc B nécessite **quatre fois** plus de distance!

C'est parce que :

1. B roule deux fois plus vite, donc parcourt plus de distance à chaque seconde
2. B met aussi deux fois plus de temps à s'arrêter (car $\Delta t = v_i/|a|$)

L'effet se **multiplie** : $2 \times 2 = 4$. D'où le v^2 .

Applications typiques :

- Calculer une **distance de freinage** (trouver Δx quand $v_f = 0$)
- Trouver la **vitesse finale** après un certain déplacement
- Déterminer l'**accélération nécessaire** pour atteindre une vitesse sur une distance donnée

Lien avec l'énergie : En multipliant par $\frac{1}{2}m$, on obtient le théorème de l'énergie cinétique : $\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}mv_i^2 + (ma)\Delta x$, soit : énergie cinétique finale = énergie cinétique initiale + travail de la force. Cette connexion sera approfondie au chapitre 2.

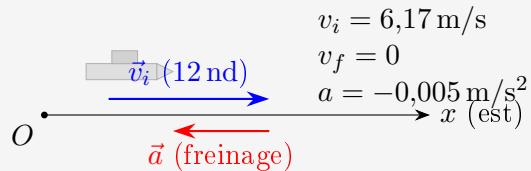
Tableau récapitulatif

No	Équation	Variables présentes	Variable absente
1	$v_f = v_i + a\Delta t$	$v_f, v_i, a, \Delta t$	Δx
2	$v_{moy} = \frac{v_i + v_f}{2}$	v_{moy}, v_i, v_f	$a, \Delta t, \Delta x$
3	$\Delta x = \frac{v_i + v_f}{2}\Delta t$	$\Delta x, v_i, v_f, \Delta t$	a
4	$\Delta x = v_i\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$	$\Delta x, v_i, a, \Delta t$	v_f
5	$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$	$v_f, v_i, a, \Delta x$	Δt

Stratégie de résolution

Pour choisir la bonne équation :

1. Dessiner un **schéma** et y inscrire le **système d'axes** (orientation, origine, sens positif) ainsi que les **données** du problème
2. Identifier les **données** du problème (ce qu'on connaît)
3. Identifier l'**inconnue** recherchée (ce qu'on cherche)
4. Choisir l'équation qui contient l'inconnue et les données, mais **pas** la variable qu'on ne connaît pas

1.6.4 Applications du MRUA**Exemple 1.29 – Distance de freinage d'un cargo**

Un cargo navigue à 12 nuds lorsque le capitaine ordonne l'arrêt des machines. Le navire décélère à $0,005 \text{ m/s}^2$. Quelle distance parcourt-il avant de s'immobiliser?

Données :

- $v_i = 12 \text{ nuds} \times \frac{0,5144 \text{ m/s}}{1 \text{ nud}} = 6,17 \text{ m/s}$
- $v_f = 0 \text{ m/s}$ (arrêt)
- $a = -0,005 \text{ m/s}^2$ (freinage)

Inconnue : $\Delta x = ?$

Choix de l'équation : On cherche Δx , on connaît v_i , v_f , a , mais pas $\Delta t \Rightarrow$ Équation 5

Solution :

$$\begin{aligned}
 v_f^2 &= v_i^2 + 2a\Delta x \\
 (0 \text{ m/s})^2 &= (6,17 \text{ m/s})^2 + 2(-0,005 \text{ m/s}^2)\Delta x \\
 0,01 \text{ m/s}^2 \cdot \Delta x &= 38,07 \text{ m}^2/\text{s}^2 \\
 \Delta x &= 3807 \text{ m} \approx 3,8 \text{ km}
 \end{aligned}$$

Conversion en milles nautiques : $\Delta x = 3,8 \text{ km} \times \frac{1 \text{ NM}}{1,852 \text{ km}} \approx 2,1 \text{ NM}$

Attention

Cette distance de freinage énorme explique pourquoi les officiers de navigation doivent anticiper les manœuvres bien à l'avance!

Comparaison : Une voiture à 90 km/h s'arrête en ~ 40 m. Un cargo à la même vitesse s'arrête en ~ 3800 m, soit **100 fois plus loin!**

▷ Pratique autonome 1.9

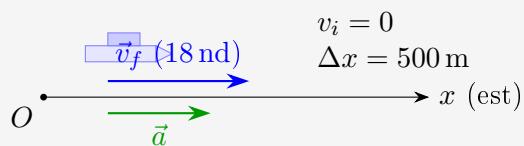
Un traversier navigue à 18 nudus lorsque le capitaine ordonne l'arrêt des machines. La décélération est de $0,01 \text{ m/s}^2$.

- Quelle distance parcourt-il avant de s'immobiliser?
- Combien de temps dure le freinage?

Indice : Choisissez l'équation du MRUA qui ne contient pas la variable inconnue que vous ne cherchez pas.

Résolution :

Rép. : a) $\Delta x \approx 4,3 \text{ km}$ b) $\Delta t \approx 15,4 \text{ min}$

Exemple 1.30 – Accélération d'un traversier

Un traversier quitte le quai et atteint sa vitesse de croisière de 18 nudus après avoir parcouru 500 m. Calculez :

- Son accélération

b) Le temps nécessaire pour atteindre cette vitesse

Données :

- $v_i = 0 \text{ m/s}$ (départ du repos)
- $v_f = 18 \text{ nud} \times \frac{0,5144 \text{ m/s}}{1 \text{ nud}} = 9,26 \text{ m/s}$
- $\Delta x = 500 \text{ m}$

Solution a) : Équation 5 (on ne connaît pas Δt)

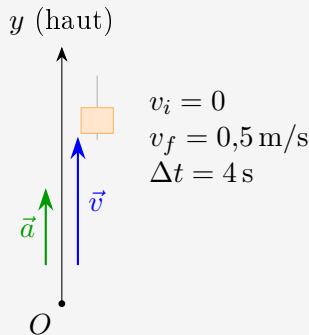
$$\begin{aligned} v_f^2 &= v_i^2 + 2a\Delta x \\ (9,26 \text{ m/s})^2 &= (0 \text{ m/s})^2 + 2a(500 \text{ m}) \\ a &= \frac{85,75 \text{ m}^2/\text{s}^2}{1000 \text{ m}} = 0,086 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Solution b) : Équation 1 (maintenant qu'on connaît a)

$$\begin{aligned} v_f &= v_i + a\Delta t \\ 9,26 &= 0 + 0,086 \cdot \Delta t \\ \Delta t &= \frac{9,26}{0,086} = 108 \text{ s} \approx 1,8 \text{ min} \end{aligned}$$

Réponses : a) $a = 0,086 \text{ m/s}^2$ b) $\Delta t \approx 1 \text{ min } 48 \text{ s}$

Exemple 1.31 – Chargement par grue



Une grue portuaire soulève un conteneur. Le conteneur part du repos et atteint une vitesse de $0,5 \text{ m/s}$ après 4 s , puis continue à vitesse constante.

- Quelle est l'accélération pendant la phase de démarrage?
- Quelle hauteur le conteneur a-t-il atteinte après 4 s ?
- Quelle hauteur atteint-il après 10 s au total?

Solution a) :

$$a = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{0,5 - 0}{4} = 0,125 \text{ m/s}^2$$

Solution b) : Phase accélérée (MRUA)

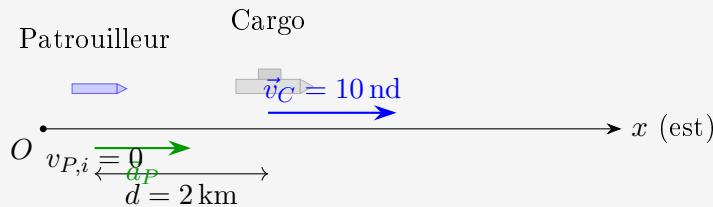
$$\Delta y_1 = v_i \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 = 0 + \frac{1}{2} (0,125) (4)^2 = 1 \text{ m}$$

Solution c) : Phase à vitesse constante (MRU) : 6 s à 0,5 m/s

$$\Delta y_2 = v \cdot \Delta t = 0,5 \times 6 = 3 \text{ m}$$

Hauteur totale : $\Delta y = 1 + 3 = 4 \text{ m}$

Exemple 1.32 – Interception : patrouilleur et cargo (MRU + MRUA)



Un cargo navigue en MRU à $v_C = 10$ nuds (5,14 m/s) vers l'est. Un patrouilleur de la Garde côtière, initialement au repos à $d = 2$ km derrière le cargo, démarre avec une accélération constante de $a_P = 0,15 \text{ m/s}^2$.

- a) Après combien de temps le patrouilleur rattrapera-t-il le cargo?
- b) À quelle vitesse le patrouilleur se déplacera-t-il à ce moment?
- c) Quelle distance aura parcourue chaque navire?

Référentiel : Origine à la position initiale du patrouilleur, axe x positif vers l'est.

Équations de position :

$$\text{Patrouilleur (MRUA)} : \quad x_P(t) = \frac{1}{2} a_P t^2 = \frac{1}{2} (0,15) t^2 = 0,075 t^2$$

$$\text{Cargo (MRU)} : \quad x_C(t) = d + v_C \cdot t = 2000 + 5,14 t$$

a) Temps d'interception :

Rencontre quand $x_P = x_C$:

$$\begin{aligned} 0,075 t^2 &= 2000 + 5,14 t \\ 0,075 t^2 - 5,14 t - 2000 &= 0 \end{aligned}$$

Par la formule quadratique ($a = 0,075$, $b = -5,14$, $c = -2000$) :

$$t = \frac{5,14 \pm \sqrt{(-5,14)^2 - 4(0,075)(-2000)}}{2(0,075)} = \frac{5,14 \pm \sqrt{26,4 + 600}}{0,15}$$

$$t = \frac{5,14 \pm 25,0}{0,15}$$

Solution positive : $t = \frac{5,14 + 25,0}{0,15} = 201 \text{ s} \approx 3 \text{ min } 21 \text{ s}$

b) Vitesse du patrouilleur à l'interception :

$$v_P = v_{P,i} + a_P t = 0 + 0,15 \times 201 = 30,2 \text{ m/s}$$

Conversion : $v_P = 30,2 \times \frac{1}{0,5144} = 58,7 \text{ nuds}$

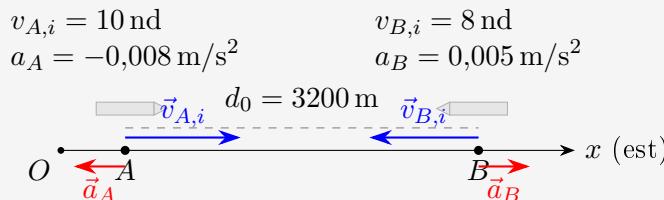
c) Distances parcourues :

$$\Delta x_P = \frac{1}{2} a_P t^2 = \frac{1}{2} (0,15) (201)^2 = 3030 \text{ m} \approx 3,0 \text{ km}$$

$$\Delta x_C = v_C \cdot t = 5,14 \times 201 = 1033 \text{ m} \approx 1,0 \text{ km}$$

Vérification : Position d'interception : $x = 2000 + 1033 = 3033 \text{ m} \checkmark$

Exemple 1.33 – Manœuvre d'évitement – Situation critique



Deux navires naviguent l'un vers l'autre dans un chenal étroit. Le navire A (cargo) se déplace vers l'est à 10 nuds. Le navire B (pétrolier) se déplace vers l'ouest à 8 nuds. Ils sont initialement séparés de 3200 m.

Au même instant, les deux capitaines ordonnent le freinage d'urgence :

- Navire A : décélération $a_A = 0,008 \text{ m/s}^2$
- Navire B : décélération $a_B = 0,005 \text{ m/s}^2$ (plus lourd)

Questions :

- Les navires vont-ils entrer en collision?
- Si oui, à quelle vitesse? Si non, quelle sera la distance minimale entre eux?

Stratégie : Choisissons un référentiel avec l'origine au point de départ de A, l'axe x positif vers l'est. Calculons la distance de freinage de chaque navire.

Conversion des vitesses en m/s :

$$v_{A,i} = 10 \text{ nuds} \times \frac{0,5144 \text{ m/s}}{1 \text{ nud}} = 5,14 \text{ m/s} \quad (\text{vers l'est})$$

$$v_{B,i} = -8 \text{ nuds} \times \frac{0,5144 \text{ m/s}}{1 \text{ nud}} = -4,12 \text{ m/s} \quad (\text{vers l'ouest})$$

Données complètes :

- Navire A : $x_{A,i} = 0 \text{ m}$, $v_{A,i} = 5,14 \text{ m/s}$, $a_A = -0,008 \text{ m/s}^2$

- Navire B : $x_{B,i} = 3200 \text{ m}$, $v_{B,i} = -4,12 \text{ m/s}$, $a_B = 0,005 \text{ m/s}^2$

Note : L'accélération de B est positive car elle s'oppose à sa vitesse négative (freinage).

Distance de freinage de A : (Équation 5 avec $v_f = 0$)

$$0 = v_{A,i}^2 + 2a_A \Delta x_A$$

$$\Delta x_A = -\frac{v_{A,i}^2}{2a_A} = -\frac{(5,14 \text{ m/s})^2}{2 \times (-0,008 \text{ m/s}^2)} = 1653 \text{ m}$$

Position finale de A (s'il freinait complètement) : $x_{A,f} = 0 \text{ m} + 1653 \text{ m} = 1653 \text{ m}$

Distance de freinage de B :

$$0 = v_{B,i}^2 + 2a_B \Delta x_B$$

$$\Delta x_B = -\frac{v_{B,i}^2}{2a_B} = -\frac{(-4,12 \text{ m/s})^2}{2 \times (0,005 \text{ m/s}^2)} = -1698 \text{ m}$$

Position finale de B (s'il freinait complètement) : $x_{B,f} = 3200 \text{ m} + (-1698 \text{ m}) = 1502 \text{ m}$

Analyse :

Si les deux navires pouvaient freiner complètement sans se rencontrer :

- A s'arrêterait à $x = 1653 \text{ m}$
- B s'arrêterait à $x = 1502 \text{ m}$

Puisque $x_{A,f} > x_{B,f}$, les trajectoires se croisent avant l'arrêt complet!

a) Réponse : Oui, collision inévitable (mais de justesse).

b) Position et instant de collision :

Pour trouver quand ils se rencontrent, on écrit $x_A(t) = x_B(t)$:

$$v_{A,i}t + \frac{1}{2}a_A t^2 = x_{B,i} + v_{B,i}t + \frac{1}{2}a_B t^2$$

$$5,14t - 0,004t^2 = 3200 - 4,12t + 0,0025t^2$$

$$-0,0065t^2 + 9,26t - 3200 = 0$$

Par la formule quadratique : $t = \frac{-9,26 \pm \sqrt{9,26^2 - 4(-0,0065)(-3200)}}{2(-0,0065)}$

$$t = \frac{-9,26 \pm \sqrt{85,75 - 83,2}}{-0,013} = \frac{-9,26 \pm 1,60}{-0,013}$$

$t = 589 \text{ s} \approx 9,8 \text{ min}$ (l'autre solution correspond à un temps où les navires seraient déjà arrêtés)

Vitesses à l'impact :

$$v_A = v_{A,i} + a_A t = 5,14 \text{ m/s} + (-0,008 \text{ m/s}^2)(589 \text{ s}) = 0,43 \text{ m/s}$$

$$v_B = v_{B,i} + a_B t = -4,12 \text{ m/s} + (0,005 \text{ m/s}^2)(589 \text{ s}) = -1,17 \text{ m/s}$$

Conversion en noeuds :

$$v_A = 0,43 \text{ m/s} \times \frac{1 \text{ nud}}{0,5144 \text{ m/s}} = 0,8 \text{ nuds}$$

$$v_B = -1,17 \text{ m/s} \times \frac{1 \text{ nud}}{0,5144 \text{ m/s}} = -2,3 \text{ nuds}$$

Vitesse relative d'impact :

$$|v_A - v_B| = |0,43 \text{ m/s} - (-1,17 \text{ m/s})| = 1,60 \text{ m/s} = 3,1 \text{ nuds}$$

Attention

Cette collision à basse vitesse (~ 3 nuds) est comparable à un contact lors d'une manœuvre d'accostage ratée. Les dégâts seraient limités, mais l'incident reste sérieux. Avec seulement 100 m de plus entre les navires au départ, la collision aurait été évitée!

1.7 Corps en chute libre

La chute libre est un cas particulier très important du MRUA : c'est le mouvement d'un objet soumis uniquement à la gravité. Ce type de mouvement est omniprésent, que ce soit un outil qui tombe d'un mât, un plongeur qui saute à l'eau, ou un homme à la mer.

Questions types que nous allons résoudre

Dans cette section, vous apprendrez à répondre aux questions suivantes :

- Combien de temps dure une chute d'une hauteur donnée?
- À quelle vitesse un objet touche-t-il le sol (ou l'eau)?
- Quelle hauteur maximale atteint un objet lancé vers le haut?
- Combien de temps un objet lancé vers le haut reste-t-il en l'air?
- Quelle vitesse initiale faut-il pour atteindre une certaine hauteur?

1.7.1 Définition et hypothèses

Chute libre

Un **corps en chute libre** est un objet qui se déplace uniquement sous l'influence de la gravité, sans qu'aucune autre force n'agisse sur lui de façon significative.

Attention : Un corps en chute libre n'est pas nécessairement un objet qui « tombe ». Un objet lancé vers le haut est aussi en chute libre dès qu'il quitte la main!

Hypothèses simplificatrices

Pour étudier la chute libre, on fait deux hypothèses :

1. La **résistance de l'air est négligeable** (valable pour des objets denses à faible vitesse)
2. L'**altitude reste faible** par rapport au rayon de la Terre (donc g est constante)

Ces hypothèses permettent de traiter la chute libre comme un **MRUA vertical**.

1.7.2 L'accélération gravitationnelle

Près de la surface de la Terre, tous les corps en chute libre subissent la même accélération, quelle que soit leur masse :

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2 \quad (\text{vers le centre de la Terre}) \quad (1.20)$$

Exemple 1.34 – Expérience historique : la plume et le marteau

Le 2 août 1971, l'astronaute David Scott a réalisé une expérience sur la Lune : il a lâché simultanément un marteau de géologue et une plume de faucon. Sans atmosphère pour créer de la résistance, les deux objets sont arrivés au sol **en même temps**, confirmant que tous les corps tombent avec la même accélération en l'absence d'air.

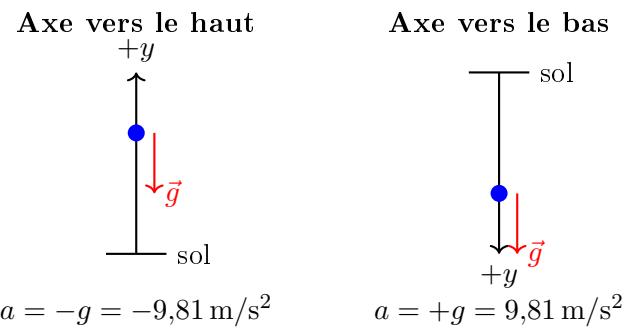
Sur Terre, une plume tombe plus lentement qu'un marteau à cause de la résistance de l'air, pas à cause d'une différence d'accélération gravitationnelle.

Visionnez cette expérience historique :

<https://www.youtube.com/watch?v=KDp1tiUsZw8>

1.7.3 Convention de signes

Le choix de l'orientation de l'axe y détermine le signe de l'accélération :



Attention

La convention la plus courante (et celle utilisée dans ce cours) est de choisir l'axe y **positif vers le haut**. Dans ce cas :

$$a_y = -g = -9,81 \text{ m/s}^2$$

Le signe négatif indique que l'accélération est dirigée vers le bas.

1.7.4 Équations de la chute libre

Les équations de la chute libre sont les équations du MRUA appliquées à la direction verticale :

Équations de la chute libre (axe y positif vers le haut)

$$v_y = v_{iy} + a_y \Delta t = v_{iy} - g \Delta t \quad (1.21)$$

$$\Delta y = v_{iy} \Delta t + \frac{1}{2} a_y (\Delta t)^2 = v_{iy} \Delta t - \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 \quad (1.22)$$

$$v_y^2 = v_{iy}^2 + 2a_y \Delta y = v_{iy}^2 - 2g \Delta y \quad (1.23)$$

Notation

- v_{iy} : vitesse initiale verticale (positive vers le haut, négative vers le bas)
- v_y : vitesse finale verticale
- $\Delta y = y_f - y_i$: déplacement vertical
- $g = 9,81 \text{ m/s}^2$: valeur absolue de l'accélération gravitationnelle

1.7.5 Cas particuliers**Objet lâché (sans vitesse initiale)****Exemple 1.35 – Outil tombant d'un mât (exemple maritime)**

Un matelot échappe une clé à molette du haut d'un mât situé à 25 m au-dessus du pont.

- Combien de temps met la clé pour atteindre le pont?
- À quelle vitesse frappe-t-elle le pont?

Données :

- $y_i = 25 \text{ m}$ (origine au pont, axe vers le haut)
- $y_f = 0 \text{ m}$
- $v_{iy} = 0 \text{ m/s}$ (lâchée, pas lancée)
- $a_y = -9,81 \text{ m/s}^2$

a) Temps de chute :

$$\begin{aligned} \Delta y &= v_{iy} \Delta t - \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 \\ 0 - 25 &= 0 - \frac{1}{2} (9,81) (\Delta t)^2 \\ \Delta t &= \sqrt{\frac{2 \times 25}{9,81}} = 2,26 \text{ s} \end{aligned}$$

b) Vitesse d'impact :

$$v_y = v_{iy} - g\Delta t$$
$$v_y = 0 - 9,81 \times 2,26 = -22,2 \text{ m/s}$$

Le signe négatif indique que la vitesse est dirigée vers le bas. La clé frappe le pont à 22,2 m/s (80 km/h)!

Attention

C'est pourquoi le port du casque est obligatoire sur les chantiers navals et lors de certaines opérations à bord!

▷ Pratique autonome 1.10

Un conteneur se détache d'une grue portuaire et tombe d'une hauteur de 18 m au-dessus du quai.

- Combien de temps dure la chute?
- À quelle vitesse le conteneur frappe-t-il le quai? Exprimez votre réponse en m/s et en km/h.

Résolution :

Rép. : a) $\Delta t \approx 1,9 \text{ s}$ b) $v \approx 18,8 \text{ m/s} \approx 68 \text{ km/h}$

Objet lancé vers le haut

Exemple 1.36 – Fusée éclairante lancée à la main

Un marin lance une fusée éclairante vers le haut avec une vitesse initiale de 15 m/s depuis le pont situé à 8 m au-dessus de l'eau.

- Quelle hauteur maximale atteint-elle?
- Combien de temps reste-t-elle en l'air avant de toucher l'eau?

Données :

- $y_i = 8 \text{ m}$ (origine à la surface de l'eau)
- $v_{iy} = 15 \text{ m/s}$ (vers le haut)
- $a_y = -9,81 \text{ m/s}^2$

a) Hauteur maximale :

Au point le plus haut, la vitesse verticale est nulle ($v_y = 0$).

$$\begin{aligned} v_y^2 &= v_{iy}^2 - 2g\Delta y \\ 0 &= 15^2 - 2(9,81)\Delta y \\ \Delta y &= \frac{225}{19,62} = 11,5 \text{ m} \end{aligned}$$

Hauteur maximale : $y_{max} = y_i + \Delta y = 8 + 11,5 = 19,5 \text{ m}$ au-dessus de l'eau.

b) Temps total en l'air :

La fusée touche l'eau quand $y_f = 0$.

$$\begin{aligned} y_f &= y_i + v_{iy}\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \\ 0 &= 8 + 15\Delta t - 4,905(\Delta t)^2 \end{aligned}$$

Équation quadratique : $4,905(\Delta t)^2 - 15\Delta t - 8 = 0$

$$\Delta t = \frac{15 \pm \sqrt{225 + 4(4,905)(8)}}{2(4,905)} = \frac{15 \pm 18,5}{9,81}$$

Solution positive : $\Delta t = 3,41 \text{ s}$

La fusée reste en l'air pendant 3,41 s.

▷ Pratique autonome 1.11

Un marin lance verticalement une bouée de sauvetage lumineuse avec une vitesse initiale de 12 m/s depuis le pont situé à 6 m au-dessus de l'eau.

- Quelle hauteur maximale atteint-elle au-dessus de l'eau?
- Combien de temps reste-t-elle en l'air avant de toucher l'eau?

Indice : Pour a), au point le plus haut, $v_y = 0$. Pour b), résolvez $y_f = 0$.

Résolution :

Rép. : a) $y_{max} \approx 13,3 \text{ m}$ b) $\Delta t \approx 2,8 \text{ s}$

Symétrie de la chute libre

Pour un objet lancé vers le haut qui retombe au même niveau :

- Le temps de montée égale le temps de descente
- La vitesse de retour a la même grandeur que la vitesse initiale (mais sens opposé)

Cette symétrie ne s'applique que si le point de départ et d'arrivée sont au même niveau.

1.7.6 Application maritime : homme à la mer

Exemple 1.37 – Chute d'un homme à la mer

Un marin tombe d'un pont situé à 12 m au-dessus de la surface de l'eau. En supposant qu'il ne saute pas (vitesse initiale nulle) :

- Combien de temps dure la chute?
 - À quelle vitesse entre-t-il dans l'eau?
- a) Temps de chute :

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 12}{9,81}} = 1,56 \text{ s}$$

- b) Vitesse d'entrée dans l'eau :

$$v = g\Delta t = 9,81 \times 1,56 = 15,3 \text{ m/s} \approx 55 \text{ km/h}$$

Attention

Une entrée dans l'eau à 55 km/h peut causer des blessures graves si la position du corps n'est pas adéquate. C'est pourquoi la formation à la survie en mer insiste sur la position à adopter lors d'une chute : bras croisés, jambes serrées, regard à l'horizon.

Hauteur de chute	Temps de chute	Vitesse d'impact
5 m	1,0 s	10 m/s (36 km/h)
10 m	1,4 s	14 m/s (50 km/h)
15 m	1,7 s	17 m/s (62 km/h)
20 m	2,0 s	20 m/s (72 km/h)
30 m	2,5 s	24 m/s (87 km/h)

L'universalité de la chute libre

Les équations de la chute libre s'appliquent à tout objet : un conteneur qui tombe d'une grue, un plongeur qui saute d'un tremplin, une pomme qui tombe d'un arbre, ou une balle lancée en l'air. Seule la valeur de g change selon la planète!

Sur la Lune : $g_{Lune} = 1,62 \text{ m/s}^2$ (environ 6 fois moins que sur Terre).

1.8 Mouvement en deux dimensions

Jusqu'à présent, nous avons étudié des mouvements en **une dimension** : des objets se déplaçant le long d'une ligne droite (un axe x ou y). Cependant, la plupart des mouvements réels se produisent en **deux ou trois dimensions**.

Exemples de mouvements en 2D

- Un navire qui navigue sur la mer (surface 2D)
- Une balle lancée qui suit une trajectoire courbe
- Un avion en vol (3D, mais on peut souvent simplifier en 2D)
- Un homme à la mer tombé d'un navire en mouvement

1.8.1 Le principe de décomposition

La clé pour analyser un mouvement en 2D est de le **décomposer** en deux mouvements indépendants selon les axes x et y .

Indépendance des mouvements

Dans un mouvement en deux dimensions, les composantes horizontale (x) et verticale (y) du mouvement sont **indépendantes** l'une de l'autre.

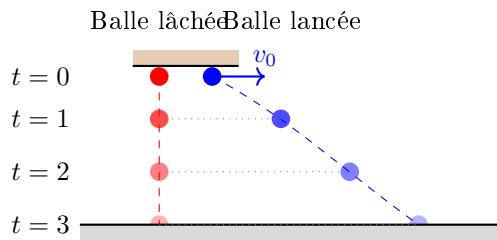
Cela signifie que :

- Le mouvement en x n'affecte pas le mouvement en y
- Le mouvement en y n'affecte pas le mouvement en x
- On peut analyser chaque direction séparément

Pourquoi peut-on décomposer? – Développer l'intuition

Cette indépendance semble contre-intuitive! On pourrait penser qu'un objet lancé horizontalement tombe « moins vite » qu'un objet simplement lâché. **C'est faux.**

L'expérience des deux balles :



Deux balles sont à la même hauteur. Au même instant, l'une est **lâchée** et l'autre est **lancée horizontalement**. Résultat : **elles touchent le sol en même temps!**

La vitesse horizontale de la balle lancée n'affecte pas sa chute. Les deux balles subissent exactement la même accélération verticale (g), donc elles tombent à la même vitesse verticale.

Analogie maritime : Imaginez un matelot au sommet d'un mât sur un navire avancant à vitesse constante. S'il lâche une clé :

- **Du point de vue du matelot** : la clé tombe droit vers le bas
- **Du point de vue du quai** : la clé suit une trajectoire courbe (parabole)

La clé « conserve » la vitesse horizontale du navire pendant toute sa chute, mais cette vitesse horizontale n'affecte en rien la durée de la chute!

Essayez en classe : Placez deux pièces de monnaie sur le bord d'une table. Frappez-en une horizontalement avec une règle pendant que l'autre tombe. Écoutez : un seul « clic » au sol!

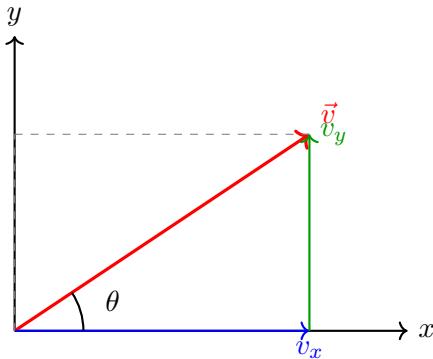
Principe fondamental

Pour résoudre un problème de mouvement en 2D :

1. Décomposer le mouvement en composantes x et y
2. Résoudre **séparément** le mouvement en x et en y
3. Relier les deux par le **temps** Δt (qui est le même pour les deux)
4. Recombiner les résultats si nécessaire

1.8.2 Décomposition d'un vecteur

Tout vecteur (position, vitesse, accélération) peut être décomposé en composantes :



Décomposition d'un vecteur

$$v_x = v \cos \theta \quad (1.24)$$

$$v_y = v \sin \theta \quad (1.25)$$

où θ est l'angle par rapport à l'horizontale.

Recomposition (module et direction)

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (1.26)$$

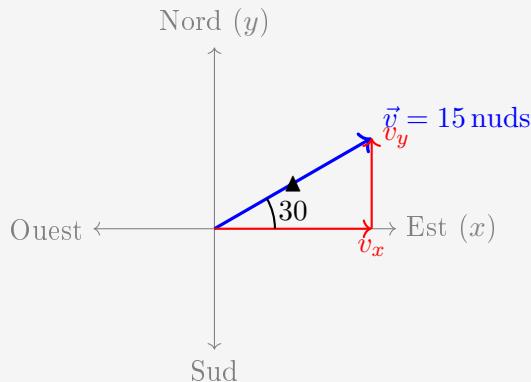
$$\theta = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \quad (1.27)$$

1.8.3 Exemple : navigation d'un navire

Exemple 1.38 – Cap et vitesse d'un navire

Un navire navigue à 15 nuds avec un cap de 30° par rapport à l'est (c'est-à-dire 30° nord de l'est).

Quelles sont les composantes est-ouest et nord-sud de sa vitesse?



Composante est-ouest :

$$v_x = v \cos \theta = 15 \cos 30 = 15 \times 0,866 = 13,0 \text{ nuds}$$

Composante nord-sud :

$$v_y = v \sin \theta = 15 \sin 30 = 15 \times 0,5 = 7,5 \text{ nuds}$$

Le navire se déplace donc à 13,0 nuds vers l'est et 7,5 nuds vers le nord.

1.8.4 Application au projectile

Le mouvement d'un **projectile** (objet lancé dans l'air) est l'exemple classique de mouvement en 2D. On le décompose en :

Direction horizontale (x)	Direction verticale (y)
Aucune force horizontale	Gravité (vers le bas)
$a_x = 0$	$a_y = -g$
MRU (vitesse constante)	Chute libre (MRUA)

Ce qui relie les deux directions

Les mouvements en x et en y sont indépendants, mais ils partagent le même **temps** Δt . C'est cette variable commune qui permet de relier les deux directions et de déterminer, par exemple, où un projectile atterrit.

Dans la section suivante, nous appliquerons ces principes à l'étude complète du mouvement d'un projectile.

1.9 Mouvement d'un projectile

Un peu d'histoire : Galilée et la décomposition du mouvement

Avant **Galilée** (1564–1642), les savants croyaient qu'un boulet de canon suivait d'abord une ligne droite, puis tombait verticalement une fois sa « force » épuisée. Cette vision, héritée d'Aristote, ne correspondait pas aux observations.

La contribution révolutionnaire de Galilée fut de comprendre que **le mouvement horizontal et le mouvement vertical sont indépendants**. Un objet lancé continue d'avancer horizontalement *en même temps* qu'il tombe verticalement — les deux mouvements se superposent sans s'influencer mutuellement.

Le principe d'indépendance des mouvements

Galilée démontra ce principe par une expérience de pensée : une bille lâchée du haut du mât d'un navire en mouvement tombe au pied du mât, pas derrière. La bille conserve le mouvement horizontal du navire pendant sa chute.

Ce principe est fondamental pour les navigateurs : un objet qui tombe d'un navire en mouvement ne tombe pas « en arrière » — il conserve la vitesse du navire.

Cette décomposition en mouvements indépendants est la clé pour analyser les projectiles : on traite séparément la direction horizontale (mouvement uniforme) et la direction verticale (chute libre), puis on combine les résultats.

Un **projectile** est un objet lancé dans l'air qui se déplace ensuite uniquement sous l'influence de la gravité. C'est l'application directe des principes du mouvement en 2D que nous venons de voir.

Questions types que nous allons résoudre

Dans cette section, vous apprendrez à répondre aux questions suivantes :

- Quelle est la **portée** (distance horizontale) d'un projectile?
- Quelle **hauteur maximale** atteint-il?
- Combien de **temps** reste-t-il en l'air?
- Où **atterrit** un objet lancé horizontalement?
- À quel angle faut-il lancer pour atteindre une cible?
- Où tombe un objet lâché d'un navire en mouvement?

Projectile

Un projectile est un corps lancé avec une vitesse initiale quelconque et qui se déplace sous la seule action de la gravité (résistance de l'air négligée).

Exemples : ballon lancé, balle de baseball, fusée éclairante, lance-amarre, boulet de canon.

Rappel fondamental

Puisque la gravité est la **seule force** et qu'elle agit **verticalement** :

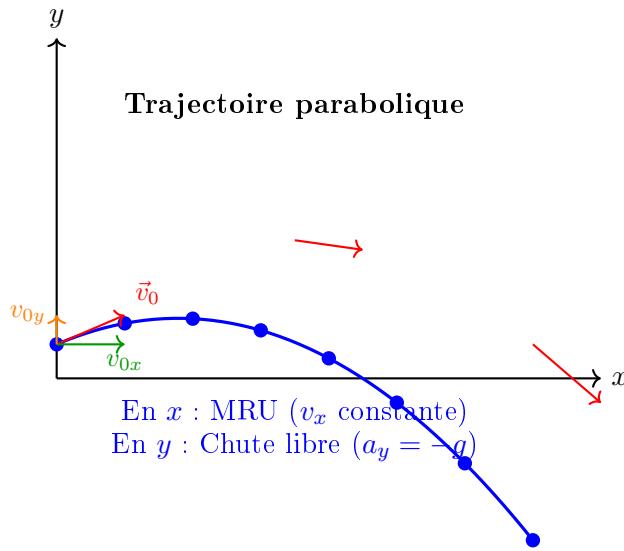
- En x : pas d'accélération ($a_x = 0$) \Rightarrow **MRU**
- En y : accélération constante ($a_y = -g$) \Rightarrow **Chute libre**

La composante horizontale de la vitesse **reste constante** tout au long du vol!

1.9.1 Stratégie de résolution**Stratégie de résolution – TRÈS IMPORTANT**

Pour résoudre des problèmes de projectile en 2D, il faut **toujours** :

1. **Décomposer** le mouvement en deux directions : x (horizontal) et y (vertical)
2. **Traiter séparément** chaque direction
3. **Relier** les deux directions par le **temps Δt** (qui est le même pour les deux)

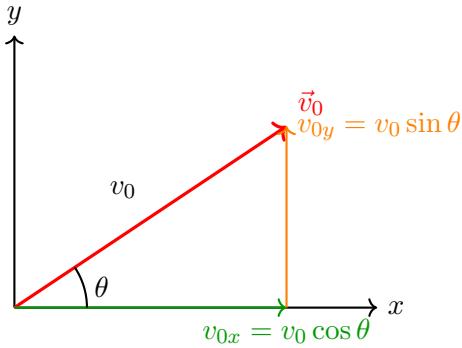
**1.9.2 Décomposition de la vitesse initiale**

Si le projectile est lancé avec une vitesse initiale v_0 faisant un angle θ avec l'horizontale :

Composantes de la vitesse initiale

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta \quad (1.28)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta \quad (1.29)$$



1.9.3 Équations du mouvement

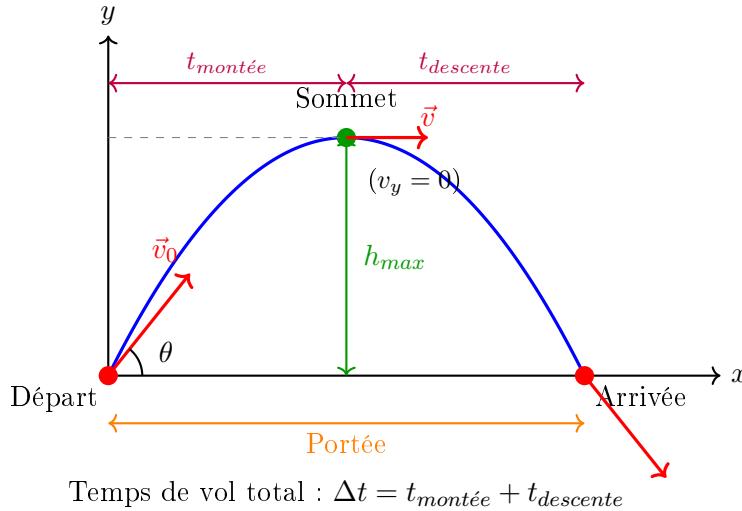
Direction horizontale (x)	Direction verticale (y)
MRU (vitesse constante)	Chute libre (MRUA)
$a_x = 0$	$a_y = -g$
$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta$	$v_y = v_{0y} - g\Delta t = v_0 \sin \theta - g\Delta t$
$\Delta x = v_{0x}\Delta t = (v_0 \cos \theta)\Delta t$	$\Delta y = v_{0y}\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$
	$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y$

Le temps relie les deux directions

Le temps Δt est le même pour le mouvement horizontal et vertical. C'est ce qui permet de relier les deux directions et de résoudre les problèmes.

1.9.4 Caractéristiques de la trajectoire

Lors de l'analyse d'un projectile, on s'intéresse souvent à trois grandeurs clés. Plutôt que de mémoiser des formules spécifiques, il est préférable de comprendre **comment les trouver** à partir des équations de base.



Observations importantes sur le schéma

- Au **sommet**, la vitesse n'est **pas nulle**! Seule la composante verticale v_y est nulle. La composante horizontale v_x reste constante tout au long du vol.
- Pour un projectile lancé et retombant au même niveau, le temps de montée égale le temps de descente (symétrie).
- La trajectoire est une **parabole**, conséquence directe du MRU en x et du MRUA en y .

Portée horizontale

Portée

La **portée** est la distance horizontale totale parcourue par le projectile entre son lancement et son atterrissage.

Comment la trouver :

1. Déterminer le **temps de vol** Δt en utilisant l'équation verticale (quand y revient au niveau d'arrivée)
2. Utiliser ce temps dans l'équation horizontale : Portée = $v_{0x} \cdot \Delta t$

Remarque

Pour un projectile lancé et retombant au même niveau, la portée est maximale lorsque l'angle de lancement est de 45°.

Hauteur maximale

Hauteur maximale

La **hauteur maximale** est l'altitude la plus élevée atteinte par le projectile au cours de son vol.

Comment la trouver :

Au point le plus haut, la composante verticale de la vitesse s'annule ($v_y = 0$). On utilise alors l'équation $v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y$ avec $v_y = 0$ pour trouver Δy_{max} .

Temps de vol

Temps de vol

Le **temps de vol** est la durée totale pendant laquelle le projectile reste en l'air, du lancement jusqu'à l'atterrissage.

Comment le trouver :

On utilise l'équation de position verticale $\Delta y = v_{0y}\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$ en fixant Δy égal au déplacement vertical total (souvent zéro si retour au même niveau, ou négatif si atterrissage plus bas).

Approche recommandée

Plutôt que de mémoriser des formules spécifiques pour la portée, la hauteur maximale ou le temps de vol, il est beaucoup plus efficace de :

1. Maîtriser les équations de base (MRU en x , chute libre en y)
2. Identifier ce qu'on cherche et ce qu'on connaît
3. Appliquer la stratégie de décomposition systématiquement

Cette approche fonctionne pour **tous** les problèmes de projectile, même les plus complexes!

1.9.5 Exemples

Exemple 1.39 – Ballon de soccer (exemple terrestre)

Un joueur botte un ballon avec une vitesse initiale de 20 m/s à un angle de 30° par rapport au sol.

- a) Quelle est la portée du tir?
- b) Quelle hauteur maximale atteint le ballon?
- c) Combien de temps le ballon reste-t-il en l'air?

Données :

- $v_0 = 20 \text{ m/s}, \theta = 30^\circ$
- $v_{0x} = 20 \cos 30 = 17,3 \text{ m/s}$
- $v_{0y} = 20 \sin 30 = 10 \text{ m/s}$

b) **Hauteur maximale :** (on commence par celle-ci car elle ne nécessite pas le temps)

Au point le plus haut, $v_y = 0$. Utilisons $v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y$:

$$0 = 10^2 - 2(9,81)\Delta y_{max}$$

$$\Delta y_{max} = \frac{100}{19,62} = 5,10 \text{ m}$$

c) **Temps de vol :**

Le ballon revient au sol quand $\Delta y = 0$. Utilisons $\Delta y = v_{0y}\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$:

$$0 = 10\Delta t - 4,905(\Delta t)^2$$

$$0 = \Delta t(10 - 4,905\Delta t)$$

Solutions : $\Delta t = 0$ (départ) ou $\Delta t = \frac{10}{4,905} = 2,04 \text{ s}$ (atterrissement)

a) **Portée :**

Maintenant qu'on connaît le temps de vol :

$$\text{Portée} = v_{0x} \cdot \Delta t = 17,3 \times 2,04 = 35,3 \text{ m}$$

Exemple 1.40 – Lance-amarre (exemple maritime)

Un marin utilise un lance-amarre pour envoyer une ligne vers un quai. L'appareil lance le projectile à 25 m/s avec un angle de 40°. Le marin se trouve sur le pont à 6 m au-dessus du niveau du quai.

Quelle est la portée horizontale du tir?

Données :

- $v_0 = 25 \text{ m/s}, \theta = 40^\circ$
- $y_i = 6 \text{ m}, y_f = 0 \text{ m}$ (niveau du quai)
- $v_{0x} = 25 \cos 40 = 19,2 \text{ m/s}$
- $v_{0y} = 25 \sin 40 = 16,1 \text{ m/s}$

Étape 1 : Trouver le temps de vol

On utilise l'équation en y :

$$y_f = y_i + v_{0y}\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$$

$$0 = 6 + 16,1\Delta t - 4,905(\Delta t)^2$$

Équation quadratique : $4,905(\Delta t)^2 - 16,1\Delta t - 6 = 0$

$$\Delta t = \frac{16,1 + \sqrt{259,2 + 117,7}}{9,81} = \frac{16,1 + 19,4}{9,81} = 3,62 \text{ s}$$

Étape 2 : Calculer la portée

$$\Delta x = v_{0x} \Delta t = 19,2 \times 3,62 = 69,5 \text{ m}$$

Le lance-amarre peut atteindre une cible à environ 70 m.

Remarque

Le fait de lancer depuis une position surélevée augmente significativement la portée par rapport à un lancer au niveau du sol.

▷ Pratique autonome 1.12

Un lance-amarre tire une ligne avec une vitesse initiale de 30 m/s à un angle de 40° au-dessus de l'horizontale, depuis une hauteur de 4 m au-dessus de l'eau.

- a) Décomposez la vitesse initiale en ses composantes v_{0x} et v_{0y} .
- b) Calculez la portée horizontale (distance où la ligne touche l'eau).

Indice : Trouvez d'abord le temps de vol en résolvant $y_f = 0$.

Résolution :

Rép. : a) $v_{0x} \approx 23,0 \text{ m/s}$, $v_{0y} \approx 19,3 \text{ m/s}$ b) Portée $\approx 97 \text{ m}$

Exemple 1.41 – Homme à la mer depuis un navire en mouvement

Un marin tombe d'un navire qui avance à 8 nuds. Il tombe d'une hauteur de 10 m. À quelle distance horizontale du point de chute le marin entre-t-il dans l'eau?

Analyse : Au moment de la chute, le marin a la même vitesse horizontale que le navire. C'est

un projectile lancé horizontalement ($\theta = 0$).

Conversion de la vitesse :

$$v_{0x} = 8 \text{ nuds} \times \frac{0,5144 \text{ m/s}}{1 \text{ nud}} = 4,1 \text{ m/s}$$

Données :

- $v_{0x} = 4,1 \text{ m/s}$ (vitesse du navire)
- $v_{0y} = 0 \text{ m/s}$ (chute, pas saut)
- $\Delta y = -10 \text{ m}$

Temps de chute : On utilise l'équation de position verticale avec $v_{0y} = 0$:

$$\begin{aligned}\Delta y &= v_{0y}\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \\ -10 &= 0 - \frac{1}{2}(9,81)(\Delta t)^2 \\ (\Delta t)^2 &= \frac{2 \times 10}{9,81} = 2,04 \\ \Delta t &= 1,43 \text{ s}\end{aligned}$$

Distance horizontale :

$$\Delta x = v_{0x}\Delta t = 4,1 \times 1,43 = 5,9 \text{ m}$$

Le marin entre dans l'eau à environ 6 m en avant du point d'où il est tombé (par rapport à l'eau, pas par rapport au navire qui continue d'avancer).

Attention

Pendant ce temps, le navire a aussi avancé de 5,9 m. Du point de vue d'un observateur sur le navire, le marin semble tomber verticalement! C'est le principe de l'indépendance des mouvements.

Exemple 1.42 – Problème inverse : trouver l'angle de lancement

Un canon lance-amarre doit atteindre un quai situé à 50 m de distance horizontale. La vitesse de sortie du projectile est de 30 m/s. Le canon et le quai sont au même niveau.

À quel angle faut-il régler le canon?

Données :

- Portée souhaitée : $\Delta x = 50 \text{ m}$
- Vitesse initiale : $v_0 = 30 \text{ m/s}$
- Déplacement vertical : $\Delta y = 0$ (même niveau)
- Inconnue : $\theta = ?$

Stratégie : On doit relier la portée à l'angle. Exprimons Δx en fonction de θ .

Étape 1 : Trouver le temps de vol en fonction de θ

Quand le projectile revient au même niveau, $\Delta y = 0$:

$$\begin{aligned}\Delta y &= v_{0y}\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \\ 0 &= (v_0 \sin \theta)\Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \\ 0 &= \Delta t \left(v_0 \sin \theta - \frac{1}{2}g\Delta t \right)\end{aligned}$$

Solutions : $\Delta t = 0$ (départ) ou $\Delta t = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$ (atterrissement)

Étape 2 : Exprimer la portée

$$\begin{aligned}\Delta x &= v_{0x} \cdot \Delta t = (v_0 \cos \theta) \cdot \frac{2v_0 \sin \theta}{g} \\ \Delta x &= \frac{2v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g} = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}\end{aligned}$$

(On utilise l'identité trigonométrique $2 \sin \theta \cos \theta = \sin(2\theta)$)

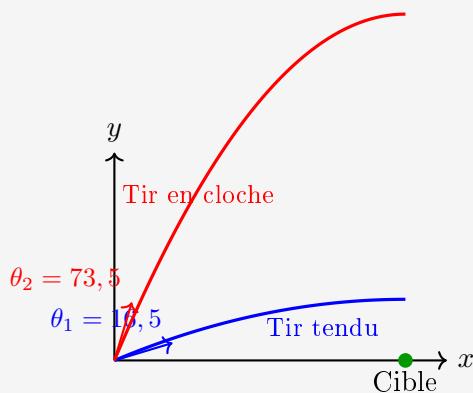
Étape 3 : Isoler θ

$$\sin(2\theta) = \frac{g \cdot \Delta x}{v_0^2} = \frac{9,81 \times 50}{30^2} = \frac{490,5}{900} = 0,545$$

$$2\theta = \arcsin(0,545) = 33,0 \Rightarrow \theta = 16,5$$

Attention! L'équation $\sin(2\theta) = 0,545$ a **deux solutions** entre 0 et 90 :

- $2\theta = 33,0 \Rightarrow \theta_1 = 16,5$ (tir tendu)
- $2\theta = 180 - 33,0 = 147 \Rightarrow \theta_2 = 73,5$ (tir en cloche)



Réponse : Deux angles sont possibles : $\theta_1 = 16,5$ ou $\theta_2 = 73,5$.

Choix pratique

En pratique, le tir tendu (16, 5) est souvent préféré car :

- Le temps de vol est plus court (la ligne reste tendue)
- Le tir est moins affecté par le vent
- La précision est généralement meilleure

Le tir en cloche peut être utile pour passer par-dessus un obstacle.

Exemple 1.43 – Portée maximale impossible

Avec le même canon ($v_0 = 30 \text{ m/s}$), peut-on atteindre une cible à 100 m?

Vérification :

$$\sin(2\theta) = \frac{g \cdot \Delta x}{v_0^2} = \frac{9,81 \times 100}{900} = 1,09$$

Puisque $\sin(2\theta)$ ne peut jamais dépasser 1, **aucun angle** ne permet d'atteindre cette cible!

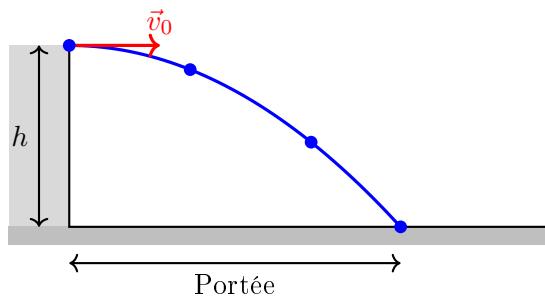
Portée maximale : Elle est atteinte quand $\sin(2\theta) = 1$, soit $\theta = 45^\circ$:

$$\Delta x_{max} = \frac{v_0^2}{g} = \frac{900}{9,81} = 91,7 \text{ m}$$

La cible à 100 m est hors de portée.

1.9.6 Projectile lancé horizontalement

Un cas particulier important est le projectile lancé **horizontalement** (angle $\theta = 0$).



Dans ce cas :

- $v_{0x} = v_0$ (toute la vitesse est horizontale)
- $v_{0y} = 0$ (pas de composante verticale initiale)

Le temps de chute s'obtient à partir de l'équation de position verticale. Avec $v_{0y} = 0$ et $\Delta y = -h$:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \Rightarrow (\Delta t)^2 = \frac{2h}{g} \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

La portée s'obtient ensuite par le MRU horizontal :

$$\text{Portée} = v_0 \cdot \Delta t$$

Exemple 1.44 – Conteneur tombant d'une grue

Un conteneur se détache d'une grue portuaire en mouvement. La grue se déplace horizontalement à 2 m/s et le conteneur est à 15 m de hauteur.

À quelle distance horizontale (par rapport au point de largage) le conteneur touche-t-il le sol?

Données : $v_{0x} = 2 \text{ m/s}$, $v_{0y} = 0$, $\Delta y = -15 \text{ m}$

Temps de chute : Avec $v_{0y} = 0$, l'équation de position verticale donne :

$$\begin{aligned}\Delta y &= -\frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \\ -15 &= -\frac{1}{2}(9,81)(\Delta t)^2 \\ (\Delta t)^2 &= \frac{30}{9,81} = 3,06 \\ \Delta t &= 1,75 \text{ s}\end{aligned}$$

Distance horizontale :

$$\Delta x = v_{0x} \cdot \Delta t = 2 \times 1,75 = 3,5 \text{ m}$$

Le conteneur touche le sol à 3,5 m du point situé directement sous la position de largage.

1.9.7 Résumé : stratégie de résolution

Méthode pour résoudre un problème de projectile

1. **Dessiner** un schéma avec les axes x et y
2. **Décomposer** la vitesse initiale : $v_{0x} = v_0 \cos \theta$, $v_{0y} = v_0 \sin \theta$
3. **Identifier** les données et l'inconnue
4. **Choisir** les équations appropriées (souvent, trouver Δt en premier)
5. **Résoudre** en traitant x et y séparément
6. **Vérifier** que la réponse est physiquement raisonnable

1.10 Cinématique de rotation

Jusqu'à présent, nous avons étudié le mouvement de **translation** : le déplacement d'un objet d'un point à un autre. Nous allons maintenant étudier le mouvement de **rotation** : le mouvement d'un objet qui tourne autour d'un axe fixe.

La rotation dans le contexte maritime

La rotation est omniprésente en navigation :

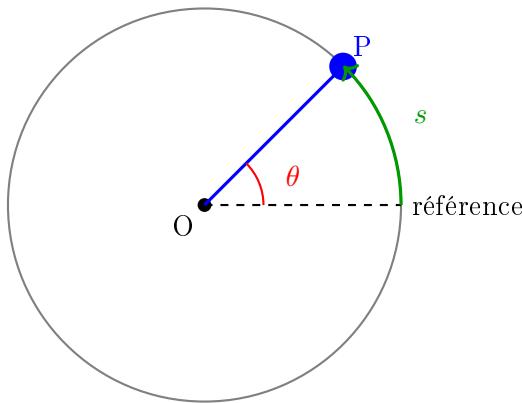
- L'**hélice** qui propulse le navire
- Le **treuil** qui enroule les câbles
- Le **gouvernail** qui pivote pour diriger le navire
- Le **radar** qui effectue des balayages rotatifs
- Le **cabestan** pour les manœuvres d'amarrage

1.10.1 Position angulaire et déplacement angulaire

Position angulaire

La **position angulaire** θ d'un objet en rotation est l'angle entre une ligne de référence fixe et une ligne tracée de l'axe de rotation jusqu'à l'objet.

L'unité SI de la position angulaire est le **radian** (rad).



Le radian

Le **radian** est défini comme le rapport entre la longueur de l'arc s et le rayon r :

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (\text{en radians}) \quad (1.30)$$

Un angle de 1 radian correspond à un arc de longueur égale au rayon.

Degrés	Radians	Tours
360	2π rad	1 tour
180	π rad	$\frac{1}{2}$ tour
90	$\frac{\pi}{2}$ rad	$\frac{1}{4}$ tour
60	$\frac{\pi}{3}$ rad	$\frac{1}{6}$ tour
45	$\frac{\pi}{4}$ rad	$\frac{1}{8}$ tour
1	$\frac{\pi}{180}$ rad $\approx 0,0175$ rad	—
57,3	1 rad	—

Conversions

$$\text{Degrés} \rightarrow \text{Radians} : \quad \theta_{rad} = \theta_{deg} \times \frac{\pi}{180}$$

$$\text{Radians} \rightarrow \text{Degrés} : \quad \theta_{deg} = \theta_{rad} \times \frac{180}{\pi}$$

Déplacement angulaire

Le **déplacement angulaire** $\Delta\theta$ est la variation de la position angulaire :

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i \quad (1.31)$$

Convention de signes :

- $\Delta\theta > 0$: rotation dans le sens **antihoraire** (sens trigonométrique)
- $\Delta\theta < 0$: rotation dans le sens **horaire**

1.10.2 Relation entre grandeurs linéaires et angulaires

Pour un objet en rotation à une distance r de l'axe, la longueur d'arc parcourue est reliée au déplacement angulaire :

$$s = r\theta \quad (\theta \text{ en radians}) \quad (1.32)$$

Exemple 1.45 – Câble enroulé sur un treuil

Un treuil de rayon 15 cm effectue 5 tours complets. Quelle longueur de câble est enroulée?

Déplacement angulaire :

$$\Delta\theta = 5 \text{ tours} \times 2\pi = 10\pi \text{ rad}$$

Longueur de câble :

$$s = r\Delta\theta = 0,15 \times 10\pi = 4,71 \text{ m}$$

▷ Pratique autonome 1.13

Un cabestan de rayon 20 cm effectue 8 tours complets pour haler un câble d'amarrage.

- Quel est le déplacement angulaire en radians?
- Quelle longueur de câble a été halée?

Résolution :

Rép. : a) $\Delta\theta = 16\pi \approx 50,3 \text{ rad}$ b) $s \approx 10,1 \text{ m}$

1.10.3 Vitesse angulaire

Vitesse angulaire moyenne

La **vitesse angulaire moyenne** ω est le taux de variation de la position angulaire :

$$\omega_{moy} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (1.33)$$

L'unité SI est le **radian par seconde** (rad/s).

Autres unités courantes

- **Tours par minute** (tr/min ou RPM) : très utilisé en pratique
- **Tours par seconde** (tr/s)
- **Degrés par seconde** ($^{\circ}/\text{s}$)

Conversions :

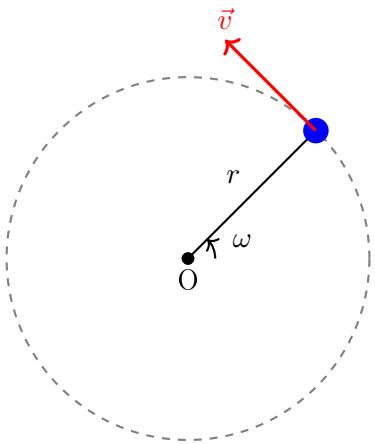
$$\omega \text{ (rad/s)} = \omega \text{ (RPM)} \times \frac{2\pi}{60}$$

$$\omega \text{ (RPM)} = \omega \text{ (rad/s)} \times \frac{60}{2\pi}$$

Relation entre vitesse linéaire et vitesse angulaire

Un point situé à une distance r de l'axe de rotation a une vitesse linéaire (tangentielle) :

$$v = r\omega \quad (\omega \text{ en rad/s}) \quad (1.34)$$

**Attention**

Plus un point est éloigné de l'axe de rotation, plus sa vitesse linéaire est **grande**, même si tous les points ont la même vitesse angulaire.

Exemple 1.46 – Vitesse en bout de pale d'hélice

L'hélice d'un navire a un diamètre de 4 m et tourne à 120 RPM (tours par minute).

- Quelle est la vitesse angulaire en rad/s?
- Quelle est la vitesse linéaire en bout de pale?

a) Vitesse angulaire :

$$\omega = 120 \text{ RPM} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ tour}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 120 \text{ RPM} \times \frac{2\pi \text{ rad/s}}{60 \text{ RPM}} = 12,6 \text{ rad/s}$$

b) Vitesse en bout de pale :

Le rayon est $r = \frac{d}{2} = \frac{4 \text{ m}}{2} = 2 \text{ m}$.

$$v = r\omega = 2 \text{ m} \times 12,6 \text{ rad/s} = 25,1 \text{ m/s}$$

Conversion en km/h : $v = 25,1 \text{ m/s} \times \frac{3,6 \text{ km/h}}{1 \text{ m/s}} = 90 \text{ km/h}$

Les extrémités des pales se déplacent à près de 90 km/h!

▷ Pratique autonome 1.14

L'hélice d'un navire a un diamètre de 5 m et tourne à 90 RPM.

- a) Calculez la vitesse angulaire en rad/s.
- b) Calculez la vitesse linéaire en bout de pale. Exprimez votre réponse en m/s et en km/h.

Résolution :

Rép. : a) $\omega \approx 9,4 \text{ rad/s}$ b) $v \approx 23,6 \text{ m/s} \approx 85 \text{ km/h}$

1.10.4 Accélération angulaire

Accélération angulaire moyenne

L'accélération angulaire moyenne α est le taux de variation de la vitesse angulaire :

$$\alpha_{moy} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (1.35)$$

L'unité SI est le **radian par seconde carrée** (rad/s²).

Accélération tangentielle

L'accélération tangentielle est due à la variation du **module** de la vitesse :

$$a_t = r\alpha \quad (1.36)$$

Exemple 1.47 – Démarrage d'un treuil

Un treuil de rayon 20 cm part du repos et atteint une vitesse de 60 RPM en 5 s.

- a) Quelle est son accélération angulaire?
- b) Quelle est l'accélération tangentielle du câble?

a) Accélération angulaire :

Conversion de la vitesse finale :

$$\omega_f = 60 \text{ RPM} \times \frac{2\pi \text{ rad/s}}{60 \text{ RPM}} = 6,28 \text{ rad/s}$$

Calcul de l'accélération :

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t} = \frac{6,28 \text{ rad/s} - 0 \text{ rad/s}}{5 \text{ s}} = 1,26 \text{ rad/s}^2$$

b) Accélération tangentielle :

Conversion du rayon : $r = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$

$$a_t = r\alpha = 0,20 \text{ m} \times 1,26 \text{ rad/s}^2 = 0,25 \text{ m/s}^2$$

1.10.5 Équations du mouvement circulaire uniformément accéléré

Lorsque l'accélération angulaire α est **constante**, on peut utiliser des équations analogues à celles du MRUA :

Équations du mouvement circulaire uniformément accéléré

$$\omega_f = \omega_i + \alpha\Delta t \quad (1.37)$$

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)\Delta t \quad (1.38)$$

$$\Delta\theta = \omega_i\Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 \quad (1.39)$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta \quad (1.40)$$

1.10.6 Analogie translation-rotation

Grandeur	Translation	Rotation
Position	x (m)	θ (rad)
Déplacement	Δx (m)	$\Delta\theta$ (rad)
Vitesse	$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ (m/s)	$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ (rad/s)
Accélération	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (m/s ²)	$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ (rad/s ²)
Équations MRUA	$v_f = v_i + a\Delta t$	$\omega_f = \omega_i + \alpha\Delta t$
	$\Delta x = \frac{1}{2}(v_i + v_f)\Delta t$	$\Delta\theta = \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)\Delta t$
	$\Delta x = v_i\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$	$\Delta\theta = \omega_i\Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2$
	$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$	$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta$
Relations entre grandeurs linéaires et angulaires		
$s = r\theta$ $v = r\omega$ $a_t = r\alpha$		

Puissance de l'analogie

Si vous maîtrisez les équations du MRUA en translation, vous maîtrisez automatiquement celles de la rotation! Il suffit de remplacer :

- $x \rightarrow \theta$
- $v \rightarrow \omega$
- $a \rightarrow \alpha$

1.10.7 Applications maritimes

Exemple 1.48 – Freinage d'une hélice

L'hélice d'un navire tourne à 150 RPM. Lors de l'arrêt des machines, elle décélère uniformément et s'arrête après avoir effectué 20 tours.

- Quelle est la décélération angulaire?
- Combien de temps dure le freinage?

Données :

- $\omega_i = 150 \times \frac{2\pi}{60} = 15,7 \text{ rad/s}$
- $\omega_f = 0 \text{ rad/s}$
- $\Delta\theta = 20 \times 2\pi = 125,7 \text{ rad}$

a) Décélération angulaire :

$$\begin{aligned}\omega_f^2 &= \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta \\ 0 &= 15,7^2 + 2\alpha(125,7) \\ \alpha &= \frac{-246,5}{251,4} = -0,98 \text{ rad/s}^2\end{aligned}$$

b) Temps de freinage :

$$\Delta t = \frac{\omega_f - \omega_i}{\alpha} = \frac{0 - 15,7}{-0,98} = 16,0 \text{ s}$$

Exemple 1.49 – Radar rotatif

Un radar de navigation effectue un balayage complet toutes les 3 s.

- a) Quelle est sa vitesse angulaire en rad/s et en RPM?
- b) Si l'antenne a une longueur de 1,5 m, quelle est la vitesse linéaire de son extrémité?

a) Vitesse angulaire :

$$\omega = \frac{2\pi}{3} = 2,09 \text{ rad/s} = 2,09 \times \frac{60}{2\pi} = 20 \text{ RPM}$$

b) Vitesse linéaire :

$$v = r\omega = 1,5 \times 2,09 = 3,14 \text{ m/s}$$

Exemple 1.50 – Cabestan (exemple de calcul complet)

Un cabestan de rayon 25 cm est utilisé pour haler un câble. Il démarre du repos et accélère à $0,5 \text{ rad/s}^2$ pendant 4 s, puis maintient une vitesse constante.

- a) Quelle vitesse angulaire atteint-il?
- b) Combien de tours effectue-t-il pendant l'accélération?
- c) Quelle longueur de câble est halée pendant les 10 premières secondes?

a) Vitesse angulaire finale :

$$\omega_f = \omega_i + \alpha\Delta t = 0 + 0,5 \times 4 = 2 \text{ rad/s}$$

En RPM : $\omega_f = 2 \times \frac{60}{2\pi} = 19,1 \text{ RPM}$

b) Déplacement angulaire pendant l'accélération :

$$\Delta\theta = \omega_i\Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 = 0 + \frac{1}{2}(0,5)(4)^2 = 4 \text{ rad}$$

Nombre de tours : $\frac{4}{2\pi} = 0,64$ tour

c) Longueur de câble halée en 10 s :

Phase 1 (0 à 4 s, accélération) : $\Delta\theta_1 = 4 \text{ rad}$

Phase 2 (4 à 10 s, vitesse constante) :

$$\Delta\theta_2 = \omega \times \Delta t = 2 \times 6 = 12 \text{ rad}$$

Total : $\Delta\theta_{total} = 4 + 12 = 16 \text{ rad}$

Longueur de câble :

$$s = r\Delta\theta = 0,25 \times 16 = 4 \text{ m}$$

Complément : Vitesse relative

En navigation, il est souvent nécessaire de tenir compte du **courant** ou du **vent** pour déterminer la vitesse réelle d'un navire par rapport au fond marin ou à un point fixe.

Vitesse relative

La **vitesse relative** d'un objet A par rapport à un objet B est la vitesse de A telle que la percevrait un observateur situé sur B :

$$\vec{v}_{A/B} = \vec{v}_A - \vec{v}_B \quad (1.41)$$

Terminologie maritime

- **Vitesse surface** ($\vec{v}_{surface}$) : vitesse du navire par rapport à l'eau (mesurée par le loch)
- **Vitesse fond** (\vec{v}_{fond}) : vitesse du navire par rapport au fond marin (mesurée par GPS)
- **Courant** ($\vec{v}_{courant}$) : vitesse de l'eau par rapport au fond

La relation fondamentale est :

$$\vec{v}_{fond} = \vec{v}_{surface} + \vec{v}_{courant} \quad (1.42)$$

Exemple 1.51 – Navire contre le courant

Un cargo navigue vers l'est à 12 nuds (vitesse surface). Le courant porte vers l'ouest à 3 nuds. Quelle est la vitesse fond du cargo?

Solution :

En prenant l'est comme direction positive :

- $v_{surface} = +12 \text{ nuds}$ (vers l'est)
- $v_{courant} = -3 \text{ nuds}$ (vers l'ouest)

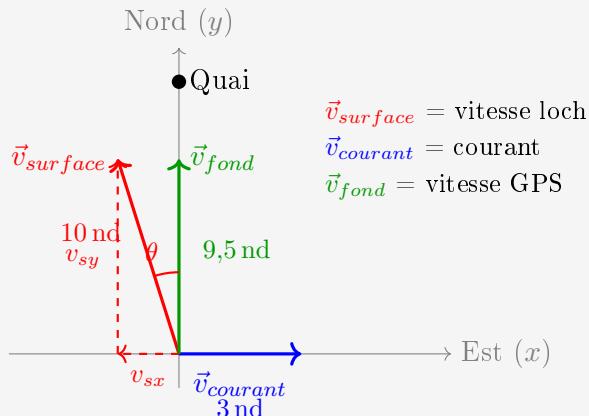
$$v_{fond} = v_{surface} + v_{courant} = 12 + (-3) = 9 \text{ nuds vers l'est}$$

Le navire avance effectivement à 9 nuds par rapport au fond.

Exemple 1.52 – Traversée avec courant latéral — Décomposition vectorielle

Un traversier doit rejoindre un quai situé exactement au nord, à 2 km. Sa vitesse propre (surface) est de 10 nudus, mais un courant de 3 nudus porte vers l'est.

Problème : Si le capitaine pointe directement vers le nord, le navire dérivera vers l'est. Pour atteindre le quai, il doit **compenser** en pointant légèrement vers l'ouest.

**Analyse par décomposition vectorielle :**

Pour que \vec{v}_{fond} soit dirigée exactement vers le nord, sa composante x doit être nulle :

$$\begin{aligned} v_{fond,x} &= v_{surface,x} + v_{courant,x} = 0 \\ -v_{surface} \sin \theta + v_{courant} &= 0 \end{aligned}$$

D'où l'**angle de compensation** :

$$\sin \theta = \frac{v_{courant}}{v_{surface}} = \frac{3}{10} = 0,3 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\theta = 17,5 \text{ ouest du nord}}$$

Vitesse fond résultante (composante y) :

$$v_{fond} = v_{fond,y} = v_{surface} \cos \theta = 10 \times \cos(17,5) = \boxed{9,5 \text{ nudus}}$$

Vérification par le théorème de Pythagore :

$$v_{surface}^2 = v_{fond}^2 + v_{courant}^2 \quad \Rightarrow \quad 10^2 = 9,5^2 + 3^2 = 90,25 + 9 = 99,25 \approx 100 \quad \checkmark$$

Attention

La vitesse relative est un concept vectoriel. En 2D, il faut décomposer les vitesses en composantes et les additionner vectoriellement. Ce sujet sera approfondi dans le cours de navigation.

Résumé du chapitre

Concept	Formule / Définition
La cinématique est la branche de la mécanique qui décrit le mouvement des corps, sans s'intéresser à ses causes.	Description qualitative et mathématique du mouvement
Le déplacement est la variation de position. C'est une grandeur vectorielle (avec signe en 1D).	$\Delta x = x_f - x_i$
La distance parcourue est la longueur totale du trajet. C'est une grandeur scalaire (toujours ≥ 0).	$d = \text{longueur du trajet}$
La vitesse moyenne est le rapport entre le déplacement et l'intervalle de temps.	$v_{moy} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
La vitesse scalaire moyenne est le rapport entre la distance parcourue et l'intervalle de temps.	$v_{scalaire} = \frac{d}{\Delta t}$
La vitesse instantanée est la vitesse à un instant précis. Graphiquement, c'est la pente de la tangente à $x(t)$.	$v = \text{pente de la tangente à } x(t)$
L' accélération moyenne est le rapport entre la variation de vitesse et l'intervalle de temps.	$a_{moy} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
L' accélération instantanée est l'accélération à un instant précis. C'est la pente de la tangente à $v(t)$.	$a = \text{pente de la tangente à } v(t)$
Équations du MRUA (mouvement à accélération constante)	$v_f = v_i + a\Delta t$ $v_{moy} = \frac{v_i + v_f}{2}$ $\Delta x = \frac{1}{2}(v_i + v_f)\Delta t$ $\Delta x = v_i\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$ $v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$
Conversion maritime : Le nœud est l'unité de vitesse en navigation.	1 nud = 1,852 km/h = 0,5144 m/s
Mouvement rectiligne uniforme (MRU) : mouvement en ligne droite à vitesse constante.	$\Delta x = v \cdot \Delta t$

Concept	Formule / Définition
Chute libre : mouvement sous la seule action de la gravité (MRUA vertical).	$g = 9,81 \text{ m/s}^2$ (vers le bas)
Mouvement en 2D : décomposer en x et y , traiter séparément, relier par le temps Δt .	$v_x = v \cos \theta$ $v_y = v \sin \theta$
Projectile : en x c'est un MRU, en y c'est une chute libre.	$a_x = 0$ $a_y = -g$
Cinématique de rotation : analogie complète avec la translation.	$\theta = \frac{s}{r}$ $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
Relations linéaire-angulaire	$s = r\theta$ $v = r\omega$ $a_t = r\alpha$
Équations rotation (accélération angulaire constante)	$\omega_f = \omega_i + \alpha\Delta t$ $\Delta\theta = \omega_i\Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2$ $\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta$

Compétences

À la fin de ce chapitre, vous devriez être en mesure de :

Compétence	Difficile	Familier	Minimum	Maîtrise
Cinématique de translation (1D)				
Expliquer ce qu'est la cinématique (description du mouvement)				
Différencier un déplacement et une distance parcourue				
Calculer la vitesse moyenne à partir de données ou d'un graphique				
Calculer la vitesse scalaire moyenne				
Interpréter un graphique position-temps $x(t)$				
Déterminer la vitesse instantanée à partir d'un graphique				
Calculer l'accélération moyenne				
Interpréter un graphique vitesse-temps $v(t)$				
Choisir et appliquer les équations du MRUA				
Chute libre et projectile (2D)				
Appliquer les équations du MRUA à la chute libre				
Résoudre des problèmes de chute libre (objet lâché ou lancé)				
Décomposer la vitesse initiale d'un projectile en composantes				
Résoudre des problèmes de projectile en 2D				
Cinématique de rotation				
Convertir des angles entre degrés, radians et tours				
Calculer la vitesse angulaire et convertir entre rad/s et RPM				
Utiliser les relations $s = r\theta$, $v = r\omega$, $a_t = r\alpha$				
Appliquer les équations du mouvement circulaire uniformément accéléré				
Applications				
Convertir entre les unités SI et les unités maritimes (nœuds, NM)				
Résoudre des problèmes de navigation impliquant la cinématique				

Chapitre 2

Dynamique et statique

2.1 Les fondements de la dynamique

2.1.1 Introduction : pourquoi étudier la dynamique?

Au chapitre précédent, nous avons appris à **décrire** le mouvement : position, vitesse, accélération. Mais nous n'avons jamais posé la question fondamentale : *pourquoi* les objets bougent-ils? Qu'est-ce qui *cause* le mouvement?

C'est exactement ce que la **dynamique** cherche à expliquer.

Dynamique

La **dynamique** est la branche de la mécanique qui étudie les **causes** du mouvement. Elle répond aux questions :

- Pourquoi un objet accélère-t-il?
- Quelle force faut-il pour produire un mouvement donné?
- Pourquoi certains objets restent-ils immobiles?

La dynamique au cœur du métier d'officier de marine

En tant que futur officier de navigation, vous serez responsable de navires dont la masse peut atteindre des centaines de milliers de tonnes. Contrairement à une automobile qui peut s'arrêter en quelques mètres, un pétrolier lancé à pleine vitesse peut nécessiter **plusieurs kilomètres** pour s'immobiliser.

Pourquoi une telle différence? La réponse se trouve dans ce chapitre.

Questions auxquelles vous saurez répondre

À la fin de ce chapitre, vous pourrez expliquer :

- Pourquoi un navire met si longtemps à s'arrêter ou à changer de cap
- Comment calculer les forces dans les amarres qui retiennent votre navire au quai
- Pourquoi la cargaison mal arrimée se déplace dangereusement lors des manœuvres
- Les forces en jeu lorsque votre navire affronte une tempête
- Pourquoi un virage serré peut faire chavirer un navire

2.1.2 D'Aristote à Newton : une révolution de la pensée

Avant d'énoncer les lois du mouvement, il est essentiel de comprendre pourquoi notre intuition nous trompe si souvent en physique. Pendant près de deux mille ans, la physique occidentale a été dominée par les idées d'Aristote — et ces idées correspondent remarquablement bien à ce que nous observons au quotidien.

La physique d'Aristote (384–322 av. J.-C.)

La vision aristotélicienne du mouvement

Selon Aristote, le mouvement « naturel » des objets terrestres est de tomber vers le centre de la Terre (leur « lieu naturel »), puis de s'y immobiliser. Tout autre mouvement est « violent » et nécessite une cause permanente.

Conclusion d'Aristote : Pour qu'un objet continue de bouger, il faut continuellement exercer une force sur lui.

Cette vision semble parfaitement logique! Observez autour de vous :

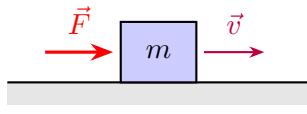
- Quand vous poussez une boîte et que vous arrêtez de pousser, la boîte s'arrête.
- Quand vous pédalez sur un vélo et que vous arrêtez, le vélo ralentit puis s'immobilise.
- Un navire dont on coupe les moteurs finit par s'arrêter.

Il semble bien qu'il faille une force pour *maintenir* le mouvement, n'est-ce pas?

Le problème caché : le frottement

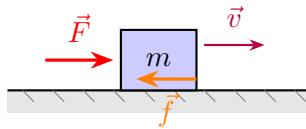
Le problème avec la physique aristotélicienne, c'est qu'elle **confond deux choses** : le mouvement lui-même et les forces de friction qui s'opposent au mouvement. Aristote ne pouvait pas facilement éliminer la friction de ses expériences, alors il l'a intégrée inconsciemment dans sa théorie.

Ce qu'Aristote voyait



« La force cause
le mouvement »

Ce qui se passe réellement

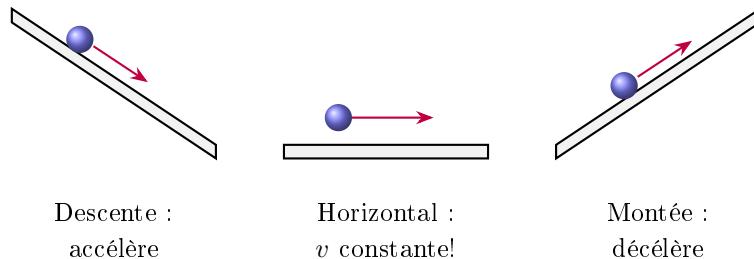


La force \vec{F} com-
pense le frottement \vec{f}

Galilée et l'expérience de pensée

Au début du XVIIe siècle, Galilée (1564–1642) a eu une idée révolutionnaire : *et si on pouvait éliminer le frottement?*

Il a imaginé une bille roulant sur un plan incliné parfaitement lisse. Si on lance la bille vers le bas d'une pente, elle accélère. Si on la lance vers le haut, elle décélère. Mais si le plan est parfaitement horizontal et sans friction... la bille devrait continuer indéfiniment à la même vitesse!



La révolution galiléenne

Galilée a compris que **le mouvement à vitesse constante ne nécessite aucune force**. Une force est nécessaire uniquement pour **changer** la vitesse (accélérer ou décélérer), pas pour la maintenir.

Quand vous poussez une boîte et qu'elle s'arrête après que vous cessez de pousser, ce n'est pas parce que « le mouvement a besoin d'une force » — c'est parce que le **frottement** exerce une force qui décélère la boîte!

2.1.3 L'inertie

La découverte de Galilée a mené à un concept fondamental : l'**inertie**.

Inertie

L'**inertie** est la tendance naturelle d'un objet à **résister aux changements** de son état de mouvement.

- Un objet au repos tend à rester au repos.
- Un objet en mouvement tend à continuer en ligne droite à vitesse constante.

L'inertie explique de nombreux phénomènes quotidiens :

- Quand un autobus freine brusquement, les passagers sont « projetés » vers l'avant — en réalité, ils continuent simplement tout droit pendant que l'autobus décélère sous eux.
- Quand un navire vire à tribord, la cargaison non arrimée glisse vers bâbord — elle tend à continuer en ligne droite.
- Un pétrolier de 300 000 tonnes met plusieurs kilomètres à s'arrêter — son énorme inertie résiste au changement de vitesse.

L'inertie n'est PAS une force!

Erreur très fréquente : considérer l'inertie comme une « force » qui pousse les objets.

L'inertie n'est pas une force. C'est une **propriété** de la matière. Dire qu'un passager est « poussé » vers l'avant quand l'autobus freine est incorrect : personne ne le pousse, il continue simplement tout droit par inertie pendant que l'autobus ralentit.

Dans un diagramme de corps libre, on ne dessine **jamais** l'inertie comme une force!

Démystifier nos intuitions

Vrai ou Faux? Pour chaque énoncé, indiquez s'il est vrai ou faux selon la physique newtonienne (pas selon l'intuition aristotélicienne!). Justifiez brièvement.

1. Pour qu'un objet se déplace à vitesse constante, il faut exercer une force constante sur lui.
2. Un objet qui avance est nécessairement soumis à une force qui le pousse.
3. L'inertie est une force qui s'oppose au mouvement.
4. Un passager « projeté vers l'avant » quand l'autobus freine est poussé par une force.
5. Plus un objet est massif, plus il est difficile de changer sa vitesse.
6. Un navire qui avance à 15 noeuds en ligne droite subit nécessairement une force résultante non nulle.

Réponses :

1. **FAUX** — À vitesse constante, la force résultante est nulle. Si vous devez pousser pour maintenir la vitesse, c'est pour compenser le frottement.
2. **FAUX** — Un objet peut continuer à avancer par inertie, sans qu'aucune force ne le

pousse. C'est exactement ce que Galilée a compris!

3. **FAUX** — L'inertie est une propriété, pas une force. On ne la dessine jamais sur un DCL.
4. **FAUX** — Aucune force ne le pousse. Il continue tout droit par inertie pendant que l'autobus décélère.
5. **VRAI** — C'est la définition même de l'inertie : plus la masse est grande, plus la résistance au changement est grande.
6. **FAUX** — Vitesse constante en ligne droite = MRU = force résultante nulle.

2.1.4 La masse : mesure de l'inertie

Si l'inertie est la tendance à résister au changement, comment la quantifier? C'est là qu'intervient la **masse**.

Masse

La **masse** est la mesure quantitative de l'inertie d'un objet. Plus un objet est massif, plus il résiste aux changements de son état de mouvement.

- Symbole : m
- Unité SI : le **kilogramme** (kg)
- La masse est un **scalaire** (toujours positif)
- La masse est une propriété **intrinsèque** : elle ne dépend pas du lieu

Masse vs poids : première distinction

La **masse** et le **poids** sont deux concepts différents :

- La **masse** mesure l'inertie. Elle est la même partout dans l'univers.
- Le **poids** est la force gravitationnelle exercée sur un objet. Il dépend du lieu.

Un astronaute de masse $m = 80\text{ kg}$ a la même masse sur Terre, sur la Lune ou dans l'espace. Mais son poids est différent à chaque endroit!

Nous reviendrons en détail sur cette distinction dans la section sur les forces.

2.1.5 Les trois lois de Newton

Isaac Newton (1642–1727) a synthétisé les travaux de Galilée et ses propres découvertes en trois lois fondamentales, publiées en 1687 dans les *Principia Mathematica*. Ces trois lois constituent le fondement de toute la mécanique classique.

Première loi de Newton (principe d'inertie)

Première loi de Newton

Tout objet persévère dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme, à moins qu'une force extérieure n'agisse sur lui.

En d'autres termes : si la somme des forces sur un objet est nulle, alors :

- S'il était au repos, il reste au repos.
- S'il était en mouvement, il continue en ligne droite à vitesse constante.

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \iff \vec{a} = \vec{0} \quad (\text{repos ou MRU}) \quad (2.1)$$

Cette loi formalise ce que Galilée avait compris : le mouvement à vitesse constante est l'état « naturel » d'un objet libre de toute force. Il n'y a pas besoin de force pour maintenir le mouvement — seulement pour le *changer*.

Référentiels inertiels

La première loi n'est valide que dans certains référentiels appelés **référentiels inertiels** (ou galiléens). Un référentiel inertiel est un référentiel dans lequel un objet libre de toute force reste au repos ou en MRU.

Pour nos applications, la surface de la Terre est une bonne approximation d'un référentiel inertiel (les effets de la rotation terrestre sont négligeables à notre échelle).

Deuxième loi de Newton (loi fondamentale)

La première loi nous dit ce qui se passe quand la force résultante est nulle. Mais que se passe-t-il quand elle ne l'est pas ?

Deuxième loi de Newton

L'accélération d'un objet est directement proportionnelle à la force résultante qui s'exerce sur lui, et inversement proportionnelle à sa masse.

$$\sum \vec{F} = m \vec{a} \quad (2.2)$$

où :

- $\sum \vec{F}$ est la somme vectorielle de toutes les forces (en newtons, N)
- m est la masse de l'objet (en kilogrammes, kg)
- \vec{a} est l'accélération résultante (en m/s²)

Cette équation est probablement la plus importante de toute la mécanique. Elle établit le lien

quantitatif entre force, masse et accélération :

- Plus la force est grande, plus l'accélération est grande (proportionnalité directe).
- Plus la masse est grande, plus l'accélération est petite (proportionnalité inverse).

Le newton

L'unité de force, le **newton** (N), est définie à partir de la deuxième loi :

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

Un newton est la force nécessaire pour donner à une masse de 1 kg une accélération de 1 m/s².

Ordre de grandeur : Une pomme pèse environ 1 N. Un humain de 70 kg pèse environ 700 N.

Exemple 2.1 – Accélération d'un navire

Un remorqueur de masse $m = 500$ tonnes = $5,0 \times 10^5$ kg est propulsé par une force de poussée $F = 100$ kN. En négligeant la résistance de l'eau au démarrage, quelle est son accélération initiale?

Solution :

On applique la deuxième loi de Newton :

$$a = \frac{F}{m} = \frac{100 \times 10^3 \text{ N}}{5,0 \times 10^5 \text{ kg}} = 0,20 \text{ m/s}^2$$

Interprétation : Le remorqueur gagne 0,20 m/s de vitesse chaque seconde. Pour atteindre 10 m/s (environ 20 noeuds), il lui faudrait $t = \frac{10 \text{ m/s}}{0,20 \text{ m/s}^2} = 50 \text{ s}$ en l'absence de résistance.

En réalité, la résistance de l'eau augmente avec la vitesse et limite la vitesse maximale atteignable.

Troisième loi de Newton (action-réaction)

Troisième loi de Newton

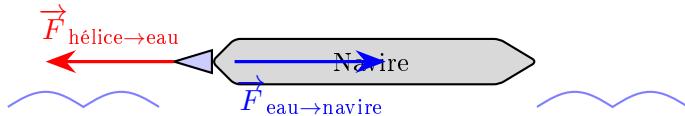
Quand un objet A exerce une force sur un objet B, l'objet B exerce simultanément sur l'objet A une force égale en module mais de sens opposé.

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A} \quad (2.3)$$

Les forces d'action et de réaction possèdent les caractéristiques suivantes :

1. Elles ont le **même module** (même « force »).
2. Elles ont la **même direction** (même ligne d'action).

3. Elles ont des **sens opposés**.
4. Elles agissent sur des **objets différents**.
5. Elles apparaissent et disparaissent **simultanément**.



L'hélice pousse l'eau vers l'arrière; en réaction, l'eau pousse le navire vers l'avant.

Exemple 2.2 – Propulsion d'un navire

Comment un navire avance-t-il? L'hélice, en tournant, pousse l'eau vers l'arrière. Par la troisième loi de Newton, l'eau exerce une force égale et opposée sur l'hélice (donc sur le navire), le propulsant vers l'avant.

La force exercée par l'hélice sur l'eau est exactement égale à la force exercée par l'eau sur le navire. Mais l'eau, ayant accès à tout l'océan, ne semble pas accélérer de façon perceptible, tandis que le navire, lui, avance.

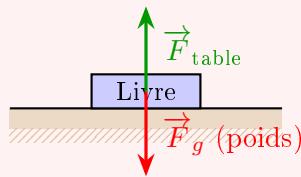
C'est le même principe pour la marche : vous poussez le sol vers l'arrière avec votre pied, et le sol vous pousse vers l'avant.

Le poids et la force de la table ne forment PAS une paire action-réaction

Quand un livre est posé sur une table, deux forces agissent **sur le livre** : son poids (vers le bas) et la force que la table exerce sur lui (vers le haut). Ces deux forces sont égales en module et opposées en direction, donc le livre reste immobile.

Mais ces deux forces ne forment PAS une paire action-réaction!

Elles agissent toutes les deux sur le **même objet** (le livre), ce qui viole la caractéristique fondamentale des paires action-réaction (qui doivent agir sur des objets *différents*).



Ces deux forces agissent sur le **même objet**. Ce ne sont **pas** des forces action-réaction!

Les **vraies** paires action-réaction sont :

- Le poids du livre (Terre → livre) et l'attraction du livre sur la Terre (livre → Terre)
- La force de la table sur le livre (table → livre) et la force du livre sur la table (livre → table)

Identifier les paires action-réaction

Pour chaque situation, identifiez la paire action-réaction associée à la force mentionnée.

1. La Terre attire une pomme vers le bas.
2. Un joueur de hockey frappe la rondelle avec son bâton.
3. Un remorqueur tire un navire avec un câble.
4. Les roues d'une voiture poussent le sol vers l'arrière.
5. Un plongeur pousse sur le tremplin vers le bas.

Réponses :

1. La pomme attire la Terre vers le haut (avec la même force!).
2. La rondelle exerce une force sur le bâton (c'est pourquoi on « sent » le choc).
3. Le navire tire le remorqueur vers l'arrière (via le même câble).
4. Le sol pousse les roues (donc la voiture) vers l'avant.
5. Le tremplin pousse le plongeur vers le haut (c'est ce qui le propulse).

2.1.6 L'équilibre : un cas particulier de la première loi

La première loi de Newton nous dit qu'un objet reste au repos (ou en MRU) si aucune force résultante n'agit sur lui. Mais que se passe-t-il si *plusieurs* forces agissent sur un objet, mais que leur somme vectorielle est nulle? L'objet reste également en équilibre!

Équilibre de translation

Un objet est en **équilibre de translation** si et seulement si la somme vectorielle de toutes les forces qui agissent sur lui est nulle :

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad (2.4)$$

En composantes cartésiennes :

$$\sum F_x = 0 \quad (2.5)$$

$$\sum F_y = 0 \quad (2.6)$$

Un objet en équilibre peut être :

- **Au repos** — et il restera au repos (**équilibre statique**)
- **En mouvement rectiligne uniforme** — et il continuera ainsi (**équilibre dynamique**)

L'équilibre ne signifie pas « immobile »

Un navire qui avance en ligne droite à vitesse constante est en équilibre : la poussée des moteurs est exactement compensée par la résistance de l'eau.

Un parachutiste en chute à vitesse terminale est aussi en équilibre : son poids est compensé par la résistance de l'air.

Dans les deux cas, $\sum \vec{F} = \vec{0}$ même si l'objet est en mouvement!

L'étude des systèmes en équilibre statique (au repos) s'appelle la **statique**. C'est un cas particulier de la dynamique où l'accélération est nulle. Les conditions d'équilibre ($\sum F_x = 0$ et $\sum F_y = 0$) nous permettent de calculer des forces inconnues dans des systèmes comme les câbles de suspension, les amarres de navire, ou les structures en général.

Nous approfondirons l'équilibre et la résolution de problèmes de statique après avoir étudié les différents types de forces.

2.2 Les forces

Maintenant que nous comprenons les lois de Newton, il est temps de dresser l'inventaire des forces que nous rencontrons en mécanique. Connaitre ces forces — leur origine, leur direction, leur formule — est essentiel pour résoudre tout problème de dynamique ou de statique.

2.2.1 Le poids et la gravitation

La gravitation universelle

En 1687, Newton a proposé une loi décrivant l'attraction gravitationnelle entre deux masses quelconques :

Loi de la gravitation universelle

Deux objets de masses m_1 et m_2 , séparés par une distance r (mesurée entre leurs centres), s'attirent mutuellement avec une force :

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (2.7)$$

où $G = 6,674 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ est la **constante gravitationnelle universelle**.

Cette loi explique aussi bien la chute d'une pomme que le mouvement des planètes autour du Soleil. C'est une force **toujours attractive** : les masses s'attirent, elles ne se repoussent jamais.

Le poids : cas particulier près de la Terre

Près de la surface de la Terre, la distance r entre un objet et le centre de la Terre est approximativement constante (le rayon terrestre $R_T \approx 6371$ km). On peut alors simplifier l'expression de la force gravitationnelle :

Le poids

Le **poids** d'un objet est la force gravitationnelle exercée par la Terre sur cet objet :

$$F_g = mg \quad (2.8)$$

où :

- m est la masse de l'objet (en kg)
- $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ est l'accélération gravitationnelle près de la surface terrestre
- F_g est exprimé en newtons (N)

Direction : Le poids est **toujours dirigé vers le centre de la Terre**, c'est-à-dire verticalement vers le bas.

D'où vient g

En combinant la loi de la gravitation universelle avec $F_g = mg$, on obtient :

$$g = \frac{GM_T}{R_T^2} = \frac{(6,674 \times 10^{-11}) \times (5,972 \times 10^{24} \text{ kg})}{(6,371 \times 10^6 \text{ m})^2} \approx 9,81 \text{ m/s}^2$$

La valeur de g varie légèrement selon l'altitude et la latitude :

- Au niveau de la mer à l'équateur : $g \approx 9,78 \text{ m/s}^2$
- Au niveau de la mer aux pôles : $g \approx 9,83 \text{ m/s}^2$
- À 10 km d'altitude : $g \approx 9,78 \text{ m/s}^2$

Pour nos calculs, nous utiliserons $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ou $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ pour les estimations rapides.

Masse vs Poids : la distinction fondamentale

	Masse	Poids
Nature	Propriété intrinsèque	Force
Symbol	m	F_g ou P
Unité SI	kilogramme (kg)	newton (N)
Dépend du lieu?	Non	Oui
Type de grandeur	Scalaire	Vecteur

Un astronaute de 80 kg a toujours une masse de 80 kg, que ce soit sur Terre, sur la Lune ou dans l'espace. Mais son poids est :

- Sur Terre : $F_g = 80 \times 9,81 = 785 \text{ N}$
- Sur la Lune : $F_g = 80 \times 1,62 = 130 \text{ N}$
- En orbite (« apesanteur ») : $F_g \approx 0 \text{ N}$ (en chute libre)

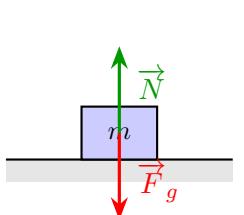
2.2.2 La force normale

Quand un objet est en contact avec une surface, cette surface exerce une force sur l'objet. La composante de cette force qui est **perpendiculaire** à la surface s'appelle la **force normale**.

Force normale

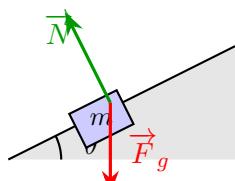
La **force normale** \vec{N} est la force exercée par une surface sur un objet en contact avec elle.

- **Direction** : Toujours **perpendiculaire** à la surface
- **Sens** : Vers l'**extérieur** de la surface (pousse l'objet, ne le tire pas)
- **Module** : À déterminer par les conditions d'équilibre ou la 2e loi



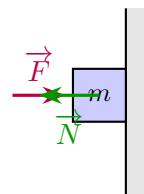
Surface horizontale

$$N = mg$$



Plan incliné

$$N = mg \cos \theta$$



Mur vertical

$$N = F$$

L'origine physique de la normale

À l'échelle microscopique, la force normale provient de la **répulsion électromagnétique** entre les nuages électroniques des atomes. Quand vous posez un livre sur une table, les électrons du livre repoussent les électrons de la table — c'est cette répulsion qui empêche le livre de traverser la table!

La normale n'est pas toujours égale au poids!

Sur une surface horizontale sans autres forces verticales, on a effectivement $N = mg$. Mais ce n'est **pas** une formule générale!

- Sur un plan incliné : $N = mg \cos \theta < mg$
- Si on pousse l'objet vers le bas : $N > mg$
- Si on tire l'objet vers le haut : $N < mg$
- Dans un ascenseur qui accélère vers le haut : $N > mg$

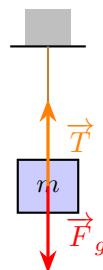
La normale est toujours déterminée par les équations de Newton, jamais par une formule mémorisée.

2.2.3 La tension

Tension

La **tension** \vec{T} est la force exercée par une corde, un câble, une chaîne ou tout objet flexible sur un objet auquel il est attaché.

- **Direction** : Parallèle à la corde, le long de celle-ci
- **Sens** : La tension **tire** toujours l'objet (une corde ne peut pas pousser!)
- **Module** : À déterminer par les conditions d'équilibre ou la 2e loi



La corde tire la masse vers
le haut avec une ten-
sion $T = mg$ (équilibre)

Hypothèse de la corde idéale

Dans ce cours, nous considérerons généralement des cordes **idéales** :

- **Masse négligeable** : La corde elle-même ne contribue pas à l'inertie du système.
- **Inextensible** : La corde ne s'étire pas sous la tension.
- **Tension uniforme** : La tension est la même partout dans la corde.

Application maritime : les amarres

Les amarres d'un navire sont soumises à des tensions considérables. Un navire de croisière de 100 000 tonnes amarré dans un port peut exercer des forces de plusieurs centaines de kilonewtons sur ses amarres lors de vents forts ou de courants.

La connaissance des tensions dans les amarres est essentielle pour :

- Choisir des cordages de résistance appropriée
- Répartir les amarres de façon à équilibrer les forces
- Éviter la rupture des amarres (danger mortel!)

2.2.4 Le frottement

Quand deux surfaces sont en contact, une force s'oppose au glissement (ou à la tendance au glissement) de l'une sur l'autre : c'est le **frottement**.

Force de frottement

La **force de frottement** \vec{f} est une force qui s'oppose au mouvement relatif (ou à la tendance au mouvement) entre deux surfaces en contact.

- **Direction** : Parallèle à la surface de contact
- **Sens** : Opposé au mouvement (ou à la tendance au mouvement)

On distingue deux types de frottement sec :

Le frottement statique

Le frottement **statique** agit entre deux surfaces qui **ne glissent pas** l'une sur l'autre. C'est une force « adaptative » : elle s'ajuste pour empêcher le glissement, jusqu'à une valeur maximale.

$$f_s \leq \mu_s N \quad (2.9)$$

où :

- μ_s est le **coefficent de frottement statique** (sans dimension)
- N est la force normale
- L'inégalité signifie que f_s prend la valeur *nécessaire* pour empêcher le glissement, jusqu'à un maximum de $\mu_s N$

Le frottement cinétique

Le frottement **cinétique** (ou dynamique) agit entre deux surfaces qui **glissent** l'une sur l'autre. Son module est essentiellement constant :

$$f_c = \mu_c N \quad (2.10)$$

où μ_c est le **coefficent de frottement cinétique**.

Relation entre μ_s et μ_c

En général, $\mu_s > \mu_c$: il est plus difficile de *mettre* un objet en mouvement que de le *maintenir* en mouvement.

C'est pourquoi un objet qu'on pousse semble « partir » brusquement une fois qu'il commence à glisser — on passe soudainement d'un frottement statique maximal à un frottement cinétique plus faible.

Coefficients de frottement typiques

Surfaces en contact	μ_s	μ_c
Acier sur acier (sec)	0,74	0,57
Acier sur acier (lubrifié)	0,15	0,06
Caoutchouc sur asphalte (sec)	0,9	0,7
Caoutchouc sur asphalte (mouillé)	0,7	0,5
Bois sur bois	0,5	0,3
Glace sur glace	0,1	0,03
Téflon sur acier	0,04	0,04

Ce dont le frottement ne dépend PAS

En première approximation (modèle de Coulomb), le frottement :

- **Ne dépend pas de l'aire de contact** : Une brique posée à plat ou sur la tranche a le même frottement.
- **Ne dépend pas de la vitesse de glissement** (pour le frottement cinétique).

Ces approximations sont valables pour le « frottement sec ». Le frottement dans les fluides (air, eau) obéit à des lois différentes.

2.2.5 La force centripète

Au chapitre précédent, nous avons vu qu'un objet en mouvement circulaire possède une **accélération centripète** dirigée vers le centre du cercle, même si sa vitesse (en module) reste constante. Selon la deuxième loi de Newton, cette accélération *doit* être causée par une force.

Force centripète

La **force centripète** est la force résultante nécessaire pour maintenir un objet sur une trajectoire circulaire. Elle est toujours dirigée **vers le centre** de la trajectoire.

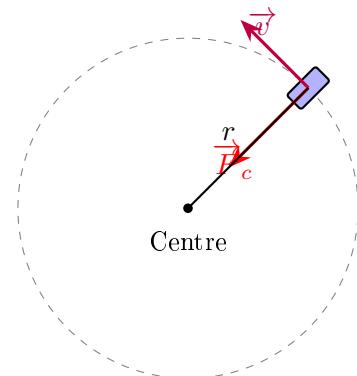
$$F_c = ma_c = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r \quad (2.11)$$

La force centripète n'est PAS un nouveau type de force!

La force centripète n'est **pas** une force supplémentaire à ajouter sur un diagramme de corps libre. C'est simplement le **nom** qu'on donne à la composante de la force résultante qui est dirigée vers le centre du cercle.

Cette force peut être fournie par :

- La **tension** d'une corde (balle au bout d'une ficelle)
- Le **frottement** (voiture dans un virage)
- La **gravité** (satellite en orbite)
- La **normale** (dans un virage bancé)
- Une **combinaison** de forces



La force centripète est toujours perpendiculaire à la vitesse et dirigée vers le centre.

Et la « force centrifuge » ?

Vous avez certainement ressenti cette sensation d'être « poussé vers l'extérieur » dans un virage serré. Pourtant, aucune force ne vous pousse réellement vers l'extérieur!

La force centrifuge n'existe pas (dans un référentiel inertiel)

Ce que vous ressentez comme une « force centrifuge » est en réalité votre **inertie** : votre corps tend à continuer en ligne droite, tandis que la voiture tourne sous vous.

Du point de vue du sol (référentiel inertiel), aucune force ne vous pousse vers l'extérieur. C'est le siège et la ceinture qui vous *tirent* vers l'intérieur pour vous faire tourner avec la voiture.

La « force centrifuge » n'apparaît que si vous analysez le mouvement depuis la voiture (référentiel non inertiel), ce que nous n'avons pas besoin de faire dans ce cours.

Exemple 2.3 – Cargaison dans un virage

Un navire effectue un virage à vitesse constante. Une caisse mal arrimée sur le pont glisse vers l'extérieur du virage. Que s'est-il passé ?

Analyse incorrecte : « La force centrifuge a poussé la caisse vers l'extérieur. »

Analyse correcte : Le navire tourne, ce qui nécessite une force centripète pour tout ce qui est à bord. Pour la caisse, cette force devrait être fournie par le **frottement** avec le pont. Mais si le frottement est insuffisant (caisse mal arrimée, pont glissant), la caisse ne peut pas tourner avec le navire. Selon la première loi de Newton, elle **continue donc en ligne droite** — ce qui, vu depuis le navire qui tourne, ressemble à un mouvement vers l'extérieur.

Leçon : La cargaison doit être correctement arrimée pour que les forces de friction puissent fournir la force centripète nécessaire lors des manœuvres !

2.2.6 Tableau récapitulatif des forces

Force	Formule	Direction et caractéristiques
Poids	$F_g = mg$	Toujours verticale, vers le bas (centre de la Terre)
Normale	N (à déterminer)	Perpendiculaire à la surface, vers l'extérieur
Tension	T (à déterminer)	Parallèle à la corde, tire sur l'objet
Frottement statique	$f_s \leq \mu_s N$	Parallèle à la surface, oppose la tendance au glissement
Frottement cinétique	$f_c = \mu_c N$	Parallèle à la surface, oppose le mouvement
Force centripète	$F_c = \frac{mv^2}{r}$	Vers le centre de la trajectoire circulaire

Identification des forces

Pour chaque situation, identifiez **toutes** les forces agissant sur l'objet indiqué en gras. Précisez la direction de chaque force.

1. Un **livre** posé sur une table horizontale.
2. Une **caisse** tirée sur le sol par une corde faisant un angle de 30° avec l'horizontale.
3. Un **bloc** immobile sur un plan incliné à 25° .
4. Un **bloc** glissant vers le bas d'un plan incliné (avec frottement).
5. Une **voiture** prenant un virage horizontal à vitesse constante.
6. Un **conteneur** suspendu par deux câbles faisant des angles différents avec l'horizontale.

Réponses :

1. Poids (vers le bas), Normale (vers le haut)
2. Poids (vers le bas), Normale (vers le haut), Tension (30° vers le haut-avant), Frottement (opposé au mouvement)
3. Poids (vertical, vers le bas), Normale (perpendiculaire au plan), Frottement statique (parallèle au plan, vers le haut)
4. Poids (vertical, vers le bas), Normale (perpendiculaire au plan), Frottement cinétique (parallèle au plan, vers le haut)
5. Poids (vers le bas), Normale (vers le haut), Frottement statique (horizontal, vers le centre)

du virage)

6. Poids (vers le bas), Tension 1 (vers le câble 1), Tension 2 (vers le câble 2)

2.3 Le diagramme de corps libre et l'équilibre

2.3.1 Le diagramme de corps libre (DCL)

Le **diagramme de corps libre** (DCL) est l'outil le plus important pour résoudre des problèmes de mécanique. Avant de pouvoir appliquer les lois de Newton, vous devez identifier **toutes** les forces qui agissent sur l'objet étudié — et le DCL est la méthode systématique pour y parvenir.

Diagramme de corps libre (DCL)

Un **diagramme de corps libre** est un schéma simplifié montrant :

- L'objet étudié, représenté de façon isolée (souvent par un point ou une forme simple)
- **Toutes** les forces extérieures agissant sur cet objet, représentées par des vecteurs
- Un système de coordonnées approprié

Le DCL ne montre **que** les forces sur l'objet étudié, pas les forces qu'il exerce sur d'autres objets.

Pourquoi le DCL est-il si important?

Le DCL est à la mécanique ce que la liste d'épicerie est aux courses : on peut parfois s'en sortir sans, mais on oublie souvent quelque chose d'important!

Sans un DCL correct et complet :

- Vous risquez d'oublier des forces
- Vous risquez d'ajouter des forces qui n'existent pas
- Vous ne pourrez pas écrire correctement les équations de Newton
- Votre solution sera probablement fausse

Investir du temps dans un bon DCL, c'est s'assurer une résolution correcte.

Les cinq règles d'or du DCL

1. **Isoler l'objet** — Dessinez l'objet étudié *seul*, séparé de son environnement. Représentez-le par un point ou une forme simple.
2. **Représenter TOUTES les forces** — Passez en revue mentalement toutes les forces possibles :
 - ✓ Le poids (toujours présent!)

- ✓ La normale (s'il y a contact avec une surface)
- ✓ La tension (s'il y a une corde ou un câble)
- ✓ Le frottement (s'il y a contact et mouvement ou tendance au mouvement)
- ✓ Toute autre force appliquée

3. **Partir du centre de masse** — Dessinez toutes les forces comme partant du centre de l'objet (ou d'un point représentant l'objet).
4. **Respecter les directions** — Chaque force doit pointer dans la bonne direction :
 - Poids : vers le bas (vertical)
 - Normale : perpendiculaire à la surface
 - Tension : le long de la corde, tirant l'objet
 - Frottement : parallèle à la surface, opposé au mouvement
5. **Ne JAMAIS dessiner l'accélération** — L'accélération n'est **pas** une force! Elle est la *conséquence* des forces, pas une force elle-même.

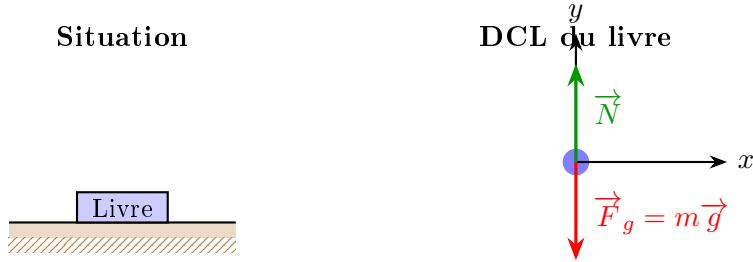
Erreurs fréquentes à éviter

Erreur	Correction
Dessiner une « force du mouvement »	Le mouvement n'est pas une force! Un objet en MRU n'a pas besoin de force pour maintenir sa vitesse.
Dessiner l'inertie comme une force	L'inertie est une propriété, pas une force.
Oublier le poids	La Terre attire toujours l'objet. Le poids est toujours présent!
Confondre normale et poids	Ce sont deux forces distinctes. $N = mg$ seulement dans des cas particuliers.
Dessiner les forces sur d'autres objets	Le DCL ne montre que les forces sur l'objet étudié.
Oublier le frottement	S'il y a contact et mouvement (ou tendance), il y a frottement.

Construction d'un DCL : progression guidée

Voyons comment construire un DCL correct dans des situations de complexité croissante.

Niveau 1 : Objet au repos sur surface horizontale

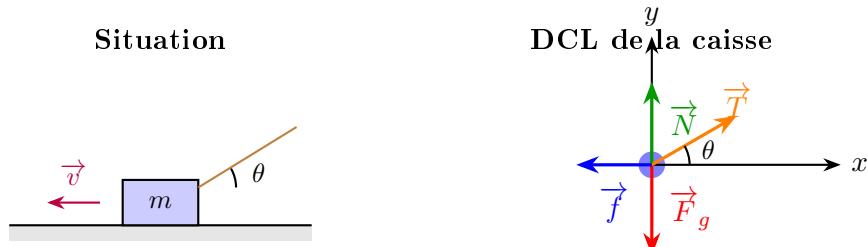


Forces identifiées :

- Poids \vec{F}_g : vers le bas
- Normale \vec{N} : vers le haut (perpendiculaire à la table)

$$\text{Équilibre} : \sum F_y = N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$$

Niveau 2 : Objet tiré par une corde

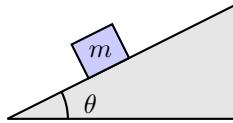
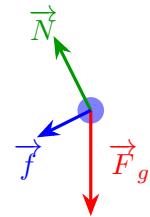


Forces identifiées :

- Poids \vec{F}_g : vers le bas
- Normale \vec{N} : vers le haut
- Tension \vec{T} : le long de la corde, à l'angle θ
- Frottement \vec{f} : opposé au mouvement (vers la gauche)

Note : Ici, $N \neq mg$ car la tension a une composante verticale!

Niveau 3 : Objet sur plan incliné

Situation**DCL du bloc**

Forces identifiées :

- Poids \vec{F}_g : vertical vers le bas
- Normale \vec{N} : perpendiculaire au plan (vers l'extérieur)
- Frottement \vec{f} : parallèle au plan, vers le haut (oppose la tendance à glisser)

Note : Le choix judicieux des axes et la décomposition des forces seront présentés dans les exemples de résolution.

2.3.2 L'algorithme de résolution

Voici la méthode systématique pour résoudre **tout** problème de mécanique — qu'il s'agisse d'équilibre (statique) ou de mouvement (dynamique).

Algorithme de résolution en 4 étapes

Étape 1 — SCHÉMA et DCL

- Dessiner un schéma de la situation physique
- Isoler l'objet d'intérêt (ou chaque objet, s'il y en a plusieurs)
- Tracer le DCL : représenter **toutes** les forces agissant sur l'objet
- Identifier les forces connues et inconnues

Étape 2 — AXES

- Choisir un système de coordonnées (x, y) adapté au problème
- Conseil :* Aligner un axe avec l'accélération (si connue) ou avec la surface de contact
- Indiquer clairement la direction positive de chaque axe

Étape 3 — ÉQUATIONS DE NEWTON

- Décomposer chaque force selon les axes x et y
- Appliquer la deuxième loi de Newton (ou les conditions d'équilibre) :

$$\sum F_x = ma_x \quad (\text{ou } = 0 \text{ si équilibre})$$

$$\sum F_y = ma_y \quad (\text{ou } = 0 \text{ si équilibre})$$

- Écrire les équations explicitement avec les symboles des forces

Étape 4 — ALGÈBRE

- Compter les équations et les inconnues (il faut autant d'équations que d'inconnues!)
- Résoudre le système d'équations **algébriquement** (avec des symboles)
- Substituer les valeurs numériques *à la fin*
- Vérifier : unités correctes? Ordre de grandeur raisonnable? Signe cohérent?

Pourquoi résoudre algébriquement d'abord?

Résoudre avec des symboles avant de substituer les nombres présente plusieurs avantages :

- On peut vérifier les **unités** de la réponse finale
- On peut analyser les **cas limites** (que se passe-t-il si $\theta \rightarrow 0$? si $m \rightarrow \infty$?)
- On évite les erreurs de calcul intermédiaires
- La solution est **réutilisable** pour d'autres valeurs numériques

Conseils pour le choix des axes

Le choix du système de coordonnées est libre, mais certains choix simplifient grandement les calculs :

Situation	Choix recommandé
Mouvement horizontal	x horizontal (sens du mouvement), y vertical vers le haut
Plan incliné	x parallèle à la pente, y perpendiculaire à la pente
Objet suspendu	x horizontal, y vertical vers le haut
Mouvement circulaire	Un axe vers le centre du cercle

Peu importe le choix

Vous pouvez toujours choisir n'importe quel système d'axes — la réponse finale sera la même. Mais un bon choix réduit le nombre de forces à décomposer et simplifie les équations. Sur un plan incliné, si vous choisissez des axes horizontaux/verticaux, vous devrez décomposer **trois** forces (\vec{N} , \vec{f} , et \vec{F}_g). Avec des axes parallèles/perpendiculaires à la pente, seul le poids doit être décomposé.

2.3.3 Applications : problèmes d'équilibre (statique)

Appliquons maintenant l'algorithme à des problèmes de statique, où $\vec{a} = \vec{0}$.

Exemple 2.4 – Conteneur suspendu par deux câbles

Un conteneur de masse $m = 2000 \text{ kg}$ est suspendu dans la cale d'un navire par deux câbles. Le câble de bâbord fait un angle de $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale, celui de tribord fait un angle de $\beta = 45^\circ$ avec l'horizontale. Déterminer les tensions T_1 et T_2 dans chaque câble.

Étape 1 — SCHÉMA et DCL

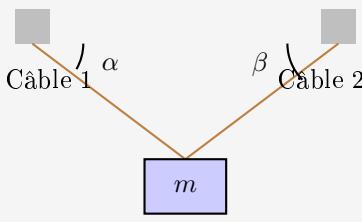
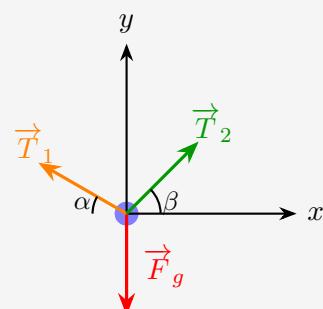


Schéma de situation



DCL du conteneur

Forces sur le conteneur :

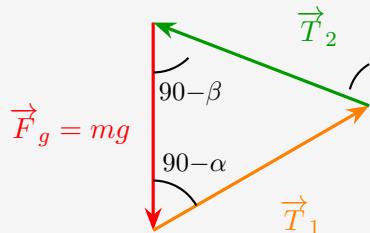
- Poids : $F_g = mg$ (vers le bas)
- Tension 1 : \vec{T}_1 (vers le câble de bâbord, à l'angle α au-dessus de l'horizontale)
- Tension 2 : \vec{T}_2 (vers le câble de tribord, à l'angle β au-dessus de l'horizontale)

Étape 2 — MÉTHODE GÉOMÉTRIQUE (Triangle de forces)

Puisque le conteneur est en équilibre, la somme vectorielle des trois forces est nulle :

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{F}_g = \vec{0}$$

Cela signifie que si on place les trois vecteurs bout à bout, ils forment un **triangle fermé**.



Les angles du triangle sont :

- En bas : $90 - \alpha$
- En haut : $90 - \beta$
- À droite : $\alpha + \beta$

Étape 3 — LOI DES SINUS

Dans un triangle, la loi des sinus stipule que le rapport entre un côté et le sinus de l'angle opposé est constant :

$$\frac{T_1}{\sin(90 - \beta)} = \frac{T_2}{\sin(90 - \alpha)} = \frac{mg}{\sin(\alpha + \beta)}$$

En utilisant $\sin(90 - \theta) = \cos \theta$:

$$\frac{T_1}{\cos \beta} = \frac{T_2}{\cos \alpha} = \frac{mg}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Étape 4 — CALCULS
Application numérique :

Avec $m = 2000 \text{ kg}$, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(75^\circ) = 0,966$$

$$T_1 = \frac{mg \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{2000 \times 9,81 \times \cos 45^\circ}{\sin 75^\circ} = \frac{19\,620 \times 0,707}{0,966} = \boxed{14,4 \text{ kN}}$$

$$T_2 = \frac{mg \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{2000 \times 9,81 \times \cos 30^\circ}{\sin 75^\circ} = \frac{19\,620 \times 0,866}{0,966} = \boxed{17,6 \text{ kN}}$$

Vérification :

- $T_2 > T_1$: logique car le câble de tribord est plus vertical ($45 > 30$), il supporte une plus grande partie du poids.
- On peut vérifier : $T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta = 14\,400 \times 0,5 + 17\,600 \times 0,707 = 7\,200 + 12\,440 \approx mg$

Avantage de la méthode géométrique

La méthode du triangle de forces avec la loi des sinus donne directement les tensions sans avoir à résoudre un système d'équations. Elle est particulièrement efficace quand on a exactement trois forces en équilibre.

Feu de navigation suspendu

Un feu de navigation de masse $m = 15 \text{ kg}$ est suspendu entre deux mâts par deux câbles. Le câble de bâbord fait un angle de $\alpha = 35^\circ$ avec l'horizontale, celui de tribord fait un angle de $\beta = 50^\circ$ avec l'horizontale.

1. Dessinez le DCL du feu de navigation.
2. Écrivez les équations d'équilibre.
3. Calculez les tensions T_1 et T_2 dans chaque câble.

Résolution :

Réponses :

$$\text{Équation (1)} : -T_1 \cos 35^\circ + T_2 \cos 50^\circ = 0$$

$$\text{Équation (2)} : T_1 \sin 35^\circ + T_2 \sin 50^\circ - mg = 0$$

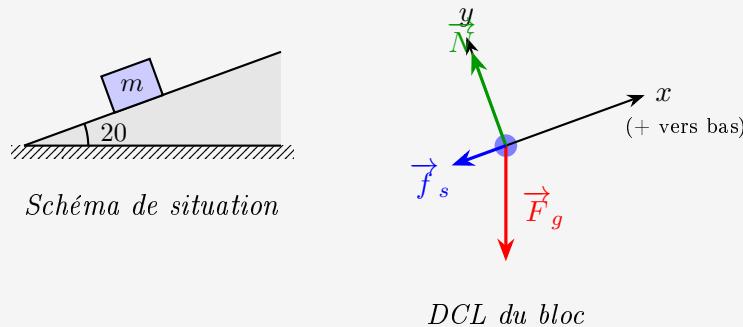
$$T_1 = 106 \text{ N} ; T_2 = 135 \text{ N}$$

Exemple 2.5 – Bloc sur plan incliné à l'équilibre

Un bloc de masse $m = 20 \text{ kg}$ est posé sur un plan incliné à $\theta = 20^\circ$ par rapport à l'horizontale. Le bloc reste immobile. Le coefficient de frottement statique est $\mu_s = 0,5$.

- a) Calculer la force de frottement statique qui maintient le bloc en équilibre.
- b) Quel est l'angle maximal avant que le bloc ne commence à glisser?

Étape 1 — SCHÉMA et DCL


Forces sur le bloc :

- Poids : $F_g = mg$ (vertical vers le bas)
- Normale : N (perpendiculaire au plan, vers l'extérieur)
- Frottement statique : f_s (parallèle au plan, vers le haut — s'oppose à la tendance à glisser)

Étape 2 — AXES

x : parallèle à la pente, positif vers le bas

y : perpendiculaire à la pente, positif vers l'extérieur

Ce choix est stratégique : seul le poids doit être décomposé.

Étape 3 — ÉQUATIONS DE NEWTON

Décomposition du poids :

$$F_{g,x} = mg \sin \theta \quad (\text{vers le bas de la pente})$$

$$F_{g,y} = -mg \cos \theta \quad (\text{vers la pente})$$

Équilibre selon y : $\sum F_y = 0$

$$N - mg \cos \theta = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg \cos \theta \quad (1)$$

Équilibre selon x : $\sum F_x = 0$

$$mg \sin \theta - f_s = 0 \quad \Rightarrow \quad f_s = mg \sin \theta \quad (2)$$

Étape 4 — ALGÈBRE

a) **Force de frottement :**

$$f_s = mg \sin \theta = 20 \times 9,81 \times \sin 20 = 196,2 \times 0,342 = \boxed{67,1 \text{ N}}$$

Vérification que le bloc peut rester en équilibre :

Le frottement maximal possible est :

$$f_{s,max} = \mu_s N = \mu_s mg \cos \theta = 0,5 \times 20 \times 9,81 \times \cos 20 = 0,5 \times 196,2 \times 0,940 = 92,2 \text{ N}$$

Comme $f_s = 67,1 \text{ N} < f_{s,max} = 92,2 \text{ N}$, le bloc reste bien en équilibre.

b) **Angle maximal :**

Le bloc commence à glisser quand $f_s = f_{s,max}$, c'est-à-dire quand :

$$mg \sin \theta_{max} = \mu_s mg \cos \theta_{max}$$

$$\tan \theta_{max} = \mu_s$$

$$\theta_{max} = \arctan(\mu_s) = \arctan(0,5) = \boxed{26,6}$$

Remarque : L'angle limite de glissement ne dépend que de μ_s , pas de la masse!

Caisse sur rampe de chargement

Une caisse de 150 kg est posée sur une rampe de chargement inclinée à 25. Le coefficient de frottement statique entre la caisse et la rampe est $\mu_s = 0,6$.

1. La caisse reste-t-elle en place ou glisse-t-elle?
2. Si elle reste en place, quelle est la force de frottement?
3. Quel angle maximal la rampe pourrait-elle avoir avant que la caisse ne glisse?

Résolution :

Réponses :

1. $\tan 25 = 0,466 < \mu_s = 0,6$, donc la caisse **reste en place**.
2. $f_s = mg \sin 25 = 150 \times 9,81 \times 0,423 = 622 \text{ N}$
3. $\theta_{max} = \arctan(0,6) = 31,0$

2.4 Dynamique : la deuxième loi en action

2.4.1 De l'équilibre à l'accélération

Jusqu'à maintenant, nous avons étudié des situations où les objets sont en équilibre : la force résultante est nulle, donc l'accélération est nulle. Mais que se passe-t-il quand $\sum \vec{F} \neq \vec{0}$?

Maintenant

	Équilibre (statique)	Dynamique
Force résultante	$\sum \vec{F} = \vec{0}$	$\sum \vec{F} \neq \vec{0}$
Accélération	$\vec{a} = \vec{0}$	$\vec{a} \neq \vec{0}$
Mouvement	Repos ou MRU	Accéléré (MRUA ou autre)
Équations	$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$	$\sum F_x = ma_x, \sum F_y = ma_y$

L'algorithme de résolution reste le même! Seules les équations de Newton changent.

2.4.2 Problèmes à une dimension

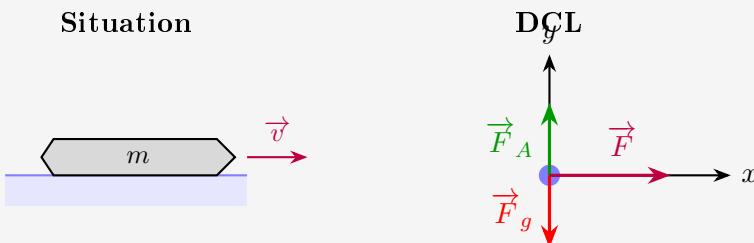
Commençons par des situations où toutes les forces et le mouvement sont alignés sur une seule direction.

Une seule force

Exemple 2.6 – Remorqueur en accélération

Un remorqueur de masse $m = 800$ tonnes démarre du repos. Ses moteurs fournissent une poussée de $F = 120$ kN. En négligeant la résistance de l'eau au démarrage, quelle est son accélération initiale?

Étape 1 — SCHÉMA et DCL



Forces : Poids F_g (bas), Poussée d'Archimède F_A (haut), Poussée des moteurs F (avant). En négligeant la résistance, seule la poussée F contribue à l'accélération horizontale.

Étapes 2-3 — Équation de Newton

Selon x : $\sum F_x = ma_x$

$$F = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{m}$$

Étape 4 — Calcul

$$a = \frac{120 \times 10^3 \text{ N}}{800 \times 10^3 \text{ kg}} = 0,15 \text{ m/s}^2 = \boxed{0,15 \text{ m/s}^2}$$

Interprétation : Le remorqueur gagne $0,15 \text{ m/s}$ chaque seconde. Pour atteindre 6 m/s (environ 12 noeuds), il faudrait $t = \frac{6}{0,15} = 40 \text{ s}$.

Deux forces opposées : introduction du frottement

En réalité, la résistance de l'eau ou le frottement s'opposent au mouvement. Voyons comment les intégrer.

Exemple 2.7 – Caisse poussée avec frottement

Une caisse de $m = 50 \text{ kg}$ est poussée sur un plancher horizontal avec une force horizontale $F = 200 \text{ N}$. Le coefficient de frottement cinétique est $\mu_c = 0,25$. Quelle est l'accélération de la caisse?

Étape 1 — SCHÉMA et DCL



Étapes 2-3 — Équations de Newton

Selon y (équilibre vertical) :

$$N - mg = 0 \Rightarrow N = mg = 50 \times 9,81 = 490,5 \text{ N}$$

Frottement cinétique :

$$f_c = \mu_c N = 0,25 \times 490,5 = 122,6 \text{ N}$$

Selon x :

$$F - f_c = ma$$

Étape 4 — Calcul

$$a = \frac{F - f_c}{m} = \frac{200 - 122,6}{50} = \frac{77,4}{50} = \boxed{1,55 \text{ m/s}^2}$$

Remarque : Sans frottement, l'accélération serait $a = \frac{200}{50} = 4 \text{ m/s}^2$. Le frottement réduit l'accélération de plus de 60%!

Chariot de manutention

Un chariot de manutention de $m = 120 \text{ kg}$ est poussé sur le pont d'un navire avec une force horizontale de 180 N . Le coefficient de frottement cinétique entre les roues et le pont est $\mu_c =$

0,08.

1. Calculez l'accélération du chariot.
2. Quelle force minimale faudrait-il pour déplacer le chariot à vitesse constante?
3. Si le chariot part du repos, quelle sera sa vitesse après 5 s?

Résolution :

Réponses :

1. $f_c = 0,08 \times 120 \times 9,81 = 94,2 \text{ N}$; $a = \frac{180 - 94,2}{120} = 0,72 \text{ m/s}^2$
2. Pour $a = 0$: $F = f_c = 94,2 \text{ N}$
3. $v = v_0 + at = 0 + 0,72 \times 5 = 3,6 \text{ m/s}$

2.4.3 Problèmes à deux dimensions

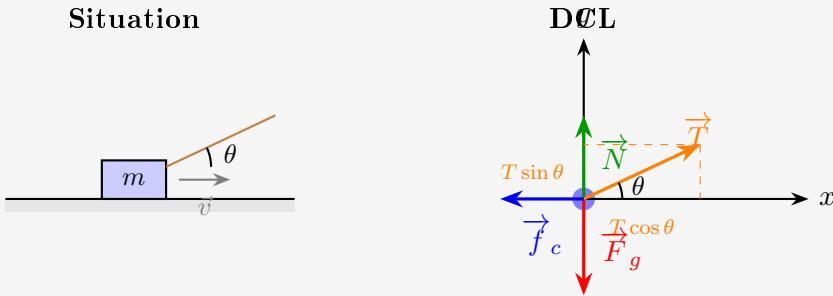
Quand les forces ne sont pas toutes alignées, il faut décomposer selon deux axes.

Force appliquée à un angle

Exemple 2.8 – Caisse tirée par une corde à angle

Une caisse de $m = 40 \text{ kg}$ est tirée sur un plancher horizontal par une corde faisant un angle $\theta = 25^\circ$ avec l'horizontale. La tension dans la corde est $T = 150 \text{ N}$ et le coefficient de frottement cinétique est $\mu_c = 0,30$. Calculez l'accélération de la caisse.

Étape 1 — SCHÉMA et DCL

**Étape 2 — Décomposition**

La tension a deux composantes :

$$T_x = T \cos \theta = 150 \times \cos 25 = 136,0 \text{ N}$$

$$T_y = T \sin \theta = 150 \times \sin 25 = 63,4 \text{ N}$$

Étape 3 — Équations de Newton

Selon y (pas d'accélération verticale) :

$$N + T \sin \theta - mg = 0$$

$$N = mg - T \sin \theta = 40 \times 9,81 - 63,4 = 392,4 - 63,4 = 329,0 \text{ N}$$

Observation importante : $N < mg$! La composante verticale de la tension « soulage » partiellement le poids, réduisant la normale et donc le frottement.

Frottement :

$$f_c = \mu_c N = 0,30 \times 329,0 = 98,7 \text{ N}$$

Selon x :

$$T \cos \theta - f_c = ma$$

Étape 4 — Calcul

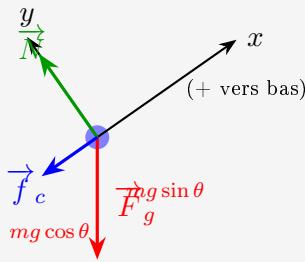
$$a = \frac{T \cos \theta - f_c}{m} = \frac{136,0 - 98,7}{40} = \frac{37,3}{40} = \boxed{0,93 \text{ m/s}^2}$$

Comparaison : Si la corde était horizontale ($\theta = 0$), on aurait $N = mg = 392,4 \text{ N}$, $f_c = 117,7 \text{ N}$, et $a = \frac{150 - 117,7}{40} = 0,81 \text{ m/s}^2$. Tirer à angle est plus efficace!

Plan incliné avec mouvement**Exemple 2.9 – Bloc glissant sur un plan incliné**

Un bloc de $m = 10 \text{ kg}$ est lâché du haut d'un plan incliné à $\theta = 35^\circ$. Le coefficient de frottement cinétique est $\mu_c = 0,20$. Calculez l'accélération du bloc.

Étape 1 — DCL



Étape 2 — Axes

x : parallèle à la pente, positif vers le bas (sens du mouvement)

y : perpendiculaire à la pente, positif vers l'extérieur

Étape 3 — Équations de Newton

Selon y (pas de mouvement perpendiculaire à la pente) :

$$N - mg \cos \theta = 0 \Rightarrow N = mg \cos \theta$$

Selon x :

$$mg \sin \theta - f_c = ma$$

Avec $f_c = \mu_c N = \mu_c mg \cos \theta$:

$$mg \sin \theta - \mu_c mg \cos \theta = ma$$

$$a = g(\sin \theta - \mu_c \cos \theta)$$

Étape 4 — Calcul

$$\begin{aligned} a &= 9,81 \times (\sin 35 - 0,20 \times \cos 35) \\ &= 9,81 \times (0,574 - 0,20 \times 0,819) \\ &= 9,81 \times (0,574 - 0,164) \\ &= 9,81 \times 0,410 = \boxed{4,02 \text{ m/s}^2} \end{aligned}$$

Vérification : Sans frottement, $a = g \sin \theta = 9,81 \times 0,574 = 5,63 \text{ m/s}^2$. Le frottement réduit l'accélération d'environ 29%.

Sens du frottement sur un plan incliné

Le frottement s'oppose **toujours** au mouvement relatif :

- Si le bloc glisse vers le **bas** : le frottement est vers le **haut** de la pente.
- Si le bloc est poussé vers le **haut** : le frottement est vers le **bas** de la pente.

Attention à ne pas confondre « s'oppose au mouvement » avec « vers le bas » ou « vers le haut » !

2.4.4 Systèmes à plusieurs objets

Jusqu'ici, nous avons analysé des objets isolés. Mais souvent, plusieurs objets sont reliés et interagissent. Comment traiter ces systèmes?

Deux approches possibles :

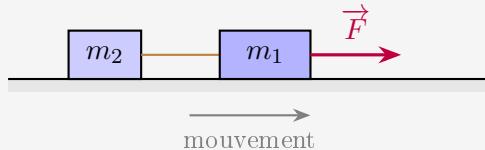
1. **Analyse séparée** : Tracer un DCL pour chaque objet, écrire les équations de Newton pour chacun, puis résoudre le système d'équations.
2. **Analyse globale** : Traiter le système comme un seul objet (utile pour trouver l'accélération rapidement, mais ne donne pas les forces internes).

Objets reliés sur surface horizontale

Exemple 2.10 – Deux blocs reliés par une corde

Deux blocs de masses $m_1 = 5\text{ kg}$ et $m_2 = 3\text{ kg}$ sont reliés par une corde légère et posés sur une surface horizontale sans frottement. On tire le bloc 1 avec une force $F = 24\text{ N}$.

- a) Quelle est l'accélération du système?
- b) Quelle est la tension dans la corde?

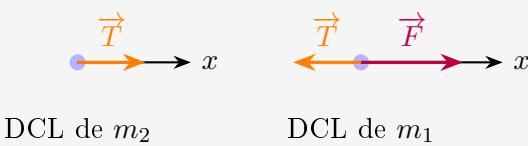


Méthode 1 : Analyse globale (pour trouver a)

Considérons les deux blocs comme un seul système de masse $m_{tot} = m_1 + m_2 = 8\text{ kg}$. La seule force extérieure horizontale est F (la tension est une force *interne* au système).

$$F = m_{tot} \cdot a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{24}{8} = 3,0 \text{ m/s}^2$$

Méthode 2 : Analyse séparée (pour trouver T)



Pour le bloc 2 : $T = m_2 a = 3 \times 3,0 = 9,0 \text{ N}$

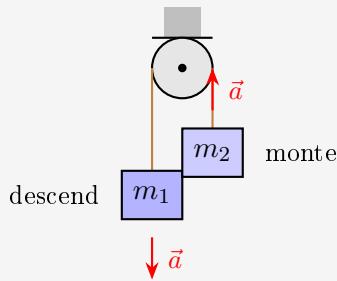
Vérification avec le bloc 1 : $F - T = m_1 a \rightarrow 24 - 9 = 5 \times 3 = 15$

La machine d'Atwood

Exemple 2.11 – Machine d'Atwood

Deux masses $m_1 = 5 \text{ kg}$ et $m_2 = 3 \text{ kg}$ sont reliées par une corde légère passant sur une poulie sans frottement. On lâche le système du repos.

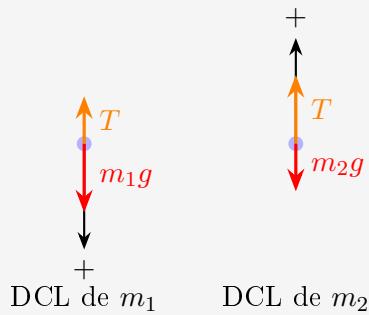
- Quelle est l'accélération du système?
- Quelle est la tension dans la corde?



Contraintes importantes :

- La corde est **inextensible** : les deux masses ont la même accélération (en module).
- La poulie est **sans masse et sans frottement** : la tension est la même des deux côtés.

Convention : Prenons positif vers le bas pour m_1 et positif vers le haut pour m_2 (les deux dans le sens du mouvement attendu).



Équations de Newton :

Pour m_1 (positif vers le bas) :

$$m_1g - T = m_1a \quad (1)$$

Pour m_2 (positif vers le haut) :

$$T - m_2g = m_2a \quad (2)$$

Résolution :

Additionnons (1) et (2) :

$$m_1g - T + T - m_2g = m_1a + m_2a$$

$$(m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a$$

$$a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2} = \frac{(5 - 3) \times 9,81}{5 + 3} = \frac{19,62}{8} = \boxed{2,45 \text{ m/s}^2}$$

Pour la tension, substituons dans (2) :

$$T = m_2(g + a) = 3 \times (9,81 + 2,45) = 3 \times 12,26 = \boxed{36,8 \text{ N}}$$

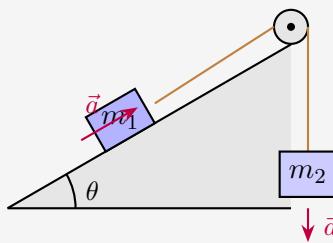
Vérification :

- Si $m_1 = m_2$: $a = 0$ (logique, les masses s'équilibreront)
- Si $m_2 = 0$: $a = g$ (chute libre de m_1)
- T est entre $m_2g = 29,4 \text{ N}$ et $m_1g = 49,1 \text{ N}$

Poulie avec plan incliné

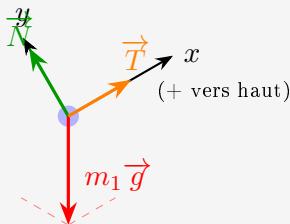
Exemple 2.12 – Bloc sur plan incliné relié à une masse suspendue

Un bloc de $m_1 = 8 \text{ kg}$ est posé sur un plan incliné à $\theta = 30^\circ$ (sans frottement). Il est relié par une corde passant sur une poulie à une masse suspendue $m_2 = 5 \text{ kg}$. Déterminez l'accélération du système et la tension dans la corde.

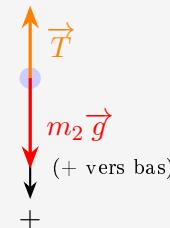


DCL des deux masses :

DCL de m_1



DCL de m_2



Question préliminaire : Dans quel sens le système va-t-il bouger?

Comparons les « forces motrices » :

- Composante du poids de m_1 le long de la pente : $m_1g \sin \theta = 8 \times 9,81 \times 0,5 = 39,2 \text{ N}$
- Poids de m_2 : $m_2g = 5 \times 9,81 = 49,1 \text{ N}$

Comme $49,1 \text{ N} > 39,2 \text{ N}$, la masse m_2 descend et m_1 monte le plan.

Équations de Newton :

Pour m_1 (positif vers le haut du plan) :

$$T - m_1 g \sin \theta = m_1 a \quad (1)$$

Pour m_2 (positif vers le bas) :

$$m_2 g - T = m_2 a \quad (2)$$

Résolution :

Additionnons (1) et (2) :

$$m_2 g - m_1 g \sin \theta = (m_1 + m_2) a$$

$$a = \frac{m_2 g - m_1 g \sin \theta}{m_1 + m_2} = \frac{g(m_2 - m_1 \sin \theta)}{m_1 + m_2}$$

$$a = \frac{9,81 \times (5 - 8 \times 0,5)}{8 + 5} = \frac{9,81 \times 1}{13} = [0,75 \text{ m/s}^2]$$

Tension :

$$T = m_2(g - a) = 5 \times (9,81 - 0,75) = 5 \times 9,06 = [45,3 \text{ N}]$$

Système poulie avec frottement

Reprendons l'exemple précédent, mais avec un coefficient de frottement cinétique $\mu_c = 0,15$ entre m_1 et le plan.

1. Le système bouge-t-il toujours dans le même sens?
2. Calculez la nouvelle accélération.
3. Calculez la nouvelle tension.

Indice : Le frottement s'oppose au mouvement de m_1 (vers le haut), donc il est dirigé vers le bas de la pente.

Résolution :

Réponses :

1. Oui, m_2 descend toujours (mais il faut vérifier).

$$2. f_c = \mu_c N = \mu_c m_1 g \cos \theta = 0,15 \times 8 \times 9,81 \times 0,866 = 10,2 \text{ N}$$

Nouvelle équation pour m_1 : $T - m_1 g \sin \theta - f_c = m_1 a$

$$a = \frac{m_2 g - m_1 g \sin \theta - f_c}{m_1 + m_2} = \frac{49,1 - 39,2 - 10,2}{13} = \frac{-0,3}{13} \approx 0 \text{ m/s}^2$$

Le système est presque en équilibre! (En fait, avec ces valeurs, il ne bouge pas car le frottement statique suffit.)

$$3. \text{ Si } a \approx 0 : T \approx m_2 g = 49,1 \text{ N}$$

2.5 Dynamique du mouvement circulaire

2.5.1 Retour sur l'accélération centripète

Au chapitre précédent, nous avons découvert un résultat surprenant : un objet qui se déplace en cercle à vitesse *constante* possède quand même une accélération! Cette accélération, appelée **centripète**, est dirigée vers le centre du cercle.

Rappel : accélération centripète

Un objet en mouvement circulaire uniforme (vitesse constante en module) possède une accélération dirigée vers le centre :

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (2.12)$$

où :

- v est la vitesse (tangentielle) de l'objet
- r est le rayon de la trajectoire circulaire
- ω est la vitesse angulaire (en rad/s)

Pourquoi une accélération si la vitesse est constante?

Souvenez-vous : l'accélération mesure le **changement de vitesse**, et la vitesse est un **vecteur**. Un vecteur peut changer de deux façons :

- En **module** (la « grandeur » change) → accélération tangentielle
- En **direction** (l'orientation change) → accélération centripète

Dans un mouvement circulaire uniforme, seule la direction change. La vitesse « tourne » constamment, ce qui constitue un changement, donc une accélération.

2.5.2 La force centripète : cause de l'accélération

Maintenant, appliquons la deuxième loi de Newton. S'il y a une accélération vers le centre, alors il *doit* y avoir une force résultante vers le centre!

Force centripète

La **force centripète** est la force résultante nécessaire pour maintenir un objet sur une trajectoire circulaire :

$$F_c = ma_c = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r \quad (2.13)$$

Cette force est **toujours dirigée vers le centre** de la trajectoire circulaire.

Point crucial : la force centripète n'est PAS une nouvelle force!

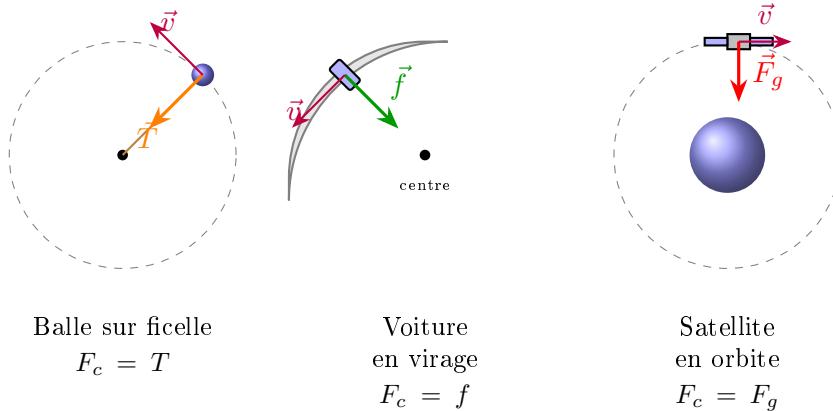
C'est l'erreur la plus fréquente dans ce chapitre. La force centripète n'est **pas** un nouveau type de force à ajouter sur votre DCL!

C'est simplement le **nom** qu'on donne à la composante de la force résultante qui pointe vers le centre du cercle. Cette force peut être fournie par :

Situation	Force qui fournit F_c
Balle au bout d'une ficelle	Tension de la ficelle
Voiture dans un virage plat	Frottement des pneus
Satellite en orbite	Gravité
Passager dans un manège	Normale du siège
Eau dans un seau qu'on fait tourner	Normale du fond du seau
Lune autour de la Terre	Attraction gravitationnelle

Sur un DCL, on dessine la vraie force (tension, frottement, normale...), jamais « F_c » comme force séparée!

Trois situations, même principe



2.5.3 La « force centrifuge » : un mirage

Vous avez certainement ressenti cette sensation d'être « poussé vers l'extérieur » dans un virage serré ou sur un manège. Cette sensation est si forte qu'on lui a donné un nom : la « force centrifuge ». Mais existe-t-elle vraiment ?

La force centrifuge n'existe pas!

Dans un référentiel inertiel (comme le sol), **aucune force** ne vous pousse vers l'extérieur d'un virage.

Ce que vous ressentez, c'est votre **inertie** : votre corps tend à continuer en ligne droite (première loi de Newton), tandis que la voiture tourne sous vous. C'est le siège et la ceinture qui vous *tirent* vers l'intérieur pour vous faire tourner avec la voiture.

Résumé : La « force centrifuge » est une **sensation**, pas une force réelle. Elle n'apparaît que si vous analysez le mouvement depuis un référentiel *non inertiel* (comme l'intérieur de la voiture qui tourne), ce que nous ne faisons pas dans ce cours.

Analogie pour comprendre

Imaginez que vous êtes debout dans un autobus qui freine brusquement. Vous avez l'impression d'être « poussé vers l'avant ». Mais personne ne vous pousse ! C'est simplement que votre corps continue tout droit (inertie) pendant que l'autobus ralentit sous vos pieds.

C'est exactement la même chose dans un virage : vous continuez « tout droit » pendant que la voiture tourne.

2.5.4 Méthode de résolution

Pour résoudre des problèmes de mouvement circulaire, on applique le même algorithme qu'avant, avec une particularité : on choisit un axe pointant **vers le centre** du cercle.

Algorithme pour le mouvement circulaire

Étape 1 — DCL

- Identifier toutes les forces **réelles** (poids, normale, tension, frottement...)
- Ne jamais ajouter « F_c » comme force séparée!

Étape 2 — Axes

- Un axe vers le **centre** du cercle (direction de \vec{a}_c)
- Un axe perpendiculaire (souvent vertical ou tangentiel)

Étape 3 — Équations de Newton

- Selon l'axe vers le centre : $\sum F_{\rightarrow \text{centre}} = ma_c = m \frac{v^2}{r}$
- Selon l'autre axe : $\sum F_{\perp} = 0$ (ou ma_{\perp} s'il y a accélération)

Étape 4 — Résolution algébrique

2.5.5 Applications

Virage horizontal (non bancé)

Exemple 2.13 – Voiture dans un virage

Une voiture de masse $m = 1200 \text{ kg}$ prend un virage horizontal de rayon $r = 50 \text{ m}$. Le coefficient de frottement statique entre les pneus et la route est $\mu_s = 0,8$.

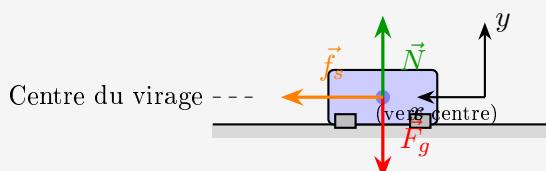
Quelle est la vitesse maximale à laquelle la voiture peut négocier ce virage sans déraper?

Analyse physique

Pour que la voiture tourne, il faut une force centripète dirigée vers le centre du virage. Sur une route horizontale, cette force est fournie par le **frottement statique** entre les pneus et la route.

Si la voiture va trop vite, le frottement nécessaire dépasse le frottement maximal disponible → la voiture dérape vers l'extérieur.

DCL (vue de derrière la voiture)



Équations

Selon y (vertical) : $\sum F_y = 0$

$$N - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg$$

Selon x (vers le centre) : $\sum F_x = ma_c$

$$f_s = m \frac{v^2}{r}$$

Condition de non-dérapage

Pour que la voiture ne dérape pas, il faut $f_s \leq f_{s,max} = \mu_s N = \mu_s mg$.

À la vitesse maximale, $f_s = f_{s,max}$:

$$\mu_s mg = m \frac{v_{max}^2}{r}$$

Les masses s'annulent (la vitesse maximale ne dépend pas de la masse!) :

$$v_{max} = \sqrt{\mu_s gr}$$

Application numérique

$$v_{max} = \sqrt{0,8 \times 9,81 \times 50} = \sqrt{392,4} = 19,8 \text{ m/s} \approx \boxed{71 \text{ km/h}}$$

Remarques importantes :

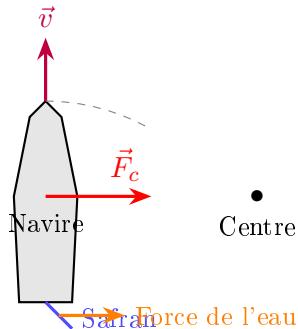
- La vitesse maximale ne dépend **pas** de la masse du véhicule.
- Sur route mouillée ($\mu_s \approx 0,5$) : $v_{max} \approx 56 \text{ km/h}$.
- Sur glace ($\mu_s \approx 0,1$) : $v_{max} \approx 25 \text{ km/h}$!

Application maritime : cargaison dans un virage

Lorsqu'un navire effectue un virage, une force centripète doit être exercée pour le maintenir sur sa trajectoire circulaire. D'où vient cette force?

Origine de la force centripète sur un navire

Contrairement à une voiture qui utilise le frottement des pneus, un navire utilise principalement le **safran** (gouvernail) pour virer :



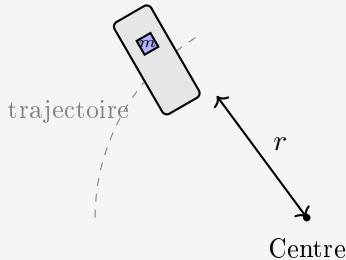
Quand le safran est braqué, il dévie l'écoulement de l'eau. Par réaction (3^e loi de Newton), l'eau exerce une force latérale sur le safran, qui se transmet à tout le navire. Cette force, combinée à la pression latérale de l'eau sur la coque, fournit la force centripète nécessaire au virage.

Exemple 2.14 – Cargaison sur le pont d'un navire virant

Un navire de masse $m = 5000$ tonnes effectue un virage de rayon $r = 500$ m à une vitesse de $v = 10$ m/s (environ 20 noeuds).

- Quelle force centripète est nécessaire pour le navire?
- Une caisse de 200 kg est posée sur le pont. Le coefficient de frottement statique est $\mu_s = 0,4$. La caisse glisse-t-elle?

Schéma de situation



a) Force centripète nécessaire pour le navire

$$F_c = m \frac{v^2}{r} = 5 \times 10^6 \text{ kg} \times \frac{(10)^2}{500} = 5 \times 10^6 \text{ kg} \times 0,2 \text{ m/s}^2 = \boxed{1 \times 10^6 \text{ N} = 1 \text{ MN}}$$

Cette force est fournie par l'action du safran et la pression latérale de l'eau sur la coque.

b) Glissement de la caisse

L'accélération centripète subie par la caisse est :

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{100}{500} = 0,2 \text{ m/s}^2$$

Force centripète nécessaire pour la caisse :

$$F_{c,caisse} = m_{caisse} \times a_c = 200 \times 0,2 = 40 \text{ N}$$

Frottement maximal disponible :

$$f_{s,max} = \mu_s m_{caisse} g = 0,4 \times 200 \times 9,81 = 785 \text{ N}$$

Comme $40 \text{ N} \ll 785 \text{ N}$, le frottement est largement suffisant. **La caisse ne glisse pas.**

Remarque : Lors de manœuvres d'urgence (virage serré à haute vitesse), a_c peut devenir beaucoup plus grand, d'où l'importance critique de l'arrimage de la cargaison! Une caisse mal arrimée qui glisse peut causer des dommages ou déstabiliser le navire.

Câble de grue en rotation

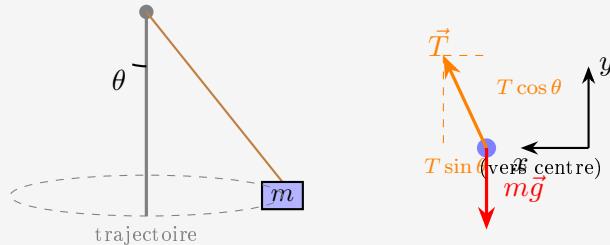
Exemple 2.15 – Charge suspendue à une grue qui pivote

Une grue de navire pivote pour déplacer une charge de $m = 500 \text{ kg}$. Le câble fait un angle θ avec la verticale pendant la rotation. Si le rayon de rotation est $r = 8 \text{ m}$ et la période de rotation est $T = 10 \text{ s}$, quel angle fait le câble avec la verticale?

Analyse

Pendant la rotation, la charge décrit un cercle horizontal. La tension dans le câble doit :

- Compenser le poids (composante verticale)
- Fournir la force centripète (composante horizontale)



Calculs préliminaires

Vitesse angulaire :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10} = 0,628 \text{ rad/s}$$

Équations

Selon y (vertical) : $\sum F_y = 0$

$$T \cos \theta - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad T \cos \theta = mg$$

Selon x (vers le centre, horizontal) : $\sum F_x = ma_c$

$$T \sin \theta = m\omega^2 r$$

Résolution

Divisons :

$$\frac{T \sin \theta}{T \cos \theta} = \frac{m\omega^2 r}{mg}$$

$$\tan \theta = \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{(0,628)^2 \times 8}{9,81} = \frac{3,15}{9,81} = 0,321$$

$$\theta = \arctan(0,321) = \boxed{17,8}$$

Tension dans le câble :

$$T = \frac{mg}{\cos \theta} = \frac{500 \times 9,81}{\cos 17,8} = \frac{4905}{0,952} = \boxed{5150 \text{ N}}$$

La tension est légèrement supérieure au poids (4905 N) à cause de la composante centripète.

Passager sur le pont d'un traversier

Un traversier effectue un virage de rayon $r = 300 \text{ m}$ à une vitesse de $v = 8 \text{ m/s}$ (environ 16 noeuds). Un passager de 70 kg se tient debout sur le pont.

1. Quelle est l'accélération centripète subie par le passager?
2. Quelle force horizontale le pont doit-il exercer sur les pieds du passager?
3. Si le coefficient de frottement statique entre ses chaussures et le pont est $\mu_s = 0,6$, risque-t-il de glisser?
4. À quelle vitesse le passager commencerait-il à glisser?

Résolution :

Réponses :

$$1. a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{64}{300} = 0,213 \text{ m/s}^2$$

$$2. F_c = ma_c = 70 \times 0,213 = 14,9 \text{ N} \text{ (frottement statique)}$$

$$3. f_{s,max} = \mu_s mg = 0,6 \times 70 \times 9,81 = 412 \text{ N}. \text{ Comme } 14,9 \text{ N} \ll 412 \text{ N, non, il ne glisse pas.}$$

4. $v_{max} = \sqrt{\mu_s g r} = \sqrt{0,6 \times 9,81 \times 300} = 42 \text{ m/s} \approx 82 \text{ noeuds}$ (impossible pour un traversier!)

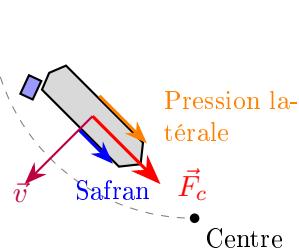
2.5.6 Résumé : mouvement circulaire

Points clés du mouvement circulaire

1. L'accélération centripète existe toujours en mouvement circulaire : $a_c = \frac{v^2}{r}$
2. La force centripète est la force résultante vers le centre : $F_c = ma_c = m \frac{v^2}{r}$
3. Ce n'est PAS une nouvelle force! C'est le nom donné à la composante centripète des forces réelles (tension, frottement, normale, gravité...)
4. La « force centrifuge » n'existe pas dans un référentiel inertiel. C'est l'effet de l'inertie.
5. Méthode : Choisir un axe vers le centre, puis $\sum F_{\rightarrow \text{centre}} = m \frac{v^2}{r}$

D'où vient la force centripète sur un navire en virage?

Quand un navire effectue un virage, la force centripète est fournie par deux mécanismes :



1. Le safran dévie l'eau, créant une force latérale sur la poupe.
 2. La coque reçoit une pression latérale de l'eau lorsqu'elle « pousse » contre le virage.
- Ces deux forces combinées fournissent la force centripète nécessaire.

Conséquence pratique : Plus le virage est serré (petit r) ou rapide (grand v), plus la force centripète requise est grande. Un navire lourdement chargé nécessite un rayon de virage plus grand ou une vitesse réduite pour effectuer la même manœuvre en toute sécurité.

2.6 Résumé du chapitre

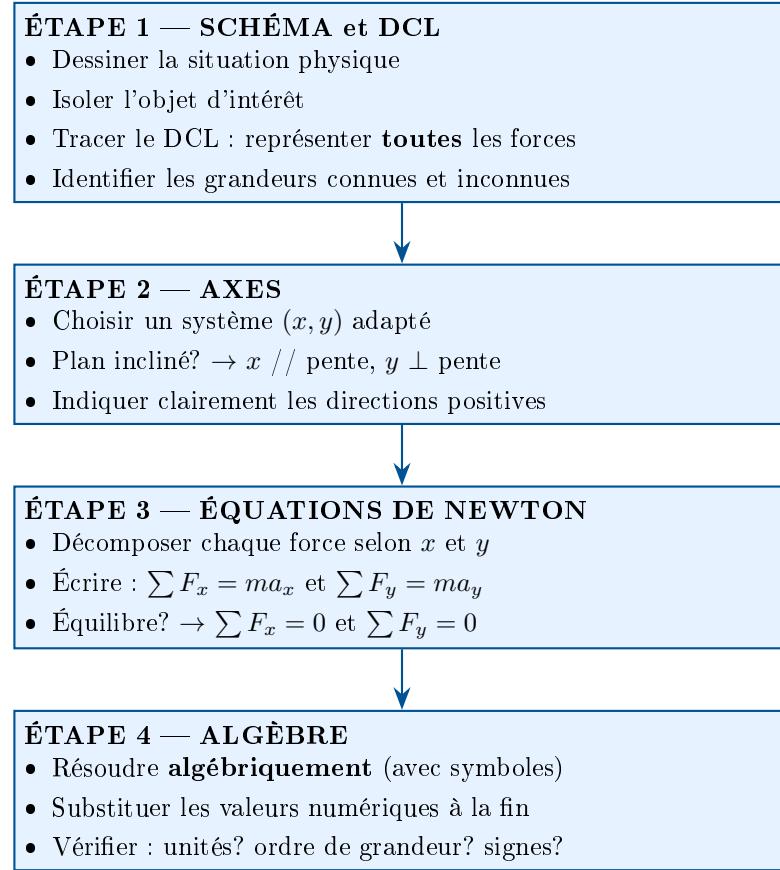
2.6.1 Les trois lois de Newton

Loi	Énoncé	Formulation mathématique
1^{re} loi (Inertie)	Un objet reste au repos ou en MRU si aucune force résultante n'agit sur lui.	$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$ (équilibre)
2^e loi (Fondamentale)	L'accélération est proportionnelle à la force résultante et inversement proportionnelle à la masse.	$\sum \vec{F} = m\vec{a}$ En composantes : $\sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y$
3^e loi (Action-réaction)	Toute force exercée par A sur B s'accompagne d'une force égale et opposée de B sur A.	$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$ (même module, sens opposés, objets différents)

2.6.2 Catalogue des forces

Force	Formule	Direction	Remarques
Poids	$F_g = mg$	Verticale, vers le bas	Toujours présente!
Normale	À déterminer	\perp à la surface, vers l'extérieur	$N \neq mg$ en général
Tension	À déterminer	// à la corde, tire l'objet	Corde idéale : T uniforme
Frottement statique	$f_s \leq \mu_s N$	// à la surface, oppose la tendance	Inégalité! Force adaptative
Frottement cinétique	$f_c = \mu_c N$	// à la surface, oppose le mouvement	Égalité, $\mu_c < \mu_s$
Centripète	$F_c = \frac{mv^2}{r}$	Vers le centre du cercle	Ce n'est PAS une nouvelle force!

2.6.3 L'algorithme de résolution



2.6.4 Formules essentielles

Équilibre (statique ou MRU)

$$\sum F_x = 0 \quad (2.14)$$

$$\sum F_y = 0 \quad (2.15)$$

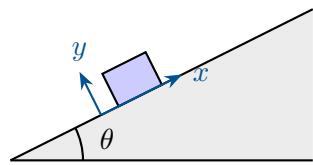
Dynamique (mouvement accéléré)

$$\sum F_x = m a_x \quad (2.16)$$

$$\sum F_y = m a_y \quad (2.17)$$

Plan incliné

Avec axes // et \perp à la pente :



$$N = mg \cos \theta$$

$$F_{g,x} = mg \sin \theta$$

$$f_{s,max} = \mu_s mg \cos \theta$$

$$f_c = \mu_c mg \cos \theta$$

Mouvement circulaire

$$F_c = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r \quad (\text{dirigée vers le centre})$$

Angle limite de glissement

$$\theta_{max} = \arctan(\mu_s)$$

2.6.5 Pièges à éviter

Les erreurs les plus fréquentes

1. Dessiner l'accélération sur le DCL

L'accélération n'est **pas** une force! Elle est la *conséquence* des forces.

2. Dessiner l'inertie ou la « force du mouvement »

L'inertie est une propriété, pas une force. Un objet n'a pas besoin de force pour maintenir sa vitesse.

3. Confondre N et mg

$N = mg$ seulement sur surface horizontale sans autres forces verticales. En général, N se calcule!

4. Oublier le poids

La Terre attire toujours l'objet. Le poids est **toujours** présent!

5. Ajouter F_c comme force supplémentaire

La force centripète est le **nom** de la résultante vers le centre, pas une force additionnelle.

6. Confondre paires action-réaction

Les forces d'une paire action-réaction agissent sur des objets **differents**.

7. Se tromper de sens pour le frottement

Le frottement s'oppose au **mouvement** (ou à la tendance), pas à la force appliquée.

8. Utiliser $f_s = \mu_s N$ au lieu de $f_s \leq \mu_s N$

Le frottement statique est une inégalité! Il prend la valeur *nécessaire*, jusqu'au maximum.

2.6.6 Auto-évaluation des compétences

Cochez les compétences que vous maîtrisez :

Compétence	Acquis	En cours	À revoir
Je peux énoncer et expliquer les trois lois de Newton.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Je peux identifier toutes les forces sur un objet et tracer un DCL correct.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Je peux appliquer l'algorithme en 4 étapes pour résoudre un problème.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Je peux résoudre un problème d'équilibre (statique).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Je peux résoudre un problème de dynamique à une dimension.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Je peux résoudre un problème sur plan incliné (avec ou sans frottement).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Je peux analyser un système de deux objets reliés (Atwood, poulie).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Je peux appliquer le concept de force centripète au mouvement circulaire.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Je peux expliquer pourquoi la « force centrifuge » n'est pas une vraie force.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2.6.7 Ce qu'il faut retenir

L'essentiel du chapitre en quelques phrases

- La dynamique répond au « pourquoi » :** Les forces causent les accélérations, pas les vitesses.
- L'inertie explique la résistance au changement :** Plus un objet est massif, plus il est difficile de modifier son mouvement.
- Le DCL est votre meilleur outil :** Un DCL correct et complet garantit presque une solution correcte.
- L'algorithme en 4 étapes fonctionne toujours :** Schéma → Axes → Équations → Algèbre.
- La normale se calcule, ne se devine pas :** $N = mg$ n'est vrai que dans des cas particuliers.
- Le frottement s'oppose au mouvement relatif :** Pas à la force appliquée, pas à la vitesse absolue.
- La force centripète est une résultante :** Ce n'est pas une nouvelle force à ajouter.
- Résolvez algébriquement d'abord :** Les symboles révèlent la physique, les chiffres la cachent.