INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO MARANHÃO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
DEPARTAMENTO DE PESQUISA E PÓS – GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE ENSINO SUPERIOR

EVERTON SOARES CANGUSSÚ (CO-ORIENTADOR)

JEFFERSON BARROS VIEIRA (BOLSISTA)

NIVALDO COSTA MUNIZ (ORIENTADOR)

SYLVIE MARIE OLIFFSON KAMPHORST LEAL DA SILVA (COORDENADORA DO PICME)

MODELAGEM MATEMÁTICA DE UM MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES: um estudo de caso com a utilização da Linguagem Python

Imperatriz
2020

EVERTON SOARES CANGUSSÚ (CO-ORIENTADOR)

JEFFERSON BARROS VIEIRA (BOLSISTA)

NIVALDO COSTA MUNIZ (ORIENTADOR)

SYLVIE MARIE OLIFFSON KAMPHORST LEAL DA SILVA (COORDENADORA DO PICME)

MODELAGEM MATEMÁTICA DE UM MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES: um estudo de caso com a utilização da Linguagem Python

Relatório Final do projeto de pesquisa - Programa de Iniciação Científica e Mestrado – PICME 2019, apresentado ao Departamento de Matemática/CCET, sob a orientação do professor Nivaldo Costa Muniz - UFMA, com a participação do aluno bolsista Jefferson Barros Vieira e do sub orientador Everton Soares Cangussú.

Imperatriz
2020

SUMÁRIO

RESUMO

A Modelagem matemática pode ser feita através da resolução de problemas, trazendo para dentro do ambiente de trabalho a realidade. E que as diversas situações-problemas resultará no aprimoramento da capacidade de interpretação para fazer uma colocação crítica ao tentar soluciona-las, além de possibilitar fazer uma análise do número de soluções para o mesmo problema, onde há diversos trajetos para alcançar elas. A Modelagem Matemática é de fundamental importância para a resolução de situações que presenciamos diariamente, como por exemplo: os sistemas oscilatórios, onde este está presente desde aquilo que é material à o não-material, possibilitando a previsibilidade de uma dada ação. Dessa forma, esta pesquisa se baseia na elaboração de um modelo matemático em cima de uma situação física abordando meios tecnológicos que possibilitem uma relação mais estreita entre a situação e a matemática, em especial, com o conteúdo de Movimento Harmônico Simples, de tal forma que essa possibilite a resolução de uma situação problema de um sistema oscilatório.

PALAVRA-CHAVE: MODELAGEM. LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO. MODELO MATEMÁTICO.

1 INTRODUÇÃO

A presente pesquisa propõe abordar a modelagem matemática para desenvolver uma situação em que o sistema de movimento harmônico simples está presente, buscando um diálogo vindo da matemática contextualizada proveniente na realidade e da linguagem de programação, privilegiando a construção do conhecimento, que eleva o interpretação da situação, nos possibilitando fazer previsões e tomada de decisões. Portanto percebe-se que é um recurso que possui um alto nível de potencial. Segundo Skovsmose (1990):

> Chama de conhecimento Reflexivo a capacidade que [o modelador] deve ter de interpretar e agir numa situação social e política e estruturada pela matemática. [Afirma que "em um processo de Modelagem Matemática, ocorre uma transição entre linguagens diferentes"] (1990).

É fácil sabermos que a aplicação da modelagem possui um grande potencial no campo da pesquisa científica com propósitos e métodos comuns, partindo da premissa de que as ciências são empírica e teóricas, onde utilizam a lógica e as ferramentas que a matemática possui para problematização e trabalhos de hipóteses com a finalidade de serem testadas e avaliadas.

Uma das particularidades da modelagem mais significativa é que conjectura a multidisciplinaridade. Dito isto as fronteiras entre as diversas áreas do campo da pesquisa tendem a se romper. Os desenvolvimentos obtidos na Astrofísica, na Biologia, na Química e na Física, entre outros campos, foram devido a implementação da modelagem em termos de pesquisa.

Pesquisadores que são fluentes na linguagem matemática, transpassam com compreensibilidade entre os variados campos do conhecimento científico trazendo contribuições muito importantes para as áreas em que atuavam no campo da pesquisa, dentre eles Burak.

Para Burak (2007) a modelagem:

> [..] enseja, ainda de forma natural e indissociável, o ensino e a pesquisa, pois ao trabalhar com temas diversos, de livre escolha do grupo ou dos grupos, favorece a ação investigativa como forma de conhecer, compreender e atuar naquela realidade. Não se pode intervir, de forma adequada, numa realidade que não se conhece. Assim, ao trabalhar um tema, procura-se conhecer as várias dimensões ou aspectos envolvidos que compõem essa realidade. Por exemplo, ao se trabalhar com o tema a "indústria cerâmica", procura-se conhecer as várias dimensões que constituem essa realidade, sejam elas políticas, sociais, econômicas, estruturais, dentre outras.

Portanto de acordo com Burak, a Modelagem matemática pode ser feita através da resolução de problemas, trazendo para dentro do ambiente de trabalho a realidade. E que as diversas situações-problemas resultará no aprimoramento da capacidade de interpretação para fazer uma colocação crítica ao tentar soluciona-las, além de possibilitar fazer uma análise do número de soluções para o mesmo problema, onde há diversos trajetos para alcançar elas.

Logo este fenômeno está presente em qualquer área do conhecimento. Exemplos que valem ressaltar onde usam a modelagem são: no crescimento populacional; produção de materiais; teoria da decisão; controle biológico de pragas; movimentação desde de algo material à ondas; e entre outros. A modelagem matemática, portanto, resume-se à busca de uma fórmula matemática, um padrão, ou seja, um esclarecimento ou entendimento de um fenômeno natural por meio de um modelo matemático.

A Modelagem Matemática desempenha um local de interesse avantajado, por se tratar de uma aplicação da lógica, que possibilita ser visualizada tanto as ocasiões simples, quanto às mais complexas que significa uma existência para a Matemática e reciprocamente. Ela abarca métodos que unem as ocorrências na realidade com a Matemática, estabelecendo ligações entre os variados tipos de linguagens. Sendo o modelo encarregado por realizar essa ligação, gera resultados que podem ser previstos e serem adiantadas ações.

Para Chaves; Lorenzoni a Modelagem Matemática:

> • é uma oportunidade de promover uma ação política em um processo educacional cuja sistematização de propostas possa interferir em um problema local e, a partir daí, é possível promover duas linhas de ação: uma voltada à identificação dos principais problemas, realizando projeções futuras, e outra à implementação de propostas que altere o quadro vigente via ambiente escolar. Dessa forma as estratégias vão além da vertente do ensino, tornando-se de intervenção em questões locais que passam pela pertinência da análise das práticas do aluno no ambiente de Modelagem (2010, p. 3)
>
> • [...] não significa que a Matemática necessite da interação com o social ou o cotidiano para o desenvolvimento. [...] a Matemática pode ser tomada como uma ferramenta ao engajamento, à contextualização e à criticidade. A modelagem é um processo que usa a Matemática para quebra da inércia daquilo que Skovsmose (2000, Passim) classificou como paradigma do exercício – ambiente de aprendizagem onde o expositivismo professoral é o principal dispositivo de controle daquilo que conhecemos como Ensino Tradicional de Matemática (ETM), onde o conteúdo programático é o elemento central. Caracterizase por seguir uma programação curricular rígida que se põe à frente do processo (2010, p. 4)

> • [...] levam os alunos e professores à reflexão, por exemplo, a respeito do papel do professor como agente multiplicador de ideias e verdades que não necessariamente são as suas (2010, p.5)
>
> • A Modelagem é uma ferramenta à implantação da uma PEI e esta é um dispositivo de desestabilização da inércia mantenedora do ETM que tem como dispositivo de controle o paradigma do exercício (2010, p. 8).

Um modelo, segundo Bassanezi (2009, p. 19), “O modelo matemático é um sistema artificial que formaliza argumentos ou parâmetros de uma determinada porção da realidade”.

A modelagem matemática na opinião de Bean, dita por Bueno:

> É uma atividade humana na qual uma parte da realidade está conceitualizada, de forma criativa, com algum objetivo em mente. Consiste na formulação de um isolado, ou seja, na conceitualização de uma situação com fundamento em premissas e pressupostos que remetem tanto à situação quanto aos objetivos do modelador (BEAN, 2009, apud BUENO, 2011, p. 9).

Bassanezi (2009) apresenta seis etapas para que uma Modelagem Matemática possa ser realizada diante de uma situação problema real e, onde ao decorrer dela serão trabalhados aspectos distintos, são eles:

Experimentação, ocorre na primeira etapa, segundo Bassanezi (2009), e é nessa fase que ocorre a colheita dos dados, o máximo de dados possíveis do sistema em que fará a modelagem.

Abstração, presente na segunda etapa, segundo Bassanezi (2009) é nessa etapa que acontece a separação das variáveis e como será feito a construção de hipóteses, a problematização, e a simplificação dos dados que irá formulando o Modelo Matemático

Resolução, ocorre na terceira etapa, nessa fase Bassanezi (2009, p.29) afirma que “[...] o modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem Matemática coerente [...]”. Ou seja, é uma solução do modelo explicado por meio de uma linguagem matemática.

Validação, está presente na quarta fase. Bassanezi (2009) esclarece que é necessária uma interpretação final dos resultados, para encerrar a etapa de resolução.

Modificação, se encontra na quinta fase, e é nela que ocorre a certificação dos dados obtidos, voltando para o início do modelo verificando se não houve incoerências.

Aplicação e demonstração, dos resultados obtidos para o problema, finalizando a resolução do senário real selecionado.

Com a teoria de Bassanezi (2009) em mãos, ao decorrer do desenvolvimento da situação, foi utilizada as seis etapas, realizando uma Modelagem Matemática.

Diante das diversas concepções, Andrade realça que

> essas concepções de Modelagem estão intimamente ligadas à ideia de trabalhar com "problemas da realidade" por meio da Matemática e de construir um modelo ou de aproveitar um modelo já pronto para investigar uma situação de interesse (ANDRADE, 2008, p. 43).

Aquilo que descreve o desenvolvimento e o estudo das tecnologias de informação para as organizações e sociedades, assim é denominado a Informática. Ela é um campo do conhecimento que aderi as relações que as pessoas tem com o meio informacional, por meio da construção de interfaces e sistemas operacionais resolvendo problemas ou a automatização dos mesmos.

A modelagem matemática faz-se presente na Informática, como afirma a autora:

> O trabalho conjunto da Informática com a Modelagem trouxe novas possibilidades para a Modelagem. Muitas das dificuldades do processo de Modelagem ficaram superadas pela facilidade de coleta e tratamento dos dados e pela manipulação das representações (matrizes, planilhas, gráficos ou equações) através da utilização de softwares e da Internet. O modelo pode ser construído com mais liberdade, sem o receio de que o tratamento matemático possa ser demasiadamente complicado, ou difícil de ser abordado naquela etapa de escolaridade. A utilização da informática pode também facilitar a comunicação entre as pessoas envolvidas no processo de construção do modelo, possibilitando um constante diálogo em momentos não presenciais (FRANCHI, 2007, apud ABREU, 2011, p. 68).

Sendo assim, foi utilizado nessa pesquisa métodos informacionais para facilitar a simulação e o processo de construção do modelo. Onde foi empregado o uso da linguagem Python, para a construção de um ambiente virtual. Python é uma linguagem de programação que é orientada a objetos.

A simplicidade do Python diminui a manutenção de um programa. Python além de reaproveitar os códigos, suporta módulos e pacotes. Foi escolhido a linguagem Python devido a sua compatibilidade, pois roda na maioria dos sistemas operacionais e possuir uma capacidade de auxiliar as outras linguagens além de ter uma ótima análise de dados, que por esse motivo ficou sendo muito utilizada entre as comunidades científicas.

Ela possui um sistema de bibliotecas que onde possibilita usar um tipo de coleção de implementações de ações já definidas nela, nesse estudo foi utilizado a biblioteca Virtual Python (VPython).

Para João Cláudio Nunes Carvalho (2019) professor de engenharia e computação do IFCE - Campus Maracanaú:

> VPython é um módulo adicional para Python, que inclui classes para criar vários tipos de formas geométricas em três dimensões, podendo ser colocadas em movimento facilmente. VPython usa a biblioteca gráfica OpenGL. [...] VPython é software livre que pode ser descarregado no seu sítio Web e instalado em todos os principais sistemas operativos.

Observe então que a Modelagem Matemática é de fundamental importância para a resolução de situações que presenciamos diariamente. Dessa forma, o desenvolvimento desta pesquisa se baseia na elaboração de um modelo matemático em cima de uma situação física abordando meios tecnológicos que possibilitem uma relação mais estreita entre a situação e a matemática, em especial, com o conteúdo de Movimento Harmônico Simples, de tal forma que essa possibilite a resolução de uma situação problema de um sistema oscilatório.

2 OBJETIVOS MATERIALIZADOS

2.1 Geral:

Obter um modelo matemático ao realizar uma modelagem matemática de um sistema de movimento harmônico simples.

2.2 Específicos:

Identificar os procedimentos para fazer a realização de uma modelagem matemática de uma situação problema.

Identificar os métodos que o modelador possa utilizar a linguagem de programação para promover melhoras no desempenho da modelagem.

Reconhecer como o retorno da aplicação da linguagem de programação, como método auxiliar na modelagem, aprimorando a visualização técnica no campo da pesquisa cientifica.

3 METODOLOGIA

Tipo de estudo e abordagem de pesquisa se baseia na escolha do método quantitativo, que se dá por meio da busca de métodos que podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis, visando abordar uma modelagem com uma visão desenvolvimentista.

As principais características de uma pesquisa quantitativa de acordo com Denzin & Lincoln (2005); Neves (1996); Karami & Slee (2006), dita por Aricelma (2014):

> 1) Obedecer a um plano pré-estabelecido, com o intuito de enumerar ou medir eventos;
> 2) Utilizar a teoria para desenvolver as hipóteses e as variáveis da pesquisa;
> 3) Examinar as relações entre as variáveis por métodos experimentais ou semiexperimentais, controlados com rigor;
> 4) Empregar, geralmente, para a análise dos dados, instrumental estatístico;
> 5) Confirmar as hipóteses da pesquisa ou descobertas por dedução, ou seja, realizar predições específicas de princípios, observações ou experiências;
> 6) Utilizar dados que representam uma população específica (amostra), a partir da qual os resultados são generalizados;
> 7) Usar como instrumento para coleta de dados, questionários estruturados, elaborados com questões fechadas, testes e *checklists* aplicados a partir de entrevistas individuais, apoiadas por um questionário convencional (impresso) ou eletrônico.

Portanto a pesquisa quantitativa está diretamente ligada ao positivismo onde possui uma combinação entre as ideias empíricas e a lógica moderna, fazendo um entrelaçamento entre a lógica e a matemática que são inspiradas pelas descobertas e especulações físicas, com ênfase nas teorias quântica e relativísticas.

A coleta de dados será por meio de simulações em ambientes virtuais com o uso da Linguagem Python, busca-se também conteúdos bibliográficos visto que foi citado autores que direcionam a um embasamento para a pesquisa. Desta forma, o intuito desta pesquisa é realizar uma modelagem matemática para obter um modelo matemático que solucione um sistema de movimento harmônico simples.

4 ETAPAS REALIZADAS

Descrição das Atividades Desenvolvidas	
SEMANAS	**NOVEMBRO/2019**
1ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Levantamento da bibliografia • Revisão bibliográfica • Elaboração Adequação Aperfeiçoamento do projeto
2ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Levantamento da bibliografia • Revisão bibliográfica
3ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Levantamento da bibliografia • Revisão bibliográfica
4ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Levantamento da bibliografia • Revisão bibliográfica

SEMANAS	**DEZEMBRO/2019**
1ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Levantamento da bibliografia • Elaboração de Instrumentos de pesquisa
2ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Levantamento da bibliografia • Elaboração de Instrumentos de pesquisa
3ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Levantamento da bibliografia • Elaboração de Instrumentos de pesquisa
4ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Levantamento da bibliografia • Elaboração de Instrumentos de pesquisa

SEMANAS	**JANEIRO/2020**
1ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo	• Elaboração dos Instrumentos de coleta de dados para pesquisa

Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Revisão bibliográfica
2ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Elaboração dos Instrumentos de coleta de dados para pesquisa • Revisão bibliográfica
3ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Elaboração dos Instrumentos de coleta de dados para pesquisa • Revisão bibliográfica
4ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Revisão bibliográfica • Elaboração de instrumentos de pesquisa

SEMANAS	**FEVEREIRO/2020**
1ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados
2ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados
3ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados
4ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados

SEMANAS	**MARÇO/2020**
1ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica
2ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica
3ª Semana	• Análise do material de pesquisa

Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica
4ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica • Redação da parte teórica • Sistematização do resultado da pesquisa • Continuação do Relatório de Pesquisa

SEMANAS	ABRIL/2020
1ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica
2ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica
3ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica
4ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica • Redação da parte teórica • Sistematização do resultado da pesquisa • Continuação do Relatório de Pesquisa • Elaboração de Artigo Científico com base nos dados da pesquisa

SEMANAS	MAIO/2020
1ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica
2ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica
3ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica

Turno: 14:00/18:00	
4ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica • Redação da parte teórica • Sistematização do resultado da pesquisa • Continuação do Relatório de Pesquisa • Elaboração de Artigo Científico com base nos dados da pesquisa

SEMANAS	**JUNHO/2020**
1ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica
2ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica
3ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica
4ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica • Redação da parte teórica • Sistematização do resultado da pesquisa • Continuação do Relatório de Pesquisa • Elaboração de Artigo Cientifico com base nos dados da pesquisa • Revisão do Relatório de Pesquisa • Adequação do texto final

SEMANAS	**JULHO/2020**
1ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica
2ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica
3ª Semana	• Análise do material de pesquisa

Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica
4ª Semana Responsáveis: Everton, Jefferson e Nivaldo Dias: Terça e Quinta Turno: 14:00/18:00	• Análise do material de pesquisa • Descrição dos dados coletados • Revisão bibliográfica • Redação da parte teórica • Sistematização do resultado da pesquisa • Revisão do Relatório de Pesquisa • Adequação do texto final • Apresentação do Relatório Final da Pesquisa

5 RESULTADOS

5.1 Descrição dos dados da pesquisa

Para a modelagem de uma situação periódica como o problema oscilatório, é necessário considerar um modelo físico. Nesta pesquisa se baseou em um sistema com um corpo de massa m, fixo à uma mola de massa desprezível como mostrado na figura a seguir (foi feita utilizando o software geogebra):

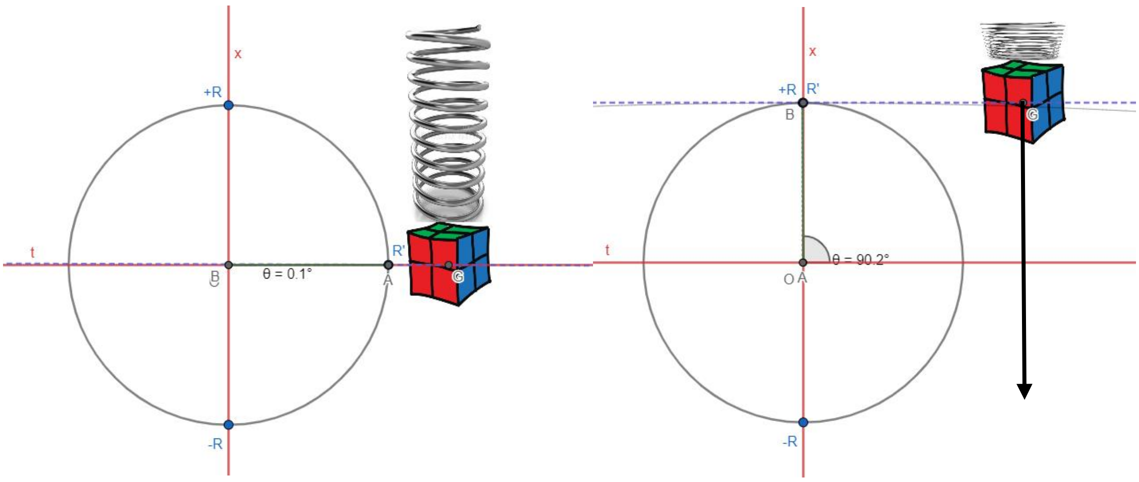


Figura 1- Ilustração da elongação da mola (do próprio autor).

Neste sistema foi adotado um movimento unidimensional na vertical, que incialmente esteja em repouso. As variações, ao causar uma perturbação, seriam de módulo R, variando entre o intervalo [+R,-R].

Na figura 1 é notável a ação de uma força restauradora, que faz com que o sistema oscile, onde é resultado da movimentação do corpo em que causa uma elongação na mola. E essa força pode ser formulada no seguinte modelo

$$F(x) = -k_1.x - k_2.x^2 - k_3.x^3 - \cdots$$

em que k_1, k_2, k_3, etc são constantes.

Como as variações, depois de perturbado o sistema, de um momento para o outro são pequenas, uma vez que assumem valores exponenciais, tendem a ficar infinitesimalmente pequenas podendo ser desprezadas resultando em:

$$F(x) \; = \; -k.x \tag{1}$$

Essa fórmula foi desenvolvida pelo físico inglês Robert Hooke (1635-1703), e em homenagem ao físico foi postulada como a Lei de Hooke. Nas imagens abaixo (foram feitas utilizando o software geogebra) é retratado como essa força restauradora atua no corpo no decorrer do tempo, a força elástica:

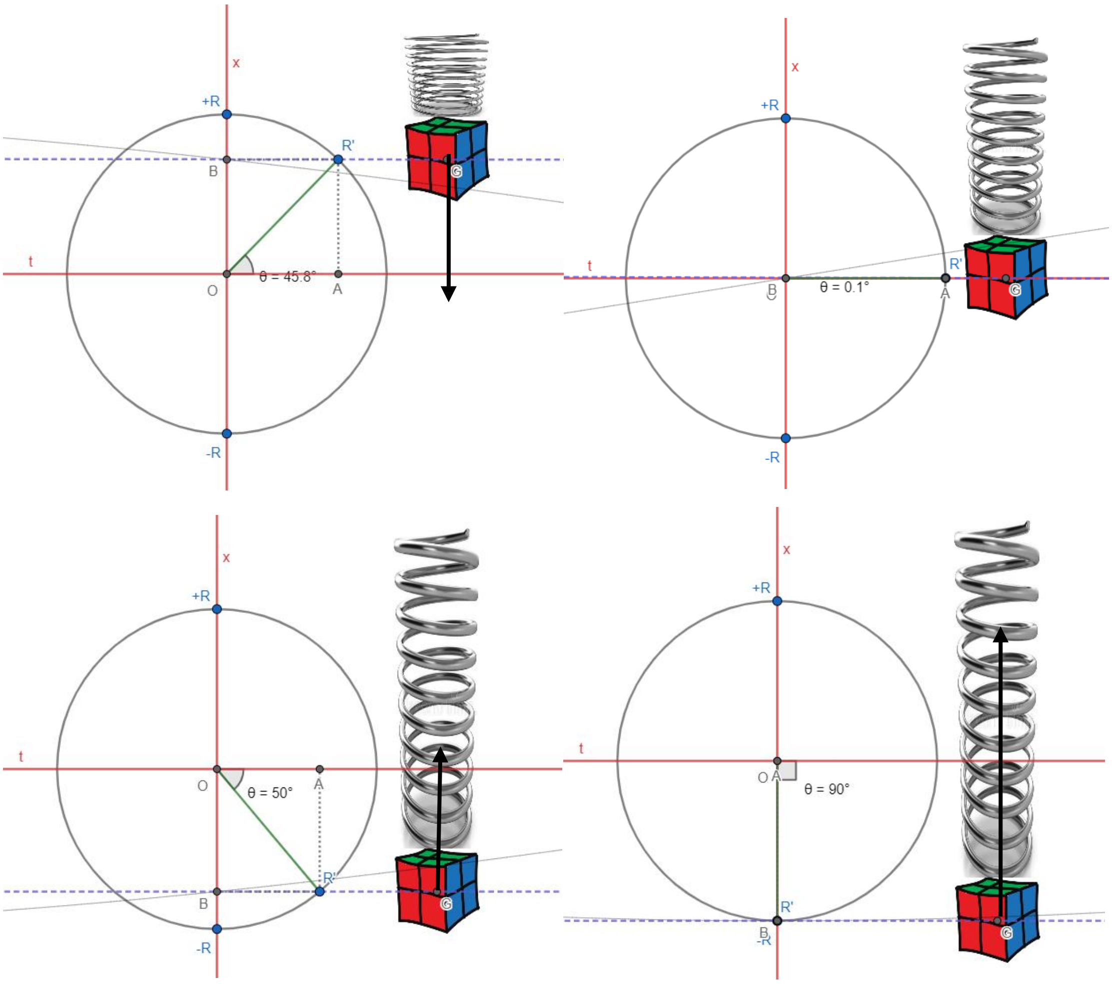


Figura 2- Ilustração do comportamento da força restauradora atuando no sistema corpo-mola (do próprio autor).

Para dados foi também abordado os princípios fundamentais da dinâmica. Em que se resume ao somatório das forças que atua em um determinado corpo de massa m, e esse corpo possuirá uma aceleração resultante, e esse princípio é representado como:

$$m.a(x) = \sum_{1}^{n} F_n(x) \quad (2)$$

onde $n \in \mathbb{N}$.

Esta é a 2ª Lei de Newton, desenvolvida pelo físico inglês Isaac Newton (1643-1727). Embora exista outra forma de representa-la, por meio da quantidade de movimento, foi usado apenas no formado da equação (2) uma vez que ela relaciona a massa e a variação da velocidade.

5.2 O modelo matemático

5.2.1 O modelo Real

Mesclando a 2ª Lei de Newton (2) com a Lei de Hooke (1) obtém uma equação de movimento para um corpo de massa m:

$$m.a(x) = -k.x$$

$$m.\frac{d^2}{dt^2}x = -k.x \tag{3}$$

Esta equação como não apresenta variáveis parciais, a derivada que possui a maior ordem é de ordem 2 e como o expoente da função e da derivada é 1, faz com que ela seja uma equação diferencial ordinária linear de 2ª ordem. Por motivos que serão esclarecidos mais a frente, foi reformulada a equação dessa forma:

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) = \frac{-k}{m}.x(t)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) = -\omega^2.x(t) \tag{4}$$

Esta equação descreve o movimento harmônico simples universal, em que

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{5}$$

Por meio do método de Tentativa e Erro, foi possível identificar que as funções trigonométricas $sin(ct)$ e $cos(ct)$ satisfazem a equação diferencial (4) nota:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}[sin(\omega.t)] = \omega.cos(\omega.t) \\ \frac{d}{dt}[cos(\omega.t)] = -\omega.sin(\omega.t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dt^2}[sin(\omega.t)] = -\omega^2.sin(\omega.t) \\ \frac{d^2}{dt^2}[cos(\omega.t)] = -\omega^2.cos(\omega.t) \end{cases} \tag{6}$$

Respeitando as propriedades de uma equação diferencial linear de ordem 2 homogênea, é possível obter uma solução mais geral para a equação (4), onde as propriedades são:

- Se $f_1(t)$ e $f_2(t)$ são soluções, então $f_1(t) + f_2(t)$ também é;
- Se $f(t)$ é solução, então $A.f(t)$ (onde $A\ =$ constante) também é.

Logo combinando as duas propriedades podemos obter o seguinte arranjo linear:

$$f(t) = A.f_1(t) + B.f_2(t)$$

Esta relação ocorre pelo princípio da superposição, e da linearidade da equação. Aplicando-a, ao sistema de equação (6):

$$x(t) = A.sin(\omega.t) + B.cos(\omega.t) \tag{7}$$

Esta é uma solução mais geral para a equação diferencial (4) pois ela é dependente de duas constantes arbitrarias (A e B). Usando a relação do seno da soma entre dois arcos temos:

$$sin(\omega.t + \theta_0) = sin(\omega.t).cos(\theta_0) + sin(\theta_0).cos(\omega.t) \tag{8}$$

onde $\theta\ =$ é o ângulo inicial (até onde o sistema sofreu elongação).

Analisando o círculo trigonométrico da Figura 2 veremos que:

$$\begin{cases} sin(\theta_0) = \dfrac{B}{R} \\ cos(\theta_0) = \dfrac{A}{R} \end{cases}$$

Substituindo esta relação na equação (8) teremos:

$$sin(\omega.t + \theta_0) = sin(\omega.t).\frac{A}{R} + \frac{B}{R}.cos(\omega.t)$$

$$R.sin(\omega.t + \theta_0) = A.sin(\omega.t) + B.cos(\omega.t) \tag{9}$$

É notável uma igualdade entre a equação (9) e a equação (7), tendo em vista as propriedades de uma equação diferencial linear de ordem 2 homogênea, temos a solução para a equação (4):

$$x(t) = R.sin(\omega.t + \theta_0) \tag{10}$$

Até este momento, foi usado a relação dos senos (8) para obter a um modelo matemático que representasse o movimento harmônico simples, onde o modelo resultou em uma função seno, porém é possível obter uma solução com a função cosseno.

Para isso é necessário lembrar que:

$$sin(\alpha_0) = cos\left(\alpha_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

Redefinindo as constantes de fases, $\alpha_0 = \omega.t + \theta_0$, e substituindo na identidade acima temos que:

$$sin(\omega.t + \theta_0) = cos\left(\omega.t + \theta_0 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (11)$$

Portanto é eminente que, o modelo matemático para o movimento harmônico simples em termos tanto da representação com o seno quanto com a do cosseno é equivalente. Basta substituir a equação (11) na equação (10):

$$x(t) = R.cos\left(\omega.t + \theta_0 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (12)$$

Dependendo do referencial da situação, é escolhido um modelo para representar o movimento harmônico simples, ou o modelo (12) ou o modelo (10).

5.2.2 O modelo Imaginário

No modelo real, foi utilizado o método de Tentativa e Erro por meio da substituição. Utilizando a mesma ideia, é notável que uma função exponencial também é solução da equação (4):

$$\frac{d}{dt}[e^{c.t}] = c.e^{c.t}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}[e^{c.t}] = c^2.e^{c.t}$$

onde $c^2 = -\omega^2$

Então é possível observar que a solução possui uma constante complexa, em que $c = \pm i.\omega$, logo a solução para a equação (4) obedecerá ao formato:

$$z(t) = k.e^{i.\omega.t} \quad (13)$$

em que $k = \sqrt{c}$, ou seja, é também outra constante complexa.

Como a equação (4) é de 2ª ordem, existem ao menos duas constantes arbitrarias reais em sua solução. Um exemplo é a equação (10) onde possui a amplitude R e a constante inicial de fase θ_0 essa ideia também está presente em uma constante complexa k em que:

$$k = R.e^{i.\theta_0} \tag{14}$$

onde R, θ_0 continuam sendo constantes.

Para mostrar que k é uma constante, basta utilizar a identidade de Euler, e será possível observar uma constante real e outra imaginária:

$$R.e^{i.\theta_0} = R.cos(\theta_0) + i.R.sen(\theta_0) \tag{15}$$

Substituindo então a constante (14) na equação (13) resultará em:

$$z(t) = R.e^{i.\theta_0.t}.e^{i.\omega.t} = R.e^{i.\theta_0 + i.\omega.t}$$

$$z(t) = R.e^{i.(\theta_0 + \omega.t)} \tag{16}$$

É notável que essa solução é uma solução complexa, tendo em vista que a equação (4) não é uma equação diferencial complexa, não é aceitável adotar uma solução complexa, por se tratar de uma situação física em que as grandezas físicas são reais. Logo o modelo (16) aparenta não ser solução do problema. Porém ao desenvolvermos a solução (16) utilizando a identidade de Euler (15),

$$R.e^{i.(\theta_0 + \omega.t)} = R.cos(\theta_0 + \omega.t) + i.R.sen(\theta_0 + \omega.t) \tag{17}$$

é possível perceber com mais clareza a separação da *parte real* e da *parte imaginária*.

Analisando a equação (12) que é solução da equação (4), percebe-se que é semelhante a *parte real* do modelo (17). Então isso significa que é cabível utilizar representações complexas para encontrar um modelo matemático, considerando apenas a *parte real* da solução para o problema do movimento harmônico simples representado na Figura 2. Sendo assim, a *parte real* da equação (16) é também solução do problema.

6 DISCUSSÕES DOS DADOS DA PESQUISA

Um problema é definido como um impasse onde bloqueia a realização de uma determinação ou de um propósito. E para isso faz-se necessário a competência de desenvolver várias representações para a realidade (o modelo), e com o auxílio deste, encontrar algum algoritmo que favoreça a resolução desse problema.

> [...] Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam situações para se apropriar de linguagem específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação (BRASIL, 2002, p.111).

E esse desenvolvimento do algoritmo está diretamente ligado ao modelo que será manuseado. O modelo é a assimilação das particularidades mais importantes do sistema em que está sendo estudado, sendo ele: uma forma; um protótipo; ou até mesmo um brinquedo.

Logo é definido como um empenhamento de representação físicos, em que possibilite por meio do formalismo matemático, prever ou interpretar uma dada ação em relação ao universo em que será modelado. Ou seja, um acompanhamento do desempenho quando aplicado ao problema em que foi destinado a solucionar.

> Na resolução de problemas, o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece [...] [ao modelador] a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resoluções e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido (BRASIL, 2002, p.113).

Percebe-se, portanto, que o modelo é um conjunto de parâmetros e registros com a finalidade de converter as características da situação em que está modelando, traduzindo-as de forma matemática. Para que assim possibilite realizar uma análise de uma determinada realidade com a utilização de métodos matemáticos, para decodificar e entender ela.

Os modelos podem ser tanto o modelo dinâmico em que aborda uma situação dependente do tempo; quanto o modelo estático, onde são independentes do tempo; ou o modelo discreto adotado de equações e fórmulas recursivas; o modelo contínuo em que possui equações diferenciais; o modelo determinístico no qual utiliza processos randômicos; o modelo estocástico tendo uma alta complexidade devido ao grande numero de variáveis; o modelo linear representando a estabilidade; e os não lineares representando o caos.

Para os modelos determinísticos para cada estado inicial da situação existe apenas um único estado possível e aproximado. E os modelos estocásticos abrangem várias possibilidades para esse estado, pertencendo então à um arranjo de probabilidades. Sendo assim é notável que o desenvolvimento do algoritmo está diretamente ligado ao modelo em que irá abordar.

Então solucionar problemas é uma técnica de desenvolver ou escolher um modelo para que com este possibilite a criação de algoritmos, onde na prática possa utilizar para solucionar da maneira mais rápida possível o problema.

É eminente que a modelagem abrande conceber objetos com mais clareza com utilização de ferramentas com o objetivo de prevenir, organizar ou prever um fenômeno, em especial destaca-se a utilização de equações diferenciais em que estão presentes em qualquer situação que haja variação.

Sendo assim o processo de modelagem exige uma “habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BRASIL, 2006, p.84).

> Selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular o problema teórico na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulando, o que, muitas vezes, requer um trabalho de simplificação quando o modelo originalmente pensado é matematicamente mito complexo; validar, isto é, confrontar as condições teóricas com os dados empíricos existentes; e eventualmente ainda, quando surge a necessidade, modificar o modelo para que esse melhor corresponda a situação real (BRASIL, 2006, p.85).

Logo a modelagem é uma descrição de um fenômeno que o modelador selecionou, por meio da linguagem matemática. Bassanezi (1994, p.61), afirma que a Modelagem Matemática “consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Segundo Biembengut (1999, p.20), “Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. ... é uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, más que sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias”.

Esta pesquisa se baseou na esquematização de Kaiser (2005, p.100) para a elaboração de um modelo matemático:

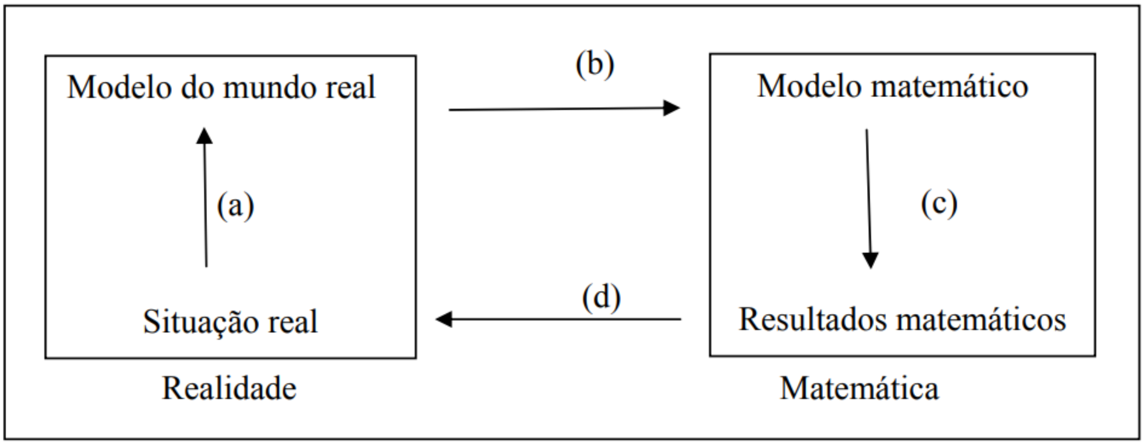


Figura 3-Processo da elaboração do modelo matemático segundo Kaiser (2005)

Fonte: (Kaiser 2005, p.100)

Analisando a figura 3, em (a) destaca-se as características fenomenológicas do problema, ou seja, na identificação do problema. Este estudo se baseou em um sistema dinâmico que consiste em um universo de estado ou um espaço de eventos, que esteja definido por um valor inicial. No mesmo é descrito a cada instante de tempo a situação do sistema por meio de coordenadas. Ele possui uma regra que define totalmente as variáveis no instante anterior e posterior, se baseando no valor inicial.

Este problema foi o sistema de Movimento Harmônico Simples. Agora em (b) percebe-se a formulação do problema que ocorre a separação das variáveis e como será feito a construção de hipóteses, a problematização. E o intuito desse estudo foi obter uma regra para prever a localização de um determinado corpo que esteja oscilando em um instante de tempo estabelecido, com o auxílio de um ambiente virtual feito em linguagem Python.

Já em (c) é a construção do modelo explicado por meio da linguagem matemática. Onde neste estudo ocorreu a seleção e desconsideração de variáveis, em que foi tratado em um sistema presente no vácuo com ausência de forças externas, e a consideração do sistema ser unidimensional com a presença de uma dada perturbação inicial no sistema.

Ao decorrer da modelagem, foi possível a obtenção de várias soluções nas quais passaram pelo princípio da superposição, e da linearidade de equações, para que resultasse em uma solução mais geral para o problema.

Ao final da modelagem, depois da aquisição das soluções, foram testadas no modelo, o processo que pode ser observado em (d) na figura 3. Foram obtidas na modelagem duas soluções, uma que é utilizada a representação trigonométrica a equação (10) e outra com a representação complexa a equação (16), ambas conseguiram solucionar o problema, e as mesmas foram simuladas no ambiente virtual.

Como é mais fácil de trabalhar com exponenciais do que com cossenos e senos, foi possível observar que a solução (16) estabelece uma vantagem sobre a que foi utilizada a representação trigonométrica, embora tenha que considerar apenas a *parte real* da solução. Além disso, ela possui uma representação geométrica mais transparente sobre a situação, visto que é da forma: $R.e^{i.\theta}$, ou seja, resulta em um vetor de módulo R que faz um ângulo θ com o referencial.

7 CONCLUSÃO

A modelagem consegue descrever um fenômeno selecionado, por meio da linguagem matemática, transformando problemas da realidade em problemas matemáticos. Ela por se tratar de uma aplicação da lógica, possibilita fazer análises tanto das ocasiões simples, quanto das mais complexas, e um exemplo notável, foi a modelagem do sistema de Movimento Harmônico Simples. Além disso, a modelagem com o auxílio de meios tecnológicos, possibilita uma relação mais estreita entre a situação e a matemática, de tal forma que essa possibilitou uma melhor visualização do problema, levando à resolução do problema oscilatório deste estudo.

REFERÊNCIAS ATUALIZADAS

_______ . **Modelagem: uma conceitualização criativa da realidade**. In: Encontro de Educação Matemática de Ouro Preto, 4., 2009, Ouro Preto. Anais... Ouro Preto: EEMOP, 2009, p. 90- 104.

ANDRADE, Mirian Maria. **Ensino e aprendizagem de Estatística por meio da Modelagem Matemática: uma investigação com o ensino médio**. 2008. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

BASSANEZI, R. **Modeling as a teaching-learning strategy**. **For the learning of mathematics**, Vancouver, v. 14, n. 2, p. 31-35, 1994.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática & implicações no ensino e aprendizagem de matemática**. Blumenau: FURB, 1999.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Pa- râmetros ... Educação & Sociedade (Campinas), v.23, n.80, p.111-120, 2002

BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática: 1º e 2º ciclos 2006.

BUENO, Vilma Candida. **Modelagem Matemática: quatro maneiras de compreendê-la**. Minas Gerais: Universidade Federal de Ouro Preto, 2011.

CARVALHO, João Cláudio Nunes. "**VPhyton: Material direcionado para os alunos de engenharia e computação"**. IFCE - Campus Maracanaú - junho 24, 2019. Disponível em: <http://www.joaoclaudio.com.br/2019/06/vphyton-prof-joao-claudio-nunes-carvalho.html>. Acesso em 19 de Fevereiro de 2020.

CHAVES, Rodolfo; LORENZONI, Luciano Lessa. **Modelagem matemática: concepções e tutores do multicurso matemática**. Salvador: Anais do X ENEM, 2010.

DENZIN, N. K. & LINCOLN, Y. S. **Handbook of Qualitative Research.** Thousand Oaks: Sage, 2005.

FRANCHI, R. H. de O. L. **A Modelagem Matemática como estratégia de aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia**. p 148 (Dissertação, Mestrado), Rio Claro: IGCE/UNESP, 1993.

IBIAPINA, Aricelma Costa. **Metodologia da Pesquisa Científica.** 2ª Edição, 4ª Reimpressão, Iexia 2012.

KAISER, G. Mathematical Modeling in School – Examples and Experiences. In: Henn, Hans-Wolfgang; kaiser, Gabriele (Hrsg), **Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation**. Festband fur Werner Blum. Hildesheim: Franzbecker, 2005, p. 99-108.

KLÜBER, T. E; BURAK, D. **Modelagem Matemática: pontos que justificam sua utilização no ensino**. In: IX ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte, MG. Anais... Belo Horizonte: UNI-BH, 2007. p 1-19.

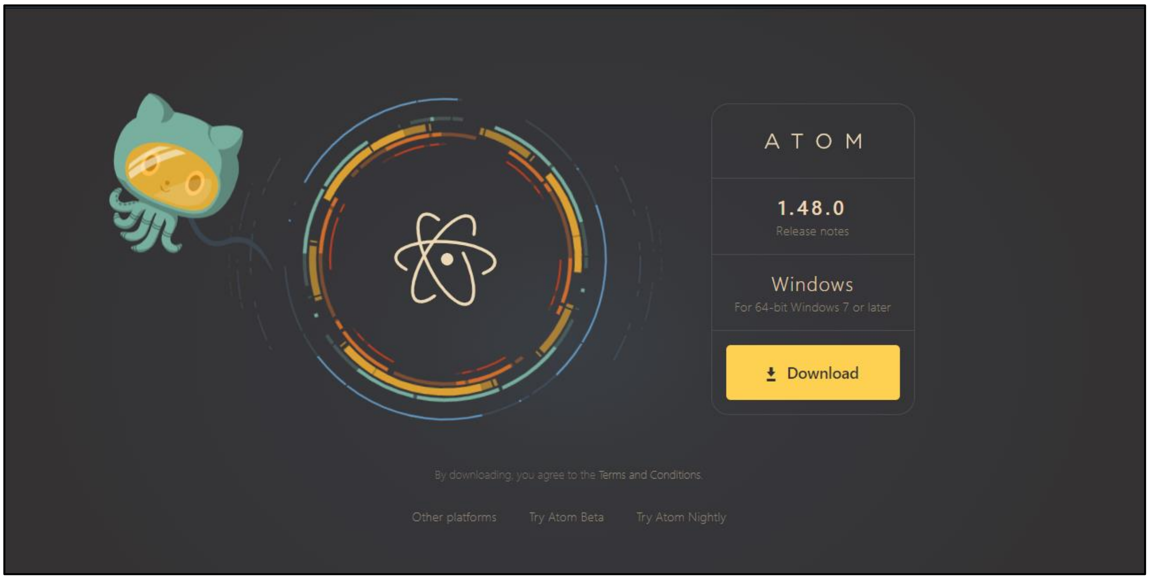
SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica**. Campinas-SP: Ed. Papirus, 1990.

TEIXEIRA, Mariane Mendes. **"Segunda Lei de Newton"**; *Brasil Escola*. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/fisica/segunda-lei-newton.htm>. Acesso em 23 de Abril de 2020.

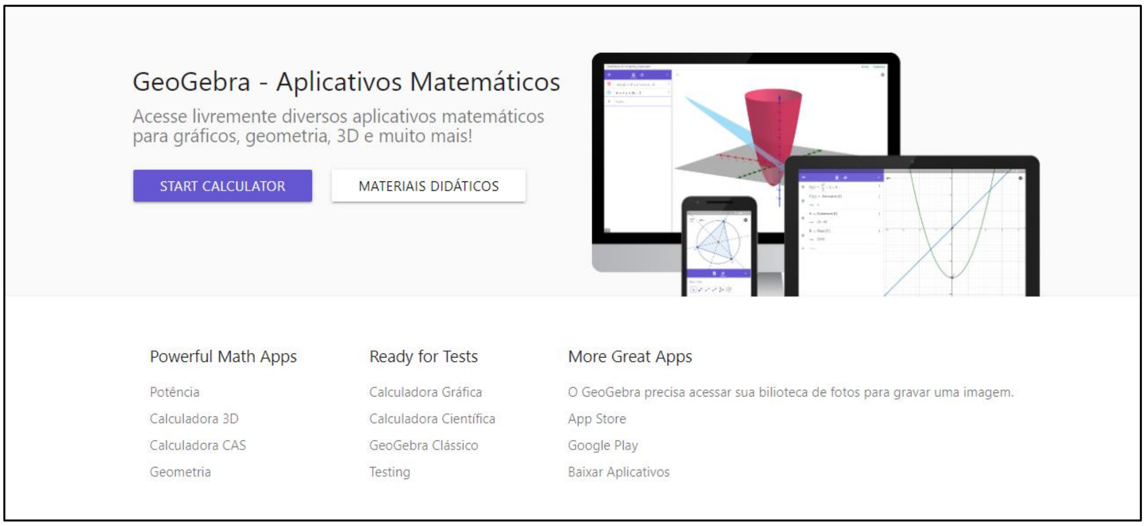
APÊNDICES

INSTRUMENTOS DE COLETAS DE DADOS

Editor de texto Atom para a realização da programação:

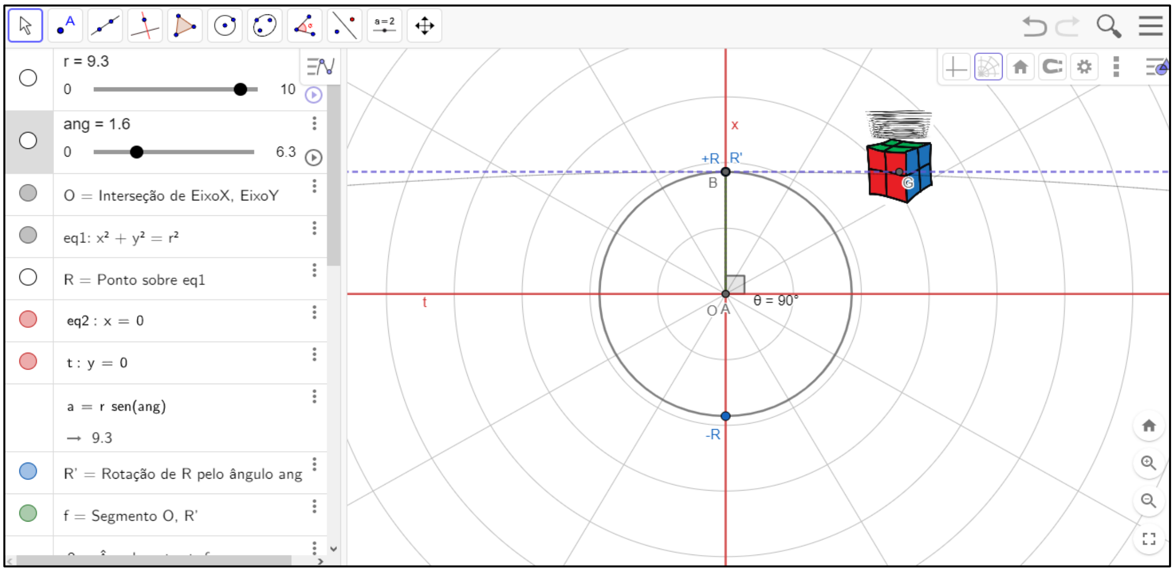


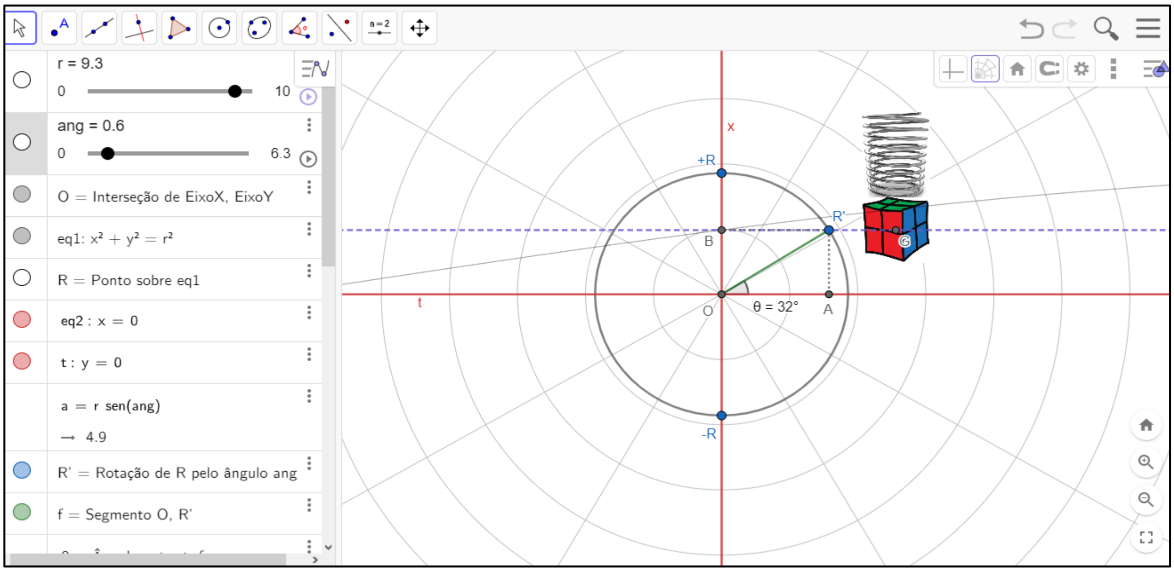
Software Geogebra para simulações matemática utilizando a calculadora gráfica:

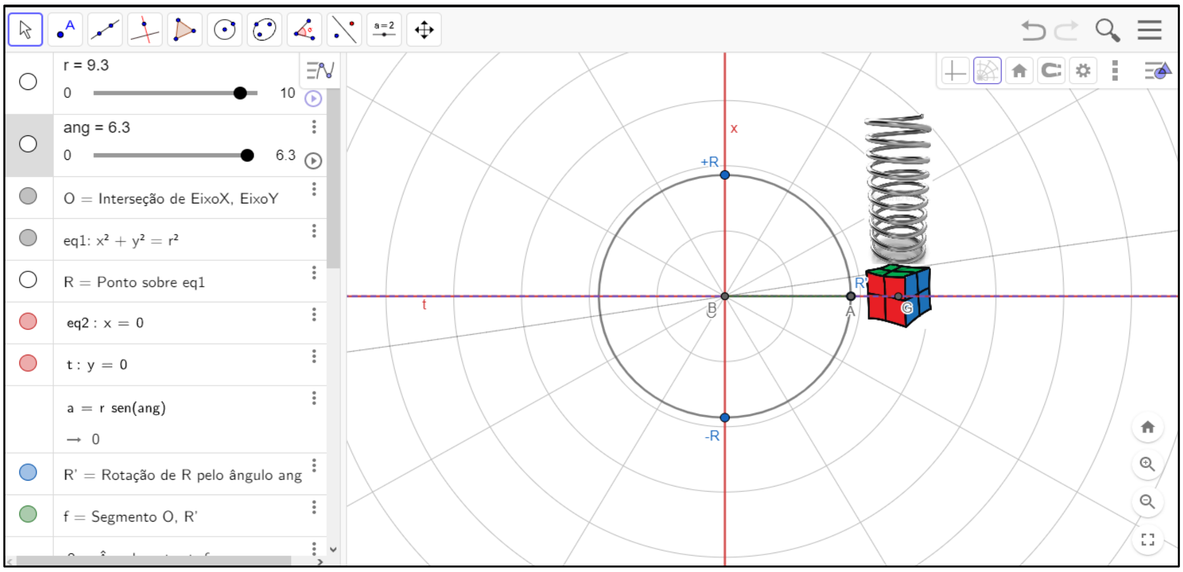


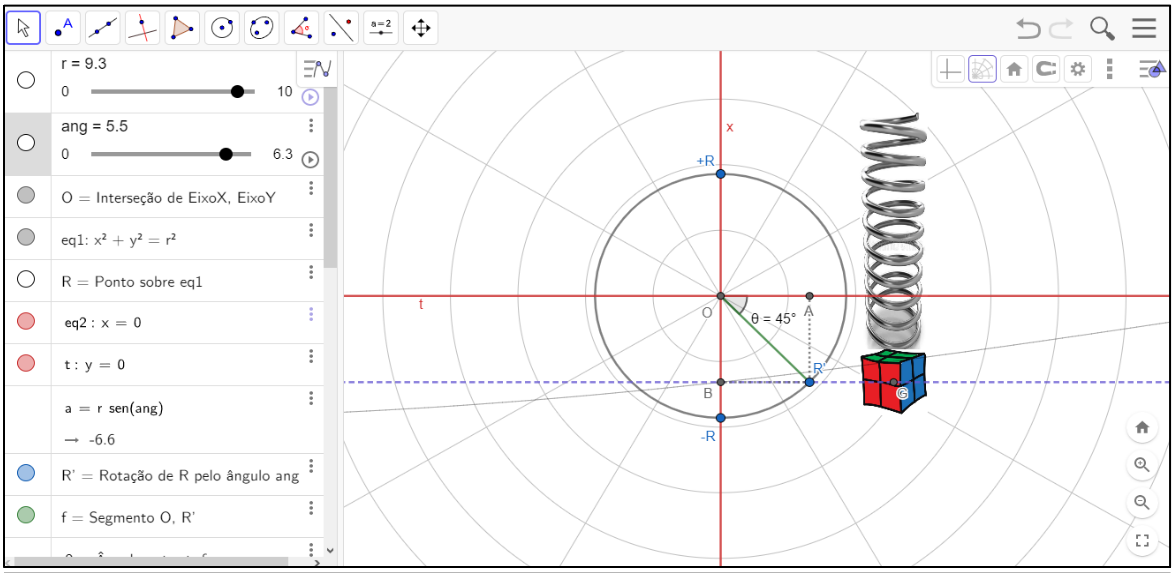
SIMULAÇÕES

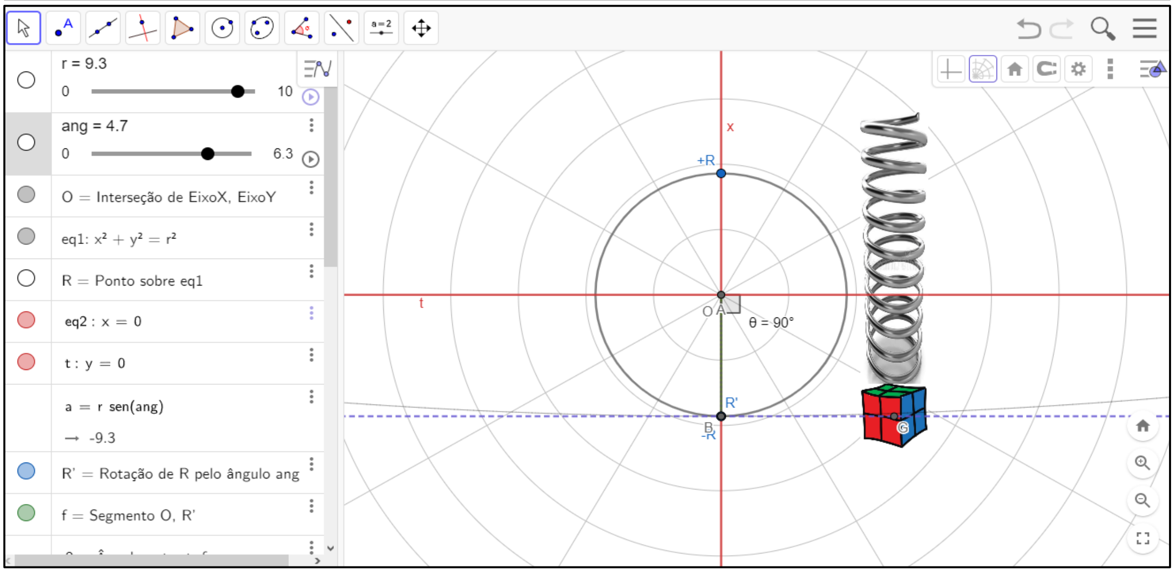
Simulação no Geogebra:











Simulação por meio do uso da linguagem Python:

```python
#Projeto desenvolvido para simulações de modelo matemático
#Desenvolvedor: Jefferson Barros Vieira
#E-mail: barrosjefferson@acad.ifma.edu.br
#Ultima atualização: 27/06/2020
from vpython import * #Importação da biblioteca Virtual Python

universo = canvas(title='<h1>Oscilador Harmônico Simples</h1>', autoscale=0, width=1350, height=550, range=7, forward=vec(0,0,-1)) #Criação do plano de fundo
piso = box(pos=vec(0,-6.1,0),size=vec(20,0.1,10),texture=textures.gravel) #Criação do piso do ambiete virtual
fundo = box(pos=vec(0,3.85,-5.05),size=vec(20,20,0.1), texture=textures.wood) #Criação do fundo do ambiente virtual
texto = text(pos=vec(0,3.85,-5), text='JefferSimulation', color=vec(0.5,0.9,0.5), align='center', depth=0) #Criação de um texto para o ambiente virtual

h = 5 #Acresimo na altura do suporte caso tenha necessidade de altera-la
#Inicio da riação do suporte
suporte_1 = cylinder(pos=vec(3,5.2 + h,0),radius=0.2, axis=vec(-4,0,0), texture=textures.metal)
suporte_2_uniao = box(pos=vec(2,5.2 + h,0.2),size=vec(1.2,1.2,1),color=vec(0.5,0.8,0.6))
suporte_3 = cylinder(pos=vec(2,-5.1,0.4),radius=0.2, axis=vec(0,11.5 + h,0), texture=textures.metal)
suporte_4_base_1 = box(pos=vec(1,-5.5,0.4),size=vec(3,0.9,1),texture=textures.stucco)
suporte_4_base_2 = box(pos=vec(1,-5.90,0.4),size=vec(7,0.40,3),texture=textures.stucco)
#Fim da criação do suporte
# Desenvolvimento do gancho que segura a mola no suporte
gancho = curve(radius=0.03)
for ang in arange(pi,-pi/2.,-0.1):
    gancho.append(vec(0, 5.2+0.23*sin(ang) + h, 0.23*cos(ang)))
gancho.append(pos=[vec(0,4.5 + h,0), vec(0,4.5 + h,0.3)])
#Fim do gancho que segura a mola no suporte
mola = helix(pos=vec(0,4.5 + h,0), radius=0.3, thickness=0.05, coils=30, axis = vec(0,-5.8 + h,0)) #Criação da mola
gancho2 = curve(radius=0.03, pos=[vec(0,-1.6 + h,0),vec(0,-1.3 + h,0),vec(0,-1.3 + h,0.3)]) #Criação do gancho da mola que segura o objeto
cubo = box(pos=vec(0,-1.85 + h,0),size=vec(1,0.5,1), texture=textures.wood_old) #Criação do objeto
#Inicio das definições das posições iniciais do gancho2 e da mola
gancho2.origin = vec(0,0,0)
mola.axis.y = - 5.8
#Fima da definição inicial do gancho2 e da mola
```

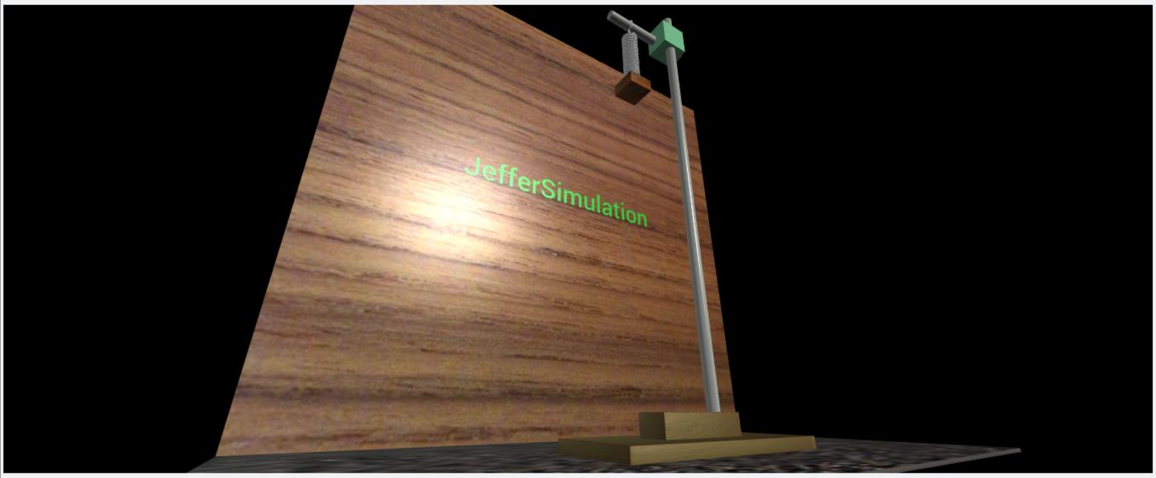
```python
#Fima da definição inicial do gancho2 e da mola

R= (int(input("Digite o deslocamento do Objeto: ")))/10 #Amplitude do sistema oscilatório

if(R!=0): #Condição para caso a amplitude do sistema seja 0 o sistema não oscile
    #Definições iniciais do tempo, constante elástica, massa do objeto, e o anguulo inicial
    t=0
    k=0.2
    m=2.0
    theta = 0
    #Fim das definições iniciais do tempo, constante elástica, massa do objeto, e o anguulo
    w = sqrt(k/m) #Formula da frequencia angular (ou velocidade angular)
    #Função que alonga e comprime a mola y1 unidades
    def alongacao_2(t):
        dx = R*cos(w*t+ theta) #O modelo matemático encontrado no estudo [x(t)= R.cos(w.t+a)]
        cubo.pos.y = -1.85 + h+ dx
        gancho2.origin = vec(0,dx,0)
        mola.axis.y = dx - 5.8
    #Fim da função que alonga e comprime a mola y1 unidades

    dt = 0.01 #Variação do tempo

    sleep(3) #O ambiente virtual aguarda 3 segundos para iniciar, depois de coloar o valor da Amplitude (R)
    alongacao_2(0) #Define a alongamento Inicial da mola

    #Função Loop, em que vai iniciar o tempo do ambiente virtual
    while True:
        rate(1000) #Frequencia de atualização do tempo
        t = t + dt #Atualização do tempo
        alongacao_2(t) #Função para atualizar a posição do objeto de acordo com o tempo
    #Fim da fnção
```

O ambiente Virtual:

Oscilador Harmónico Simples

Oscilador Harmónico Simples

Oscilador Harmónico Simples



PARECER DO ORIENTADOR SOBRE AS ATIVIDADES DO BOLSISTA