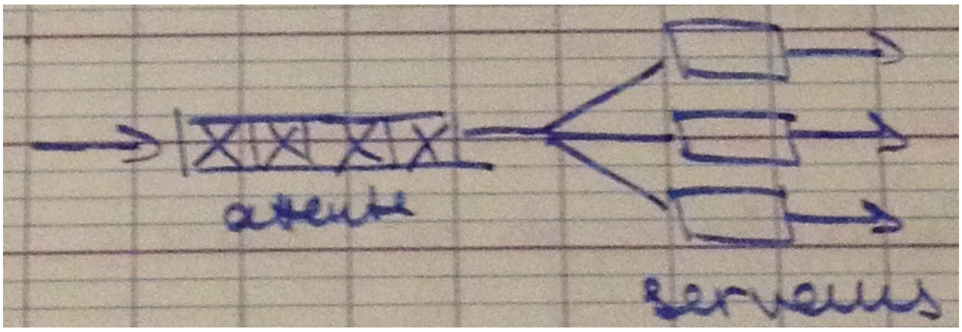
Files d'attente, complément du poly.

Objectifs: présentation de méthodes et concepts permettant d'améliorer un réseau et son fonctionnement.

Il faut prévoir à l'avance les performances de ce que l'on peut construire. Démarche à suivre pour un réseau :

- définition des critères de performance (fiabilité, temps de réponse faible, ...)
- réaliser un modèle (si le réseau n'existe pas ou s'il existe mais qu'on ne veut pas le perturber pour des tests)
- résoudre le modèle pour calculer les critères de performances
- en déduire si ce que l'on veut construire va fonctionner ou pas

Une file d'attente: clients qui demandent un certain service, serveurs qui peuvent fournir ce service mais ils peuvent être occupés: les clients doivent alors attendre.



1. Critères des files d'attentes

a. Loi des arrivées des clients

Nécessité de définir les processus des arrivées (= temps d'inter-arrivées)

Exemple. Loi de poisson.
$P(X<x)=1 - e^{-\lambda x}$ et $E(X)=1/\lambda$
λ représente ici le début d'arrivées : (nombre d'arrivées)/(unité de temps)
$E(X)$ = temps moyen entre 2 arrivées successives. Son inverse est le **débit d'arrivée**.

Définition: **Processus ergodique**
Si le quotient de la moyenne sur le temps du nombre d'arrivées sur une durée T admet une limite lorsque T tend vers l'infini alors c'est un processus ergodique.

Les processus que nous étudierons seront ergodiques.

Notation: $C^2(X)$= carré du coefficient de variation = $Var(X)/E^2(X)$

Pour une loi de Poisson $C^2(X)=1$
Si les arrivées sont constantes $C^2(X)=0$

b. Loi du service

Ainsi pour améliorer un réseau il est nécessaire de caractériser la loi du service.
Soit une variable aléatoire S, il faut connaitre la loi du service E(S) et C^2(S).
Exemple. Paquets de longueur constante -> S=cste
S est répartie exponentiellement
$P(S<s)=1 - e^{-\mu s}$ avec μ vitesse du service

c. définir le nombre de serveurs

d. Priorité

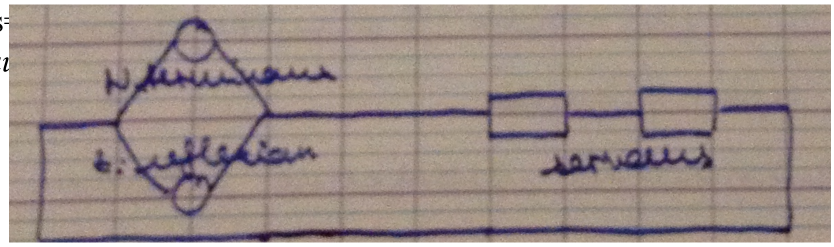
FIFO: First In First Out
LIFO: les arrivées sont triées dans une pile (anciens standards téléphoniques)

e. Capacité de la file

capacité = nombre de places
que se passe-t-il si la file est pleine et s'il y a une arrivée? rejet ou blocage (=on renvoie vers la source: la file est pleine n'envoyez plus rien)

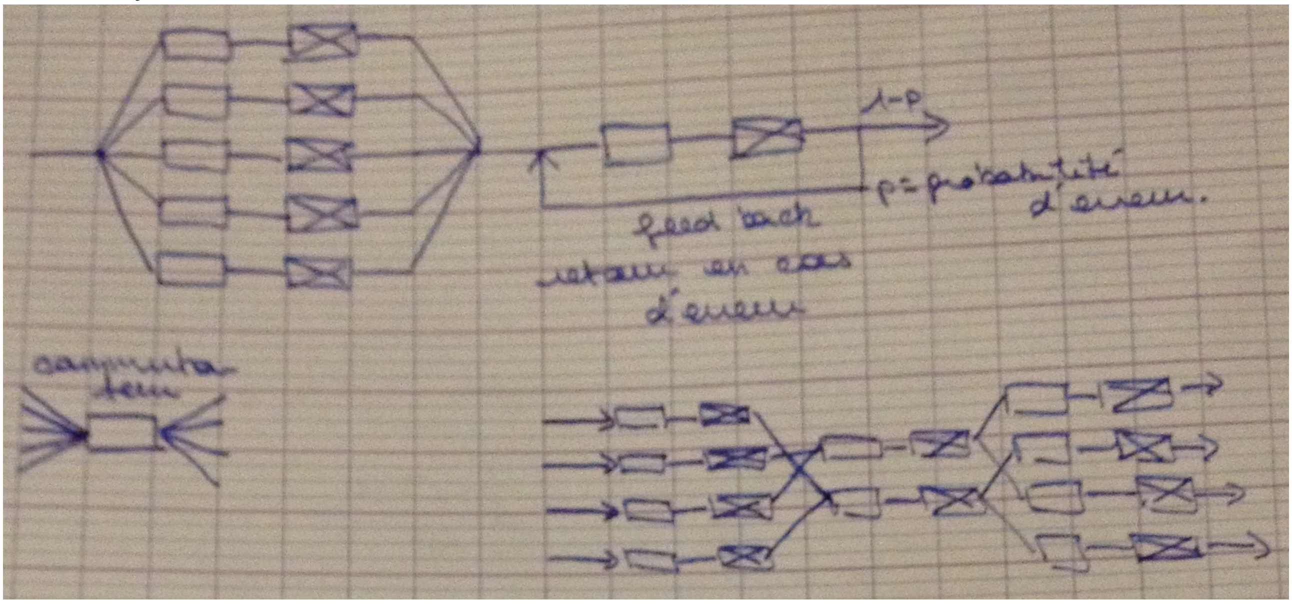
f. Modèles fermés

nombre de clients=
Exemple de réseau



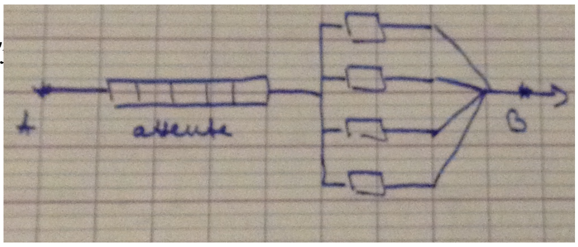
paradoxe de l'autostoppeur/ théorème de Pollaczek Kintchina (P.K)
Y temps d'attente résiduel pour tout intervalle Y<X mais il n'est pas impossible que E(Y)>E(X)
$E(Y)= E(X) * (1+C^2(X))/2$ si les 2 sont égales : Y est sans mémoire

Réseau de file d'attente



Un système doit être jugé suivant des/un critère(s) de performance.

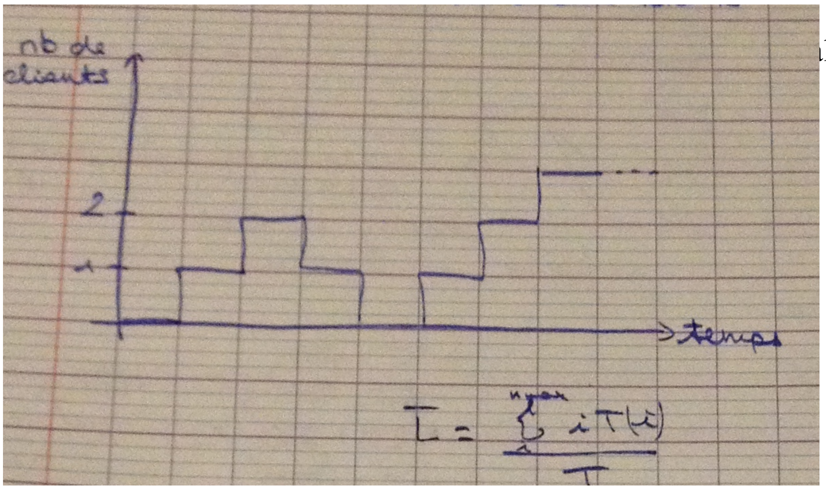
E



R_{AB} temps de réponse de la file : temps séparant l'arrivée du client de sa sortie.

Critère de performance : $E(R_{AB})$
N clients, on mesure leur temps de réponse.
client n°i : $R(i)_{AB}$ $(1/N)\Sigma R(i)_{AB} \to R_{AB}$ quand N tend vers l'infini.

Exemple: un serveur
taux d'utilisation du serveur
T=(durée pendant laquelle le serveur travaille)/(temps total de la mesure)
T->P(serveur occupé)=U

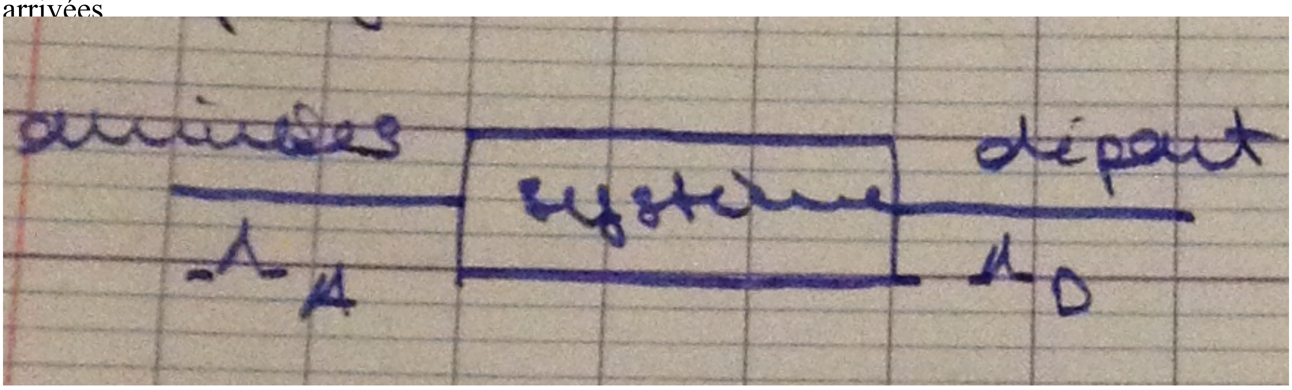


l N)

E(L) lim T
L: nombre de clients de la file
T(i) temps cumulé pendant
lequel i clients sont dans la file.

Loi de Little

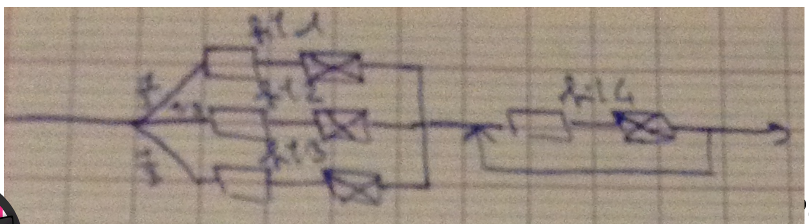
Valable de façon très générale.
On considère un système d'une ou plusieurs files d'attente dans lequel il y a des départs et des arrivées



Λ_A = arrivées/T
Λ_B=départs/T

Loi de Little : E(R)= E(L)/Λ   espérance moyenne   R durée considérée et L nb de clients dans la file

Exemple: Goulot d'étranglement dans un ensemble de stationnement
file i , $E(L_i)=\Lambda_i E(R_i)$
e_i=E(nb de visites pour un client donné au serveur i)
$\Lambda_i=\Lambda_{ei}$



$U_i=\Lambda_i E(S_i)=e_i \Lambda E(s_i)$
$\Lambda=U_i/e_i E(S_i)$ (demande pour un client au serveur la station i)
$\Lambda<1/e_i E(S_i)$

Goulot d'étranglement= station pour laquelle la demande est plus grande

Loi de Poisson
Pour tout t P(événement entre t et t+dt)= λdt lorsque dt tend vers 0
temps entre 2 événements suivant une loi de Poisson

$P(t+dt)=P(t) + (1-P(t))\,\lambda dt$
$P(t+dt)-p(t)=(1-p(t))\,\lambda dt$

Pour dt>0 $((p(t+dt)-p(t))/dt=(1-p(t))\,\lambda$

lim(quand dt->0) de ça = $\lambda(1-p(t))=dp(t)/dt$