FILE D'ATTENTE
AIDE AU DEVOIR MAISON

1°) La série converge en tant que série entière, et elle est donc analytique.
Pour calculer $F(1)$, il suffit de se rappeler que Π est un vecteur d'état !

2°) L'expression de $E(n)=\sum_{n=1}^{\infty} n\,\pi(n)$ s'obtient en dérivant F, ce qui est possible car F est analytique.

3°) C'est une CMTD car c'est un processus stochastique à temps discret et sans mémoire

4°) Pas de justification à proposer, c'est intuitif.

5°) Cette question se démontre très bien graphiquement, en représentant la Chaîne considérée et les probabilités de transfert.

6°) Écrire le système $\pi P=\pi$
Ensuite sommer toutes les équations du système obtenu, chacune multipliée par le terme z^k correspondant, ce qui aboutit à :

$$F(z)=\pi(0)V(z)+\sum_{k=0}^{\infty}\left(\sum_{j=1}^{k+1}\pi(j)\alpha_{k-j+1}\right)z^k$$

avec $\begin{cases} F(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\pi(k)z^k \\ V(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\alpha_k z^k \end{cases}$

Pour la double somme, on factorise par $\frac{1}{z}$ et on montre que :

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left(\sum_{j=1}^{k+1}\pi(j)\alpha_{k-j+1}\right)z^k=\frac{1}{z}\left[F(z)V(z)-\pi(0)V(z)\right]$$

Ce qui donne le résultat escompté !

7°) La question 7.