

$$F_0 + \frac{F_1 - F_{-1}}{2h} X + \frac{F_1 - 2F_0 + F_{-1}}{2h^2} X^2$$

Fazer a integração de cada termo:

$$(1) \int_{-h}^h F_0 dx = F_0 \int_{-h}^h 1 dx = F_0 X$$

$$(2) \int_{-h}^h \frac{F_1 - F_{-1}}{2h} X dx = \frac{F_1 - F_{-1}}{2h} \int_{-h}^h X dx = \frac{F_1 - F_{-1}}{4h} X^2$$

$$(3) \int_{-h}^h \frac{F_1 - 2F_0 + F_{-1}}{2h^2} X^2 dx = \frac{F_1 - 2F_0 + F_{-1}}{2h^2} \int_{-h}^h X^2 dx = \frac{F_1 - 2F_0 + F_{-1}}{6h^2} X^3$$

Somando cada termo (1) + (2) + (3):

$$F_0 X + \frac{F_1 - F_{-1}}{4h} X^2 + \frac{F_1 - 2F_0 + F_{-1}}{6h^2} X^3$$

Resolvendo os limites da integral para X:

$$X|_{-h}^h = 2h$$

$$X^2|_{-h}^h = 0$$

$$X^3|_{-h}^h = 2h^3$$

Substituindo o X pelo valor obtido na integral e simplificando:

$$\begin{aligned} & F_0 2h + \frac{F_1 - F_{-1}}{4h} 0 + \frac{F_1 - 2F_0 + F_{-1}}{6h^2} 2h^3 \\ & 2F_0 h + \frac{F_1 - 2F_0 + F_{-1}}{6h^2} 2h^3 \\ & 2F_0 h + \frac{F_1 - 2F_0 + F_{-1}}{3} h \\ & \frac{3 * 2F_0 h + (F_1 - 2F_0 + F_{-1})h}{3} \\ & \frac{6F_0 h + (F_1 - 2F_0 + F_{-1})h}{3} \\ & \frac{(6F_0 + F_1 - 2F_0 + F_{-1})h}{3} \\ & \frac{h}{3} (F_1 + 4F_0 + F_{-1}) \end{aligned}$$

$$\int_{-h}^h F(x) dx = \frac{h}{3} (F_1 + 4F_0 + F_{-1})$$