

# 清华大学 2023 级研究生招生机试

时间：2023 年 3 月 19 日 18:00 ~ 21:30

题目名称	公司	任务调度	集合
题目类型	传统型	传统型	传统型
输入	标准输入	标准输入	标准输入
输出	标准输出	标准输出	标准输出
每个测试点时限	1.0 秒	3.0 秒	4.0 秒
内存限制	512 MiB	512 MiB	1024 MiB
子任务数目	10	20	11
测试点是否等分	是	是	否

## 公司 (company)

### 【题目描述】

给定一个有  $n$  个雇员的初创公司，雇员从 1 到  $n$  编号，编号为  $i$  的人有一个固定的薪资  $a_i$ 。最初所有人都不知道公司里其他员工的薪资。

某一天由于公司数据库发生问题，泄露了  $m$  条数据，导致有一部分人知道了其他部分人的薪资。其中对于编号为  $i$  的雇员，设他所了解到的人的平均薪资为  $v_i$ （如果有多条重复的数据，那么也会被计算多次），如果  $a_i < v_i$  那么他就会萌生想要离职的想法。

当然如果一个人不了解其他人的薪资，那么他也就不会萌生想要离职的想法。

给定所有  $n$  个人的薪资  $a_i$ ，以及  $m$  个数对  $(x_i, y_i)$  表示编号为  $x_i$  的雇员知道了编号为  $y_i$  的雇员的薪资，问会有多少雇员萌生离职的想法。

### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入的第一行包含两个正整数  $n, m$ ，分别表示公司的人数和泄露的数据条数。

输入的第二行包含  $n$  个正整数  $a_i$ ，依次表示  $n$  个人的薪资。

接下来  $m$  行，每行包含两个正整数  $(x_i, y_i)$  表示编号为  $x_i$  的雇员知道了编号为  $y_i$  的雇员的薪资。

### 【输出格式】

输出到标准输出。

输出一个正整数表示对应的答案。

### 【样例 1 输入】

```
1 4 4
2 10 20 30 40
3 3 2
4 3 4
5 3 4
6 1 2
```

### 【样例 1 输出】

```
1 2
```

**【样例 1 解释】**

编号为 1 和 3 的雇员都会萌生离职的想法。

**【数据范围】**

本题共 10 个测试点，每个测试点 10 分。

对于所有的数据，保证： $3 \leq n \leq 10^5$ ,  $1 \leq m \leq 2 \times 10^5$ ,  $1 \leq a_i \leq 10^5$ ,  $1 \leq x_i, y_i \leq n$ 。

对于编号为 1 ~ 3 的测试点，保证： $n, m \leq 100$ 。

对于编号为 4 ~ 6 的测试点，保证： $y_i = x_i + 1$ 。

对于编号为 7 ~ 10 的测试点，无额外保证。

## 任务调度 (turntable)

### 【题目描述】

任务调度是计算机系统中一项重要的工作。今天你的任务，就是模拟一个计算机系统模型的任务调度过程，并给出相应操作的执行结果。

在这个模型中，不同任务按照一定顺序到来，等待被执行。任务处理机制需要维护任务的等待情况，并在相应的时机选择相应的任务进行执行。

不同的任务之间以编号进行区分，为方便起见，按照任务到来的顺序，由先到后编号为  $1, 2, 3, \dots$ 。每个任务都拥有一个重要程度  $a_i$ ，所有任务的重要程度两两不同。

在一般情况下，处理任务应当按照任务到来的先后顺序依次处理，也就是说任务等待应当形成一个队列。但考虑到不同任务的重要程度不同，这一原则可能被打破。具体而言，有如下几种操作：

1  $a_i$ ：一个新的任务到来，其编号为先前出现过的最大任务编号  $+1$ ，其重要程度为  $a_i$ ，在任务等待队列中被安排至队列末尾。考虑到计算机内存限制，同一时刻正在等待的任务数量不能超过  $m$ ，因此如果当前已经有  $m$  个任务在等待，则这一操作将出现错误。

2  $a_i x_i$ ：一个新的任务到来，其编号为先前出现过的最大任务编号  $+1$ ，其重要程度为  $a_i$ ，在任务等待队列中被安排至任务编号为  $x_i$  的任务前面并紧挨任务  $x_i$  的位置。如果当前已有  $m$  个任务在等待，或任务  $x_i$  当前不在等待队列中，这一操作将出现错误。

3：任务处理机制将处理当前排在等待队列队首的任务，并将其从等待队列中移除。若当前等待队列为空，这一操作将出现错误。

4：任务处理机制将处理当前等待队列中重要程度最大的任务，并将其从等待队列中移除。若当前等待队列为空，这一操作将出现错误。

除上述提到的错误情况外，操作均可以成功执行。

最开始，任务等待队列为空，接下来你需要处理  $n$  个操作，每个操作形如上述几种之一。对于每个操作，你需要正确判断是否会出现错误，如果出现错误，需要输出一个 **ERR**，并不予以执行（但对于操作 1 和 2 而言，仍会占用一个新的任务编号）；如果可以成功执行，则需要输出一个正整数，表示这次操作涉及到的任务编号，在操作 1 和 2 中表示新到来的任务编号，操作 3 和 4 中表示被处理的任务编号。

### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入的第一行包含两个正整数  $n, m$ ，分别表示需要执行的操作个数和队伍的最大容量。

接下来  $n$  行，每行按上述格式描述一个操作。

**【输出格式】**

输出到标准输出。

输出  $n$  行，每行表示对应操作执行的结果，格式如上所述。

**【样例 1 输入】**

```
1 12 3
2 1 2
3 1 6
4 2 1 2
5 2 7 3
6 1 5
7 3
8 3
9 1 8
10 2 4 3
11 4
12 4
13 4
```

**【样例 1 输出】**

```
1 1
2 2
3 3
4 ERR
5 ERR
6 1
7 3
8 6
9 ERR
10 6
11 2
12 ERR
```

## 【样例 1 解释】

第 4, 5 次操作均因等待队列已满而出现错误, 第 9 次操作因  $x_i$  不存在于等待队列中而出现错误, 第 12 次操作因等待队列为空而出现错误。

## 【子任务】

对于全部的数据, 保证:  $1 \leq n, m \leq 5 \times 10^5$ ,  $1 \leq a_i, x_i \leq n$ , 所有  $a_i$  两两不同。

测试点编号	$n \leq$	$m \leq$	特殊条件
1 ~ 2	200	200	无
3 ~ 5	3000	500	
6 ~ 7	$5 \times 10^5$	100	
8 ~ 10		$5 \times 10^5$	没有操作 2 和 4
11 ~ 13			没有操作 4
14 ~ 16			没有操作 2
17 ~ 20			无

## 集合 (set)

### 【题目描述】

给定一棵  $n$  个点的有根树  $T$ , 树的节点从 1 至  $n$  标号, 1 为根。每个点有两个整数权值  $a_i, b_i$ 。

称一个点集  $S$  是好的当且仅当其满足以下条件:

- $\forall u, v \in S$  满足  $u$  是  $v$  的祖先,  $\exists x \notin S, y \in S$ , 使得
  - $x$  在  $u$  到  $v$  的路径上;
  - $b_y \leq b_x$ 。

给出  $q$  组询问, 每组询问给出正整数  $c, d$ , 找到一个好的点集  $S$  最大化  $c \times (\sum_{u \in S} a_u) + d \times (\min_{u \in S} b_u)$ 。你只需要给出这个最大值。当  $S$  为空时, 认为  $\min_{u \in S} b_u = 0$ 。

### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

第一行两个整数  $n, q$ , 描述树的节点数和询问次数。

接下来  $n - 1$  行, 每行两个整数  $u, v$ , 描述树的一条边。

接下来  $n$  行, 第  $i$  行两个整数  $a_i, b_i$ , 描述节点  $i$  的权值。

接下来  $q$  行, 每行两个整数  $c, d$ , 描述一组询问。

### 【输出格式】

输出到标准输出。

对于每组询问输出一行一个整数表示答案。

### 【样例 1 输入】

```
1 3 4
2 1 2
3 1 3
4 1 -2
5 -2 1
6 -5 2
7 1 1
8 1 3
9 3 1
10 1 10
```

【样例 1 输出】

1	0
2	1
3	1
4	15

【样例 1 解释】

四组询问选择的集合依次是  $\varnothing, \{2\}, \{1\}, \{3\}$ 。

【子任务】

- 对于所有测试数据，
- $1 \leq n, q \leq 3 \times 10^5$ ;
  - $1 \leq u \neq v \leq n$ ，保证给出的  $n - 1$  条边构成一棵树；
  - $-10^4 \leq a_i \leq 10^4, -10^9 \leq b_i \leq 10^9$ ;
  - $1 \leq c, d \leq 10^8$ 。

子任务编号	$n \leq$	$q \leq$	特殊性质	分值
1	5	5	无	3
2	10	10		5
3	300	300		5
4	3000	3000		9
5		$3 \times 10^5$		13
6	$7 \times 10^4$	200	$\forall 1 \leq i \leq n - 1, i$ 和 $i + 1$ 有一条边	14
7		$3 \times 10^5$		7
8	$3 \times 10^5$			6
9	$7 \times 10^4$	200	无	15
10		$3 \times 10^5$		13
11	$3 \times 10^5$			10