2021保研-预推免机试

T1 售货机

时间限制： 1.0 秒

空间限制： 512 MB

题目描述

清华大学的自动售货机一共有 n 种饮料出售，每种饮料有自己的售价，并在售货机上各有一个出售口。购买第 i 种饮料时，可以在第 i 个出售口支付 a_i 的价格，售货机便会在下方的出货处放出对应的饮料。

又到了清凉的夏日，自动售货机为每种饮料各进货了 1 **瓶**存储在其中，供同学购买。但是，自动售货机却出现了一些故障，它有可能会出货不属于这个出售口的饮料。

对于第 i 个出售口，**支付 a_i 的价格购买后**，如果饮料 i 与饮料 b_i 都有存货，有 p_i 的概率出货饮料 i，有 $1-p_i$ 的概率出货饮料 b_i。如果其中一个有存货，另一个已经没有存货，则将出货有存货的那一种饮料。如果两种饮料都没有存货，售货机将不会出货任何饮料并发出警报。**即便最后你没有获得任何饮料，也需要支付 a_i 的价格。**

长颈鹿下楼来到这台售货机前，希望能买到最近火爆全网的饮料 x，此时售货机中 n 种饮料都存货有 1 瓶。由于它知道售货机有问题，因此决定采取这样的策略来购买：

- 在 n 个出售口中等概率选择一个出售口 s 开始购买，支付这个出售口的价格 a_s 并得到出货。
- 当得到想要的饮料 x 时，停止购买流程，满意欢喜地离去。
- 当得到不想要的饮料 y 时，继续在第 y 个支付口购买，支付 a_y 的价格并等待出货。
- 当售货机发出警报时，停止购买流程，灰心丧气地离去。

现在他希望你告诉他，他这一次购买流程期望支付的价钱数量是多少？

输入格式

从标准输入读入数据。

第一行两个正整数 n, x。

接下来 n 行每行三个数，其中第 i 行表示 a_i, b_i, p_i。

输出格式

输出到标准输出。

一行一个实数表示答案，表示长颈鹿按他的策略买水期望支付的价钱。

记答案为 a，而你的输出为 b，那么当且仅当 $|a-b|<10^{-6}$ 时我们认为你的输出是正确的。

样例 #1

样例输入 #1

```
2 2
8 2 0.90
7 1 0.40
```

样例输出 #1

```
13.500000000
```

样例解释 #1

售货机里饮料 1 与饮料 2 各有一瓶，且当两瓶都还有存货时，在第 1 个出售口有 0.1 的概率买到饮料 2 ，在第 2 个出售口有 0.6 的概率买到饮料 1 。

长颈鹿有 0.5 的概率初始选择第 1 个出售口开始购买，并支付 8 元。
有 0.1 的概率直接出货饮料 2 ，一共支付 8 元，这种情况的概率是 0.05 。
有 0.9 的概率出货饮料 1 ，则长颈鹿会再支付 8 元重新从第 1 个出售口购买饮料。由于饮料 1 已售空，第二次购买时必定直接出货饮料 2 ，一共支付 16 元，这种情况的概率是 0.45 。
长颈鹿有 0.5 的概率初始选择第 2 个出售口开始购买，并支付 7 元。
有 0.4 的概率直接出货饮料 2 ，一共支付 7 元，这种情况的概率是 0.2 。
有 0.6 的概率出货饮料 1 ，则长颈鹿会再支付 8 元重新从第 1 个出售口购买饮料。由于饮料 1 已售空，第二次购买时必定直接出货饮料 2 ，一共支付 15 元，这种情况的概率是 0.3 。
于是期望支付的价钱为 $8 \times 0.05 + 16 \times 0.45 + 7 \times 0.2 + 15 \times 0.3 = 13.5$ 。

子任务

保证 $n \le 2000,\ 1 \le b_i \le n,\ b_i \ne i,\ 0 \le a_i \le 100$,$0 \le p_i \le 1$ ，且 p_i 不超过两位小数。

子任务 1（50 分）：保证 $n \le 10$ 。

子任务 2（30 分）：保证 $p_i = 0$ 。

子任务 3（20 分）：无特殊限制。

T2 水滴

时间限制： 2.0 秒

空间限制： 512 MB

题目描述

这是一个经典的游戏。

在一个 $n \times m$ 的棋盘上，每一个格子中都有一些水滴。玩家的操作是，在一个格子中加一滴水。

当一个格子中的水滴数超过了 4 ，这一大滴水就会因格子承载不住而向外扩散。扩散的规则是这样的：

这个格子中的水滴会消失，然后分别向上、左、下、右， 4 个方向发射一个水滴。如果水滴碰到一个有水的格子，就会进入这个格子。否则水滴会继续移动直到到达棋盘边界后消失。扩散后，水滴进入新的格子可能导致该格子的水滴数也超过 4 ，则会立即引发这个格子的扩散。我们规定，每个格子按逆时针顺序从上方向开始，递归处理完每一个方向的扩散以及其引发的连锁反应 ，再处理下一个方向的扩散。

给定棋盘的初始状态和玩家的操作，求最后水滴的分布情况。

由于把水滴在一个空格看起来用处不大，所以保证所有的玩家操作都不会选择空格。

提示 : 可以记录每个水滴上下左右方向第一个水滴的位置，扩散时根据规则模拟，并在每次操作后维护。

输入格式

从标准输入读入数据。

第一行四个整数 n, m, c, T 。

接下来 c 行，每行三个正整数 x_i, y_i, a_i ，表示初始棋盘上第 x_i 行 y_i 列有 a_i 个水滴。

接下来 T 行，每行两个正整数 u_i, v_i ，表示在第 u_i 行 v_i 列放入一个水滴。

输出格式

输出到标准输出。

输出 T 加若干行。

前 T 行每行一个整数，第 i 行表示在第 i 次操作后扩散的水滴数。若没有扩散输出 0 。

最后若干行（可能是 0 行）表示棋盘上水滴的分布情况。由上至下，由左至右输出，每行三个正整数表示行号、列号、水滴数。

样例 #1

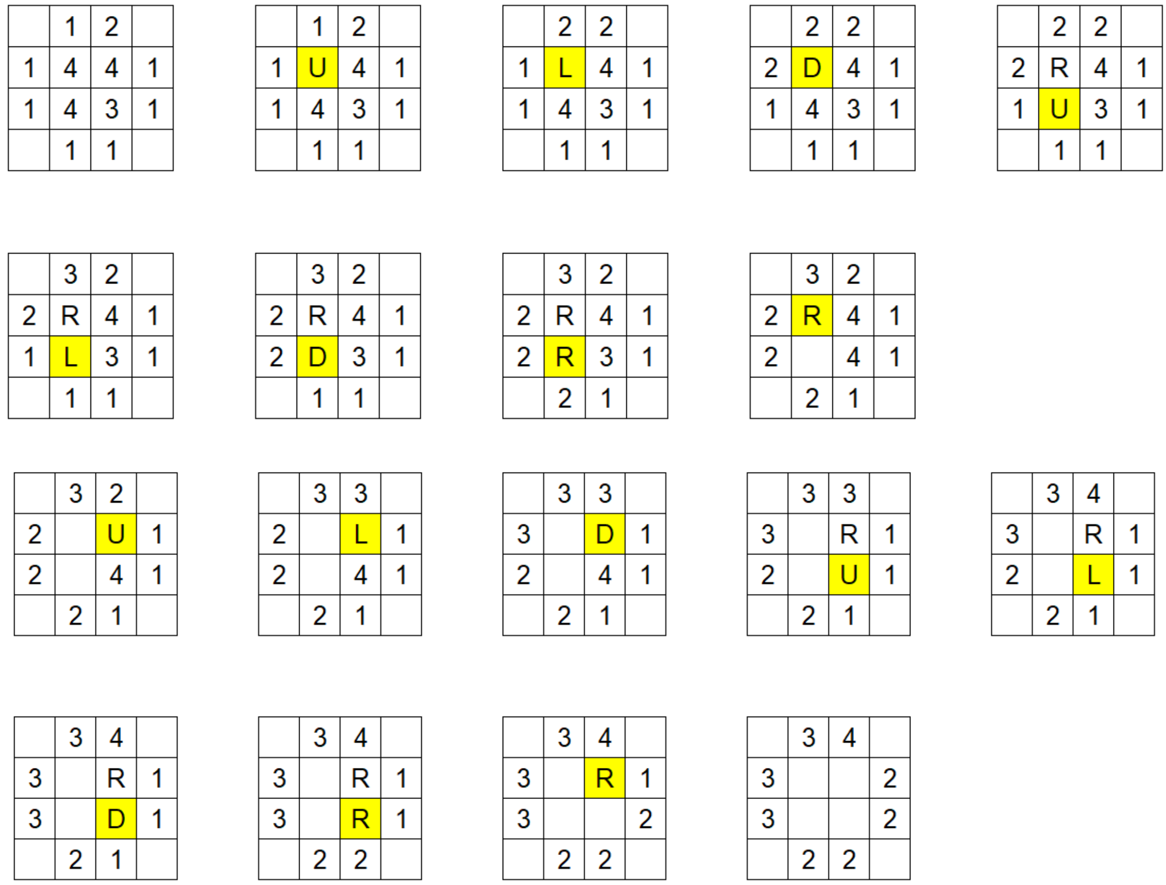
样例输入 #1

```
4 4 12 1
1 2 1
1 3 2
2 1 1
2 4 1
3 1 1
3 4 1
4 2 1
4 3 1
2 2 4
2 3 4
3 2 4
3 3 3
2 2
```

样例输出 #1

```
4
1 2 3
1 3 4
2 1 3
2 4 2
3 1 3
3 4 2
4 2 2
4 3 2
```

样例解释 #1



整个过程从上到下、从左到右表示。

字母表示该格子即将发射水滴的方向(`U` : 上, `D` : 下, `L` : 左, `R` : 右)。

黄色格子表示即将发射水滴的格子。

子任务

保证 $1 \le n, m \le 351493,\ 0 \le c \le 750000,\ 0 \le T \le 500000$ 。

保证 $1 \le x_i, u_i \le n,\ 1 \le y_i, v_i \le m,\ 1 \le a_i \le 4$ 。

保证没有重复的 (x_i, y_i) ，保证玩家操作过程中 (u_i, v_i) 处一定有水滴。

子任务 1（17 分）：保证 $n, m \le 100$ 。

子任务 2（24 分）：保证 $n, m \le 2000$ 。

子任务 3（24 分）：保证 $c \le 10^5$ 。

子任务 4（17 分）：无特殊性质。

T3 Phi 的游戏

时间限制： 1.5 秒

空间限制： 512 MB

题目描述

Picar 和 Roman 是两个非常喜欢玩各种游戏的赌徒。这一天，他们又发现了一种新的数字游戏，名叫 φ 的游戏 (Phi Games) 。

φ 的游戏是双人游戏，每局游戏由任意一个正整数 N 开始，由两人轮流对当前的数字进行操作。轮到其中任意一方进行操作时，玩家可以有以下三种选择：

1. 大喊 : " $\varphi : 1$! " 并将当前的数字 n 变为 $\varphi(n)$ ；
2. 大喊 : " $\varphi : 2$! " 并将当前的数字 n 变为 $\varphi(2n)$ ；
3. 大喊 : " $\varphi : K$! " 并将当前的数字 n 变为 $\varphi(n-K)$ ，其中 K 是一个双方在开始游戏之前约定好的正整数。

其中 $\varphi(n)$ 表示的是在 1 到 n 这 n 个正整数中，有多少个正整数与 n 互质，如 $\varphi(1)=1,\ \varphi(4)=2,\ \varphi(10)=4$ 。根据这一定义可知，$\varphi(n)$ 的定义域是 $\mathbb{N}^+$ ，所以如果选择第 3 种操作 " $\varphi : K$! " ，需要保证当前的数字 $n > K$ 。

两名玩家轮流操作，如果谁在进行操作之后得到了已经出现过的数字，谁就输掉了本局游戏。例如，玩家 A 对当前的数字 1 选择了操作 1 " $\varphi : 1$! "，由于 $\varphi(1)=1$ 是出现过的数字，玩家 A 输掉本局游戏，对手获胜。

φ 的游戏考验了玩家的心算能力和逻辑推理能力。可惜，由于 Picar 和 Roman 足够聪明，只要指定一个 K 和最开始的数字 N ，他们就可以算出是先手还是后手有必胜策略。如果对于某个确定的 K ，以 N 开始游戏时先手有必胜策略，则称这个 N 为先手必胜态；否则后手有必胜策略，称 N 为后手必胜态。为了使得这个游戏（对他们来说）更有趣，他们决定对游戏进行扩展：

- 玩家先指定 K ，并选择两个正整数 L, R ，由系统在 $[L, R]$ 中的先手必胜态中随机挑选一个 r 作为右端点；
- 由后手选择一个正整数 l ，需要保证 $l \le r$ ；
- 开始一局游戏时，系统从 $[l, r]$ 中等概率地挑选一个正整数 N ，作为游戏开始时先手操作的数字。

尽管 Picar 和 Roman 足够聪明，计算修改后的游戏对他们来说也需要花费不少的时间。于是，他们找到了你，想让你帮忙计算一下修改后的游戏平衡性。即：给定参数 L, R, K ，求后手对于任意 r 能**选出最优的 l 使得后手胜率最大**时，先手的平均胜率。

输入格式

从标准输入读入数据。

输入仅一行，包含三个正整数 L, R, K ，含义如题目描述所示。保证 $L \le R$ ，且在 $[L, R]$ 中至少存在一个先手必胜态。

输出格式

输出到标准输出。

输出一个实数，表示在给定的参数 L, R, K 下，修改后的游戏的先手平均胜率。

记答案为 a ，而你的输出为 b ，那么当且仅当 $|a-b| < 10^{-6}$ 时我们认为你的输出是正确的。

样例 #1

样例输入 #1

```
1 10 3
```

样例输出 #1

```
0.533333333333333333
```

样例解释 #1

样例 1 解释

此时 $2,4,5,7,9,10$ 为先手必胜态，$1,3,6,8$ 为后手必胜态。

- $r=2$ 对应的最优左端点 l 为 1，此时先手胜率为 $1/2$；
- $r=4$ 对应的最优左端点 l 为 3，此时先手胜率为 $1/2$；
- $r=5$ 对应的最优左端点 l 为 1，此时先手胜率为 $3/5$；
- $r=7$ 对应的最优左端点 l 为 6，此时先手胜率为 $1/2$；
- $r=9$ 对应的最优左端点 l 为 8，此时先手胜率为 $1/2$；
- $r=10$ 对应的最优左端点 l 为 6，此时先手胜率为 $3/5$。

故先手的平均胜率为 $(1/2+1/2+3/5+1/2+1/2+3/5)/6=8/15\approx 0.5333$。

样例 #2

样例输入 #2

```
2021 5000 0
```

样例输出 #2

```
0.391970630667343944
```

样例 #3

样例输入 #3

```
214 7483648 57721
```

样例输出 #3

```
0.490802831707061571
```

子任务

对于 100% 的数据，保证 $1\le L\le R\le 10^7$，$0\le K\le 10^7$。

具体的测试点分布见下表：

测试点	$L,R \le$	特殊性质
1	6	$K < R$
2	10	无
3	16	无
4	18	无
5	1000	无
6	2000	无
7	3000	无
8	5000	无
9	10^5	$R - L \le 99$
10	10^6	$R - L \le 9$
11	5×10^6	$K = 0$
12	5×10^6	$K < R$
13	10^5	无
14	10^5	无
15	10^5	无
16	10^6	$K = 0$
17	10^6	$K < R$
18	10^7	$L = R$
19	10^7	无
20	10^7	无