

Elektronika pro informační technologie

Projekt 2015/16

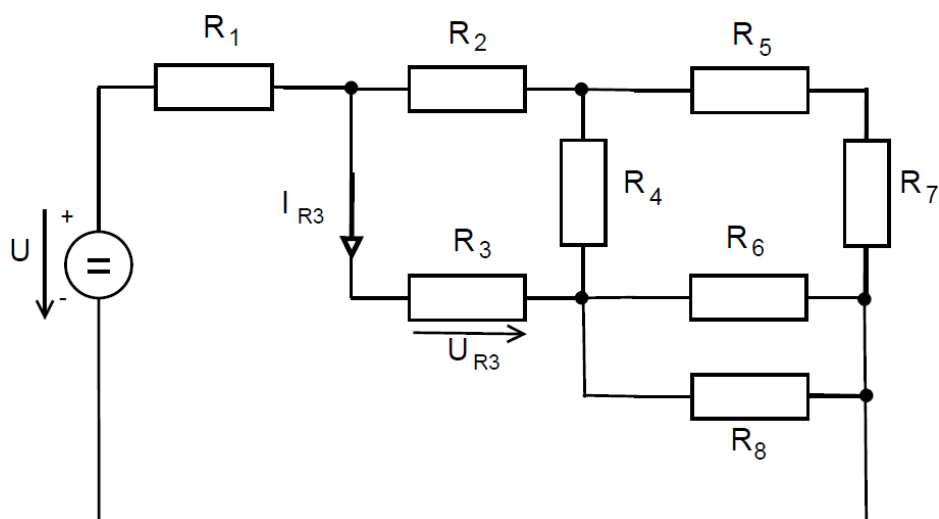
21. 12. 2015

Autor: Petr Jůda, xjudap00

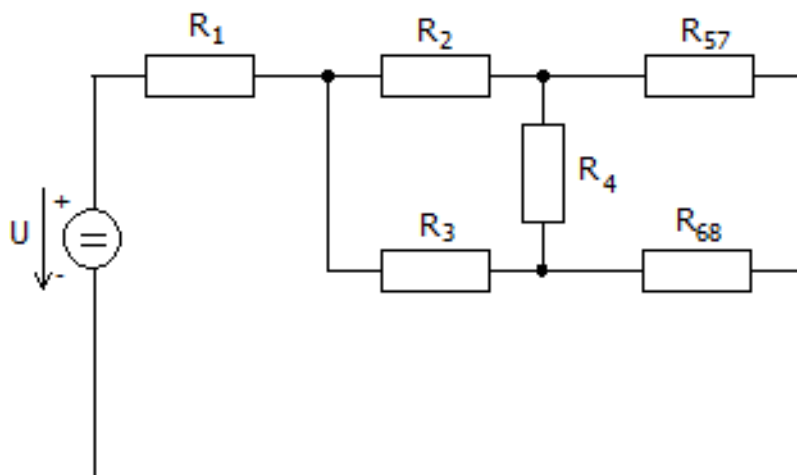
Příklad 1, Varianta D

Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu. Zadané hodnoty:

U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
105	420	980	330	280	310	710	240	200



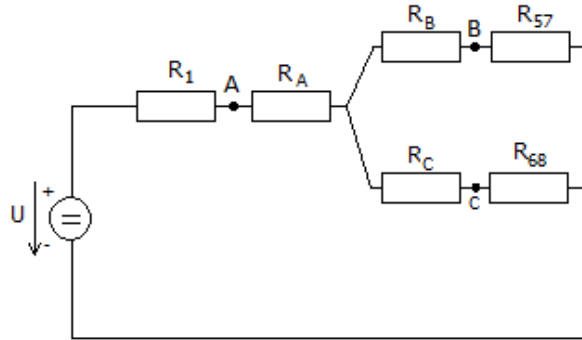
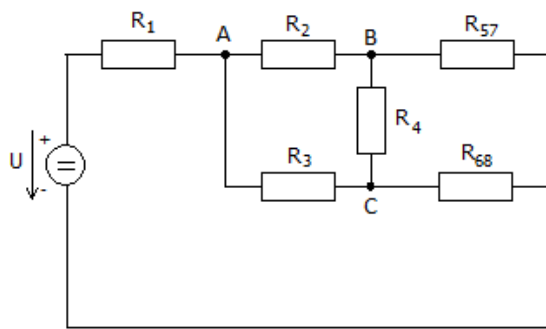
1) R_6 a R_8 jsou zapojeny paralelně, sjednotíme je. R_5 a R_7 jsou zapojeny sériově, sjednotíme je.



$$R_{57} = R_5 + R_7 = 310\Omega + 240\Omega = 550\Omega$$

$$R_{68} = \frac{R_6 \cdot R_8}{R_6 + R_8} = \frac{710\Omega \cdot 200\Omega}{710\Omega + 200\Omega} = 156,0440\Omega$$

2) Obvod transformujeme na hvězdu.

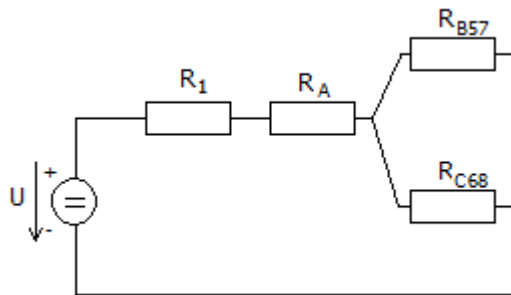


$$R_A = \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{980\Omega * 330\Omega}{980\Omega + 330\Omega + 280\Omega} = 203,3962\Omega$$

$$R_B = \frac{R_2 * R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{980\Omega * 280\Omega}{980\Omega + 330\Omega + 280\Omega} = 172,5786\Omega$$

$$R_C = \frac{R_3 * R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{330\Omega * 280\Omega}{980\Omega + 330\Omega + 280\Omega} = 58,1132\Omega$$

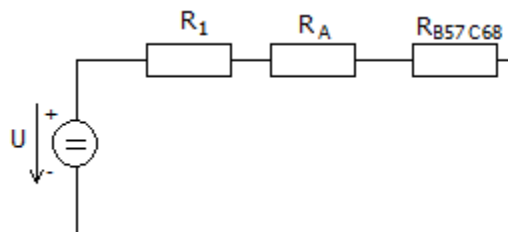
3) RB a R57 jsou zapojeny sériově, sjednotíme je. RC a R68 jsou zapojeny sériově, sjednotíme je.



$$R_{B57} = R_B + R_{57} = 172,5786\Omega + 550\Omega = 722,5786\Omega$$

$$R_{C68} = R_C + R_{68} = 58,1132\Omega + 156,0440\Omega = 214,1572\Omega$$

4) RB57 a RC68 jsou zapojeny paralelně, sjednotíme je.



$$R_{B57C68} = \frac{R_{B57} * R_{C68}}{R_{B57} + R_{C68}} = \frac{722,5786\Omega * 214,1572\Omega}{722,5786\Omega + 214,1572\Omega} = 165,1964\Omega$$

5) Vypočítáme celkový odpor REKV. Kvůli přesnosti v obecném tvaru:

$$R_{EKV} = R_1 + R_A + R_{B57C68} =$$

$$= R_1 + \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3 + R_4} + \frac{\left(\frac{R_2 * R_4}{R_2 + R_3 + R_4} + R_5 + R_7\right) * \left(\frac{R_3 * R_4}{R_2 + R_3 + R_4} + \frac{R_6 * R_8}{R_6 + R_8}\right)}{\frac{R_2 * R_4}{R_2 + R_3 + R_4} + R_5 + R_7 + \frac{R_3 * R_4}{R_2 + R_3 + R_4} + \frac{R_6 * R_8}{R_6 + R_8}} =$$

$$= 420\Omega + \frac{980\Omega * 330\Omega}{1590\Omega} + \frac{\left(\frac{980\Omega * 280\Omega}{1590\Omega} + 550\Omega\right) * \left(\frac{330\Omega * 280\Omega}{1590\Omega} + \frac{710\Omega * 200\Omega}{910\Omega}\right)}{\frac{980\Omega * 280\Omega}{1590\Omega} + 550\Omega + \frac{330\Omega * 280\Omega}{1590\Omega} + \frac{710\Omega * 200\Omega}{910\Omega}} =$$

$$= 788,5926\Omega$$

6) Pomocí Ohmova zákona vypočítáme celkový proud I.

$$I = \frac{U}{R} = \frac{105V}{788,5926\Omega} = 0,1331A$$

7) Vypočítáme napětí na U_{R1} a U_{R57C68} .

$$U_{R1} = I * R_{R1} = \frac{105V}{788,5926\Omega} * 623,3962\Omega = 83,0004V$$

$$U_{R57C68} = I * R_{R57C68} = \frac{105V}{788,5926\Omega} * 165,1964\Omega = 21,9957V$$

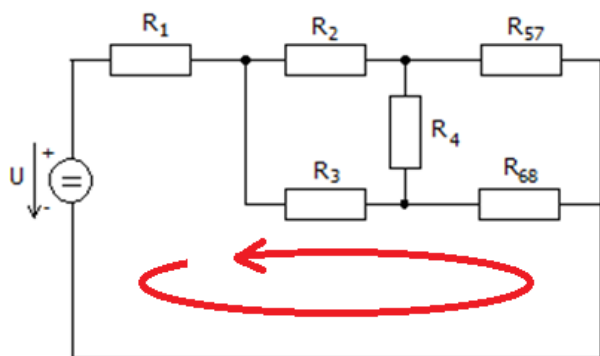
8) Pomocí Ohmova zákona vypočítáme proud I_{C68} , U_{R68}

$$I_{C68} = \frac{U_{R57C68}}{R_{C68}} = \frac{21,9957V}{214,1572\Omega} = 0,1027A$$

$$U_{R68} = I_{C68} * R_{R68} = 0,1027A * 156,0440\Omega = 16,0270V$$

9) Vypočítáme napětí U_{R1} , nyní můžeme vytvořit smyčku mezi U, U_{R1} , U_{R3} a U_{R68} .

$$U_{R1} = I * R_1 = \frac{105V}{788,5926\Omega} * 420\Omega = 55,9224V$$



10) Vypočítáme U_{R3} a I_{R3} .

$$U_{R3} = U - U_{R1} - U_{R68}$$

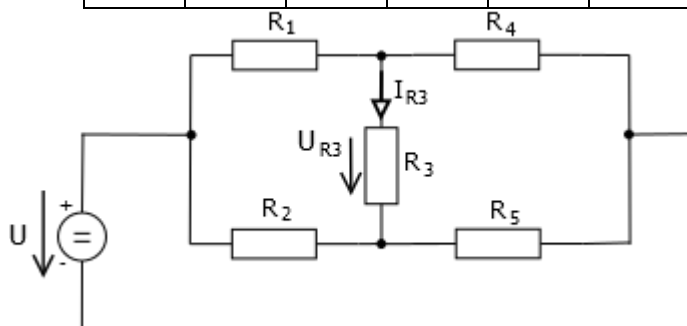
$$U_{R3} = 105V - 55,9224V - 16,0270V = 33,0506V$$

$$I_{R3} = \frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{33,0506V}{330\Omega} = 0,1002A$$

Příklad 2, Varianta H

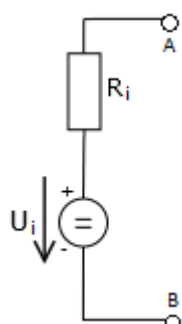
Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu Théveninovy věty. Zadané hodnoty:

U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
220	360	580	250	560	350

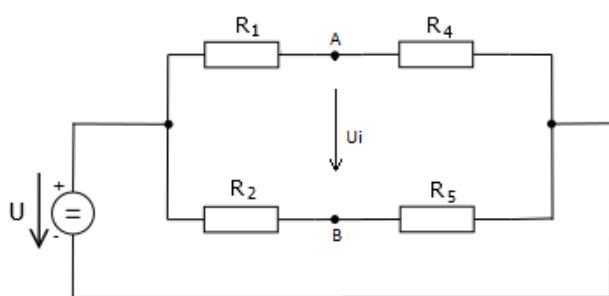


1)

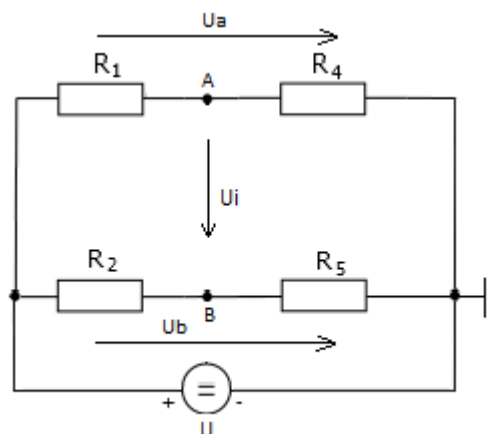
Stanovíme cíl:



$$I_3 = \frac{U_i}{R_i + R_3}$$



2) Určíme U_i :



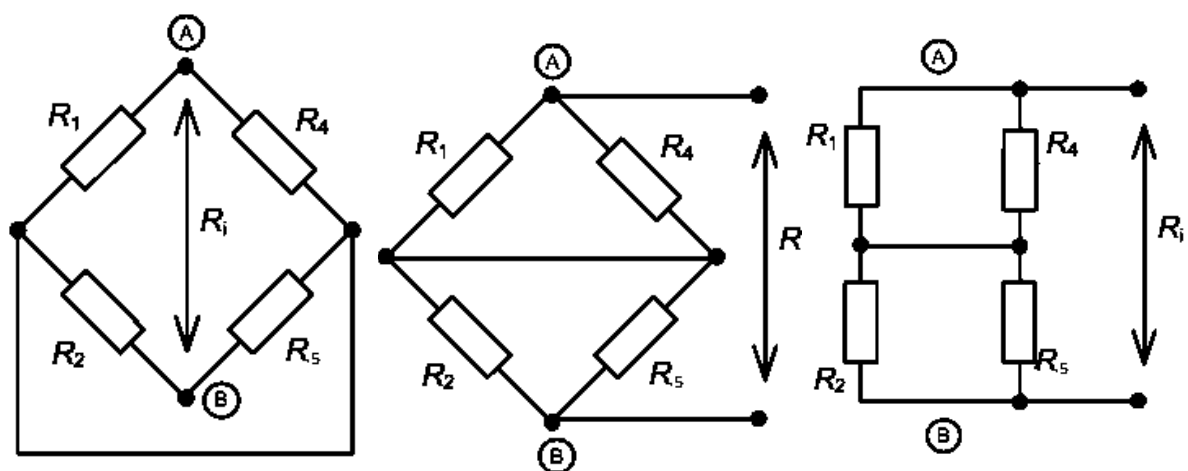
$$U_i = U_a - U_b$$

$$U_a = \frac{R_4}{R_1 + R_4} * U = \frac{560\Omega}{560\Omega + 360\Omega} * 220V$$

$$U_b = \frac{R_5}{R_2 + R_5} * U = \frac{350\Omega}{580\Omega + 350\Omega} * 220V$$

$$U_i = \frac{560\Omega}{560\Omega + 360\Omega} * 220V - \frac{350\Omega}{580\Omega + 350\Omega} * 220V = \mathbf{51,1174V}$$

3) Zkratujeme zdroj U a určíme R_i :



$$R_i = R_{14} + R_{25} \text{ (sériově)}$$

$$R_{14} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} = \frac{360\Omega \cdot 560\Omega}{360\Omega + 560\Omega} \text{ (paralelně)}$$

$$R_{25} = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5} = \frac{580\Omega \cdot 350\Omega}{580\Omega + 350\Omega} \text{ (paralelně)}$$

$$R_i = \frac{360\Omega \cdot 560\Omega}{360\Omega + 560\Omega} + \frac{580\Omega \cdot 350\Omega}{580\Omega + 350\Omega} = 437,4100\Omega$$

4) Dopočítáme I_3 a U_3 .

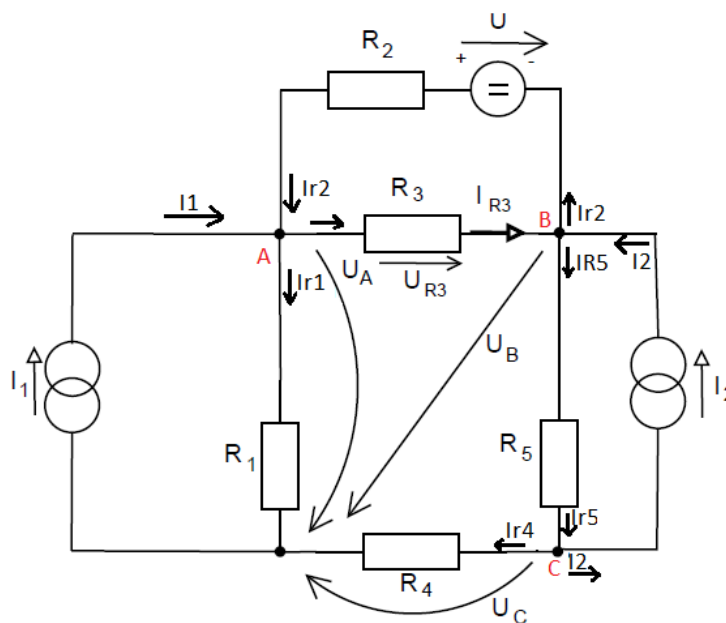
$$I_3 = \frac{U_i}{R_i + R_3} = \frac{51,1174V}{437,4100\Omega + 205\Omega} = 0,0795A$$

$$U_3 = R_3 \cdot I_3 = 205\Omega \cdot 0,0795A = 16,2975V$$

Příklad 3, Varianta D

Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A , U_B , U_C). Zadané hodnoty:

U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
115	0.6	0.9	500	380	480	370	285



1) Sestavíme rovnice pro uzly A, B, C

$$A: I_1 + I_{R2} - I_{R3} - I_{R1} = 0$$

$$B: I_2 + I_{R3} - I_{R2} - I_{R5} = 0$$

$$C: I_{R5} - I_{R4} - I_2 = 0$$

2) Vytvoříme smyčky a vyjádříme jednotlivé proudy.

$$I_{r1} * R_1 - U_a = 0$$

$$I_{r1} = \frac{U_a}{R_1}$$

$$I_{r2} * R_2 + U_a - U_b - U = 0$$

$$I_{r2} = \frac{U + U_b - U_a}{R_2}$$

$$I_{r3} * R_3 + U_b - U_a = 0$$

$$I_{r3} = \frac{U_a - U_b}{R_3}$$

$$I_{r4} * R_4 + U_c = 0$$

$$I_{r4} = \frac{U_c}{R_4}$$

$$I_{r5} * R_5 + U_c - U_b = 0$$

$$I_{r5} = \frac{U_b - U_c}{R_5}$$

3) Dosadíme proudy do rovnic pro uzly.

$$A: I_1 + \frac{U+U_b-U_a}{R_2} - \frac{U_a-U_b}{R_3} - \frac{U_a}{R_1} = 0$$

$$B: I_2 + \frac{U_a-U_b}{R_3} - \frac{U+U_b-U_a}{R_2} - \frac{U_b-U_c}{R_5} = 0$$

$$C: \frac{U_b-U_c}{R_5} - \frac{U_c}{R_4} - I_2 = 0$$

4) Upravíme rovnice.

$$A: -U_a(R_1 * R_3 + R_1 * R_2 + R_2 * R_3) + U_b(R_1 * R_3 + R_1 * R_2) = -U * R_1 * R_3 - I_1 * R_1 * R_2 * R_3$$

$$B: U_a(R_2 * R_5 + R_3 * R_5) - U_b(R_2 * R_5 + R_3 * R_5 + R_3 * R_2) + U_c * R_3 * R_2 = U * R_3 * R_5 - I_2 * R_2 * R_3 * R_5$$

$$C: U_b * R_4 - U_c(R_4 + R_5) = I_2 * R_5 * R_4$$

5) Dosadíme hodnoty.

$$A: -U_a(500\Omega * 480\Omega + 500\Omega * 380\Omega + 380\Omega * 480\Omega) + U_b(500\Omega * 480\Omega + 500\Omega * 380\Omega) = -155V * 500\Omega * 480\Omega - 0.6A * 500\Omega * 380\Omega * 480\Omega$$

$$B: U_a(380\Omega * 285\Omega + 480\Omega * 285\Omega) - U_b(380\Omega * 285\Omega + 480\Omega * 285\Omega + 480\Omega * 380\Omega) + U_c * 480\Omega * 380\Omega = 115V * 480\Omega * 285\Omega - 0.9A * 380\Omega * 480\Omega * 285\Omega$$

$$C: U_b * 370\Omega - U_c(370\Omega + 285\Omega) = 0.9A * 285\Omega * 370\Omega$$

6) Upravíme 3 rovnice o 3 neznámých.

$$A: -612400U_a + 430000U_b = -82320000$$

$$B: 245100U_a - 427500U_b + 182400U_c = -31053600$$

$$C: 370U_b - 655U_c = 94905$$

$$-1531U_a + 1075U_b = -205800$$

$$215U_a - 375U_b + 160U_c = -27240$$

$$74U_b - 131U_c = 18981$$

7) Pomocí determinantů vypočítáme U_a , U_b , U_c .

$$D_0 = \begin{vmatrix} -1531 & 1075 & 0 \\ 215 & -375 & 160 \\ 0 & 74 & -131 \end{vmatrix} = (-1531 * -375 * -131) - (74 * 160 * -1531) - (-131 * 215 * 1075) = -26\,805\,960$$

$$D_a = \begin{vmatrix} -205800 & 1075 & 0 \\ -27240 & -375 & 160 \\ 18981 & 74 & -131 \end{vmatrix} = (-205800 * -375 * -131) + (1075 * 160 * 18981) - (74 * 160 * -205800) - (-131 * -27240 * 1075) = -8244594000$$

$$D_b = \begin{vmatrix} -1531 & -205800 & 0 \\ 215 & -27240 & 160 \\ 0 & 18981 & -131 \end{vmatrix} = (-1531 * -27240 * -131) - (18981 * 160 * -1531) - (-131 * 215 * -205800) = -6610052880$$

$$D_c = \begin{vmatrix} -1531 & 1075 & -205800 \\ 215 & -375 & -27240 \\ 0 & 74 & 18981 \end{vmatrix} = (-1531 * -375 * 18981) + (-205800 * 215 * 74) - (74 * -27240 * -1531) - (18981 * 215 * 1075) = 150076440$$

8) Dopočítáme U_a , U_b , U_c .

$$U_a = \frac{D_a}{D_0} = \frac{-8244594000}{-26\,805\,960} = 307,5657V$$

$$U_b = \frac{D_b}{D_0} = \frac{-6610052880}{-26\,805\,960} = 246,5889V$$

$$U_c = \frac{D_c}{D_0} = \frac{150076440}{-26\,805\,960} = -5,5986V$$

9) Dopočítáme U_{r3} a I_{r3} .

$$U_{r3} = U_a - U_b = 307,5657V - 246,5889V = \mathbf{60,9768V}$$

$$I_{r3} = \frac{U_{r3}}{R_3} = \frac{60,9768V}{480\Omega} = \mathbf{0,1270A}$$

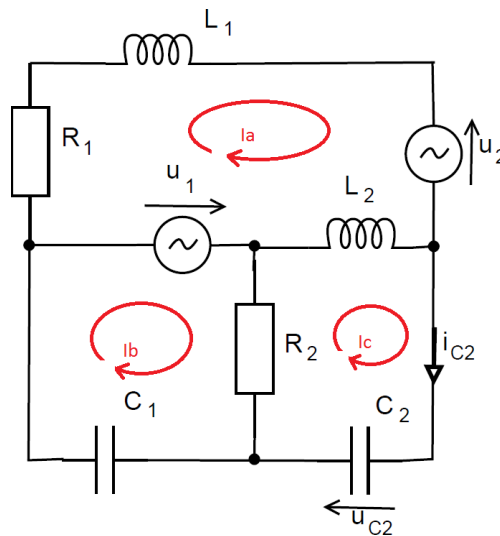
Příklad 4, Varianta D

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \sin(2\pi f t)$, $u_2 = U_2 \sin(2\pi f t)$. Ve vztahu pro napětí $u_{C2} = U_{C2} \sin(2\pi f t + \varphi_{C2})$ určete $|U_{C2}|$ a φ_{C2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn.: Pomocné „směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \pi / 2\omega$).“

Zadané hodnoty:

U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
45	50	135	155	180	90	210	75	85



1) Vyjádříme reaktanci na cívkách a kondenzátorech.

$$\omega = 2\pi f = 534,07 \text{ rad/s}$$

$$X_{L1} = \omega * L_1 * j = 534,07 * 180 * 10^{-3} * j = 96,1326j \Omega$$

$$X_{L2} = \omega * L_2 * j = 534,07 * 90 * 10^{-3} * j = 48,0663j \Omega$$

$$X_{C1} = \frac{-1}{\omega * C_1} * j = \frac{-1}{534,07 * 210 * 10^{-6}} * j = -8,9163j \Omega$$

$$X_{C2} = \frac{-1}{\omega * C_2} * j = \frac{-1}{534,07 * 75 * 10^{-6}} * j = -24,9655j \Omega$$

2) Vyjádříme smyčkové proudy I_a , I_b , I_c .

$$A: I_A * X_{L1} - U_2 + X_{L2} * (I_A - I_C) - U_1 + I_A * R_1 = 0$$

$$B: U_1 + R_2 * (I_B - I_C) + I_B * X_{C1} = 0$$

$$C: X_{L2} * (I_C - I_A) + X_{C2} * I_C + R_2 * (I_C - I_B) = 0$$

$$A: I_A * (X_{L1} + X_{L2} + R_1) - I_C * X_{L2} = U_1 + U_2$$

$$B: I_B * (X_{C1} + R_2) - I_C * R_2 = -U_1$$

$$C: I_A * X_{L2} - I_B * R_2 + I_C * (X_{C2} + X_{L2} + R_2) = 0$$

3) Vytvoříme matice a vypočítáme determinanty.

$$D_0 = \begin{vmatrix} 135 + 144,1989j & 0 & -48,0663j \\ 0 & 155 - 8,9163j & -155 \\ -48,0663j & -155 & 155 + 23,1008j \end{vmatrix} = (135 + 144,1989j * 155 - 8,9163j * 155 + 23,1008j) - (-48,0663j * (155 - 8,9163j) * -48,0663j) - (-155 * -155 * 135 + 144,1989j) =$$
$$= 68876,0933 + 305912,0214j$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 135 + 144,1989j & 0 & 95 \\ 0 & 155 - 8,9163j & -45 \\ -48,0663j & -155 & 0 \end{vmatrix} = -(-48,0663j * 155 - 8,9163j * 95) - (-155 * -45 * 135 + 144,1989j) = -900910,7668 - 298015,478j$$

4) Vypočítáme proud I_{C2} .

$$I_{C2} = \frac{\det(D_3)}{\det(D_0)} = \frac{-900910,7668 - 298015,478j}{68876,0933 + 305912,0214j} = -1,5583 + 2,5942j$$

5) Vypočítáme napětí U_{C2} .

$$U_{C2} = I_{C2} * X_{C2} = (-1,5583 + 2,5942j) * (-24,9655j) = 64,7655 + 38,9037j$$

$$|U_{C2}| = \sqrt{(64,7655)^2 + (38,9037)^2} = 75.5512V$$

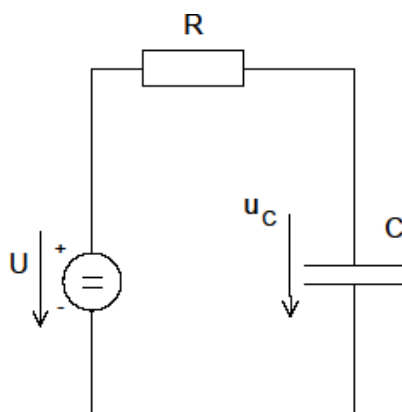
6) Vypočítáme φ_{C2} .

$$\varphi_{C2} = \arctg\left(\frac{38,9037}{64,7655}\right) = 0.5409rad = 30^\circ 59'$$

Příklad 5, Varianta H

Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $U_c = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice. Zadané hodnoty:

U [V]	C [F]	R [Ω]	$U_c(0)$ [V]
5	50	40	2



1) Provedeme výpočet proudu.

$$U_r + U_c - U = 0$$

$$R * I + U_c - U = 0$$

$$I = \frac{U - U_c}{R}$$

2) Upravíme axiom.

$$U'_c = \frac{1}{C} * I$$

$$U'_c = \frac{1}{C} * \frac{U - U_c}{R} = \frac{1}{50F} * \frac{5V - U_c}{40\Omega}$$

$$2000 * U'_c = 5 - U_c$$

$$U'_c + \frac{U_c}{2000} = \frac{1}{400}$$

3) Obecný tvar řešení.

$$U_c(t) = c(t) * e^{\lambda * t}$$

4) Charakteristická rovnice, výpočet λ .

$$2000\lambda + 1 = 0$$

$$\lambda = -\frac{1}{2000}$$

5) Dosazení do obecného tvaru, derivování U_c .

$$U_c(t) = c(t) * e^{-\frac{1}{2000} * t}$$

$$U_c'(t) = c'(t) * e^{-\frac{1}{2000} * t} + c(t) * e^{-\frac{1}{2000} * t} * \left(-\frac{1}{2000}\right)$$

6) Dosazení do zadání.

$$U_c' + \frac{U_c}{2000} = \frac{1}{400}$$

$$c'(t) * e^{-\frac{1}{2000} * t} + c(t) * e^{-\frac{1}{2000} * t} * \left(-\frac{1}{2000}\right) + \frac{c(t) * e^{-\frac{1}{2000} * t}}{2000} = \frac{1}{400}$$

$$c'(t) * e^{-\frac{1}{2000} * t} = \frac{1}{400}$$

7) Vyjádření $c'(t)$.

$$c'(t) = \frac{1}{400 * e^{-\frac{1}{2000} * t}} = \frac{e^{\frac{1}{2000} * t}}{400}$$

$$c'(t) = e^{\frac{1}{2000} * t} * \frac{1}{400}$$

8) Integrovaní $c'(t)$.

$$\int c'(t) * (dt) = e^{\frac{1}{2000} * t} * \frac{1}{400} * \frac{1}{\frac{1}{2000}} + K = e^{\frac{1}{2000} * t} * 5 + K$$

9) Dosadíme do $U_c(t) = c(t) * e^{-\frac{1}{2000} * t}$.

$$U_c(t) = c(t) * e^{-\frac{1}{2000} * t}$$

$$U_c(t) = (5 * e^{\frac{1}{2000} * t} + K) * e^{-\frac{1}{2000} * t}$$

$$U_c(t) = 5 + K * e^{-\frac{1}{2000} * t}$$

10) Vliv počátečních podmínek $U_c(0) = 2V$. Dopočítání K .

$$U_c(t) = 5 + K * e^{-\frac{1}{2000} * t}$$

$$2 = 5 + K * e^{-\frac{1}{2000} * 0}$$

$$2 = 5 + K$$

$$K = -3$$

10) Výsledek

$$U_c(t) = 5 - 3 * e^{-\frac{1}{2000} * t}$$

11) Zkouška

Dosadíme do:

$$U_c' + \frac{U_c}{2000} = \frac{1}{400}$$

$$U_c(t) = 5 - 3 * e^{-\frac{1}{2000} * t}$$

$$U_c'(t) = -3 * e^{-\frac{1}{2000} * t} * \left(-\frac{1}{2000}\right) = \frac{3 * e^{-\frac{1}{2000} * t}}{2000}$$

Dosazení:

$$\frac{3 * e^{-\frac{1}{2000} * t}}{2000} + \frac{5}{2000} - \frac{3 * e^{-\frac{1}{2000} * t}}{2000} = \frac{1}{400}$$

$$\frac{1}{400} = \frac{1}{400}, \text{ výsledek platí.}$$

Přehled výsledků:

Příklad číslo:	Varianta zadání:	Výsledky:
1	D	$U_{R3} = 33,0506V; I_{R3} = 0,1002A$
2	H	$U_{R3} = 16,2975V; I_{R3} = 0,0795A$
3	D	$U_{R3} = 60,9768V; I_{R3} = 0,1270A$
4	D	$ U_{C2} = 75,5512V; \varphi_{C2} = 30^\circ 59'$
5	H	$U_C(t) = 5 - 3 * e^{-\frac{1}{2000} * t}$