

智力问题与其它

1. 有12个小球，其中一个质量不同（不知道轻了还是重了），采用一台天平，怎样在最短时间内找到异常的球？

将天平分为4，4，4三组记为A，B，C。如果已经确定为标准的球记为O。

A = B

A, B均为标准球O, C中有坏球

OOO = C1C2C3

坏球是 C4

O ? C4 可知C4是轻球还是重球

OOO < C1C2C3 (大于的情况类似)

可知C1C2C3中有重球

C1 = C2 -> C3重球

C1 != C2 -> 重者是坏球

A < B (大于的情况交换AB标记)

C=O

A1A2A3B1=A4OOO

B2B3B4中有重球

B2=B3 -> B4重球

B2 != B3 -> 重者是坏球

A1A2A3B1<A4OOO

B1,A4标准, A1A2A3有轻球

A1=A2 -> A3轻球

A1 != A2 -> 轻者是坏球

A1A2A3B1>A4OOO

B1重球或A4轻球

B1 - O 解决

2. 有 100 瓶药，每个瓶子中的药丸质量都是相同的。已知其中有99瓶每粒药丸质量是 1g，有1瓶每粒药丸是0.9g，用一个能称出精确数值的称，只称一次，要求找出是哪一瓶只有0.9g。

标号1-100，第一瓶取1粒，第二瓶取2粒。。。最后称一下缺了多少个0.1

3. 三个人到旅馆住宿，住宿费一共30元，每人出了10元。今天旅馆优惠，只收25元。于是老板让服务员找5元给三人，但是服务员私吞了2元，只找了3元给他们。现在问：三人各出10元-服务员退还一人1元 = 三人各出9元。9*3=27元+服务员私吞的2元=29元。少的1元去哪里了？

27元是最后三人实际出的钱，这个钱涵盖了25元房费和服务员私吞的2元。正确的算法是
27=25+2

4. 牛顿迭代法实现 $\text{sqrt}(x)$ ：

求出根号a的近似值：首先随便猜一个近似值x，然后不断令x等于x和a/x的平均数，迭代个六七次后x的值就已经相当精确了。

例如，我想求根号2等于多少。假如我猜测的结果为4，虽然错的离谱，但你可以看到使用牛顿迭代法后这个值很快就趋近于根号2了：

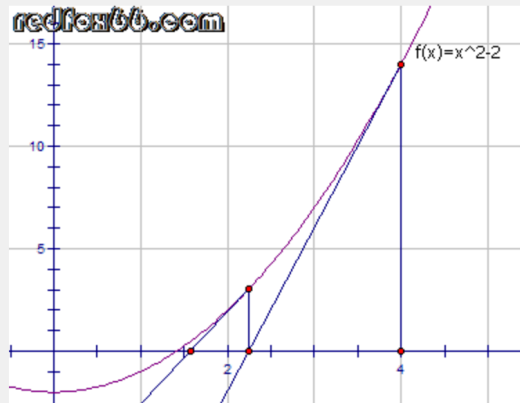
$$(4 + 2/4) / 2 = 2.25$$

$$(2.25 + 2/2.25) / 2 = 1.56944..$$

$$(1.56944.. + 2/1.56944..) / 2 = 1.42189..$$

$$(1.42189.. + 2/1.42189..) / 2 = 1.41423..$$

....



这种算法的原理很简单，我们仅仅是不断用(x,f(x))的切线来逼近方程 $x^2 - a = 0$ 的根。根号a实际上就是 $x^2 - a = 0$ 的一个正实根，这个函数的导数是 $2x$ 。也就是说，函数上任一点(x,f(x))处的切线斜率是 $2x$ 。那么， $x - f(x)/(2x)$ 就是一个比x更接近的近似值。代入 $f(x) = x^2 - a$ 得到 $x - (x^2 - a)/(2x)$ ，也就是 $(x + a/x)/2$ 。

5. 幂函数 pow 函数的实现：

```
def pow(base, exponent):
    if exponent == 0:
        return 1
    elif exponent == 1:
        return base
    else
        result = pow(base, exponent >> 1) # r = b^(e/2)
        result = result ** 2
        if result & 1 == 1 # result is an odd number
            result *= base
        return result
```

只要 $O(\log(n))$ 次乘法