
Statistical Methods for Econometrics- Essai Simulation-based inference

ENSAE 2021/2022

MASTÈRE SPÉCIALISÉ - DATA SCIENCE

OSCAR FOSSEY - JEFFREY VERDIERE

Simulation-based inference
A survey with special reference to panel data models

CHRISTIAN GOURIEROUX

ALAIN MONTFORT

JOURNAL OF ECONOMETRICS 59 (1993) 5-33. NORTH-HOLLAND

Contents

1	Notations	2
2	Introduction	3
3	Etat de l'art	3
4	Point importants de l'articles	3
4.1	Problématique soulevée par l'article	3
4.1.1	Problème	3
4.1.2	Exemple	4
4.2	La méthode des moments généralisées simulées	4
4.2.1	Méthode des moments (MM) et méthode des moments généralisées (GMM)	4
4.2.2	Méthode des moments généralisées simulée (SGMM)	5
4.2.3	Comportement asymptotique de l'estimateur	5
4.2.4	Limite du SGMM	6
4.3	La méthode du maximum de vraisemblance simulée (SML)	6
4.3.1	Comportement asymptotique et limite du SML	6
4.3.2	Choix du simulateur et de la variable instrumentale	7
4.4	La méthode du pseudo maximum de vraisemblance simulé (PMLS)	7
4.4.1	La pseudo méthode du maximum de vraisemblance (PML)	7
4.4.2	La pseudo méthode du maximum de vraisemblance simulée (PMLS)	9
4.4.3	Comportement asymptotique du PMLS et limites	9
4.4.4	Estimateur consistant lorsque H est fixe	9
5	Résultats importants et évaluation du papier	11
5.1	Résumé des limites et des performances des 3 méthodes présentées dans le papier	11
5.2	Limites et performances de l'article	12
	References	13

1 Notations

Table 1: Notations

x_{it}	Vecteur ligne composées de variables exogènes associées à l'individu i à l'instant t
y_{it}	Variable expliquée/exogène pour l'individu i à l'instant t
u_i	Bruit blanc gaussien identiquement distribué et indépendant de v_i dépendant du temps. Il est de moyenne nulle et de variance unitaire
v_i	Bruit blanc gaussien identiquement distribué de moyenne nulle et de variance unitaire dépendant du temps et de l'individu. Il est indépendant de u_i .
x_i	vecteur de variables exogènes construits à partir des x_{it} pour $t \in [1, T]$
y_i	vecteur de variables exogènes construits à partir des y_{it} pour $t \in [1, T]$
e_i	$\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix}$
$r(x_i, e_i, \theta)$	est défini pour $i \in [1, n]$ par $y_i = r(x_i, e_i, \theta)$
A'	Transposée de la matrice A
$f(y_i/x_i; \theta)$	Fonction de densité de probabilités conditionnelle de y_i sachant x_i .
$k(x_i; \theta)$	Moment conditionnel
\hat{a}	Variable estimée de a
$k(x_i; \theta)$	Moment conditionnel simulé respectivement pour f

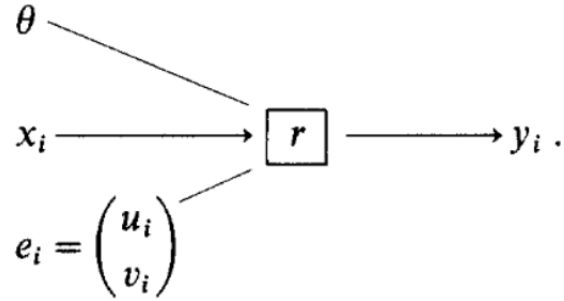


Figure 1: Modèle réduit r

2 Introduction

D'après l'abstract: " Dans cet article, on étudie les récents développements des méthodes d'inférence utilisant des simulations. En particulier, nous discutons la méthode des moments généralisées simulée, la méthode du maximum de vraisemblance simulée et la méthode du pseudo-maximum de vraisemblance simulée. Les propriétés asymptotiques des simulateurs ont été décrits lorsque le nombre d'observations n tend vers l'infini. On distingue ensuite le cas où le nombre de simulations par observation H est fixe ou tend vers l'infini. Dans le cas où H tend vers l'infini, les possibles biais asymptotiques sont évalués. On étudiera les conséquences des hypothèses faites sur la convergence relative de n et H . Montrons également comment ces méthodes s'appliquent dans de différents modèles, en particulier, le cas des données de panels."

L'objectif de ce rapport est de présenter les trois méthodes de simulations présentées par l'article ainsi que leurs performances. On présentera également les différents cas possibles pour appliquer ces différentes méthodes. On précisera également les hypothèses et les approximations inhérentes à ces différents modèles. Ce rapport ne détaillera pas les démonstrations et les exemples de l'article.

3 Etat de l'art

Table 2: Références

Reference article	Apports
[1]	L'algorithme GHK (Geweke, Hajivassiliou and Keane utilisé dans une des méthodes SML pour trouver des simulateurs
[2]	Etude du modèle probit multinomiale
[3]	Etude de la convergence de l'estimateur SGMM en fonction de n et H .
[4]	Utilité pour les modèles hétérogènes des méthodes de simulation dans l'approximation de l'inférence
[5]	Etude des diverses méthodes d'estimation dans le cadre des modèles de déséquilibre.
[6]	Utilisation des méthodes de Monte-Carlo pour calculer les moments d'ordre 1 et 2 en maximisant la ML
[7]	SME dans le cadre d'un modèle dynamique.
[8]	Application de la PML au cadre du marché du travail allemand
[9]	Application au modèle de Poisson de la PML
[10]	Méthode pour déterminer des estimateurs consistants dans le cadre de la PMLS

4 Point importants de l'articles

4.1 Problématique soulevée par l'article

4.1.1 Problème

Pour estimer θ , les méthodes nécessitent souvent de pouvoir calculer des fonctions de densité de probabilités conditionnelles (f.d.p.c) ou des moments conditionnels (mc). Cependant, ces deux derniers sont souvent exprimés à des intégrables à plusieurs variables. Il arrive souvent qu'elle soit calculable explicitement. Ce problème de calcul intégral se divise en deux principaux cas.

Cas 1: Il est possible d'obtenir une forme de la f.d.p.c en les conditionnants par rapport à x_i , mais aussi à u_i sous vecteurs de e_i .

Cas 2: Un tel conditionnement n'existe pas et il faut repartir de relation explicite $y = r(x_i, e_i, \theta)$.

L'objectif dans les deux cas est d'estimer une probabilité conditionnelle (f^* et k^*) par une variable (dans le cas des données de panels: le bruit) dont la distribution est connue. 2 cas subsistent:

Table 3: Approximation possible de la p.d.f

	Hypothèses	Approximations possibles
Cas 1	Forme connue de $f^*(y_i/x_i, u_i, \theta)$	$\frac{1}{H} \sum_{h=1}^H f^*(y_i/x_i, u_{hi}; \theta)$
	Forme connue de $k^*(x_i, \theta) = \mathbb{E}_\theta$	$\frac{1}{H} \sum_{h=1}^H k^*(y_i/x_i, u_{hi}; \theta)$
Cas 2	Uniquement $k(x_i, \theta)$ est de forme connue	$\frac{1}{H} \sum_{h=1}^H K(r(x_i, u_{hi}, \theta), x_i)$

4.1.2 Exemple

4.2 La méthode des moments généralisées simulées

4.2.1 Méthode des moments (MM) et méthode des moments généralisées (GMM)

Etant donné une variable aléatoire X , on note $m_k(\theta) = \mathbb{E}_\theta[X^k]$ son moment théorique d'ordre k et $\hat{m}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k$. L'estimateur des moments de $\theta \in \mathbb{R}^p$ est la solution de du systèmes à p équations:

$$(1) \quad \begin{cases} m_1(\theta) = \hat{m}_1(\theta) \\ \cdot \\ \cdot \\ m_p(\theta) = \hat{m}_p(\theta) \end{cases}$$

Ce système d'équation peut aussi être décrit à partir de moments conditionnels k .

$$\mathbb{E}_\theta[K(y, x)/x] = k(x, \theta) \quad (2)$$

$$E_\theta Z[K(y, x) - k(x, \theta)] = 0 \quad (3)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z_i[K(y_i, x_i) - k(x_i, \theta)] = 0 \quad (4)$$

Z est n'importe quelle matrice dépendante des valeurs de x .

Si le nombre d'équation K est supérieur au nombre p d'inconnues du paramètre θ . Le système n'a donc pas de solutions. Il faut envisager la méthode générale des moments qui consiste à minimiser une fonction objective associée à un moment conditionnel k .

Dans le cas ou le nombre d'équation k est supérieur à la dimension p de θ , on utilise alors la méthode des moments généralisés.

Cette méthode consiste à minimiser une norme du vecteur associé apparente dans l'équation (4) $M_n(\theta)$.

$$M_n(\theta) = \sum_{i=1}^n [K'(y_i, x_i) - k'(x_i, \theta)] Z_i' \Omega \sum_{i=1}^n Z_i [K(y_i, x_i) - k(x_i, \theta)] \quad (5)$$

où Ω est une matrice définie positive. Cette matrice peut être optimale en Ω^* qui est connue et dépendant de θ_0 donc pas calculable.

4.2.2 Méthode des moments généralisées simulée (SGMM)

Lorsque la forme de $k(x_i, \theta) = \mathbb{E}_\theta[K(y_i, x_i)/x_i]$ est inconnue la méthode des moments généralisées n'est pas applicable.

Une idée naturelle est donc de simuler $k(x_i, \theta)$ grâce à une variable aléatoire de distribution connue de telle sorte que:

$$k(x_i, \theta) = \mathbb{E}_u \tilde{k}(x_i, u, \theta) \quad (6)$$

Grâce à la loi forte des grands nombres, il est possible d'approximer $k(x_i, \theta)$ par $k(x_i, \theta) = \frac{1}{H} \sum_{h=1}^H \tilde{k}(x_i, u_h, \theta)$

Cependant la valeur de $\tilde{k}(x_i, u_h, \theta)$ n'est pas le même que l'on soit dans le cas 1 et 2 présenté en première section. En effet

Cependant comme dans la problématique, il faut distinguer deux cas:

Table 4: Choix du simulateur de k

	Sous-cas	$k(x_i, u_h, \theta)$
Cas 1		$\tilde{k}(x_i, u_h, \theta) = k^* = \mathbb{E}_\theta[K[(y_i, x_i)/x_i, u_i]]$
Cas 2	r continue et différentiable	$\tilde{k}(x_i, u_h, \theta) = K[r(x_i, u, \theta), x_i]$
Cas 2	r ni continue ni différentiable	$\tilde{k}(x_i, u_h, \theta) = \frac{K[a(u), x_i] g(u/x_i; \theta)}{\Phi(u)}$

Remarque: Le deuxième sous-cas du cas 2 a pour intérêt de rendre le simulateur en général différentiable. a est une fonction liant y_i à une variable latente y_i^* : $y_i = a(y_i^*)$.

g est la fonction de densité de probabilité sachant x_i de y_i^* et Φ est une fonction de densité de probabilité strictement positive connue.

A partir de l'équation, on remplace k par sa valeur approximée à l'aide des différents simulateurs $\tilde{k}(x_i, u_h, \theta)$. On obtient la simulation suivante:

$$M_H n^S(\theta) = \sum_{i=1}^n [K'(y_i, x_i) - \frac{1}{H} \sum_{h=1}^H \tilde{k}'(x_i, u_h, \theta)] Z_i' \Omega \sum_{i=1}^n [K(y_i, x_i) - \frac{1}{H} \sum_{h=1}^H \tilde{k}(x_i, u_h, \theta)] \quad (7)$$

Cette équation (7) est l'équation de la fonction objective de la méthode SGMM. L'estimateur de SGMM $\hat{\theta}_{h_n}^G$ est le minimiseur de cette fonction.

4.2.3 Comportement asymptotique de l'estimateur

Il s'agit d'un estimateur consistant sous les bonnes conditions de régularité. Plus précisément, [3] affirme que sous les bonnes conditions de régularité, cela converge H est fixe et que $\rightarrow \infty$. [4] expliquent sous les mêmes conditions $\sqrt{n}(\hat{\theta}_{h_n}^G - \theta_0)$ asymptotiquement normal à une loi $\mathcal{N}(0, Q_H(\Omega))$.

La borne inférieure de $Q_H(\Omega)$ est la matrice de variance-covariance de l'estimateur GMM. Les effets de la simulation sont l'ajout d'une matrice non-négative d'ordre $\frac{1}{H}$. Ce terme additionnel croît avec la matrice de variance-covariance du simulateur $V(\tilde{k}/x)$.

Lorsque le simulateur \tilde{k} est défini à l'aide d'une espérance conditionnelle $k(x_i, \theta) = \mathbb{E}_\theta[K(y_i, x_i)/x_i]$. Dans ce cas, l'efficacité asymptotique relative de l'estimateur SGMM par rapport à l'estimateur GMM est plus grand que: $eff > \frac{1}{1+\frac{1}{H}} = \frac{H}{1+H}$.

Asymptotiquement, l'estimateur SGMM est toujours moins efficace que l'estimateur GMM. Cela montre que si $(H, n) \rightarrow \infty$ l'estimateur SGMM a la même distribution asymptotique que l'estimateur GMM.

Table 5: Efficacité relative

H	Efficacité asymptotique relative
H=1	50 %
H=9	90%

La convergence est optimale lorsque $\Omega = \Omega^*$. Celui-ci étant incalculable, il est nécessaire de faire une procédure SGMM en deux étapes.

Table 6: Etape de calcul du SGMM

Etape de la méthode	Calcul à faire
Etape 1	SGMM ($\Omega(I) \rightarrow \tilde{\theta}$)
Etape 2	SGMM($\Omega = \hat{\Omega}^*(\tilde{\theta}) \rightarrow \tilde{\theta}$)

$\hat{\Omega}^*$ est un estimateur de Ω^* déterminé par [7].

4.2.4 Limite du SGMM

Le choix de l'instrument Z n'est pas toujours évident et on peut éviter de passer par ce choix en mettant en place la méthode de vraisemblance.

4.3 La méthode du maximum de vraisemblance simulée (SML)

L'estimateur du maximum de vraisemblance est obtenu en maximisant la fonction de la vraisemblance logarithmique $L_n(\theta)$.

$$L_n(\theta) = \sum_{i=1}^n \log(f(y_i/x_i; \theta)). \quad (8)$$

Lorsque on ne peut pas calculer $f(y_i/x_i; \theta)$ on utilisera une variable aléatoire instrumentale de distribution connue P^U telle que $\mathbb{E}_u(\tilde{f}(y_i, x_i, u, \theta)) = f(y_i/x_i; \theta)$. \tilde{f} sera appelé simulateur de f et f pourra être approximé par $\frac{1}{H} \sum_{h=1}^H \tilde{f}(y_i, x_i, u_{hi}, \theta)$.

On obtient la fonction objective de la méthode SML:

$$L_n^S(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log\left(\frac{1}{H} \sum_{h=1}^H \tilde{f}(y_i, x_i, u_{hi}, \theta)\right) \quad (9)$$

L'estimateur SML est le maximiseur de la fonction L_n^S . On l'appelle θ_{Hn}^M .

4.3.1 Comportement asymptotique et limite du SML

[4] expliquent H fixé et $n \rightarrow \infty$, l'estimateur θ_{Hn}^M est asymptotiquement biaisé. Cependant, ce biais peut être explicité si H est assez grand. De plus, si \tilde{f} est différentiable en θ et que n et $H \rightarrow \infty$ de telle manière

que $\frac{\sqrt{n}}{H}$ converge vers 0 alors $\theta_{H_n}^M$ est consistant et asymptotiquement efficient.

La matrice asymptotique de variance-covariance de $\sqrt{n}(\theta_{H_n}^M - \theta_0)$ peut être estimée puisque \tilde{f} est différentiable en θ .

4.3.2 Choix du simulateur et de la variable instrumentale

Dans cette partie, il n'y a de méthode générique proposée pour le choix du simulateur et de la variable instrumentale. Nous proposons dans le tableau suivant de décrire synthétiquement ces deux exemples.

Table 7: Cas possible lors du choix du simulateur et de la variable instrumentale

Cas	Exemples	Calcul
Cas 1: Il existe un conditionnement pertinent	Données de panel $y_{it}^* = x_{it} + \sigma_u * u_i + \sigma_v * v_{it}$ $y_{it} = \mathcal{K}_{\mathbb{R}}(y_{it}^*)$ probit $y_{it} = y_{it}^* * \mathcal{K}_{\mathbb{R}}(y_{it}^*)$ logit	Passer par une variable aléatoire tierce \tilde{u}_i indépendantes des autres variables aléatoires et de T de manière à ce que le calcul de f^* se fasse sans intégrales multiples
Cas 2: Il existe pas de conditionnement pertinent	Determiner les probabilités $P(D)$ avec $D = \prod_{t=1}^T]a_t, b_t[$ Où P est une distribution gaussienne de loi $\mathcal{N}(0, \Sigma)$	Simulateur évident: non différentiable et inefficace pour les probabilités faibles: $\tilde{p}_f(u) = \mathcal{K}_D(Au)$ où A est une matrice telle que $A * A' = \Sigma$ et u suit la loi $\mathcal{N}(0, I_t)$
Cas 2: Il existe pas de conditionnement pertinent	Determiner les probabilités $P(D)$ avec $D = \prod_{t=1}^T]a_t, b_t[$ Où P est une distribution gaussienne de loi $\mathcal{N}(0, \Sigma)$	Simulateur issu de Geweke1989: Pour déterminer $P(D)$ on estime le domaine D dans u espace à l'aide de matrice de passage A (dépendent de Σ). Ce nouveau domaine s'appelle D^* . On pourra évaluer $P(D)$ à l'aide de $P(D^*)$ dans l'espace u. Dans l'espace u on connaît la distribution des variables instrumentale u_i^* , on pourra donc les simuler sur leurs intervalles respectifs

Remarque: si cette méthode fonctionne pour estimer des probabilités, elle est également applicable pour estimer des f.d.p.c. Par exemple, dans le modèle probit multinominale étudié par [2].

4.4 La méthode du pseudo maximum de vraisemblance simulé (PMLS)

Dans la section précédente, nous avons vu que la méthode simulée des moments requiert un choix d'une variable instrumentale et la méthode SML doit s'appliquer dans un cadre purement paramétrique. Ainsi, si le choix de l'instrument est difficile ou si la fonction de vraisemblance n'est pas approximable même avec un grand nombre de simulation de Monte-Carlo, on peut appliquer la PMLS.

4.4.1 La pseudo méthode du maximum de vraisemblance (PML)

La méthode PML consiste à maximiser une pseudo-fonction de vraisemblance.

Les 3 méthodes se différencient en fonctions des grandeurs utilisées dans la pseudo fonction de vraisemblance que [9] ont décrit et qui sont résumés dans le tableau suivant :

Ce sont les expressions générales des pseudo-fonction de vraisemblance, elles dépendent de la famille donner à la fonction l. Dans le tableau suivant on explicite la pseudo-fonction de vraisemblance en fonction

Table 8: Résumé des 3 méthodes de PML

Nom méthode	Grandeurs nécessaires	Pseudo-Likelihood function
PML1	Moment d'ordre 1 : $m(x_i, \theta)$	$\prod_{i=1}^n l[y_1, m(x_i, \theta)]$
QGPML	Moment d'ordre 1: $m(x_i, \theta)$ Moment d'ordre 2: $m_2(x_i, \theta)$ $\eta = \Phi(m, m_2)$ où Φ étant la fonction liant η et m_2 sachant m $\tilde{\theta}$ estimateur consistant de θ	$\prod_{i=1}^n l(y_i, m(x_i, \theta), \Phi[m(x_i, \tilde{\theta}), m_2(x_i, \tilde{\theta})])$
PML2	Moment d'ordre 1: $m(x_i, \theta)$ Moment d'ordre 2: $m_2(x_i, \theta)$	$\prod_{i=1}^n l[y_1, m(x_i, \theta), m_2(x_i, \theta)]$

de différentes familles pour l.

Table 9: Exemples d'applications des méthodes

Nom méthode	Famille de la fonction l	Fonction à minimiser/maximiser
PML1	Exponentielle linéaire $l(z, m) = \exp[A(m) + B(z) + c(m)z]$	Maximiser en θ : $\sum_{i=1}^n A[m(x_i, \theta)] + C[m(x_i, \theta)]y_i$
QGPML	Normal avec moyenne et variance inconnue	Minimiser en θ : $\sum_{i=1}^n \frac{[y_i - m(x_i, \theta)]^2}{\sigma^2(x_i, \theta)}$
PML2	Normal avec moyenne et variance inconnue	Minimiser en θ : $\sum_{i=1}^n \log(\sigma^2(x_i, \theta)) + \frac{[y_i - m(x_i, \theta)]^2}{\sigma^2(x_i, \theta)}$

4.4.2 La pseudo méthode du maximum de vraisemblance simulée (PMLS)

La méthode PML nécessite de connaître le moment d'ordre 1 et parfois le moment d'ordre 2. Ces deux moments ne sont pas toujours pas calculable et déterminé. C'est pourquoi la méthode PMLS va chercher à simuler les moments d'ordre 1 et 2. Dans le tableau suivant, on résume les deux façons de simuler les moments:

Table 10: Simulation dans la méthode PMLS

Cas	Approximation
Cas 1: Il existe une variable aléatoire u_i de distribution connue P^U telle que $\mathbb{E}_\theta(y_i/x_i, u_i) = m^*(x_i, u_i, \theta)$	$\frac{1}{H} \sum_{h=1}^H m^*(x_i, u_{hi}, \theta)$
Cas 2: si une telle variable aléatoire n'existe pas, on utilisera l'expression déterminante $r(x_i, u, \theta)$ comme simulateur.	$\frac{1}{H} \sum_{h=1}^H r(x_i, u_{hi}, \theta)$

Remarque: Dans le deuxième cas, l'inconvénient est que r n'est pas toujours différentiable en θ ou bien même continue. Ce souci peut être réglé à l'aide d'échantillonnage préférentiel.

4.4.3 Comportement asymptotique du PMLS et limites

Les propriétés asymptotiques des estimateurs issues de la méthode PMLS sont similaires à celles des estimateurs SML. On note que lorsque H est fixe et que n tends vers l'infini les estimateurs PMLS sont biaisés avec un biais estimable REF. Il est cependant possible de construire certains estimateurs PMLS consistant et asymptotiquement normal lorsque H est fixé.

4.4.4 Estimateur consistant lorsque H est fixe

Pour garder une simplicité dans les notations, on se restreint à la méthode simulée des moindres au carré non linéaire. On considère alors que r est deux fois différentiable sous le respect de θ .

Table 11: Création d'un estimateur PMLS consistant

Condition d'ordre 1 pour la méthode des moindres carré non linéaire	$\frac{1}{n} [\frac{1}{H} \sum_{h=1}^H \frac{\partial r}{\partial \theta}(x_i, u_{hi}, \theta)] [y_i - \frac{1}{H} \sum_{h=1}^H r(x_i, u_{hi}, \theta)] = 0$
Problème identifié	Asymptotiquement cette équation fait apparaître une covariance conditionnelle en u entre $\frac{\partial r}{\partial \theta}(x, u, \theta)$ et $r(x_i, u, \theta)$. La non nullité de cette covariance biaise l'estimateur le rend non consistant.
Solution	On réalise des simulations séparées pour $\frac{\partial r}{\partial \theta}(x, u, \theta)$ et $r(x_i, u, \theta)$ à l'aide de deux variables aléatoires simulées u_{hi}^* et u_{hi}
Nouvelle condition d'ordre 1 simulé	$\frac{1}{n} [\frac{1}{H} \sum_{h=1}^H \frac{\partial r}{\partial \theta}(x_i, u_{hi}^*, \theta)] [y_i - \frac{1}{H} \sum_{h=1}^H r(x_i, u_{hi}, \theta)] = 0$

L'estimateur basé sur nouvelle équation est consistant et on peut également montré qu'il est asymptotiquement normal. On peut généraliser cette méthode à d'autres modèles que les moindres carré non linéaire.

Remarque: D'autres modifications de la méthode PMLS existent pour déterminer des estimateurs consistants. [8] et [10] en ont trouvé d'autres.

5 Résultats importants et évaluation du papier

5.1 Résumé des limites et des performances des 3 méthodes présentées dans le papier

Table 12: Limites et performances des 3 méthodes simulées

Méthode	Performance	Limites et améliorations possibles
SGMM	<ul style="list-style-type: none"> -CAN lorsque $n \rightarrow \infty$ -SGM \rightarrow GMM lorsque $(n, H) \rightarrow \infty$ -Méthode existante pour rendre la fonction objective dérivable si elle ne l'est pas -Variance asymptotique déterminable 	<ul style="list-style-type: none"> -Méthode dominée par la méthode du ML lorsque le modèle est parfaitement paramétrique -Variable instrumentale pertinente nécessaire
SML	<ul style="list-style-type: none"> SML \rightarrow ML lorsque $(n, H) \rightarrow \infty$ et de manière à ce que $\frac{\sqrt{n}}{H} \rightarrow 0$ Lorsque H est fixé et que $n \rightarrow \infty$, l'estimateur SML est biaisé et dont on peut estimer son biais -Méthode existante pour rendre la vraisemblance simulée dérivable si elle ne l'est pas Variance asymptotique déterminable dans certains modèles paramétriques 	<ul style="list-style-type: none"> -Nécessite un modèle complètement paramétrique. -Lorsque H est fixe l'estimateur est asymptotiquement biaisé
SPML	<ul style="list-style-type: none"> -En général, même comportement asymptotique que la SML dans le sens où la SPML a les mêmes propriétés asymptotiques que la PML -Certaines PML permettent à la méthode SPML d'être CAN lorsque H est fixe et $n \rightarrow \infty$ Variance asymptotique déterminable 	

5.2 Limites et performances de l'article

Dans le tableau suivant, on résume les performances et les limites des différents points présentés dans l'article.

Table 13: Limites et performances de l'article

Performances	Limites
Présentation de méthodes de dans le cas des données de panels	Pas d'études des performances des estimateurs dans le cas d'un échantillonnage fini
Des comportements asymptotiques des 3 méthodes performantes	SPML: D'autres méthodes pour trouver des estimateurs SPML lorsque H est fixe et $n \rightarrow \infty$. Cependant, aucune comparaison des performances n'est faite
Sous certaines hypothèses et conditions, on peut trouver la consistance et un comportement asymptotique normal pour les estimateurs	SML: Lors du choix sans conditionnement l'algorithme de Geweke est cité mais n'est pas défini
De nombreuses applications et exemples sont donnés pour les 3 méthodes et principalement autour des de panels	
Pour l'ensemble des méthodes présentées le nombre de simulations nécessaires n'a pas à être supérieur à 20	
[6] et [5] on peut souvent estimer l'approximation asymptotique causé par la simulation. Dans le cadre des matrices de variance-covariance par exemple.	

References

- [1] Geweke. “Efficient simulation from the multivariate normal distribution subject to linear inequality constraints and the evaluation of constraint probabilities”. In: (1989).
- [2] McFadden. In: (1990).
- [3] McFadden. “A method of simulated moments for estimation of discrete response models without numerical integration”. In: (1989).
- [4] Gourioux Monfort. “Simulation based econometrics in models with heterogeneity”. In: (1991).
- [5] Laroque Salagné. “Estimating the canonical disequilibrium model: asymptotic theory and finite sample properties”. In: (1990).
- [6] Laroque Salagné. “Estimation of multi-market fix-price models: an application of pseudo-maximum likelihood methods”. In: (1989).
- [7] Duffie Singleton. “Simulated moments estimation of markov of assets price”. In: (1989).
- [8] Bierings Sneek. “Pseudo-Maximum-Likelihood techniques in a simple rationing model of the dutch labor market”. In: (1989).
- [9] Gourioux Montfort Trognon. “Pseudo Maximum Likelihood Methods: Applications to Poisson Models”. In: (1984).
- [10] Laffont Ossard Vuong1991. “Econometrics of first price auction”. In: (1991).

List of Tables

1	Notations	2
2	Références	3
3	Approximation possible de la p.d.f	4
4	Choix du simulateur de k	5
5	Efficacité relative	6
6	Etape de calcul du SGMM	6
7	Cas possible lors du choix du simulateur et de la variable instrumentale	7
8	Résumé des 3 méthodes de PML	8
9	Exemples d'applications des méthodes	9
10	Simulation dans la méthode PMLS	9
11	Création d'un estimateur PMLS consistant	10
12	Limites et performances des 3 méthodes simulées	11
13	Limites et performances de l'article	12

List of Figures

1	Modèle réduit r	2
---	-----------------------------	---