

除了選擇, 填充和簡答題之外, 你的答案必須提供完整說明, 如果只有答案沒有任何說明得零分!

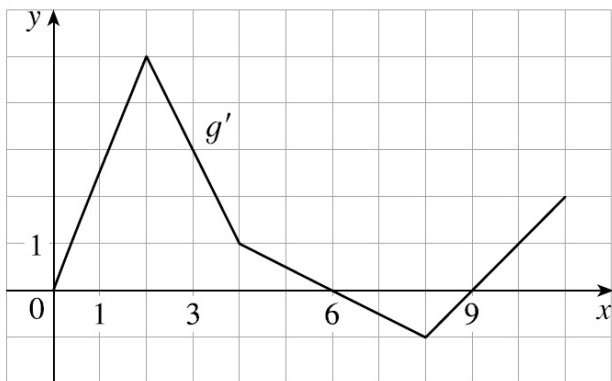
1. (10 points) Find the critical numbers of the function $f(x) = x^{-2} \ln x$.

2. (4+6=10 points) 令 $x \in [-1, 1]$, $F(x) = \int_0^x \ln(t^2 + t + 1) dt$.

(a) 說明 $F(x)$ 是否滿足 Mean Value Theorem 的假設?

(b) 求 $g(x) = \ln(x^2 + x + 1)$ 在 $[-1, 1]$ 上的絕對極大與絕對極小值。

3. (4+3+3=10 points) 令 $g(x) = \int_0^x g'(t) dt$, 函數 $g'(x)$ 的圖形如下。求 $g(3)$, $g'(3)$, $g''(3)$.



4. (5+5=10 points) $g(x) = \int_{2x}^{3x} \frac{u^2 - 1}{u^2 + 1} du$, 求 $g'(x)$.

(b) 令 $f'(x) = 5x^{2/3}$ 且 $f(8) = 21$, 求 $f(x)$.

5. (5+5=10 points) 求不定積分: (a) $\int \left(3^t + \frac{3}{t} \right) dt$

(b) $\int (2 + \tan^2 \theta) d\theta$.

6. (5+5=10 points) 利用以下提示做變數變換並且求積分:

(a) $\int x\sqrt{1-x^2} dx$, 令 $y = 1 - x^2$.

(b) $\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$, 令 $u = 1/x$.