

1. (5+5=10 points) 求讓級數收斂的 x 值, 並且計算該級數的總和。 (a) $\sum_{n=0}^{\infty} (-4)^n (x-5)^n$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^n x}{2^n}$

2. (6+4=10 points) 判斷級數是收斂或發散(必須詳述原因):

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$

(b) $10 - 2 + 0.4 - 0.08 + 0.016 - \dots$

3. 使用等比級數和公式將 $7.\overline{12345}$ 表示成分數(帶分數或假分數皆可).

4. (5+5=10 points) 判斷以下數列是收斂或發散(必須詳述原因)，如果收斂求其極限：

(a) $\left\{ a_n = \frac{(-1)^n n}{n^2 + n + 11} \right\}$ (b) $\left\{ \sqrt[n]{n+1} \right\}$

5. (10 points) 判斷以下數列是否為遞增、遞減或非單調？另外，此數列是否有界(bounded)？為什麼？請詳述理由。

$\left\{ a_n = n + \frac{1}{n}, n \geq 2 \right\}$

6. (10 points) 利用積分檢定法判斷級數 $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n^2}{e^n}$ 是收斂或發散。