

除了選擇, 填充和簡答題之外, 你的答案必須提供完整說明, 如果只有答案沒有任何說明得零分!

1. (10 points) Find  $x \in \mathbb{R}$  such that  $\tanh(x) = 12/13$ .

2. (5+5=10 points) (a) 推導以下公式:  $d(uv) = u dv + v du$

(b) 給定一個球體, 其半徑經過測量為 21 公分(測量值最大誤差為0.05公分), 如果使用上述測量值估算此球體積時, 最大的可能誤差為何?

3. (10 points) Use a linear approximaton (or differentials) to estimate  $\cos(29^\circ)$ .

4. (5+5=10 points) Find linearization  $L(x)$  of (a)  $f(x) = e^{-2x}$  at  $a = 0$ .

(b)  $g(x) = \frac{1}{1+x^2}$  at  $a = 1$ .

5. (3+3+4=10 points) 簡答題. 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{3}{n} \sqrt{1 + \frac{3i}{n}}$  是函數  $f(x)$  在區間  $[0, b]$  的面積, 求  $f(x)$  與  $b$ . 描繪此圖形。

6. (10 points) 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{3}{n} \left[ \left( 2 + \frac{3i}{n} \right) + \frac{1}{\left( 2 + \frac{3i}{n} \right)^2} \right] = \int_2^b f(x) dx$ , 求  $f(x)$  與  $b$ .