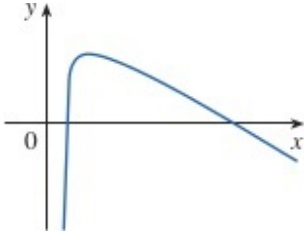


1. (10 points) 求以下參數曲線與 x -軸所圍的面積: $x(t) = t^3 + 1$, $y(t) = 2t - t^2$.

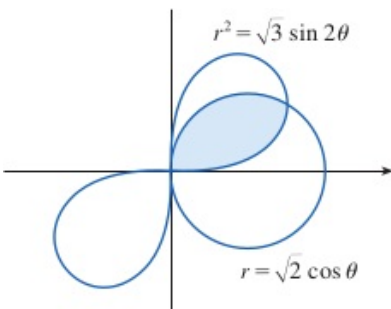


2. (5+5=10 points) 考慮下參數曲線 $x(t) = \cos^3 t$, $y(t) = \sin^3 t$, $0 \leq t \leq \pi/2$.

(a) 求曲線長。

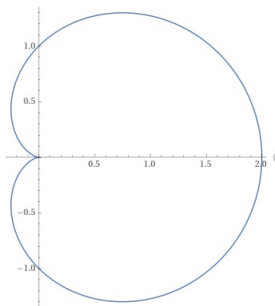
(b) 求此曲線繞 x -軸旋轉所產生物體之表面積。

3. (5+5=10 points) (a) 求下圖陰影面積(方程式分別為 $r^2 = \sqrt{3} \sin(2\theta)$, $r = \sqrt{2} \cos(\theta)$;設定積分即可, 不必計算積分值)。



(b) 求 $r = \sqrt{2} \cos \theta$ 在 x - y 坐標系的方程式, 判斷此圓的圓心與半徑。

4. (10 points) 求極座標曲線 $r = 1 + \cos \theta$ 產生水平與垂直切線的位置(坐標)。



5. (4+4+2=10 points) 考慮下參數曲線: $\mathbf{r}(t) = (t, t, t^2/2)$,

(a) 求在 $P(1, 1, 1/2)$ 點的切線方程式,

(b) 求在 P 點的 principal unit normal vector $\mathbf{N}(t)$,

(c) 求在 P 點的curvature ($\kappa = \frac{|\mathbf{T}'|}{|\mathbf{r}'|}$).

6. (8+2=10 points) (a) 判斷以下極限是否存在? 如果存在則求出極限:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2 \sin^2 x}{x^4 + y^4}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

(b) 令 $F(x, y) = \int_x^y \sqrt{1+t^3} dt$, 求 F_x , F_y .