

1. (3+4=7 points) 如果級數 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(-4)^n$ 收斂, 但是 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n6^n$ 發散, 詳細說明以下級數收斂或者

發散? (a) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$,

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n 3^{2n} a_n$.

2. (8 points) 求級數 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!x^n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}$ 的收斂半徑。

3. (7+8=15 points) (a) 用積分的方法推導以下級數: $\tan^{-1} x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$. 並且求其收斂半徑。

(b) 求函數 $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ 的 power series 與其收斂半徑。

4. (10 points) 用微分的方法 (類似 § 11.9 Example 4) 求函數 $\frac{1+x}{(1-x)^2}$ 的 power series.
5. (10 points) 用 power series 計算不定積分: $\int x^2 \ln(1+x) dx$
6. (10 points) 求函數 $f(x) = \ln x$ 在 $x=2$ 處展開的 Taylor 級數。