

1. (10 points) 求以下函數的Maclaurin級數: $f(x) = 2^x$, 與其收斂半徑 R .

2. (10 points) 用級數計算不定積分: $\int x^2 \sin(x^2)$. 並且求其收斂半徑 R .

3. (10 points) 用級數計算極限: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x} - 2 - x/12}{x^2}$

4. (10 points) 求 $f(x) = \ln(1 + 2x)$ 在 $a = 1$ 處的2次Taylor多項式，如果使用此多項式在區間 $[0.5, 1.5]$ 上做近似，試估計此近似的最大誤差。

9 Taylor's Inequality If $|f^{(n+1)}(x)| \leq M$ for $|x - a| \leq d$, then the remainder $R_n(x)$ of the Taylor series satisfies the inequality

$$|R_n(x)| \leq \frac{M}{(n+1)!} |x - a|^{n+1} \quad \text{for } |x - a| \leq d$$

5. (10 points) 求函數 $f(x) = \sec x$ 的Maclaurin級數的前三項(非零項).

6. (10 points) 求函數 $f(x) = e^{-x^2} \cos x$ 的Maclaurin級數的前三項(非零項).