Primeira lista de EDO

Jefferson Bezerra dos Santos

24 de Setembro de 2019

1. Questão:

(a)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{e^y - x}$$

Solução:

$$y' = \frac{1}{e^y - x} \Rightarrow (e^y - x)y' = 1 \Rightarrow (e^y - x)y' - 1 = 0 \Rightarrow 1 + (x - e^y)y' = 0$$

multiplicando ambos os membros por (e^y) temos que

$$\begin{aligned} & e^y + e^y(x - e^y)y' = 0 && (1) \\ & P(x,y) = e^y \\ & Q(x,y) = e^y(x - e^y). \end{aligned}$$

Teste para Eq.(1):

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} \Rightarrow \text{é exata}$$

$$\frac{\partial(e^y)}{\partial y} = e^y$$

$$\Rightarrow \text{é exata}$$

$$\frac{\partial(e^y)(e^y - x)}{\partial x} = e^y$$

Logo,

$$\varphi(x,y) = \int P(x,y)dx = \int e^y dx = e^y + F(y) \qquad (2)$$

como

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x,y) = Q(x,y),$$

segue que

$$
\begin{aligned}
e^y x + F'(y) &= e^y(x - e^y) \\
F'(y) &= -e^{2y} \\
F(y) &= -\int e^{2y} dy \\
F(y) &= -\frac{1}{2}e^{2y} + c
\end{aligned} \tag{3}
$$

substituindo Eq.(3) em Eq.(2) temos que

$$\varphi(x, y) = e^y x - \frac{1}{2}e^{2y} + c.$$