

Domínio e Imagem de Funções

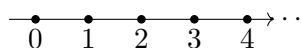
Professor: Jefferson

Nome: _____ Turma: _____

1. Conjuntos Numéricos Fundamentais

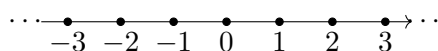
1.1 Números Naturais (N)

- Contagem natural: $\{1, 2, 3, \dots\}$
- Alguns incluem o zero: $\{0, 1, 2, \dots\}$
- Representação:



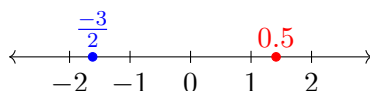
1.2 Números Inteiros (Z)

- Inclui negativos: $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- Representação:



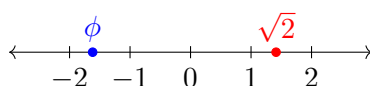
1.3 Números Racionais (Q)

- Frações $\frac{a}{b}$ onde $b \neq 0$
- Exemplos: $\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{4}$, 0, 333...
- Podem ser representados como decimais finitos ou periódicos
- Representação:

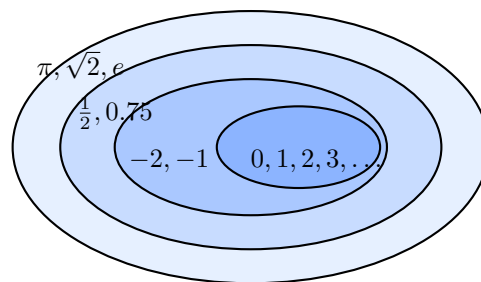


1.4 Números Reais (R)

- Inclui todos os racionais e irracionais
- Exemplos de irracionais: $\sqrt{2}$, π , e
- Reta real contínua:



Relação entre Conjuntos Numéricos



- Números Naturais (N)
- Números Inteiros (Z)
- Números Racionais (Q)
- Números Irracionais (I)
- Todos os Reais (R)

2. Domínio de uma Função

2.1 Conceito

O domínio (D) é o conjunto de todos os valores de entrada (x) para os quais a função está definida.

Exemplos Detalhados

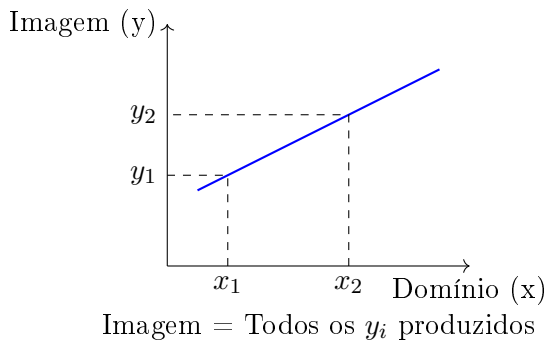
1. $f(x) = 2x + 3$
Domínio: R (qualquer x real é válido)
2. $g(x) = \frac{1}{x - 4}$
Restrição: $x - 4 \neq 0 \Rightarrow x \neq 4$
Domínio: $R - \{4\}$
3. $h(x) = \sqrt{x + 5}$
Restrição: $x + 5 \geq 0 \Rightarrow x \geq -5$
Domínio: $[-5, +\infty)$

2. Imagem de uma Função

A imagem (Im) é o conjunto de **todos os valores de saída** (y) que a função pode produzir.

Como determinar?

- Funções do 1º grau: $Im = R$
- Funções quadráticas: Analisar vértice
- Funções raiz: $y \geq 0$ (para índice par)
- Funções exponenciais: $y > 0$



Exemplos Detalhados

- $f(x) = x^2$
Imagem: $[0, +\infty)$ (quadrados são sempre não-negativos)
- $g(x) = -3x + 2$
Imagem: R (funções lineares cobrem todos os reais)
- $h(x) = 2^x$
Imagem: $(0, +\infty)$ (exponencial sempre positiva)

3. Diagrama de Máquina

Uma analogia útil para entender domínio e imagem:



Ex: $f(3) = 5 \Rightarrow 3$ pertence ao domínio, 5 pertence à imagem.

4. Exercícios Básicos (1-10)

- Determine o domínio das funções:
 - $f(x) = 5x - 2$
 - $g(x) = \frac{x+1}{x-3}$
 - $h(x) = \sqrt{2x-6}$
- Determine a imagem das funções:
 - $f(x) = x^2 + 4$
 - $g(x) = -2x + 5$
 - $h(x) = \sqrt{9-x^2}$
- Classifique como verdadeiro (V) ou falso (F):
 - () O domínio de $f(x) = \frac{1}{x}$ é R
 - () A imagem de $f(x) = |x|$ é $[0, +\infty)$
 - () $\sqrt{x^2} = x$ para todo $x \in R$
- Associe cada função ao seu domínio:

- $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ () $x > 0$
- $g(x) = \log(x+2)$ () $x \neq 0$
- $h(x) = \frac{x}{x^2-4}$ () $x > -2$

5. Resolva:

- Para $f(x) = \sqrt{4-x}$, calcule $f(0)$, $f(4)$ e $f(5)$
- Qual o maior domínio possível para $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$?

5. Exercícios Intermediários (11-20)

6. Esboce o gráfico e determine D e Im:

- $f(x) = x^2 - 4$
- $g(x) = \frac{1}{x+2}$

7. Determine o domínio máximo de:

- $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2-9}$
- $g(x) = \log(x^2-4)$

8. Problemas aplicados:

- A área de um círculo é $A(r) = \pi r^2$. Determine D e Im considerando r como raio.
- O volume de uma caixa cúbica é $V(a) = a^3$. Determine D e Im considerando a como aresta.

9. Funções definidas por partes:

- $f(x) = \begin{cases} x+2, & x < 1 \\ 5, & x \geq 1 \end{cases}$. Determine D e Im.

10. Desafio:

- Determine o domínio de $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x+3}}$
- Determine a imagem de $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

Gabarito Sugerido

Questão	Resposta	Questão	Resposta
1a)	R	11a)	$D = R, \text{ Im} = [-4, +\infty)$
1b)	$R - \{3\}$	11b)	$D = R - \{-2\}, \text{ Im} = R$
1c)	$x \geq 3$	12a)	$x \geq 0$ e $x \neq \pm 3$
2a)	$[4, +\infty)$	12b)	$x < -2$ ou $x > 2$
2b)	R	13a)	$D = (0, +\infty), \text{ Im} = (0, +\infty)$
2c)	$[0, 3]$	13b)	$D = (0, +\infty), \text{ Im} = (0, +\infty)$
3a)	F	14a)	$D = R, \text{ Im} = (-\infty, 3) \cup \{3\}$
3b)	V	15a)	$x \leq -3$ ou $x \geq 2$
3c)	F	15b)	$[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$
4a)	(1)		
4b)	(3)		
4c)	(2)		