

# Segundo Trimestre: Domínio e Imagem de Funções

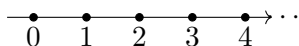
Professor: Jefferson

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

## 1. Conjuntos Numéricos Fundamentais

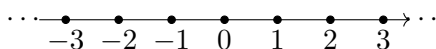
### 1.1 Números Naturais ( $N$ )

- Contagem natural:  $\{1, 2, 3, \dots\}$
- Alguns incluem o zero:  $\{0, 1, 2, \dots\}$
- Representação:



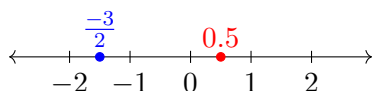
### 1.2 Números Inteiros ( $Z$ )

- Inclui negativos:  $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- Representação:



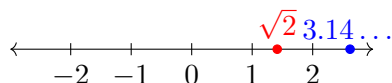
### 1.3 Números Racionais ( $Q$ )

- Frações  $\frac{a}{b}$  onde  $b \neq 0$
- Exemplos:  $\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{3}{4}$ , 0, 333...
- Podem ser representados como decimais finitos ou periódicos
- Representação:

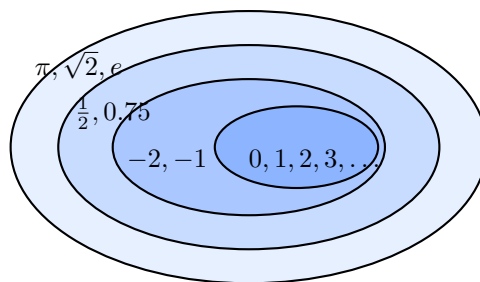


### 1.4 Números Reais ( $R$ )

- Inclui todos os racionais e irracionais
- Exemplos de irracionais:  $\sqrt{2}$ ,  $\pi$ ,  $e$
- Reta real contínua:



## Relação entre Conjuntos Numéricos



- Números Naturais ( $N$ )
- Números Inteiros ( $Z$ )
- Números Racionais ( $Q$ )
- Números Irracionais ( $I$ )
- Todos os Reais ( $R$ )

## 2. Domínio de uma Função

### 2.1 Conceito

O domínio ( $D$ ) é o conjunto de todos os valores de entrada ( $x$ ) para os quais a função está definida.

### Exemplos Detalhados

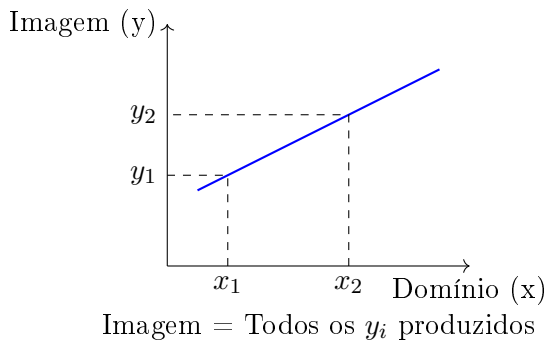
1.  $f(x) = 2x + 3$   
Domínio:  $R$  (qualquer  $x$  real é válido)
2.  $g(x) = \frac{1}{x - 4}$   
Restrição:  $x - 4 \neq 0 \Rightarrow x \neq 4$   
Domínio:  $R - \{4\}$
3.  $h(x) = \sqrt{x + 5}$   
Restrição:  $x + 5 \geq 0 \Rightarrow x \geq -5$   
Domínio:  $[-5, +\infty)$

## 2. Imagem de uma Função

A imagem ( $Im$ ) é o conjunto de **todos os valores de saída** ( $y$ ) que a função pode produzir.

### Como determinar?

- Funções do 1º grau:  $Im = R$
- Funções quadráticas: Analisar vértice
- Funções raiz:  $y \geq 0$  (para índice par)
- Funções exponenciais:  $y > 0$



## Exemplos Detalhados

1.  $f(x) = x^2$   
*Imagem:*  $[0, +\infty)$  (quadrados são sempre não-negativos)
2.  $g(x) = -3x + 2$   
*Imagem:*  $R$  (funções lineares cobrem todos os reais)
3.  $h(x) = 2^x$   
*Imagem:*  $(0, +\infty)$  (exponencial sempre positiva)

## 3. Diagrama de Máquina

Uma analogia útil para entender domínio e imagem:



Ex:  $f(3) = 5 \Rightarrow 3$  pertence ao domínio, 5 pertence à imagem

## 4. Exercícios Básicos

1. Determine o domínio das funções:
  - a)  $f(x) = 5x - 2$
  - b)  $g(x) = \frac{x+1}{x-3}$
  - c)  $h(x) = \sqrt{2x-6}$
2. Determine a imagem das funções:
  - a)  $f(x) = x^2 + 4$
  - b)  $g(x) = -2x + 5$
  - c)  $h(x) = \sqrt{9-x^2}$
3. Classifique como verdadeiro (V) ou falso (F):

- a) ( ) O domínio de  $f(x) = \frac{1}{x}$  é  $R$
- b) ( ) A imagem de  $f(x) = |x|$  é  $[0, +\infty)$
- c) ( )  $\sqrt{x^2} = x$  para todo  $x \in R$

4. Associe cada função ao seu domínio:

- a)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  ( )  $x > 0$
- b)  $g(x) = \log(x+2)$  ( )  $x \neq 0$
- c)  $h(x) = \frac{x}{x^2-4}$  ( )  $x > -2$

5. Resolva:

- a) Para  $f(x) = \sqrt{4-x}$ , calcule  $f(0)$ ,  $f(4)$  e  $f(5)$
- b) Qual o maior domínio possível para  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ ?

## 5. Exercícios Intermediários

6. Esboce o gráfico e determine D e Im:

- a)  $f(x) = x^2 - 4$
- b)  $g(x) = \frac{1}{x+2}$

7. Determine o domínio máximo de:

- a)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2-9}$
- b)  $g(x) = \log(x^2-4)$

8. Problemas aplicados:

- a) A área de um círculo é  $A(r) = \pi r^2$ . Determine D e Im considerando  $r$  como raio.
- b) O volume de uma caixa cúbica é  $V(a) = a^3$ . Determine D e Im considerando  $a$  como aresta.

9. Funções definidas por partes:

- a)  $f(x) = \begin{cases} x+2, & x < 1 \\ 5, & x \geq 1 \end{cases}$ . Determine D e Im.

10. Desafio:

- a) Determine o domínio de  $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x+3}}$
- b) Determine a imagem de  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$