

Geometria Espacial: Pirâmides

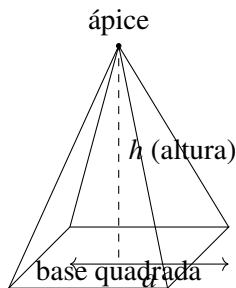
Professor: Jefferson

Nome: _____ Turma: _____ Data: _____

Introdução

Uma **pirâmide** é um sólido geométrico formado por:

- Uma **base** poligonal (triangular, quadrangular, etc.)
- **Faces laterais** triangulares
- Um **vértice** comum chamado **ápice**



Elementos Principais

- **Altura (h)**: distância do ápice ao plano da base
- **Apotema da base (a_b)**: raio do círculo inscrito na base
- **Apotema da pirâmide (a_p)**: altura das faces laterais
- **Aresta da base**: lado do polígono da base
- **Aresta lateral**: segmento do ápice a um vértice da base

Classificação

- **Quanto à base**:
 - Triangular (tetraedro)
 - Quadrangular
 - Pentagonal, etc.
- **Quanto à inclinação**:
 - Reta: pé da altura coincide com o centro da base
 - Oblíqua: pé da altura não coincide com o centro

Fórmulas Essenciais

Áreas

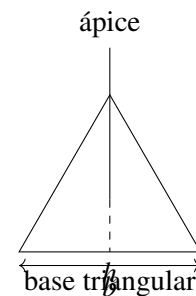
A_b = Área da base (depende do polígono)

$$A_l = \frac{P \times a_p}{2} \quad (\text{Área lateral})$$

$$A_t = A_b + A_l \quad (\text{Área total})$$

Volume

$$V = \frac{1}{3} \times A_b \times h$$



Relações Importantes

Para pirâmides regulares:

$$a_p^2 = h^2 + a_b^2 \quad (\text{Teorema de Pitágoras})$$

Atividades

Calcule o que se pede em cada questão:

1. Uma pirâmide quadrangular regular tem aresta da base 5 cm e altura 12 cm. Qual seu volume?
2. Determine a área total de uma pirâmide triangular regular com aresta da base 6 cm e apótema da pirâmide 5 cm.
3. Uma pirâmide tem base retangular 4 cm × 9 cm e volume 60 cm³. Qual sua altura?
4. Calcule o volume de uma pirâmide hexagonal regular com aresta da base 4 cm e altura $2\sqrt{5}$ cm.
5. Qual a área lateral de uma pirâmide quadrangular regular com aresta da base 8 cm e apótema da pirâmide 10 cm?
6. Uma pirâmide tem base quadrada de área 64 cm² e área total 144 cm². Qual a área lateral?
7. Determine o volume de uma pirâmide com base triangular equilátera de lado 8 cm e altura 9 cm.
8. Uma pirâmide regular tem volume 100 cm³ e altura 5 cm. Se a base é um pentágono regular, qual a área da base?
9. Duas pirâmides têm mesma altura. Se as áreas de suas bases são 16 cm² e 25 cm², qual a razão entre seus volumes?
10. Uma pirâmide quadrangular regular tem faces laterais que são triângulos equiláteros de lado 12 cm. Calcule seu volume.

Gabarito

1. 100 cm^3 2. $9\sqrt{3} + 45 \text{ cm}^2$ 3. 5 cm 4. $48\sqrt{5} \text{ cm}^3$
5. 160 cm^2
6. 80 cm^2 7. $48\sqrt{3} \text{ cm}^3$ 8. 60 cm^2 9. $16:25$ 10. $288\sqrt{2} \text{ cm}^3$

Resoluções Exemplos

Questão 4

Dados:

- Hexágono regular com $l = 4 \text{ cm}$
- Altura $h = 2\sqrt{5} \text{ cm}$

Passo 1: Calcular área da base

$$A_b = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times l^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 16 = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Passo 2: Calcular volume

$$V = \frac{1}{3} \times 24\sqrt{3} \times 2\sqrt{5} = \frac{48\sqrt{15}}{3} = 16\sqrt{15} \text{ cm}^3$$

Questão 10

Dados:

- Faces laterais equiláteras com $l = 12 \text{ cm}$
- Aresta da base = 12 cm

Passo 1: Calcular apótema (a_p)

$$a_p = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

Passo 2: Calcular altura (h)

$$h = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 - 6^2} = \sqrt{108 - 36} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

Passo 3: Calcular volume

$$V = \frac{1}{3} \times 12^2 \times 6\sqrt{2} = \frac{144 \times 6\sqrt{2}}{3} = 288\sqrt{2} \text{ cm}^3$$