

# Função do 2º Grau: Parábolas e Aplicações

Professor: Jefferson

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

## 1. Conceito

Uma função do 2º grau (ou quadrática) é expressa por:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{ou} \quad y = ax^2 + bx + c$$

onde:

- $a, b, c$  são coeficientes reais ( $a \neq 0$ )
- $x$  é a variável independente
- O gráfico é sempre uma **parábola**

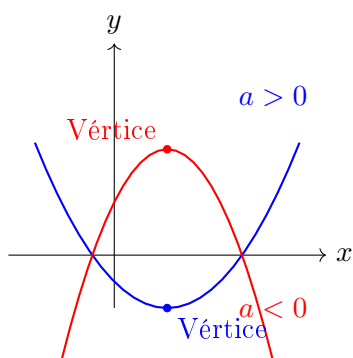
## Exemplos

- $f(x) = x^2 - 4x + 3$  ( $a = 1, b = -4, c = 3$ )
- $y = -2x^2 + 8x$  ( $a = -2, b = 8, c = 0$ )
- $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$  ( $a = \frac{1}{2}, b = 0, c = 1$ )

## 2. Gráfico: Parábola

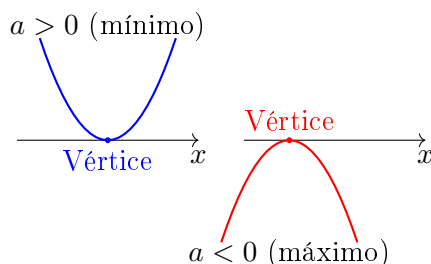
Características principais:

- **Concavidade:** Para cima ( $a > 0$ ) ou para baixo ( $a < 0$ )
- **Vértice:** Ponto de máximo/mínimo
- **Eixo de simetria:** Linha vertical que passa pelo vértice



## 3. Concavidade

- **Para cima** ( $a > 0$ ): Formato de "u"
- **Para baixo** ( $a < 0$ ): Formato de "n"



## 4. Vértice da Parábola

Coordenadas do vértice (V):

$$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

onde  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

## Exemplo

Para  $f(x) = x^2 - 6x + 5$ :

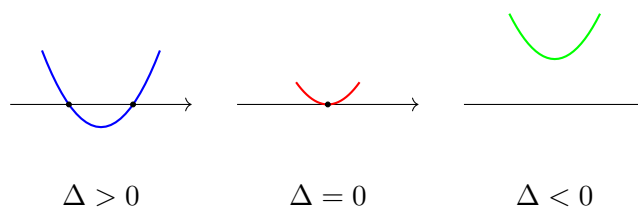
$$V\left(-\frac{-6}{2 \cdot 1}, -\frac{16}{4 \cdot 1}\right) = (3, -4)$$

## 5. Zeros da Função (Raízes)

Soluções da equação  $ax^2 + bx + c = 0$ :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

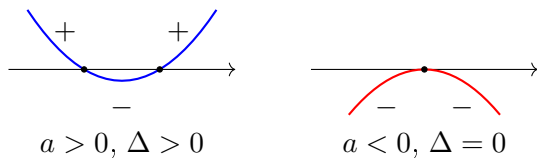
- $\Delta > 0$ : Duas raízes reais distintas
- $\Delta = 0$ : Uma raiz real dupla
- $\Delta < 0$ : Nenhuma raiz real



## 6. Estudo do Sinal

- Depende do sinal de  $a$  e do  $\Delta$
- Regra prática:
  1. Identifique as raízes (se existirem)

2. Observe a concavidade
3. Faça o "varal" de sinais

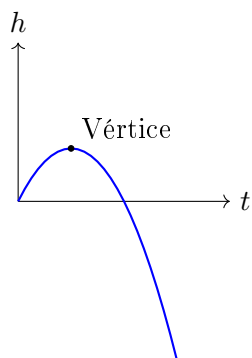


## 7. Aplicações Práticas

### Lançamento de Projétil

A altura  $h$  em função do tempo  $t$ :

$$h(t) = -5t^2 + v_0t + h_0$$



### Maximização de Área

Cercar área retangular com 100m de cerca:

$$A(x) = x(50 - x) = -x^2 + 50x$$

Área máxima no vértice:  $x = 25m$

## 8. Exercícios Básicos (1-10)

1. Dada  $f(x) = x^2 - 5x + 6$ , determine:

- a) Os coeficientes  $a$ ,  $b$ ,  $c$
- b) As raízes
- c) O vértice

2. Classifique a concavidade:

- a)  $y = 3x^2 - 2x + 1$
- b)  $f(x) = -x^2 + 4$

3. Calcule  $\Delta$  para:

- a)  $x^2 - 6x + 9 = 0$
- b)  $2x^2 + x - 3 = 0$

4. Determine o vértice:

- a)  $y = x^2 - 4x + 3$
- b)  $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$

5. Esboce o gráfico de:

- a)  $f(x) = x^2 - 1$
- b)  $y = -x^2 + 4x$

## 9. Exercícios Intermediários (11-20)

6. Resolva as equações:

- a)  $x^2 - 5x + 6 = 0$
- b)  $2x^2 + 3x - 2 = 0$

7. Estude o sinal:

- a)  $f(x) = x^2 - 3x + 2$
- b)  $y = -x^2 + 2x - 1$

8. Aplicações:

- a) O lucro  $L$  em função das unidades  $x$  é  $L(x) = -x^2 + 80x - 1000$ . Qual o lucro máximo?
- b) Uma bola é lançada com  $h(t) = -5t^2 + 20t$ . Qual a altura máxima?

9. Determine  $m$  para que:

- a)  $f(x) = (m-1)x^2 + 2x - 3$  tenha concavidade para cima
- b)  $y = (3-m)x^2 - 4x + 1$  tenha vértice no eixo  $x$

10. Problemas:

- a) Um retângulo tem perímetro 20cm. Escreva a área em função de um lado e encontre a área máxima
- b) Qual a função quadrática que passa por  $(0,3)$ ,  $(1,4)$  e  $(2,9)$ ?

## 10. Exercícios Avançados (21-30)

11. Sistemas:

- a) Resolva  $\begin{cases} y = x^2 - 2x \\ y = x + 4 \end{cases}$

12. Análise gráfica:

- a) Para  $f(x) = x^2 - 4x + k$ , determine  $k$  para que o gráfico tangencie o eixo  $x$

13. Funções definidas:

- a) Dada  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 2x - 1, & x > 1 \end{cases}$ , calcule  $f(0)$ ,  $f(1)$ ,  $f(2)$

14. Desafios:

- a) Prove que  $x^2 - 2x + 1 \geq 0$  para todo  $x$  real
- b) Se  $f(x) = ax^2 + bx + c$  tem vértice em  $(2, -1)$  e passa por  $(0, 3)$ , determine  $a$ ,  $b$ ,  $c$

15. Problemas complexos:

- a) Um fazendeiro quer cercar um galinheiro retangular usando um muro como um dos lados. Se ele tem 40m de cerca, quais as dimensões para área máxima?

- b) Uma empresa estima que o custo  $C(x) = 0.1x^2 - 10x + 1000$  e a receita  $R(x) = 50x$ . Determine o break-even point.

## Gabarito Parcial

| Questão                                 | Resposta               | Questão |
|---|------------------------|---------|
| 1a)<br>$m > 1$                          | $a = 1, b = -5, c = 6$ | 16a)    |
| 1b)<br>$m = 7$                          | $x = 2$ e $x = 3$      | 16b)    |
| 1c)<br>(4, 8) e (-1, 3)                 | $V(2.5, -0.25)$        | 17a)    |
| 2a)<br>$k = 4$                          | Concavidade para cima  | 18a)    |
| 2b)<br>0, 1, 3                          | Concavidade para baixo | 19a)    |
| 3a)<br>$10m \times 20m$                 | $\Delta = 0$           | 20a)    |
| 3b)<br>$x \approx 22$ ou $x \approx 45$ | $\Delta = 25$          | 20b)    |