

Função do 2º Grau: Parábolas e Aplicações

Professor: Jefferson

Nome: _____ Turma: _____

1. Conceito

Uma função do 2º grau (ou quadrática) é expressa por:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{ou} \quad y = ax^2 + bx + c$$

onde:

- a, b, c são coeficientes reais ($a \neq 0$)
- x é a variável independente
- O gráfico é sempre uma **parábola**

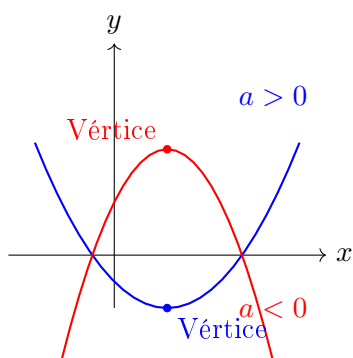
Exemplos

- $f(x) = x^2 - 4x + 3$ ($a = 1, b = -4, c = 3$)
- $y = -2x^2 + 8x$ ($a = -2, b = 8, c = 0$)
- $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$ ($a = \frac{1}{2}, b = 0, c = 1$)

2. Gráfico: Parábola

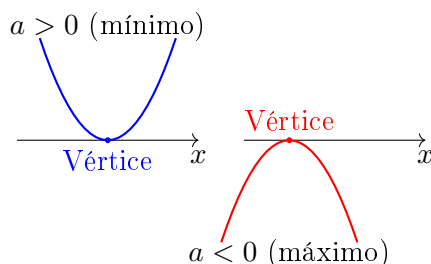
Características principais:

- **Concavidade:** Para cima ($a > 0$) ou para baixo ($a < 0$)
- **Vértice:** Ponto de máximo/mínimo
- **Eixo de simetria:** Linha vertical que passa pelo vértice



3. Concavidade

- **Para cima** ($a > 0$): Formato de "u"
- **Para baixo** ($a < 0$): Formato de "n"



4. Vértice da Parábola

Coordenadas do vértice (V):

$$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

onde $\Delta = b^2 - 4ac$.

Exemplo

Para $f(x) = x^2 - 6x + 5$:

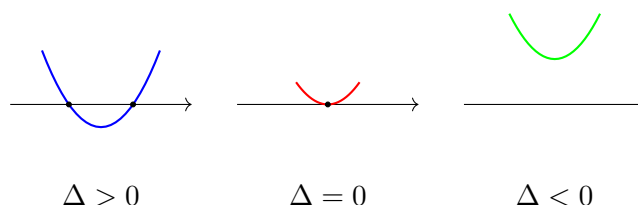
$$V\left(-\frac{-6}{2 \cdot 1}, -\frac{16}{4 \cdot 1}\right) = (3, -4)$$

5. Zeros da Função (Raízes)

Soluções da equação $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

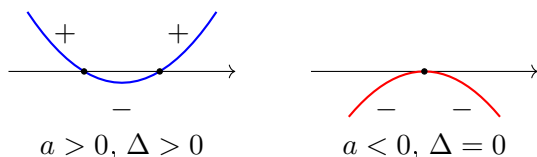
- $\Delta > 0$: Duas raízes reais distintas
- $\Delta = 0$: Uma raiz real dupla
- $\Delta < 0$: Nenhuma raiz real



6. Estudo do Sinal

- Depende do sinal de a e do Δ
- Regra prática:
 1. Identifique as raízes (se existirem)

2. Observe a concavidade
3. Faça o "varal" de sinais

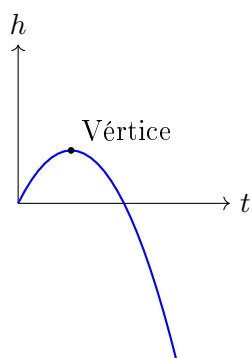


7. Aplicações Práticas

Lançamento de Projétil

A altura h em função do tempo t :

$$h(t) = -5t^2 + v_0t + h_0$$



Maximização de Área

Cercar área retangular com 100m de cerca:

$$A(x) = x(50 - x) = -x^2 + 50x$$

Área máxima no vértice: $x = 25m$

8. Exercícios Básicos (1-10)

1. Dada $f(x) = x^2 - 5x + 6$, determine:

- a) Os coeficientes a , b , c
- b) As raízes
- c) O vértice

2. Classifique a concavidade:

- a) $y = 3x^2 - 2x + 1$
- b) $f(x) = -x^2 + 4$

3. Calcule Δ para:

- a) $x^2 - 6x + 9 = 0$
- b) $2x^2 + x - 3 = 0$

4. Determine o vértice:

- a) $y = x^2 - 4x + 3$
- b) $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$

5. Esboce o gráfico de:

- a) $f(x) = x^2 - 1$
- b) $y = -x^2 + 4x$

9. Exercícios Intermediários (11-20)

6. Resolva as equações:

- a) $x^2 - 5x + 6 = 0$
- b) $2x^2 + 3x - 2 = 0$

7. Estude o sinal:

- a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$
- b) $y = -x^2 + 2x - 1$

8. Aplicações:

- a) O lucro L em função das unidades x é $L(x) = -x^2 + 80x - 1000$. Qual o lucro máximo?
- b) Uma bola é lançada com $h(t) = -5t^2 + 20t$. Qual a altura máxima?

9. Determine m para que:

- a) $f(x) = (m-1)x^2 + 2x - 3$ tenha concavidade para cima
- b) $y = (3-m)x^2 - 4x + 1$ tenha vértice no eixo x

10. Problemas:

- a) Um retângulo tem perímetro 20cm. Escreva a área em função de um lado e encontre a área máxima
- b) Qual a função quadrática que passa por $(0,3)$, $(1,4)$ e $(2,9)$?

10. Exercícios Avançados (21-30)

11. Sistemas:

- a) Resolva $\begin{cases} y = x^2 - 2x \\ y = x + 4 \end{cases}$

12. Análise gráfica:

- a) Para $f(x) = x^2 - 4x + k$, determine k para que o gráfico tangencie o eixo x

13. Funções definidas:

- a) Dada $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 2x - 1, & x > 1 \end{cases}$, calcule $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$

14. Problemas complexos:

- a) Um fazendeiro quer cercar um galinheiro retangular usando um muro como um dos lados. Se ele tem 40m de cerca, quais as dimensões para área máxima?
- b) Uma empresa estima que o custo $C(x) = 0.1x^2 - 10x + 1000$ e a receita $R(x) = 50x$. Determine o break-even point.