

Modelo DECOMP CEPEL

Manual de Referência

Versão – Outubro de 2001

Índice

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	AGRADECIMENTOS	1
2	O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO.....	2
2.1	SISTEMAS PURAMENTE TÉRMICOS	2
2.2	SISTEMAS HIDROTÉRMICOS	2
2.3	SISTEMAS INTERLIGADOS	4
3	PLANEJAMENTO DE OPERAÇÃO DE CURTO PRAZO	5
3.1	FUNÇÃO DE CUSTO FUTURO	7
3.2	ALGORITMO DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA	8
4	PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA.....	10
4.1	PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL DETERMINÍSTICA	10
4.1.1	<i>Algoritmo de solução.....</i>	<i>12</i>
4.2	PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA	15
4.3	TEMPO DE VIAGEM	17
4.3.1	<i>Formulação do modelo</i>	<i>18</i>
4.3.2	<i>Exemplo.....</i>	<i>20</i>
5	MODELO DECOMP.....	22
5.1	CENÁRIOS DE AFLUÊNCIA	22
5.2	REPRESENTAÇÃO DE PATAMARES DE CARGA	23
5.3	RESTRIÇÕES ELÉTRICAS	24
5.4	RESTRIÇÃO DE ITAIPU.....	25
5.5	GERAÇÃO EM BACIAS HIDRELÉTRICAS ESPECIAIS	26
5.5.1	<i>Geração externa.....</i>	<i>26</i>
5.5.2	<i>Restrições hidráulicas especiais.....</i>	<i>26</i>
5.6	GERAÇÃO MÍNIMA NAS TÉRMICAS.....	28
5.7	CONTRATOS DE IMPORTAÇÃO/EXPORTAÇÃO	28
5.8	CRONOGRAMA DE MANUTENÇÃO	29
5.9	EVAPORAÇÃO	29
5.10	IRRIGAÇÃO	29
5.11	VOLUME DE ESPERA PARA AMORTECIMENTO DE CHEIAS.....	30
5.12	CONTRATOS DE IMPORTAÇÃO/EXPORTAÇÃO DE ENERGIA	30
5.13	VAZÃO DEFLUENTE MÍNIMA.....	30
5.14	CONFIGURAÇÃO DINÂMICA	30
5.15	ENCHIMENTO DE VOLUME MORTO	30
5.16	PRODUTIVIDADE VARIÁVEL: <i>FUNÇÃO DE PRODUÇÃO ENERGÉTICA.....</i>	<i>30</i>
6	REFERÊNCIAS	35
7	ANEXOS	36
7.1	CASO-EXEMPLO DE OCORRÊNCIA DE CMO NEGATIVO NO MODELO:	36
7.2	CÁLCULO DA ENERGIA AFLUENTE MÉDIA NO PRIMEIRO MÊS DE ESTUDO:	38

1 Introdução

O planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos de geração de energia elétrica abrange um largo espectro de atividades, desde o planejamento plurianual até a programação diária da geração dos reservatórios. Devido ao porte e complexidade deste problema, é necessária a sua divisão em diversas etapas. Em cada etapa, são utilizados modelos com diferentes graus de detalhe para representação do sistema, abrangendo períodos de estudos com horizontes distintos (médio prazo, curto prazo e programação diária).

Na etapa de médio prazo são realizados estudos para horizontes de até 5 anos à frente com o objetivo de definir quais serão as parcelas de geração hidráulica e térmica que minimizam o valor esperado do custo de operação, representando o sistema através de um modelo equivalente [4]. Na etapa de curto prazo, a partir das informações obtidas na etapa de médio prazo, determinam-se as metas individuais de geração das usinas hidráulicas e térmicas do sistema, bem como os intercâmbios de energia entre subsistemas [5]. Finalmente na programação diária, define-se uma programação horária de geração que atenda as metas estabelecidas na etapa anterior, sujeita às condições operacionais da rede elétrica [6].

O modelo DECOMP foi desenvolvido para aplicação no horizonte de curto prazo. Seu objetivo é determinar as metas de geração de cada usina de um sistema hidrotérmico sujeito a afluências estocásticas de forma a minimizar o valor esperado do custo de operação ao longo do período de planejamento. Este custo de operação é composto de gastos com combustíveis nas unidades térmicas e eventuais penalizações pelo não atendimento da demanda (déficits no atendimento). O modelo representa as restrições físicas e operativas associadas ao problema (conservação da água, limites de turbinamento, defluência mínima, armazenamento, atendimento à demanda, etc.). A incerteza acerca das vazões afluentes aos diversos aproveitamentos do sistema é representada através de cenários hidrológicos.

Este relatório apresenta uma descrição do problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos interligados e sua formulação como um problema de otimização e sua particularização ao modelo DECOMP.

1.1 Agradecimentos

Os autores agradecem a colaboração de Bóris Garbati Gorenstin do CEPEL, Cesar Lucio Corrêa de Sá Jr. e Frederico Guilherme S. M. Castro, da. ELETROBRÁS, Alberto Sergio Kligerman e Danielle Bueno de Andrade do ONS, dos representantes das empresas no GCOI – Grupo Coordenador para a Operação Interligada e dos representantes das empresas no SGEVM-CP, Subgrupo Especial de Validação de Modelos – Curto Prazo.

2 O problema de planejamento da operação

O objetivo básico do planejamento da operação é obter, para cada etapa, as metas de geração de cada usina (hidro e termoeletrica) do sistema de forma a atender a demanda e minimizar o valor esperado do custo de operação ao longo do período de planejamento. Este custo é composto pelo custo variável de combustível das usinas termoeletricas e pelo custo atribuído às interrupções de fornecimento de energia, representado por uma função de penalização dos déficits de energia (custo do déficit).

2.1 Sistemas puramente térmicos

Em sistemas de geração compostos somente de unidades termoeletricas, o custo de cada usina depende basicamente do custo de combustível. Portanto, o problema de operação consiste em determinar a combinação de usinas que minimize o custo total de combustível (carvão, óleo, nucleares, etc.) necessário para atender a demanda, satisfazendo os limites de geração em cada usina térmica.

Em sua versão mais simples, este problema se resolve colocando as usinas em ordem crescente do custo de produzir um MWh adicional (o custo incremental) e ajustando a operação às flutuações da demanda. O último gerador alocado é chamado de gerador marginal, pois ele atenderá a qualquer acréscimo extra de carga que ocorra. Todos os geradores com custo inferior ao marginal operam em sua capacidade máxima e os geradores com custo de operação superior ao do marginal não entram em operação. Ainda que existam fatores adicionais que tornam este problema mais complexo (perdas de energia, limitações nas linhas de transmissão, custos de partida, limites na taxa de variação da produção energética, etc.), o problema de operação termoeletrico tem características básicas, resumidas a seguir:

- a. é *desacoplado* no tempo, quer dizer, uma decisão de operação hoje não tem efeito no custo de operação do próximo estágio;
- b. as unidades têm um *custo direto* de operação, quer dizer, o custo de operação de uma unidade não depende do nível de geração de outras unidades. Além disso, a operação de uma unidade não afeta a capacidade de geração ou a disponibilidade de outra unidade;
- c. a *confiabilidade* do fornecimento de energia depende somente da *capacidade total* de geração disponível e não da estratégia de operação das unidades do sistema.

2.2 Sistemas hidrotérmicos

Ao contrário dos sistemas puramente termoeletricos, sistemas com uma porcentagem substancial de geração hidroeletrica podem utilizar a energia armazenada "grátis" nos reservatórios do sistema para atender a demanda, substituindo assim a geração dispendiosa das unidades termoeletricas.

Entretanto, o volume de água afluente aos reservatórios é desconhecido, pois depende basicamente das chuvas que irão ocorrer no futuro. Além disso, a disponibilidade de energia hidroeletrica é *limitada* pela capacidade de armazenamento nos reservatórios. Isto introduz uma *relação* entre uma decisão de operação em uma determinada etapa e as *consequências futuras* desta decisão. Por exemplo, se decidirmos utilizar as provisões de energia hidroeletrica para atender o mercado hoje e no futuro ocorrer uma seca, pode vir a ser necessário utilizar geração termoeletrica de custo elevado ou, mesmo, interromper o fornecimento de energia. Por outro lado, se optarmos por fazer uso mais intensivo de geração termoeletrica, conservando elevados os níveis dos reservatórios e ocorrerem vazões altas no futuro, poderá haver vertimento no sistema, o que representa um desperdício de energia e, em consequência, um aumento desnecessário no custo de operação. Esta situação está ilustrada na Figura 1.

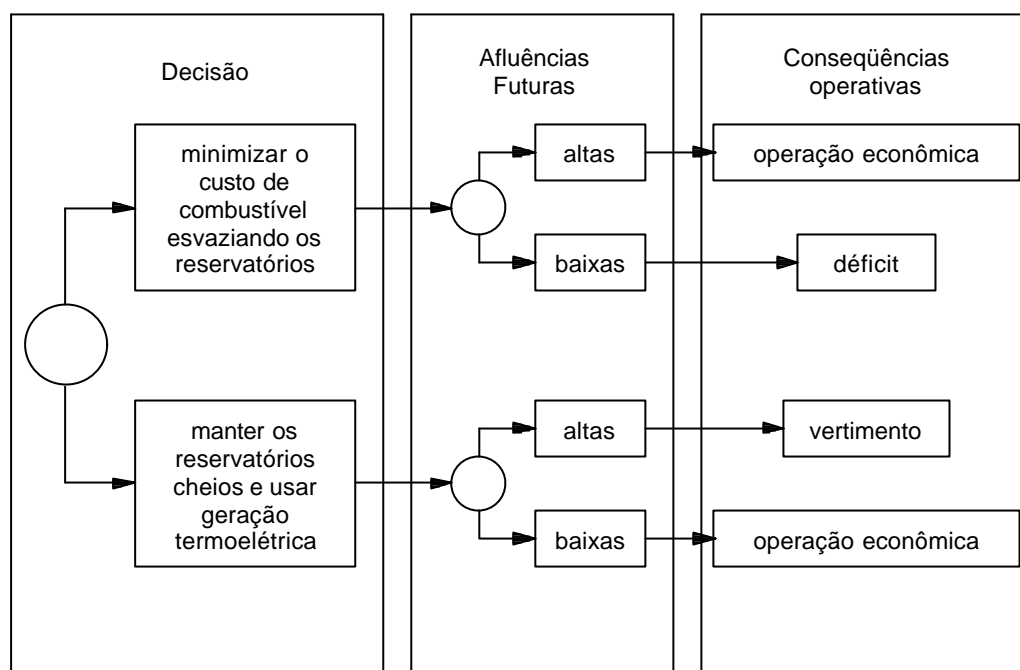


Figura 1 - Processo de decisão para sistemas hidrotérmicos

O problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos possui características que podem ser assim resumidas [10]:

- *é acoplado no tempo*, ou seja, é necessário avaliar as consequências futuras de uma decisão no presente. A solução ótima é um *equilíbrio* entre o benefício presente do uso do água e o benefício futuro de seu armazenamento, medido em termos da economia esperada dos combustíveis das unidades térmicas.
- a este problema dinâmico se agrega o problema da irregularidade das vazões afluentes aos reservatórios, que variam sazonalmente e regionalmente. Ademais, as previsões das afluições futuras são, em geral, pouco precisas. A incerteza com respeito as vazões, aliada a incerteza com respeito à demanda de energia, faz do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos um problema essencialmente *estocástico*.
- *é acoplado no espaço*, ou seja, há interdependência na operação de usinas hidroelétricas, pois a quantidade de água liberada em uma usina afeta a operação de outra situada a jusante.
- o valor da energia gerada por uma hidroelétrica somente pode ser medido em termos da economia resultante nos custos de geração térmica ou déficits evitados e não diretamente como uma função apenas do estado da usina.
- os objetivos de economia de operação e confiabilidade de atendimento são claramente *antagônicos*: a máxima utilização da energia hidroelétrica disponível a cada etapa é a política mais econômica, pois minimiza os custos de combustível. Entretanto, esta política é a menos confiável, pois resulta em maiores riscos de déficits futuros. Por sua vez, a máxima confiabilidade de fornecimento é obtida conservando o nível dos reservatórios o mais elevado possível. Entretanto, isto significa utilizar mais geração termoeletrica e, portanto, aumentar os custos de operação. O equilíbrio entre os custos de operação e a confiabilidade é obtido através do *custo do déficit*, que representa o

impacto econômico associado à interrupção do fornecimento. A determinação do custo do déficit é um problema muito complexo, porém fundamental para a determinação da política de operação mais adequada para o sistema. Se o custo do déficit é muito baixo, resulta em uma utilização excessiva dos reservatórios e, portanto, em maiores riscos de racionamento no futuro. Se o custo de déficit é muito alto, resulta em uma utilização excessiva dos recursos termoeletrônicos do sistema e, portanto, em custos de operação elevados.

2.3 Sistemas interligados

A existência de interligações com os sistemas vizinhos permite uma redução dos custos de operação, através do intercâmbio de energia e um aumento da confiabilidade de fornecimento, através da repartição das reservas.

No caso de sistemas puramente térmicos, os custos de combustível proporcionam um mecanismo natural de *coordenação* para a troca de energia entre os sistemas. Se o custo de operação da térmica mais cara operando no sistema A (a térmica marginal) é US\$ 45/MWh e o custo correspondente no sistema B é US\$ 40/MWh, é intuitivo que a operação mais econômica para o sistema A é receber energia de B.

Observa-se que os intercâmbios de energia entre os sistemas térmicos resultam na otimização *global* dos custos de operação do sistema interligado. Em outras palavras, os resultados que se obtêm com sistemas independentes fazendo intercâmbios com base nos custos das térmicas marginais são os mesmos que se obteriam se os sistemas fossem operados conjuntamente, como um único sistema. Também é importante observar que a coordenação entre os sistemas se faz unicamente através de *custos*, isto é, o sistema B não tem informações sobre o sistema A (tipo e disponibilidade dos equipamentos, demanda, etc.) ou vice-versa. Isto facilita os contratos de intercâmbio, tendo em vista que não é necessário compartilhar informações comerciais.

No caso de sistemas hidrotérmicos, é necessário inicialmente determinar o *valor* da geração hidroelétrica. Como discutido nas seções anteriores, o valor da energia hidroelétrica é o valor da geração térmica que se poderia substituir hoje ou no futuro. Este valor se calcula como uma etapa do processo de determinação da política ótima.

Com este conceito, pode-se representar uma hidroelétrica como uma “térmica” cujo “custo marginal de operação” é o valor da água. Entretanto, é importante observar que este valor *não se mede de maneira isolada* em cada usina, pois depende da operação *conjunta* do sistema. Em outras palavras, se a política ótima hidrotérmica de cada empresa for calculada de maneira isolada, os intercâmbios de energia posteriores, mesmo baseados nos valores da água de cada empresa, *não resultam* na operação mais econômica possível.

Em resumo, para obter os ganhos operativos máximos de um sistema hidrotérmico interligado, é necessário operar o sistema de maneira *integrada*, isto é, *otimizando conjuntamente* a operação de todos os subsistemas, com o objetivo de minimizar o custo de operação total.

3 Planejamento de operação de curto prazo

Mais formalmente, o objetivo de planejamento da operação é encontrar uma estratégia de operação que, para cada estágio do período de planejamento, dado o estado do sistema no início do estágio, forneça as metas de geração para cada usina do sistema. Esta estratégia deve minimizar o valor esperado do custo de operação ao longo do período, composto de custo de combustível mais penalizações por eventuais falhas no atendimento. Supondo conhecidas as afluições no início do estágio t , o problema de controle resultante pode ser resolvido por uma recursão de programação dinâmica estocástica (PDE) do tipo “acaso-decisão”:

$$\mathbf{a}_t(X_t) = E_{A_t|X_t} \left\{ \min_{U_t} \left[C_t(U_t) + \frac{1}{1+\beta} \mathbf{a}_{t+1}(X_{t+1}) \right] \right\} \quad (1)$$

s.a.

$$X_{t+1} = f_t(X_t, A_t, U_t)$$

$$g_{t+1}(X_{t+1}) \geq 0$$

$$h_t(U_t) \geq 0$$

para $t = T, T-1, \dots, 1$; para todo X_t

A recursão (1) é feita para cada estágio t do período de estudo. O horizonte de estudo se representa por T e β é a taxa de desconto. A duração de cada estágio e do horizonte dependem das características do sistema.

As variáveis de estado X_t incluem as características do problema que afetam a decisão de operação. No caso de sistemas hidrotérmicos, existem tipicamente duas classes de variáveis de estado: volumes armazenados nos reservatórios no início do estágio t , V_t , e alguma informação acerca da tendência hidrológica. Esta informação pode ser dada, por exemplo, pelas vazões incrementais afluentes aos reservatórios nos estágios anteriores. O número de estágios passados que se representam está diretamente associado à *ordem* do modelo estocástico e varia para cada sistema. A_t é o vetor de volumes afluentes incrementais durante o estágio t . $A_t | X_t$ representa a distribuição de probabilidades da afluição A_t condicionada ao estado do sistema X_t .

As variáveis de decisão do problema em cada etapa t , U_t , incluem os volumes turbinados, Q_t , e vertidos, S_t , nos reservatórios. $C_t(U_t)$ é o custo imediato associado à decisão U_t e $\alpha_t(X_t)$ representa o valor esperado do custo de operação do estágio t até o final do período de planejamento sob a hipótese de operação ótima.

A equação de transição de estado, $X_{t+1} = f_t(X_t, A_t, U_t)$, corresponde à equação de conservação de água:

$$V_{t+1} = V_t + A_t + M(Q_t + S_t)$$

onde M é a matriz de incidência das usinas hidroelétricas ($m_{i,i} = -1$, $m_{i,j} = 1$ se i está imediatamente a montante de j e $m_{i,j} = 0$ nos outros casos). As restrições associadas ao estado do sistema, $g_{t+1}(X_{t+1}) \geq 0$ correspondem a limites nos volumes armazenados nas usinas

$$\underline{V}_{t+1}^i \leq V_{t+1}^i \leq \bar{V}_{t+1}^i$$

onde \underline{V}_{t+1}^i e \bar{V}_{t+1}^i são, respectivamente, os limites inferior e superior de armazenamento do reservatório i . As restrições associadas às variáveis de decisão, $h_t(U_t) \geq 0$, correspondem a limites superiores nos volumes turbinados

$$Q_t^i \leq \bar{Q}_t^i$$

e limites inferiores na defluência total da usina

$$Q_t^i + S_t^i \geq \underline{Q}_t^i$$

As usinas termoeletricas são representadas por grupos de térmicas com custos semelhantes, constituindo as classes térmicas. O déficit de fornecimento de energia (corte de carga) é representado incluindo-se uma classe térmica fictícia de capacidade de geração infinita e custo de operação diferenciado para cada percentual de não atendimento do mercado em cada patamar de carga. A geração termoeletrica e os intercâmbios são representados de maneira indireta através da *função de custo imediato* $C_t(U_t)$. Esta função representa o custo de geração térmica necessária para complementar o atendimento da demanda na etapa t (o atendimento está garantido pela inclusão de uma térmica fictícia). Este complemento é a diferença entre a demanda e a energia hidroeletrica produzida pelos volumes turbinados Q_t

$$GH(U_t) = \sum_{i=1}^{NH} r_i Q_t^i$$

onde r_i é a produtividade da i -ésima usina hidroeletrica. Deve-se notar que a produtividade é, de fato, uma função da defluência total e dos volumes inicial e final do reservatório i :

$$r_i = r(V_t^i, V_{t+1}^i, Q_t^i, S_t^i)$$

Entretanto, nas derivações que se seguem, r_i será considerado constante. O tratamento adotado para considerar a sua variação será descrito no item 5.16.

Portanto, o cálculo do custo imediato de operação a cada estágio pode ser obtido resolvendo-se o seguinte problema de programação linear:

$$C_t(U_t) = \min \sum_{j=1}^{NT} C_j(G_t^j) \quad (2)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^{NH_k} r_i Q_t^i + \sum_{j=1}^{NT_k} G_t^j + \sum_{r \in \Omega_k} (f_t(r, i) - f_t(i, r)) = D_t^k \quad (3)$$

$$\underline{G}_t^j \leq G_t^j \leq \overline{G}_t^j \quad (4)$$

$$f_t(i, r) \leq \overline{f}_t(i, r) \quad (5)$$

para $k = 1, \dots, NS$;

onde:

NS número total de subsistemas.

NH_k número total de usinas hidroeletricas do k -ésimo subsistema.

NT número total de classes térmicas.

NT_k número total de classes térmicas do k -ésimo subsistema.

k representa o número do subsistema considerado k , $k = 1, \dots, NS$

j representa as usinas termoeletricas j , $j = 1, \dots, J$

G_t^j geração da termoeletrica j no estágio t (MWh)

\underline{G}_t^j e \overline{G}_t^j limites mínimo e máximo de geração de j no estágio t (MWh)

C_j custo de geração da térmica j (\$/MWh)

D_t^k demanda de energia do k -ésimo subsistema no estágio t (MWh)

$f_t(i, r)$ intercâmbio de energia do subsistema i para o subsistema r (MWh) no estágio t .

$\overline{f_t(i,r)}$ limite de intercâmbio de energia do subsistema i para o subsistema r (Mwh) no estágio t .

Ω_k conjunto de subsistemas diretamente conectados ao subsistema k

A restrição (3) representa o balanço de energia em cada subsistema. A restrição (4) representa os limites de geração termoeletrica e a restrição (5) os limites de intercâmbio de energia.

A função de custo imediato para distintos valores de U_t está representada na Figura 2. Observa-se que o custo de complementação termoeletrica diminui à medida que as energias turbinadas aumentam.

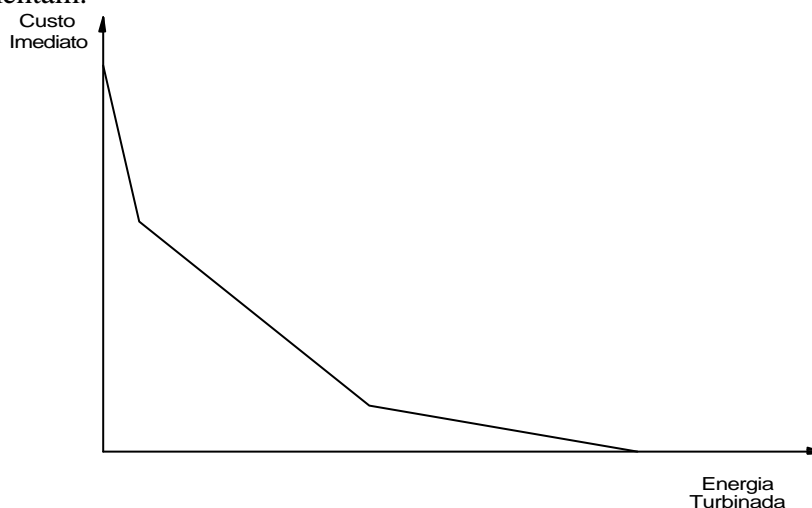


Figura 2 - Função de Custo Imediato

3.1 Função de Custo Futuro

A função $a_{t+1}(X_{t+1})$ representa o valor esperado do custo de operação da etapa $t+1$ até o horizonte T , a partir do estado X_{t+1} e é por isso conhecida como *função de custo futuro*.

Observa-se que o custo de operação depende dos valores das variáveis de estado.

A função de custo futuro permite comparar o custo de utilizar os reservatórios na etapa t , através da energia turbinada (função de custo imediato $C_t(U_t)$), ou “guardar” a água para uma utilização futura. A Figura 3 representa as duas funções para distintos valores de U_t . Observa-se que o custo futuro aumenta com a energia turbinada na etapa, já que isto implica em esvaziar os reservatórios.

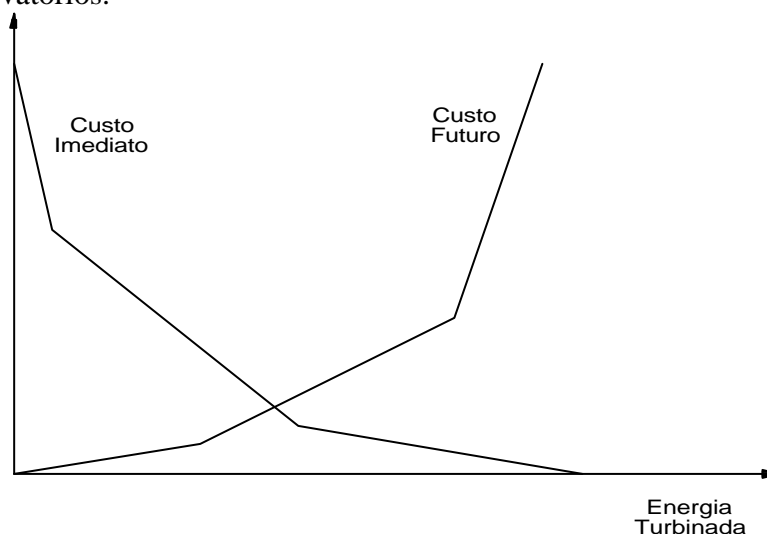


Figura 3 - Funções de custo imediato e custo futuro

A recursão (1) requer como dado de entrada a função de custo futuro para a última etapa, $\mathbf{a}_{T+1}(X_{T+1})$. Como visto na Introdução, esta função é calculada na etapa de médio prazo por modelos de planejamento que usualmente têm como variáveis de estado X a energia armazenada e as energias afluentes nos meses anteriores, sendo expressa por:

$$\mathbf{a}_{T+1} - \frac{\partial \mathbf{a}_{T+1}}{\partial EARM_{T+1}} EARM_{T+1} \geq \mathbf{a}_{T+1}^* + \sum_{l=1}^p \frac{\partial \mathbf{a}_{T+1}}{\partial EAF_{T+1-l}} EAF_{T+1-l}.$$

onde, sem perda de generalidade está sendo considerado apenas um subsistema.

A função de custo futuro do modelo DECOMP, expressa em termos dos volumes armazenados em cada usina do sistema pode ser expressa por:

$$\mathbf{a}_{T+1} - \frac{\partial \mathbf{a}_{T+1}}{\partial V_i} V_i \geq \mathbf{a}_{T+1}^*$$

O acoplamento do modelo DECOMP com um modelo de planejamento da operação de curto prazo é alcançado considerando que a função de custo futuro do horizonte de planejamento, dada pelo modelo de médio prazo, pode ser expressa em termos dos volumes armazenados nos reservatórios, utilizando a regra da cadeia: conhecidas as energias afluentes nos meses anteriores, é possível obter, para cada usina do sistema, a derivada da função de custo futuro do horizonte de curto prazo a partir da função de custo futuro de médio prazo:

$$\frac{\partial \mathbf{a}_{T+1}}{\partial V_i} = \frac{\partial \mathbf{a}_{T+1}}{\partial EARM_{T+1}} \cdot \frac{\partial EARM_{T+1}}{\partial V_i}$$

Como a energia armazenada é dada por:

$$EARM_{T+1} = \sum_{i=1}^{NH} V_i \left(\sum_{j \in J_i} \mathbf{r}_j \right)$$

temos

$$\frac{\partial EARM_{T+1}}{\partial V_i} = \sum_{j \in J_i} \mathbf{r}_j$$

e, portanto,

$$\frac{\partial \mathbf{a}_{T+1}}{\partial V_i} = \frac{\partial \mathbf{a}_{T+1}}{\partial EARM_{T+1}} \cdot \sum_{j \in J_i} \mathbf{r}_j$$

onde J_i é o conjunto de usinas composto pelo reservatório i e todas a jusante dele.

Obs.: a energia afluente média no primeiro mês é calculada considerando as energias afluentes no período de estudo e a duração efetiva do mês – correspondente à diferença entre o total de horas considerado no Programa Mensal de Operação e o número de horas da última semana do primeiro mês que pertencem ao mês seguinte. Caso sejam informadas as energias afluentes em semanas anteriores ao início do período de estudo estas serão consideradas no cálculo da energia afluente média, como apresentado no item 7.2.

3.2 Algoritmo de Solução do Problema

Em teoria, o problema (1) poderia ser resolvido por um algoritmo de programação dinâmica estocástica (PDE). Este algoritmo possui muitas características interessantes: é relativamente fácil de implementar, é aplicável a problemas multi-estágios, permite representar não linearidades, etc. Entretanto, a construção da função de custo futuro é feita discretizando o espaço de estados X_t em um conjunto de valores e resolvendo a equação (1) para cada um

destes valores. Como a estratégia de operação deve ser calculada para todas as possíveis combinações de volumes armazenados e tendências hidrológicas, o problema torna-se rapidamente intratável do ponto de vista computacional. Supondo que cada um dos NH níveis de armazenamento, V_t , e afluições no estágio anterior (tendência hidrológica), A_{t-1} , sejam discretizados em N intervalos, tem-se N^{2NH} estados discretizados. Portanto, o número de estados discretizados e, conseqüentemente o esforço computacional, cresce exponencialmente com o número de variáveis de estado. Isto significa que a resolução da equação (1) pelo algoritmo de PDE torna-se inviável mesmo para sistemas de usinas hidroelétricas bastante reduzidos. Por exemplo, supondo $N = 20$ intervalos de discretização e 5 usinas hidroelétricas tem-se 10 trilhões de estados possíveis. Uma das maneiras de evitar esta “maldição da dimensionalidade” consiste em aproximar a função de custo futuro através de funções analíticas. A metodologia proposta baseia-se no fato de que a função de custo futuro pode ser representada exatamente através de uma função linear por partes e usa uma relaxação desta função como aproximação, sem necessidade de discretizar o espaço de estados. Esta metodologia, baseada em programação dinâmica estocástica é denominada programação dinâmica dual estocástica (PDDE) e será descrita no capítulo a seguir.

4 Programação Dinâmica Dual Estocástica

4.1 Programação Dinâmica Dual Determinística

O conceito de programação dinâmica dual será ilustrado considerando o problema de operação hidrotérmica (1) de dois estágios em que a afluência a cada usina hidroelétrica, em qualquer estágio do período de planejamento, é conhecida. Este problema pode ser representado por:

$$\begin{aligned} \min \quad & c_1 x_1 + c_2 x_2 \\ \text{s/ a} \quad & A_1 x_1 \geq b_1 \\ & E_1 x_1 + A_2 x_2 \geq b_2 \end{aligned} \quad (6)$$

Este problema pode ser interpretado como um processo de decisão em dois estágios: no 1º estágio, escolhe-se uma decisão x_1 viável, x_1^* , tal que $A_1 x_1^* \geq b_1$. Dada a decisão x_1^* , resolve-se o problema de otimização do 2º estágio:

$$\begin{aligned} \min \quad & c_2 x_2 \\ \text{s/ a} \quad & A_2 x_2 \geq b_2 - E_1 x_1^* \end{aligned} \quad (7)$$

Observe que x_1^* é um valor conhecido e passa para o lado direito do conjunto de restrições do problema. Os vetores x_1 e x_2 representam os volumes finais das usinas hidroelétricas, as vazões turbinadas, as gerações térmicas, etc., no primeiro e segundo estágio respectivamente. O objetivo do processo é minimizar a soma das custos do primeiro e segundo estágios $c_1 x_1 + c_2 x_2$. O custo do segundo estágio, $c_2 x_2^*$, onde x_2^* é a solução ótima do problema de 2º estágio, pode ser visto como uma função da decisão x_1 , do problema de 1º estágio, isto é:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1(x_1) = \min \quad & c_2 x_2 \\ \text{s/ a} \quad & A_2 x_2 \geq b_2 - E_1 x_1 \end{aligned} \quad (8)$$

O problema de dois estágios (6) pode, portanto, ser reescrito como:

$$\begin{aligned} \min \quad & c_1 x_1 + \mathbf{a}_1(x_1) \\ \text{s/ a} \quad & A_1 x_1 \geq b_1 \end{aligned} \quad (9)$$

onde $\mathbf{a}_1(x_1)$ é o valor da solução ótima de (8) para cada x_1 . A estrutura do problema (9) é semelhante à recursão de programação dinâmica, onde $c_1 x_1$ representa o custo imediato e $\mathbf{a}_1(x_1)$ fornece informações acerca das consequências futuras (2º estágio) da decisão x_1 .

O princípio de decomposição de Benders [1] é uma técnica que permite construir aproximações para a função $\mathbf{a}_1(x_1)$, baseadas na solução iterativa dos problemas de 1 e 2º estágios, como descrito a seguir.

O comportamento da função custo futuro, $\mathbf{a}_1(x_1)$, pode ser caracterizado a partir do dual do problema de 2º estágio, sob a hipótese de linearidade deste problema. Seja o dual do problema (7):

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1(x_1) = \max \quad & \mathbf{p} (b_2 - E_1 x_1) \\ \text{s/ a} \quad & \mathbf{p} A_2 \leq c_2 \end{aligned} \quad (10)$$

onde o vetor \mathbf{p} representa as variáveis duais. Note que na formulação dual a decisão x_1 está na função objetivo. Consequentemente, o conjunto de restrições $\mathbf{p} A_2 \leq c_2$ define uma região viável para o problema (10) que não depende da decisão de 1º estágio x_1 e pode ser caracterizada pelo conjunto de todos os pontos extremos ou vértices $\mathbf{p} = \{\mathbf{p}^1, \mathbf{p}^2, \dots, \mathbf{p}^P\}$.

Como a solução ótima de um problema de programação linear sempre corresponde a um vértice da região viável, o problema (10) pode, em princípio, ser resolvido por enumeração:

$$\mathbf{a}_1(x_1) = \max_{s/a} \mathbf{p}^i (b_2 - E_1 x_1) \quad \mathbf{p}^i \in \{\mathbf{p}^1, \mathbf{p}^2, \dots, \mathbf{p}^P\} \quad (11)$$

O problema (11) pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1(x_1) = \min_{s/a} \mathbf{a} \\ \mathbf{a} &\geq \mathbf{p}^1 (b_2 - E_1 x_1) \\ \mathbf{a} &\geq \mathbf{p}^2 (b_2 - E_1 x_1) \\ &\vdots \\ \mathbf{a} &\geq \mathbf{p}^P (b_2 - E_1 x_1) \end{aligned} \quad (12)$$

sendo α uma variável escalar.

Como \mathbf{a} é maior do que ou igual a cada $\mathbf{p}^i (b_2 - E_1 x_1)$ para todo $i = 1, \dots, P$, \mathbf{a} é, em particular, maior do que ou igual ao $\max\{\mathbf{p}^i (b_2 - E_1 x_1), i = 1, \dots, P\}$. Como a função objetivo do problema (12) é minimizar \mathbf{a} , esta restrição será atendida na igualdade. Portanto, a solução deste problema é igual a solução ótima do problema (11) e, consequentemente, igual a solução ótima do problema (10).

Este problema possui uma interpretação geométrica interessante: a função de custo futuro $\mathbf{a}_1(x_1)$ é uma função linear por partes da decisão x_1 , cujos componentes são hiperplanos definidos por $\mathbf{p}^i (b_2 - E_1 x_1)$. Isto implica que a função de custo futuro pode ser caracterizada sem discretização dos valores x_1 , sendo suficiente o conhecimento dos coeficientes \mathbf{p}^i dos hiperplanos suporte.

Sabe-se da teoria de programação linear que o valor da função objetivo do problema primal e do problema dual coincidem na solução ótima. Como o problema (12) é equivalente ao problema (10), pode-se concluir que as restrições $\mathbf{a} \geq \mathbf{p}^i (b_2 - E_1 x_1)$ do problema (12) definem a função de custo futuro $\mathbf{a}_1(x_1)$ do problema original (9). O problema de dois estágios (6) pode então ser reescrito como:

$$\begin{aligned} \min_{s/a} \quad & c_1 x_1 + \mathbf{a} \\ & A_1 x_1 \geq b_1 \\ & \mathbf{p}^1 (b_2 - E_1 x_1) - \mathbf{a} \leq 0 \\ & \mathbf{p}^2 (b_2 - E_1 x_1) - \mathbf{a} \leq 0 \\ & \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ & \mathbf{p}^P (b_2 - E_1 x_1) - \mathbf{a} \leq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Desta forma, o problema original de decisão de dois estágios (6) pode ser escrito somente em função das variáveis do problema de 1º estágio mais a variável escalar \mathbf{a} .

Apesar do conjunto de restrições $\{\mathbf{p}^i(b_2 - E_1x_1), i = 1, \dots, P\}$, ser muito grande, somente algumas delas estarão ativas na solução ótima. Isto sugere o uso de técnicas de relaxação, na qual as restrições são sucessivamente adicionadas ao problema a cada iteração, fornecendo uma aproximação mais precisa para a função custo futuro até alcançar uma tolerância preestabelecida.

4.1.1 Algoritmo de solução

O algoritmo *programação dinâmica dual (PDD)* para o problema de dois estágios é descrito pelos seguintes passos:

- a Inicialize o contador de iterações $J = 0$; o limite superior para a solução ótima $\bar{z} = +\infty$; a aproximação inicial da função custo futuro $\hat{\mathbf{a}}_1(x_1) = 0$, para todo x_1 (isto significa que não está disponível nenhuma informação sobre o conjunto de pontos extremos ou vértices π) e um valor para a tolerância de convergência TOL.

- b Resolva o problema relaxado

$$\begin{aligned} \min \quad & c_1x_1 + \hat{\mathbf{a}} \\ \text{s/a} \quad & A_1x_1 \geq b_1 \\ & \mathbf{p}^j(b_2 - E_1x_1) - \hat{\mathbf{a}} \leq 0 \quad j = 1, \dots, J \end{aligned} \quad (14)$$

- c Seja $(x_1^*, \hat{\mathbf{a}}^*)$ a solução ótima do problema (14). Pode-se ver que:

$$\underline{z} = c_1x_1^* + \hat{\mathbf{a}}^* \quad (15)$$

é um limite inferior para a solução do problema original (9), pois o problema (14) é uma versão relaxada do problema (13).

- d Dada a decisão x_1^* , resolva o problema de 2º estágio:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1(x_1^*) = \min \quad & c_2x_2 \\ \text{s/a} \quad & A_2x_2 \geq b_2 - E_1x_1^* \end{aligned} \quad (16)$$

- e Seja x_2^* a solução ótima do problema (16). O par (x_1^*, x_2^*) é uma solução viável do problema (9), mas não necessariamente a solução ótima. Um limite superior pode ser calculado por:

$$\bar{z} = \min\{\bar{z}, c_1x_1^* + c_2x_2^*\} \quad (17)$$

- f Se $(\bar{z} - \underline{z} \leq \text{TOL})$ o problema está resolvido e a solução ótima corresponde ao par

(x_1^*, x_2^*) associado ao limite superior \bar{z} . Caso contrário, execute os procedimentos de (g) para melhorar a aproximação da função de custo futuro.

- g Seja π^* o vetor de multiplicadores simplex associados às restrições do problema (16). Sabe-se da teoria de programação linear que este vetor é uma solução básica viável do problema dual (10), e portanto um vértice da região viável $\mathbf{p}^* A_2 \leq c_2$. Este vértice pode ser usado para formar uma nova restrição do tipo $\mathbf{p}^*(b_2 - E_1x_1) - \mathbf{a} \leq 0$, denominada *corte de Benders*, que será adicionada ao problema relaxado (14).

- h Faça $J = J + 1$, $\mathbf{p}^J = \mathbf{p}^*$ e vá para (b).

Os passos a) – h) descrevem o algoritmo de decomposição de Benders. Maiores detalhes podem ser encontrados em [[1]], [[8]] e [[9]]. Na prática, é usual reescrever o corte de Benders $\mathbf{p}^*(b_2 - E_1x_1) - \mathbf{a} \leq 0$ descrito no passo (g) da seguinte forma: seja w^* o valor da

solução ótima do problema (16) e π^* o vetor de multiplicadores simplex associado. Da igualdade de soluções ótimas dos problemas primal e dual podemos escrever:

$$w^* = \mathbf{p}^*(b_2 - E_1 x_1^*) \quad (18)$$

Colocando $(\pi^* b_2)$ em evidência, obtém-se:

$$\mathbf{p}^* b_2 = w^* + \mathbf{p}^* E_1 x_1^*$$

Substituindo na expressão $\mathbf{p}^*(b_2 - E_1 x_1) - \mathbf{a} \leq 0$, obtém-se uma expressão alternativa para o corte de Benders:

$$w^* + \mathbf{p}^* E_1 (x_1^* - x_1) - \mathbf{a} \leq 0 \quad (19)$$

Esta expressão é útil para a extensão estocástica do algoritmo de Benders, descrita a seguir.

O algoritmo PDD pode ser estendido para problemas multi-estágios. Seja o problema de decisões sequenciais com T estágios:

$$\begin{aligned} \min \quad & c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_T x_T \\ \text{s/ a} \quad & \\ & A_1 x_1 \geq b_1 \\ & E_1 x_1 + A_2 x_2 \geq b_2 \\ & E_2 x_2 + A_3 x_3 \geq b_3 \\ & \vdots \\ & E_{T-1} x_{T-1} + A_T x_T \geq b_T \end{aligned} \quad (20)$$

Este problema pode ser representado por:

$$\begin{aligned} \min \quad & c_1 x_1 + \mathbf{a}_1(x_1) \\ \text{s/ a} \quad & \\ & A_1 x_1 \geq b_1 \end{aligned} \quad (21)$$

onde $\mathbf{a}_1(x_1)$ representa as consequências da decisão de 1º estágio, x_1 , nas decisões dos demais estágios. Esta função é calculada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(x_1) = \min \quad & c_2 x_2 + \dots + c_T x_T \\ \text{s/ a} \quad & \\ & A_2 x_2 \geq b_2 - E_1 x_1 \\ & E_2 x_2 + A_3 x_3 \geq b_3 \\ & \vdots \\ & E_{T-1} x_{T-1} + A_T x_T \geq b_T \end{aligned} \quad (22)$$

Repetindo este procedimento (T-2) vezes obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{T-2}(x_{T-2}) = \min \quad & c_{T-1} x_{T-1} + \mathbf{a}_{T-1}(x_{T-1}) \\ \text{s/ a} \quad & \\ & A_{T-1} x_{T-1} \geq b_{T-1} - E_{T-2} x_{T-2} \end{aligned} \quad (23)$$

onde $\mathbf{a}_{T-1}(x_{T-1})$ é a função do T -ésimo estágio:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{T-1}(x_{T-1}) = \min \quad & c_T x_T \\ \text{s/ a} \quad & \\ & A_T x_T \geq b_T - E_{T-1} x_{T-1} \end{aligned} \quad (24)$$

O algoritmo de solução do problema multi-estágios é:

- a Inicialize o contador de iterações $J = 0$; o limite superior para a solução ótima $\bar{z} = +\infty$;
- a aproximação inicial da função custo futuro $\hat{\mathbf{a}}_i(x_i) = 0$, para todo x_i e para todo

$t = 1, \dots, T$ (isto significa que não está disponível nenhuma informação sobre o conjunto de pontos extremos ou vértices π associados a cada estágio) e um valor para a tolerância de convergência TOL.

- b Resolva o problema aproximado de 1º estágio:

$$\begin{aligned} \min \quad & c_1 x_1 + \hat{\mathbf{a}}_1 \\ s / a \quad & A_1 x_1 \geq b_1 \\ & \mathbf{p}_2^j(b_2 - E_1 x_1) - \hat{\mathbf{a}}_1 \leq 0 \quad j = 1, \dots, J \end{aligned} \quad (25)$$

cujas solução ótima: $(x_1^*, \hat{\mathbf{a}}_1^*)$

- c calcule $\underline{z} = c_1 x_1^* + \hat{\mathbf{a}}_1^*$

- d Repita para $t = 2, \dots, T$ (simulação “forward”)

Dado x_{t-1}^* , resolva o problema aproximado do t -ésimo estágio:]

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{a}}_{t-1}(x_{t-1}) = \min \quad & c_t x_t + \hat{\mathbf{a}}_t \\ s / a \quad & A_t x_t \geq b_t - E_{t-1} x_{t-1}^* \\ & \mathbf{p}_{t+1}^j(b_{t+1} - E_t x_t) - \hat{\mathbf{a}}_t \leq 0 \\ \text{ou} \quad & w_{t+1}^j + \mathbf{p}_{t+1}^j E_t (x_t^* - x_t) - \hat{\mathbf{a}}_t \leq 0 \end{aligned} \quad (26)$$

As equações $A_t x_t \geq b_t - E_{t-1} x_{t-1}^*$ representam as restrições do estágio t e as equações

$\mathbf{p}_{t+1}^j(b_{t+1} - E_t x_t) - \hat{\mathbf{a}}_t \leq 0 \quad j = 1, \dots, J$ representam a aproximação da função custo futuro $\hat{\mathbf{a}}_t(x_t)$ exceto para $t = T$, onde $\hat{\mathbf{a}}_T(x_T)$ é sempre igual a zero.

A solução ótima deste problema é $(x_t^*, \hat{\mathbf{a}}_t^*)$

- e O vetor (x_1^*, \dots, x_T^*) é uma solução viável do problema (20), mas não necessariamente a solução ótima. Portanto,

$$\bar{z} = \min \left\{ \bar{z}, \sum_{t=1}^T c_t x_t^* \right\}$$

é um limite superior da solução ótima.

- f Se $(\bar{z} - \underline{z} \leq \text{TOL})$ o problema está resolvido e a solução ótima corresponde ao vetor

(x_1^*, \dots, x_T^*) associado ao limite superior \bar{z} . Caso contrário, vá para (g).

- g Faça $J = J + 1$.

Repita para $t = T, \dots, 2$ (recursão “backward”)

Resolva o problema de otimização:

$$\begin{aligned} \min \quad & c_t x_t + \hat{\mathbf{a}}_t \\ s / a \quad & A_t x_t - \hat{\mathbf{a}}_t \geq b_t - E_{t-1} x_{t-1}^* \\ & \mathbf{p}_{t+1}^j(b_{t+1} - E_t x_t) - \hat{\mathbf{a}}_t \leq 0 \\ \text{ou} \quad & w_{t+1}^j + \mathbf{p}_{t+1}^j E_t (x_t^* - x_t) - \hat{\mathbf{a}}_t \leq 0 \end{aligned} \quad (27)$$

As equações $\mathbf{p}_{t+1}^j(b_{t+1} - E_t x_t) - \hat{\mathbf{a}}_t \leq 0 \quad j = 1, \dots, J$ representam a aproximação da função custo futuro $\hat{\mathbf{a}}_t(x_t)$ exceto para $t = T$, onde $\hat{\mathbf{a}}_T(x_T)$ é sempre igual a zero.

Seja \mathbf{p}_t^J o vetor de multiplicadores simplex associado ao conjunto de restrições do problema (27) na solução ótima. \mathbf{p}_t^J medem a variação do custo de operação do estágio t até o final do período de planejamento T devido a variações marginais nos níveis de armazenamento dos reservatórios no início do estágio t (ou final do estágio $(t-1)$), representados por x_{t-1}^* . Estes multiplicadores são usados para formar uma nova restrição do tipo $\mathbf{p}_t^J(b_t - E_{t-1}x_{t-1}) - \hat{\mathbf{a}}_{t-1} \leq 0$ (*corte de Benders*) que será adicionada à função $\hat{\mathbf{a}}_{t-1}(x_{t-1})$, obtendo-se uma nova aproximação.

h) Vá para (b).

O algoritmo de programação dinâmica dual acima descrito apresenta diversas vantagens: não necessita discretizar o espaço de estados; fornece a cada iteração limites superior e inferior para a solução ótima, permitindo um balanço entre o esforço computacional e a precisão desejada; o problema de otimização é decomposto numa sucessão de subproblemas de um único estágio, podendo tomar partido de algoritmos especializados e, finalmente, o algoritmo pode ser estendido para tratar de problemas estocásticos, como será mostrado a seguir.

4.2 Programação Dinâmica Dual Estocástica

Uma característica importante do algoritmo de programação dinâmica é a capacidade de representar problemas de otimização estocástica. Em particular, considerando o problema de operação hidrotérmica torna-se possível representar a estocasticidade das afluições aos reservatórios.

A extensão do algoritmo de PDD para problemas de otimização estocástica será ilustrada através de um problema de dois estágios no qual o problema de 2º estágio depende dos valores que uma ou mais variáveis aleatórias podem assumir. Supondo que o vetor b no problema (4) possa assumir 2 valores, b_1, b_2 , com probabilidades p_1, p_2 , respectivamente ($p_1 + p_2 = 1$), o problema consiste em determinar a estratégia que minimiza o valor esperado do custo de operação:

$$\begin{aligned} z = \min \quad & c_1 x_1 + p_1 c_2 x_{21} + p_2 c_2 x_{22} \\ & s / a \\ & A_1 x_1 \geq b_1 \\ & E_1 x_1 + A_2 x_{21} \geq b_{21} \\ & E_1 x_1 + A_2 x_{22} \geq b_{22} \end{aligned} \quad (28)$$

O problema acima corresponde ao seguinte processo de decisão:

1º estágio: determine uma solução viável x^* tal que $Ax_1^* \geq b_1$;

2º estágio: encontre o vetor (x_{21}^*, x_{22}^*) , solução do problema abaixo:

$$\begin{aligned} z = \min \quad & p_1 c_2 x_{21} + p_2 c_2 x_{22} \\ & s / a \\ & A_2 x_{21} \geq b_{21} - E_1 x_1^* \\ & A_2 x_{22} \geq b_{22} - E_1 x_1^* \end{aligned} \quad (29)$$

O problema (29) pode também ser decomposto em 2 subproblemas de otimização independentes:

$$\begin{aligned} \min \quad & c_2 x_{21} \\ & s / a \\ & A_2 x_{21} \geq b_{21} - E_1 x_1^* \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \min \quad & c_2 x_{22} \\ s / a \end{aligned} \quad (31)$$

$$A_2 x_{22} \geq b_{22} - E_1 x_1^*$$

onde as soluções de (30) e (31) são ponderadas pelas probabilidades p_1, p_2 respectivamente.

Assim como no caso determinístico, a solução de cada subproblema de 2º estágio é uma função da decisão x_1 do problema de 1º estágio. Portanto, o problema (28) pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} z = \min \quad & c_1 x_1 + \overline{\mathbf{a}}_1(x_1) \\ s / a \end{aligned} \quad (32)$$

$$A_1 x_1 \geq b_1$$

onde $c_1 x_1$ representa o custo imediato. A função $\overline{\mathbf{a}}_1(x_1)$ representa o valor esperado do custo futuro (valor esperado das consequências da decisão x_1 no futuro) e é um poliedro convexo que pode ser construído a partir do valor esperado dos multiplicadores simplex associados a cada subproblema:

$$\overline{\mathbf{a}}_1(x_1) = p_1 \mathbf{a}_{11}(x_1) + p_2 \mathbf{a}_{12}(x_1)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{11}(x_1) = \min \quad & c_2 x_2 \\ s / a \end{aligned} \quad A_2 x_2 \geq b_{21} - E_1 x_1 \rightarrow \mathbf{p}_1$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{12}(x_1) = \min \quad & c_2 x_2 \\ s / a \end{aligned} \quad A_2 x_2 \geq b_{22} - E_1 x_1 \rightarrow \mathbf{p}_2$$

Sejam \mathbf{p}_1 e \mathbf{p}_2 os multiplicadores simplex associados às restrições dos problemas (30) e (31), e w_1^* e w_2^* os valores das soluções ótimas correspondentes. O corte de Benders associado ao problema (32) é:

$$p_1 \mathbf{p}_1 (b_{21} - E_1 x_1) + p_2 \mathbf{p}_2 (b_{22} - E_1 x_1) \leq \overline{\mathbf{a}}$$

Ou alternativamente pela equação (19):

$$p_1 (w_1^* + \mathbf{p}_1 E_1 (x_1^* - x_1)) + p_2 (w_2^* + \mathbf{p}_2 E_1 (x_1^* - x_1)) \leq \overline{\mathbf{a}}$$

Agrupando, tem-se:

$$\overline{w}^* + \overline{\mathbf{p}} E_1 (x_1^* - x_1) \leq \overline{\mathbf{a}}$$

onde $\overline{w}^* = p_1 w_1^* + p_2 w_2^*$ e $\overline{\mathbf{p}} = p_1 \mathbf{p}_1 + p_2 \mathbf{p}_2$

A extensão para problemas estocásticos e multi-estágios é imediata.

É fácil notar que para o caso em que a cada estágio (t) há m possíveis cenários de afluências, a evolução do sistema de reservatórios apresenta uma estrutura em *árvore*, como ilustrado na Figura 4. Cada ramo da árvore indica um possível cenário de afluências.

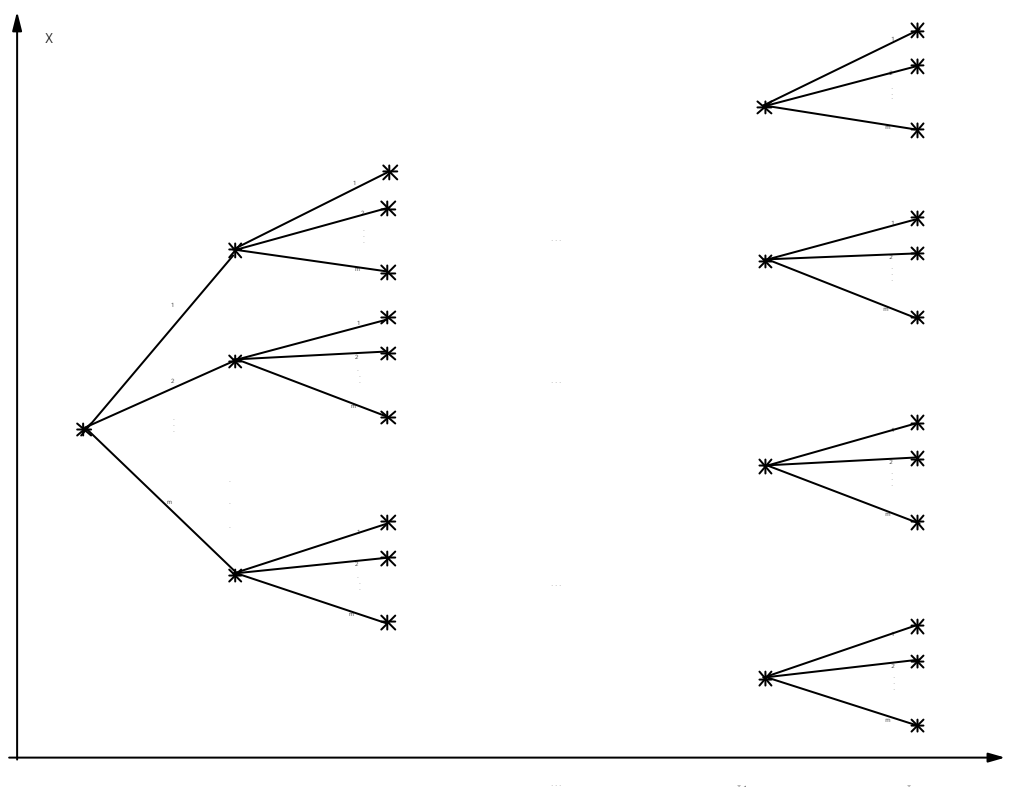


Figura 4 - Estrutura em *árvore* da evolução do sistema de reservatórios ao longo do período de planejamento

4.3 Tempo de viagem

Para alguns aproveitamentos hidrelétricos não se pode considerar que todo o volume defluente das usinas de montante durante o estágio t esteja disponível no mesmo estágio. Neste caso, o volume afluente à usina pode ser obtido através da propagação das defluências de montante. Uma maneira simplificada de realizar esta propagação consiste em considerar o tempo de viagem – intervalo de tempo médio que as defluências consomem até alcançar a usina a jusante – empregando um fator de proporcionalidade ao volume defluente. A Figura 5 abaixo ilustra este conceito para um sistema composto por duas usinas hidrelétricas em cascata.

Pode-se observar neste exemplo que as afluentes que alcançam o reservatório de jusante no estágio t foram defluídas do reservatório de montante nos estágios t , $t-1$, $t-2$ e $t-3$, com fatores de proporcionalidade iguais a k_t^0 , k_{t-1}^1 , k_{t-2}^2 e k_{t-3}^3 respectivamente.

Considerar o tempo de viagem como um fator fixo de propagação dos volumes permite que este aspecto seja incorporado ao modelo DECOMP, resultando em uma modelagem mais precisa para aqueles sistemas hidrotérmicos em que o tempo de viagem não pode ser desprezado, como por exemplo, a bacia do rio São Francisco.

Para a considerar estes aspectos, a formulação do modelo deve ser estendida, como será mostrado a seguir.

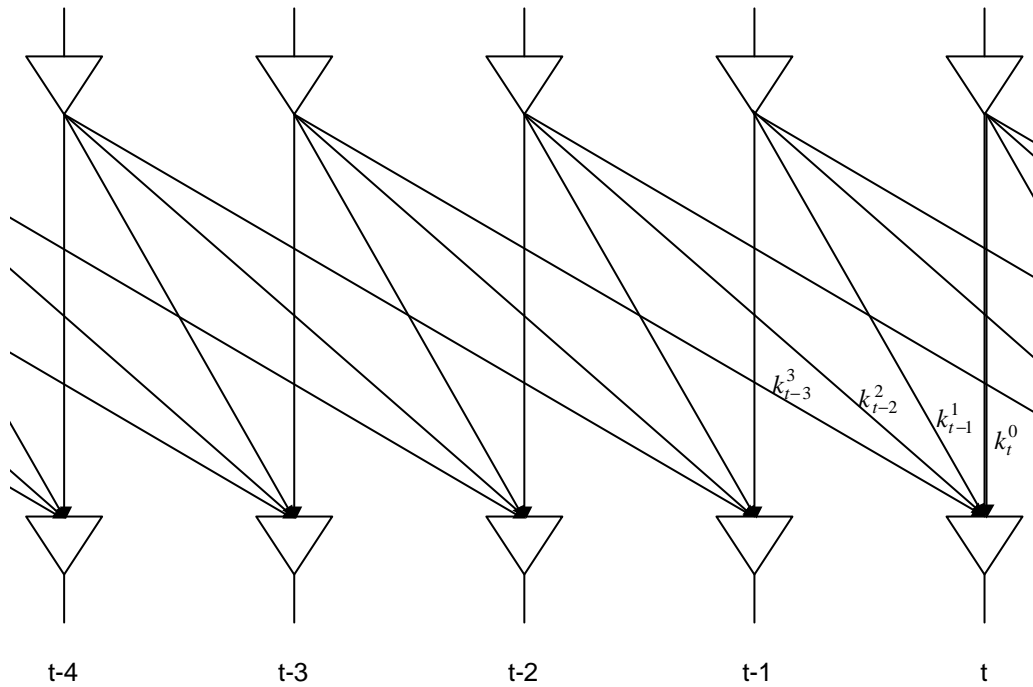


Figura 5 - Representação do tempo de viagem

4.3.1 Formulação do modelo

Considere-se o problema multiestágio abaixo, no qual o estado do sistema está definido apenas em função das variáveis de um estágio:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_T x_T \\
 \text{s / a} \quad & \\
 & A_1 x_1 \geq b_1 \\
 & E_1 x_1 + A_2 x_2 \geq b_2 \\
 & E_2 x_2 + A_3 x_3 \geq b_3 \\
 & \vdots \\
 & E_{T-1} x_{T-1} + A_T x_T \geq b_T
 \end{aligned}$$

Como foi visto no item 4.1, a solução deste problema pode ser obtida através de um algoritmo de PDDE. Um dos passos fundamentais deste algoritmo consiste no refinamento da aproximação $\hat{\mathbf{a}}_t$ da função de custo futuro $\mathbf{a}_t(x_t)$. Esta função $\hat{\mathbf{a}}_t$ é dada por:

$$\hat{\mathbf{a}}_t \geq \mathbf{p}_{t+1}^j (b_{t+1} - E_t x_t) \quad j = 1, \dots, J$$

ou, equivalentemente

$$\hat{\mathbf{a}}_t \geq w_{t+1}^j + \mathbf{p}_{t+1}^j E_t (x_t^{j*} - x_t) \quad j = 1, \dots, J$$

onde w_{t+1}^j é a solução do problema do estágio $(t+1)$ na iteração j e \mathbf{p}_{t+1}^j as variáveis duais associadas. Cabe ressaltar que, para cada iteração j , a aproximação da função de custo futuro $\hat{\mathbf{a}}_t$ incorpora um novo segmento linear que depende apenas da solução x_t^{j*} e que é expressa apenas em função de x_t , vetor que define o estado do sistema no estágio t .

Por outro lado, quando o problema é tal que o vetor de estado no estágio t depende de diversos estágios anteriores, a estrutura do corte de Benders se altera. Por exemplo, considerando-se um problema de 6 estágios no qual o estado depende de três estágios, a formulação fica:

$$\begin{aligned}
\min \quad & c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_4 + c_5x_5 + c_6x_6 \\
s / a \quad & \\
& A_1x_1 \geq b_1 \\
& E_1^1x_1 + A_2x_2 \geq b_2 \\
& E_1^2x_1 + E_2^1x_2 + A_3x_3 \geq b_3 \\
& E_1^3x_1 + E_2^2x_2 + E_3^1x_3 + A_4x_4 \geq b_4 \\
& \quad E_2^3x_2 + E_3^2x_3 + E_4^1x_4 + A_5x_5 \geq b_5 \\
& \quad \quad E_3^3x_3 + E_4^2x_4 + E_5^1x_5 + A_6x_6 \geq b_6
\end{aligned}$$

Esta formulação pode ser identificada com o caso em que o tempo de viagem entre os aproveitamentos não pode ser desprezado. Empregando-se um raciocínio análogo ao que foi desenvolvido no item anterior, este problema pode ser decomposto numa sucessão de subproblemas de um único estágio. Para o estágio $t = 6$, temos:

$$\begin{aligned}
w_6 = \min \quad & c_6x_6 \\
s / a \quad & A_6x_6 \geq b_6 - E_5^1x_5 - E_4^2x_4 - E_3^3x_3
\end{aligned}$$

Considerando-se \mathbf{p}_6^j o vetor de multiplicadores simplex associados às restrições e w_6^j o valor da solução ótima do problema para $x_t^j, t = 3, 4$ e 5 , podemos escrever:

$$w_6^j = \mathbf{p}_6^j (b_6 + E_5^1x_5^j - E_4^2x_4^j - E_3^3x_3^j)$$

e, portanto, o corte de Benders para o estágio 5 é:

$$\mathbf{a}_5 \geq w_6^j + \mathbf{p}_6^j [E_5^1(x_5^j - x_5) + E_4^2(x_4^j - x_4) + E_3^3(x_3^j - x_3)]$$

O problema de um estágio resultante para o estágio 5 fica, então:

$$\begin{aligned}
w_5 = \min \quad & c_5x_5 + \mathbf{a}_5 \\
s / a \quad & \\
& A_5x_5 \geq b_5 - E_4^1x_4 - E_3^2x_3 - E_2^3x_2 \\
& \mathbf{a}_5 \geq w_6^j + \mathbf{p}_6^j [E_5^1(x_5^j - x_5) + E_4^2(x_4^j - x_4) + E_3^3(x_3^j - x_3)]
\end{aligned}$$

onde o vetor x_5 é a variável de decisão deste estágio. Podemos escrever, portanto:

$$\begin{aligned}
w_5 = \min \quad & c_5x_5 + \mathbf{a}_5 \\
s / a \quad & \\
& A_5x_5 \geq b_5 - E_4^1x_4 - E_3^2x_3 - E_2^3x_2 \quad (a) \\
& \mathbf{p}_6^j E_5^1x_5 + \mathbf{a}_5 \geq w_6^j + \mathbf{p}_6^j [E_5^1x_5^j + E_4^2(x_4^j - x_4) + E_3^3(x_3^j - x_3)] \quad (b)
\end{aligned}$$

Sendo \mathbf{p}_5^j e \mathbf{l}_5^j os vetores de multiplicadores simplex associados às restrições (a) e (b) e w_5^j o valor da solução ótima do problema para $x_t^j, t = 2, 3$ e 4 , temos:

$$\begin{aligned}
w_5^j = \quad & \mathbf{p}_5^j [b_5 - E_4^1x_4^j + E_3^2x_3^j + E_2^3x_2^j] + \\
& \mathbf{l}_5^j [w_6^j + \mathbf{p}_6^j E_5^1x_5^j]
\end{aligned}$$

Desta forma, o corte de Benders para o estágio 4 fica:

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}_4 \geq \quad & w_5^j + \mathbf{p}_5^j [E_4^1(x_4^j - x_4) + E_3^2(x_3^j - x_3) + E_2^3(x_2^j - x_2)] \\
& + \mathbf{l}_5^j \mathbf{p}_6^j [E_4^2(x_4^j - x_4) + E_3^3(x_3^j - x_3)]
\end{aligned}$$

Assim, para o estágio 4, a formulação do problema é:

$$\begin{aligned}
w_4 = \min_{s/a} \quad & c_4 x_4 + \mathbf{a}_4 \\
& A_4 x_4 \geq b_4 - E_3^1 x_3 - E_2^2 x_2 - E_1^3 x_1 \quad (a) \\
& (\mathbf{p}_5^j E_4^1 + \mathbf{l}_5^j \mathbf{p}_6^j E_4^2) x_4 + \mathbf{a}_4 \geq w_5^j + \mathbf{p}_5^j [E_4^1 x_4^j + E_3^2 (x_3^j - x_3) + E_2^3 (x_2^j - x_2)] \quad (b) \\
& \quad + \mathbf{l}_5^j \mathbf{p}_6^j [E_4^2 x_4^j + E_3^3 (x_3^j - x_3)]
\end{aligned}$$

Sendo \mathbf{p}_4^j e \mathbf{l}_4^j os vetores de multiplicadores simplex associados às restrições (a) e (b) e w_4^j valor da solução ótima do problema para x_t^j , $t = 1, 2$ e 3 , pode ser escrito:

$$\begin{aligned}
w_4^j = & \mathbf{p}_4^j [b_4 - E_3^1 x_3^j + E_2^2 x_2^j + E_1^3 x_1^j] \\
& + \mathbf{l}_4^j [w_5^j + \mathbf{p}_5^j E_4^1 x_4^j] \\
& + \mathbf{l}_4^j \mathbf{l}_5^j \mathbf{p}_6^j E_4^2 x_4^j
\end{aligned}$$

O corte de Benders para o estágio 3 fica:

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}_3 \geq & w_4^j + \mathbf{p}_4^j [E_3^1 (x_3^j - x_3) + E_2^2 (x_2^j - x_2) + E_1^3 (x_1^j - x_1)] \\
& + \mathbf{l}_4^j \mathbf{p}_5^j [E_3^2 (x_3^j - x_3) + E_2^3 (x_2^j - x_2)] \\
& + \mathbf{l}_4^j \mathbf{l}_5^j \mathbf{p}_6^j [E_3^3 (x_3^j - x_3)]
\end{aligned}$$

que, como pode ser deduzido, é a formulação geral do corte para este problema em qualquer estágio. Ressalte-se que a atualização da função de custo futuro leva em conta os efeitos dos estados definidos em estágios anteriores ao estágio corrente, implicando em modificação na fórmula geral de atualização da função de custo futuro.

Desta forma, a formulação geral para o corte de Benders para qualquer estágio para um problema cujo estado é definido por L estágios anteriores é dada por:

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}_t \geq & w_{t+1}^j + \mathbf{p}_{t+1}^j \left\{ \sum_{l=1}^L [E_{t+1-l}^l (x_{t+1-l}^j - x_{t+1-l})] \right\} \\
& + \sum_{k=1}^{L-1} \left\{ \left(\prod_{i=1}^k \mathbf{l}_{t+i}^j \right) \mathbf{p}_{t+1+k}^j \left\{ \sum_{l=1}^{L-k} [E_{t+1-l}^{l+k} (x_{t+1-l}^j - x_{t+1-l})] \right\} \right\}
\end{aligned}$$

A generalização para problemas estocásticos é feita de maneira análoga àquela apresentada no item 4.2, considerando-se valores esperados para w , π e λ .

4.3.2 Exemplo

Este procedimento pode ser ilustrado para o caso em que o sistema hidroelétrico é composto por apenas duas usinas em cascata, sendo o tempo de viagem entre elas representados pelos fatores k_t^0 , k_{t-1}^1 , k_{t-2}^2 e k_{t-3}^3 para os lags 0, 1, 2 e 3 respectivamente, como na Figura 5.

As variáveis que fazem a ligação entre os estágios são dadas pelos volumes armazenados no final do estágio e pelos volumes turbinados e vertidos no estágio. Agrupando estas variáveis no início do vetor de estados x_t temos:

$$x_t = (v_t^1, v_t^2, q_t^1, q_t^2, s_t^1, s_t^2, \dots)$$

onde:

v_t^i = volume final armazenado na usina i no final do estágio t

q_t^i = volume turbinado na usina i no estágio t

s_t^i = volume vertido na usina i no estágio t

Sem perda de generalidade, podemos escrever:

$$x_t = (v_t^1, v_t^2, d_t^1, d_t^2, \dots)$$

onde d_t^i representa o volume total defluente na usina i no estágio t .

Empregando a fórmula geral acima, o corte de Benders para o estágio t é dado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_t \geq & w_{t+1}^j + \mathbf{p}_{t+1}^j \left[E_t^1(x_t^j - x_t) + E_{t-1}^2(x_{t-1}^j - x_{t-1}) + E_{t-2}^3(x_{t-2}^j - x_{t-2}) \right] \\ & + \mathbf{I}_{t+1}^j \mathbf{p}_{t+2}^j \left[E_t^2(x_t^j - x_t) + E_{t-1}^3(x_{t-1}^j - x_{t-1}) \right] \\ & + \mathbf{I}_{t+1}^j \mathbf{I}_{t+2}^j \mathbf{p}_{t+3}^j \left[E_t^3(x_t^j - x_t) \right] \end{aligned}$$

Neste caso, as matrizes E_t^l que representam o acoplamento entre os estágios são escritas como:

$$E_t^1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -k_t^1 & 0 \end{bmatrix}$$

e, para $l > 1$,

$$E_t^l = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_t^l & 0 \end{bmatrix}$$

onde k_t^l  o fator no estágio t para o lag l (defasamento).

Fazendo $\mathbf{p}_t = (\mathbf{p}^1, \mathbf{p}^2)_t$ temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_t \geq & w_{t+1}^j - (\mathbf{p}^1)_{t+1}^j (v_t^{1j} - v_t^1) \\ & - (\mathbf{p}^2)_{t+1}^j \left[(v_t^{2j} - v_t^2) + k_t^1(d_t^{1j} - d_t^1) + k_{t-1}^2(d_{t-1}^{1j} - d_{t-1}^1) + k_{t-2}^3(d_{t-2}^{1j} - d_{t-2}^1) \right] \\ & - \mathbf{I}_{t+1}^j (\mathbf{p}^2)_{t+2}^j \left[k_t^2(d_t^{1j} - d_t^1) + k_{t-1}^3(d_{t-1}^{1j} - d_{t-1}^1) \right] \\ & - \mathbf{I}_{t+1}^j \mathbf{I}_{t+2}^j (\mathbf{p}^2)_{t+3}^j \left[k_t^3(d_t^{1j} - d_t^1) \right] \end{aligned}$$

ou, agrupando os termos:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_t \geq & w_{t+1}^j - (\mathbf{p}^1)_{t+1}^j (v_t^{1j} - v_t^1) - (\mathbf{p}^2)_{t+1}^j (v_t^{2j} - v_t^2) \\ & - \left[(\mathbf{p}^2)_{t+1}^j k_t^1 + \mathbf{I}_{t+1}^j (\mathbf{p}^2)_{t+2}^j k_t^2 + \mathbf{I}_{t+1}^j \mathbf{I}_{t+2}^j (\mathbf{p}^2)_{t+3}^j k_t^3 \right] (d_t^{1j} - d_t^1) \\ & - \left[(\mathbf{p}^2)_{t+1}^j k_{t-1}^2 + \mathbf{I}_{t+1}^j \mathbf{p}_{t+2}^j k_{t-1}^3 \right] (d_{t-1}^{1j} - d_{t-1}^1) \\ & - \left[(\mathbf{p}^2)_{t+1}^j k_{t-2}^3 \right] (d_{t-2}^{1j} - d_{t-2}^1) \end{aligned}$$

5 Modelo DECOMP

O modelo DECOMP foi desenvolvido pelo CEPEL para planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos a curto prazo empregando a metodologia de PDDE descrita no capítulo anterior. No modelo de otimização desenvolvido estão incorporadas as seguintes características para operação do sistema hidrotérmico:

- Cenários de afluência
- Representação de patamares de carga;
- Restrições elétricas;
- Restrição de transporte entre Itaipu 50 e 60 Hz e os subsistemas SU/SE;
- Limites de interligação entre subsistemas;
- Geração em bacias especiais;
- Geração mínima em classes térmicas;
- Contratos de importação/exportação de energia;
- Cronograma de manutenção;
- Tempo de viagem da vazão defluente dos aproveitamentos;
- Evaporação;
- Vazão deplecionada mínima;
- Penalidade para vertimento em reservatórios;
- Volume de espera para amortecimento de cheias;
- Configuração dinâmica;
- Enchimento de volume morto;
- Produtividade variável;
- Integração com modelos de planejamento da operação a médio prazo NEWAVE e BACUS.
- Alteração de dados do cadastro de usinas hidráulicas.
- Revisão da política do mês inicial;

5.1 Cenários de afluência

A estocasticidade das vazões é introduzida no modelo DECOMP através da construção de cenários de vazões mensais afluentes às usinas do sistema. Estes cenários hidrológicos podem ser representados através de uma árvore de afluições, com probabilidades de ocorrência associadas a cada ramo. A Figura 6 apresenta uma estrutura de cenários para um horizonte de estudo de 4 meses, onde o primeiro mês está dividido em 5 semanas com afluições supostas conhecidas. A previsão das vazões para o mês inicial e os cenários de afluições para os demais meses do período de planejamento devem ser fornecidos pelo usuário. Os cenários de afluições podem ser gerados a partir de um modelo estocástico, como por exemplo o GEVAZP.

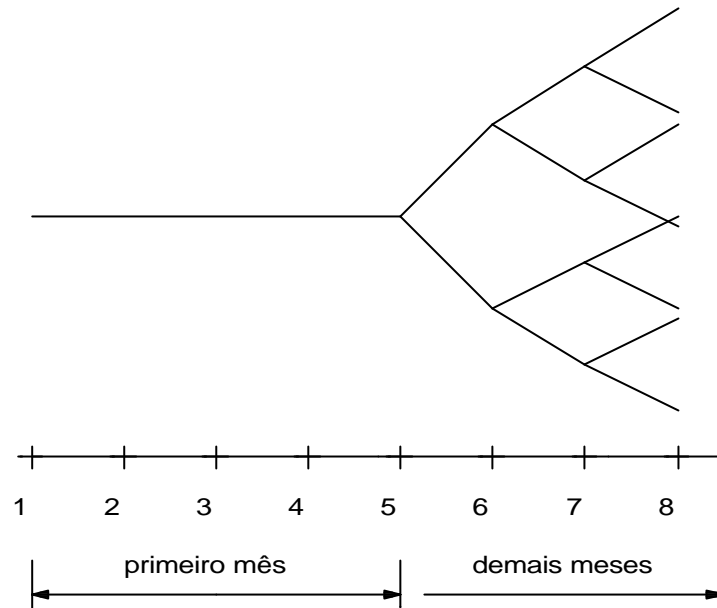


Figura 6 - Esquema de representação dos cenários de afluência

5.2 Representação de patamares de carga

A representação da curva de demanda por patamares foi incluída no modelo modificando-se as equações de conservação de água e atendimento a demanda, bem como introduzindo limites de turbinamento para cada um dos patamares de carga, como mostrado a seguir.

- Conservação de água:

$$v_{i,t+1} = v_{i,t} + a_{i,t}\Delta t - \sum_{t=1}^P \left[(Q_{i,t}^t + s_{i,t}^t) - \sum_{j \in M_i} (Q_{j,t}^t + s_{j,t}^t) \right] \Delta t$$

- Atendimento ao mercado:

$$\sum_{i=1}^{NH} GH_{i,t}^t + \sum_{j=1}^{NT} GT_{j,t}^t = D_t^t \quad \tau = 1, \dots, P$$

- Limites de turbinamento:

$$\begin{aligned} i &= 1, \dots, NH \\ Q_{i,t}^t &\leq \bar{Q}_{i,t} \quad t = 1, \dots, T \\ t &= 1, \dots, P \end{aligned}$$

onde:

- $v_{i,t}$ volume armazenado no i -ésimo reservatório no início do estágio t
- $a_{i,t}$ afluência incremental a i -ésima usina hidrelétrica no período t
- Δt duração do patamar de carga τ
- duração do período t
- M_i conjunto de usinas imediatamente a montante de i
- $Q_{i,t}^\tau$ vazão turbinada pela i -ésima usina durante o período t para o patamar τ

$\overline{Q}_{i,t}$	limite de turbinamento da i -ésima usina durante o período t
$s_{i,t}$	volume vertido pela i -ésima usina durante o período t
P	total de patamares de carga
$GT_{j,t}^{\tau}$	energia gerada pela j -ésima classe térmica durante o período t para o patamar τ
$GH_{j,t}^{\tau}$	energia gerada pela j -ésima usina hidrelétrica no período t para o patamar τ
D_t^{τ}	mercado de energia no período t para o patamar τ

Neste caso, o modelo permite especificar o uso de restrições de geração média não decrescente (“restrições escada”) de tal modo que, para cada usina, tanto hidráulica quanto térmica, a geração (MWmed) no patamar de carga mais elevado, seja maior do que ou igual à geração no patamar da carga menos elevado.

ATENÇÃO:

A utilização das restrições-escada no modelo DECOMP, conjugadas com a presença de restrições físicas diferenciadas para os patamares, pode levar à ocorrência de CMOs negativos nos resultados do modelo. Isto ocorreria em alguns casos onde a melhor solução para o sistema, perante às restrições físicas existentes em cada patamar, envolvesse um comportamento não crescente na geração de determinada(s) usina(s) ao longo dos patamares.

O caso-exemplo mostrado no anexo 7.1 representa uma situação onde isto pode ocorrer.

5.3 Restrições elétricas

Existem pontos no sistema elétrico brasileiro que merecem especial atenção, seja por problemas de transmissão ou sobrecarga. Para considerar estes pontos, foram incluídas restrições elétricas especiais que traduzem limitações de geração em conjuntos de usinas hidroelétricas. Estas restrições específicas de operação são escritas na forma de combinações lineares das gerações de usinas:

$$LI \leq \sum_{i=1}^{NR} k_i g_i \leq LS$$

onde

k_i	fator de ponderação
NR	total de usinas hidroelétricas na restrição
LI	limite inferior
LS	limite superior
g_i	energia gerada pela i -ésima usina hidrelétrica e/ou térmica

Cabe ressaltar que estas restrições são bastante flexíveis, pois podem representar:

- gerações mínima e/ou máxima de uma usina:
 $LI \leq g_i \leq LS$
- gerações mínimas e/ou máximas de um conjunto de usinas:
 $LI \leq g_1 + g_2 + \dots + g_n \leq LS$
- restrições de sobrecarga de um ponto do sistema:
 $LI \leq k_1 g_1 + k_2 g_2 + \dots + k_n g_n \leq LS$

Adicionalmente, é possível impor que o limite inferior seja igual ao limite superior ($LI = LS$) e, desta forma, representar, por exemplo, metas obrigatórias de geração para uma determinada usina.

5.4 Restrição de Itaipu

A representação da capacidade de transporte de energia entre Itaipu (Ivaiporã) e os subsistemas Sul e Sudeste é realizada pela incorporação (opcional) de um conjunto de restrições específico para este fim. A Figura 7 ilustra a representação da interligação de Itaipu. Ressalte-se que a usina é simulada na região Sudeste, mas a sua geração total é repartida, por meio de restrições, entre as linhas de transmissão de 50Hz e 60Hz. A carga da ANDE está incorporada à geração de 50Hz.

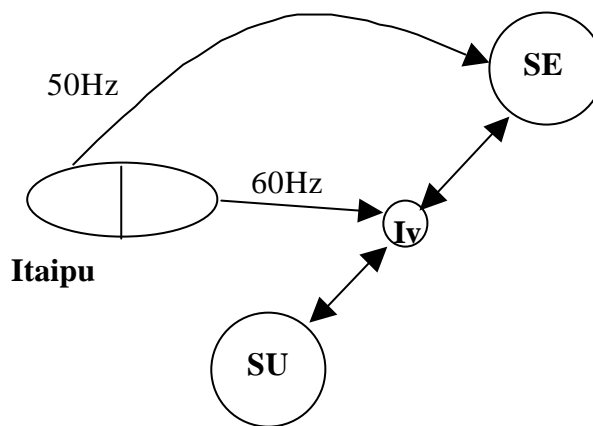


Figura 7 – Representação da interligação de Itaipu

$$GH_t^{Itaipu} - IVSU_t - IVSE_t + SUIV_t + SEIV_t = IT50_t$$

$$GH_t^{Itaipu} = IT50_t + IT60_t$$

$$GH_t^{Itaipu} \leq \overline{GH}_t^{Itaipu}$$

$$IVSU_t \leq \overline{IVSU}_t$$

$$IVSE_t \leq \overline{IVSE}_t$$

$$SUIV_t \leq \overline{SUIV}_t$$

$$SEIV_t \leq \overline{SEIV}_t$$

onde:

GH_t^{Itaipu} : geração de Itaipu no período t ;

$IT60_t$: geração de Itaipu 60 Hz no período t para atendimento do Sul e Sudeste;

$IT50_t$: geração de Itaipu 50 Hz (dado de entrada: registro IT) no período t para atendimento do Sudeste e da carga da ANDE;

$IVSU_t$: fluxo de Ivaiporã para o subsistema Sul no período t ;

$IVSE_t$: fluxo de Ivaiporã para o subsistema Sudeste no período t ;

$SUIV_t$: fluxo do subsistema Sul para Ivaiporã no período t ;

$SEIV_t$: fluxo do subsistema Sudeste para Ivaiporã no período t ;

\overline{GH}_t^{Itaipu} : geração máxima de Itaipu no período t ;

\overline{IVSU}_t : limite máximo do fluxo de Ivaiporã para o subsistema Sul no período t ;

\overline{IVSE}_t : limite máximo do fluxo de Ivaiporã para o subsistema Sudeste no período t ;

\overline{SUIV}_t : limite máximo do fluxo do subsistema Sul para Ivaiporã no período t ;

\overline{SEIV}_t : limite máximo do fluxo do subsistema Sudeste para Ivaiporã no período t ;

A carga da ($ANDE_t$) deve ser descontada da geração de $IT50_t$ a ser entregue ao SE no estágio t

5.5 Geração em bacias hidrelétricas especiais

Algumas bacias hidrográficas do sistema interligado brasileiro, tais como Paraíba do Sul e Alto Tietê, têm a sua operação hidroenergética determinada através de procedimentos de simulação específicos que não têm por objetivo minimizar o custo de operação do sistema.

5.5.1 Geração externa

A representação destas bacias num contexto de otimização estocástica da operação pode ser considerada como abatimento de carga. O usuário fornece, para cada um dos estágios considerados no estudo, o total de geração hidrelétrica de cada uma dessas bacias. Este total é subtraído da carga do sistema e o modelo DECOMP obtém então a política ótima de operação das demais usinas do sistema. Neste caso, devem ser fornecidas, também, as energias naturais afluentes nos estágios do estudo e, para o estágio horizonte, a energia armazenável máxima na bacia, para correta interpretação da função custo futuro do estágio horizonte. Neste caso, a equação de atendimento à demanda de energia no período t para o patamar τ é dada por:

$$\sum_{i=1}^{NH} GH_{i,t}^t + \sum_{j=1}^{NT} GT_{j,t}^t = D_t^t - \sum_{i \in BE} g_{i,t}^t$$

onde:

$g_{i,t}^t$ geração na i -ésima bacia hidrelétrica especial no período t e patamar τ

5.5.2 Restrições hidráulicas especiais

Uma maneira alternativa de representar de forma aproximada as regras de operação das bacias especiais é através da inclusão de um conjunto adicional de restrições lineares chamadas restrições hidráulicas especiais e um novo equipamento, as bombas elétricas. As restrições especificam limites máximos e mínimos, em um dado aproveitamento, para a vazão afluente ou defluente, faixas de operação para a vazão defluente de um conjunto de usinas e faixas para os volumes armazenados em um conjunto de reservatórios.

5.5.2.1 Restrição Hidráulica de Vazão Afluente

A restrição hidráulica de vazão afluente tem por objetivo especificar limites mínimos e máximos para a quantidade de água afluente a uma dada usina do sistema. Através desta restrição o usuário pode especificar uma mínima quantidade de água afluente a uma usina em um dado período do horizonte ou, por outro lado, uma máxima quantidade de água (ou ambos). Seja k uma usina hidrelétrica qualquer do sistema. A restrição hidráulica de vazão afluente pode ser escrita como:

$$\underline{A}_i \leq \sum_{j \in \Omega_k} (Q_j + S_j) + \sum_{j \in \zeta_k} D_j + A_k \leq \bar{A}_i$$

onde: Ω_k representa o conjunto de usinas a montante da usina k ; $(Q_j + S_j)$ é a vazão defluente de cada uma das usinas a montante da usina k ; ζ_k representa o conjunto de usinas cujo canal de desvio está a montante da usina k ; D_j é a vazão desviada por cada uma das usinas cujo canal de desvio está a montante da usina k ; A_k é a vazão incremental à usina k ; \underline{A}_i e \bar{A}_i são, respectivamente, os limites inferiores e superiores para i -ésima restrição hidráulica de vazão afluente. As restrições hidráulicas de vazão afluente podem ser especificadas para cada um dos estágios do período de estudo. Na representação acima, o índice do estágio foi suprimido para não sobrecarregar a notação.

5.5.2.2 Restrição Hidráulica de Vazão Defluente

A restrição hidráulica de vazão defluente consiste em uma restrição que possibilita determinar faixas de operação para todas as unidades do sistema. Além disso, este tipo de restrição permite que o usuário combine faixas de operação de diversas unidades do sistema. A restrição hidráulica de vazão defluente, para um dado patamar de carga do período de estudo, pode ser representada por:

$$\underline{Q}_i \leq \sum_{j=1}^{NH} c_j^Q Q_j + \sum_{k=1}^{NH} c_k^S S_k + \sum_{l=1}^{NH} c_l^D D_l \leq \bar{Q}_i$$

onde: c_j é o coeficiente associado a vazão defluente na usina j ; Q_j e S_j são, respectivamente, a vazão turbinada e vertida que formam a vazão defluente da usina j ; c_l^D é o coeficiente associado a vazão desviada na usina l , representada por D_l ; e, \underline{Q}_i e \bar{Q}_i são, respectivamente, os limites inferior e superior para a i -ésima restrição hidráulica de vazão defluente. As restrições hidráulicas de vazão defluente podem ser especificadas para cada patamar de carga de cada um dos estágios do período de estudo. Na representação acima, o índice do estágio foi suprimido para não sobrecarregar a notação.

5.5.2.3 Restrição Hidráulica de Volume Armazenado

A restrição hidráulica de volume consiste em uma restrição de desigualdade que possibilita combinar, através de coeficientes pré-definidos pelo usuário, os volumes armazenados nos diversos reservatórios do sistema com os volumes defluentes tanto dos reservatórios como também das unidades fio-d'água. A restrição hidráulica de volume armazenado, para um dado estágio do período de estudo, pode ser representada por:

$$\underline{V}_i \leq \sum_{j=1}^{NH} c_j^V V_j + \sum_{k=1}^{NH} c_k^{VD} (Q_k + S_k) \leq \bar{V}_i$$

onde: c_j^V é o coeficiente da usina j ; c_k^{VD} é o coeficiente do volume defluente da usina k ; V_j é o volume armazenado ao final do estágio na usina j ; $(Q_k + S_k)$ é o volume defluente da usina k durante o estágio; NH é o número de usinas hidrelétricas; e, \underline{V}_i e \bar{V}_i são, respectivamente, os limites inferior e superior para a i -ésima restrição hidráulica de volume armazenado. As

restrições hidráulicas de volume armazenado podem ser especificadas para cada um dos estágios do período de estudo. Na representação acima, o índice do estágio foi suprimido para não sobrecarregar a notação.

5.5.2.4 Representação de Bombas Elétricas

Uma bomba elétrica consiste de um equipamento utilizado para retirar água de um reservatório a uma cota inferior e colocar esta água em um reservatório em uma cota superior, isto é, desviar o caminho natural do curso d'água. Tal operação é vantajosa quando se obtém um ganho de produtividade – quando do desvio da água, em relação a produtividade do caminho natural desta.

O modelo utilizado para representar uma bomba elétrica é muito simples e consiste somente de uma variável para representar a vazão bombeada, Q^B_i , $i = 1, \dots, NBE$, onde NBE é o número total de bombas elétricas existentes. A representação de uma bomba elétrica no atual modelo DECOMP se dá em duas restrições, a restrição de conservação da água de cada usina do sistema e a restrição de balanço energético para cada subsistema.

Para a inclusão de bombas elétricas na restrição de conservação da água nas usinas do sistema, considere B uma matrix incidência $b_{ij} = -1$ se a bomba elétrica j depleciona o reservatório i , $b_{ij} = +1$ se a bomba elétrica j enche o reservatório i , e $b_{ij} = 0$ para todos os outros casos). A equação de conservação da água fica, então, modificada para:

$$V_{t+1} = V_t + A_t + M (Q_t + S_t) + B (Q^B_t),$$

O consumo de energia para a operação da bomba elétrica deve modificar a restrição de balanço energético de cada subsistema da seguinte forma:

$$\sum_{i=1}^{NHs} r_i Q_i + \sum_{i=1}^{NTs} G_i - \sum_{i=1}^{NBEs} \kappa_i Q^B_i + \sum_{r \in \Omega s} (f(r,s) - f(s,r)) = D^s,$$

5.6 Geração mínima nas térmicas

A consideração de geração mínima nas classes térmicas é incorporada fornecendo-se um valor mínimo de geração para cada classe térmica em cada estágio do período de planejamento. Esta geração é considerada como geração mínima obrigatória e é descontada do mercado referente ao subsistema da classe térmica. O custo desta geração mínima é somado ao custo de operação de cada estágio. Neste caso, a equação de atendimento à demanda de energia no período t para o patamar τ é dada por:

$$\sum_{i=1}^{NH} GH_{i,t}^t + \sum_{j=1}^{NT} GT_{j,t}^t = D_t^t - \sum_{j=1}^{NT} \underline{GT}_{j,t}^t$$

onde:

$\underline{GT}_{j,t}^t$ geração mínima na j -ésima classe térmica durante o período t e patamar τ

5.7 Contratos de importação/exportação

Contratos de importação ou exportação de energia incorporam ao estudo a possibilidade de decisões de compra/venda de energia com sistemas cuja operação não esteja representada (ex. Argentina). Este recurso também permite a representação de contratos *take-or-pay*. A

$$\sum_{i=1}^{NH} GH_{i,t}^t + \sum_{j=1}^{NT} GT_{j,t}^t - \sum_{i \in CE} g_{i,t}^t + \sum_{i \in CI} g_{i,t}^t = D_t^t$$

onde:

CE total de contratos de exportação no período *t* e patamar τ

CI total de contratos de importação no período *t* e patamar τ

O custo associado ao contrato de energia durante o estágio *t* é incorporado à função objetivo.

5.8 Cronograma de manutenção

A representação dos cronogramas de manutenção programada dos grupos turbina-gerador é feita através de taxas de disponibilidade média mensal fornecidas ao modelo DECOMP. A redução de disponibilidade das usinas hidráulicas devida à manutenção programada pode ser calculada pelo programa FATOR, em uso atualmente no PMO, que obtém, para cada usina, um fator médio semanal de disponibilidade programada, definido a partir dos cronogramas de manutenção e válido para todos os patamares de carga considerados. A partir do segundo mês considera-se a taxa de disponibilidade média mensal.

5.9 Evaporação

No problema linear de despacho hidrotérmico do DECOMP, a representação da evaporação da água nos reservatórios é opcional. O usuário estabelece quais os reservatórios onde deverá ser considerada a evaporação. Neste caso, a cada estágio e cenário do período de planejamento o programa atualiza o coeficiente de evaporação (k_{vap}) referente ao volume inicial do reservatório, obtendo o percentual de volume a ser descontado (evaporado) do balanço hidráulico da usina, ou seja:

- Conservação da água considerando a evaporação:

$$v_{i,t+1} = (1.0 - k_{vap})v_{i,t} + a_{i,t}\Delta t - \sum_{t=1}^P \left[(Q_{i,t}^t + s_{i,t}^t) - \sum_{j \in M_i} (Q_{j,t}^t + s_{j,t}^t) \right] \Delta t$$

sendo k_{vap} obtido através do polinômio:

$$k_{vap} = a_1 + a_2 v_{i,t} + a_3 v_{i,t}^2 + a_4 v_{i,t}^3 + a_5 v_{i,t}^4$$

Conforme expresso na equação de conservação da água acima, a consideração de evaporação modifica o coeficiente do termo referente ao volume inicial. Portanto, conforme detalhado no capítulo 4, a função de custo futuro terá seus coeficientes ($p_{i,t}$) atualizados pelos respectivos percentuais, então:

$$p_{i,t} = (1.0 - k_{vap}) p_{i,t}$$

5.10 Irrigação

O modelo DECOMP permite representar desvios de água a montante dos aproveitamentos (p.ex irrigação) a cada estágio e cenário, conforme a vazão definida pelo usuário. Estas restrições serão sempre atendidas e, caso estas imposições tornem o problema inviável, o programa reporta uma mensagem para o usuário ao final do processamento.

5.11 Volume de espera para amortecimento de cheias

De modo a considerar as restrições operativas para controle de cheias, o modelo DECOMP representa os volumes de espera para amortecimento de cheias definidos pelo GTHO. Estes volumes são informados ao modelo através do fornecimento do máximo volume armazenável em cada usina para cada período semanal e mensal. Esta representação não modifica o valor da energia armazenável máxima em cada reservatório, que é calculada considerando como limite superior o volume armazenável máximo sem levar em conta o volume para controle de cheias.

As restrições para controle de cheias também podem ser representadas no modelo DECOMP considerando as condições de controlabilidade definidas pelo sistema CHEIAS. A incorporação destas restrições encontra-se em desenvolvimento.

5.12 Contratos de importação/exportação de energia

A incorporação de contratos de importação e/ou exportação de energia (registros **CI** e **CE**) permite a representação de contratos de compra/venda de energia entre os subsistemas em estudo e outros subsistemas cuja operação não esteja representada no estudo (ex. Argentina). Os contratos de importação/exportação são representados no problema de otimização como usinas térmicas considerando a convenção de sinal positivo/negativo, respectivamente, para importação/exportação, na função objetivo e restrição de atendimento a demanda do subsistema contratante. Este recurso permite a representação de um limite mínimo de energia contratada por estágio e patamar de carga. A energia disponível para cada contrato é contabilizada pelo modelo subtraindo o mínimo contratado do total do contrato estabelecido para cada estágio e patamar.

5.13 Vazão defluente mínima

O valor *default* para defluência mínima nos aproveitamentos hidráulicos é nulo. Nesta versão é possível incorporar como restrição de defluência mínima um percentual da vazão mínima histórica (registros **RQ**). Caso um aproveitamento tenha uma taxa de defluência que não seja um percentual da vazão mínima histórica então este valor deve ser fornecido no registro **UH**. O valor de vazão mínima informado no registro **UH** tem prioridade em relação ao registro **RQ** e é fixado para todos os estágios do estudo.

A restrição de vazão defluente mínima é considerada “*hard*” e deverá ser atendida pela otimização. Caso estas imposições tornem o problema inviável, o programa reporta uma mensagem para o usuário ao final do processamento.

5.14 Configuração dinâmica

A entrada de novas unidades hidráulicas no sistema é representada por meio de alterações nos dados de cadastro tendo em conta a data a partir da qual deve-se considerar a modificação na configuração do sistema. Nesta versão, supõe-se que os novos aproveitamentos já estão cadastrados.

5.15 Enchimento de volume morto

O enchimento de volume morto é representado através de uma vazão mínima para armazenamento em cada estágio. A partir desta vazão, o modelo calcula volumes meta mínimos de modo que o volume armazenado na usina em cada estágio seja, no mínimo, igual a estes valores. Com o objetivo de se manter uma vazão mínima defluente durante o período de enchimento, também é possível informar os valores mínimos de defluência para cada estágio. O prazo de enchimento de volume morto é um dado de entrada do modelo e, caso não seja viável atendê-lo, o programa reporta o não atendimento desta restrição.

5.16 Produtividade variável: *Função de produção energética*

O modelo DECOMP formula o problema de despacho hidrotérmico como um problema de programação linear no qual a função objetivo consiste em minimizar o custo de operação ao longo do período de planejamento. Como o foi visto no item 3, a energia hidroelétrica produzida pelos reservatórios varia com a produtividade da usina que é uma função não linear dos volumes armazenados inicial e final, volumes turbinados e volumes vertidos.

A modelagem linear mais simples para a produtividade de uma usina é considerá-la constante. Em geral, toma-se o valor da produtividade média da usina, o qual corresponde à produtividade associada ao esvaziamento completo do reservatório a partir do volume máximo e considerando o nível de jusante fixo e igual à cota média do canal de fuga. Esta aproximação pode resultar em metas de geração muito otimistas ou pessimistas, pois despreza a perda ou ganho de potência relativa à variação do nível de armazenamento do reservatório.

Com o objetivo de introduzir na formulação do modelo alguma informação acerca da variação da produtividade sem perder as facilidades de uma modelagem linear para o problema foi desenvolvida uma aproximação linear denominada **função de produção energética** [3].

Na concepção deste modelo, procurou-se representar o mais fielmente possível as equações físicas que regem o processo de conversão da energia potencial hidráulica em energia elétrica ao longo de um intervalo de tempo Δt . Analisando-se esse conjunto de equações chegou-se à conclusão de que é conveniente expressar matematicamente o valor da energia elétrica produzida pela usina hidrelétrica no período como uma função de duas variáveis independentes entre si: o **volume disponível médio** no período ($x = v_i + a \cdot \Delta t / 2$) e o **volume defluente total** do período ($y = (q + s) \cdot \Delta t$), onde a é a vazão média total afluyente no período Δt à usina, q a vazão turbinada média e s a vazão vertida média. Assim, a função de produção energética (FPE) $G(x,y)$ da usina hidrelétrica é definida como

$$G(x,y) = \min \{ P_{\text{DISP}}, \rho_{\text{esp}} \cdot [f_1(x - 0.5y) - f_2(y/\Delta t)] \cdot k_{\text{phd}} \cdot q \} \quad [\text{MWmed}]$$

onde:

P_{DISP} = máxima energia que pode ser produzida pelo conjunto de geradores da usina no período;

ρ_{esp} = produtividade específica = $9.81 \times 10^{-3} \cdot r_{\text{med}}$;

r_{med} = rendimento médio do grupo turbina-gerador, [em p.u.]

$f_1(.)$ = cota média de montante (polinômio volume - cota);

$f_2(.)$ = cota média de jusante (polinômio vazão - nível de jusante);

k_{phd} = coeficiente (considerado constante) de perdas hidráulicas nas tubulações;

No caso particular de usinas à fio d'água, a FPE se reduz a uma função univariada do volume defluente total.

Embora a função de produção energética, em geral, seja não-linear e não-côncava, a análise de seu comportamento para diversos aproveitamentos indica que, dentro das faixas normais de variação do volume disponível e da vazão defluente nestas usinas, é possível construir uma aproximação de primeira ordem desta função, que seja linear e côncava, e que minimize os desvios com relação aos valores da função exata. Esta aproximação permite associar as vantagens das propriedades linear e côncava com a precisão da representação não-linear. A Figura abaixo ilustra a função de produção energética real (não-linear) da usina hidrelétrica de Furnas.

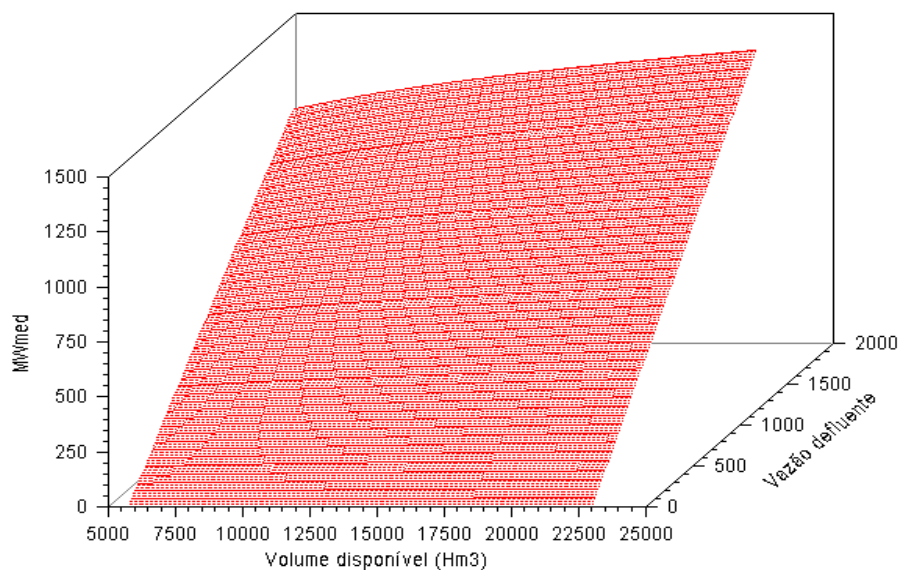


Figura 1 - Função de Produção Energética Real

A função de produção energética $G(x,y)$ pode ser calculada para um conjunto de pontos $\{x_i, y_j \mid i = 1, \dots, m \text{ e } j = 1, \dots, n\}$, denominado “grade de discretização” da função, dando origem a uma função discretizada $G'(x_i, y_j)$. É possível também se calcular uma aproximação $P(x,y)$ de primeira ordem da função $G(x,y)$, no entorno de cada ponto (x_i, y_j) da grade de discretização, cuja expressão é dada por:

$$P(x,y) \approx G(x_i, y_j) + \frac{\partial G}{\partial x}|_{(x_i, y_j)}(x - x_i) + \frac{\partial G}{\partial y}|_{(x_i, y_j)}(y - y_j)$$

Estendendo-se o cálculo para todos os pontos da grade obtém-se um conjunto de “planos tangentes” $P(x,y)$, cuja intersecção aproxima a função $G(x,y)$ original e permite calcular um valor aproximado da produção energética para pontos não pertencentes à grade de discretização. Mais que isto, se a função $G(x,y)$ for côncava, conforme parece sugerir a figura 1, pode-se afirmar que a solução do Problema de Programação Linear formulado abaixo fornece o valor mais próximo da função original $G(x,y)$ que pode ser obtido com base no conjunto $P(x,y)$:

$$P(x,y) = \max GH$$

s/a

$$GH \leq G(x_i, y_j) + \frac{\partial G}{\partial x}|_{(x_i, y_j)}(x - x_i) + \frac{\partial G}{\partial y}|_{(x_i, y_j)}(y - y_j) \\ i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$$

$$GH \leq P_{\text{DISP}}$$

Entretanto, para muitas usinas, a função $G(x,y)$ não é côncava, sendo necessário primeiramente, ajustar-se uma função analítica, linear por partes e côncava $P(x,y)$ à função discreta $G'(x,y)$.

Uma alternativa para se obter uma aproximação linear côncava de $G(x,y)$ consiste em se utilizar a envoltória convexa do gráfico de $G'(x,y)$. Por este método, a Função de Produção Energética Aproximada (FPEA) de uma usina é uma função côncava e linear por partes que pode ser construída diretamente a partir de um subconjunto dos planos que descrevem a envoltória convexa da função discreta $G'(x,y)$ calculada a partir da função $G(x,y)$ para uma

região de operação preestabelecida. Esta região de operação é definida pelos intervalos de variação dos volumes disponível e defluente determinados.

Por se tratar de uma envoltória convexa, $P(x,y) \geq G(x,y)$, $\forall(x,y)$, a aproximação linear $P(x,y)$ apresenta sempre uma estimativa “otimista” da energia produzida quando comparada ao valor exato da função $G(x,y)$. Para eliminar este desvio tendencioso, emprega-se um fator de correção de escala α calculado de forma a se minimizar o erro médio quadrático entre $G(x,y)$ e os valores corrigidos de $P(x,y)$, para uma amostra significativa de $m \times n$ pontos quaisquer na região de ajuste:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left(G(x_i, y_j) - \alpha P(x_i, y_j) \right)^2}$$

O valor de α que minimiza a expressão acima é dado por:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n P(x_i, y_j) G(x_i, y_j)}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n P(x_i, y_j)^2}$$

Desta forma, o valor final da FPEA passa a ser dado por $P'(x,y) = \alpha P(x,y)$. Esta correção além de simples e efetiva, preserva também as propriedades linear e côncava de $P(x,y)$.

Uma vez estabelecidas as FPEA, a energia produzida na operação das usinas hidráulicas no problema de otimização de despacho hidrotérmico implementado no modelo DECOMP será calculada por:

$$GH_{i,t} \leq \left(\mathbf{I}_{i,k} \times vdis_{i,t} \right) + \left(\mathbf{g}_{i,k} \times vdef_{i,t} \right) + gh_{i,k}$$

sendo:

$$\begin{aligned} vdef_{i,t} &= (Q_{i,t} + s_{i,t}) \Delta t \\ vdis_{i,t} &= v_{i,t} + \frac{\left[a_{i,t} \Delta t + \sum_{j \in M_i} vdef_{j,t} \right]}{2} \\ Q_{i,t} &\leq \bar{Q}_{i,t} \\ GH_{i,t} &\leq \overline{GH}_{i,t} \end{aligned}$$

onde:

- $v_{i,t}$ volume armazenado no i -ésimo reservatório no início do estágio t
- $a_{i,t}$ afluência incremental a i -ésima usina no estágio t
- $Q_{i,t}$ vazão turbinada pela i -ésima usina durante o estágio t
- $\bar{Q}_{i,t}$ limite de turbinamento da i -ésima usina durante o estágio t
- $s_{i,t}$ volume vertido pela i -ésima usina durante o estágio t

$vdef_{i,t}$	volume defluente pela i -ésima usina durante o estágio t
$vdis_{i,t}$	volume disponível no i -ésimo reservatório no estágio t
$\lambda_{i,k}$	coeficiente da aproximação linear côncava, $(\partial G/\partial x _{(x_i,y_j)})$
$\gamma_{i,k}$	coeficiente da aproximação linear côncava, $(\partial G/\partial y _{(x_i,y_j)})$
$gh_{i,k}$	termo independente da aproximação linear côncava
$GH_{i,t}$	energia produzida pela i -ésima usina durante o estágio t
$\overline{GH}_{i,t}$	energia disponível na i -ésima usina para o estágio t
Δt	duração do estágio t
k	nº de restrições da função de produção da i -ésima usina
M_i	Conjunto de usinas imediatamente a montante de I

Caso a curva de demanda seja representada por patamares (item 5.2), a energia produzida pelas usinas hidráulicas ($GH_{i,t}^\tau$) em cada patamar será calculada por:

$$GH_{i,t}^\tau \leq (\lambda_{i,k} \times vdis_{i,t}^\tau) + (\gamma_{i,k} \times vdef_{i,t}^\tau) + gh_{i,k}$$

Ressalte-se que, nesta expressão, o volume defluente pelo reservatório i em cada patamar τ no estágio t é calculado pela expressão:

$$vdef_{i,t}^\tau = (Q_{i,t}^\tau + s_{i,t}^\tau) \Delta \tau$$

e o volume disponível no i -ésimo reservatório no estágio t é uma função do volume total defluente em todos os patamares, isto é:

$$vdis_{i,t} = v_{i,t} + \frac{\left[a_{i,t} \Delta t + \sum_{j \in M_i} \left(\sum_{\tau=1}^P vdef_{j,t}^\tau \Delta \tau \right) \right]}{2}$$

Assim, embora o volume disponível médio no reservatório no estágio em foco seja considerado constante para todos os patamares da curva de carga, a produção de energia em cada patamar leva em conta explicitamente o volume total defluente durante o patamar.

6 Referências

- [1] Benders, J. F., "Partitioning procedures for solving mixed variables programming problems", *Numer. Math.*, 4, 238-252, 1962.
- [2] Costa, J.P., Prado, S., Gorenstin, B.G., Sá Jr., C.L.C., Modelo DECOMP – Termo de Referência do Protótipo (1994). Brasil.
- [3] Cunha, S.H.F, Prado, S. e Costa, J.P., "Modelagem da produtividade variável de usinas hidrelétricas com base na construção de uma função de produção energética", XII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, ABRH, anais 2, 391-397, Nov 1997.
- [4] GCOI. Determinação de Intercâmbios de Energia entre Subsistemas Equivalentes pela Equalização do Valor da Água. Relatório SCEN/GTMC-01/87.
- [5] GCOI. Descrição de Funções e Procedimentos para a Elaboração do Programa Mensal de Operação e suas Revisões. Relatório SCEN/GTMC-02/92.
- [6] GCOI. Funções da Programação Diária da Operação dos Sistemas Interligados Sul e Sudeste. Relatório SCEN/GTMC-02/94.
- [7] Gorenstin, B.G., Costa, J.P., Pereira, M.V.F., Araripe Neto, T.A., Otimização Estocástica da Operação de um Sistema Multireservatório (1989), X SNPTEE, Brasil.
- [8] Lasdon, L. S., "*Optimization theory for large systems*", McMillan Company, New York, 1970.
- [9] Pereira, M.V.F., Pinto, L.M.V.G., "Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system: a decomposition approach", *Water Res. Res.*, vol 21, n 6, 779-792, June, 1985.
- [10] Terry, L. A. et al., "Coordinating the Energy Generation of the Brazilian National Hydrothermal Electrical Generating System", *Interfaces* 16, Jan-Feb 1986, pp 16-38.

7 Anexos

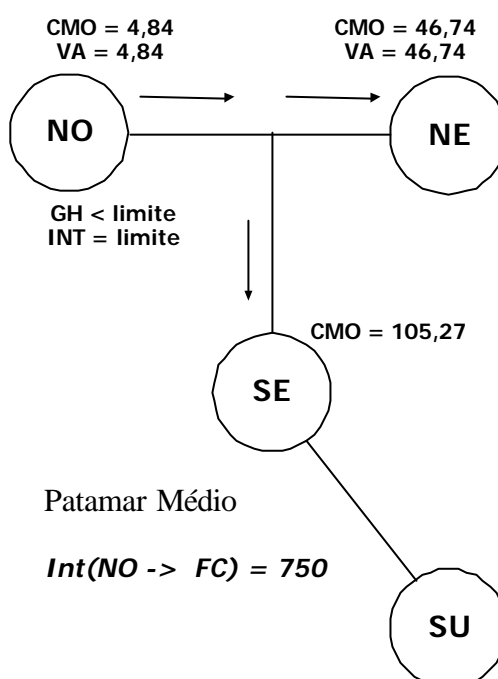
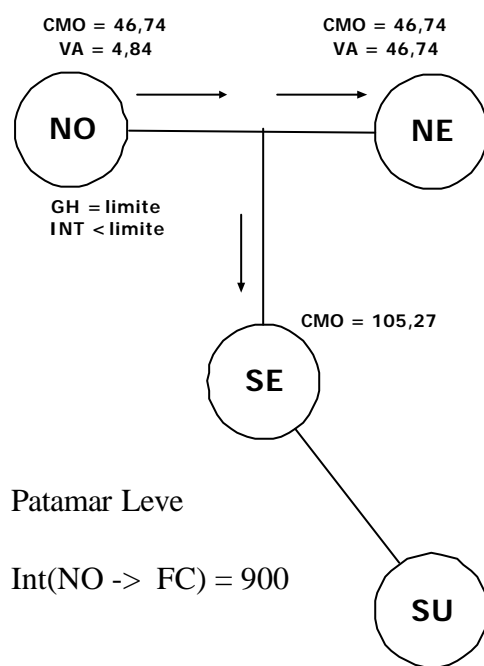
7.1 Caso-Exemplo de Ocorrência de CMO Negativo no Modelo:

A seguir apresenta-se um caso exemplo de uma situação onde pode ocorrer um CMO negativo nos resultados do modelo, conforme explicado no item 5.2.

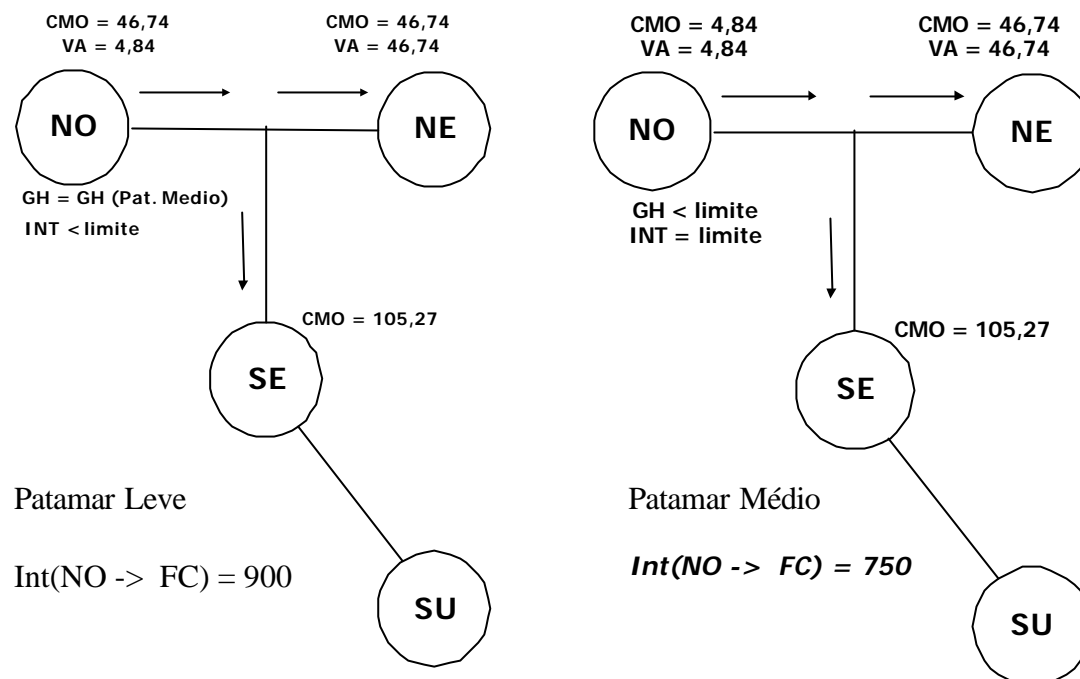
Neste exemplo, o limite de intercâmbio entre os subsistemas NE e NO é de 900 MW para o patamar leve, baixando para 750 MW no patamar médio. Este é um caso de uma restrição física diferente por patamar.

Mostra-se o comportamento do modelo nos dois casos: sem e com a utilização de restrições escada, e o cálculo do CMO para o subsistema Norte, no patamar médio, com a restrição escada..

Situação sem restrições – escada:



Situação com restrições – escada:



Duração dos Patamares:

Leve: 61h
 Médio: 89 h
 Pesado: 18 h

Cálculo do CMO para o subsistema Norte, no patamar médio, com a restrição escada:

$$\begin{array}{ccccccc}
 \text{CMO} = & 4,84 & + & 4,84 (61/89) & - & 46,74 (61/89) & = -23,88 \\
 & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\
 & \text{Custo Incremental} & & \text{CI de Geração no} & & \text{Benefício Incremental} & \\
 & \text{de Geração no NO} & & \text{NO no patamar} & & \text{de Geração no NE no} & \\
 & \text{no patamar médio} & & \text{leve} & & \text{patamar leve} &
 \end{array}$$

7.2 Cálculo da Energia Afluente Média no primeiro mês de estudo:

Para o cálculo da energia afluente média no primeiro mês são utilizadas as seguintes variáveis:

N_{sp} : número de semanas passadas ao mês corrente (1º mês);

N_{sem} : número de semanas do 1º mês do estudo;

N_{dias} : número de dias do mês seguinte incluídos na última semana do 1º mês;

ES_i : energias afluentes nas semanas passadas ao início do período de estudo (informadas através do registro ES no arquivo DADGER.XXX);

EA_j : energias afluentes nas semanas do período de estudo (calculadas a partir das vazões afluentes lidas no arquivo VAZOES.XXX).

O número de horas NH_{nsem} na última semana do primeiro mês é calculada através da expressão

$$NH_{nsem} = 168 - 24 \times N_{dias}$$

O cálculo da Energia Afluente Média, para cada subsistema, é feito da seguinte forma:

$$EAF_{L_{média}} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N_{sp}} ES_i \times 168 \right) + \left(\sum_{j=1}^{N_{sem}-1} EA_j \times 168 \right) + (EA_{N_{sem}} \times NH_{nsem})}{168 \times (N_{sp} + N_{sem} - 1) + NH_{nsem}}$$