



Universidade Federal da Paraíba
Centro de Informática
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional

MODELO DE BALANÇO ENERGÉTICO HÍBRIDO, CONTENDO FONTES
INTERMITENTES, BASEADA EM PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL
ESTOCÁSTICA

Jefferson Bezerra dos Santos

Qualificação de Mestrado apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em Modelagem
Matemática e Computacional, UFPB, da
Universidade Federal da Paraíba, como parte
dos requisitos necessários à obtenção do título
de Mestre em Modelagem Matemática e
Computacional.

Orientadores: Camila Mara Vital Barros
Sérgio de Carvalho Bezerra

João Pessoa
Fevereiro de 2020

MODELO DE BALANÇO ENERGÉTICO HÍBRIDO, CONTENDO FONTES
INTERMITENTES, BASEADA EM PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL
ESTOCÁSTICA

Jefferson Bezerra dos Santos

QUALIFICAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE
PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL
(PPGMMC) DO CENTRO DE INFORMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL
DA PARAÍBA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM MODELAGEM
MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL.

Examinada por:

Prof. Nome do Primeiro Examinador Sobrenome, D.Sc.

Prof. Nome do Segundo Examinador Sobrenome, Ph.D.

Prof. Nome do Terceiro Examinador Sobrenome, D.Sc.

JOÃO PESSOA, PB – BRASIL
FEVEREIRO DE 2020

Resumo da Qualificação apresentada ao PPGMMC/CI/UFPB como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MODELO DE BALANÇO ENERGÉTICO HÍBRIDO, CONTENDO FONTES
INTERMITENTES, BASEADA EM PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL
ESTOCÁSTICA

Jefferson Bezerra dos Santos

Fevereiro/2020

Orientadores: Camila Mara Vital Barros
Sérgio de Carvalho Bezerra

Programa: Modelagem Matemática e Computacional

Com o aumento da demanda por energia elétrica e o apelo das fontes renováveis, grandes avanços tecnológicos são indispensáveis para um crescimento eficiente e sustentável. No Brasil a hidrelétrica é a principal fonte de geração de energia. No entanto, devido ao aumento desproporcional da demanda e a escassez de chuvas, tem sido necessário a ativação de termelétricas para suprir a demanda. Consequentemente, isto acarreta em um aumento na fatura dos consumidores residenciais. Neste contexto, este trabalho tem como finalidade analisar, as consequências que o aumento da demanda e variações de produtividade associados a problemas energéticos, podem ocasionar no gerenciamento do balanço energético. Vislumbrando a necessidade de realizar um gerenciamento adequado do despacho de energia, de modo a minimizar os custos da geração e uma diminuição do impacto ambiental, neste trabalho foi proposto um estudo baseado em Programação Dinâmica Dual Estocástica para sistemas hidrotérmicos (hidrelétricas e termelétricas). De fato, ao variar a produtividade e a demanda se identifica qual a configuração de despacho que apresenta o menor custo esperado para a geração do sistema.

Abstract of Dissertation presented to PPGMMC/CI/UFPB as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

THESIS TITLE

Jefferson Bezerra dos Santos

February/2020

Advisors: Camila Mara Vital Barros

Sérgio de Carvalho Bezerra

Program: Computational Mathematical Modelling

In this work, we present ...

Sumário

Lista de Figuras	vi
Lista de Tabelas	vii
Lista de Símbolos	viii
Lista de Abreviaturas	x
1 Introdução	1
1.1 Contextualização	1
1.2 Objetivos	2
1.2.1 Objetivos Gerais	2
1.2.2 Objetivos Específicos	2
1.3 Metodologia	3
1.4 Estrutura da proposta	3
1.5 Considerações finais	4
2 Estado da Arte	5
2.1 Revisão bibliográfica	5
2.2 Considerações finais	7
3 Fundamentação Teórica	8
3.1 Despacho de energia	8
3.2 Programação Dinâmica Dual Estocástica	11
3.3 Considerações finais	23
4 Resultados Parciais	24
4.1 Considerações finais	36
5 Proposta da Dissertação	37
Cronograma de atividades	38
Referências Bibliográficas	39

Lista de Figuras

3.1	Representação do acoplamento espacial e temporal.	10
3.2	Dilema do operador.	11
3.3	Representação dos estágios.	12
3.4	Exemplo de um conjunto poliedral \mathbb{R}^3	13
3.5	Relação entre o domínio e o conjunto viável D	14
3.6	Representação dos estágios para o caso estocástico.	19
4.1	Simulação para cenários de probabilidade $p = 0.1$ e $1 - p = 0.9$	25
4.2	Simulação da curva de custo esperado $p = 0.1$ e $1 - p = 0.9$	26
4.3	Simulação para cenários de probabilidade $p = 0.2$ e $1 - p = 0.8$	27
4.4	Simulação da curva de custo esperado $p = 0.2$ e $1 - p = 0.8$	28
4.5	Simulação para cenários de probabilidade $p = 0.5$ e $1 - p = 0.5$	29
4.6	Simulação da curva de custo esperado $p = 0.5$ e $1 - p = 0.5$	30
4.7	Simulação para cenários de probabilidade $p = 0.7$ e $1 - p = 0.3$	31
4.8	Simulação da curva de custo esperado $p = 0.7$ e $1 - p = 0.3$	32
4.9	Simulação para cenários de probabilidade $p = 1.0$ e $1 - p = 0.0$	33
4.10	Simulação da curva de custo esperado $p = 1.0$ e $1 - p = 0.0$	34
4.11	Configurações para o despacho hidrotérmico.	36

Lista de Tabelas

A.1	Simulação com produtibilidade 1,0 para os cenários $p = 0.1$ e $1 - p = 0.9$	41
A.2	Simulação com produtibilidade 1,4 para os cenários $p = 0.1$ e $1 - p = 0.9$	42
A.3	Simulação com produtibilidade 1,5 para os cenários $p = 0.1$ e $1 - p = 0.9$	43
A.4	Simulação com produtibilidade 1,6 para os cenários $p = 0.1$ e $1 - p = 0.9$	44
A.5	Simulação com produtibilidade 1,8 para os cenários $p = 0.1$ e $1 - p = 0.9$	45
A.6	Simulação com produtibilidade 2,0 para os cenários $p = 0.1$ e $1 - p = 0.9$	46
A.7	Simulação com produtibilidade 1,0 para os cenários $p = 0.2$ e $1 - p = 0.8$	47
A.8	Simulação com produtibilidade 1,4 para os cenários $p = 0.2$ e $1 - p = 0.8$	48
A.9	Simulação com produtibilidade 1,5 para os cenários $p = 0.2$ e $1 - p = 0.8$	49
A.10	Simulação com produtibilidade 1,6 para os cenários $p = 0.2$ e $1 - p = 0.8$	50
A.11	Simulação com produtibilidade 1,8 para os cenários $p = 0.2$ e $1 - p = 0.8$	51
A.12	Simulação com produtibilidade 2,0 para os cenários $p = 0.2$ e $1 - p = 0.8$	52
A.13	Simulação com produtibilidade 1,0 para os cenários $p = 0.5$ e $1 - p = 0.5$	53
A.14	Simulação com produtibilidade 1,4 para os cenários $p = 0.5$ e $1 - p = 0.5$	54
A.15	Simulação com produtibilidade 1,5 para os cenários $p = 0.5$ e $1 - p = 0.5$	55
A.16	Simulação com produtibilidade 1,6 para os cenários $p = 0.5$ e $1 - p = 0.5$	56
A.17	Simulação com produtibilidade 1,8 para os cenários $p = 0.5$ e $1 - p = 0.5$	57
A.18	Simulação com produtibilidade 2,0 para os cenários $p = 0.5$ e $1 - p = 0.5$	58

Lista de Símbolos

\min	Minimização, p. 11
A_i, B_i, E_i	Matrizes de dimensão (m, n) , para $i = 1, 2, \dots$, p. 12
D	Conjunto viável pertecendo ao R^n , p.12
$E(x)$	Valor Esperado, p. 17
$R(m, n)$	Espaço da matrizes (m,n), p. 15
R^n	Espaço Euclidiano, p. 12
Ψ	Subconjunto do R^n , p. 12
$\alpha, \alpha_i, i = 1, 2 \dots$	Variável escalar, p. 15
$\beta_i, i = 1, 2 \dots$	Variável escalar, p. 20
\geq	Maior ou igual que, p. 11
\in	Pertence, p. 13
$\langle c_1, x_1 \rangle$	Produto Interno Euclidiano, p. 12
\leq	Menor ou igual que, p. 13
\max	Maximização, p. 15
$\omega_{ij}, i = 1, 2 \dots, j = 1, 2 \dots$	Cenários de probabilidade, p. 18
$\pi, \pi_i, i = 1, 2 \dots$	Variável dual, p. 15
\sum	Somatório, 18
c_i, x_i	Vetores do R^n com $i = 1, 2, \dots$, p. 11
$f(x)$	Função objetivo , p. 12
$g_i, i \leq 1, 2 \dots$	Hiperplano do R^n , p. 13

$h_i, i = 1, 2 \dots$	Semi-espaco do R^n , p. 13
$p(x)$	Função de probabilidade, p. 17
Gmax	Produção Máxima da terméletricas, p. 24

Lista de Abreviaturas

CCC	Conta de Consumo de Combustíveis, p. 9
G1	Produção da Termelétrica T1, p. 24
G2	Produção da Termelétrica T2, p. 24
H1	Hidrelétrica 1, p. 24
H2	Hidrelétrica 2, p. 24
ONS	Operador Nacional de Energia, p. 8
PDDE	Programação Dinâmica Dual Estocástica, p. 1
SIN	Sistema Interligado Nacional, p. 8
T1	Termelétrica 1, p. 24
T2	Termelétrica 2, p. 24
VIC	Volume Incremental, p. 24
VI	Volume Inicial, p. 24
VTH1	Volume Turbinado de H1, p. 24
VTH2	Volume Turbinado de H2, p. 24
VV	Volume Vertido, p. 24

Capítulo 1

Introdução

Neste capítulo é abordado a contextualização do problema de planejamento energético. Os objetivos da pesquisa, a metodologia utilizada e por fim a estrutura do trabalho.

1.1 Contextualização

A crescente necessidade pelo atendimento à demanda tem ocasionado um aumento da complexidade dos sistemas de geração de energia elétrica. Em contrapartida, a pesquisa por uma geração de energia que favoreça o desenvolvimento sustentável tornou-se um dos principais temas debatidos no cenário internacional. O sistema brasileiro é constituído predominantemente por um sistema interligado hidrotérmico, tendo como características principais o intercâmbio de energia entre regiões e a possibilidade de complementaridade existente entre as hidrelétricas e as termelétricas [14] e [1].

Em um planejamento hidrotérmico os aspectos de relevância são: acoplamento espacial, acoplamento temporal e o componente estocástico dos reservatórios. Em cada estágio do planejamento é necessária a tomada de decisão fazendo-se a escolha pela quantidade gerada de energia proveniente das termelétricas e das hidrelétricas. Neste contexto, atualmente destaca-se a Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE), pois possibilita uma flexibilidade para a descrição do acoplamento temporal e espacial existente entre as usinas hidrelétricas, além de permitir o planejamento em vários cenários de afluências proporcionando-se a modelagem da incerteza dos reservatórios. Contudo, dependendo da quantidade elevada de cenários para o planejamento nem sempre é possível que a técnica de PDDE obtenha uma configuração ótima para todos os cenários considerados, tornando-se sua principal desvantagem.

Diversos trabalhos na literatura utilizam a PDDE como forma de planejamento. Um estudo recente da técnica de construção de árvore de cenários para

a PDDE pode ser encontrado em [13]. O estudo sobre modelagem hidrotérmica não convexa utilizando PDDE para restrições não lineares envolvendo reservatórios de hidrelétricas é encontrado em [5]. Uma análise comparativa entre Programação Dinâmica Primal Estocástica e PDDE para modelo hidrotérmico de longo prazo é descrita em [12]. A utilização de um método decisor para auxílio da PDDE foi proposto por [7]. Um método baseado em amostragem foi utilizado para construção de cenários por [8]. Por fim, foi proposto por [6] uma metodologia para o melhoramento da PDDE em relação ao aspecto computacional por meio da seleção de hiperplanos utilizados nas iterações.

Neste trabalho foi feita a análise dos pontos críticos de demanda e de produtibilidade em modelos hidrotérmicos que utilizam a PDDE. Tendo como intuito verificar quais as consequências nas variações da demanda e da produtibilidade no valor total do custo esperado. Vale destacar a obtenção de duas configurações de despacho considerando-se o aspecto macro, ou seja, ordem de acionamento das hidrelétricas e das termelétricas, com o aumento da demanda e dos níveis de produtibilidade. Ao final se detecta qual cenário apresenta o menor custo esperado de produção de geração de energia elétrica, dentro das situações modeladas.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos Gerais

Os objetivos gerais deste trabalho são:

- Análise da variação da produtibilidade de um modelo hidrotérmico em relação aos cenários de planejamento.
- O modelamento misto de um modelo hidrotérmico em regime de complementaridade com fontes de energia renováveis eólica e solar.
- Análise do custo esperado do sistema misto para verificação de sua viabilidade.
- Análise dos principais cenários que envolvem o sistema brasileiro.
- Verificar se o modelo misto representa de maneira adequada o problema de planejamento energético.

1.2.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Construção de um algoritmo ótimo computacionalmente para o planejamento.
- Análise de possíveis erros do modelo.

1.3 Metodologia

Primeiramente realizou-se uma revisão bibliográfica sobre o setor energético brasileiro. Dessa revisão observou-se que o Brasil é constituído por um sistema energético do tipo hidrotérmico de grande porte. No qual a principal metodologia utilizada é técnica de Programação Dinâmica Dual Estocástica, pois, tal técnica possui a capacidade de realizar o planejamento sobre cenários de incerteza. Além, de possui uma implementação computacional relativamente simples.

A segunda etapa do trabalho foi o entendimento da técnica e sua reprodução computacional para teste de verificação se tal técnica, realmente poderia ser utilizada como as pesquisas afirmavam. Foi verificado que realmente a técnica de Programação Dinâmica Dual Estocástica possui bons resultados e possui uma flexibilidade no planejamento de cenários.

Na terceira etapa buscou-se alguma melhoria ou resultado vantajoso do modelo que ainda não fosse observado na base bibliográfica. Dessa forma, os principais conceitos analisados foram: os cenários, o custo esperado e a produtibilidade. Notou-se que uma variação de produtibilidade fazia que o modelo modifica-se sua configuração de forma excepcional. Portanto, foram feitas extensivas simulações para averiguar se tal mudança realmente estava ocorrendo em todos os cenários de planejamento utilizados. Finalmente, constatou-se que realmente a mudança de produtibilidade fazia que o sistema modifica-se totalmente a sua configuração independentemente da probabilidade de ocorrência do cenário.

1.4 Estrutura da proposta

O presente trabalho é estruturado da seguinte forma:

Capítulo 1: Introdução

Neste capítulo é apresentado o contexto do problema, os objetivos gerais e específicos do trabalho, a metodologia e a estrutura do trabalho.

Capítulo 2: Estado da arte

Descrever as atuais e principais pesquisas relevantes para o trabalho.

Capítulo 3: Fundamentação Teórica

Neste capítulo é tratado o problema para o despacho hidrotérmico e estrutura do modelo de planejamento baseado em Programação Dinâmica Dual Estocástica.

Capítulo 4: Resultados Parciais

Os resultados parciais do modelo de despacho para o caso hidrotérmico. Em

particular a análise da variação de produtividade para o modelo.

Capítulo 5: Proposta da Dissertação

Neste capítulo é abordado a proposta da dissertação, isto é, a utilização de fontes de energia renováveis em regime de complementaridade com as hidrelétricas e termelétricas.

1.5 Considerações finais

Nesse capítulo foi abordado a contextualização do problema de planejamento energético, os objetivos da pesquisa, a metodologia a ser utilizada e a estrutura do trabalho.

Capítulo 2

Estado da Arte

No capítulo anterior foi abordado a contextualização do trabalho, os objetivos, a metodologia da pesquisa e a estrutura do trabalho. Neste capítulo é realizada uma revisão bibliográfica sobre o estado da arte para o tema estudado. Verificou-se que no planejamento energético para sistemas hidrotérmicos a principal técnica utilizada é a Programação Dinâmica Dual Estocástica. Desta forma, foi realizado um profundo estudo sobre a técnica deste sua fundamentação teórica até sua implementação.

2.1 Revisão bibliográfica

A técnica da Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) é baseada na decomposição de Benders [2]. Sua ideia principal é evitar o problema relacionado com a discretização do espaço de estados por meio da utilização da dualidade de um problema de otimização [9] e [3].

Em 2004 foi realizado uma análise da Programação Dinâmica Dual Estocástica por [12] para malha aberta parcial em comparação com a malha fechada do sistema. Sua principal justificativa deve-se ao fato que a PDDE mesmo em sistemas simples demanda um esforço computacional não desprezível. A sua principal contribuição foi a modelagem por meio de um modelo auxiliar determinístico o qual tem como função a tomada de decisão para a mudança de cenários no modelo de PDDE. Foi observado resultados vantajosos para sua metodologia, particularmente em períodos de estriagem.

O método baseado em construções de cenários por meio de amostragem foi proposto por [8] utilizando-se de simulação de Monte Carlo usual, hipercubo latino e Monte Carlo Randonizado. Os dois objetivos principais na utilização das técnicas mencionadas foram a construção dos cenários. Além, de utilizar técnicas baseadas em testes de hipótese para a construção de critérios de parada robustos para o problema de planejamento energético por meio da PDDE.

Na utilização da técnica da PDDE o problema relacionado aos cortes por hiperplanos para vários cenários pode ser necessário um grande esforço computacional. Nessa perspectiva foi proposto por [6] melhorias da técnica de PDDE em relação a implementação computacional. O metodologia utilizada foi a utilização de uma medida para o selecionamento dos cortes por hiperplanos para cada iteração. O principal resultado foi diminuição do tempo computacional do modelo sem percas significativas na qualidade da solução.

No planejamento hidrotérmico as incertezas do ambiente possuem grande importância. Em 2012 foi proposto por [5] o modelamento do planejamento hidrotérmico por meio da PDDE para um conjunto não convexo. O seu intuito era o planejamento utilizando o modelo hidrotérmico para o caso do fenômeno de cabeça d'água de uma usina hidrelétrica. Pelo fenômeno ser de natureza não linear houve uma modificação no modelo de PDDE para a adequação do planejamento. Para o modelamento para o caso do conjunto viável ser de natureza convexa é possível a aplicação direta do método de relaxação de Benders. Sua principal contribuição foi superar a dificuldade apresentada utilizando-se da técnica de RL para o planejamento estocástico não linear.

O método de decisão do sistema possui característica importante para o problema do tipo PDDE. Nesse intuito foi formulado em 2012 [7] um método para auxiliar a técnica de PDDE no processo decisivo. O método utilizar a função denominada função de utilidade com a qual é possível a análise de decisores para o planejamento permitindo obter informações sobre os riscos no planejamento. A metodologia utilizada nessa abordagem foi constituída por três formas para o planejamento. A primeira baseada em uma discretização, a segunda baseada em uma forma contínua e a terceira utilizando-se um modelo já desenvolvido como forma de apoio.

Na utilização da PDDE existe duas principais abordagens a construção de cenários e a utilização de métodos de amostragem. Em 2016 foi proposto por [13] a unificação das técnicas no intuito da formulação de um modelo robusto de PDDE. Pois, os métodos por cenários possuem a desvantagem da necessidade de um grande número de cenários. Por outro lado métodos de amostragem necessitam de uma escolha razoável para a descrição do conjunto observado podendo ser uma representação razoável ou não representa de maneira adequada. Entre os principais resultados da abordagem foram: a construção de algoritmo robusto para o modelamento da incerteza por meio de cenários e amostragem, particularmente o modelo foi aplicado para um caso real do Panamá.

2.2 Considerações finais

Nesse capítulo foram abordados alguns dos trabalhos sobre o tema proposto. Vale destacar que o planejamento energético possui características que o tornam bastante complexo. Desta forma, há uma grande quantidade de metodologias e técnicas na busca de um planejamento eficiente, contudo, a técnica que recebe maior destaque é a PDDE.

Capítulo 3

Fundamentação Teórica

No capítulo anterior foi abordado algumas da pesquisas sobre o tema abordado. Neste capítulo será definido o problema de planejamento energético para o caso hidrotérmico e a estrutura do planejamento baseado na Programação Dinâmica Dual Estocástica.

3.1 Despacho de energia

No gerenciamento e transmissão da energia elétrica, o Brasil possui o Sistema Interligado Nacional (SIN) gerenciado pelo Operador Nacional de Energia (ONS) correspondendo as regiões Sul, Sudeste, Centro-Oeste, Nordeste e parte do Norte. O SIN é responsável por abrigar cerca de 96,6% de toda a capacidade de produção de energia do Brasil, seja por meio de fontes internas de energia ou pela importação de energia como ocorre na usina de Itaipu mediante o controle compartilhado com o Paraguai[1]. A adoção do SIN é justificada tendo por base: o intercâmbio energético, a complementaridade entre fontes de geração de energia e pela sua capacidade de expansão.

O intercâmbio energético permite que regiões que estejam vinculada ao SIN possam auxiliar no suprimento da demanda de outras de regiões que por algum fator interno ou externo não conseguem manter a demanda na sua localidade[1]. Por exemplo, considerando-se que determinadas regiões brasileiras podem sofrer com a escassez de chuva o que implica na baixa pluviosidade. Essa região corre o risco de enfrentar problemas de abastecimento caso sua fonte de geração de energia elétrica seja por meio de hidrelétricas. Nesse tipo de situação é totalmente possível que outra região que não esteja enfrentando problemas de escassez, auxiliar enviando energia elétrica para atender a localidade que esteja enfrentando problemas de abastecimento.

A complementaridade entre fontes de energia tem o mesmo princípio do intercâmbio, contudo seu principal objetivo é permitir que uma ou mais regiões sejam abastecidas por diferente tipos de fonte de energia no intuito do sistema

funcionar da melhor forma possível [14]. Isto é, localidades que possuem como sua principal fonte de energia a hidrelétrica podem sofrer com o baixos índices de seus reservatórios. Nesse tipo de situação é comum a ativação de termelétricas para auxiliar o abastecimento. Esse é um exemplo típico de complementaridade oferecido pelo SIN.

Uma vez que a energia elétrica gerada pela hidrelétrica possui um custo menor que a mesma quantidade de energia elétrica produzida por uma termelétrica, portanto, deve-se manter como meta a utilização da hidrelétrica para diminuir possíveis custos ao consumidor[14]. Contudo, apesar da termelétrica possui um custo maior para a geração de energia essa não possui o problema de abastecimento da hidrelétrica. Portanto, a complementaridade para este caso seria configurar a utilização da hidrelétrica para a maioria dos casos e a ativação da termelétrica para auxiliar caso houvesse um pico de demanda ou problemas de abastecimento por fatores como a pluviosidade.

A expansão é caracterizada por permitir que o SIN ao longo do tempo tenha condições de assimilar outras hidrelétricas ou regiões permitindo que o sistema possua condições de garantir a demanda mesmo com o aumento do consumo ou possíveis problemas de abastecimento por outros fatores internos ou externos. Por exemplo, em 2003 o SIN possuía 77,6 mil quilômetros de rede no período de 2008 sua extensão era 89,2 mil quilômetros de rede [1].

O custo associado a produção de energia é uma das variáveis que influencia o preço. Na análise do sistema o preço varia conforme o tipo de energia utilizada [1]. Desta forma, o planejamento energético depende do custo de produção para determinar o despacho de energia. O despacho de energia é definido como quais usinas devem ser mantidas ativas e quais precisam ser desativadas tomando-se em consideração a demanda, a oferta e o custo de produção do sistema.

Na análise do custo de produção para o despacho de energia outro fator a ser considerado são os sistemas isolados. Os sistemas isolados estão localizados principalmente na região Norte, estados como Amazonas, Roraima, Acre, Amapá e Rondônia. Esta denominação deve-se por não estarem interligados ao SIN e por não permitirem um intercâmbio com outras regiões devido as características geográficas. O funcionamento dos sistemas isolados é predominantemente térmico. Os custos para a geração de energia nesses sistemas são superiores ao SIN por serem predominantemente térmicos e pela sua localização requerer alto custo no transporte de combustíveis [1]. Como alternativa para o barateamento da energia gerada pelos sistemas isolados foi constituído imposto denominado Conta de Consumo de Combustíveis (CCC) que permite subsidiar a compra de combustíveis garantindo que população dessas localidades tenha alguns dos benefícios do SIN.

A produção de eletricidade no sistema brasileiro tem como objetivo prin-

principal minimizar os custos de operação e garantir o suprimento de energia em todo o país [14]. Devido ao SIN ser constituído predominantemente por um sistema hidrotérmico(hidrelétricas e termelétricas em regime de complementaridade) este é afetado pela incerteza associada a pluviosidade das regiões que o constituem[1]. Além da pluviosidade o sistema hidrotérmico brasileiro é constituído pelas seguintes características:

- *Sazonalidade intra natural.* Além da variabilidade natural ocorre uma variação entre as estações do ano.
- *A complementariedade e diversidade regional.* As bacias brasileiras possuem características físicas e climáticas distintas. Outro ponto a ser observado é que no momento que ocorre uma estiagem no Nordeste as bacias do Sul podem estar com um alto nível dos reservatórios dada a pluviosidade da região, ou seja, há uma complementariedade entre as regiões do Brasil.
- *O acoplamento espacial.* Na estrutura de cascata as usinas que estão mais perto da jusante possuem dependência de usinas mais perto da montante.
- *O acoplamento temporal.* Na estrutura de cascata decisões sobre a utilização possuem consequências no futuro.
- *Custo termelétrico.* Usinas termelétricas possuem um custo alto de produção elétrica em relação às hidrelétricas.
- *Aspecto ambiental.* Usinas termelétricas possuem um alto impacto ambiental ocasionado pela queima de combustível.

As características mencionadas caracterizam o problema de despacho de energia hidrotérmico. A figura(3.1) exemplifica o acoplamento temporal e espacial entre as usinas em cascata.

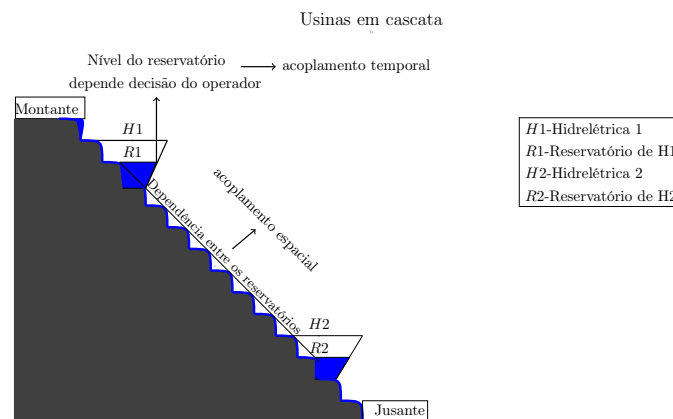


Figura 3.1: Representação do acoplamento espacial e temporal.

Portanto, no planejamento do despacho hidrotérmico a demanda do sistema deve ser garantida de forma a não prejudicar o abastecimento, ao mesmo tempo a geração termelétrica associada aos sistemas isolados possui um custo elevado. Esse custo deve ser considerado para não ocasionar um aumento desagradável no preço associado ao sistema de energia brasileiro. Nesse contexto, uma definição mais ampla de despacho de energia seria o planejamento eficiente do sistema energético observando características como, demanda, oferta, custo e as configurações do sistema. Para sistemas hidrotérmicos as características do despacho podem ser resumidas no dilema do “operador” dado pelo diagrama a seguir.

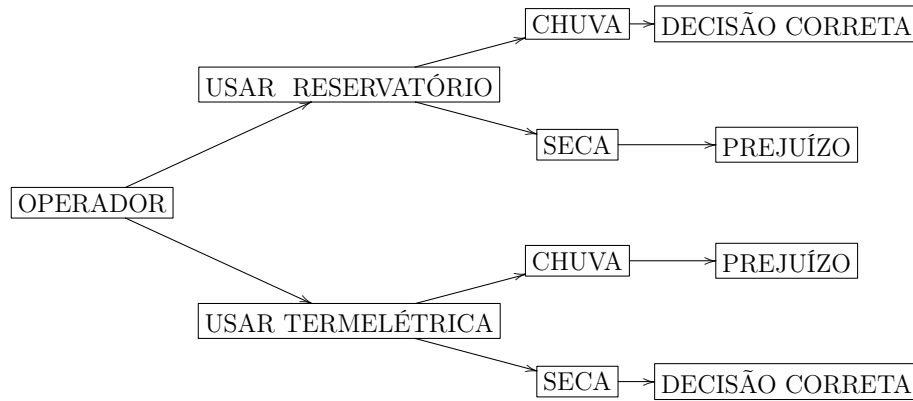


Figura 3.2: Dilema do operador.

Conforme o diagrama na figura(3.2) o operador do sistema pode ter prejuízo associado a sua escolha dado o componente estocástico relacionado aos reservatórios das hidrelétricas. Pela complexidade do sistema hidrotérmico brasileiro este tipo de decisão possui um grau de dificuldade que transcende a simplicidade. Portanto, o sistema hidrotérmico brasileiro possui características que dificultam o planejamento por esse ser suscetível a mudanças ambientais e picos de demanda. Uma vez que o problema de despacho de energia para o caso hidrotérmico foi definido a próxima seção estabelece o modelo de programação dinâmica dual estocástica utilizado no planejamento energético para o caso hidrotérmico.

3.2 Programação Dinâmica Dual Estocástica

Na construção do modelo considera-se primeiramente o caso determinístico supondo um problema de operação em dois estágios de tal forma que afluência em cada usina hidrelétrica em qualquer estágio do tempo é conhecida [4]. Desta forma, podendo-se modelar o problema por:

$$\begin{aligned}
& \min \langle c_1, x_1 \rangle + \langle c_2, x_2 \rangle \\
& \text{tal que: } A_1 x_1 \geq b_1 \\
& E_1 x_1 + A_2 x_2 \geq b_2
\end{aligned} \tag{3.1}$$

- c_1 e c_2 são vetores que representam os custos relacionados ao 1 e 2 estágio respectivamente;
- x_1 e x_2 são vetores que representam as decisões tomadas 1 e 2 estágios respectivamente;
- b_1 e b_2 são os vetores de recursos no 1 e 2 estágios respectivamente;
- A_1 e A_2 são matrizes que representam o acoplamento espacial;
- E_1 é uma matriz que descreve o acoplamento temporal.

Observando-se o modelo 3.1 nota-se que a função a ser minimizada é o custo em cada estágio do sistema. O período de tempo do estágio a ser analisado depende do operador do sistema podendo ser dado por dia, semana, mês e ano. O tempo utilizado para o planejamento do sistema possui uma relevância considerável. Uma vez que o planejamento para um período de tempo suficiente longo ocorre a perda de informações advindas das mudanças naturais ou artificiais que ocorrem no ambiente [14]. As usinas em cascata possuem o acoplamento temporal e o acoplamento espacial. Portanto, para a viabilidade do planejamento tais características devem ser consideradas no modelo 3.1. Dessa forma, as matrizes A_1, A_2 e E_1 caracterizam o comportamento natural das usinas no planejamento. O problema descrito no modelo 3.1 pode ser interpretado como uma decisão em dois estágios. O problema de dois estágios é representado pelo diagrama na figura(3.3).

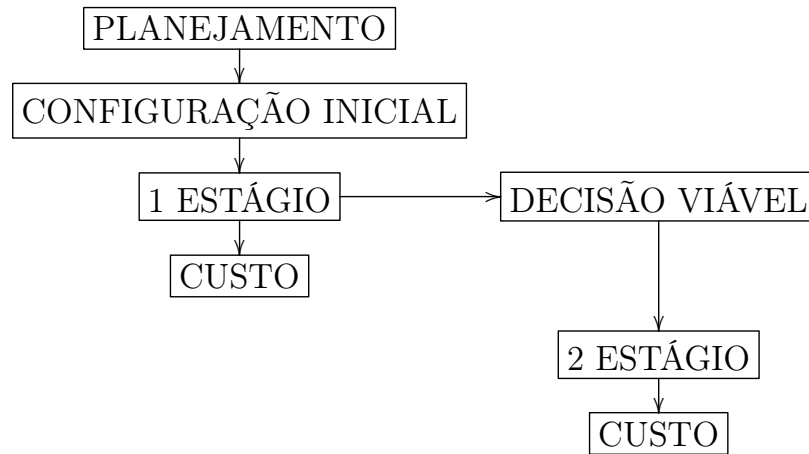


Figura 3.3: Representação dos estágios.

O problema abordado pelo modelo 3.1 é um problema de programação linear [9]. Portanto, para a resolução e interpretação correta do modelo é necessário os

principais conceitos de otimização. O problema de otimização é definido por: dados dois conjuntos D e Ψ subconjuntos do \mathbb{R}^n e uma função $f : \Psi \rightarrow \mathbb{R}$ o objetivo é encontrar um minimizador de f no conjunto D [9]. Isto é,

$$\min_{x \in D} f(x), \quad (3.2)$$

define-se o conjunto D como o conjunto viável do problema, os pontos de D serão chamados pontos viáveis e f será chamada de função objetivo. Nota-se que para modelo 3.1 tem-se que:

$$f(x) = \langle c_1, x_1 \rangle + \langle c_2, x_2 \rangle. \quad (3.3)$$

A função objetivo dada por 3.3 é linear. O conjunto viável D é constituído por todos os pontos x_1 e x_2 que satisfazem as inequações do modelo 3.1, o conjunto viável possui fundamental importância para a caracterização adequada do problema representado no modelo 3.1. Basicamente será considerado somente o caso do conjunto D ser um conjunto poliedral em \mathbb{R}^n , particularmente sendo convexo [9]. Isto é, o conjunto D pode ser definido pela intersecção de semi-espacos e hiperplanos em \mathbb{R}^n ou de forma equivalente,

$$D = \left\{ x \in \Psi; \begin{array}{l} h_i(x) = 0, i = 1, \dots, l \\ g_j(x) \leq 0, j = 1, \dots, m \end{array} \right\}. \quad (3.4)$$

Portanto, as inequações no modelo 3.1 representam os hiperplanos no \mathbb{R}^n . A figura(3.4) ilustra a definição 3.4.

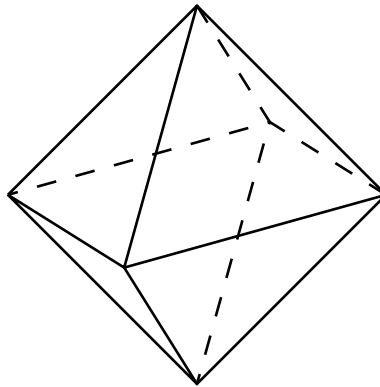


Figura 3.4: Exemplo de um conjunto poliedral \mathbb{R}^3 .

Finalmente para a caracterização completa do problema do modelo 3.1 a função objetivo $f(x)$ na qual se procura o ponto de mínimo pode apresentar restrições em seu domínio por meio do conjunto viável D caracterizando os problemas com e sem restrições. No problema descrito pelo modelo 3.1 o conjunto viável D é caracterizado pelas inequações ou hiperplanos, logo, um problema com restrições

no domínio da função objetivo 3.3. Portanto, quando a função objetivo $f(x)$ do problema 3.2 é linear e o conjunto viável é poliedral, particularmente convexo essa caracterização recebe a denominação de problema de programação linear. A figura 3.5 a seguir ilustrar as duas situações para problemas do tipo 3.2.

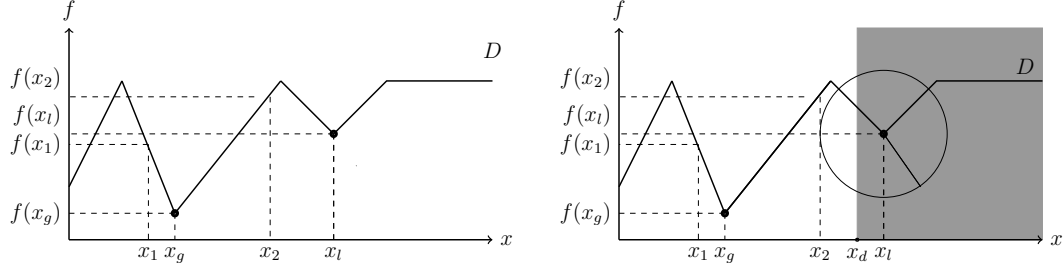


Figura 3.5: Relação entre o domínio e o conjunto viável D .

A esquerda da figura 3.5 representa o domínio sem restrições, portanto o conjunto viável é todo o domínio, por sua vez a direita da figura 3.5 representa restrições ao domínio, logo, o conjunto viável D é um subconjunto do domínio. O ponto de mínimo de $f(x)$ que é a solução do problema 3.2 é denominado ponto de ótimo possuindo como nomenclatura x^* . Para a resolução do problema descrito em 3.1 é escolhida uma decisão viável x_1 para o 1 estágio sendo denotada por x_1^* de tal forma que $A_1 x_1^* \geq b_1$. Nota-se que a priori não é possível obter nenhuma informação futura do sistema. Portanto, o operador do sistema somente possui condições para a escolha de uma configuração viável x_1 , nesse caso supondo-se que a decisão é ótima. Assim, o problema para decisão do estágio 2 pode ser reescrito como,

$$\begin{aligned} \min \langle c_2, x_2 \rangle \\ \text{tal que: } A_2 x_2 \geq b_2 - E_1 x_1^*. \end{aligned} \quad (3.5)$$

O problema(3.5) é um problema de programação linear e x_1^* é conhecido (decisão viável do primeiro estágio)[9]. Uma vez representadas as decisões viáveis tomadas no estágio 1 do problema o intuito é minimizar o custo da função objetivo para o 2 estágio. Dado que x_1^* é viável procura-se uma solução ótima para x_2 representado por x_2^* . A solução do estágio 2 depende das decisões tomadas no estágio 1. Portanto, o problema do estágio 2 pode ser visto como uma função do 1 estágio[4], isto é,

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_1) = \min \langle c_2, x_2 \rangle \\ \text{tal que: } A_2 x_2 \geq b_2 - E_1 x_1^* \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde α_1 representa o valor ótimo para o estágio 2. O problema 3.1 pode ser reescrito

como se segue,

$$\begin{aligned} & \min \langle c_1, x_1 \rangle + \alpha_1(x_1) \\ & \text{tal que: } A_1 x_1 \geq b_1. \end{aligned} \tag{3.7}$$

No problema 3.7 o conjunto viável possui uma dependência tanto da decisão viável do 1 estágio como também das decisões do 2 estágio. Para o planejamento esse tipo de dependência não é interessante, pois, o ideal seria encontrar uma forma de minimizar o custo sem a dependência das decisões do 2 estágio. Nesse intuito pode-se aplicar uma transformação no problema 3.7 para remover a dependência das decisões do 1 e 2 estágio representadas pelo vetor x_1 e x_2 . A técnica de transformação é denominada dualidade [3], sendo definida a seguir.

Definição 3.2.1. Considerando-se o seguinte problema de programação de linear que será denominado de problema primal,

$$\min \langle c, x \rangle \text{ sujeito a } x \in D = \{x \in R^n; Bx \geq b\}, \tag{3.8}$$

onde $b \in R^m$, $c \in R^n$ e $B \in R(m, n)$.

O problema dual de 3.8 é definido como,

$$\max \langle b, \mu \rangle \text{ sujeito a } \mu \in \Delta = \{\mu \in R_+^m; B^T \mu \leq c\} \tag{3.9}$$

onde μ é o vetor dual do problema.

Aplicando-se a dualidade 3.2.1 no problema (3.5) é imediato que,

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_1) &= \max \pi(b_2 - E_1 x_1) \\ &\text{tal que: } \pi A_2 \leq c_2. \end{aligned} \tag{3.10}$$

Nas circunstâncias do problema a solução da problema (3.10) é equivalente ao problema (3.5). De fato, assumindo-se que o problema (3.5) possui solução, portanto, o seu dual descrito por (3.10) admite o mesmo conjunto de pontos ótimos como solução[9]. Nota-se que o conjunto viável $\pi A_2 \leq c_2$ do problema (3.10) não depende da decisão x_1 e x_2 . Desta forma, os pontos extremos ou vértices do conjunto viável podem ser caracterizados por $\pi = \{\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^P\}$ [4]. Uma vez que o problema de programação linear descrito por (3.10) possua uma solução. A sua solução será um dos vértice do conjunto viável[9]. Portanto, o problema descrito por (3.10) pode ser

reescrito como se segue,

$$\begin{aligned}\alpha_1(x_1) &= \max \pi^i(b_2 - E_1x_1) \\ \pi^i &\in D_1 = \{\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^P\}.\end{aligned}$$

O conjunto D_1 representa o conjunto de vértices do conjunto viável D . Finalmente, o problema (3.10) pode ser reescrito para,

$$\begin{aligned}\alpha_1(x_1) &= \min \alpha \\ \text{tal que: } \alpha &\geq \pi^i(b_2 - E_1x_1) \\ \text{com } i &= 1, 2, \dots, P\end{aligned}\tag{3.11}$$

onde α é uma variável escalar. Por fim, fazendo-se a substituição (3.11) em (3.1) o problema dado por 3.1 torna-se,

$$\begin{aligned}\min \langle c_1, x_1 \rangle &+ \alpha \\ \text{tal que: } A_1x_1 &\geq b_1 \\ \pi^i(b_2 - E_1x_1) - \alpha &\leq 0 \\ \text{parar } i &= 1, 2, \dots, P.\end{aligned}\tag{3.12}$$

A técnica para problemas determinísticos utilizada para a formulação do problema 3.12 é conhecida na literatura como a decomposição de Benders [2] ou cortes por hiperplanos. A ideia da técnica é decompor o problema original permitindo que esse seja resolvido de forma iterativa por meio da resolução de problemas auxiliares. Outro fator importante da utilização da técnica de decomposição de Benders é evidenciado na formulação dada em 3.12. Uma vez que na formulação apresentada em 3.12 nenhum dos termos depende de x_2 , ou seja, o planejamento pela utilização da técnica de Benders independe das decisões tomadas no 2º estágio. A importância desse fato deve-se que o operador do sistema não necessita tomar decisões no 2º estágio para o planejamento o que diminui a complexidade do processo de planejamento e evitar possíveis erros. A descrição do algoritmo é dada a seguir.

Algoritmo do problema determinístico:

Resolve problema principal:

$$\begin{aligned}\min \langle c_1, x_1 \rangle &+ \alpha \\ \text{tal que: } A_1x_1 &\geq b_1\end{aligned}$$

Na primeira verificação simplesmente assumir valores viáveis.

Chute inicial para o problema principal $= x_1^*$ e α_1 .

Repitar:

Resolver o problema auxiliar (1):

$$\begin{aligned}\alpha_2 &= \max \pi(b_2 - E_1 x_1) \\ \text{tal que: } \pi A_2 &\leq c_2.\end{aligned}$$

Comparação de convergência:

$$\begin{aligned}|\alpha_1 - \alpha_2| &< \text{tolerância} \\ \text{para;} \\ \text{Sair da repetição;} \\ \text{Saída ótima} &= x_1^*, \alpha_1.\end{aligned}$$

Caso contrário:

Acrecente ao problema principal a condição:

$$\pi(b_2 - E_1 x_1) - \alpha \leq 0$$

Resolver o problema principal:

$$\begin{aligned}\min \langle c_1, x_1 \rangle &+ \alpha \\ \text{tal que: } A_1 x_1 &\geq b_1 \\ \pi(b_2 - E_1 x_1) - \alpha &\leq 0\end{aligned}$$

Voltar ao passo 1.

Atingido o número de iterações parar.

A Programação Dinâmica Dual Estocástica consiste em uma aplicação da decomposição de Benders em um problema cuja a natureza é estocástica. Portanto, para o modelamento será apresentado a seguir os conceitos básicos da teoria das probabilidades utilizados na formulação do modelamento estocástico. Basicamente uma probabilidade deve garantir as seguintes propriedades,

$$\begin{aligned}\text{p}_1: 0 &\leq p(x_i) \leq 1, \forall i = 1, 2, \dots, \\ \text{p}_2: \sum_i p(x_i) &= 1.\end{aligned}$$

Outro importante conceito utilizado no modelamento é o de valor esperado, esperança matemática, ou média de uma variável aleatória. A noção de valor es-

perado é extremamente útil na análise de fenômenos aleatórios justamente por ser comportar como a média permitindo informações do problema observado. Para o caso discreto é definido como,

$$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_X(x_i). \quad (3.13)$$

Nota-se que o valor esperado é definido como um somatório na relação 3.13, pois, a variável aleatória X é discreta, ou seja, assume valores x_i para $i = 1, 2, \dots$ [11]. Por exemplo, considerando-se o lançamento de um dado onde a variável X representar a face do dado. Desta forma, X é uma variável discreta e assume valores no conjunto $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, onde Ω é o conjunto de todos os resultados possíveis para o evento de interesse [10]. Portanto, o valor esperado de X é dado por,

$$E(X) = \frac{1}{6}(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$$

Nota-se que o valor de X nesse caso não pertence ao conjunto Ω , isto é, o valor esperado indica qual o valor que se espera para a repetição do evento um número n vezes, sendo n um número grande. Portanto, como todos o resultados do evento descrito são equiprováveis, logo, pode-se concluir que para a repetição um número suficiente grande de vezes a média aritmética tende a $\frac{7}{2}$. Para o caso contínuo, a ideia é análoga,

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx.$$

Com conceitos de probabilidade estabelecidos. Seja o problema de dois estágios similar ao caso determinístico, contudo o 2 estágio depende dos valores que uma ou mais variáveis aleatórias discretas podem assumir. Por exemplo, supõe-se que o vetor b pode assumir dois valores b_1 e b_2 com probabilidades p_1 e p_2 respectivamente ($p_1 + p_2 = 1, p_i \geq 0, i = 1, 2$) [4]. O objetivo é encontrar a estratégia que minimiza o valor do custo esperado. Portanto, o problema fica modelado por:

$$\begin{aligned} z &= \min \langle c_1, x_1 \rangle + p_1 \langle c_2, x_{21} \rangle + p_2 \langle c_2, x_{22} \rangle \\ \text{tal que: } &A_1 x_1 \geq b_1 \\ &E_1 x_1 + A_2 x_{21} \geq b_{21} \\ &E_1 x_1 + A_2 x_{22} \geq b_{22} \end{aligned} \quad (3.14)$$

O modelo descrito por 3.14 possui considerações distintas do caso determinístico.

Primeiramente, o termo dado por $p_1\langle c_2, x_{21} \rangle + p_2\langle c_2, x_{22} \rangle$ é igual a $E(X_2)$, isto é, para a minimização da função objetivo do modelo 3.14 utiliza-se o valor esperado do custo no 2 estágio. Como o planejamento considerar os dois cenários de planejamento, portanto, para cada um dos cenários deve-se considerar o acoplamento temporal e o acoplamento espacial existente entre as usinas hidrelétricas no 2 estágio. Nota-se que a condição $A_1x_1 \geq b_1$ permanece inalterada, pois, semelhantemente ao caso determinístico para o caso estocástico o 1 estágio ainda depende somente da decisão do operador do sistema dada as condições do ambiente.

O objetivo do modelo no planejamento é encontrar o custo esperado. O custo esperado é calculado levando-se em consideração dois custos parciais. Primeiramente é calculado o custo do primeiro estágio dada a escolha viável tomada pelo operador do sistema. No segundo momento é calculado um custo parcial levando-se em consequência as decisões do operador do sistema tomadas no 1 estágio e as condições ambientais como o volume dos reservatórios e questões relacionadas a demanda do sistema. A partir da obtenção dos custos do 1 estágio e do 2 estágio é possível estipular o custo esperado para o planejamento do sistema no período observado. O diagrama na Figura (3.6) a seguir representar o problema de planejamento de dois estágios para o caso estocástico de dois cenários.

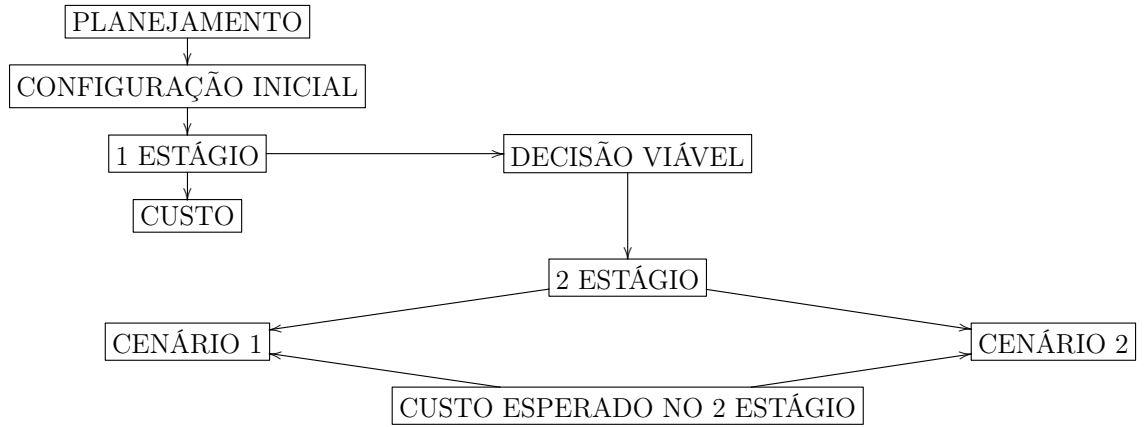


Figura 3.6: Representação dos estágios para o caso estocástico.

Pelo diagrama na Figura (3.6) e levando-se em consideração a decisão viável x_1^* tomada pelo operador do sistema no 1 estágio o problema 3.14 pode ser reescrito como,

$$\begin{aligned}
 z &= \min\langle c_1, x_1 \rangle + p_1\omega_{21} + p_2\omega_{22} \\
 A_1x_1 &\geq b_1 \\
 \omega_{21}(x_1) &= \min\langle c_2, x_{21} \rangle \\
 A_2x_{21} &\geq b_{21} - E_1x_1^*
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

$$\begin{aligned}\omega_{22}(x_1) &= \min\langle c_2, x_{22} \rangle \\ A_2 x_{22} &\geq b_{22} - E_1 x_1^*.\end{aligned}$$

A formulação do problema dado em 3.15 decompõe o problema principal em um problema derivado com dois subproblemas auxiliares. O problema principal derivado é dado por,

$$\begin{aligned}z &= \min\langle c_1, x_1 \rangle + p_1 \omega_{21} + p_2 \omega_{22} \\ A_1 x_1 &\geq b_1.\end{aligned}\tag{3.16}$$

Os problemas auxiliares são:

$$\begin{aligned}\omega_{21}(x_1) &= \min\langle c_2, x_{21} \rangle \\ A_2 x_{21} &\geq b_{21} - E_1 x_1^*\end{aligned}\tag{3.17}$$

$$\begin{aligned}\omega_{22}(x_1) &= \min\langle c_2, x_{22} \rangle \\ A_2 x_{22} &\geq b_{22} - E_1 x_1^*.\end{aligned}\tag{3.18}$$

Os subproblemas 3.17 e 3.18 representam os cenários 1 e 2 considerados no planejamento respectivamente. Nota-se que os problemas 3.16, 3.17 e 3.18 são todos problemas de programação linear. De modo análoga ao caso determinístico aplica-se a dualidade nos problemas 3.17 e 3.18 obtendo-se:

$$\begin{aligned}\omega_{21}(x_1) &= \max \pi_1 (b_{21} - E_1 x_1) \\ \text{tal que: } \pi_1 A_2 &\leq c_2.\end{aligned}\tag{3.19}$$

$$\begin{aligned}\omega_{22}(x_1) &= \max \pi_2 (b_{22} - E_1 x_1) \\ \text{tal que: } \pi_2 A_2 &\leq c_2.\end{aligned}\tag{3.20}$$

Em seguida, aplicando a decomposição de Benders nos problemas 3.24 e 3.25 obtêm-se:

$$\begin{aligned}\omega_{21}(x_1) &= \min \beta_1 \\ \text{tal que: } \beta_1 &\geq \pi_1^i b_{21} - E_1 x_1 \\ \text{para } i &= 1, 2, \dots, P\end{aligned}\tag{3.21}$$

$$\begin{aligned}
\omega_{21}(x_1) &= \min \beta_2 \\
\text{tal que: } \beta_2 &\geq \pi_2^j b_{21} - E_1 x_1 \\
\text{para } i &= 1, 2, \dots, P
\end{aligned} \tag{3.22}$$

de maneira semelhante ao caso determinístico aplica-se a substituição 3.21 e 3.22 no problema principal dado por 3.15, portanto, o problema original estocástico é formulado como,

$$\begin{aligned}
\min_{s \setminus a} \quad & \langle c_1, x_1 \rangle + p_1 \beta_1 + p_2 \beta_2 \\
& A_1 x_1 \geq b_1 \\
& \pi_1^i (b_{21} - E_1 x_1) - \beta_1 \leq 0 \\
& \pi_2^j (b_{22} - E_1 x_1) - \beta_2 \leq 0 \\
& i = 1, 2, \dots, P \\
& j = 1, 2, \dots, P.
\end{aligned} \tag{3.23}$$

A técnica de decomposição de Benders aplicada as problemas de planejamento estocástico de vários cenários é conhecida na literatura como Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE). Em poucas linhas, a PDDE faz uma decomposição no problema original utilizando-se os princípios de dualidade e a decomposição de Benders. Isto permite a resolução do problema original, a partir da solução de outro problema. Contudo, este último possui um melhor tratamento computacional permitindo uma implementação menos complexa. Além de permitir o planejamento pelo operador do sistema sem a necessidade de considerações sobre as decisões tomadas no 2 estágio, de fato de maneira semelhante ao caso determinístico não se observar na formulação final do problema dado por 3.23, qualquer dependência com o vetor das decisões do 2 estágio representado por x_2 . O modelamento por meio da PDDE permitir a modelagem mista, isto é, a formulação final do problema dada por 3.23 permitir o modelo descrever as características de um sistema hidrotérmico (hidrelétricas e termelétricas associadas). A descrição do algoritmo de PDDE é dado a seguir.

Algoritmo para programação dual estocástica:

Resolve problema principal:

$$\begin{aligned}
& \min \langle c_1, x_1 \rangle + p_1 \beta_1 + p_2 \beta_2 \\
& \text{tal que: } A_1 x_1 \geq b_1
\end{aligned}$$

Chute inicial para o problema principal = x_1^* , β_1 e β_2 .

Repitar:

Resolver os problemas auxiliares (1):

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \max \pi_1(b_{21} - E_1 x_1) \\ \text{tal que: } \pi_1 A_2 &\leq c_2.\end{aligned}\tag{3.24}$$

$$\begin{aligned}\omega_2 &= \max \pi_2(b_{22} - E_1 x_1) \\ \text{tal que: } \pi_2 A_2 &\leq c_2.\end{aligned}\tag{3.25}$$

Comparação de convergência:

$|\beta_1 - \omega_1|$ e $|\beta_2 - \omega_2| < \text{tolerância}$
parar;
Sair da repetição;

Saída ótima = x_1^*, β_1, β_2 .

Caso contrário:

Acrescente ao problema principal a condição:

$$\begin{aligned}\pi_1(b_{21} - E_1 x_1) - \beta_1 &\leq 0 \\ \pi_2(b_{22} - E_1 x_1) - \alpha &\leq 0\end{aligned}$$

Resolver o problema principal:

$$\begin{aligned}\min \langle c_1, x_1 \rangle &+ \alpha \\ \text{tal que: } A_1 x_1 &\geq b_1 \\ \pi_1(b_{21} - E_1 x_1) - \beta_1 &\leq 0 \\ \pi_2(b_{22} - E_1 x_1) - \beta_2 &\leq 0\end{aligned}$$

Voltar ao passo 1.

Atingido o número de iterações parar.

3.3 Considerações finais

Nesse capítulo foi apresentado o modelamento de despacho hidrotérmico. A modelagem abordada foi a Programação Dinâmica Dual Estocástica pelas suas características permitirem vantagens no modelamento. Como principais vantagens o aspecto computacional e a possibilidade de planejamento sem a necessidade de conhecimento das decisões do 2 estágio. No próximo capítulo será abordado os resultados parciais da modelagem utilizando-se a PDDE como técnica para o caso hidrotérmico.

Capítulo 4

Resultados Parciais

No capítulo anterior foram abordados os principais aspectos sobre o problema de planejamento, a teoria utilizada e o aspecto do algoritmo também foi discutido. Nesse capítulo serão abordados os resultados parciais da pesquisa. A simulação foi constituída para um sistema hidrotérmico de duas usinas hidrelétricas em cascata com duas termelétricas associadas considerando-se dois cenários com probabilidade p e $1 - p$ respectivamente. O sistema foi configurado de tal forma a garantir a demanda da região dada por,

$$\rho_1 * VTH1 + \rho_2 * VTH2 + G1 + G2 = DEMANDA,$$

onde:

- H_1 e H_2 representam as hidrelétricas associadas ao sistema;
- G_1 e G_2 representam as termelétricas associadas ao sistema;
- ρ_1 e ρ_2 são os índices de produtividade das usinas H1 e H2;
- $VTH1$ e VTH os volumes turbinados das hidrelétricas associadas.

O sistema deve preservar o balanço hídrico dada por,

$$Vt = VI + VIC - (VT + VV),$$

onde :

- $V(t)$ representar o volume em qualquer instante de tempo;
- VI volume inicial;
- VIC volume incremental;
- VV volume vertido

Por questões relacionadas ao custo e ao ambiente a geração das termelétricas devem respeitar uma tolerância de geração dada por:

$$G_1 + G_2 \leq G_{max}$$

onde G_{max} representar a produção máxima das termelétricas associadas aos sistema. O nível de produtibilidade adotado na simulação será nomeado por ρ . Os resultados para a simulação considerando as probabilidades do cenários 1 e 2 serem denominados por p e $1 - p$ respectivamente. A seguir os resultados das simulações.

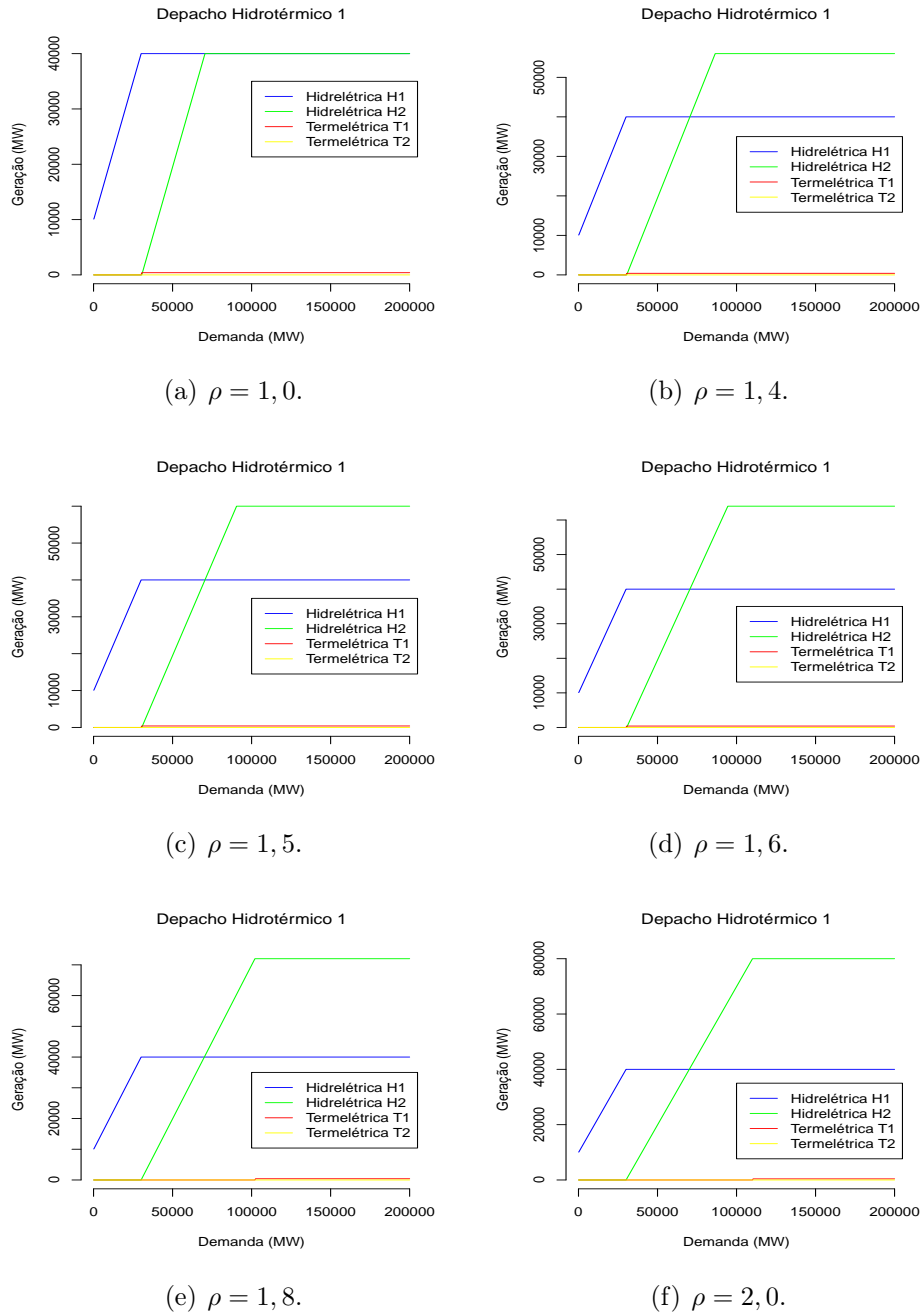
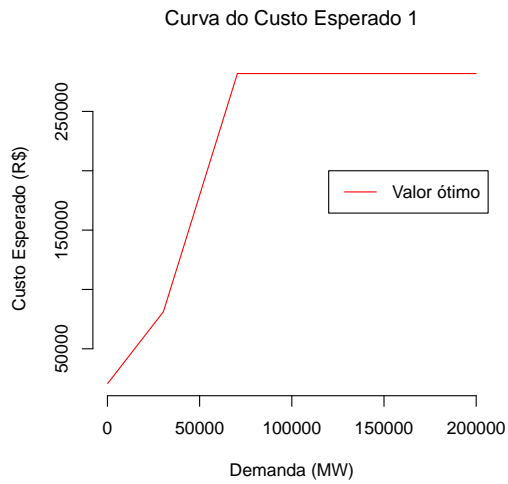
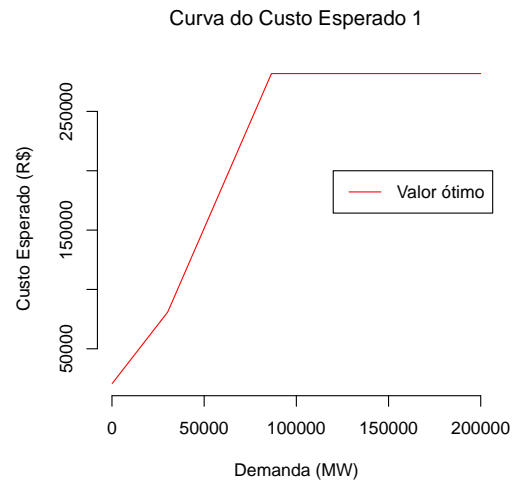


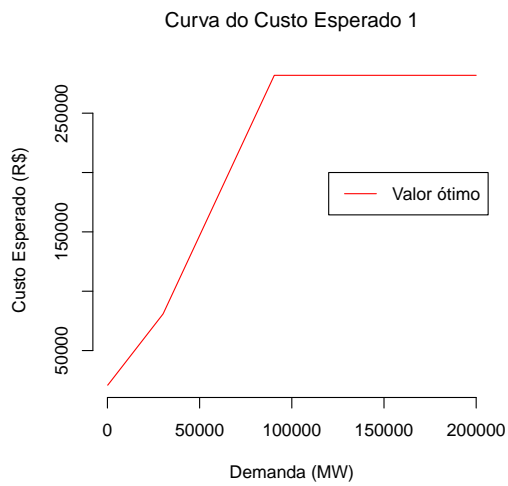
Figura 4.1: Simulação para cenários de probabilidade $p = 0.1$ e $1 - p = 0.9$.



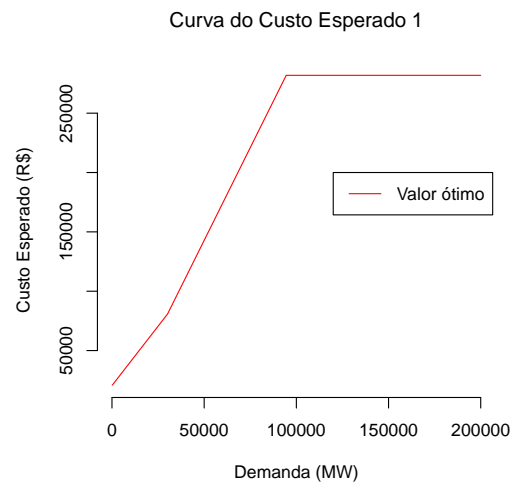
(a) Custo para $\rho = 1, 0$.



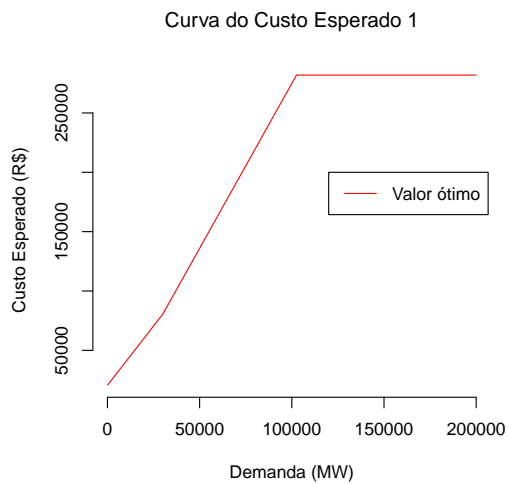
(b) Custo para $\rho = 1, 4$.



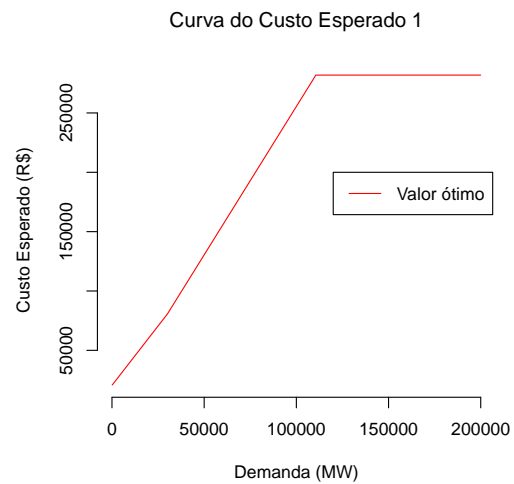
(c) Custo para $\rho = 1, 5$.



(d) Custo para $\rho = 1, 6$.

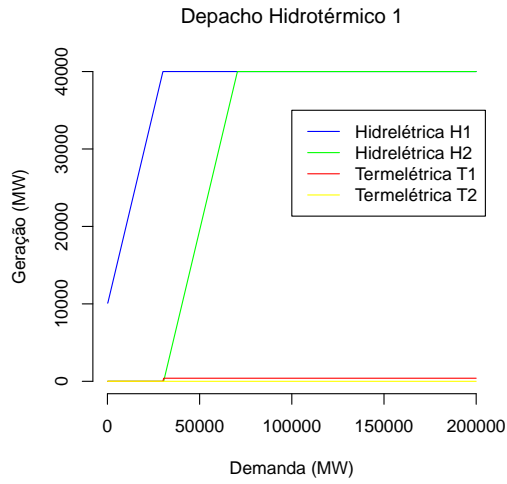


(e) Custo para $\rho = 1, 8$.

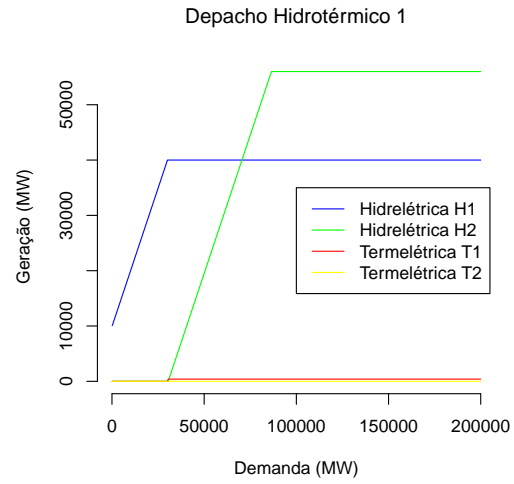


(f) Custo para $\rho = 2, 0$.

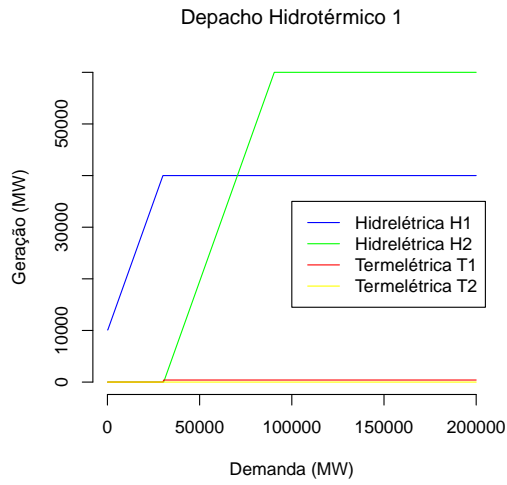
Figura 4.2: Simulação da curva de custo esperado $p = 0.1$ e $1 - p = 0.9$.



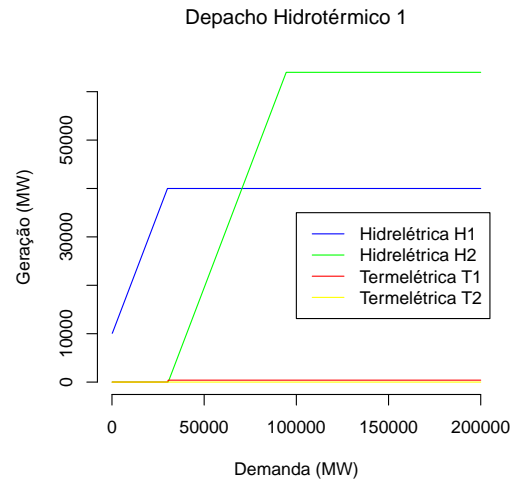
(a) $\rho = 1, 0$.



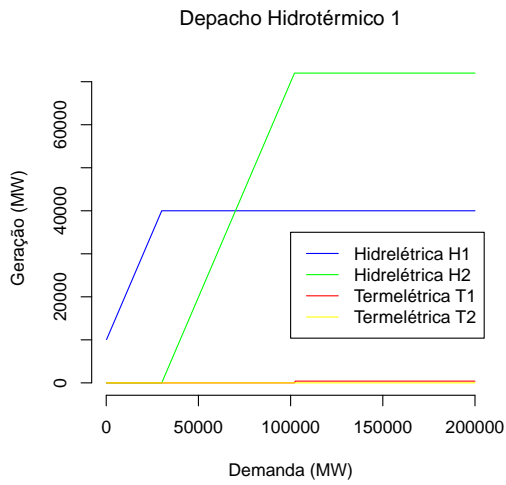
(b) $\rho = 1, 4$.



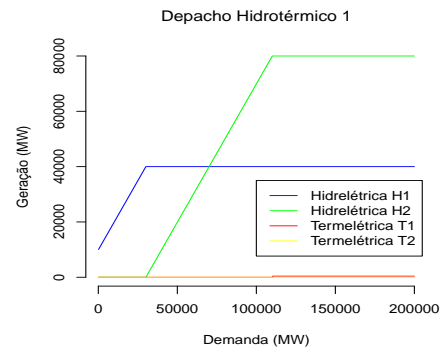
(c) $\rho = 1, 5$.



(d) $\rho = 1, 6$.

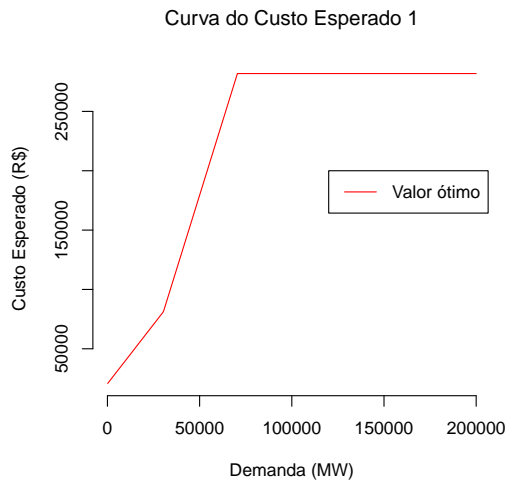


(e) $\rho = 1, 8$.

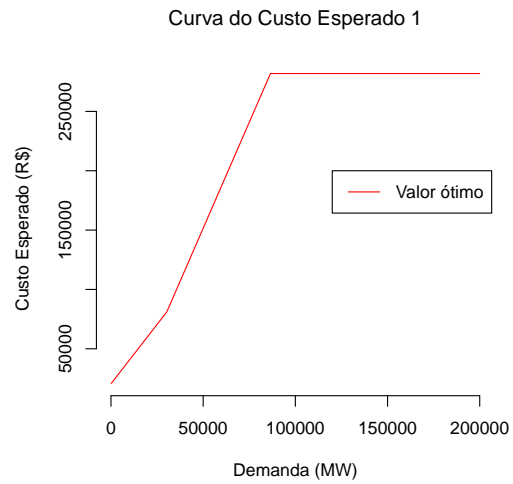


(f) $\rho = 2, 0$.

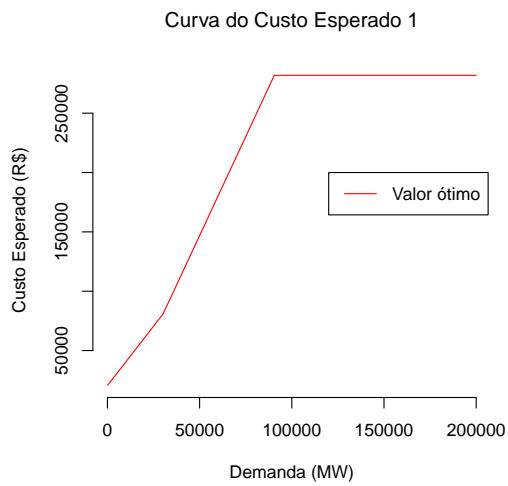
Figura 4.3: Simulação para cenários de probabilidade $p = 0.2$ e $1 - p = 0.8$.



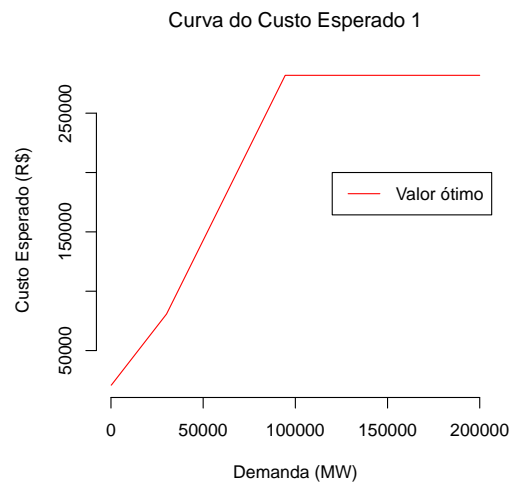
(a) Custo para $\rho = 1, 0$.



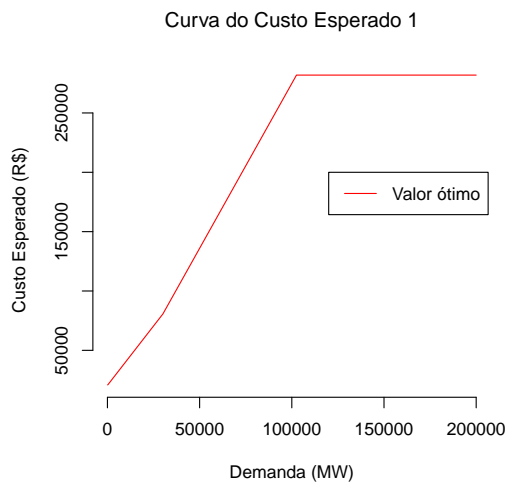
(b) Custo para $\rho = 1, 4$.



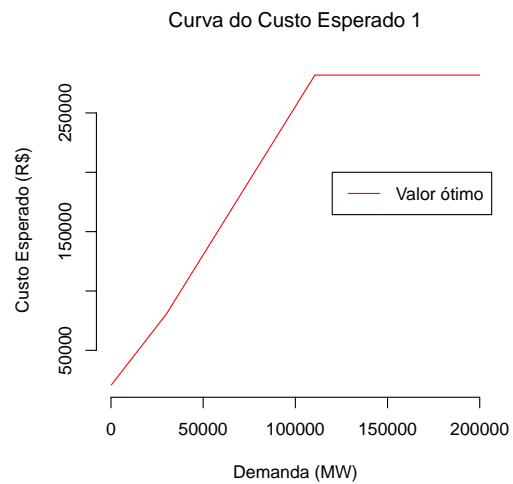
(c) Custo para $\rho = 1, 5$.



(d) Custo para $\rho = 1, 6$.

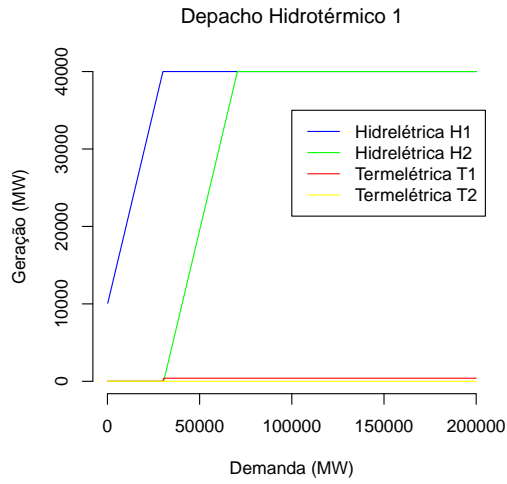


(e) Custo para $\rho = 1, 8$.

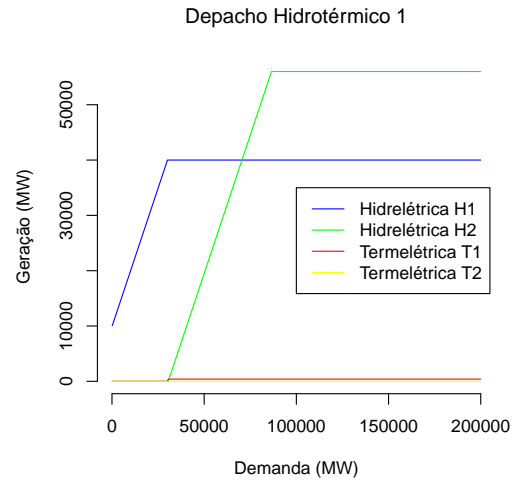


(f) Custo para $\rho = 2, 0$.

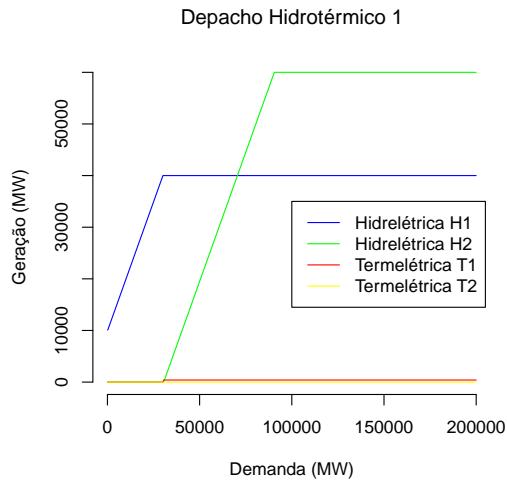
Figura 4.4: Simulação da curva de custo esperado $p = 0.2$ e $1 - p = 0.8$.



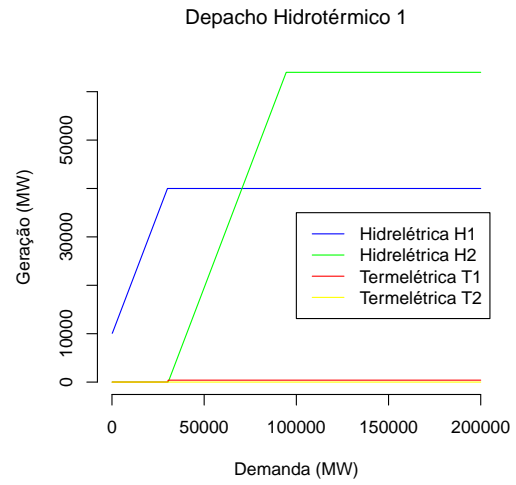
(a) $\rho = 1, 0.$



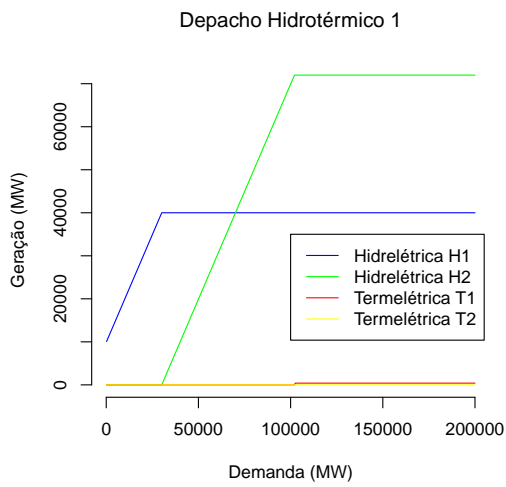
(b) $\rho = 1, 4.$



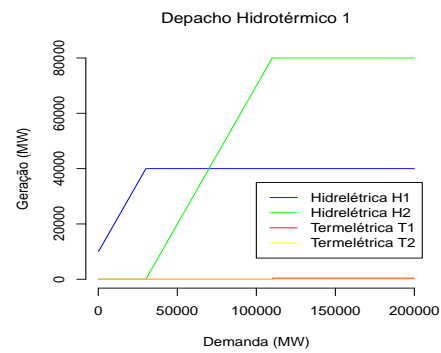
(c) $\rho = 1, 5.$



(d) $\rho = 1, 6.$

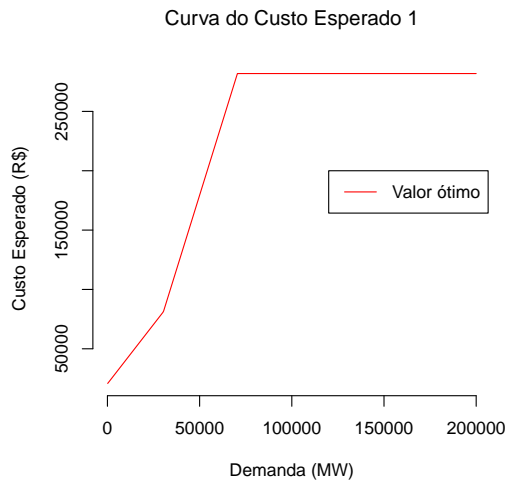


(e) $\rho = 1, 8.$

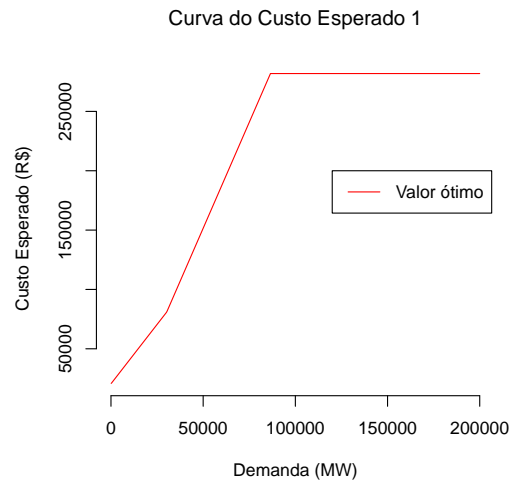


(f) $\rho = 2, 0.$

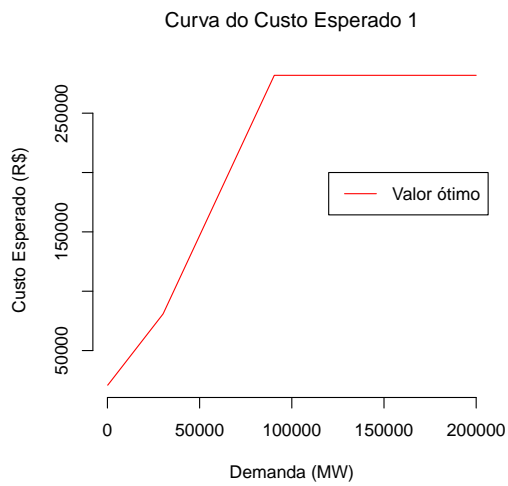
Figura 4.5: Simulação para cenários de probabilidade $p = 0.5$ e $1 - p = 0.5$.



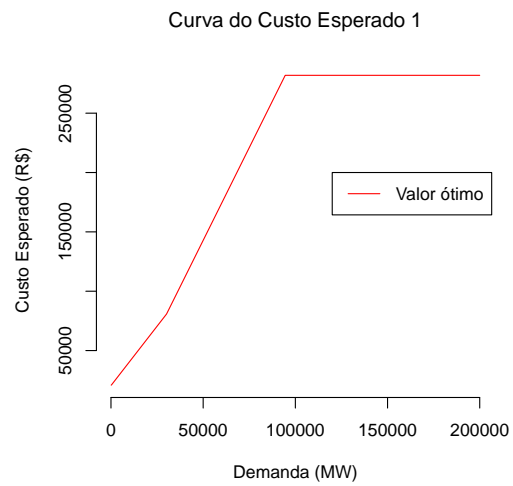
(a) Custo para $\rho = 1, 0$.



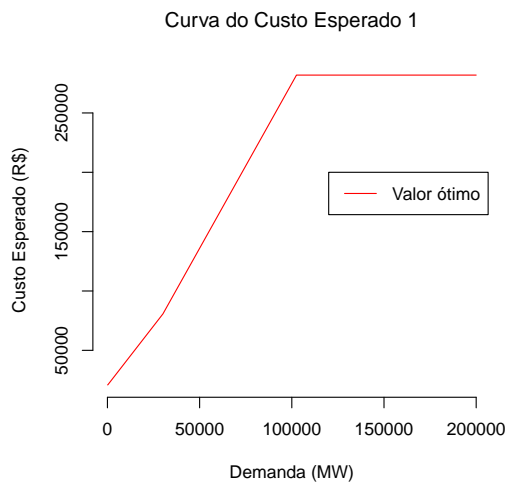
(b) Custo para $\rho = 1, 4$.



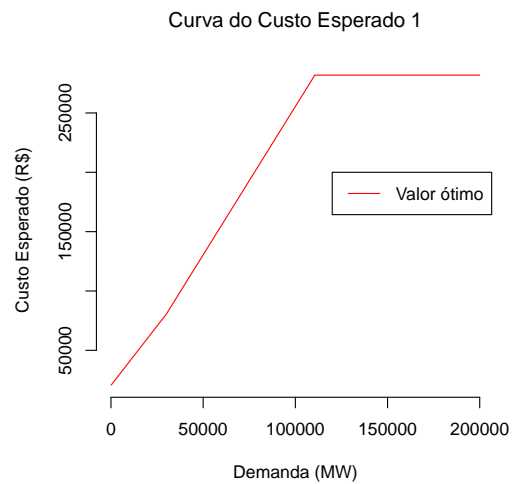
(c) Custo para $\rho = 1, 5$.



(d) Custo para $\rho = 1, 6$.

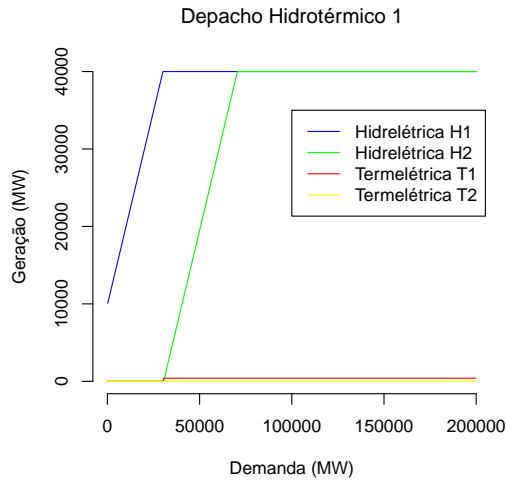


(e) Custo para $\rho = 1, 8$.

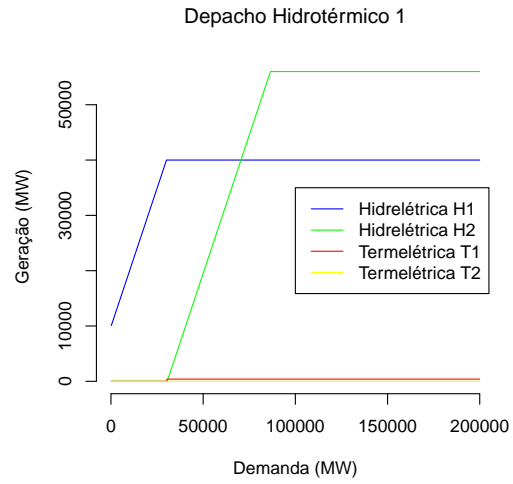


(f) Custo para $\rho = 2, 0$.

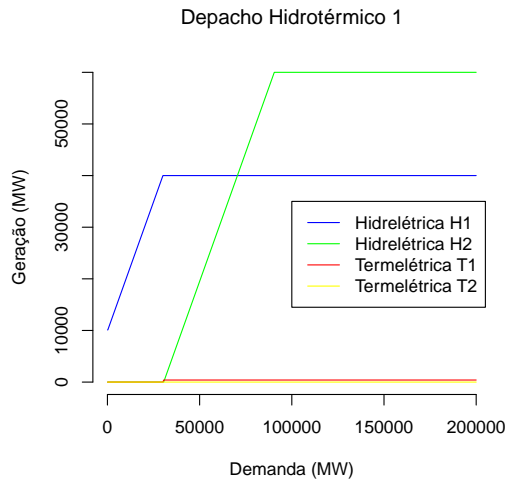
Figura 4.6: Simulação da curva de custo esperado $p = 0.5$ e $1 - p = 0.5$.



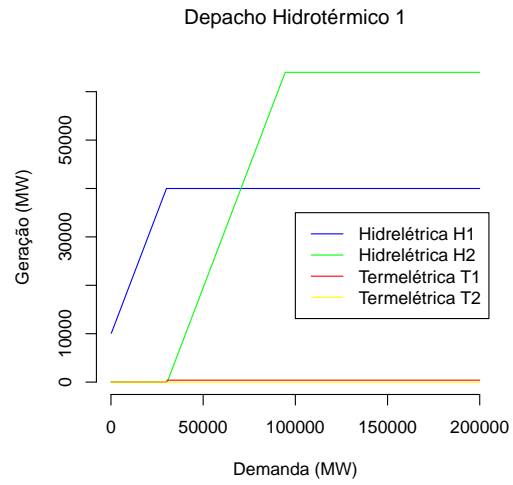
(a) $\rho = 1, 0.$



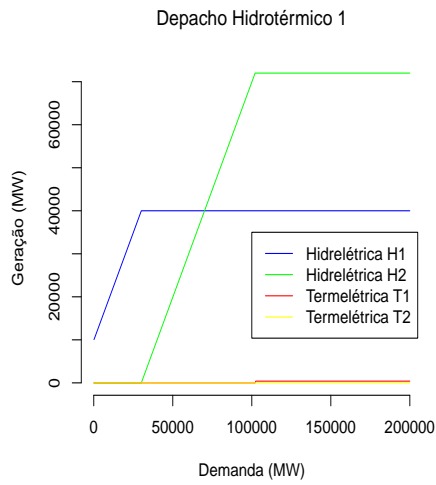
(b) $\rho = 1, 4.$



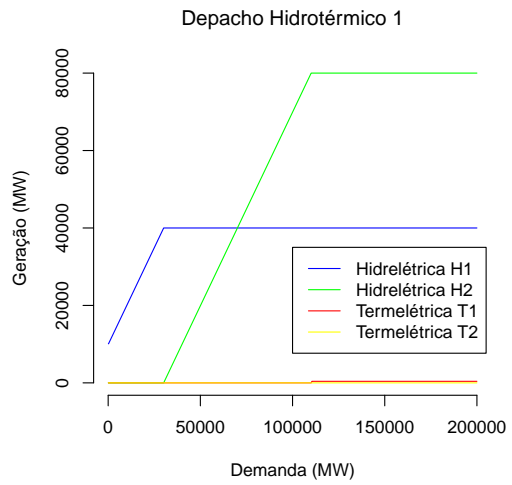
(c) $\rho = 1, 5.$



(d) $\rho = 1, 6.$

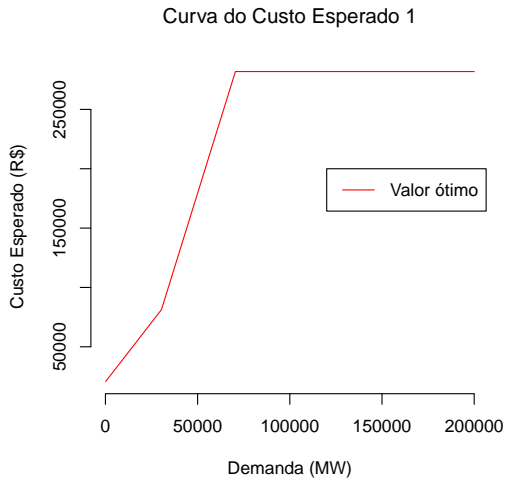


(e) $\rho = 1, 8.$

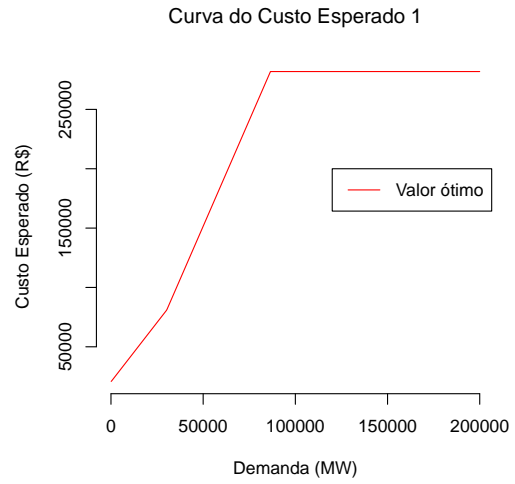


(f) $\rho = 2, 0.$

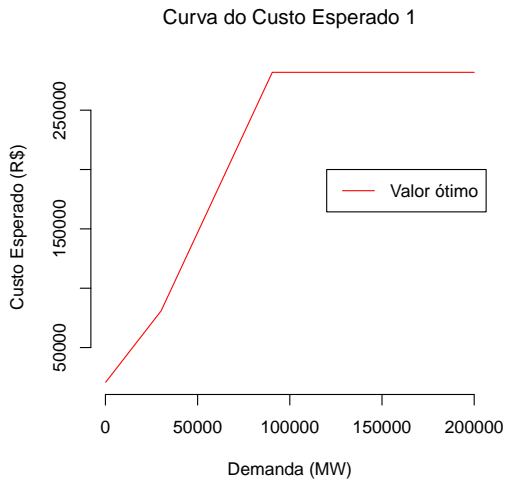
Figura 4.7: Simulação para cenários de probabilidade $p = 0.7$ e $1 - p = 0.3$.



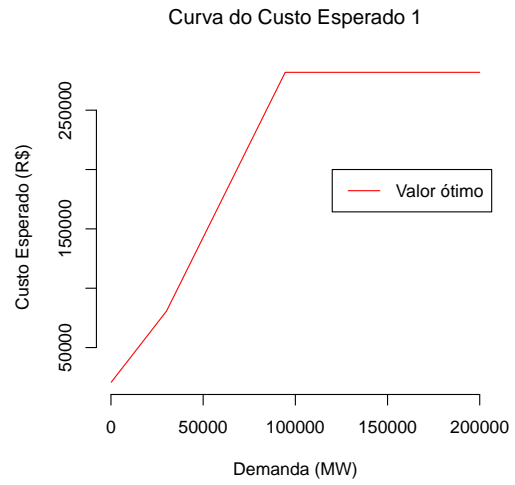
(a) Custo para $\rho = 1, 0$.



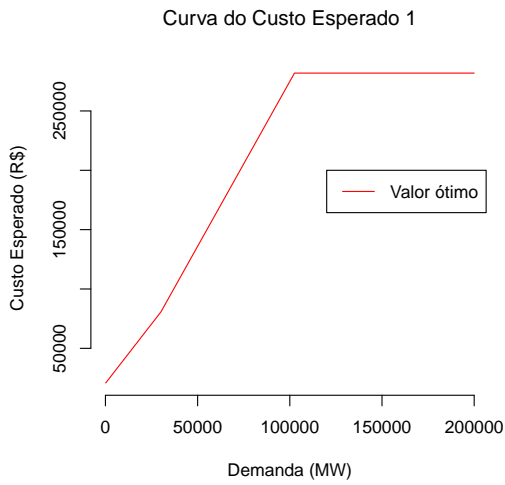
(b) Custo para $\rho = 1, 4$.



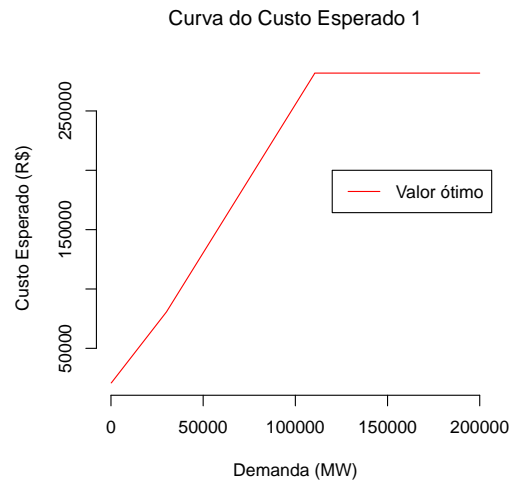
(c) Custo para $\rho = 1, 5$.



(d) Custo para $\rho = 1, 6$.

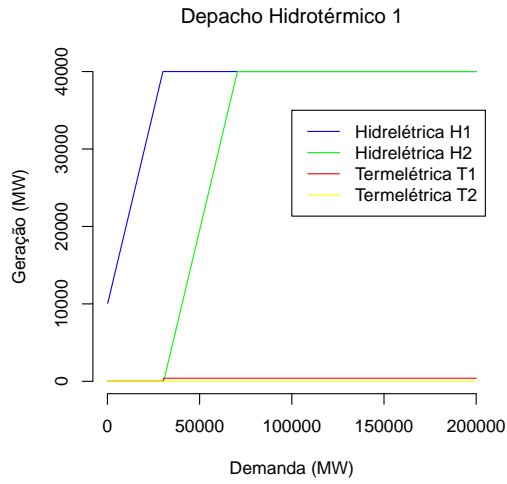


(e) Custo para $\rho = 1, 8$.

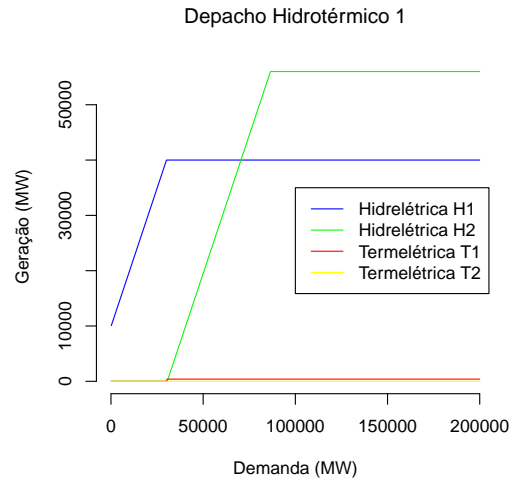


(f) Custo para $\rho = 2, 0$.

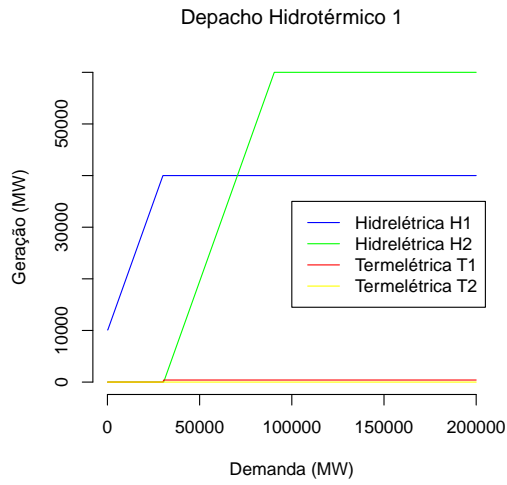
Figura 4.8: Simulação da curva de custo esperado $p = 0.7$ e $1 - p = 0.3$.



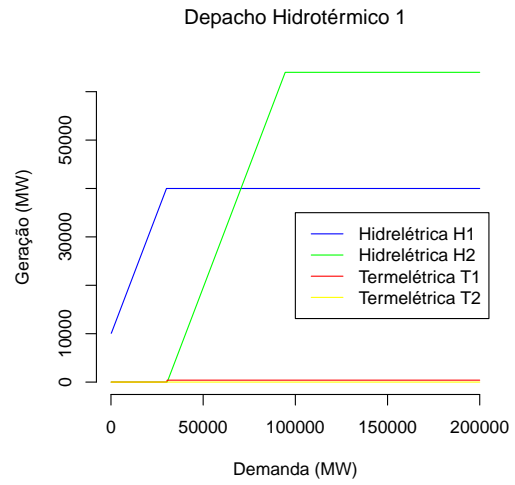
(a) $\rho = 1, 0.$



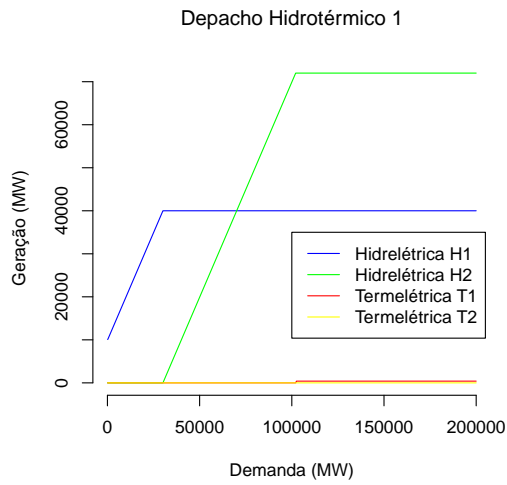
(b) $\rho = 1, 4.$



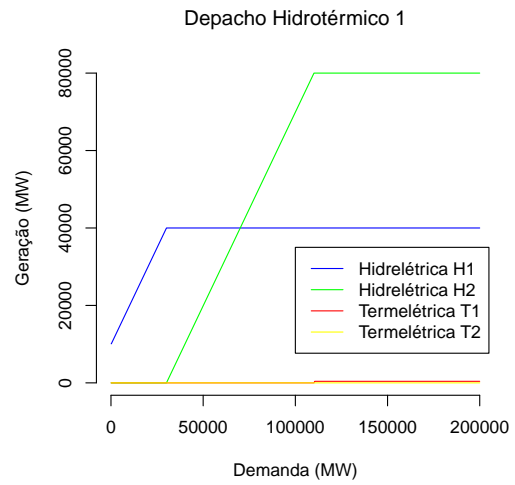
(c) $\rho = 1, 5.$



(d) $\rho = 1, 6.$

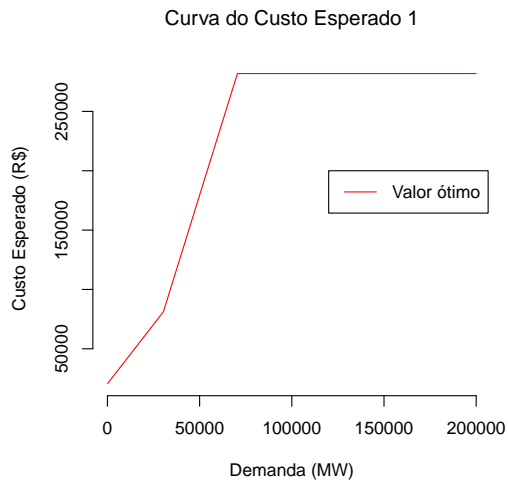


(e) $\rho = 1, 8.$

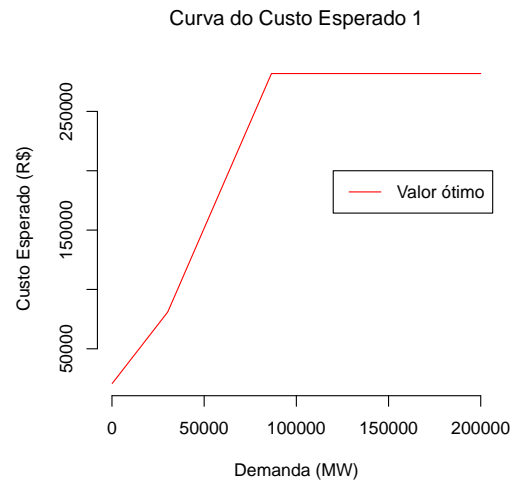


(f) $\rho = 2, 0.$

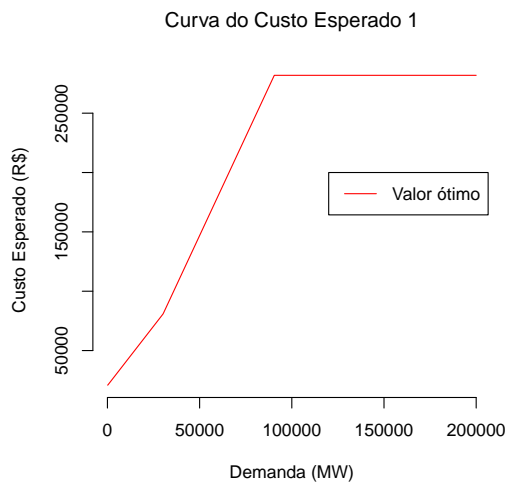
Figura 4.9: Simulação para cenários de probabilidade $p = 1.0$ e $1 - p = 0.0$.



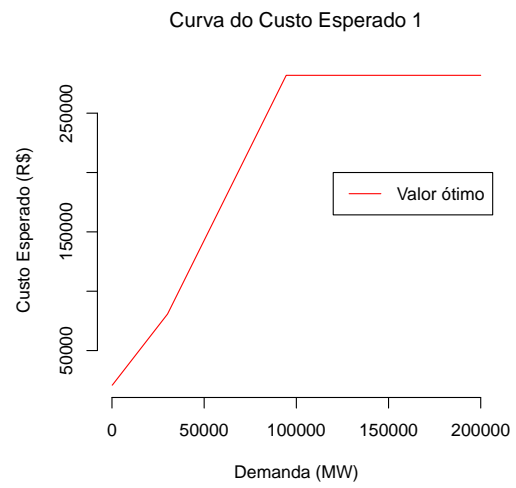
(a) Custo para $\rho = 1, 0$.



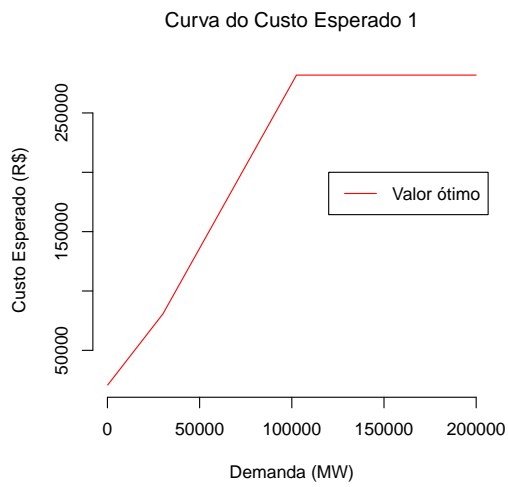
(b) Custo para $\rho = 1, 4$.



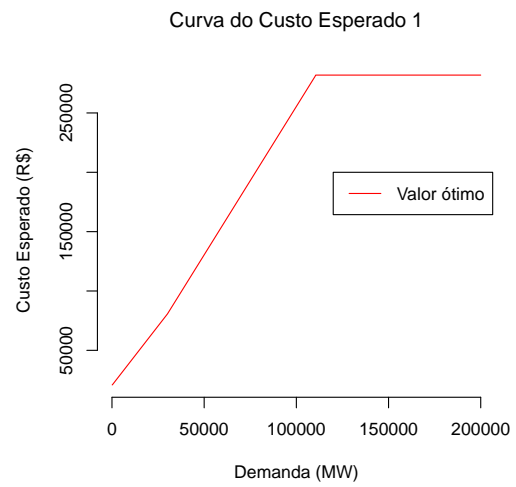
(c) Custo para $\rho = 1, 5$.



(d) Custo para $\rho = 1, 6$.



(e) Custo para $\rho = 1, 8$.



(f) Custo para $\rho = 2, 0$.

Figura 4.10: Simulação da curva de custo esperado $p = 1.0$ e $1 - p = 0.0$.

A figura (4.1) é constituída por configurações distintas de planejamento que estão associados a produtibilidade das usinas hidrelétricas. Nas figuras (4.1(a)) e (4.1(b)) nota-se uma geração predominantemente da hidrelétrica H1 para um intervalo inicial de demanda. Entretanto, a medida que o aumento de demanda torna-se significativo para o sistema ocorre a ativação da Hidrelétrica H2 e da termelétrica T1. Observa-se que ocorre um aumento da geração de H2 e a geração de T1 permanece constante no período de estudo. As figuras (4.1(b)) e (4.1(c)) possuem como principal aspecto relevante a vasta utilização da geração de H2 para essa configuração de despacho. Por fim, as figuras (4.1(e)) e (4.1(f)) possuem ampla geração de H2. Contudo, sua principal característica é ativação posterior de T1 em comparação aos outros casos. Em resumo, de acordo com a figura (4.1), a medida que ocorre uma alteração na produtibilidade de H1 e o sistema sofre um aumento na demanda, o arranjo da geração é alterado. Nota-se comportamento semelhante observando-se o despacho hidrotérmico nas figuras (4.3),(4.5),(4.7) e (4.9).

Conforme descrito em figura (4.2), as configurações de produtibilidade para aumento da demanda tiveram um impacto considerável no valor de custo. De fato, percebe-se uma suavização da curva do valor ótimo para o custo associado ao sistema. No primeiro momento ocorre um crescimento simétrico em ambos os casos descritos na figura (4.1). Porém, a medida que ocorre um crescimento na demanda. Em determinada ocasião observa-se uma ruptura na simetria da curva ocorrendo um aumento do custo, posteriormente, o equilíbrio é atingido. Nota-se que as mudanças ocorridas nos cenários de probabilidades distintos de maneira geral não modificaram as curvas de custo esperado descrito nas figuras (4.2),(4.4),(4.6),(4.8) e (4.10).

A configuração da produtibilidade considerada de maior importância para o despacho hidrotérmico com base nas simulações é a encontrada nas figuras (4.1(e)) e (4.1(f)). Pois, ocorre uma adaptação favorável do sistema pelo aspecto do custo, uma vez que pela suavização ocorrida evita-se aumentos inesperados. O segundo ponto é a relevância ambiental associada com o uso das termelétricas. Visto que, a termelétrica T1 é ativada em um período posterior em relação as outras configurações. Desta forma, o sistema utilizando-se da configuração nas figuras (4.1(e)),(4.1(f)),(4.3(e)),(4.3(f)),(4.5(e)),(4.5(f)),(4.7(e)),(4.7(f)),(4.9(e)),(4.9(f)) manteve-se em condições de adaptações para o aumento na demanda. Vale salientar, que a ruptura observada na figura (4.1) e nas outras simulações deve-se em todos os casos ao ônus da ativação de T1. Para a presente análise considerou-se vários outros cenários com probabilidades distintas. Contudo, pelos resultados no aspecto geral serem semelhantes esses cenários não foram descritos no presente trabalho. Por fim, a figura(4.11) a seguir descreve de forma básica as configurações encontradas. A configuração satisfatória é a segunda.

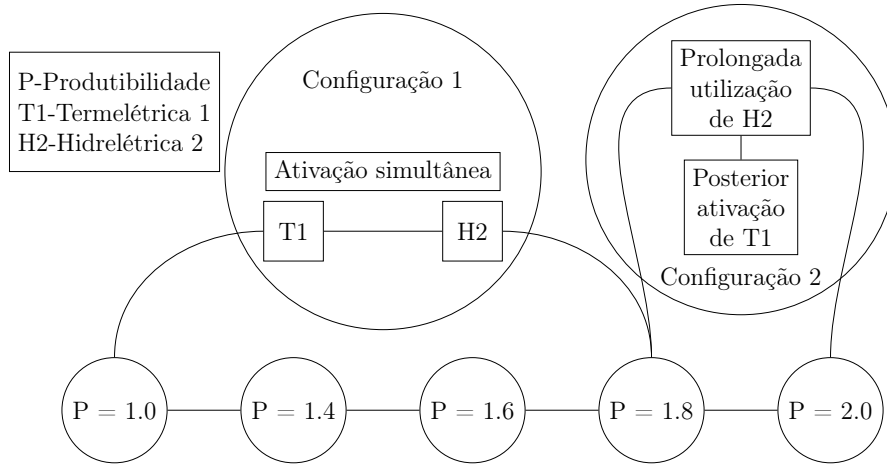


Figura 4.11: Configurações para o despacho hidrotérmico.

4.1 Considerações finais

Nesse capítulo foram abordados os resultados parciais da pesquisa. Nota-se que a variação de produtividade modificou a configuração do sistema. Contudo, pelos índices de produtividade dos resultados abordados nesse capítulo percebe-se que o sistema para uma configuração favorável necessita de um alto nível de produtividade. Como índice de produtividade é uma característica da região de localização da hidrelétrica a dependência desse índice ainda não é o ideal para o planejamento.

Capítulo 5

Proposta da Dissertação

Nos capítulos anteriores foram abordados a problemática do planejamento hidrotérmico com a utilização da técnica de Programação Dinâmica Dual Estocástica. Pelos resultados parciais da pesquisa nota-se que para um desempenho satisfatório do sistema considerando-se aspectos como: os picos de demanda, o custo associado a geração de energia elétrica e a questão ambiental. O modelo hidrotérmico necessita de um alto índice de produtividade associado ao sistema. Esse índice não é o ideal pela dependência da produtividade em relação a região de localização da hidrelétrica. Desta forma, a proposta da dissertação é baseada na formulação do planejamento energético com a utilização de fontes de energia auxiliares ao sistema hidrotérmico, particularmente energias renováveis solar e eólica. No intuito do sistema conseguir uma possibilidade de adaptação sem a necessidade de altos níveis de produtividade. Além, de permitir um planejamento sustentável.

A escolha pelas fontes mencionadas se baseia em qualidades favoráveis a matriz energética brasileira. Primeiramente, a energia do tipo eólica possui argumentos favoráveis a sua utilização como: renovabilidade, perenidade, grande disponibilidade, independência de importações e o custo zero para o suprimento. Para a utilização eólica o Brasil é favorecido por uma grande quantidade de suprimento de matéria prima (ventos), sendo caracterizado com uma presença de ventos duas vezes maior que a média mundial e apresentando uma volatilidade de 5%, dessa forma, permitindo um melhor controle sobre a previsibilidade o que auxiliar o planejamento [1].

Com relação a energia do tipo solar o Brasil possui grande potencial. Uma vez que de acordo com o Plano Nacional de 2030 que reproduz os dados do Atlas Solarimétrico do Brasil, a radiação varia de 8 a 22 MJ (Megajoules) por metro quadrado (m^2) durante o dia, tendo como as menores variações os meses de maio e de julho com cerca de 8 a 18 MJ (Megajoules) por metro quadrado (m^2) [1]. Outro aspecto de relevância mencionado no estudo deve-se a região nordeste dispor de um nível de radiação comparável as melhores regiões do mundo.

Cronograma de atividades

Meses (2020)								
Dia	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago
01		Qualificação	Desenvolvimento da pesquisa	Desenvolvimento da pesquisa	Desenvolvimento da pesquisa	Desenvolvimento da pesquisa	Preparativos para a defesa	Defesa
15	Preparação da apresentação de qualificação	Ajustes do texto	Ajustes do texto	Ajustes do texto	Ajustes do texto	Ajustes do texto	Ajustes do texto para a defesa	
28		Relatório de desenvolvimento da pesquisa	Relatório de desenvolvimento da pesquisa	Relatório de desenvolvimento da pesquisa	Relatório de desenvolvimento da pesquisa	Relatório de desenvolvimento da pesquisa	Relatório da pesquisa para a defesa	
30								

Referências Bibliográficas

- [1] AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA, 2008, *Atlas de Energia Elétrica*, 3 ed. Brasília.
- [2] BENDERS, J. F., 1962, “partitioning procedures for solving mixed-variables programming problem. numerische mathematik”, *journal of elasticity*, v. 4, pp. 238–252.
- [3] BOYD, S. P., 2009, *Convex Optimization*. New York, Cambridge University.
- [4] CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA, 2001, *Modelo DE-COMP CEPEL:Manual de referência*.
- [5] CERISOLA, S., LATORRE, J., RAMOS, A., 2012, “Stochastic dual dynamic programming applied to nonconvex hydrothermal models.” *European Journal of Operational Research*, v. 218, pp. 687–697.
- [6] DE MATOS, V. L., PHILPOTT, A. B., FINARDI, E. C., 2015, “Improving the performance of Stochastic Dual Dynamic Programming”, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 290, pp. 196 – 208. ISSN: 0377-0427.
- [7] DUARTE, V. S., 2012, *Teoria da Decisão aplicada ao Planejamento Hidrotérmico Brasileiro*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [8] HOMEM-DE MELLO, T., DE MATOS, V. L., FINARDI, E. C., 2011, “Sampling strategies and stopping criteria for stochastic dual dynamic programming: a case study in long-term hydrothermal scheduling”, *Energy Systems*, v. 2, n. 1 (Mar), pp. 1–31.
- [9] IZMAILOV, A., SOLOV, M., 2014, *Otimização volume 1. Condições de Otimalidade, Elementos de Análise Convexa e de Dualidade*. 3 ed. Rio de janeiro, IMPA.
- [10] JAMES, B. R., 1981, *Probabilidade: um curso em nível intermediário*. 4 ed. Rio de janeiro, IMPA.

- [11] MAGALHÃES, M. N., 2013, *Probabilidade e Variáveis Aleatórias*. 3 ed. São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo.
- [12] MARTINEZ, L., SOARES, S., 2004, *Two-Point Correlations of Sound Pressure in the Far Field of a Jet: Experiment*. IEEE PES Power Systems Conference and Exposition.
- [13] REBENNACK, S., 2016, “partitioning procedures for solving mixed-variables programming problem. numerische mathematik”, *Mathematical Programming*, v. 156, pp. 343–389.
- [14] TOLMASQUIM, M., 2016, *Energia Termelétrica: Gás Natural, Biomassa, Carvão, Nuclear*. Rio de Janeiro, EPE.

Apêndice A

Tabelas das simulações

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	100,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	200,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	300,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	400,000000	0,000000

Tabela A.1: Simulação com produtividade 1,0 para os cenários $p = 0.1$ e $1 - p = 0.9$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	100,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	200,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	300,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	400,000000	0,000000

Tabela A.2: Simulação com produtibilidade 1,4 para os cenários $p = 0.1$ e $1 - p = 0.9$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	100,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	200,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	300,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	400,000000	0,000000

Tabela A.3: Simulação com produtibilidade 1,5 para os cenários $p = 0.1$ e $1 - p = 0.9$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	100,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	200,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	300,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	400,000000	0,000000

Tabela A.4: Simulação com produtibilidade 1,6 para os cenários $p = 0.1$ e $1 - p = 0.9$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2500,000000	0,000000	0,000000

Tabela A.5: Simulação com produtividade 1,8 para os cenários $p = 0.1$ e $1 - p = 0.9$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2500,000000	0,000000	0,000000

Tabela A.6: Simulação com produtividade 2,0 para os cenários $p = 0.1$ e $1 - p = 0.9$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	100,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	200,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	300,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	400,000000	0,000000

Tabela A.7: Simulação com produtibilidade 1,0 para os cenários $p = 0.2$ e $1 - p = 0.8$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	100,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	200,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	300,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	400,000000	0,000000

Tabela A.8: Simulação com produtibilidade 1,4 para os cenários $p = 0.2$ e $1 - p = 0.8$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	100,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	200,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	300,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	400,000000	0,000000

Tabela A.9: Simulação com produtibilidade 1,5 para os cenários $p = 0.2$ e $1 - p = 0.8$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	100,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	200,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	300,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	400,000000	0,000000

Tabela A.10: Simulação com produtividade 1,6 para os cenários $p = 0.2$ e $1 - p = 0.8$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2500,000000	0,000000	0,000000

Tabela A.11: Simulação com produtividade 1,8 para os cenários $p = 0.2$ e $1 - p = 0.8$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2500,000000	0,000000	0,000000

Tabela A.12: Simulação com produtividade 2,0 para os cenários $p = 0.2$ e $1 - p = 0.8$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	100,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	200,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	300,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	400,000000	0,000000

Tabela A.13: Simulação com produtividade 1,0 para os cenários $p = 0.5$ e $1 - p = 0.5$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	100,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	200,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	300,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	400,000000	0,000000

Tabela A.14: Simulação com produtividade 1,4 para os cenários $p = 0.5$ e $1 - p = 0.5$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	100,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	200,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	300,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	400,000000	0,000000

Tabela A.15: Simulação com produtividade 1,5 para os cenários $p = 0.5$ e $1 - p = 0.5$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	100,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	200,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	300,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	400,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	400,000000	0,000000

Tabela A.16: Simulação com produtividade 1,6 para os cenários $p = 0.5$ e $1 - p = 0.5$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2500,000000	0,000000	0,000000

Tabela A.17: Simulação com produtividade 1,8 para os cenários $p = 0.5$ e $1 - p = 0.5$

Hidrelétrica 1 (MW)	Hidrelétrica 2 (MW)	Termelétrica 1 (MW)	Termelétrica 2 (MW)
39800,000000	0,000000	0,000000	0,000000
39900,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	500,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	600,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	700,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	800,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	900,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1000,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1500,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1600,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1700,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1800,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	1900,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2000,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2100,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2200,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2300,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2400,000000	0,000000	0,000000
40000,000000	2500,000000	0,000000	0,000000

Tabela A.18: Simulação com produtividade 2,0 para os cenários $p = 0.5$ e $1 - p = 0.5$