



TEORIA DA DECISÃO APLICADA AO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DO SISTEMA HIDROTÉRMICO BRASILEIRO

Vitor Silva Duarte

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientadores: Djalma Mosqueira Falcão
Fernando Menezes Campello de Souza

Rio de Janeiro
Março de 2012

TEORIA DA DECISÃO APLICADA AO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO
DO SISTEMA HIDROTÉRMICO BRASILEIRO

Vitor Silva Duarte

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:



Prof. Djalma Mosqueira Falcão, D.Sc.



Prof. Fernando Menezes Campello de Souza, PhD



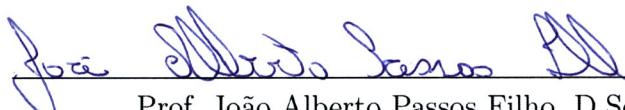
Profa. Maria Elvira Piñeiro Maceira, D.Sc.



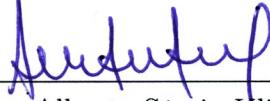
Profa. Carmen Lúcia Tancredo Borges, D.Sc.



Prof. Cristiano Alexandre Virgílio Cavalcante, D.Sc.



Prof. João Alberto Passos Filho, D.Sc.



Eng. Alberto Sérgio Kligerman, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2012

Duarte, Vitor Silva

Teoria da Decisão Aplicada ao Planejamento da Operação do Sistema Hidrotérmico Brasileiro/Vitor Silva Duarte. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2012.

XV, 185 p.: il.; 29, 7cm.

Orientadores: Djalma Mosqueira Falcão

Fernando Menezes Campello de Souza

Tese (doutorado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2012.

Referências Bibliográficas: p. 162 – 169.

1. Modelo NEWAVE.
 2. Teoria da decisão.
 3. Planejamento da operação energética do SIN.
- I. Falcão, Djalma Mosqueira *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

*À minha esposa Rachel.
À minha mãe Dalva, ao meu pai
Victorino e à minha irmã
Leandra.
Ao Zeus e à Kassie.*

Agradecimentos

Ao professor Fernando Menezes Campello de Souza pela orientação e pelas pro-
veitosas discussões no decorrer da tese.

Ao professor Djalma Mosqueira Falcão pela oportunidade, orientação, incentivo
e por acreditar no meu trabalho.

À pesquisadora do CEPEL Maria Elvira Piñeiro Maceira pelo incentivo e impor-
tantes contribuições.

Aos amigos Debora Dias Jardim Penna, Luiz Guilherme Marzano, Fabio Rodrigo
Batista, André Luiz Diniz, Roberto José Pinto por toda a paciência, importantes
contribuições em inúmeras discussões sobre o tema e por todo o incentivo que me
deram.

Aos pesquisadores do CEPEL Jorge Machado Damázio e Beatriz Helena de Oli-
veira pela ajuda e elucidações com relação à metodologia para a estimativa da função
custo de deficit.

Aos colegas da Universidade Federal de Pernambuco Luiz André Nadler
Lins, Cassiano Henrique Albuquerque, André Leite Wanderley e Fernanda Maria
Campello de Souza por me cederem, gentilmente, as ferramentas (softwares ou me-
todologias) utilizadas nessa tese para a educação da utilidade do decisor.

A todos os pesquisadores, técnicos e executivos que atuam no setor elétrico bra-
sileiro que concordaram em participar do processo de educação da utilidade dessa tese
e que contribuíram de forma muito significativa para o resultado final.

Aos membros da banca pelas importantes contribuições na apresentação e por
suas sugestões no texto final dessa tese.

À minha esposa, Rachel, e a minha família pela paciência e incentivo nesses anos
de trabalho.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

TEORIA DA DECISÃO APLICADA AO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO
DO SISTEMA HIDROTÉRMICO BRASILEIRO

Vitor Silva Duarte

Março/2012

Orientadores: Djalma Mosqueira Falcão

Fernando Menezes Campello de Souza

Programa: Engenharia Elétrica

O objetivo desse trabalho é o desenvolvimento de um Sistema de Apoio a Decisão, onde seja considerado explicitamente múltiplos objetivos ao problema do planejamento da operação energética ou da expansão da geração e que sejam incorporadas as preferências do decisor a esse problema. A metodologia empregada é a Teoria da Decisão de Abraham Wald, baseada na Teoria da Utilidade de John von Neumann e Oskar Morgenstern, associada à Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE). Foram propostas três abordagens ao problema e essas foram avaliadas comparativamente, considerando o problema real a que se deseja modelar. Os resultados foram obtidos considerando-se casos reais, incluindo funções utilidade obtidas através de um protocolo específico aplicado a diversos técnicos e decisores do setor elétrico. Os resultados apresentados são consistentes ao que a metodologia se propõe.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

APPLICATION OF DECISION THEORY IN THE OPERATION PLANNING
OF THE BRAZILIAN HYDROTHERMAL SYSTEM

Vitor Silva Duarte

March/2012

Advisors: Djalma Mosqueira Falcão
Fernando Menezes Campello de Souza

Department: Electrical Engineering

This work proposes the development of a Decision Support System, considering multiple objectives in the Brazilian energy operation planning. Moreover, the decision maker preferences should be incorporated into this System. The methodologies applied are Abraham Wald Decision Theory, based on John von Neumann and Oskar Morgenstern Utility Theory, and Stochastic Dynamic Dual Program (SDDP). Three approaches to the problem are proposed and these are benchmarked. The results were obtained considering real cases, including utility functions obtained through a specific protocol applied to various technical and decision makers in the Brazilian electricity sector. The results presented are consistent from the macroeconomic point of view.

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xiv
Lista de Abreviaturas	xv
1 Introdução	1
1.1 Planejamento da Operação Energética	1
1.1.1 Modelos de Planejamento da Operação Energética	3
1.2 Motivação	8
1.3 Objetivos	10
1.4 Organização do trabalho	11
2 Revisão Bibliográfica	13
2.1 Introdução	13
2.2 Métodos de Apoio à Decisão	13
2.2.1 Visão Geral das Abordagens	13
2.2.2 Métodos de Decisão Multiatributo ou Multicritério	14
2.2.3 Métodos de Decisão Multiobjetivo	17
2.2.4 Teoria da Decisão	24
2.3 Aplicação dos Métodos de Apoio à Decisão no Contexto de Otimização em Sistemas Elétricos	26
2.3.1 Comentários gerais sobre os objetivos a serem considerados . .	26
2.3.2 Emprego de Técnicas de Articulação <i>a Posteriori</i>	28
2.3.3 Emprego de Técnicas de Articulação <i>a Priori</i>	30
2.3.4 Emprego de técnicas de articulação progressiva	36
2.3.5 Aplicação de Métodos Não Compensatórios ou de Sobreclassificação	37
2.3.6 Aplicação da teoria da decisão em sistemas elétricos	38
2.4 Considerações finais	40

3 Referencial teórico	42
3.1 Introdução	42
3.2 Teoria da decisão	42
3.2.1 Estrutura Matemática	43
3.2.2 A função utilidade	49
3.3 O Modelo NEWAVE	51
3.3.1 Características Básicas	51
3.3.2 Problema de programação linear	52
3.3.3 Geração de cenários sintéticos	57
4 Definição do problema	71
4.1 Introdução	71
4.2 Definição Geral dos Elementos da Teoria da Decisão	73
4.2.1 Considerações sobre o espaço dos <i>payoffs</i>	77
4.2.2 Considerações Sobre os Estados da Natureza	78
4.2.3 Considerações Sobre a Função de Custo de Deficit	82
4.3 Abordagens Propostas	87
5 Abordagem com o problema representado em uma escala discreta	88
5.1 Elementos da Teoria da Decisão	89
5.1.1 Os estados da natureza — Θ	89
5.1.2 Conseqüências (<i>payoffs</i>) — \mathcal{P}	89
5.1.3 Ações — \mathcal{A}	91
5.1.4 Observações — \mathcal{X}	91
5.1.5 Mecanismos probabilísticos	92
5.2 A função utilidade — $u(p)$	95
5.3 As regras de decisão	96
5.4 Considerações finais	98
6 Abordagem com o problema representado em uma escala contínua	99
6.1 Elementos da Teoria da Decisão	99
6.1.1 Conseqüências (<i>payoffs</i>) — \mathcal{P}	99
6.1.2 Os estados da natureza — Θ	100
6.1.3 Ações — \mathcal{A}	100
6.1.4 Observações — \mathcal{X}	102
6.1.5 Mecanismos probabilísticos	102
6.2 A função utilidade — $u(p)$	108
6.2.1 O Cálculo da Utilidade da Função Consequência	114
6.3 Cálculo da Regra de Bayes	115
6.3.1 Regra de Bayes sem considerar a preferência do decisor	116

6.3.2	Regra de Bayes considerando a preferência do decisor	117
6.4	Resultados numéricos	117
6.5	Considerações finais	119
7	Abordagem através de simulações com o modelo NEWAVE	121
7.1	Introdução	121
7.2	Elementos da Teoria da Decisão	122
7.2.1	Os estados da natureza e as observações	123
7.2.2	As consequências (<i>payoffs</i>)	123
7.2.3	Mecanismos probabilísticos	125
7.2.4	Ações — \mathcal{A}	126
7.3	Função utilidade	128
7.4	Escolha da melhor decisão	133
7.4.1	Exemplos	134
7.5	Considerações finais	136
8	Resultados	138
8.1	Introdução	138
8.1.1	Caso simulado	138
8.2	Educação da função utilidade	140
8.2.1	Funções utilidade e melhor decisão	141
8.2.2	Avaliação de padrões de comportamentos	149
9	Conclusões, comentários e sugestões	157
9.1	Conclusões	157
9.2	Principais contribuições	160
9.3	Sugestões de trabalhos futuros	161
Referências Bibliográficas		162
A	Estatísticas das séries históricas	170
B	Desenvolvimentos analíticos do Capítulo 6	175
B.1	O Cálculo da Utilidade da Função Consequência	175
B.2	Deduções para a seção 6.3	183
B.2.1	Integrais considerando a função <i>a posteriori</i> $\pi(\theta x)$	183
B.2.2	Risco de Bayes	185

Listas de Figuras

1.1	Cadeia de modelos para o planejamento da operação.	4
2.1	Competição por <i>sharing</i> .	23
2.2	Exemplo de cálculo de pesos - SPEA.	24
2.3	Estratégia de solução do problema multiobjetivo.	32
2.4	Diagrama de blocos da metodologia proposta - FCGA.	33
2.5	Sistema proposto por Srinivasan <i>et al.</i>	35
2.6	Nuvem de pontos obtida a partir do NEWAVE.	39
3.1	Arquitetura e funcionamento da Teoria da Decisão.	48
3.2	Diagrama de interligação entre os subsistemas.	58
3.3	ENA histórica para os quatro subsistemas.	59
3.4	ENA média histórica para os quatro subsistemas.	60
3.5	Coeficiente de variação para os quatro subsistemas.	60
3.6	ENA - média histórica total, considerando diferentes <i>decks</i> .	61
3.7	ENA - média histórica total, considerando diferentes <i>decks</i> e um mesmo histórico (set/2010).	62
3.8	ENA - média histórica total, considerando diferentes históricos de vazões <i>decks</i> e um mesmo <i>deck</i> .	63
3.9	Ilustração de um modelo estocástico para geração de cenários sintéticos.	64
3.10	Ilustração do processo de geração condicionada de cenários sintéticos.	66
3.11	Ilustração do processo de geração não condicionada de cenários sintéticos.	66
3.12	Fluxograma do processo de geração de cenários.	67
3.13	Média e desvio padrão de uma geração de 2000 cenários sintéticos — geração condicionada.	68
3.14	Média e desvio padrão de uma geração de 2000 cenários sintéticos — geração não condicionada.	69
3.15	Exemplo de séries sintéticas — geração não condicionada.	70
4.1	Fluxograma básico do processo decisório.	72

4.2	Exemplo das funções de custo de deficit obtidas pela variação do parâmetro da ação.	76
4.3	Correlação entre Custo Total de Operação e Custo Marginal de Operação para o PMO de jan/2001.	78
4.4	Correlação entre Custo Total de Operação e Custo Marginal de Operação para diversos PMOs.	79
4.5	Função consequênci $f(\vec{p} \theta, a)$ — PMO de janeiro de 2001.	80
4.6	Função consequênci $f(\vec{p} \theta, a)$ — PMO de janeiro de 2001. Sensibilidade com a tendência hidrológica.	81
4.7	Função consequênci $f(\vec{p} \theta, a)$ — PMO de janeiro de 2001. Sensibilidade com o armazenamento inicial.	81
5.1	Plano $p_1 \times p_3$	90
5.2	Simulações do NEWAVE para cada par (θ_i, a_j)	93
5.3	Função utilidade.	95
6.1	Exemplo de uma função consequênci.	104
6.2	Exemplos de função consequênci. Plano (p_1, p_3)	105
6.3	Exemplos de função utilidade - caso 1 (a) e caso 2 (b).	111
6.4	Exemplos de função utilidade - caso 3 (a) e caso 4 (b).	112
6.5	Exemplos de função utilidade - caso 5 (a) e caso 6 (b).	112
6.6	Risco de Bayes.	119
6.7	Exemplos de função consequênci. Plano (p_1, p_3)	120
7.1	Definição dos <i>payoffs</i> (6×6) — plano $p_1 \times p_3$	124
7.2	Definição dos <i>payoffs</i> (4×4) — plano $p_1 \times p_3$	125
7.3	Exemplo de uma função consequênci.	126
7.4	Função de custo de deficit.	129
7.5	Função consequênci considerando $\alpha = 0, 0$	129
7.6	Função consequênci considerando $\alpha = 0, 5$	130
7.7	Função consequênci considerando $\alpha = 1, 0$	130
7.8	Tela da interface de educação da ordem completa.	131
7.9	Tela da interface do programa <i>SEP[©]</i>	133
7.10	Tela da interface do programa <i>SEP[©]</i>	133
7.11	Decisor hipotético 1: (a) Função utilidade e (b) Utilidade Esperada. .	134
7.12	Decisor hipotético 2: (a) Função utilidade e (b) Utilidade Esperada. .	135
7.13	Decisor hipotético 3: (a) Função utilidade e (b) Utilidade Esperada. .	135
7.14	Decisor hipotético 4: (a) Função utilidade e (b) Utilidade Esperada. .	135
7.15	Decisor hipotético 5: (a) Função utilidade e (b) Utilidade Esperada. .	136
8.1	Decisor a, educação em espaço 6×6	141

8.2	Decisor b, educação em espaço 6×6 .	142
8.3	Decisor 1: Utilidade (a) e valor esperado da utilidade (b).	144
8.4	Decisor 2: Utilidade (a) e valor esperado da utilidade (b).	145
8.5	Decisor 3: Utilidade (a) e valor esperado da utilidade (b).	145
8.6	Decisor 4: Utilidade (a) e valor esperado da utilidade (b).	145
8.7	Decisor 5: Utilidade (a) e valor esperado da utilidade (b).	146
8.8	Decisor 6: Utilidade (a) e valor esperado da utilidade (b).	146
8.9	Decisor 7: Utilidade (a) e valor esperado da utilidade (b).	147
8.10	Decisor 8: Utilidade (a) e valor esperado da utilidade (b).	147
8.11	Custo esperado de operação — Caso de janeiro de 2011.	148
8.12	Custo marginal de operação — Caso de janeiro de 2011.	149
8.13	Risco anual de déficit — Caso de janeiro de 2011.	149
8.14	Valor esperado do déficit — Caso de janeiro de 2011.	150
8.15	Qualidade do ajuste.	152
8.16	Qualidade do ajuste.	153
8.17	Função utilidade ajustada: decisor 1.	153
8.18	Função utilidade ajustada: decisor 2.	154
8.19	Função utilidade ajustada: decisor 3.	154
8.20	Função utilidade ajustada: decisor 4.	154
8.21	Função utilidade ajustada: decisor 5.	155
8.22	Função utilidade ajustada: decisor 6.	155
8.23	Função utilidade ajustada: decisor 7.	155
8.24	Função utilidade ajustada: decisor 8.	156
A.1	Correlação temporal: Sudeste.	170
A.2	Correlação temporal: Sul.	171
A.3	Correlação temporal: Nordeste.	171
A.4	Correlação temporal: Norte.	172
A.5	Histograma das ENAs: Sudeste.	172
A.6	Histograma das ENAs: Sul.	173
A.7	Histograma das ENAs: Nordeste.	173
A.8	Histograma das ENAs: Norte.	174

Listas de Tabelas

3.1	Função Perdas.	48
3.2	Risco de Bayes.	48
3.3	Coeficientes estimados para o subsistema Sudeste.	68
4.1	Função de custo de deficit.	85
4.2	Função de custo de deficit.	86
4.3	Funções de custo de deficit vigentes no Brasil.	86
5.1	Definição dos atributos.	89
5.2	Distribuição <i>a priori</i> — $\pi(\theta)$.	92
5.3	Função de verossimilhança — $P(x \theta)$.	93
5.4	Função conseqüência — $P(p \theta, a)$.	94
5.5	Função utilidade.	95
5.6	Regras de decisão.	96
5.7	Função de risco — $R_d(\theta)$.	97
5.8	Risco de Bayes — r_d .	98
6.1	Função de custo de deficit aplicada no ano de 2011 — REH ANEEL 1.099/10.	101
7.1	Função de custo de deficit — ano de 2011.	127
7.2	Conjunto das possíveis ações do decisor.	128
8.1	Funções conseqüência para o caso de janeiro de 2011.	139
8.2	Função utilidade eduzida.	143
8.3	Função utilidade analítica.	151

Lista de Abreviaturas

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica, p. 4
CCEE	Câmara Comercializadora de Energia Elétrica, p. 66
CEPEL	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, p. 3
CMO	Custo Marginal de Operação, p. 77
CTO	Custo Total de Operação, p. 77
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico, p. 4
PDDE	Programação Dinâmica Dual Estocástica, p. 7
PMO	Programa Mensal de Operação, p. 61
SAD	Sistema de Apoio à Decisão, p. 10
SIN	Sistema Interligado Nacional, p. 1

Capítulo 1

Introdução

1.1 Planejamento da Operação Energética

O Brasil é um país de dimensões continentais, com uma população de aproximadamente 190 milhões de habitantes. Sua atividade econômica gira em torno de 2,1 trilhões de dólares, que corresponde à aproximadamente 40% da atividade econômica de toda a América Latina. A indústria é responsável por aproximadamente 30% do PIB, o que indica seu grau de maturidade [1].

O Sistema Interligado Nacional (SIN) é composto por dois grandes sistemas interligados. O primeiro engloba as regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste do país, e é responsável por 79% do consumo de energia. O segundo engloba a região Nordeste e parte da região Norte, sendo responsável por 19% do consumo. Desde dezembro de 1998, estes dois sistemas são interligados através de 1000 km linhas de transmissão, a um nível de tensão de 500 kV e capacidade de 1000 MW. Existe também um sistema isolado na região Norte, responsável por 2% do consumo.

Adicionalmente, o sistema elétrico brasileiro é predominantemente hidroelétrico (sendo mais de 90% da produção de eletricidade composta por este tipo de fonte) e caracterizado por reservatórios de grande porte, com regularização plurianual e dispostos em cascata ao longo de várias bacias. É um sistema de grande porte, com 145 usinas hidroelétricas e 60 usinas térmicas (sendo 2 destas usinas nucleares), totalizando mais de 200 usinas [2].

As usinas hidroelétricas utilizam a água armazenada nos reservatórios para produzir energia no futuro, substituindo os custos que seriam causados pela geração termoelétrica. Entretanto, as afluências às usinas hidroelétricas têm um comportamento estocástico, pois dependem de precipitações futuras, que em geral não podem ser previstas de forma acurada. Além disso, as afluências apresentam grandes variações não só de acordo com as estações ao longo do ano, mas também de um ano para o outro. Isto é refletido nos elevados coeficientes de variação das vazões históricas

mensais. Outra característica do sistema é que os registros históricos de afluência apresentam alguns períodos muito secos, superiores a um ano.

A capacidade limitada de armazenamento nos reservatórios, somada às incertezas nas afluências futuras, promove um acoplamento entre as decisões operativas tomadas em um determinado instante de tempo e as consequências futuras dessa decisão. Por exemplo, se o operador decide deplecionar os reservatórios no presente, e baixas afluências venham a ocorrer no futuro, as usinas hidroelétricas podem não dispor de água suficiente para atender à demanda no futuro. Como consequência, pode ser necessário utilizar geração térmica com altos custos de combustível, ou até mesmo realizar cortes de carga. Por outro lado, se os níveis dos reservatórios forem mantidos elevados (por meio de uma maior utilização de geração térmica no presente) e elevadas afluências ocorram no futuro, os volumes nos reservatórios podem exceder sua capacidade, provocando vertimentos, que podem ser vistos como um desperdício de energia.

Em resumo, a operação do sistema hidrotérmico brasileiro possui as seguintes características:

- É acoplado no tempo, já que estratégias operativas no presente afetam os custos futuros do sistema;
- É essencialmente estocástico, devido principalmente às incertezas acerca das afluências futuras;
- Os registros históricos de afluência apresentam períodos secos com durações de alguns anos;
- Os reservatórios do sistema apresentam regularização plurianual;
- As defluências de uma usina hidroelétrica afetam a operação das usinas a jusante;
- O valor da energia gerada por uma usina hidroelétrica não pode ser avaliado diretamente como função do estado da usina de forma isolada, mas em termos da redução promovida nos custos futuros de geração térmica;
- Há uma correlação positiva entre os custos operativos e a confiabilidade no suprimento de energia.

Além de todas essas características, a programação diária do despacho deve levar em consideração restrições operativas para as unidades geradoras hidroelétricas e termoelétricas, problema denominado na literatura de *unit commitment*. Desta forma, o planejamento da operação envolve desde o problema de otimização anual dos reservatórios até o problema de otimização do despacho horário das usinas.

O objetivo do planejamento da operação energética é determinar, a cada estágio, uma política de operação para cada usina, visando atender à demanda com a melhor composição possível de custo operacional, que se deseja baixo, e segurança de atendimento, que se deseja alta. No custo operacional estão incluídos os custos com os combustíveis das termoelétricas, além de custos associados ao não atendimento à demanda, ou seja, o custo do deficit.

Esse objetivo está implementado através de modelos matemáticos, que também podem ser utilizados em diversos estudos, tais como [3]:

- i. **tomada de decisão operativa em relação aos intercâmbios de energia entre os subsistemas e também em relação ao despacho dos blocos hidráulicos e térmicos.**
- ii. **informações sobre consumo de combustível:** através da simulação da operação para diversos cenários hidrológicos e de demanda, podem ser estimadas média e variância do consumo de combustível e valores de pico deste consumo.
- iii. **estudo de políticas tarifárias:** um dos resultados dos modelos de planejamento é o custo marginal de operação, que mede a variação do custo esperado de operação com relação a incrementos de demanda. Esse índice é usado atualmente na formação do preço de liquidação das diferenças (PLD) da energia elétrica.
- iv. **estudos de política de racionamento:** os modelos de planejamento da operação representam o efeito de diferentes políticas de racionamento de energia, em termos de duração, profundidade e impactos econômicos e financeiros.
- v. **estudos de expansão da geração e transmissão do sistema.**
- vi. **cálculo da garantia física do sistema.**

1.1.1 Modelos de Planejamento da Operação Energética

Considerando a grande complexidade do problema do planejamento energético, tanto no contexto da operação quanto no planejamento da expansão da geração hidroelétrica, seria inviável uma implementação computacional de um modelo matemático para a solução desse problema em um único programa, contemplando todas as características apresentadas no item anterior. Mesmo com os recursos computacionais nos dias atuais. Para contornar essa situação, o Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL) desenvolve um sistema de Apoio ao Planejamento/Programação da Operação Energética, no qual o problema foi dividido em várias etapas, com

diferentes horizontes de estudo e diferentes discretizações, em função da relevância daquilo que se está estudando. Esse sistema forma uma cadeia de modelos de otimização e simulação, que está mostrada na figura 1.1, envolvendo desde a otimização multi-estágio da operação dos reservatórios (longo prazo) até o despacho horário (curto prazo). Algoritmos de programação dinâmica dual estocástica são aplicados para se definir o uso ótimo dos recursos hidrelétricos e termelétricos no horizonte de planejamento de longo e médio prazo. Já no curto prazo é aplicado um algoritmo que integra programação dinâmica dual e relaxação Lagrangeana [2].

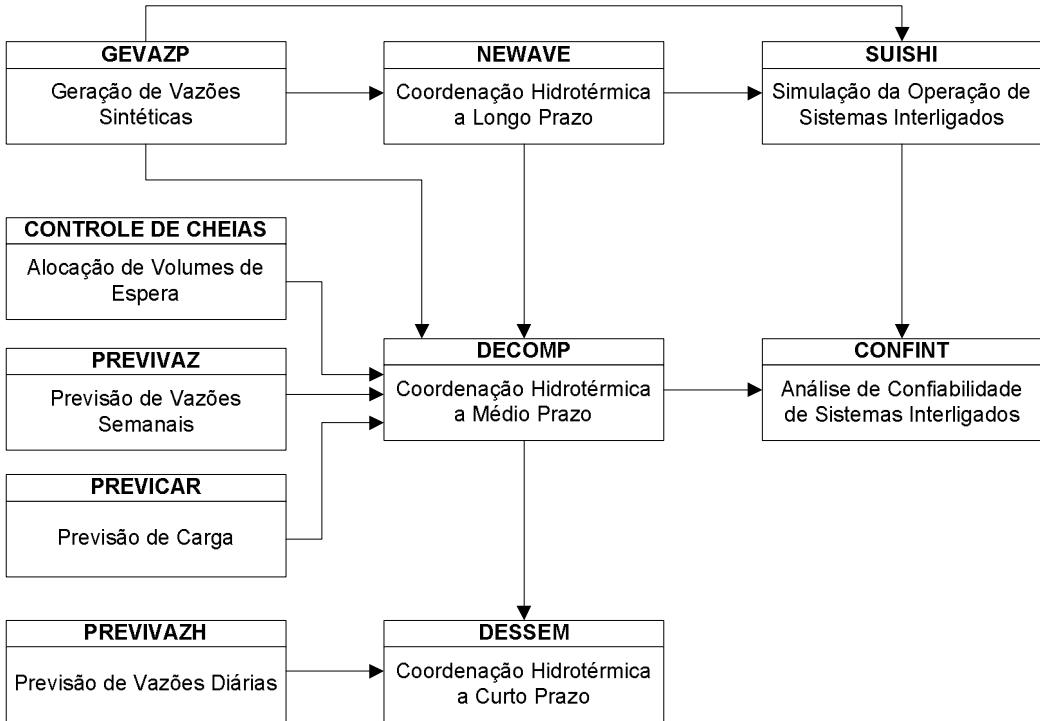


Figura 1.1: Cadeia de modelos para o planejamento da operação.

Essa cadeia de modelos de otimização, que tratam diferentes horizontes de planejamento e níveis de detalhamento da representação do sistema, compõe o sistema computacional utilizado pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) para o planejamento/programação da operação eletro-energética do sistema brasileiro. O ONS é responsável pelo despacho centralizado do sistema, de acordo com regras acordadas pelos agentes do sistema, e aprovadas pela ANEEL [2].

Como já mencionado, o objetivo do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos é definir a estratégia de operação que minimize o valor esperado do custo operativo de todo o horizonte de planejamento, dado o estado inicial do sistema. No contexto do planejamento de longo prazo, o estado do sistema deve incluir os níveis de armazenamento dos reservatórios e informações sobre tendência hidrológica, por exemplo, os últimos p volumes afluentes aos reservatórios. O planejamento da operação de longo prazo agrupa os reservatórios de cada subsistema em um re-

servatório equivalente. O mesmo tratamento é feito para as energias afluentes aos reservatórios de cada subsistema. O planejamento da operação de médio prazo e a programação da operação de curto prazo tratam individualmente os volumes armazenados e afluências aos reservatórios do sistema.

Matematicamente, o problema do planejamento da operação energética pode ser escrito, de forma geral, conforme apresentado a seguir:

$$\alpha_t(X_t) = \underset{A_t|X_t}{E} \left[\min C_t GT_t + \frac{1}{\beta} \alpha_{t+1}(X_{t+1}) \right] \quad \forall t = T, T-1, \dots, 1 \quad (1.1)$$

sujeito a

Equação de balanço hídrico em cada hidrelétrica ou reservatório equivalente:

$$V_{t+1} = V_t + A_t - Q_t - S_t + \sum_{UM} (Q_t + S_t) - EV_t \quad (1.2)$$

Equação de suprimento à demanda em cada subsistema k:

$$\sum_{UHE} \rho Q_t + \sum_{UTE} GT_t + \sum_{S_k} (F_{t,l,k} - F_{t,k,l}) = D_t \quad (1.3)$$

Limites de armazenamento em cada usina hidrelétrica ou reservatório equivalente:

$$V_{t+1} \leq \bar{V} \quad (1.4)$$

Limite máximo de turbinamento em cada usina hidrelétrica ou reservatório equivalente:

$$Q_t \leq \bar{Q} \quad (1.5)$$

Limite mínimo de turbinamento e vertimento em cada usina hidrelétrica ou reservatório equivalente:

$$Q_t + S_t \geq Q_{min} \quad (1.6)$$

Limites mínimo e máximo de geração em cada usina termelétrica:

$$GT_{min,i} \leq GT_t \leq GT_{max,i} \quad (1.7)$$

Limites de fluxo de intercâmbio entre subsistemas:

$$F_{min_t} \leq F_t \leq F_{max_t} \quad (1.8)$$

Conjunto de restrições lineares multivariadas que representam a função de custo futuro:

$$\alpha_{t+1} \geq \sum_{UHE} \pi_{v,t+1} V_{t+1} + \pi_{a1,t+1} A_t + \cdots + \pi_{ap,t+1} A_{t-p+1} + \text{const} \quad (1.9)$$

onde

t	representa o índice de estágio
X_t	vetor de estado $(V_t, A_{t-1}, \dots, A_{t-p})$ no início do estágio t
V_t	nível de armazenamento no reservatório
A_t	energia afluente a usina hidrelétrica ou reservatório equivalente, $\alpha_t(X_t)$, o valor esperado futuro do custo de operação (do estágio t até o final do horizonte de planejamento da operação)
$A_t X_t$	distribuição de probabilidade das afluências A_t condicionados ao estado X_t
$E(\cdot)$	operador valor esperado
GT_t	geração de cada usina termelétrica
Q_t	volume turbinado em cada usina hidrelétrica ou usina hidrelétrica equivalente de cada subsistema
β	taxa de desconto
C_t	custo unitário de operação de cada usina termelétrica
S_t	volume vertido em cada usina hidrelétrica ou usina hidrelétrica equivalente de cada subsistema
EV_t	volume evaporado nos reservatórios ou energia evaporada do reservatório equivalente de cada subsistema
ρ	coeficiente de produtibilidade da usina hidrelétrica, é função de V_t , V_{t+1} , Q_t , S_t
$F_{t,k,l}$	fluxo de intercâmbio do subsistema k para o subsistema i
D_t	demandas de energia do sistema
\bar{V}	limite máximo de armazenamento do reservatório
\bar{Q}	limite máximo de turbinamento da usina hidrelétrica
Q_{min}	limite mínimo de turbinamento e vertimento da usina hidrelétrica
GT_{min}	limite mínimo de geração termelétrica
GT_{max}	limite máximo de geração termelétrica
F_{min}	limite máximo de fluxo de intercâmbio entre subsistemas
F_{max}	limite mínimo de fluxo de intercâmbio entre subsistemas
π_v	multiplicador simplex ou variável dual associado ao nível de armazenamento no reservatório
π_{a1}	multiplicador simplex ou variável dual associado ao volume afluente no estágio anterior

A seguir é feita uma breve descrição de cada um dos modelos computacionais que compõem a Figura 1.1:

NEWAVE: O modelo NEWAVE foi desenvolvido para o planejamento da operação de longo prazo. Através dele é calculada, para cada mês de um horizonte de cinco a dez anos (podendo ser, no máximo, 30 anos), a alocação ótima de recursos hidrelétricos e termelétricos, de forma a minimizar o custo esperado total de operação (custo de geração termelétrica mais penalidade por não suprimento da demanda). Os diversos reservatórios são agregados em um reservatório equivalente de energia, representando, por exemplo, os subsistemas Sudeste, Sul, Nordeste e Norte. O método de solução para o problema de otimização é a Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) [4]. Nesse algoritmo, a energia armazenada e as energias naturais afluentes anteriores a um determinado mês (chamada de *tendência hidrológica*) representam um vetor de estados e uma simulação de Monte Carlo é usada para construir interativamente uma função de custo futuro multivariada para o sistema.

O modelo NEWAVE será uma das ferramentas utilizadas nessa tese e portanto será descrito mais detalhadamente no Capítulo 3.

SUISHI: O modelo SUISHI é um modelo de simulação individualizado para a operação das usinas de sistemas hidrotérmicos interligados. Ele é capaz de simular sistemas eletricamente interligados, porém hidráulicamente desacoplados. Ele pode ser acoplado com a decisão estratégica gerada pelo modelo NEWAVE através da função de custo futuro de cada estágio e pode considerar restrições operativas de usos múltiplos da água: máxima vazão para controle de cheias, vazão mínima para navegação ou saneamento e desvio de água para projetos de irrigação. Através do modelo SUISHI, séries multivariadas de afluências são simuladas, seja a observada no passado ou a gerada pelo modelo GEVAZP, produzindo índices de desempenho probabilísticos.

DECOMP: O modelo DECOMP determina a geração para cada usina do sistema (termelétrica e hidrelétrica) tal que atenda a demanda e minimize o custo esperado da operação a cada semana no primeiro mês e para os próximos meses do período de planejamento, levando em conta o comportamento estocástico de longo prazo das afluências. O algoritmo de solução é obtido por programação dinâmica dual estocástica, sendo o armazenamento dos reservatórios a variável de estado. As principais características são: representação individualizada das usinas hidrelétricas, integração com os modelos de longo prazo e programação da operação (NEWAVE e DESSEM) através da função de custo futuro, representação da variação não-linear

das alturas de queda das usinas hidrelétricas, tempo de viagem da água e patamares de carga. A previsão de vazão afluente aos reservatórios usado no primeiro mês é obtida por um modelo de previsão. Para os próximos meses do horizonte, são gerados cenários de vazões pelo modelo GEVAZP.

DESSEM: O modelo DESSEM foi desenvolvido para a programação diária do despacho hidrotérmico. Ele calcula o despacho de geração a cada meia-hora, com horizonte de uma semana, considerando restrições detalhadas das usinas hidrelétricas. Além disso, um modelo de fluxo de potência linearizado representa a rede de transmissão.

Os modelos acima constituem as ferramentas de otimização que compõem a cadeia de modelos para o planejamento da operação energética. Adicionalmente destacam-se modelos que fornecem suporte as ferramentas de otimização:

- Modelo GEVAZP: gera um grande número de cenários de vazões afluentes ou energias naturais afluentes multivariadas;
- Modelos PREVIVAZM, PREVIVAZ e PREVIVAZH: produzem previsões mensais, semanais e diárias de afluências;
- Sistema SPEC (*Sistema para Estudo de Prevenção de Cheias em Sistemas Hidroelétricos*): conjunto de modelos para apoiar os estudos de prevenção de cheias;
- Modelo PREVICAR: produz previsões mensais ou semanais de carga;
- Modelo CONFINT: responsável pela avaliação da confiabilidade de sistemas hidrotérmicos interligados.

A descrição detalhada desses modelos pode ser consultada em MACEIRA *et al.* [2], MACEIRA *et al.* [3], BATISTA *et al.* [5], COSTA *et al.* [6], MACEIRA *et al.* [7], COSTA *et al.* [8], COSTA *et al.* [9], COSTA *et al.* [10].

1.2 Motivação

Nos modelos de otimização adotados oficialmente no planejamento da operação energética e do planejamento da expansão da geração do sistema elétrico brasileiro, a função objetivo é minimizar o valor de um determinado índice de desempenho (por exemplo, o valor esperado do custo total de operação), respeitando-se determinadas restrições. No ótimo do problema de otimização, o que se deseja, a princípio, é encontrar os valores das variáveis de decisão que identificam a tal solução ótima. Mais especificamente, a função objetivo adotada pelo setor elétrico brasileiro e utilizada

pelo ONS como suporte às decisões de otimização da produção de energia consiste na minimização do custo total de operação, composto de duas parcelas básicas: custo de geração das usinas termoelétricas e custo de penalidade pelo não atendimento da demanda de energia elétrica. Nessa forma, o que se tem é um processo de otimização mono-objetivo.

Segundo citado em IPSID [11]:

“Observa-se na história da pesquisa operacional, que a intensificação da utilização da programação linear para busca da solução ótima surgiu num contexto próprio de um paradigma mono-objetivo, especialmente quando se considera a pesquisa de soluções em operações militares. Esta visão mais clássica se consolidou com a revolução industrial, onde a busca de soluções no contexto de sistemas de produção de bens permitia a modelagem de problemas numa visão mono-objetivo. Atualmente, contudo, com a crescente intensificação de contextos representados por sistemas de produção de serviços, o paradigma mono-objetivo tem dado lugar ao paradigma multiobjetivo.”

Na prática, as atividades de planejamento e operação de sistemas elétricos de potência contemplam a composição de vários objetivos, entre os quais se destacam o da minimização de custos e o da maximização da confiabilidade de suprimento. Estes diversos objetivos estão presentes na própria missão do ONS:

“Operar o Sistema Interligado Nacional de forma integrada, com transparência, eqüidade e neutralidade, de modo a garantir o suprimento de energia elétrica contínuo, econômico e seguro no país.” [12]

Naturalmente há um *tradeoff* entre esses objetivos.

Com essa preocupação, foi realizado no ano de 2006 um processo de entrevistas com gestores e técnicos do ONS, com o objetivo de captar o exato nível de expectativa existente no Operador Nacional do Sistema Elétrico com respeito à introdução de metodologias de decisão multicritério no planejamento da operação energética do sistema hidrotérmico brasileiro.

Como síntese das manifestações dos entrevistados, destacam-se os seguintes pontos [13]:

- O critério de mínimo custo da operação não deve ser abandonado na gestão hidrotérmico do SIN;
- Outros critérios devem ser compartilhados com o de mínimo custo, na visão dos entrevistados;

- Com destaque, foi indicado o critério de segurança do atendimento;
- Foi indicada a incorporação de condicionantes ambientais do tipo abastecimento d'água, legislação e vazões mínimas, no processo decisório de gestão hidrotérmico do SIN;
- Com menor intensidade, foi indicada também a necessidade de se considerar condicionantes de uso múltiplos das águas (turismo, lazer etc), além de o que foi chamado, pelos entrevistados, de “práticas operativas” do ONS;

Adicionalmente, a questão da previsibilidade dos resultados no processo decisório da gestão hidrotérmica do SIN pelo ONS foi destacada como um aspecto de alta importância. Foi indicado também ser de alta relevância que os modelos adotados pelo ONS na gestão hidrotérmica do SIN continuem a possibilitar a realização de simulações plurianuais das condições de atendimento ao mercado.

1.3 Objetivos

O objetivo desse trabalho é o desenvolvimento de um Sistema de Apoio à Decisão, no contexto do planejamento da operação energética do Sistema Interligado Nacional. A metodologia empregada é a Teoria da Decisão de Abraham Wald, baseada na Teoria da Utilidade de John von Neumann e Oskar Morgenstern, associada à Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE). Esse sistema utilizará, entre suas ferramentas, os modelos de otimização energética desenvolvidos pelo CEPEL. Nessa tese, será adotado o modelo NEWAVE.

O Sistema de Apoio à Decisão proposto nessa tese será capaz de:

- Considerar explicitamente diversos objetivos relevantes ao problema do planejamento da operação energética;
- Incorporar as preferências do decisor ao problema do planejamento da operação energética do sistema elétrico brasileiro.

A representação das preferências do decisor é feita através de uma função, denominada *função utilidade*. Uma vez obtida essa função, é possível a realização de análises comparativas entre decisores no que se refere ao seu comportamento frente ao risco.

São propostas três abordagens distintas para a solução do problema de decisão no planejamento da operação energética do SIN, considerando a Teoria da Decisão, a saber:

- i. Abordagem com o problema representado em uma escala discreta;

ii. Abordagem com o problema representado em uma escala contínua;

iii. Abordagem através de simulações com o modelo NEWAVE.

A metodologia resultante desse trabalho pode ser diretamente aplicada ao problema de planejamento da expansão da geração do SIN.

1.4 Organização do trabalho

O texto da tese está estruturado da seguinte forma:

- No Capítulo 2 são apresentados os resultados de uma revisão bibliográfica sobre métodos de apoio à decisão e a aplicação desses métodos em sistemas elétricos de potência. Desses métodos, a Teoria da Decisão é a mais adequada ao problema de planejamento energético de longo prazo.
- No Capítulo 3 são apresentados alguns conceitos que são a base para o desenvolvimento da tese. É apresentada a Teoria da Decisão e também um resumo sobre a Programação Dinâmica Dual Estocástica e sobre o modelo par(p), que é o utilizado na geração dos cenários sintéticos de energia natural afluente. Essas são as principais ferramentas para a metodologia aqui apresentada. Algumas análises adicionais estão contidas no Apêndice A, que complementa esse capítulo.
- No Capítulo 4 é definido o problema que se trata nesta tese. São propostas três abordagens na solução do problema.
- No Capítulos 5 é apresentada a primeira abordagem, com o problema de decisão representado em uma escala discreta.
- No Capítulo 6 é apresentada outra abordagem, onde o problema de decisão é representado em uma escala contínua. É apresentado uma modelagem analítica para a solução do problema. Os desenvolvimentos analíticos desse capítulo estão no Apêndice B.
- No Capítulo 7 é apresentada uma abordagem onde as funções consequência são estimadas através de simulação.
- No Capítulo 8 são apresentados resultados, considerando a abordagem apresentada no Capítulo 7. Esses resultados foram obtidos através da aplicação de protocolos de educação da função utilidade em diversos técnicos e decisores que atuam no setor elétrico.

- No Capítulo 9 são apresentadas as conclusões da tese e sugestões para futuros desenvolvimentos.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Introdução

Neste capítulo é apresentado o resultado de um levantamento bibliográfico sobre métodos de apoio à decisão e de aplicações desses métodos ao problema de planejamento da operação de sistemas elétricos.

As datas de publicação dos trabalhos variam do ano de 1971 até 2009 e abrangem desde o planejamento de longo prazo até a programação diária da operação. São apresentados trabalhos com modelagem de problemas de despacho de geração termelétrica, gestão de recursos hídricos e planejamento da operação energética e expansão.

Será apresentada, inicialmente, uma seção sobre os métodos de apoio à decisão. Em outra seção são apresentadas as aplicações desses métodos no contexto de sistemas elétricos.

2.2 Métodos de Apoio à Decisão

Vários são os paradigmas e métodos que conduzem a sistemas de apoio à decisão. É importante ter-se uma idéia desse universo.

2.2.1 Visão Geral das Abordagens

Em MARZANO *et al.* [13] e IPSID [11] consta a seguinte observação:

“A escolha do método depende de vários fatores, destacando-se as características [14, 15]:

- Do problema analisado;

- Do contexto considerado (prazos, disponibilidade de dados etc): aspectos de simplicidade, facilidade de aplicação e objetividade da decisão podem ser requeridos;
- A estrutura de preferências do decisor: é particularmente importante e pode ser o fator preponderante na seleção do método a empregar;
- A própria problemática que se apresenta, que se refere à maneira como o processo decisório é encarado. São três as principais problemáticas de referência: problemática de escolha, ordenação e classificação.”

O que está em questão no texto citado acima é a escolha do método de apoio à decisão a ser adotado em um determinado problema. Com base nisso, foi realizada uma pesquisa bibliográfica relacionada aos métodos de apoio à decisão disponíveis na literatura técnica, com o intuito de se definir qual o método é mais adequado ao problema de planejamento da operação energética do SIN, conforme formulado nesse trabalho. As classificações e nomenclaturas destes métodos muitas vezes são divergentes em função do autor ou da escola que se está sendo considerada. Nesse trabalho em particular, será adotada a seguinte classificação com relação à metodologia de apoio à decisão:

- Métodos de Decisão Multiatributo ou Multicritério:** que engloba todos os métodos de seleção, ordenação ou categorização de um número finito, ou seja, discreto, de alternativas, explicitamente conhecidas;
- Métodos de Decisão Multiobjetivo:** formulados como problemas de otimização;
- Teoria da Decisão:** surgiu a partir de Abraham Wald [16] e está baseada na Teoria da Utilidade de John von Neumann e Oskar Morgenstern [17], aborda o problema de como realizar o melhor processo decisório quando há incerteza sobre o que poderá acontecer.

No tópico seguinte, segue uma síntese dessas metodologias, com as suas principais abordagens.

2.2.2 Métodos de Decisão Multiatributo ou Multicritério

Essa categoria de métodos engloba métodos de seleção, ordenação ou categorização de um número finito, ou seja, discreto, de alternativas, explicitamente conhecidas. Pode-se fazer a seguinte classificação:

- **Métodos compensatórios ou de função única de síntese:** onde se escolhe um tipo de “compensação entre os critérios”, ou seja, uma desvantagem em um critério é contrabalanceada com uma vantagem em outro;

- **Métodos não compensatórios ou de sobreclassificação:** requerem uma informação correspondente à importância relativa entre os critérios.

De uma maneira geral, os métodos compensatórios podem favorecer ações não balanceadas; aquelas cujo desempenho é excelente sob algum aspecto, mas que é sofrível nos demais. Por outro lado, os métodos não compensatórios favorecem ações mais balanceadas, que apresentam um melhor desempenho médio.

Métodos Compensatórios ou de Função Única de Síntese

Nestes métodos, os critérios são agregados através de uma expressão analítica que sintetiza o objetivo global de forma compensatória como, por exemplo, a soma ponderada dos objetivos.

Segundo IPSID [11]:

“Os métodos compensatórios permitem que largas desvantagens em alguns critérios possam ser compensadas por boas avaliações em outros critérios.”

Abaixo segue uma breve descrição de métodos deste conjunto.

A Teoria da Utilidade Multiatributo: Referida freqüentemente por MAUT (Multi-Attribute Utility Theory), foi derivada da Teoria da Utilidade [18]. Esse método incorpora à teoria da utilidade à questão do tratamento de problemas com múltiplos objetivos. Estes objetivos são representados pelo que são denominados, nesta teoria, de atributos [19]. Como teoria, tem-se em MAUT, uma estrutura muito sólida, axiomática e consistente, para decisão multicritério, e por decorrência, com fortes restrições para aplicação [19]. Embora alguns autores classifiquem MAUT entre os métodos aplicáveis para problemas discretos, deve-se observar que sua concepção inicial associada à Teoria da Decisão permite a solução de problemas com conjunto de ações discreto ou contínuo. Talvez por esta classificação mais restrita, MAUT venha sendo utilizada mais freqüentemente para problemas discretos. Em relação a problemas que envolvem modelagem probabilística, a questão de tratamento das incertezas é inserida dentro da estrutura axiomática, que permite uma abordagem mais consistente de problemas de decisão multicritério sob situação de incerteza [11].

O método SMART: Proposto em EDWARDS [20], é baseado em MAUT, considerando que estrutura de preferência do decisor leva ao modelo analítico de agregação aditiva, com funções utilidade lineares. Esta simplificação é usada em algumas situações específicas, com base na avaliação das consequências da simplificação do modelo [11].

O método MACBETH: Proposto por Bana e Costa & Vansnick [21], este método é baseado nas mesmas simplificações do SMART. Entretanto considera que o decisor pode incorrer em erros ao estabelecer avaliações em escala numérica para critérios subjetivos. O método usa escala verbal para este tipo de critério, transportando as avaliações verbais para uma escala numérica e aplicando o modelo aditivo [11].

Método AHP (Analytic Hierarchy Process): Criado por Saaty [22], foi um dos primeiros métodos para o tratamento de problemas de decisões multicritério discretas e é amplamente utilizado na literatura [19]. Nesse método, um problema de decisão é dividido em níveis hierárquicos, facilitando sua compreensão e avaliação [11].

Vale ressaltar que os três últimos métodos tratam de problemas determinísticos e o MAUT pode tratar de problemas onde o espaço de consequências é probabilístico. Além disto, a abordagem por MAUT pode ser incorporada dentro da Teoria da Decisão [11].

Métodos Não Compensatórios ou de Sobreclassificação

De forma geral, os métodos de sobreclassificação não admitem a compensação ilimitada de largas desvantagens e, além disso, levam em conta o fato que pequenas diferenças entre as avaliações das alternativas nem sempre são significantes [23].

Os métodos de sobreclassificação seguem duas etapas principais [24]:

- A etapa de construção das relações de sobreclassificação, que consiste numa comparação par a par das alternativas, levando em conta todos os critérios;
- A etapa de exploração das relações de sobreclassificação.

Dentre os métodos de sobreclassificação, destacam-se:

Métodos PROMETHEE: A família de métodos PROMETHEE é considerada uma das mais importantes dentre os métodos baseados em relação de sobreclassificação de valor. As variações do método PROMETHEE têm sido bastante aplicadas na prática, uma vez que, de forma geral, são de fácil entendimento e os parâmetros envolvidos em sua aplicação geralmente possuem significado físico ou econômico. Os métodos PROMETHEE foram propostos pela primeira vez em 1982. Atualmente, podem-se observar desenvolvimentos e adaptações complementares que impulsionam o uso desses métodos [11, 25].

Métodos ELECTRE: A família de métodos ELECTRE (*Elimination et Choix Traduisant la Réalité*) se caracteriza como o conjunto de métodos mais expressivos da chamada “escola francesa”. Dado um conjunto finito de alternativas avaliadas segundo diversos critérios, este método tem por objetivo selecionar um subconjunto das alternativas ou ordená-las. Os métodos ELECTRE têm inúmeras aplicações nas mais diferentes áreas de conhecimento, sendo dispostos em diferentes versões com finalidades e características bem distintas [11, 15].

2.2.3 Métodos de Decisão Multiobjetivo

A classe de métodos denominados nesse trabalho por Métodos de Decisão Multiobjetivo é formada por aqueles formulados como problemas de otimização e que variam em função do processo adotado para agregação das preferências do decisor. Neste caso, as possíveis alternativas de ação ou de escolha não são predeterminadas, porém um conjunto de “funções objetivo” é otimizado sujeito a um conjunto de restrições. A solução eficiente de melhor compromisso é procurada. Esses métodos podem ser classificados como [26]:

- i. **Métodos em que é feita uma articulação *a priori* de preferências:** Nesse tipo de método, os parâmetros são fixados *a priori*, ou seja, a agregação de preferências é feita antes de se executar os algoritmos.
- ii. **Métodos de articulação progressiva de preferência (interativos):** Segundo VINCKE [23], um método interativo consiste da alternância sistemática entre as etapas de cálculo e etapas de diálogo com o decisor. Os dados advindos da etapa de cálculo são apresentados ao decisor, que reage explicitando novas informações acerca de sua estrutura de preferências, as quais realimentam o processo permitindo que novas soluções sejam construídas [11].
- iii. **Métodos de articulação *a posteriori* de preferências (geradores das soluções eficientes):** Nesse tipo de métodos, as soluções eficientes são geradas e apresentadas ao decisor para que esse possa decidir sua ação. Nesse caso, a agregação das preferências é feita após a aplicação do método.

A seguir são apresentados, em linhas gerais, métodos que compõem as classes de articulação de preferências acima.

Métodos de Articulação de Preferências *a Priori*

Método da distância mínima à solução ideal: Este método consiste na minimização da distância do ponto de referência z^* , correspondente à *solução ideal*¹, até o hiperplano das soluções eficientes, segundo um determinado critério, como, por exemplo, a p -norma:

$$\|z^* - z^C\|_p = \left[\sum_{i=1}^N |z_i^* - z_i^C|^p \right]^{1/p} \quad (2.1)$$

onde z^C é um ponto que pertence ao conjunto das soluções eficientes.

Para $p = 2$, tem-se a distância Euclidiana $\sqrt{\sum_{i=1}^N (z_i^* - z_i^C)^2}$. Quando $p \rightarrow \infty$, esta métrica corresponde à distância de Tchebycheff, dada por $\max_{i=1,\dots,N} |z_i^* - z_i^C|$ [11].

Método da função utilidade: Por esse método, constrói-se uma função utilidade $U[z_1(x), \dots, z_p(x)]$, na qual os objetivos $z_i(x)$ são os argumentos dessa função. Em CLÍMACO *et al.* [26] observa-se que se a função U satisfizer certas propriedades, o ótimo de $U[z_1(x), \dots, z_p(x)]$ pertence ao conjunto das soluções eficientes, ou seja, o ponto de tangência de U com o conjunto eficiente seria a solução de compromisso do problema. Esta abordagem é baseada na estrutura axiomática de Teoria de Utilidade [11].

Método Lexicográfico: Neste método, as funções objetivo são ordenadas de acordo com as preferências do decisor, sendo esta ordenação utilizada numa seqüência de otimizações. Assim, em cada passo, se otimiza um objetivo e, a partir do valor obtido e da função objetivo em foco, é construída uma restrição de igualdade, mesmo que se use uma certa folga, restrição essa que fará parte das otimizações seguintes [11].

Programação por Metas (ou *Goal Programming*): Neste método o que se procura é minimizar o desvio em relação às metas (O_1, \dots, O_p) , estabelecidas pelo decisor para cada um dos objetivos [27]. Uma forma de se modelar matematicamente este método é:

¹Nesse contexto, denomina-se *solução ideal* o ponto z^* , no espaço das funções objetivo, cujas coordenadas são $z^* = (z_1^*, z_2^*, \dots, z_N^*)$, onde z_i^* é o valor ótimo da função objetivo i , se considerada como único critério a ser otimizado. Este ponto, em geral, não existe no espaço de soluções viáveis.

$$\begin{aligned}
& \min \left\{ \sum_{j=1}^p (d_j^- + d_j^+)^{\beta} \right\}^{1/\beta} \\
s.a. \quad & \{ \underline{x} \in \mathbb{R} : A\underline{x} = \underline{b}, \underline{x} \geq 0 \} \\
& z_j(\underline{x}) + d_j^- - d_j^+ = O_j, \quad j = 1, \dots, p \\
& d_j^+, d_j^- \geq 0, \quad j = 1, \dots, p \\
& d_j^+ d_j^- = 0, \quad j = 1, \dots, p
\end{aligned} \tag{2.2}$$

onde d_j^+ e d_j^- são os desvios por falta ou por excesso, em relação à meta O_j .

Neste método, deve-se ter um cuidado no estabelecimento das metas, para não se conduzir a uma solução dominada do problema, ou seja, o decisor estaria pouco ambicioso ao definir o que pretende, ou ainda, a aplicação do método pode conduzir a uma solução satisfatória para o decisor, mas que pode não pertencer ao conjunto de soluções eficientes. Nessa situação, o analista haverá de sugerir metas mais ambiciosas ao decisor [11, 26].

Métodos de Articulação Progressiva das Preferências

Método STEM (Step Method): Este método foi desenvolvido em BENAYOUN *et al.* [28], sendo interativo através da redução progressiva da região admissível. Nesse método, em cada interação, o decisor é chamado a especificar a quantidade que ele está disposto a sacrificar na função objetivo, cujo valor considera mais satisfatório, de modo a tentar melhorar aqueles outros objetivos cujos valores não o deixam satisfeito [11].

O Método de ZIONTS e WALLENIUS: Proposto por Zionts & Wallenius [29], neste método o espaço dos pesos é reduzido progressivamente, de acordo com as preferências do decisor, expressas como resposta a cada interação, a partir de comparação entre pares de soluções e de julgamento sobre as tendências de variação unitária, ao longo de arestas do poliedro do domínio das soluções admissíveis que têm origem na solução atual, em que se encontre.

O processo termina quando o espaço dos pesos for reduzido a uma região suficientemente pequena, de tal modo que se possa identificar uma solução final, ou quando a informação de preferências, expressa pelo decisor, indique que a solução atual é a de melhor compromisso.

Note-se que o que se busca é a obtenção de um conjunto de pesos a serem aplicados aos vários objetivos, que representam a preferência do decisor, trabalhando-se, contudo, no espaço dos objetivos [11].

O Método TRIMAP: O TRIMAP [26] é um ambiente computacional dedicado a apoiar o decisor na pesquisa de soluções eficientes, em problemas de programação linear multiobjetivo (PLMO), mas que, conceitualmente, pode-se imaginá-lo aplicável a outras abordagens de programação matemática que permitam agilidade na interatividade decisor-modelo.

Constitui-se em um conjunto de procedimentos que possibilitam uma pesquisa livre, com base em uma aprendizagem progressiva e seletiva do conjunto de soluções eficientes. Combina a redução da região admissível, com redução do espaço dos pesos. O decisor pode especificar limitações para os valores das funções-objetivo e/ou impor restrições no espaço dos pesos. Em cada fase de cálculo, é otimizada uma soma ponderada das funções-objetivo.

A finalidade do método TRIMAP é ajudar o decisor a eliminar progressivamente os subconjuntos de soluções eficientes que não lhe parecem interessantes, e não a de apenas assegurar a convergência para uma solução de compromisso ótima.

O processo de pesquisa termina quando o decisor considera conhecer o suficiente sobre o conjunto de soluções eficientes, permitindo que se tome uma decisão final [11].

O Método ICW (Interval Criterion Weights): O método ICW foi desenvolvido por Steuer [30], sendo um método interativo que reduz progressivamente o cone convexo formado pelos vetores gradientes das funções-objetivo. A redução é feita, de acordo com as preferências manifestadas pelas respostas do decisor ao escolher qual solução prefere de uma amostra de soluções não dominadas, que lhe seja apresentada nas etapas de diálogo. Pode-se interpretar que, por esse método, busca-se uma “convergência” progressiva entre os objetivos.

O método utiliza vários vetores de pesos regularmente dispersos no espaço dos pesos, para definir um conjunto de somas ponderadas (evita-se, assim, que se faça depender da educação de informação sobre as preferências do decisor, da indicação explícita de vetores de pesos). Em função das respostas do decisor, o cone convexo vai sendo contraído até que se chegue a uma região de abrangência mais reduzida, para então se focar a pesquisa numa pequena região admissível [11].

O Método Pareto Race: O método Pareto Race foi proposto por Korhonem & Wallenius [31], baseado em trabalhos anteriores do primeiro autor. Trata-se de um método de pesquisa direcionada, que permite ao decisor mover-se livremente sobre a região eficiente.

A informação requerida do decisor, durante a busca da “melhor solução”, consiste, fundamentalmente, na especificação das funções-objetivo a melhorar, alterando a direção do movimento. Soluções eficientes são obtidas por meio da otimização de uma “função escalarizante”, construída a partir de um ponto de referência, e utilizando programação paramétrica em relação aos termos independentes das restrições.

Através da definição de níveis de aspiração para os valores das funções-objetivo, especificados originalmente pelo decisor, é construída uma direção de referência. Esta direção parte de um ponto de referência no espaço dos objetivos, e oferece uma variação nos valores das funções-objetivo, que está de acordo com as preferências do decisor. A direção de referência é, então, projetada sobre o conjunto das soluções eficientes utilizando uma métrica - a distância ponderada de Tchebycheff -, gerando uma trajetória (subconjunto de soluções eficientes) que é apresentada ao decisor, que pode, portanto, percorrer a fronteira eficiente do poliedro das soluções admissíveis, controlando a direção do movimento (privilegiando as funções-objetivo à sua vontade) e a velocidade (permitindo soluções mais ou menos próximas umas das outras), como se estivesse dirigindo um veículo (daí o nome Pareto Race) sobre essa superfície [11].

Métodos de Articulação de Preferências a Posteriori

Método dos Pesos: O problema de programação linear com objetivos múltiplos é transformado num problema com um só objetivo, constituído pela soma ponderada dos p objetivos do problema original, sendo os pesos $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ tais que $\sum_{i=1}^p \lambda_i = 1$ e $\lambda_i > 0$, $i = 1, \dots, p$.

$$\max_{\vec{x} \in S} \sum_{i=1}^p \lambda_i z_i(\vec{x}) \quad (2.3)$$

As soluções que maximizam, em S , $\sum_{i=1}^p \lambda_i z_i(\underline{x})$ pertencem ao conjunto das soluções eficientes. O método dos pesos consiste na resolução de um problema de programação linear deste tipo para a obtenção de cada solução (ou, em casos especiais, de uma parte do conjunto das soluções) eficiente(s). Calculase um certo número de soluções eficientes, fazendo variar os parâmetros λ_i (em geral de forma regular) e, a partir dessas soluções, obtém-se uma aproximação do conjunto das soluções eficientes, isto é, gera-se a fronteira da envoltória convexa das soluções exatas previamente calculadas.

Método das Restrições: Consiste em reduzir o problema com objetivos múltiplos a um problema com um só objetivo, considerando os objetivos restantes como restrições. O problema linear multicritério é convertido em:

$$\max_{\vec{x} \in S} \{z_i(\vec{x}) : z_1(\vec{x}) \geq w_1, \dots, z_{i-1}(\vec{x}) \geq w_{i-1}, z_{i+1}(\vec{x}) \geq w_{i+1}, \dots, z_p(\vec{x}) \geq w_p\} \quad (2.4)$$

A solução (ou soluções) deste problema, para valores dos w_i compreendidos em certos intervalos, conduz a uma solução eficiente (ou, em casos especiais, a uma parte do conjunto das soluções eficientes). A partir deste ponto, o método é semelhante ao método dos pesos. Enquanto no método dos pesos se atribuem diferentes valores aos λ_i , aqui variam-se os w_i .

Comparado com o método dos pesos, o método das restrições tem a desvantagem de, se não houver cuidado, a escolha de um determinado w_i pode levar a problemas sem solução admissível.

Esses dois métodos estão descritos com maior nível de detalhes em CLÍMACO *et al.* [26].

Existem na literatura outros métodos de articulação *a posteriori*, porém baseados em algoritmos evolucionários. Esses métodos são capazes de construir a fronteira eficiente em uma única execução, a partir de uma população inicial, sem a necessidade da transformação do problema original para um mono objetivo e posterior variação dos ponderadores. A essa classe pertencem os algoritmos *Niched Pareto Genetic Algorithm* (NPGA) e *Strength Pareto Evolutionary Algorithm* (SPEA).

Niched Pareto Genetic Algorithm: Esse algoritmo foi proposto por Horn *et al.* [32] e se baseia na competição entre dois candidatos, selecionados aleatoriamente da população, cuja comparação é feita através de conceitos de dominância [26]. Cada um dos candidatos é comparado com outros indivíduos pertencentes a um subconjunto da população (escolhidos de forma aleatória também), chamado de conjunto de teste. O candidato vencedor é aquele que domina o conjunto de teste enquanto o outro não. Caso os dois candidatos sejam não dominados pelo conjunto de teste ou nenhum seja, o candidato vencedor é escolhido através de um critério, denominado pelos autores de *sharing*.

A adoção do *sharing* tem por finalidade evitar que, após algumas gerações, o algoritmo convirja para uma única solução eficiente, ou seja, ele garante a diversidade das soluções. O princípio é que os candidatos sejam distribuídos uniformemente sob a região da fronteira eficiente, através da redução de suas aptidões quando eles encontram-se em um *nicho*, ou seja, quando em sua vizinhança existam muitos indivíduos (daí o nome *Niched Pareto*). Uma ilustração

da competição por *sharing* é mostrada na figura 2.1. Sejam os dois candidatos representados através de círculos, competindo. A região tracejada representa o conjunto das soluções de Pareto. Na vizinhança do candidato 2 (círculo de raio σ_{share}), existem menos indivíduos que na vizinhança do candidato 1. Logo, o candidato 2 é o vencedor.

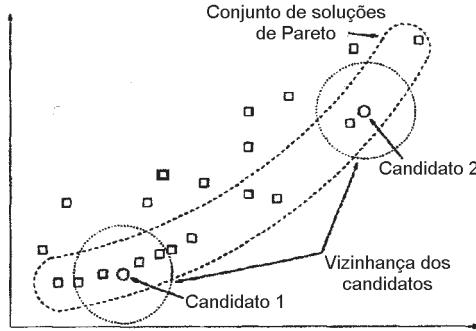


Figura 2.1: Competição por *sharing*.

Uma vez atendido o critério de parada e, consequentemente, estabelecido o conjunto de soluções eficientes, um procedimento de seleção da solução de melhor compromisso, baseado em teoria de conjuntos *fuzzy*, pode ser aplicada. Esse procedimento pode ser útil quando não há a presença do decisor ou esse não é capaz de selecionar uma decisão. Ele foi proposto em [33].

Strength Pareto Evolutionary Algorithm: Esse algoritmo foi proposto em [34] por Zitzler e Thiele e tem como característica principal a manutenção externa de um conjunto de indivíduos contendo as soluções ótimas de Pareto geradas até o momento, além da população. Esse conjunto é usado para avaliar a aptidão de um indivíduo com base nas relações de dominância de Pareto. Adicionalmente, técnicas de *clusterização* são usadas para reduzir o conjunto de Pareto, caso necessário.

Em linhas gerais, para cada indivíduo do conjunto externo de Pareto, um número real $s \in [0, 1)$ é associado. Esse número, ou peso, é proporcional ao número de indivíduos dominados por ele e serve como base para o cálculo da aptidão de cada indivíduo. Para os demais indivíduos da população, a aptidão é calculada como sendo a soma dos pesos dos indivíduos que pertencem ao conjunto externo e que dominam ele. Um exemplo desse procedimento é ilustrado na figura 2.2, para um caso de dois objetivos com uma população de dez indivíduos. Os indivíduos pertencentes ao conjunto externo de Pareto são representados por um \times .

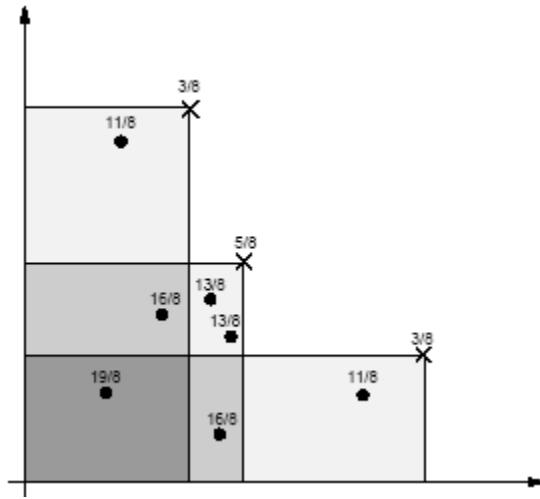


Figura 2.2: Exemplo de cálculo de pesos - SPEA.

Uma vez atendido o critério de parada e, conseqüentemente, estabelecido o conjunto de soluções eficientes, um procedimento de seleção da solução de melhor compromisso pode ser aplicado.

2.2.4 Teoria da Decisão

A Teoria da Decisão, como tratada nesse trabalho, surgiu a partir de Abraham Wald [16], em 1950, e está baseada na Teoria da Utilidade de John von Neumann e Oskar Morgenstern [17]. Ela aborda o problema de como realizar o melhor processo decisório quando há incerteza sobre o que poderá acontecer. Segundo CAMPELLO DE SOUZA [35],

“a partir de uma lista exaustiva das possíveis hipóteses sobre os estados que a natureza ou mundo podem assumir, das observações ou dados experimentais relevantes a essas hipóteses, juntamente com uma lista das possíveis ações a adotar e dos ganhos e perdas que se obtém exercendo-se cada uma dessas ações em vários possíveis estados do mundo, deve-se escolher a melhor regra de decisão que estabelece que ação adotar a partir do que foi observado.”

Ainda segundo CAMPELLO DE SOUZA [35]:

“Uma boa decisão deve ser uma conseqüência lógica daquilo que se quer, daquilo que se sabe e daquilo que se pode fazer.

- **O que se quer** — refere-se às preferências que se tem pelas várias conseqüências das decisões, conseqüências que podem ser incertas ou distribuídas no tempo.

- **O que se sabe** — é o conhecimento das grandezas envolvidas e das relações entre elas; a informação que se traz ao processo de decisão; a percepção das circunstâncias e das “leis” básicas que prevalecem.
 - **O que se pode fazer** — são as alternativas disponíveis de ação (encontrar alternativas é a parte mais criativa do processo de decisão).
- “

Ao decisor racional, cabe a escolha da ação que torne as consequências as mais favoráveis possíveis para ele. Esse é o paradigma formalizado matematicamente como Teoria da Decisão. Pode-se identificar os seguintes elementos de um problema de decisão [35]:

- **Consequências (bens, *payoffs*)** — quando a natureza encontra-se em um certo estado e o decisor adota uma ação, ocorre então uma certa consequência, resultados concretos referentes a ganhos ou perdas associados.
- **Um conjunto de possíveis estados da natureza** — são todas as possíveis formas, configurações ou estados que a natureza ou o mundo em estudo pode assumir. São os parâmetros que influenciam as distribuições de probabilidade sobre os *payoffs* determinísticos e sobre os quais não se tem nenhum controle. Como exemplo de natureza, podemos citar a macroeconomia de um país, e os seus possíveis estados corresponderem a cenários de aumento, estagnação ou decréscimo da taxa de crescimento do seu PIB.
- **Um conjunto de ações ou alternativas disponíveis** — cursos de ação que podem ser tomados em um processo de decisão.
- **Observações** — em casos onde, por impossibilidade física, técnica ou econômica, não é possível observar diretamente o estado da natureza, pode-se trabalhar com dados (observações) que guardem relação com o estado da natureza em questão.
- **Os mecanismos probabilísticos** — em um problema de decisão existem várias fontes de incerteza, sendo necessário descrevê-las e representá-las. Esse caráter probabilístico caracteriza-se pelo fato de não se ter certeza sobre qual elemento de um dos diversos conjuntos de um problema de decisão (estados da natureza, consequências, etc) vai se materializar. Os mecanismos probabilísticos são constituídos de:
 - função consequência;
 - função de verossimilhança;

- distribuição *a priori*.
- **A função utilidade** — A função utilidade representa a ordem de preferência do decisor quanto às distribuições associadas às consequências. Esse é o elemento central da Teoria da Decisão. Um ponto crucial a ser salientado é que as preferências do decisor são exercidas sobre distribuições de probabilidade sobre os bens. As preferências se exercem num conjunto de distribuições de probabilidade, que são as funções consequência.
- **Uma regra de decisão** — associa uma ação a cada observação.

2.3 Aplicação dos Métodos de Apoio à Decisão no Contexto de Otimização em Sistemas Elétricos

No setor elétrico, como em qualquer outro setor, várias decisões têm que ser tomadas. O que se segue são trabalhos encontrados na literatura técnica que tratam desse assunto.

2.3.1 Comentários gerais sobre os objetivos a serem considerados

Tradicionalmente, o problema de despacho de geração tem por objetivo definir as metas de geração de cada usina de modo a atender a demanda da forma mais econômica possível, isto é, minimizando-se os custos de combustível de geração termelétrica e de eventuais deficit de energia. Entretanto, a geração termelétrica causa impactos ambientais, e incluir estes impactos no processo de planejamento tem sido uma grande preocupação [36]. Gent e Lamont [37] foram os primeiros a considerar o problema de despacho com enfoque ambiental. Eles propuseram uma formulação para o problema de despacho de geração na qual a função objetivo considerada foi a minimização da emissão de NO_x ². Entretanto, este trabalho não tratou os aspectos econômico e ambiental como objetivos a serem otimizados conjuntamente. A crítica a este trabalho é que estes objetivos são conflitantes, isto é, o despacho econômico pode não resultar em despachos pouco poluentes ou vice e versa. Porém, a solução do despacho da geração que provê o melhor compromisso entre os critérios deve ser buscada.

A partir da observação acima, várias propostas surgiram no sentido de se considerar *tradeoffs* entre o objetivo econômico e o impacto ambiental causado pela

² NO_x é uma denominação genérica para a família de óxidos de nitrogênio, por exemplo, NO e NO_2

emissão de poluentes atmosféricos (SO_2 , NO_x e CO_2) devido à queima de combustíveis para geração de energia. Nesta linha pode-se citar os trabalhos CHANG *et al.* [38], FARAG *et al.* [39] e DIAKOULAKI *et al.* [40].

Além dos objetivos econômico e ambiental, Heslin e Hobbs apresentam em HES-LIN e HOBBS [41] um modelo que incorpora como objetivo adicional minimizar a redução do número de empregos em minas de carvão causado pela substituição, no despacho de geração, de usinas termelétricas a carvão por outras menos poluentes.

Alguns autores argumentam que, devido a crescente interligação dos sistemas de potência, o problema de despacho de geração deve levar em conta além dos objetivos econômico e ambiental, também o objetivo de segurança. Neste sentido, Yokoyama [42] e Wong [43] incorporaram a questão de segurança operativa tratando-a através da maximização da margem de segurança na transferência de potência entre sistemas. Em SRINIVASAN *et al.* [44], os autores incorporaram a segurança operativa tratando-a de duas formas: minimização do carregamento nas linhas de transmissão e maximização da reserva de geração. Ressalta-se que, em tais artigos, o objetivo da segurança é prioritário em relação aos demais.

Abordagens na Gestão de Recursos Hídricos

O problema de operação de reservatórios é, em essência, acoplado no tempo, o que leva a uma formulação multi-estágio, onde os estágios correspondem à operação nos intervalos de tempo em que o horizonte de estudo é discretizado. No caso do sistema elétrico brasileiro, é também um problema estocástico, principalmente devido à incerteza nas afluentes futuras aos reservatórios.

Segundo DIAKOULAKI *et al.* [40], a análise de sistemas hidroelétricos e a otimização da operação e gestão de reservatórios é uma das mais antigas aplicações de Métodos Multicritério de Apoio à Decisão. Além disso, os conflitos naturais destes problemas derivam da competição entre as unidades operadoras, na mesma base, e de eventuais competições entre usos destinados a questões outras, tais como: vazão mínima, irrigação e agricultura, uso doméstico e industrial, navegação, recreação, sustentabilidade ecológica e proteção de espécies.

Em ZAGONA *et al.* [45], é apresentado o programa computacional *RiverWare*, que tem como objetivo resolver problemas de operação de sistemas de reservatórios com múltiplos usos. O programa é executado tipicamente diversas vezes ao dia, trabalhando com horizonte de uma semana, discretizado em intervalos de seis horas. Entre os objetivos levados em conta têm-se geração econômica de energia elétrica, controle de cheias, navegação, recreação e qualidade da água. Em MAGEE *et al.* [46] e BIDDLE [47], o programa *RiverWare* foi aplicado ao sistema de reservatórios do TVA (*Tennessee Valley Authority*). Em WHEELER *et al.* [48] o programa é aplicado à bacia do rio Colorado.

É apresentado em GILMORE [49] um levantamento bibliográfico sobre a adoção ou não de modelos de otimização para suportar decisões operativas da bacia do rio Colorado, e se os resultados obtidos com as políticas adotadas foram positivos.

Em LYRA e FERREIRA [50], os autores consideram um ambiente competitivo, no qual o problema multiobjetivo é formulado considerando os interesses empresariais com relação à operação de aproveitamentos hidrelétricos de duas empresas distintas em uma mesma bacia.

Foram encontradas algumas aplicações da abordagem multiobjetivo para problemas com formulação linear estocástica. Em GOICOECHEA *et al.* [51], os autores apresentam o modelo *PROTRADE* para um problema de otimização de recursos hídricos em um período de 30 anos discretizado em intervalos de 2 anos. As incertezas são tratadas pelo método de equivalente determinístico.

2.3.2 Emprego de Técnicas de Articulação *a Posteriori*

Em ABIDO [33, 52, 53, 54] os métodos NPGA e SPEA foram aplicados a um sistema de 30 barras e 6 unidades geradoras. O problema de otimização é constituído por duas funções objetivo, uma econômica e outra ambiental, ambas não lineares. Segundo o autor, algumas vantagens do uso desses dois algoritmos podem ser levantadas, comparando-se com os algoritmos genéticos convencionais. A primeira é que, pela característica de construção, os pontos que pertencem ao conjunto externo de Pareto são distribuídos de maneira mais uniforme através da fronteira. Os algoritmos genéticos convencionais tendem a privilegiar determinadas regiões. Esses resultados estão mostrados em [33, 52–54]. Outro ponto positivo é que, tanto no SPEA quanto no NPGA, a fronteira eficiente é construída em uma única execução, enquanto os algoritmos convencionais normalmente partem de uma ponderação da soma das funções objetivos e são feitas diversas execuções a partir da variação desses ponderadores. Finalmente, cabe observar que o emprego de SPEA ou NPGA não restringe a solução quanto ao número de objetivos a serem considerados no problema.

Nos artigos consultados, foi introduzida uma técnica baseada em lógica *fuzzy* para a determinação da solução de melhor compromisso entre os objetivos, a partir de uma modelagem da estrutura de preferências do decisor.

Em VILLASANTI *et al.* [55], também se utilizou o algoritmo SPEA e um outro algoritmo chamado *Nondominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA-II) para obter cinco pontos não dominados em um problema de maximização da eficiência hidráulica e minimização das variações no número de unidades ligadas de um intervalo para outro em um problema multi-estágio. É mencionado no artigo que a escolha do critério para a melhor solução deve ser feita pelo decisor.

Em HUANG *et al.* [56], obtém-se pela técnica de *Fuzzy Satisfaction-Maximizing* (FSM) a curva de *tradeoff* objetivo econômico *versus* objetivo ambiental, a partir da variação da função de pertinência que representa as preferências do decisor. Em HUANG e HUANG [57], essa mesma técnica é utilizada para a obtenção de várias curvas de *tradeoff*, considerando-se diversos níveis históricos de demanda. Em seguida, os diversos pares (nível de demanda, curva de *tradeoff*) são utilizados para treinamento da rede de raciocínio abdutivo (ARN — *Abductive Reasoning Network*). Com isso obtém-se a curva de *tradeoff* objetivo econômico *versus* objetivo ambiental associada ao nível de demanda do caso em estudo. A definição da solução de melhor compromisso é feita segundo a abordagem de ordenação de preferências por similaridade à solução ideal (*TOPSIS*), baseada nas distâncias de cada ponto da curva às soluções que os autores chamam de *ideal* e *anti-ideal*.

Em DAS e PATVARDHAN [58] formula-se um problema cuja função objetivo é composta por uma soma ponderada dos objetivos econômico e ambiental. O problema é resolvido pela técnica de *simulated-annealing* combinado com algoritmo genético a fim de obter uma curva de *tradeoff*. Em WONG *et al.* [43] e CHANG *et al.* [38], a técnica de *simulated-annealing*, é também empregada a fim de se obter uma curva de *tradeoff* entre os objetivos econômico e ambiental. Em seguida, para cada um dos pontos da curva, a margem de segurança do sistema, definida como a folga na capacidade de transmissão, é calculada e a solução escolhida é a que maximiza essa margem.

A priorização do critério de segurança também é adotada em YOKOYAMA *et al.* [42] para definir a melhor solução em uma curva de Pareto econômico-ambiental, obtida através do algoritmo de otimização *Quasi-Newton*, onde o objetivo econômico é minimizado e as questões ambientais e de segurança são tratadas como restrições. Neste artigo, o índice de segurança considerado é baseado na sobrecarga das linhas de transmissão. Esse índice é calculado por uma simulação Monte-Carlo das saídas forçadas das unidades geradoras.

Em HESLIN e HOBBS [41], a curva de *tradeoff*, que relaciona o custo do despatch de geração, a queda de emprego nas minas de carvão e a redução de emissão de SO_2 , é obtida variando-se os pesos de uma soma ponderada dos três objetivos. O problema de otimização é resolvido por um algoritmo de simulação probabilística, chamado *Multiobjective Probabilistic Production Costing Model*. Esse algoritmo utiliza uma ordem de mérito do custo unitário de produção das usinas, dado pela soma ponderada dos custos unitários de cada um dos três objetivos.

Em GJENGEDAL *et al.* [36] é proposta uma formulação onde os objetivos econômico e ambiental são somados de forma ponderada. Considerando que existem diversos poluentes (SO_2 , NO_x , CO_2 , entre outros), os autores propõem que as diversas emissões sejam agregadas através de uma soma ponderada, e o resultante desta agre-

gação seja ponderada com o custo econômico, tendo-se, dessa forma, um problema bi-objetivo. A partir da variação das ponderações, é obtida uma curva de *tradeoff*. O problema de otimização formulado é não linear. Foi usado o método de Relaxação Lagrangeana para sua solução.

Com freqüência, problemas multi-estágio são resolvidos por algoritmos de programação dinâmica (PD). Em TAUXE *et al.* [59], propõe-se a utilização do algoritmo de programação dinâmica multiobjetivo, que consiste na aplicação do algoritmo de PD tradicional de Bellman [60], discretizando-se os valores de ($n-1$) objetivos, que são tratados como restrições. Ao final do processo, obtém-se a curva de Pareto para os objetivos considerados.

Em LYRA e FERREIRA [50], os autores utilizam programação dinâmica diferencial discreta³ para resolver o problema multiobjetivo de conflito entre agentes de geração hidrelétrica, onde a curva de *tradeoff* é obtida através das variações dos pesos das parcelas na função objetivo. Outras aplicações de PD em uma abordagem multiobjetivo são apresentadas em SZIDAROVSKY *et al.* [61], KANG e BIEN [62], CHANKONG *et al.* [63].

2.3.3 Emprego de Técnicas de Articulação *a Priori*

Um método utilizado para resolver o problema de escolha de solução de compromisso é adotar a *priori* pesos para cada um dos objetivos e resolver um problema de otimização com um único objetivo. Tal abordagem é empregada em XU *et al.* [64], que emprega algoritmo genético para obtenção de uma solução não dominada. Nesse trabalho, a proposta é encontrar a solução de melhor compromisso entre a minimização do custo de operação e a minimização de poluentes por usinas de combustíveis fósseis (carvão, óleo e gás). A metodologia é aplicada a um sistema de pequeno porte, constituído de seis unidades geradoras, todas termoelétricas.

O custo total de operação desse sistema de m geradores é dado por

$$F_f = k_1 h_1(P_1) + k_2 h_2(P_2) + \cdots + k_i h_i(P_i) + \cdots + k_m h_m(P_m) \quad (2.5)$$

onde $h_i(P_i)$ é a taxa em MBTU/h gerada pelo gerador i , P_i é a geração da unidade i e k_i é o custo, em \$/MBTU, associado a esse gerador. A geração das usinas, P_i , deve estar compreendida entre P_i^{\min} e P_i^{\max} . A função $h_i(P_i)$ é quadrática.

O atendimento à demanda é dado por

$$P_D = \sum_{i=1}^m P_i - P_L \quad (2.6)$$

³Assim como a programação dinâmica dual, é uma técnica que procura contornar o mal da dimensionalidade da programação dinâmica tradicional.

onde P_D é a demanda do sistema e P_L representa as perdas na rede de transmissão.

O outro objetivo a ser considerado no problema refere-se à emissão de poluentes. Basicamente, os poluentes considerados são SO_2 , NO_x e CO_2 . Esse objetivo deve ser minimizado. Seja n o número de poluentes, k_{ij} a constante do j -ésimo poluente, dado em kg/MBTU para o i -ésimo gerador, e k_{jp} o custo ambiental, dado em \$/MBTU, do j -ésimo poluente. O custo ambiental é então dado por:

$$F_p = \sum_{j=1}^n k_{jp} \sum_{i=1}^m k_{ij} h_i(P_i) \quad (2.7)$$

Tanto F_f quanto F_p são expressos em \$/h. Esses objetivos são combinados através de uma soma ponderada, formando um único objetivo, F_t , que será otimizado através do método de algoritmo genético. A função objetivo resultante é dada por

$$F_t = \omega F_f + (1 - \omega) F_p \quad (2.8)$$

onde ω está compreendido entre 0 e 1. Quando ω é igual a 0, o problema resume-se na otimização puramente ambiental e quando ω é igual a 1, o problema é puramente econômico. Conforme provado em CLÍMACO *et al.* [26], uma solução que otimiza F_t é uma solução eficiente do problema multiobjetivo.

Além do problema formulado acima, durante o processo de gerações do algoritmo genético, questões ligadas à segurança operativa são avaliadas.

Na solução do problema é empregada a técnica de algoritmo genético convencional. Um fluxograma do procedimento de solução é mostrado na figura 2.3.

A função de aptidão considerada é:

$$F(\vec{X}_i) = \begin{cases} (1/F_t - 1/12000) \times 10^6 & \text{se } F_t(\vec{X}_i) < 12000 \\ 0 & \text{se } F_t(\vec{X}_i) \geq 12000 \end{cases} \quad (2.9)$$

onde \vec{X}_i representa o i -ésimo indivíduo da população.

A probabilidade de um indivíduo ser selecionado para permanecer no processo é dada por:

$$p(\vec{X}_i) = F(\vec{X}_i) / \sum_{j=1}^{NN} F(\vec{X}_j) \quad (2.10)$$

onde NN é o tamanho da população. Pode-se observar que quanto maior a aptidão de um indivíduo, maior é a probabilidade dele permanecer no processo.

As probabilidades de cruzamento e mutação são consideradas constantes durante todas as gerações.

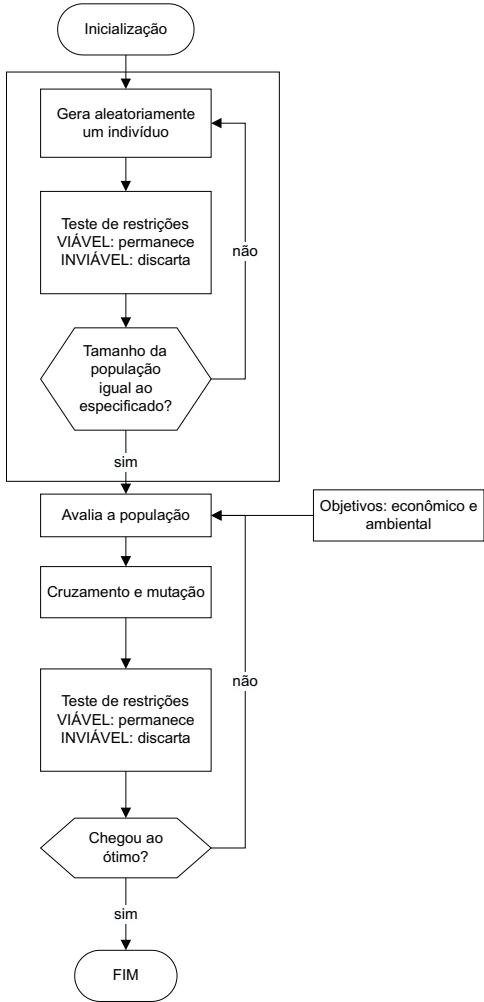


Figura 2.3: Estratégia de solução do problema multiobjetivo.

Para o sistema teste apresentado, os resultados mostraram-se promissores. Nenhuma análise de tempo computacional foi feita. Entretanto, pelas complexidade reduzida do sistema teste, possivelmente isso não é relevante.

Esse trabalho mostra-se interessante por apresentar o *tradeoff* existente entre os objetivos econômicos e ambientais. O problema multiobjetivo foi transformado em um problema de um único objetivo através da soma ponderada dos objetivos do problema original e diversas curvas foram traçadas a partir da variação do peso da soma.

Entretanto, os algoritmos genéticos convencionais podem apresentar alguns problemas de desempenho, dependendo do tipo de aplicação. Dessa forma, em SONG *et al.* [65], é empregada a técnica FCGA (*Fuzzy Controlled Genetic Algorithms*) a fim de tornar o algoritmo convencional o mais robusto possível. Com a inclusão de controladores *fuzzy* para controlar as taxas de cruzamento e mutação pretende-se melhorar o desempenho do algoritmo genético tradicional.

Nesse artigo, foi incluído um controlador *fuzzy* que, baseado na alteração da função de aptidão, controla a taxa de cruzamento e mutação. Na figura 2.4 é apresentado um diagrama de blocos representando a metodologia. Essa figura foi extraída de SONG *et al.* [65].

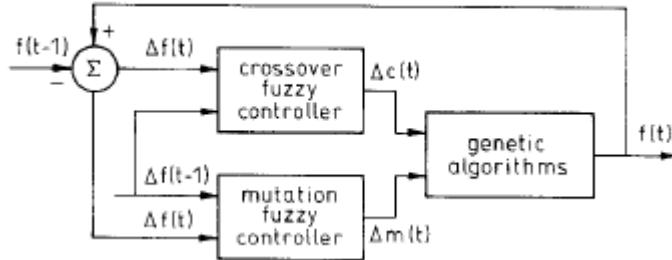


Figura 2.4: Diagrama de blocos da metodologia proposta - FCGA.

O controlador *fuzzy* da figura 2.4 consiste de quatro componentes principais: interface de *fuzzyficação*, base de regras *fuzzy*, mecanismo de inferência *fuzzy* e interface de *defuzzyficação*.

O controlador *fuzzy* da taxa de cruzamento ajusta automaticamente a probabilidade de cruzamento durante o processo de otimização. Os princípios heurísticos de atualização da probabilidade de cruzamento são baseados nas alterações da aptidão média das populações, isto é, $\Delta f(t - 1)$ e $\Delta f(t)$. Se as alterações são maiores que zero, e mantém o sinal positivo durante sucessivas gerações, a probabilidade de cruzamento deve ser aumentada. Caso contrário, essa probabilidade deve ser reduzida. A saída é dada pela alteração na probabilidade de cruzamento, $\Delta c(t)$.

A operação de mutação consiste na troca de um *bit* da população, segundo uma probabilidade de mutação. Essa probabilidade é alterada em função das variações na função de aptidão através de um controlador *fuzzy*. A informação heurística para o ajuste da probabilidade de mutação é de tal forma que se as variações na função de aptidão são pequenas em sucessivas gerações, então a taxa de mutação deve ser aumentada enquanto a aptidão média continua aumentando em consecutivas gerações. Se a variação da aptidão média cai, a probabilidade de mutação deve ser reduzida. As entradas do controlador *fuzzy* de mutação são as mesmas do controlador *fuzzy* de cruzamento e a saída é a variação na probabilidade de mutação, $\Delta m(t)$. As regras do controlador *fuzzy* de mutação são análogas as do controlador *fuzzy* de cruzamento.

Os objetivos considerados nesse artigo são o de minimização do custo operativo e minimização da emissão de poluentes (NO_x). A função objetivo do problema é composta pela soma ponderada de cada um dos objetivos.

A metodologia FCGA foi testada em um sistema de pequeno porte, com seis unidades geradoras. Foram testados dois casos: um de despacho puramente econômico e outro considerando os objetivos econômico e de emissão de poluentes. Para

esse último, não foi mencionado em SONG *et al.* [65] quais foram os valores dos pesos adotados. Para o primeiro caso teste, o desempenho obtido com o algoritmo FCGA foi comparado ao obtido através de algoritmo genético convencional (CGA) e foi mostrado que os valores da função objetivo obtidos com o uso de FCGA são aderentes aos obtidos com CGA, entretanto com um tempo computacional significativamente menor. No segundo teste, onde foram considerados os objetivos de minimização de custo operativo e minimização de emissão de NO_x , os resultados do FCGA foram comparados aos obtidos adotando-se um método de Newton para a solução do problema de otimização. Os resultados obtidos foram aderentes entre as duas metodologias de solução. Pode-se observar nos resultados apresentados que o valor da função objetivo obtida com o FCGA ficou ligeiramente inferior àquele obtido com o método de Newton. Entretanto, nenhum comentário foi feito a respeito. Além disso, os tempos computacionais não foram apresentados para esse segundo teste.

Nada foi mencionado com relação à dominância das soluções mas, como pode ser provado em CLÍMACO *et al.* [26], a solução ótima obtida através da soma ponderada de diversos objetivos é uma solução eficiente do problema multiobjetivo. Logo, caso seja desejada a obtenção da curva de Pareto, o algoritmo FCGA poderia ser usado sucessivamente, onde os valores dos pesos de cada um dos objetivos poderia ser variado.

Outro trabalho que utiliza Lógica *Fuzzy* como técnica de solução de um problema multiobjetivo é SRINIVASAN *et al.* [44]. Nesse problema, diversos objetivos são considerados. O primeiro objetivo é o de operar o sistema elétrico considerando o menor custo operativo possível. Esse é um objetivo clássico em problemas de operação de sistemas de potência e consiste basicamente de considerar a função de custo unitário de geração elétrica, além de custos de partida das unidades, parada das unidades e custo de espera (*stand-by*). O segundo objetivo refere-se à questões ambientais e consiste na minimização da emissão de poluentes por parte de usinas que usam combustíveis fósseis. Além desses objetivos, há o de máxima confiabilidade e segurança na transmissão. Analisados conjuntamente, pode-se observar que há um compromisso (*tradeoff*) entre eles e o problema resultante é um problema de otimização multiobjetivo.

O problema multiobjetivo é transformado em um problema mono objetivo, onde deseja-se maximizar a função resultante. Adicionalmente, técnicas de reconhecimento de padrão podem ser incorporadas para estimar a confiabilidade do sistema para um dado nível de carga e para a avaliação de limites de transferência de energia para sistemas vizinhos.

O sistema proposto em SRINIVASAN *et al.* [44] para a solução do problema de despacho energético é mostrado na figura 2.5.

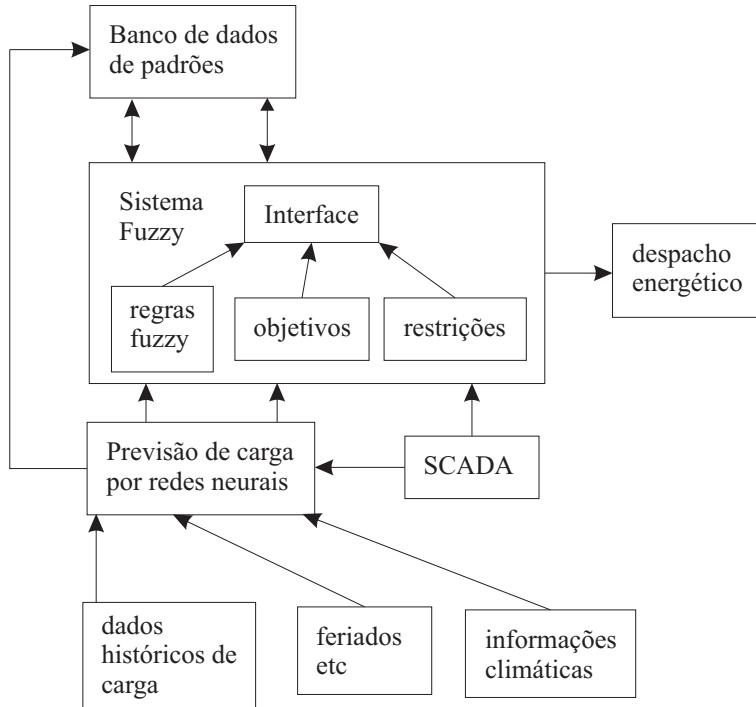


Figura 2.5: Sistema proposto por Srinivasan *et al.*

Nesse sistema, a carga horária é prevista através de um mecanismo de previsão usando redes neurais com um algoritmo adaptativo de retro-propagação de erro para o treinamento da rede.

Um sistema *fuzzy* é usado para obtenção do despacho energético das unidades geradoras usando uma técnica de busca que consiste em encontrar uma seqüência de operações de tal forma que uma solução de compromisso é encontrada, sem que as restrições do problema sejam violadas.

Este artigo [44] está entre os trabalhos pioneiros na solução de problemas multiojetivo voltados a sistemas elétricos de potência, considerando diversos objetivos simultaneamente e usando técnicas inteligentes.

Esse artigo representa os objetivos e as restrições através de funções de pertinência e o compromisso entre os objetivos é modelado através de regras *fuzzy*. O grande problema em se trabalhar dessa forma é a dificuldade na educação das funções de pertinência do decisor, bem como na determinação das regras.

Os resultados apresentados nesse artigo são obtidos a partir de sistemas puramente térmelétricos e de pequeno porte. Para um sistema de grande porte, a tarefa de educar a preferência do decisor é ainda mais árdua, dado o grande número de combinações possíveis de regras.

Outro ponto negativo é que não há nenhuma garantia que a solução encontrada seja uma solução ótima de Pareto. Pelo contrário, as soluções encontradas provavelmente serão soluções dominadas.

Foram também encontrados, na pesquisa bibliográfica, trabalhos que adotam a técnica de *Goal Programming* para a solução ao problema multiobjetivo. Nessa técnica, minimiza-se o não atendimento à metas mínimas pré-estabelecidas pelo agente de decisão para cada objetivo. Em NANDA *et al.* [66], o problema multiobjetivo é resolvido através dessa técnica e são considerados os objetivos econômico e ambiental. Outros trabalhos que aplicam *Goal Programming* são: ZAGONA *et al.* [45], MAGEE *et al.* [46], BIDDLE [47], WHEELER *et al.* [48], GILMORE [49].

2.3.4 Emprego de técnicas de articulação progressiva

Nas técnicas de articulação progressiva há um processo iterativo entre as etapas de cálculo e de diálogo com o decisor, onde, a cada iteração, agrega-se informações sobre sua estrutura de preferências, realimentando esse processo. Essas informações são obtidas a partir da apresentação, ao decisor, de resultados oriundos do processo.

Um método de articulação progressiva proposto em CLÍMACO *et al.* [26] é o TRIMAP. Esse é constituído de um ambiente computacional dedicado a apoiar o decisor na pesquisa de soluções eficientes, em problemas de programação linear multiobjetivo (PLMO). O TRIMAP constitui-se em um conjunto de procedimentos que possibilitam uma pesquisa livre, com base em uma aprendizagem progressiva e seletiva do conjunto de soluções eficientes. A cada iteração, a região viável é reduzida, com redução do espaço dos pesos. O decisor pode especificar limitações para os valores das funções-objetivo e/ou impor restrições no espaço dos pesos. Em cada fase de cálculo, é otimizada uma soma ponderada das funções-objetivo. Dessa forma, o decisor elimina progressivamente os subconjuntos de soluções eficientes que não lhe parecem interessantes. O processo de pesquisa termina quando o decisor considera conhecer o suficiente sobre o conjunto de soluções eficientes, permitindo que se tome uma decisão final.

Esse método é abordado em ALBUQUERQUE *et al.* [67], onde os autores evidenciam sua aplicabilidade no planejamento da expansão do sistema elétrico brasileiro. A proposta é buscar a melhor opção de evolução do parque gerador de energia elétrica, composto de plantas hidrelétricas, termoelétricas e de fontes alternativas (energia solar, eólica etc), que atenda a uma demanda de energia considerando um nível de segurança pré-estabelecido. Nesse trabalho, o problema de planejamento da expansão é formulado considerando um conjunto de múltiplos objetivos: minimização do custo total de operação, minimização do impactos ambientais e maximização da confiabilidade energética. Considera-se no problema as incertezas hidrológicas inerentes ao sistema. Discute-se nesse artigo que o algoritmo apresentado em ALBUQUERQUE [68] pode ser aplicado às etapas do planejamento da expansão,

definindo-se a trajetória do “mix energético” do parque gerador de energia elétrica em três ou quatro janelas dentro do horizonte de longo prazo.

Outro método de articulação progressiva encontrado na literatura é o STEM [28], onde, em cada interação, o decisor especifica a quantidade que ele está disposto a sacrificar na função objetivo, cujo valor considera mais satisfatório, de modo a tentar melhorar aqueles outros objetivos cujos valores não o deixam satisfeitos. Em KUNSCH e TEGHEM JR [69], os autores aplicam um modelo denominado STRANGE (*Strategy for the Nuclear Generation of Electricity*), baseado no STEM, em um problema estocástico de otimização dos ciclos de uma usina nuclear ao longo de um período de 25 anos discretizado em períodos de 2 anos. Considera-se estocasticidade nos preços de combustível, que são tratados aumentando-se o número de objetivos a serem considerados.

O modelo PROMISE [70], que também se baseia no método STEM, considera um problema onde os cenários são ordenados de acordo com suas probabilidades de ocorrência, que entretanto não são especificadas. O exemplo de caso não é aplicado, e envolve apenas 2 cenários, 2 variáveis e 2 objetivos.

2.3.5 Aplicação de Métodos Não Compensatórios ou de Sobreclassificação

Um trabalho relevante de aplicação de Métodos de Apoio à Decisão no setor elétrico é KLIGERMAN [71], onde é aplicada metodologia de sobreclassificação a um problema real do Sistema Elétrico Brasileiro, no contexto do planejamento da operação energética. Nesse trabalho, o autor propõe um Sistema de Apoio à Decisão, baseado na família de métodos PROMETHEE, onde as possíveis alternativas de operação são ordenadas através desse método. Cada alternativa é uma possibilidade de operação, obtida através de otimização determinística (foi utilizado o modelo DECOMP). Inicialmente são gerados cenários hidrológicos factíveis e esses cenários são simulados através do modelo DECOMP. De todas as soluções (para cada um dos cenários hidrológicos), são selecionadas apenas as soluções eficientes, considerando o custo de operação e o corte de carga. Apesar de ser uma aplicação a um problema real, o uso de KLIGERMAN [71], na prática, implicaria em se perder a capacidade de reprodução da decisão adotada pelo decisor, bem como a capacidade de realização de simulações plurianuais das condições de atendimento ao mercado. Esses são dois requisitos necessários a aplicação de um sistema de apoio à decisão no SIN.

2.3.6 Aplicação da teoria da decisão em sistemas elétricos

Outro trabalho importante no contexto de aplicação de Métodos de Apoio à Decisão ao sistema elétrico brasileiro é CAMPELLO DE SOUZA [72]. Nesse trabalho foram aplicados os conceitos da teoria da utilidade de von Neumann-Morgenstern [17] para a educação⁴ da função utilidade, considerando-se dois objetivos relevantes para o planejamento da operação de médio prazo do sistema elétrico brasileiro: segurança operativa, representada pelo percentual de deficit de atendimento ao mercado, e o custo total de operação do sistema. E escolha desses objetivos foi feita com base em entrevista realizada com dirigentes representantes do setor elétrico [13].

A partir de um protocolo de educação, no qual participaram diversos profissionais do setor elétrico, foi estabelecida a utilidade desses profissionais para o vetor dos objetivos considerados, assim como utilidades isoladas para cada objetivo. Foram propostos dois modelos para o mecanismo probabilístico implícito aos resultados do modelo NEWAVE.

A estrutura matemática adotada para o problema abordado é composta pelo seguinte conjunto, baseado na teoria da decisão:

Estados da natureza: é o conjunto de parâmetros que influencia o comportamento futuro do sistema. No caso do problema em questão, esse conjunto é constituído por:

- demanda do sistema;
- cronograma de obras (plantas hidrotérmicas, linhas de transmissão etc);
- custo unitário variável (CVU) das usinas;
- manutenção das máquinas;
- vazões afluentes às usinas hidrelétricas etc.

Esse último se destaca por ser a principal fonte de incertezas do planejamento da operação do sistema elétrico brasileiro.

Espaço de ações: são as variáveis que alteram a distribuição de probabilidades das consequências. Em [72], sugere-se que seja parametrizada a função de custo de deficit, adotada no planejamento da operação.

Conjunto das consequências: pode ser formado pelos resultados obtidos através das ações. As principais consequências, citadas no trabalho, são a probabilidade de ocorrência de deficit de energia, o custo de operação e variáveis ambientais relacionadas ao abastecimento de água, legislação e vazões mínimas.

⁴*Eduzir*: do latim, *educere*, termo utilizado, nesse contexto, com o significado de trazer à luz a estrutura de preferências do decisor.

Conjunto das observações: são elementos que evidenciam os estados da natureza, como por exemplo, a função de verossimilhança. No caso do NEWAVE, essa função está implícita no modelo.

Nesse trabalho, foram obtidas as expressões analíticas da função consequência do problema, a partir da análise dos dados produzidos pelo NEWAVE, reproduzidos na figura 2.6. Estão mostrados, nessa figura, uma série de 2000 pontos, normalizados entre 0 e 1.

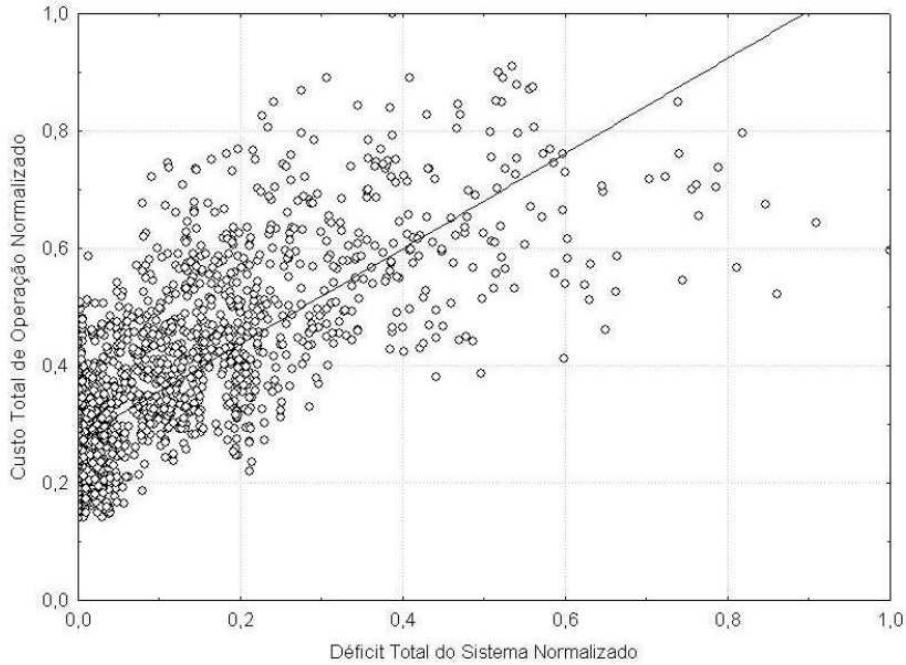


Figura 2.6: Nuvem de pontos obtida a partir do NEWAVE.

Foram propostos dois modelos para a função consequência, a saber:

Modelo 1:

Baseado na função beta. Foi introduzido delta de Dirac em p_1 , pois foi observado que a probabilidade do deficit de energia ser nulo é diferente de zero

$$P_{P_1 P_2}(p_1, p_2 | \theta) = \frac{\Gamma(\theta_3 + \theta_4)}{\Gamma(\theta_3)\Gamma(\theta_4)} \left\{ \left[p_2^{\theta_3-1} (1-p_2)^{\theta_4-1} - \theta_0 p_2^{\theta_3} (1-p_2)^{\theta_4-1} \right] \delta(p_1) + \left[\theta_0 p_2^{\theta_3} (1-p_2)^{\theta_4-1} \frac{\Gamma(\theta_1 + \theta_2)}{\Gamma(\theta_1)\Gamma(\theta_2)} p_1^{\theta_1-1} (1-p_1)^{\theta_2-1} \right] \right\} \quad (2.11)$$

Modelo 2:

Baseado na distribuição gama generalizada (três parâmetros). Esse modelo se ajustou melhor à nuvem de pontos da figura 2.6.

$$P_{P_1 P_2}(p_1, p_2 | \theta) = (1 - \theta_0 p_2) \frac{(p_2 - \theta_4)^{\theta_6 - 1}}{\theta_5^{\theta_6} \Gamma(\theta_6)} \exp \left[-\left(\frac{p_2 - \theta_4}{\theta_5} \right) \right] \delta(p_1) + \\ + \frac{(p_1 - \theta_1)^{\theta_3 - 1}}{\theta_2^{\theta_3} \Gamma(\theta_3)} \exp \left[-\left(\frac{p_1 - \theta_1}{\theta_2} \right) \right] \theta_0 p_2 \frac{(p_2 - \theta_4)^{\theta_6 - 1}}{\theta_5^{\theta_6} \Gamma(\theta_6)} \exp \left[-\left(\frac{p_2 - \theta_4}{\theta_5} \right) \right] \quad (2.12)$$

Essas expressões podem ser usadas para gerar *nuvens* (funções consequência) sintéticas, ou seja, sem a necessidade da execução do modelo NEWAVE.

Também foi obtida, baseado em um protocolo de educação elaborado nesse mesmo trabalho, a função utilidade dos decisores entrevistados (nesse caso, os decisores entrevistados foram pesquisadores do CEPEL). Os dados ajustaram-se a um polinômio de segundo grau, conforme a equação 2.13, e a utilidade obtida está mostrada na equação 2.14.

$$u(p_1, p_2) = \beta_0 + \beta_1 p_1 + \beta_2 p_2 + \beta_3 p_1 p_2 + \beta_4 p_1^2 + \beta_5 p_2^2 \quad (2.13)$$

$$u(p_1, p_2) = 1,006532 - 0,000751p_1^2 - 0,004214p_2^2 \quad (2.14)$$

A partir das expressões analíticas da função consequência (seja pelo modelo 1 ou pelo modelo 2) e da função utilidade do decisor, foi estimada a expressão do valor esperado da utilidade. Para o modelo 1, a expressão obtida em [72] foi:

$$E[u(p_1, p_2)] = 1 - \frac{\theta_0 \theta_3}{\theta_3 + \theta_4} \times \frac{\theta_1 (\theta_1 + 1)}{(\theta_1 + \theta_2)(\theta_1 + \theta_2 + 1)} \beta_1 - \frac{\theta_3 (\theta_3 + 1)}{(\theta_3 + \theta_4)(\theta_3 + \theta_4 + 1)} \beta_2 \quad (2.15)$$

O que se deseja é variar a função consequência de forma a maximizar a utilidade esperada, mostrada na equação 2.15. Isso é feito através da variação de um parâmetro que represente a ação do decisor, que parametriza, por exemplo, a função de custo de deficit do problema. A ação a ser adotada é aquela para a qual o maior valor da utilidade esperada é obtido. Também foi apresentada a expressão para a utilidade esperada, baseada no modelo 2.

2.4 Considerações finais

Dos trabalhos pesquisados para a Revisão Bibliográfica, poucos tratam de um problema real e apenas dois abordam um problema de grande porte. A maior parte

dos trabalhos possuem uma abordagem determinística do problema de decisão ou tratam as incertezas de forma implícita. Desses, CAMPELLO DE SOUZA [72] é o único que possui uma modelagem explícita do problema estocástico de grande porte e, portanto, será tomado por base para o desenvolvimento dessa tese.

Quanto aos métodos, de todos, a Teoria da Decisão é a única que se aplica de forma consistente e completa ao problema do planejamento energético do SIN, dadas as características estocásticas intrínsecas a esse problema. Salienta-se aqui que, mesmo que a Teoria da Decisão pareça, em um primeiro momento, com os métodos MAUT, eles são conceitualmente distintos. Por exemplo, na Teoria da Decisão não se faz necessária a característica compensatória da Função Utilidade, o que, por si só, já torna o MAUT inadequado ao problema abordado nessa tese. A forma da função utilidade, e consequentemente a forma das suas curvas de nível, emerge no processo de educação. Na Teoria da Utilidade de von Neumann e Morgenstern, valor e atitude com relação ao risco são, na mente do decisior, imbricadas. O protocolo de educação leva em consideração isto, e esta imbricação se consubstancia na expressão analítica da função utilidade resultante.

Capítulo 3

Referencial teórico

3.1 Introdução

Dado o objetivo da tese, que é a elaboração de um Sistema de Apoio à Decisão baseado em Teoria da Decisão aplicado ao contexto do planejamento energético de longo prazo do Sistema Elétrico Brasileiro, neste capítulo serão colocados alguns elementos teóricos nos quais a tese se baseia. Será feito um breve resumo sobre a Teoria da Decisão de von Neumann, Morgenstern e Wald [16, 17] e um exemplo didático, fora do contexto da tese, com o intuito de fixar os conceitos aqui apresentados.

Adicionalmente, também será apresentado um resumo sobre a Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE), em particular, sobre o modelo NEWAVE, haja vista que é uma das ferramentas utilizadas no sistema que está sendo proposto. Pela característica estocástica do problema, principalmente no que se refere ao aporte de água, será dada ênfase na apresentação do modelo estocástico para geração dos cenários sintéticos de energias naturais afluentes.

3.2 Teoria da decisão

A todo momento, somos levados a tomar decisões. Geralmente, essas decisões implicam na escolha entre duas ou mais opções: a escolha de um prato no cardápio, qual o momento de se efetuar uma ultrapassagem no trânsito, adquirir ou não um imóvel, qual a melhor carteira de investimentos, etc. Quando a escolha por uma opção implica em um ganho em detrimento da perda pela outra opção, tem-se um *tradeoff*. Em CAMPELLO DE SOUZA [35], um *tradeoff* é definido como:

“uma quantidade de um atributo (ou variável, ou aspecto) do qual o decisor¹ vai desistir de forma a ganhar uma quantidade específica de outro atributo.”

¹Denomina-se decisor o responsável pela tomada de decisão. Pode ser um indivíduo ou grupo.

A teoria da decisão é uma área de conhecimento que, considerando situações onde a incerteza está presente, oferece uma abordagem sistemática para o tratamento do problema de tomada de decisão. Através de uma metodologia bem definida, a partir de uma estrutura axiomática, oferece ao decisor uma ferramenta capaz de levá-lo à melhor decisão, considerando, principalmente, sua estrutura de preferências. Conforme citado em CAMPELLO DE SOUZA [35] e já mencionado no Capítulo 2:

“Uma boa decisão deve ser uma consequência lógica daquilo que se quer, daquilo que se sabe e daquilo que se pode fazer.”

O que se segue é uma explicação geral dos principais aspectos da Teoria da Decisão, através de um exemplo prático, que pode fazer parte do cotidiano de cada um. Seja o seguinte problema:

Uma pessoa (professor, aluno, funcionário, pesquisador, etc) trabalha ou estuda na Ilha do Fundão, na cidade do Rio de Janeiro. Ela está em sua sala, às 17:00 horas de uma quinta-feira, e terá que decidir sobre o melhor horário para ir para casa, considerando o problema dos intensos engarrafamentos que ocorrem na Ilha do Fundão nesse horário.

A incerteza desse problema está no tempo em que se leva para ir da Ilha do Fundão até em casa.

Suponha que essa pessoa esteja com o seu carro no estacionamento. Em função de sua decisão, existe uma probabilidade de se ficar um longo tempo ao volante, em um grande engarrafamento de veículos. Nesse momento, essa pessoa é um decisor, frente a um problema de decisão sob incertezas. Nesse problema de decisão, identifica-se:

- **O que se quer** — minimizar o tempo gasto no trânsito.
- **O que se sabe** — existe um conhecimento prévio com relação ao fluxo de veículos no trajeto, nesse dia e horário. Também pode-se utilizar informações coletadas da internet, como imagens de câmeras de vídeo, notícias das condições do trânsito, etc.
- **O que se pode fazer** — Pode-se tomar a decisão de sair às 17:00 horas. Também pode-se esperar algumas horas e sair mais tarde. Durante esse tempo de espera, em sua sala ou laboratório, essa pessoa pode dar seqüência às suas atividades profissionais ou acadêmicas, tornando produtivo o processo de espera pelo melhor horário para sair.

3.2.1 Estrutura Matemática

Segundo CAMPELLO DE SOUZA [35]:

“A Teoria da Decisão aborda o problema de como realizar o melhor processo decisório quando há incerteza sobre o que poderá acontecer. A partir de uma lista exaustiva das possíveis hipóteses sobre os estados que a natureza ou mundo podem assumir, das observações ou dados experimentais relevantes a essas hipóteses, juntamente com uma lista das possíveis ações a adotar e dos ganhos e perdas que se obtém exercendo-se cada uma dessas ações em vários possíveis estados do mundo, deve-se determinar o curso de ação a tomar. Em outras palavras, escolher a melhor regra de decisão que estabelece que ação adotar a partir do que foi observado”.

Em suma, a Teoria da Decisão é elaborada a partir de quatro conjuntos fundamentais, três mecanismos probabilísticos e duas funções.

Os conjuntos são:

- *Estados da natureza*: são todas as possíveis formas, configurações ou estados que a natureza ou o mundo em estudo pode assumir. O conjunto dos estados da natureza é denotado por $\Theta = \{\theta\}$.

No exemplo enunciado, pode-se ter $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$, onde:

- θ_1 — Baixo fluxo de veículos
- θ_2 — Alto fluxo de veículos
- θ_3 — Engarrafamentos

- *Um conjunto de ações ou alternativas disponíveis*: cursos de ação a serem exercidas sobre o sistema no momento da tomada de decisão. O conjunto de todas as ações é denotado por $\mathcal{A} = \{a\}$.

No exemplo enunciado, $\mathcal{A} = \{a_1, a_2\}$, onde:

- a_1 — ir para casa às 17:00
- a_2 — esperar para ir para casa mais tarde

- *Bens ou Payoffs*: representa aquilo que se quer. Denotado por $\mathcal{P} = \{p\}$. O conjunto de distribuições de probabilidade sobre \mathcal{P} é dentado por: $\mathcal{P}^* = \{P\}$, onde $P(p)$ é a probabilidade de se obter um payoff p . Entre essas distribuições, está a função conseqüência, $P(p|\theta, a)$.

No exemplo enunciado, $\mathcal{P} = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$, onde:

- p_5 — chegar em casa em 15 minutos
- p_4 — chegar em casa em 25 minutos
- p_3 — chegar em casa em 30 minutos
- p_2 — chegar em casa em 1 hora

- p_1 — chegar em casa em mais 2 horas

É claro que: $p_1 \prec p_2 \prec p_3 \prec p_4 \prec p_5$. ²

- *Observações:* em casos onde, por impossibilidade física, técnica ou econômica, não é possível observar diretamente o estado θ da natureza, pode ser possível trabalhar com dados (observações) que guardem relação com o estado da natureza em questão. O conjunto de todas as observações é denotado por $\mathcal{X} = \{x\}$. No problema enunciado, $\mathcal{X} = \{x_1, x_2\}$, onde:

- x_1 — Há notícias de acidente no trajeto até em casa
- x_2 — Não há notícias de acidente no trajeto até em casa

Os mecanismos probabilísticos são:

- *A função consequência:* $P(p|\theta, a)$. É a probabilidade de ocorrência de um payoff p , dado que a natureza está em um estado θ e o decisor optou pela ação a .

Nesse exemplo:

		$P(p_1 \theta_i, a_j)$	$P(p_2 \theta_i, a_j)$	$P(p_3 \theta_i, a_j)$	$P(p_4 \theta_i, a_j)$	$P(p_5 \theta_i, a_j)$
θ_1	a_1	0,00	0,00	0,05	0,29	0,66
θ_1	a_2	0,00	0,00	0,01	0,17	0,81
θ_2	a_1	0,06	0,25	0,38	0,25	0,06
θ_2	a_2	0,01	0,08	0,26	0,41	0,24
θ_3	a_1	0,43	0,40	0,14	0,02	0,00
θ_3	a_2	0,06	0,25	0,38	0,25	0,06

- *A função de verossimilhança:* $P(x|\theta)$. É o “canal de comunicação” com a natureza.

Seja então, para o problema exemplo, a seguinte função de verossimilhança:

	$P(x_1 \theta_i)$	$p(x_2 \theta_i)$
θ_1	0,1	0,90
θ_2	0,6	0,40
θ_3	0,7	0,30

- *Distribuição a priori sobre os estados da natureza:* $\pi(\theta)$.

Para o exemplo, seja a seguinte distribuição a priori:

	$\pi(\theta_i)$
θ_1	0,1
θ_2	0,3
θ_3	0,6

² $p_1 \prec p_2$ significa que p_2 é preferível a p_1 .

As distribuições de probabilidade que compõem os mecanismos probabilísticos podem ser obtidas com base na experiência do especialista. No problema enunciado nessa seção, pode-se usar o conhecimento que se tem com relação ao trânsito no horário das 17:00.

Sobre as duas funções, têm-se:

- A função utilidade: $u : \mathcal{P}^* \xrightarrow[P \longleftrightarrow u(P)]{} \mathbb{R}$. Um ponto crucial a ser salientado é que as preferências do decisor são exercidas sobre distribuições de probabilidade sobre os bens. As preferências se exercem num conjunto de distribuições de probabilidade, que são as funções consequência. A função utilidade representa a ordem de preferência do decisor quanto às distribuições $P^* = \{P\}$.

Nesse exemplo, a função utilidade do decisor é dada por:

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5
$u(p_i)$	0,00	0,10	0,50	0,80	1,00

- Regra de decisão não randomizada: $d : \mathcal{X} \xrightarrow[x \longleftrightarrow d(x)]{} \mathcal{A}$. Associa cada observação a uma ação.

As regras de decisão para o problema associado ao horário de saída da Ilha do Fundão é:

	x_1	x_2
d_1	a_1	a_1
d_2	a_1	a_2
d_3	a_2	a_1
d_4	a_2	a_2

Muitas são as possibilidades matemáticas para a representação dos elementos da Teoria da Decisão. Esses podem assumir valores contínuos, discretos, finitos, infinitos, escalares, vetoriais, em escala taxonômica (ou nominal, ou categórica), ordinal, intervalar etc.

No exemplo enunciado, todos os elementos estão representados em um intervalo discreto e finito. Esse problema poderia ser tão mais complexo quanto se quiser. Por exemplo, o conjunto de observações pode ser expandido, combinando as informações de acidentes com informações sobre ocorrência de chuvas. Ou o espaço das ações poderia ser representado em uma escala contínua, onde a ação seria quantas horas se esperaria para sair da Ilha do Fundão. Tudo vai depender de como o especialista pretende modelar o problema de decisão, em função de quão representativos são cada um dos aspectos do problema e das possibilidades de mensuração e registro.

Solução do Problema

O que se deseja é encontrar a regra de decisão que maximiza a utilidade esperada do decisor. Essa regra é denominada *Regra de Bayes*.

Seja $u(P(p|\theta, a))$ a utilidade esperada do decisor. Em um problema contínuo, essa função é dada por:

$$u(P(p|\theta, a)) = E_p[v(p)] = \int_{-\infty}^{\infty} v(p)P(p|\theta, a)dp \quad (3.1)$$

onde $v(p)$ é a função valor para um dado *payoff* p .

A *Função Perdas*, $L(\theta, a)$, é definida como o negativo da utilidade esperada. Logo:

$$L(\theta, a) = -E_p[v(p)] = -\int_{-\infty}^{\infty} v(p)P(p|\theta, a)dp \quad (3.2)$$

Em uma escala discreta, a integral é substituída por um somatório e a Função Perdas é definida por:

$$L(\theta, a) = -E_p[v(p)] = -\sum_p v(p)P(p|\theta, a) \quad (3.3)$$

A *função risco*, de se usar a regra de decisão d quando θ é o verdadeiro estado da natureza, é dada por

$$R_d(\theta) = \sum_x P(x|\theta)L(\theta, d(x)) \quad (3.4)$$

É o valor esperado da perda.

Denomina-se *Risco de Bayes* o valor esperado do risco. O Risco de Bayes é dado por

$$r_d = \sum_{\theta} \pi(\theta)R_d(\theta) \quad (3.5)$$

É o risco de se usar a regra d . A melhor decisão é aquela onde se obtém o menor Risco de Bayes.

Considerando o exemplo proposto nessa seção, a Função Perdas pode ser calculada através da equação (3.3). Os resultados são mostrados na Tabela 3.1

Através da equação (3.5), os Riscos de Bayes para cada uma das possíveis regras de decisão é calculado. Os resultados são:

Pelos resultados apresentados na Tabela 3.2, observa-se que, dada a utilidade do decisor e os mecanismos probabilísticos estimados, a melhor regra de decisão, ou

Tabela 3.1: Função Perdas.

		$L(\theta_i, a_i)$
θ_1	a_1	-0,91
θ_1	a_2	-0,96
θ_2	a_1	-0,48
θ_2	a_2	-0,71
θ_3	a_1	-0,13
θ_3	a_2	-0,48

Tabela 3.2: Risco de Bayes.

	r_d
d_1	-0,31
d_2	-0,41
d_3	-0,50
d_4	-0,59

seja, a *Regra de Bayes* é a regra d_4 . Por essa regra, qualquer que seja a observação, x_1 ou x_2 , é melhor tomar a ação a_2 , ou seja, esperar para ir para casa mais tarde.

O diagrama da figura 3.1 representa a sistematização da aplicação da Teoria da Decisão. Esse diagrama foi extraído de CAMPELLO DE SOUZA [35], onde se pode ter todo o processo de escolha da melhor decisão.

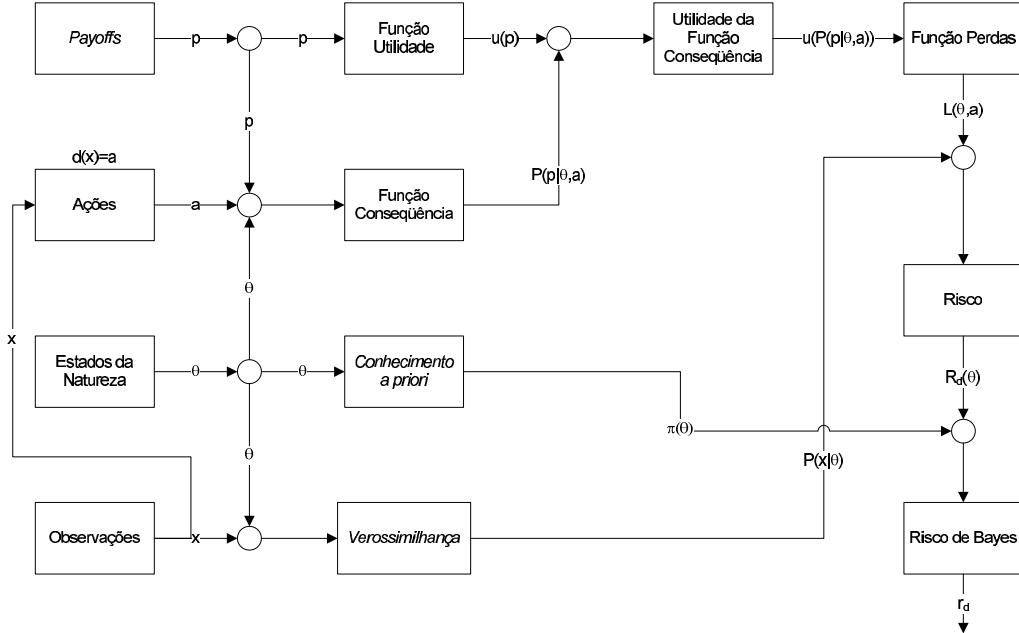


Figura 3.1: Arquitetura e funcionamento da Teoria da Decisão.

3.2.2 A função utilidade

Diversas são as referências na literatura técnica que abordam o assunto da Teoria da Utilidade e da Função Utilidade. Dentre elas, cita-se VON NEUMANN e MORGESTERN [17], CAMPELLO DE SOUZA [35], WANDERLEY [73]. O que será apresentado aqui é um breve resumo, porém suficiente para que os conceitos de utilidade tratados no decorrer dessa tese possam ser compreendidos.

Define-se relações de preferências entre as distribuições de probabilidades $P_1, P_2 \in \mathcal{P}^*$, associadas às consequências $p_1, p_2 \in \mathcal{P}$ como:

Definição 3.1 Para todo $P_1, P_2 \in \mathcal{P}^*$,

- i. $P_1 \succcurlyeq P_2$ significa que P_1 é pelo menos tão desejável quanto P_2 ;
- ii. $P_1 \succ P_2$ significa que P_1 é preferível à P_2 ;
- iii. $P_1 \sim P_2$ significa que P_1 e P_2 são equivalentes.

“ \succcurlyeq ”, “ \succ ” e “ \sim ” são relações binárias.

Definição 3.2 Para todo $P_1, P_2 \in \mathcal{P}^*$,

- i. $P_1 \succ P_2$ se é verdade que $P_1 \succcurlyeq P_2$ e falso que $P_1 \preccurlyeq P_2$.
- ii. $P_1 \sim P_2$ se é verdade que $P_1 \succcurlyeq P_2$ e $P_1 \preccurlyeq P_2$.

A partir dessas definições, foram desenvolvidos em VON NEUMANN e MORGESTERN [17] os axiomas que se seguem, que são a base para a definição de Função Utilidade.

Axioma 3.1 (Linearidade ou Ordem Total) Se $P_1, P_2 \in \mathcal{P}^*$, então $P_1 \succcurlyeq P_2$ ou $P_2 \succcurlyeq P_1$.

Axioma 3.2 (Transitividade) Se $P_1, P_2, P_3 \in \mathcal{P}^*$, e se $P_1 \succcurlyeq P_2$ e $P_2 \succcurlyeq P_3$, então $P_1 \succcurlyeq P_3$.

Segue o seguinte lema:

Lema 3.1 Se $P_1 \succcurlyeq P_2$ e $P_2 \succ P_3$, então $P_1 \succ P_3$.

Adicionalmente, têm-se as seguintes propriedades em relação à \mathcal{P}^* :

- i. \mathcal{P}^* é convexo, ou seja, se $P_1, P_2 \in \mathcal{P}^*$, então $\lambda P_1 + (1 - \lambda) P_2 \in \mathcal{P}^*$, $\forall 0 \leq \lambda \leq 1$.
- ii. Toda distribuição degenerada está em \mathcal{P}^* .

Sejam $P_1, P_2 \in \mathcal{P}^*$, que são duas distribuições de probabilidades. Como visto, a relação $\lambda P_1 + (1 - \lambda)P_2 \in \mathcal{P}^*$, $\forall 0 \leq \lambda \leq 1$ também é uma distribuição de probabilidades. Essa relação pode ser interpretada como uma *loteria*, onde se ganha a distribuição P_1 com probabilidade λ e a distribuição P_2 com probabilidade $(1 - \lambda)$.

Segue, então, o seguinte axioma:

Axioma 3.3 (Dominância) *Sejam $P_1, P_2, P_3 \in \mathcal{P}^*$ e $0 \leq \lambda \leq 1$.*

- i. *Se $P_1 \succ P_2$, então $\forall P_3 \in \mathcal{P}^*$ tem-se que $\lambda P_1 + (1 - \lambda)P_3 \succ \lambda P_2 + (1 - \lambda)P_3$.*
- ii. *Se $P_1 \sim P_2$, então $\forall P_3 \in \mathcal{P}^*$ tem-se que $\lambda P_1 + (1 - \lambda)P_3 \sim \lambda P_2 + (1 - \lambda)P_3$.*

Axioma 3.4 *Se $P_1 \succ P_2 \succ P_3$, então existem números $0 > \lambda > \mu > 1$, tais que*

$$\lambda P_1 + (1 - \lambda)P_3 \succ P_2 \succ \mu P_1 + (1 - \mu)P_3$$

Um decisor é dito *racional* se ele é capaz de expressar suas preferências de forma consistente com os Axiomas 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4. Essas preferências podem ser representadas por uma função real, $u(P)$, denominada *Função Utilidade*. Matematicamente, essa função é definida como:

Definição 3.3 (Função Utilidade) *A função $u(P)$, definida como $u : \mathcal{P}^* \rightarrow \mathbb{R}$, é uma Função Utilidade se:*

- i. $P_1 \succcurlyeq P_2$ se, e somente se, $u(P_1) \geq u(P_2)$.
- ii. $\forall 0 \leq \lambda \leq 1$, $u[\lambda P_1 + (1 - \lambda)P_2] = \lambda u(P_1) + (1 - \lambda)u(P_2)$.
- iii. é única, a menos de uma transformação linear.

Dada essa definição matemática de Função Utilidade, tem-se o seguinte Teorema:

Teorema 3.1 *Se os Axiomas 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4 são válidos, então:*

- i. \exists uma utilidade linear $u : \mathcal{P}^* \rightarrow \mathbb{R}$.
- ii. $u(P)$ é limitada superiormente.
- iii. $u(P)$ é única, a menos de uma transformação linear.

A prova do Teorema 3.1 pode ser encontrada em CAMPELLO DE SOUZA [35].

3.3 O Modelo NEWAVE

Na seção anterior foram mostrados alguns conceitos básicos sobre Teoria da Decisão. O que se segue é um resumo sobre a Programação Dinâmica Dual Estocástica e sobre geração de cenários sintéticos para estudos de Planejamento da Operação Energética. Nesse contexto, os cenários sintéticos representam as Energias Naturais Afluentes aos reservatórios do sistema. Esses dois conceitos estão sintetizados em um modelo matemático denominado *NEWAVE*, desenvolvido e implementado computacionalmente pelo CEPEL. Esse modelo é uma ferramenta fundamental para o Sistema de Apoio à Decisão que está sendo apresentado nessa tese.

3.3.1 Características Básicas

Baseado na técnica de Programação Dinâmica Dual Estocástica e considerando uma representação agregada do parque hidroelétrico, o modelo NEWAVE pode considerar vários subsistemas interligados, permite a representação estática ou dinâmica da configuração do sistema, discretização do mercado em até três patamares (por exemplo, pesada, média e leve), representação dos cortes no suprimento do mercado de energia elétrica em até quatro patamares de deficit. Os cenários de energias naturais afluentes utilizados na PDDE são obtidos através de um modelo auto-regressivo periódico de ordem p , $\text{par}(p)$.

Basicamente, o modelo NEWAVE é composto pelos seguintes módulos:

Módulo de cálculo do sistema equivalente: Calcula os subsistemas equivalentes de energia a partir de uma configuração definida nos dados de entrada. Cada subsistema é definido basicamente por: energias armazenáveis máximas, séries históricas de energias controláveis e energias fio d'água, parábolas de energia de vazão mínima, energia evaporada, capacidade de turbinamento, correção da energia controlável em função do armazenamento e perdas por limite de turbinamento nas usinas fio d'água [74].

Módulo de energias afluentes: O modelo $\text{par}(p)$ modela a afluência de um mês como sendo função de p afluências dos meses anteriores. Através do uso do $\text{par}(p)$, secas de longa persistência são capazes de serem reproduzidas [75]. Nesse módulo, estima-se os parâmetros do modelo estocástico, $\text{par}(p)$, e gera-se séries sintéticas de energias afluentes que são utilizadas no módulo de cálculo da política de operação hidrotérmica e para geração de séries sintéticas de energias afluentes para análise de desempenho no módulo de simulação da operação. Esse módulo será apresentado com mais detalhes à frente.

Módulo de cálculo da política de operação hidrotérmica: É responsável pela construção iterativa da função de custo futuro através do algoritmo

de Programação Dinâmica Dual Estocástica. A cada estágio (t) e estado, o problema de operação hidrotérmica é resolvido como um problema de programação linear e as variáveis duais associadas à solução do problema são utilizadas para construir o *corte de Benders* que está associado à função de custo futuro do estágio anterior. Serão adicionados à função de custo futuro de tantos cortes de Benders quantos forem os estados selecionados. Esse processo recursivo é chamado de *Backward*. Ao final desse, pode-se obter da função de custo futuro do primeiro estágio um limite inferior para o valor esperado do custo de operação ao longo do horizonte de planejamento. Para obter-se uma estimativa do valor esperado do custo de operação ao longo do horizonte de planejamento, considerando-se a política de operação traduzida pela função de custo futuro, calculada no processo *Backward*, processa-se uma simulação da operação do sistema para diversos cenários de afluências. Esse processo é chamado de *Forward*. Para cada cenário calcula-se o custo de operação ao longo do horizonte de planejamento e, a partir da média do custo de operação de todos os cenários, obtém-se um limite superior para o valor esperado do custo total de operação. Quando a diferença entre os limites inferior e superior estiver dentro de uma tolerância, a função de custo futuro representa a política ótima de operação.

Módulo de simulação da operação: Simula a operação do sistema ao longo do período de planejamento, para distintos cenários de sequências hidrológicas. São calculados índices de desempenho, tais como o custo esperado de operação, probabilidade de não atendimento da demanda de energia (também chamado de risco de deficit), valor esperado da energia não suprida, a distribuição de frequências dos custos marginais de operação, dos intercâmbios de energia, das gerações hidráulicas e térmicas, etc.

3.3.2 Problema de programação linear

Pelo algoritmo da PDDE, o problema de otimização a ser resolvido é dividido em vários subproblemas, onde o acoplamento entre eles (nesse contexto, temporal) é preservado através de uma função linear por partes denominada *Função de Custo Futuro*. Essa função é estimada iterativamente, através do algoritmo. No caso do modelo NEWAVE, cada um dos subproblemas representa um período e um estado, onde um período significa um mês de planejamento e um estado é um vetor composto pela energia armazenada inicial ao período e pelas energias naturais afluentes anteriores ao período.

O problema de programação linear resolvido em cada subproblema da PDDE é apresentado a seguir.

Função objetivo:

$$\alpha_t = \min \sum_{i=1}^{NSIS} \left(\sum_{j \in UTE_i} CT_{i,j,t} gt_{i,j,t} + \sum_{k=1}^{NPDF} CD_{i,k,t} df_{i,k,t} + C_{CAR_{i,t}} \delta_{AR_{i,t}} + C_{EVZ_{i,t}} \delta_{EVZ_{i,t}} + pfio_{i,t} \right) + \frac{1}{1+B} \alpha_{t+1} \quad (3.6)$$

Na função objetivo são considerados os custos presente e futuro (α_{t+1}). A esse último é aplicada uma taxa de desconto mensal para trazê-lo a valor presente (na referência de tempo t). Ele corresponde ao custo de operação deste o período $t+1$ até o final do horizonte de estudo. No custo presente são considerados os custos de geração das usinas termoelétricas e o custo associado ao não atendimento dos requisitos de demanda (deficit). São consideradas também penalidades associadas à violações das restrições de atendimento aos requisitos de vazão mínima obrigatória e à violação da curva guia de segurança (CAR).

Restrição de balanço hídrico:

$$ea_{i,t+1} + gh_{i,t} + ev_{i,t} + evz_{i,t} = EA_{i,t} + \gamma_{i,t} EAF_{i,t} \quad (3.7)$$

$$i = 1, \dots, NSIS$$

Na restrição de balanço hídrico é feito o balanço da energia controlável de cada subsistema. A parcela $\gamma_{i,t} EAF_{i,t}$ é chamada de energia controlável bruta. A essa parcela será abatida a energia de vazão mínima ($evz_{i,t}$). Essa energia, que não é controlável, é considerada no NEWAVE como uma geração.

Restrição de atendimento à demanda:

$$gh_{i,t} + evz_{i,t} + efio_{i,t} + \sum_{j \in UTE_i} gt_{i,j,t} + \sum_{k=1}^{NPDF} df_{i,k,t} + \sum_{j \in \Omega_i} int_{j,i,t} - \sum_{j \in \Omega_i} int_{i,j,t} - exc_{i,t} = D_{i,t} \quad (3.8)$$

$$i = 1, \dots, NSIS$$

A demanda de energia do subsistema i pode ser atendida pelos recursos de geração hidroelétrica ($gh_{i,t} + evz_{i,t} + efio_{i,t}$), termoelétricas ($gt_{i,j,t}$) ou importação

de energia ($int_{j,i,t}$). Para os excessos de energia, onde não é possível a exportação, há a variável de folga $exc_{i,t}$.

Restrição de atendimento à curva guia de segurança:

$$ea_{i,t+1} + \delta_{AR_{i,t}} \geq CAR_{i,t} \quad (3.9)$$

$$i = 1, \dots, NSIS$$

A restrição de atendimento à curva guia de segurança, conhecida no setor elétrico como curva de aversão ao risco (CAR), tem por objetivo manter o nível de armazenamento do reservatório equivalente de energia acima de um valor pré estabelecido ($CAR_{i,t}$). As violações à esse nível são penalizadas na função objetivo do problema.

Restrições operativas de armazenamento:

$$EA_{MIN_{i,t+1}} \leq ea_{i,t+1} \leq EA_{MAX_{i,t+1}} \quad (3.10)$$

$$i = 1, \dots, NSIS$$

Essas restrições de caixa representam limites operativos para o reservatório equivalente de energia. O limite superior serve para, em geral, controle de cheias. O limite inferior representa, em geral, níveis mínimos para que as turbinas das usinas operem com segurança (evitar assoreamento, por exemplo).

Restrição de energia a fio d'água:

$$efio_{i,t} + pfio_{i,t} = (1 - \gamma_{i,t})EAF_{i,t} \quad (3.11)$$

$$i = 1, \dots, NSIS$$

Essa equação limita a parte da energia afluente não controlável que é chamada de energia a fio d'água ($(1 - \gamma_{i,t})EAF_{i,t}$) pelo engolimento máximo das usinas a fio d'água.

Restrição de atendimento aos requisitos de vazão mínima obrigatória:

$$evz_{i,t} + \delta_{EVZ_{i,t}} \geq EVZ_{i,t} \quad (3.12)$$

$$i = 1, \dots, NSIS$$

A vazão mínima obrigatória é uma parte da energia natural afluente que deve ser defluída obrigatoriamente para atendimento de requisitos ambientais, garantia de vazão no rio, garantia de atividades de piscicultura e navegação, etc.

Restrição de limite de geração hidráulica controlável:

$$gh_{i,t} + evz_{i,t} + e fio_{i,t} \leq GH_{MAX_{i,t}} \quad (3.13)$$

$$i = 1, \dots, NSIS$$

Essa restrição representa o máximo que o conjunto turbina-gerador pode converter energia em geração hidroelétrica.

Restrição de perdas a fio d'água:

$$pfio_{i,t} \geq a_{pfio_{i,j,t}} e fio_{i,t} + b_{pfio_{i,j,t}} \quad (3.14)$$

$$i = 1, \dots, NSIS$$

$$j = 1, \dots, NPFIO$$

Esse conjunto de restrições representa a função não linear de perdas a fio d'água por engolimento máximo.

Função de custo futuro:

$$\alpha_{t+1} - \sum_{i=1}^{NSIS} \pi_{v_{i,k,t+1}} ea_{i,t+1} \geq \sum_{i=1}^{NSIS} \sum_{j=1}^{p_m} \pi_{a_{i,j,k,t+1}} EAF_{i,t-j+1} + W_{j,t+1} \quad (3.15)$$

$$k = 1, \dots, NCUT$$

Esse conjunto de restrições é uma representação linear por partes da função de custo futuro do problema. Cada restrição é chamada de “corte de Benders” e é estimada iterativamente através do algoritmo de programação dinâmica dual estocástica (PDDE).

Os termos desse problema de otimização são:

$NSIS$ Número de subsistemas

$NPDF$ Número de patamares de deficit

$NPFIO$ Número de partes da função de perdas à fio d'água

$NCUT$ Número de cortes da função de custo futuro

UTE_i Conjunto de usinas termoelétricas do subsistema i

Ω_i Conjunto de subsistemas interligados eletricamente e diretamente ao subsistema i

B	Taxa de desconto mensal
$CT_{i,j,t}$	Custo unitário de geração da usina termoelétrica j , em R\$/MWh
$CD_{i,k,t}$	Custo unitário associado ao deficit do patamar k , para o subsistema i , em R\$/MWh
$C_{CAR_{i,t}}$	Penalidade associada à invasão da curva guia de segurança, para o subsistema i
$C_{EVZ_{i,t}}$	Penalidade associada à violação dos requisitos de energia de vazão mínima obrigatória
$EA_{i,t}$	Energia armazenada no início do estágio i , para o subsistema i
$EAF_{i,t}$	Energia natural afluente ao subsistema i
$D_{i,t}$	Demanda de energia do subsistema i
$CAR_{i,t}$	Nível da curva guia de segurança (também chamada de curva de aversão ao risco), no subsistema i
$EA_{MIN_{i,t+1}}$	Mínima energia que pode ser armazenada no subsistema i , por questões operativas
$EA_{MAX_{i,t+1}}$	Máxima energia que pode ser armazenada no subsistema i , por questões operativas
$EVZ_{i,t}$	Requisito de energia de vazão mínima obrigatória para o subsistema i
$GH_{MAX_{i,t}}$	Máxima capacidade de geração hidráulica para o subsistema i
$a_{pfio_{i,j,t}}$	Coeficiente angular da equação j da função de perdas a fio d'água do subsistema i
$b_{pfio_{i,j,t}}$	Coeficiente linear da equação j da função de perdas a fio d'água do subsistema i
$\pi_{v_{i,k,t+1}}$	Coeficiente do corte de Benders k associado ao estado de energia armazenada no início do período, para o subsistema i
$\pi_{a_{i,j,k,t+1}}$	Coeficiente do corte de Benders k associado ao estado de energia natural afluente ao subsistema i no instante $t - j$
$W_{j,t+1}$	Termo independente do j -ésimo corte de Benders
$\gamma_{i,t}$	Parcela controlável da energia natural afluente
α_{t+1}	Custo esperado de operação do estágio $t + 1$ até o final do horizonte
$\delta_{AR_{i,t}}$	Violação do nível da curva guia de segurança, para o subsistema i
$\delta_{EVZ_{i,t}}$	Violação dos requisitos de energia de vazão mínima obrigatória, para o subsistema i
$pfio_{i,t}$	Perdas por engolimento máximo nas usinas a fio d'água, devido à vazão incremental
$gh_{i,t}$	Geração hidroelétrica controlável do subsistema i
$gt_{i,j,t}$	Geração da usina termoelétrica j , do subsistema i , em MW

$df_{i,k,t}$	Deficit de energia no patamar k , para o subsistema i , em MW
$ea_{i,t+1}$	Energia armazenada no início do período $t + 1$, so subsistema i
$ev_{i,t}$	Energia controlável vertida no subsistema i
$evz_{i,t}$	Energia de vazão mínima obrigatória no subsistema i
$efio_{i,t}$	Energia a fio d'água líquida do subsistema i
$int_{i,j,t}$	Intercâmbio de energia do subsistema i para o subsistema j
$exc_{i,t}$	Excesso de energia no subsistema i

Todos os termos representados por letra minúscula são variáveis de decisão da optimização.

Os multiplicadores de Lagrange (ou variáveis duais) associadas à restrição de atendimento à demanda, equação (3.8) são conhecidos no setor elétrico brasileiro como os *Custos Marginais de Operação* e indicam o acréscimo no Custo Total de Operação quando há um incremento na demanda.

Os multiplicadores de Lagrange (ou variáveis duais) associadas à restrição de balanço hídrico, equação (3.7) são conhecidos no setor elétrico brasileiro como os *Valores da Água* e indicam a redução no Custo Total de Operação quando há um incremento na energia controlável ou armazenada.

3.3.3 Geração de cenários sintéticos

Das incertezas inerentes ao problema de planejamento da operação energética do sistema elétrico brasileiro, a hidrologia é a mais crítica e relevante de todas. Ela é a única tratada explicitamente pelo modelo NEWAVE. Em função disso, nessa seção será feita uma explicação mais detalhada do processo de geração de cenários sintéticos de energias naturais afluentes, que é a parte central da PDDE.

As séries históricas

No modelo NEWAVE, o histórico de afluências é expresso em energia (MWmês), denominada Energia Natural Afluente (ENA), e calculado a partir do histórico de vazões naturais afluentes (m^3/s). Para o cálculo da ENA, é considerada, além das vazões naturais afluentes, a configuração das usinas hidroelétricas, ou seja, quais são as usinas, qual seu estado de expansão (já existe, está enchendo o volume morto, está submotorizada³, etc) e qual a topologia do sistema. Existe um registro histórico para cada usina hidroelétrica, com discretização mensal. O cálculo da ENA mensal para um subsistema s é mostrado na equação (3.16).

$$ENA_{m,s} = c_1 \sum_{i \in U_s} Q_{m,i} \rho_i \quad (3.16)$$

³Define-se aqui por *submotorizada* a usina hidroelétrica que apresenta sua capacidade instalada inferior à sua energia firme.

onde $ENA_{m,s}$ é a energia natural afluente do subsistema s no mês m (MWmês), c_1 é uma constante para transformação de unidades, \mathcal{U}_s é o conjunto de usinas hidroelétricas do subsistema s , $Q_{m,i}$ é a vazão afluente à usina i no mês m (m^3/s), ρ_i é a produtibilidade da usina hidroelétrica i .

A equação 3.16 está baseada nas premissas adotadas para o subsistema equivalente de energia [74]. Como se trata de uma grandeza em energia, obtida a partir de uma conversão de energia potencial ou cinética, levando-se em consideração a altura de queda da usina⁴, a ENA de um subsistema é uma função dessa altura, que varia em função da operação dos reservatórios. Os resultados que serão apresentados a seguir foram obtidos considerando que todos os reservatórios do subsistema estão com um volume armazenado igual a 65% de seu volume útil⁵.

No contexto do planejamento da operação energética de médio prazo, o parque gerador hidroelétrico do Sistema Interligado Nacional (SIN) é agregado em quatro subsistemas: Sudeste/Centro-Oeste (SE), Sul (S), Nordeste (NE) e Norte (N). Eletricamente, esses subsistemas estão interligados conforme diagrama da figura 3.2.

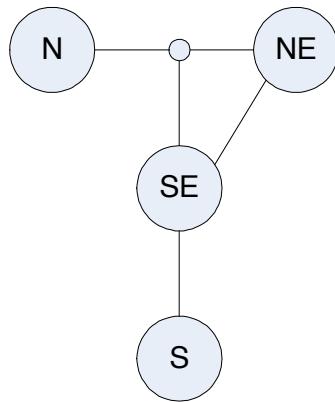


Figura 3.2: Diagrama de interligação entre os subsistemas.

Na figura 3.3 é apresentado um gráfico contendo as ENAs, para cada um dos subsistemas. Foi considerada a configuração do mês de setembro de 2010. Para essa configuração, o histórico adotado foi desde o ano de 1931 até o ano de 2008. Pode-se observar um comportamento sazonal das ENAs. Observa-se também a ocorrência de eventos não típicos, de longa duração, como é o caso de baixas afluências no subsistema Sudeste, durante a década de 50, por exemplo.

Segundo MACEIRA [76],

“Séries hidrológicas de intervalo de tempo menor que o ano, tais como séries mensais, têm como característica o comportamento periódico das suas

⁴Entende-se por *altura de queda* a diferença entre as cotas da lâmina d'água do reservatório e do canal de fuga da usina, descontadas as perdas.

⁵Entende-se por *volume útil* a diferença entre os volumes máximo e mínimo da usina.

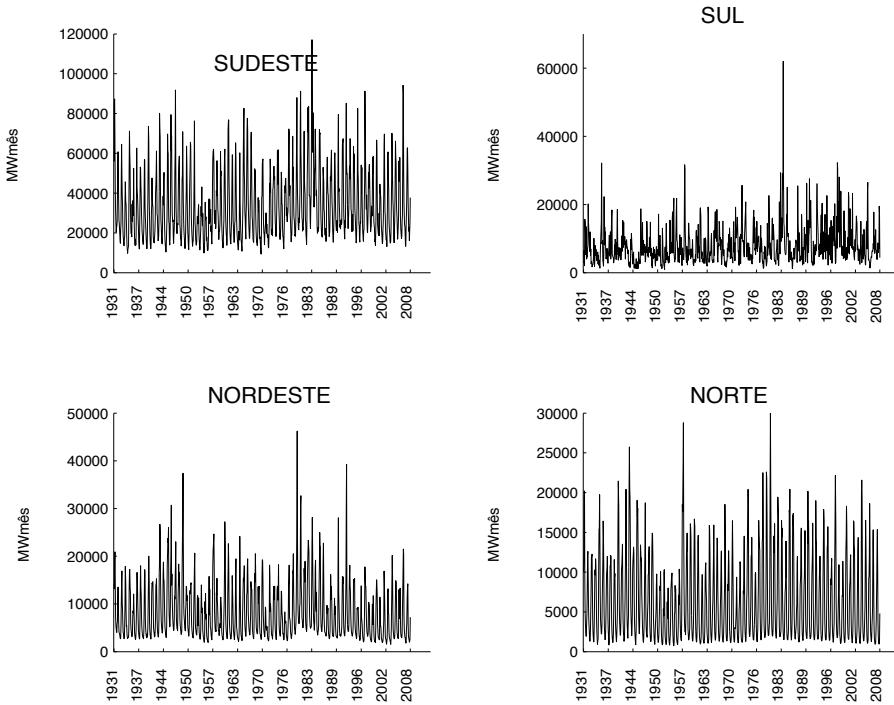


Figura 3.3: ENA histórica para os quatro subsistemas.

propriedades probabilísticas, como por exemplo a média, a variância, a assimetria e a estrutura de auto-correlação.”

Dessa forma, as estatísticas do histórico de energias naturais afluentes que serão apresentadas a seguir levarão em consideração tal observação. Como será visto no item seguinte, ao se modelar o processo estocástico por um modelo auto-regressivo periódico, essas propriedades sazonais levarão a estimação de um modelo para cada mês, que é a discretização do problema.

A figura 3.4 apresenta a evolução temporal da média mensal das ENAs e do desvio padrão amostral, para os quatro subsistemas. Pode-se observar que os subsistemas Sudeste, Nordeste e Norte apresentam um comportamento sazonal melhor definido que o subsistema Sul. Esse último também apresenta uma variabilidade nas afluências superior aos demais. Isso pode ser observado nos gráficos de coeficiente de variação, apresentados na figura 3.5. O subsistema Sul apresenta um coeficiente de variação entre 0,5 e 0,8 (em média, 0,7).

No Apêndice A estão mais algumas estatísticas das séries históricas. Nas figuras A.1, A.2, A.3, A.4 são apresentadas as correlações temporais para cada subsistema. Cada figura corresponde a um subsistema e apresenta 12 correlogramas, uma para cada mês, onde estão impressas as correlações até o *lag* 11. Nas figuras A.5, A.6, A.7 e A.8 são apresentados os histogramas das ENAs dos subsistemas Sudeste, Sul, Nordeste e Norte, respectivamente. Para cada subsistema existem 12 histogramas, um para cada mês.

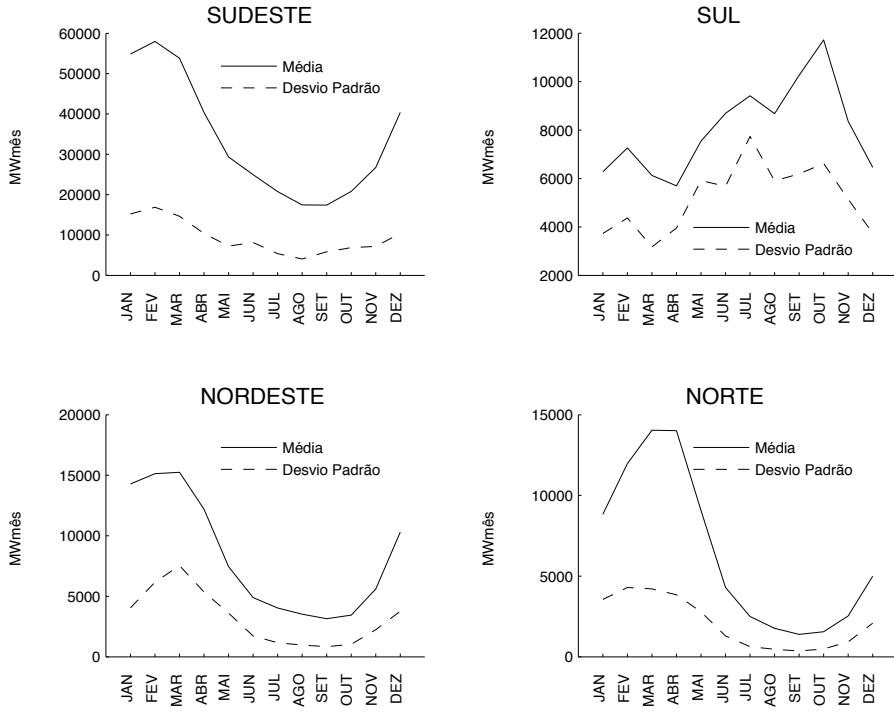


Figura 3.4: ENA média histórica para os quatro subsistemas.

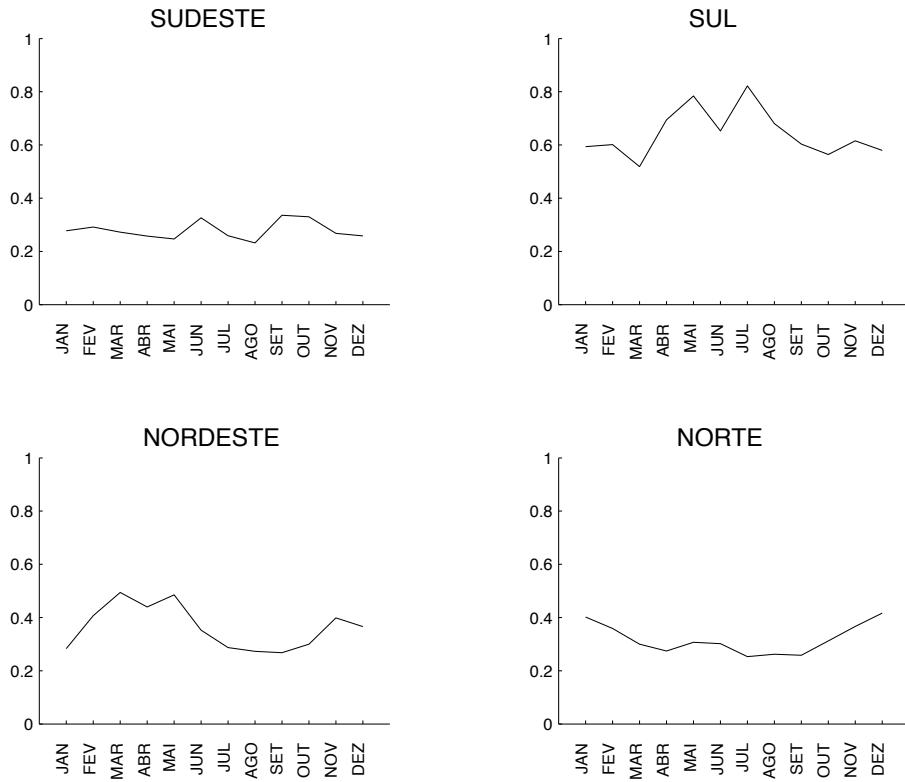


Figura 3.5: Coeficiente de variação para os quatro subsistemas.

Na atividade de planejamento da operação energética⁶, a cada mês, quando um PMO é executado, o histórico de vazões é alterado. Esse registro é atualizado

⁶Essas atividades são realizadas pelo ONS, com a participação dos agentes do setor elétrico (geradores, consumidores, etc.).

anualmente, com a consideração de mais um ano de histórico consolidado. O último ano histórico para fins de ajuste do modelo estocástico não é necessariamente o ano anterior ao que se está trabalhando. Por exemplo, nos estudos do PMO do ano de 2010, o último ano histórico considerado é 2008. Para os estudos de 2011, é acrescentado o ano de 2009.

Por outro lado, a cada mês do PMO, os registros de tendência hidrológica (passado recente), utilizados para a geração dos cenários sintéticos, é atualizada. Ou seja, os cenários são gerados considerando o informação mais recente que se tem até o momento. Como um PMO é realizado na última semana que antecede o mês a que ele se aplica, o primeiro mês da tendência hidrológica (o mais recente) é formado por uma previsão e não apenas por observações. O erro proveniente dessa previsão é corrigido no estudo do mês seguinte, quando esse valor já foi consolidado. É por esse motivo que, a cada mês, se faz um PMO. Na seção 3.3.3 será explicado com mais detalhes o processo de geração de cenários e do significado da tendência hidrológica. O objetivo nessa seção é avaliar como as estatísticas do histórico de ENAs varia com a atualização de seus registros. Será focada apenas a média, mas as conclusões são genéricas para as demais estatísticas.

Na figura 3.6 é apresentado um gráfico contendo o valor da ENA média para todos os subsistemas e para todo o horizonte de estudo (5 anos), para diferentes *decks*⁷ de PMO. Estão considerados estudos deste 2001 até o ano de 2010.

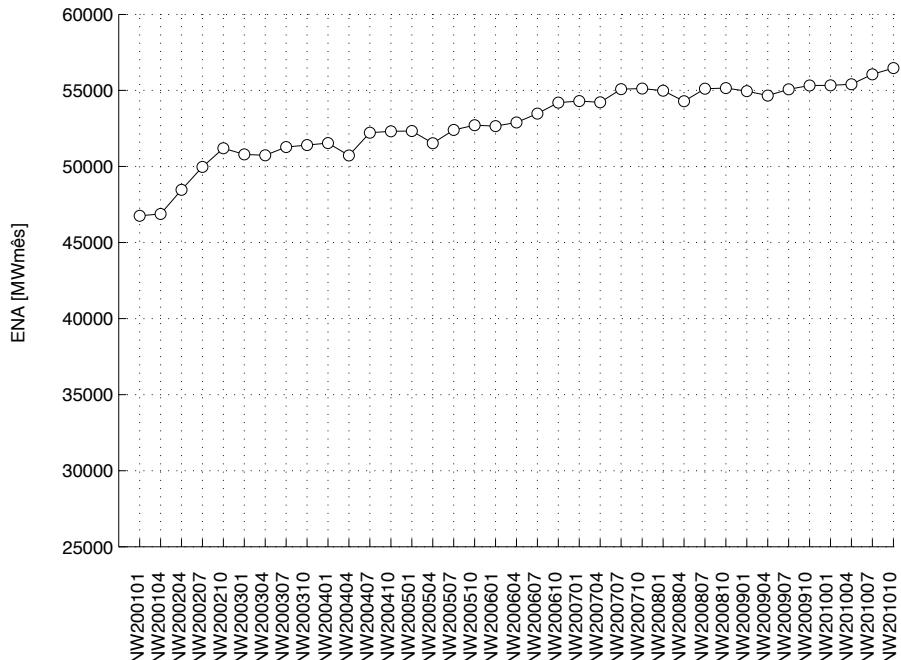


Figura 3.6: ENA - média histórica total, considerando diferentes *decks*.

⁷Entende-se por *deck* um conjunto de dados de entrada do NEWAVE.

Pode-se observar que há uma variação na energia afluente histórica média do SIN, para os diferentes *decks* considerados. Entretanto, dois aspectos devem ser analisados: a influência da variação na configuração (ou evolução do parque gerador), que afetará a energia (vide eq. 3.16), e a influência da variação do próprio histórico, com a inclusão de novos registros. Para isolar esses dois efeitos, foi realizado o seguinte estudo: para os diferentes *decks* da figura 3.6, considera-se um mesmo histórico de vazões. Na figura 3.7 são apresentados esses resultados considerando o histórico de vazões utilizado no *deck* de setembro de 2010 (que inicia-se em janeiro de 1931 e termina em dezembro de 2008).

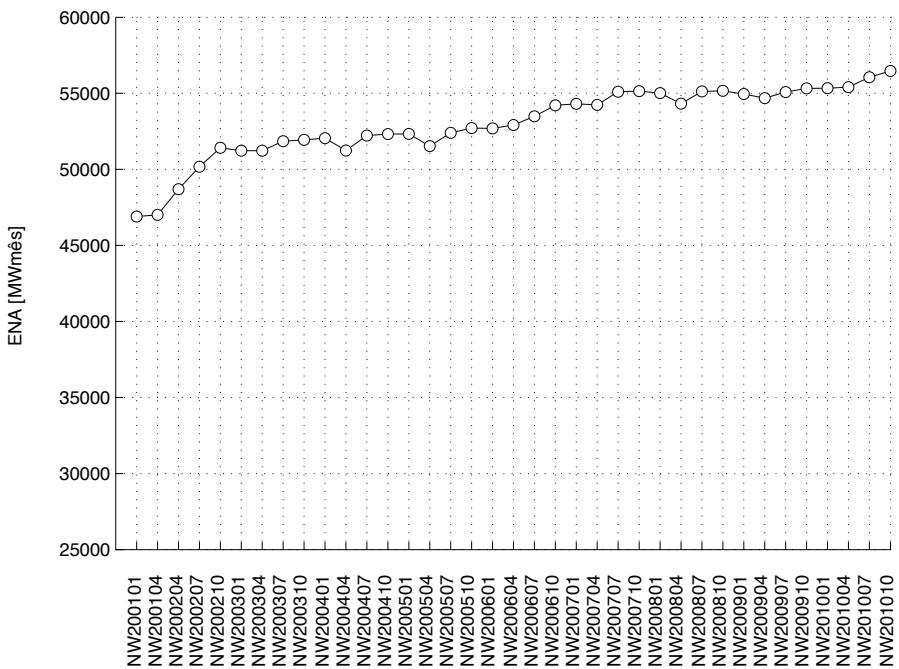


Figura 3.7: ENA - média histórica total, considerando diferentes *decks* e um mesmo histórico (set/2010).

Pode-se observar que as curvas apresentadas nas figuras 3.6 e 3.7 são muito semelhantes. Ou seja, a evolução do parque gerador é relevante para a variação do valor esperado da ENA. Esse é um resultado esperado. Para completar a análise, outra sensibilidade deve ser realizada: a partir de um mesmo *deck* do NEWAVE, considera-se os diferentes históricos de vazões utilizados nos estudos anteriores. Na figura 3.8, foi considerado o *deck* de janeiro de 2001.

Com a consideração de diferentes históricos de vazões naturais afluentes, aplicados a uma mesma configuração, tem-se como resultado variações não significativas no valor esperado das ENAs. Não será apresentado aqui, mas essa conclusão continua verdadeira se considerada a evolução temporal do valor esperado das ENAs para os diferentes *decks*, assim como para o desvio padrão e outras estatísticas (assimetria, por exemplo). O mesmo vale se a análise for feita por subsistema.

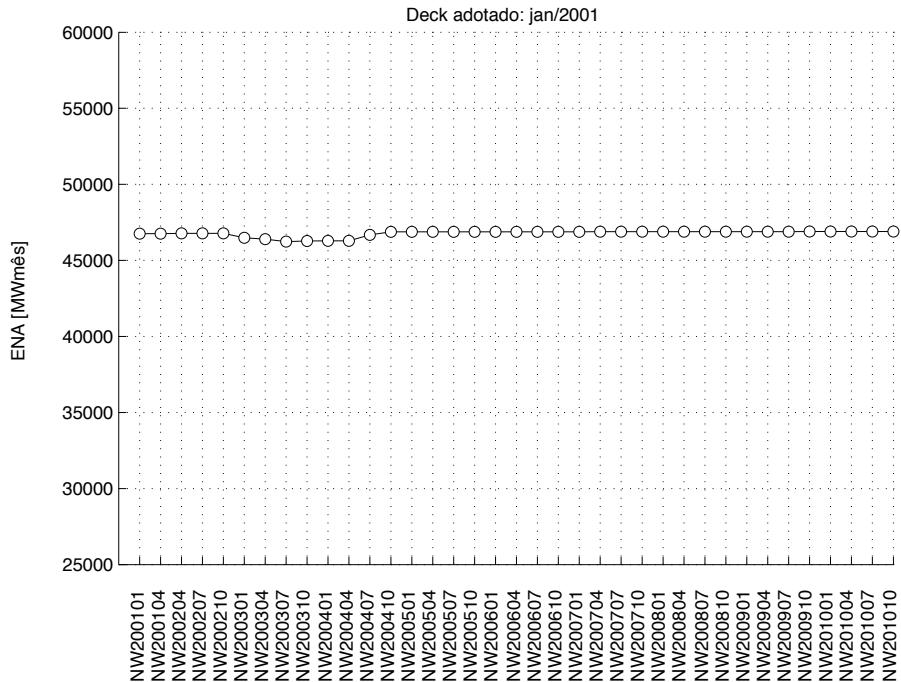


Figura 3.8: ENA - média histórica total, considerando diferentes históricos de vazões *decks* e um mesmo *deck*.

Na realidade, observando o gráfico da figura 3.8 pode-se observar uma pequena variação nos anos de 2003 e 2004. Essa variação se deve ao fato de que a consistência dos registros históricos foi revista nesses anos, pelo ONS.

Conforme apresentado nessa seção, a atualização anual dos registros históricos, por si só, não afeta as estatísticas das energias naturais afluentes.

O modelo GEVAZP

A série histórica de energias naturais afluentes pode ser vista como uma das possíveis realizações de um processo estocástico. Entretanto, para o cálculo de uma função de custo futuro e de índices de desempenho do sistema, admintindo uma variabilidade aceitável, esse único registro é insuficiente. Por exemplo, para os estudos atuais de planejamento da operação energética do sistema interligado nacional, o registro consolidado de vazões naturais afluentes possui 78 anos, com discretização mensal (desde 1931 até 2008). Esse registro é o apresentado na figura 3.3. Considerando o horizonte de estudo de 5 anos, obtém-se 74 séries mensais de 60 meses (a última série começando em 2004, terminando em 2008). Pode-se até aumentar esse número um pouco mais, completando as séries que começam de 2005 até 2008 com os primeiros anos. Nesse caso, obtém-se um conjunto de 78 séries, que ainda é um número pequeno. Para uma simulação da operação com o objetivo de calcular índices de desempenho para o sistema, a prática mostra que um bom número de séries é 2000. Dessa forma, adota-se um modelo estocástico, ajustado

a partir do registro histórico, para a geração de cenários sintéticos. O princípio desse modelo é que sejam garantidas as semelhanças estatísticas entre os registros histórico e sintético. Na figura 3.9 há uma ilustração desse processo.

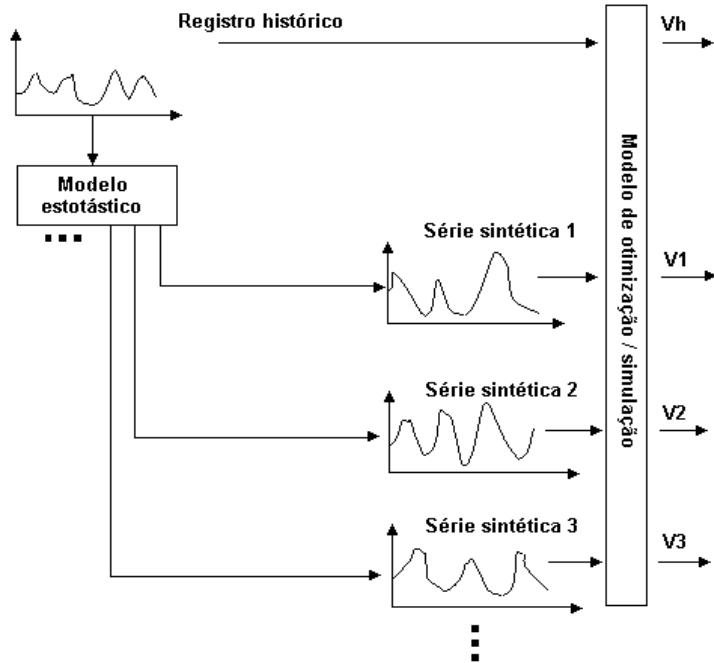


Figura 3.9: Ilustração de um modelo estocástico para geração de cenários sintéticos.

As séries sintéticas de energias naturais afluentes aos subsistemas são geradas a partir de um modelo autorregressivo periódico — par(p), de ordem p , onde p é um vetor composto pelos componentes p_m , sendo m o mês. Por esse modelo, a energia afluente de um período t é uma função das energias naturais afluentes do passado, $t - 1, t - 2 \dots t - p_m$. A estrutura de dependência temporal é sazonal. Por exemplo, o modelo ajustado para o mês de janeiro é o mesmo para todos os janeiros do horizonte de estudo. Os resultados obtidos com a aplicação do par(p) no planejamento energético de médio prazo apresentam um bom desempenho, uma vez que se consegue reproduzir secas de longa duração, como observado no histórico (o que não seria obtido com um modelo AR de ordem 1), reproduzir as estatísticas do registro histórico (média, desvio padrão, correlações) e o modelo é adequado à formulação linear adotada no NEWAVE.

Para um determinado subsistema, a expressão analítica da ENA é dada pela equação (3.17).

$$\frac{ENA_{t,s} - \mu_{m,s}}{\sigma_{m,s}} = \sum_{i=1}^{p_{m,s}} \left(\phi_{i,m,s} \frac{ENA_{t-i,s} - \mu_{m-i,s}}{\sigma_{m-i,s}} \right) + \epsilon_{t,s} \quad (3.17)$$

onde t é o período (mês), $t = 1, \dots, 60$, m é o mês, $m = jan, \dots, dez$, $ENA_{t,s}$ é a energia natural afluente ao mês t e do subsistema s , $\mu_{m,s}$ é a média sazonal do

mês m e do subsistema s , $\sigma_{m,s}$ é o desvio-padrão sazonal do mês m e do subsistema s , $\phi_{i,m,s}$ é o termo autorregressivo de ordem i e do subsistema s , $\epsilon_{t,s}$ é o ruído, de média zero e variância $\sigma_{\epsilon_t}^2$ e do subsistema s .

O ajuste do modelo par(p) é feito em três etapas:

Identificação: A partir da análise da função de autocorrelação parcial, é obtida a ordem do modelo.

Estimação: Através da solução das equações de Yule-Walker, os parâmetros autorregressivos $\phi_{i,m}$ são estimados, um para cada mês.

Verificação: Na etapa de verificação são utilizados procedimentos estatísticos que permitem verificar se o modelo estimado é adequado e portanto, capaz de gerar de forma satisfatória as séries sintéticas.

Uma vez estimados os parâmetros do modelo autorregressivo, são sorteados os ruídos $\epsilon_{t,s}$, com distribuição lognormal de três parâmetros. O objetivo do uso desse tipo de distribuição é garantir que não sejam gerados valores negativos de vazão, o que é fisicamente inviável. É feita então uma geração univariada de ruídos e, através de transformações lineares, esses ruídos são correlacionados entre os subsistemas, dando origem a uma série de ruídos multivariados. Com esse procedimento de correlação, as relações das vazões entre os subsistemas, observadas no histórico, são preservadas.

As séries sintéticas são geradas a partir da aplicação desses ruídos lognormal correlacionados e das energias obtidas nos p_m meses anteriores a t na equação 3.17.

Para os primeiros períodos, deve-se ter um conhecimento *a priori*, das afluências anteriores ao início do estudo, para que se possa aplicar a equação do par(p). Dessa forma, os cenários sintéticos podem ser gerados de duas formas:

Geração condicionada: Adota-se, como condição de contorno, as observações de afluências recentes, chamadas tendência hidrológica. Esse é um dado de entrada. Esse tipo de geração é utilizado em estudos do Plano Mensal de Operação (PMO) e nos procedimentos para obtenção do Preço de Liquidação de Diferenças (PLD). A figura 3.10 apresenta um diagrama ilustrativo desse processo.

Geração não condicionada: Nesse caso, a tendência hidrológica não é informada. O processo é feito em duas etapas. É feita uma primeira geração de cenários, adotando-se a média histórica como tendência. Dessa geração, utiliza-se os últimos pontos gerados como tendência hidrológica, um para cada série. Assim, cada um dos cenários tem como condição inicial um passado diferente. Esse tipo de geração

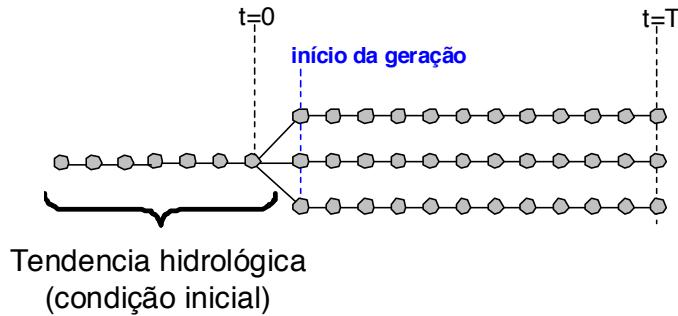


Figura 3.10: Ilustração do processo de geração condicionada de cenários sintéticos.

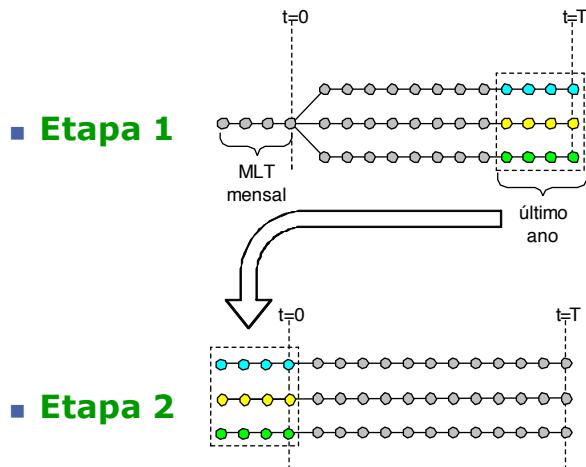


Figura 3.11: Ilustração do processo de geração não condicionada de cenários sintéticos.

é adotado em estudos de maior horizonte, com menor periodicidade, como é o caso do Plano Decenal de Energia (PDE). A figura 3.11 ilustra esse processo.

O fluxo apresentado na figura 3.12 é uma representação simplificada de todo o processo.

A seguir será mostrado um exemplo para ilustrar as estatísticas obtidas a partir de uma geração de 2000 cenários sintéticos de energias naturais afluentes. Os resultados foram gerados a partir de uma execução do modelo NEWAVE com o deck de dados para a obtenção do PLD do mês de outubro de 2010, disponível no *site* da CCEE . Serão apresentados aqui apenas alguns dos diversos resultados que podem ser obtidos.

Inicialmente, é mostrada na tabela 3.3 as ordens e os termos autorregressivos para o subsistema Sudeste. Como pode ser verificado, para cada mês, um modelo diferente é estimado (podendo ter, inclusive, ordens diferentes).

Na figura 3.13 são comparadas a média e o desvio padrão entre a geração de 2000 cenários sintéticos e o histórico de energias naturais afluentes. Nesses gráficos estão traçadas as evoluções temporais dessas duas estatísticas. Pode-se notar que as estatísticas de média e desvio padrão são reproduzidas pelo gerador de cenários.

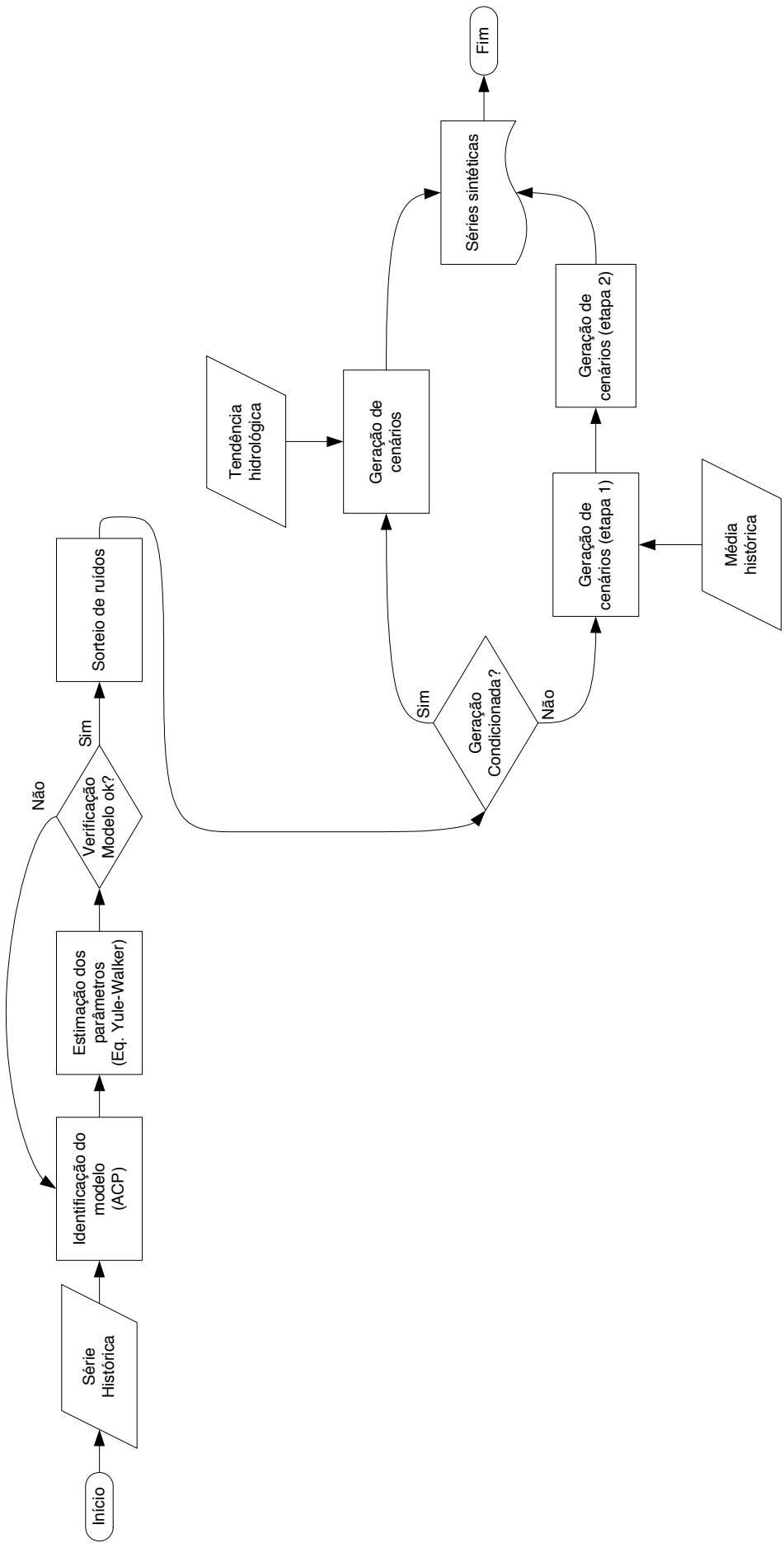


Figura 3.12: Fluxograma do processo de geração de cenários.

Tabela 3.3: Coeficientes estimados para o subsistema Sudeste.

Mês(m)	p_m	$\phi_{SE,m-1}$	$\phi_{SE,m-2}$	$\phi_{SE,m-3}$	$\phi_{SE,m-4}$
Jan	1	0,599	—	—	—
Fev	1	0,588	—	—	—
Mar	1	0,646	—	—	—
Abr	1	0,783	—	—	—
Mai	3	0,626	-0,0410	0,328	—
Jun	1	0,824	—	—	—
Jul	3	0,706	0,0213	0,261	—
Ago	1	0,833	—	—	—
Set	1	0,823	—	—	—
Out	4	0,373	0,0850	0,322	—
Nov	1	0,725	—	—	—
Dez	4	0,657	-0,114	0,0178	0,258

Apenas nos períodos iniciais (1º ano, principalmente) há um descolamento das curvas. Isso se deve ao tipo de geração de cenários que foi adotado, que é condicionado à tendência hidrológica. A estatística do histórico assume um valor não condicionado. Em uma geração não condicionada, esse descolamento não ocorre. Esse resultado pode ser observado nos gráficos da figura 3.14.

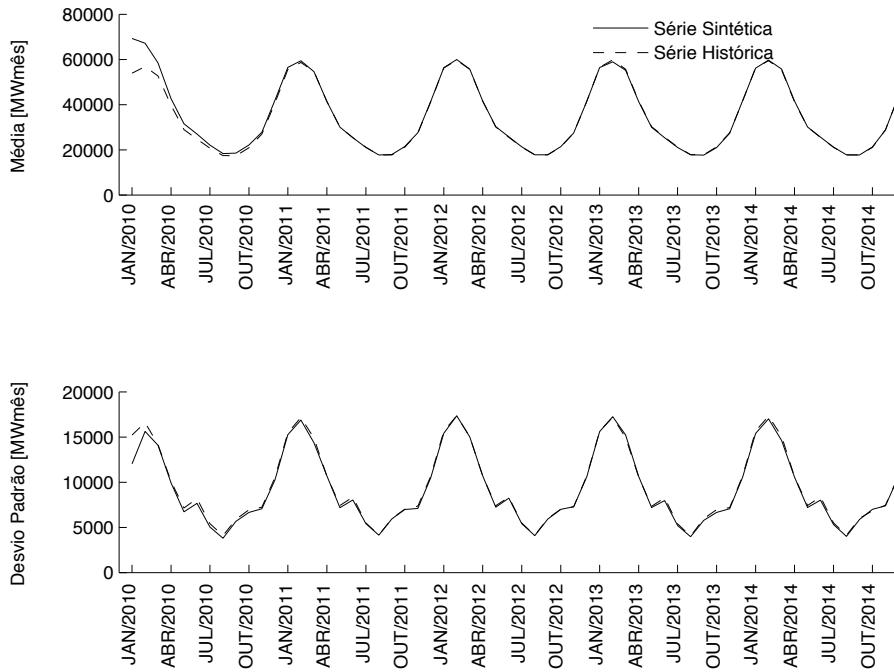


Figura 3.13: Média e desvio padrão de uma geração de 2000 cenários sintéticos — geração condicionada.

Na figura 3.15 é apresentado um gráfico de evolução temporal da energia natural afluente para dois dos 2000 cenários gerados, para o subsistema Sudeste, em uma geração não condicionada. Com o objetivo de comparação, também é traçada a média do histórico. A “Série sintética 1” é uma série crítica. Ela foi colocada no

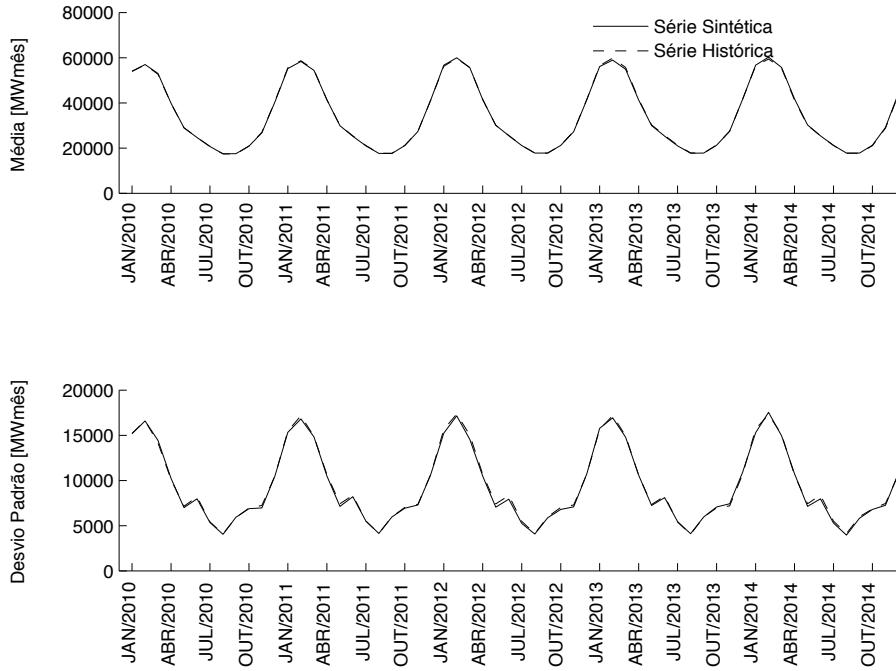


Figura 3.14: Média e desvio padrão de uma geração de 2000 cenários sintéticos — geração não condicionada.

gráfico para ilustrar um caso onde longos períodos secos são obtidos. Entre os anos de 2010 a 2012, as afluências obtidas são inferiores à média do histórico, assim como ocorreu na década de 50. Já a chamada “Série sintética 2” é uma série com ocorrências de afluências superiores à media do histórico. Em 2014 há um pico de aproximadamente 140% da média histórica para o mesmo mês.

O gráfico da figura 3.15 é apenas uma exemplo de secas de longa duração reproduzidas através da utilização do modelo par(p). Formalmente existem testes estatísticos para a validação desse requisito. No NEWAVE são utilizados os testes de seqüência negativa. A descrição desses testes podem ser consultadas em [76] e [75].

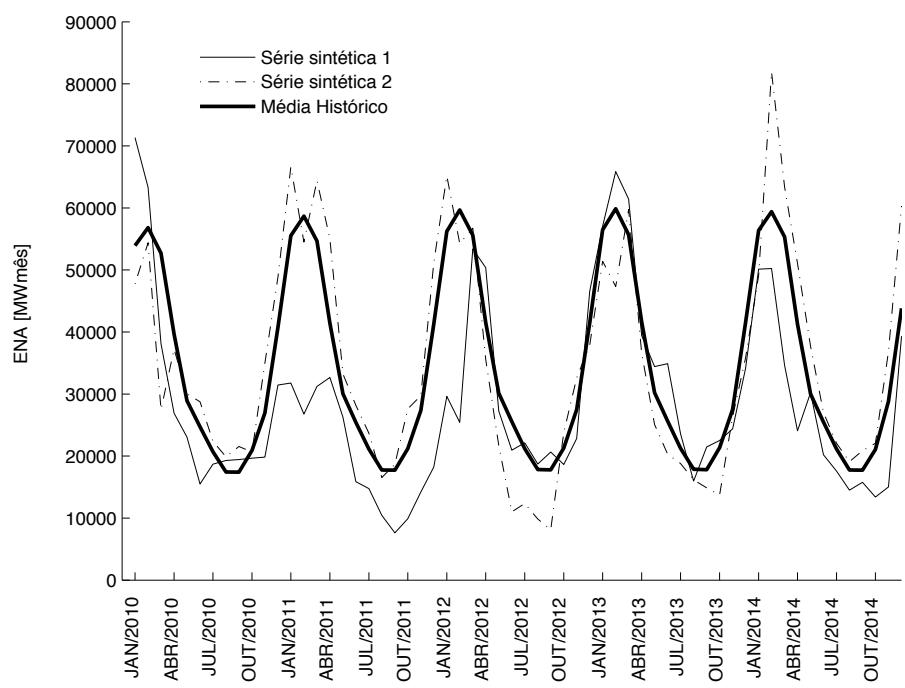


Figura 3.15: Exemplo de séries sintéticas — geração não condicionada.

Capítulo 4

Definição do problema

4.1 Introdução

Dos métodos avaliados na Revisão Bibliográfica, a Teoria da Decisão de Abraham Wald, baseada na Teoria da Utilidade de John von Neumann e Oskar Morgenstern, é aquela que se mostra mais adequada ao tratamento do problema por ser a única que representa de forma completa e consistente o problema de decisão sob incertezas, tendo como elemento central a função utilidade do decisor (que representa sua estrutura de preferências) e como elementos as distribuições de probabilidades dos *payoffs*, das consequências das possíveis ações, dado o estado que a natureza se manifesta. Adicionalmente, a Progamação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) será incorporada ao problema de decisão, tornando o modelo NEWAVE uma importante ferramenta do SAD proposto.

A partir do SAD:

- os diversos objetivos relevantes ao problema do planejamento da operação energética passam a ser considerados explicitamente;
- as preferências do decisor são incorporadas ao problema do planejamento da operação energética do sistema elétrico brasileiro.

Segundo MARZANO *et al.* [13], deve-se levar em consideração duas questões importantes, requisitos para a aplicação prática do que se propõe:

Previsibilidade da ação a ser adotada: deve ser mantida a capacidade de reprodução da decisão adotada pelo decisor frente à maximização da utilidade do mesmo, considerando os *payoffs* adotados;

Simulabilidade: deve ser mantida a capacidade de realização de simulações plurianuais das condições de atendimento do mercado com vistas à avaliação do

desempenho futuro do sistema, bem como para fornecer subsídios para a comercialização de energia no curto prazo.

Esses dois itens foram apontados em CEPEL [77] como fundamentais ao processo decisório do planejamento energético de médio prazo.

As preferências do decisor, uma vez eduzidas, são introduzidas dentro do Sistema de Apoio à Decisão de uma forma objetiva, para que haja previsibilidade e simulabilidade da ação. Dessa forma, o espaço de as ações do decisor é então definido e a previsibilidade da ação a ser adotada estará garantida. A metodologia que se propõe está inserida no diagrama decisório mostrado na Figura 4.1.

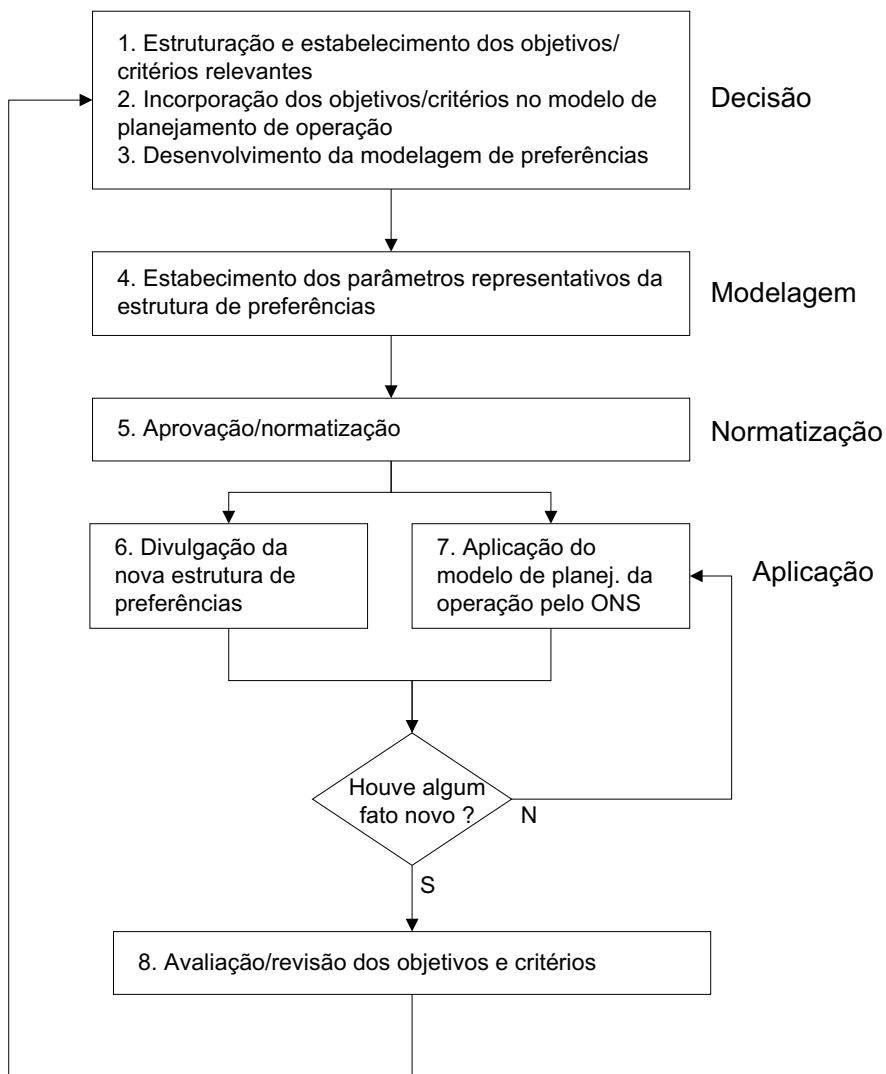


Figura 4.1: Fluxograma básico do processo decisório.

Na figura 4.1, as etapas 1, 2 e 3 correspondem ao que aqui vai se convencionar como decisão efetivamente adotada, com envolvimento dos decisores. Esta fase envolve o estabelecimento dos objetivos e a modelagem de preferências onde a educação da utilidade do decisor será realizada. A etapa 4 trata da modelagem do sistema

de decisão, devendo-se incorporar a estrutura de preferências no SAD proposto. Essas quatro primeiras etapas constituem o objetivo dessa tese. Ressalta-se que, no contexto da tese, *decisão* refere-se àquilo em que o decisior pode interferir no problema do SAD e não à solução do problema de otimização primário.

A etapa 5 corresponde ao processo de normatização, para que as decisões aprovadas sejam regulamentadas, e posteriormente divulgadas (etapa 6), permitindo assim a previsibilidade do processo de planejamento da operação.

A etapa 7 consiste na aplicação/incorporação dos parâmetros estabelecidos na etapa 4, e posteriormente aprovados e normatizados, ao modelo de planejamento da operação do ONS.

A etapa 8 permite uma reavaliação das preferências do decisior, caso algum fato novo e relevante a justifique.

O que se segue é a contextualização no Planejamento da Operação Energética no problema a ser resolvido através da Teoria da Decisão.

4.2 Definição Geral dos Elementos da Teoria da Decisão

Conforme mencionado no Capítulo 1, no ano de 2006 foi realizado um processo de entrevistas com gestores e técnicos do ONS, cujo objetivo foi captar o exato nível de expectativa existente no Operador Nacional com respeito à introdução de metodologias de decisão multicritério no planejamento da operação energética do sistema hidrotérmico brasileiro. Como síntese das manifestações dos entrevistados, destacam-se os seguintes pontos [11]:

- O critério de mínimo custo da operação não deve ser abandonado na gestão hidrotérmico do SIN;
- Outros critérios devem ser compartilhados com o de mínimo custo, na visão dos entrevistados;
- Com destaque, foi indicado o critério de segurança do atendimento;
- Foi indicada a incorporação de condicionantes ambientais do tipo abastecimento d'água, legislação e vazões mínimas, no processo decisório de gestão hidrotérmico do SIN;
- Com menor intensidade, foi indicada também a necessidade de se considerar condicionantes de uso múltiplos das águas (turismo, lazer etc), além de o que foi chamado de “práticas operativas” do ONS;

A partir dessas entrevistas, os resultados obtidos em [13] e consolidados em CAMPELLO DE SOUZA [72], capítulo 5, afirmam que:

- A incerteza é parte fundamental do problema do planejamento da operação energética do sistema elétrico brasileiro. Qualquer metodologia que não a considere de forma explícita, em bases científicas (epistemologia hipotético-dedutiva), é inadequada para a abordagem do problema. A Teoria da Decisão [16, 17] é portanto o instrumento adequado.
- O problema tem, pelo menos, duas variáveis (ou atributos, ou aspectos, ou objetivos, etc), a saber:
 - p_1 — deficit de energia;
 - p_2 — custo esperado da operação.
- O modelo NEWAVE já produz, por assim dizer, automaticamente, a função conseqüência do problema, $P(p|\theta, a)$.

Com relação aos construtos¹ da teoria da decisão, cabe explicitar que:

- ***Payoffs***: A partir de entrevista realizada com dirigentes/representantes do ONS, consolidadas em CEPEL [77], ficou estabelecido que os *payoffs* são:
 - p_1 — deficit;
 - p_2 — custo de operação;
 - p_3 — custo marginal de operação;
 - p_4 — vertimento;
 - etc.

Os modelos e resultados apresentados nessa tese contemplam os dois primeiros *payoffs* listados acima. Entretanto, a modelagem é flexível o suficiente para a incorporação dos demais.

- ***Estados da natureza***: Diversas incertezas estão presentes no planejamento da operação energética do sistema elétrico brasileiro:
 - as vazões naturais afluentes aos reservatórios do sistema;
 - a demanda de energia;
 - os cronogramas de obras (plantas termoelétricas, hidroelétricas, linhas de transmissão etc);

¹Do inglês, *construct*, significa uma idéia ou teoria contendo vários elementos conceituais. Nesse contexto, são os elementos da teoria da decisão.

- os preços e a disponibilidade dos combustíveis das termoelétricas;
- as taxas de falhas dos equipamentos;
- Etc.

No problema do planejamento energético de longo prazo, a incerteza hidrológica é a maior delas. Essa será a única incerteza explícita tratada aqui.

- ***Observações:*** Dentre as observações que afetam os estados da natureza, pode-se citar:

- Séries históricas de vazões;
- Séries históricas do PIB (Produto Interno Bruto);
- Séries históricas de demanda de energia;
- Previsões climáticas;
- Observações de falhas nos equipamentos;
- Etc.

Dessas variáveis, a primeira constitui um dado de entrada do NEWAVE e está relacionada ao estado da natureza que será considerado nessa modelagem do SAD. Entretanto, outras observações podem ser incorporadas futuramente.

- ***Ações:*** Deve-se considerar os elementos onde o decisão pode atuar para que as distribuições de probabilidade, segundo as quais estão estruturadas suas preferências, sejam alteradas. Podem ser representadas pela parametrização de dados de entrada do modelo NEWAVE, pela parametrização de parcelas de sua própria função objetivo ou por alterações na função objetivo ou em restrições do problema. Por exemplo:

- Função de custo de deficit;
- Curva de aversão ao risco² (CAR);
- Incorporação de medidas de risco na PDDE, com a parametrização do fator de ponderação da medida de risco na função objetivo (k), como por exemplo:

$$z_{t+1} = \min k E[z_t] + (1 - k) CVaR(z_t)$$

Nesta tese, a representação matemática da ação será feita através da parametrização da Função de Custo de Deficit do problema. Em avaliações preliminares, a parametrização da CAR se mostrou menos eficiente em relação à parametrização da função de custo de deficit no que se refere às variações das

²Não deve ser confundida com o conceito de aversão ao risco da Teoria da Decisão.

distribuições de probabilidades sobre os *payoffs*, que foram menos significativas. Com relação à terceira alternativa citada, essa não foi avaliada por ainda estar em fase de desenvolvimento pelo CEPEL, no momento da elaboração desta tese.

A função de custo de deficit, como introduzida no modelo NEWAVE, é uma representação linearizada daquela estimada sob conceitos macroeconômicos, que representa o impacto no PIB do país em caso de racionamento de energia elétrica, considerando os diversos setores produtivos da matriz de produção. Através dessa equação, o espaço das ações é definido a partir da variação do parâmetro α . Logo: $\mathcal{A} = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$, onde n é o número de possíveis ações que se queira considerar. Para um dado α_i , o custo do deficit resultante, associado a cada patamar *ipat* é dado por:

$$C'_{def_{ipat}}(\alpha_i) = C_{def_{ipat}}^{\alpha_i}$$

O gráfico da Figura 4.2 exemplifica a variação do parâmetro α . Nesse gráfico é apresentada a função original ($\alpha = 1,0$) e duas variações: $\alpha = 0,9$ e $\alpha = 1,1$.

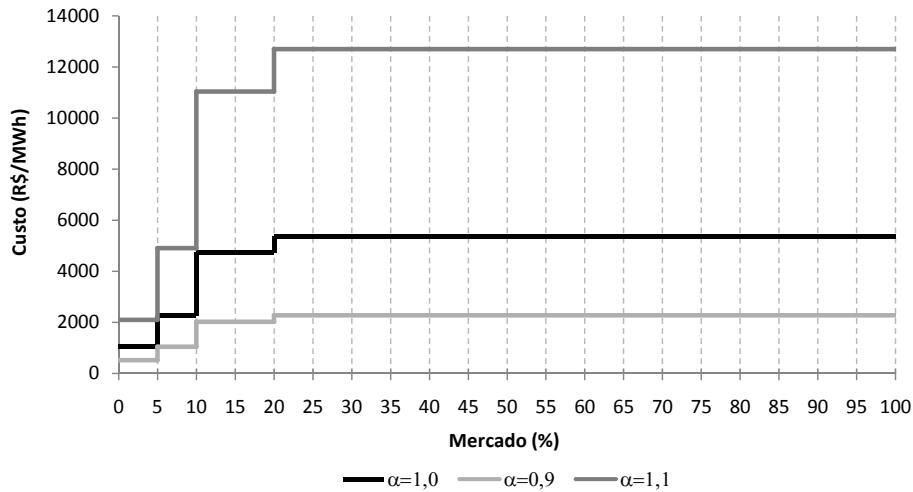


Figura 4.2: Exemplo das funções de custo de deficit obtidas pela variação do parâmetro da ação.

- **Função consequência:** O NEWAVE, através do algoritmo de programação dinâmica dual estocástica, tem por objetivo a minimização do valor esperado do custo total de operação. Seu uso no planejamento da operação energética de médio prazo, no sistema elétrico brasileiro, permite a obtenção de uma política ótima de operação, a partir da qual, serão obtidas as dietrizes de operação das usinas hidrelétricas e termoelétricas. Além da política ótima de operação, o NEWAVE produz, a partir da simulação de 2000 séries sintéticas de energias naturais afluentes aos subsistemas, índices de desempenho do sistema, tais

como, valor esperado de energia não suprida, risco anual de deficit de energia, valor esperado do custo marginal de operação, etc. Além desses índices, são disponibilizados pelo programa o resultado de cada uma das variáveis de decisão do programa³, para cada uma das séries simuladas. A partir desses resultados, pode-se obter a distribuição de probabilidade conjunta de diversas variáveis do problema, obtida a partir de uma “nuvem de pontos” num espaço euclidiano bidimensional (exemplo, deficit e custo de operação). Essa distribuição é, por si só, a função consequência do problema de decisão, ou seja, $P(p|\theta, a)$. Pode-se obter essa função em um espaço contínuo ou discreto.

- **Função de verossimilhança:** A função de verossimilhança, $P(x|\theta)$, pode ser estimada a partir dos dados históricos de vazão natural afluente ao sistema. Pode-se considerar também que ela está contemplada, internamente, no algoritmo de PDDE do modelo NEWAVE.
- **Distribuição a priori:** O NEWAVE utiliza, em sua formulação do modelo estocástico, os princípios do máximo de verossimilhança e dos mínimos quadrados, e não o paradigma de inferência estatístico bayesiano. Dessa forma, o modelo não utiliza a distribuição *a priori* sobre os θ 's. Contudo, pode-se estimar essa função a partir dos dados do histórico de afluências, caso necessário.
- **Regra de decisão:** Essa função associa a cada observação, uma ação a ser exercida no sistema. É determinada a partir da escolha dos parâmetros que representam a ação (e.g. parametrização da função de custo de deficit).

4.2.1 Considerações sobre o espaço dos *payoffs*

Nas educação da preferência do decisor apresentadas em CAMPELLO DE SOUZA [72], ficou claro que há uma boa percepção dos valores e das incertezas associadas a p_1 (deficit). O mesmo não ocorre com o *payoff* p_2 (Custo Total de Operação — CTO). Contudo, é possível adotar uma mudança de variáveis, escolhendo outra que seja igualmente representativa do custo total de operação, mas que haja no setor uma melhor percepção do seu significado. Como sugestão, adota-se a variável p_3 — Custo Marginal de Operação (CMO) — ao invés de p_2 . Entretanto, é importante que exista uma boa correlação entre esses dois *payoffs*.

Na Figura 4.3 são apresentados 2000 pares ordenados (CTO,CMO), obtidos de uma execução do modelo NEWAVE, com os dados do *deck* de janeiro de 2001. Cada par ordenado corresponde ao resultado da simulação de uma série hidrológica. O

³Decisão no sentido de programação matemática, otimização, e não no sentido de teoria da decisão.

CTO é o custo total de operação (custo de geração termoelétrica) da série, referenciado ao primeiro mês de estudo. O CMO é o valor esperado do custo marginal de operação para o horizonte de planejamento, todos referenciados ao primeiro mês de estudo. Como existe um valor de CMO para cada subsistema de energia, a métrica adotada para um CMO que represente o SIN foi considerar a média dos CMOs dos subsistemas, ponderada pelos respectivos mercados. Outras métricas podem ser adotadas, mas essa foi a que apresentou as mais altas correlações com o custo total de operação. Para o caso do PMO de janeiro de 2001, a correlação entre o CTO e o CMO foi de 0,899.

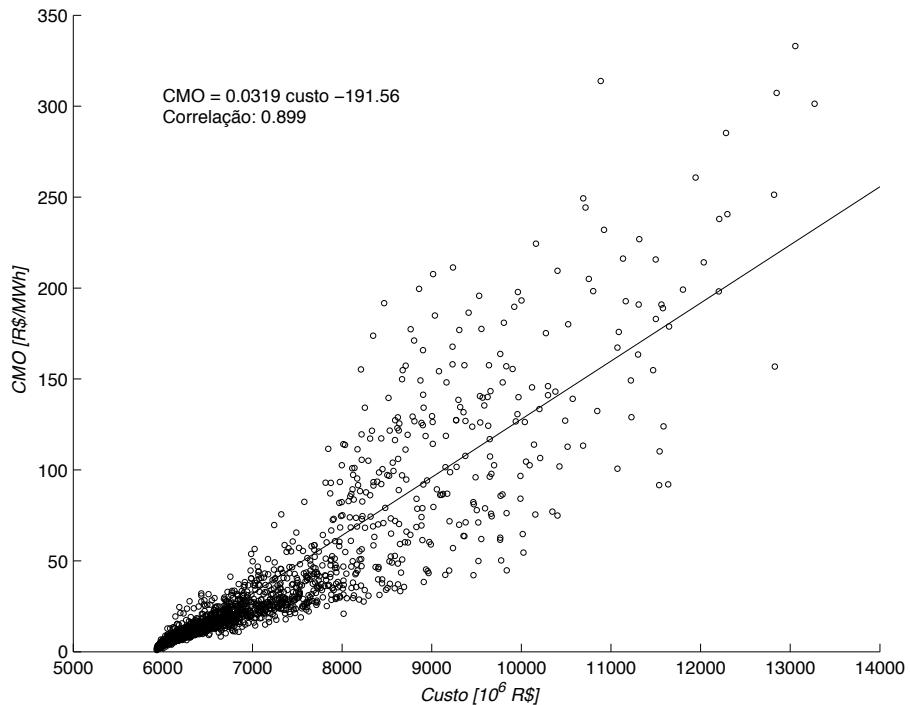


Figura 4.3: Correlação entre Custo Total de Operação e Custo Marginal de Operação para o PMO de jan/2001.

Na Figura 4.4 são apresentadas as correlações entre CTO e CMO, obtidas para a simulação de diversos casos de PMO, desde 2001 até o ano de 2010. Em todos os casos é observada uma alta correlação, nunca inferior à 0,75. Dessa forma, pode-se adotar o Custo Marginal de Operação como o segundo *payoff*, em conjunto com o deficit de energia elétrica, no processo de educação do conhecimento dos decisores. Os *payoffs* ficam então definidos como $[p_1, p_3]$. Não há prejuízo na qualidade dos resultados, considerando-se o problema original — $[p_1, p_2]$.

4.2.2 Considerações Sobre os Estados da Natureza

Para um sistema hidrotérmico, e em particular para o Brasil, a incerteza relacionada ao aporte de água é a principal delas. Nesse caso, o conjunto de estados da

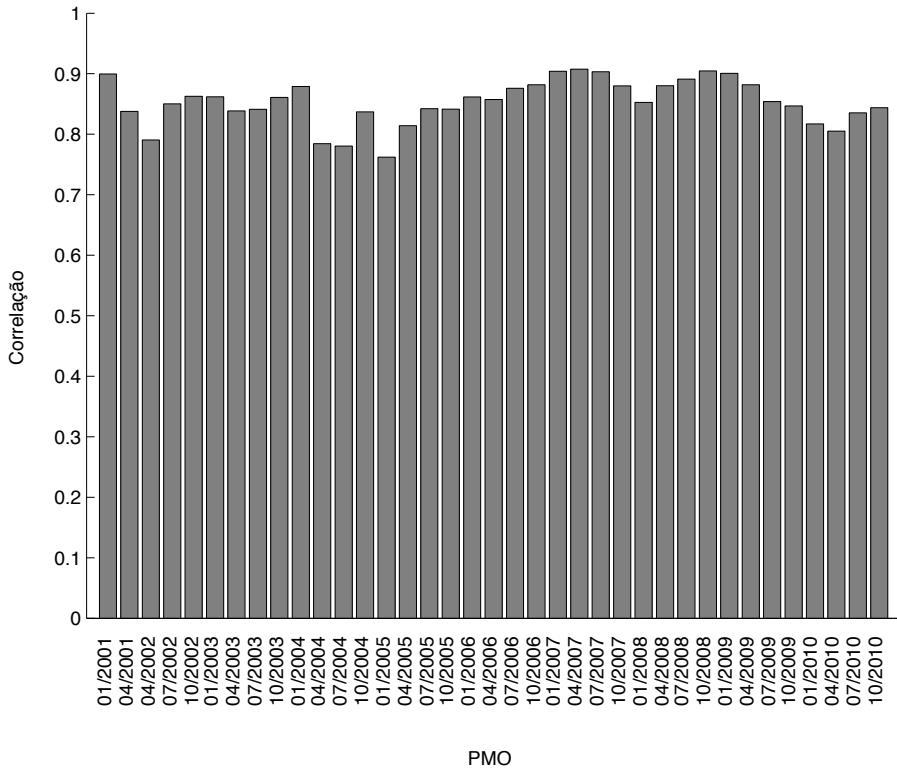


Figura 4.4: Correlação entre Custo Total de Operação e Custo Marginal de Operação para diversos PMOs.

natureza pode ser representado por todas as possibilidades de afluência aos subsistemas, durante o horizonte de estudo. Por exemplo, em uma representação simplificada (mas útil por ser didática para o entendimento da definição do conjunto de estados da natureza), e supondo o interesse apenas no primeiro mês de operação e considerando uma escala discreta para as afluências, um possível conjunto dos estados da natureza é: $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$, onde θ_1 significa muita água (altas afluências), θ_2 significa afluência normal (média histórica, por exemplo) e θ_3 significa pouca água (baixas afluências). Nesse exemplo, θ_i representa a energia natural afluente de todo o SIN.

Melhorando a representação para um problema prático, deve-se levar em conta todas as possibilidades de afluências. Deve-se considerar também o fato de que o conjunto de estados da natureza deve ser representado de forma vetorial, contemplando os diversos subsistemas existentes (ou até mesmo as usinas, caso se trabalhe com um problema de curto prazo ou pré despacho).

Nesse caso, o conjunto de estados da natureza pode ser definido como:

$$\vec{\Theta} = \{\vec{\theta}_0\} = \{\theta_{0,i} \in \mathbb{R} | 0 \leq \theta_{0,i} < \infty, i = 1, \dots, nsis\} \quad (4.1)$$

onde $nsis$ é o número de subsistemas.

Na definição da equação 4.1, $\vec{\theta}_0$ pode estar expresso em m^3/s , para o caso de afluências por usinas ou então em MWmês , para o caso de energias naturais afluentes (por subsistema). Entretanto, é conveniente trabalhar em termos de percentual da média histórica, para efeitos de padronização de escalas.

Para ilustrar como é a consequência de uma ação para uma distribuição de espaços da natureza, na figura 4.5 é apresentado um gráfico dos *payoffs* p_1 — deficit e p_3 — custo marginal de operação. Esse gráfico foi obtido através de uma simulação final da operação, utilizando o modelo NEWAVE, com 2000 cenários sintéticos de energias naturais afluentes. Adotou-se, nessa simulação, o conjunto de dados do PMO de janeiro de 2001. Cada ponto no gráfico corresponde a um par ordenado (p_1, p_3) onde p_1 é formado pelo valor esperado do deficit total entre os quatro subsistemas em relação ao mercado do Brasil, no horizonte de um ano, condicionado a ocorrência ou não de corte de carga e p_3 é formado pelo valor esperado do CMO dos quatro subsistemas, ponderado pelo mercado de cada um deles, também no horizonte de um ano, trazido a valor presente (início do horizonte). Logo, o gráfico da figura 4.5 possui 2000 pontos.

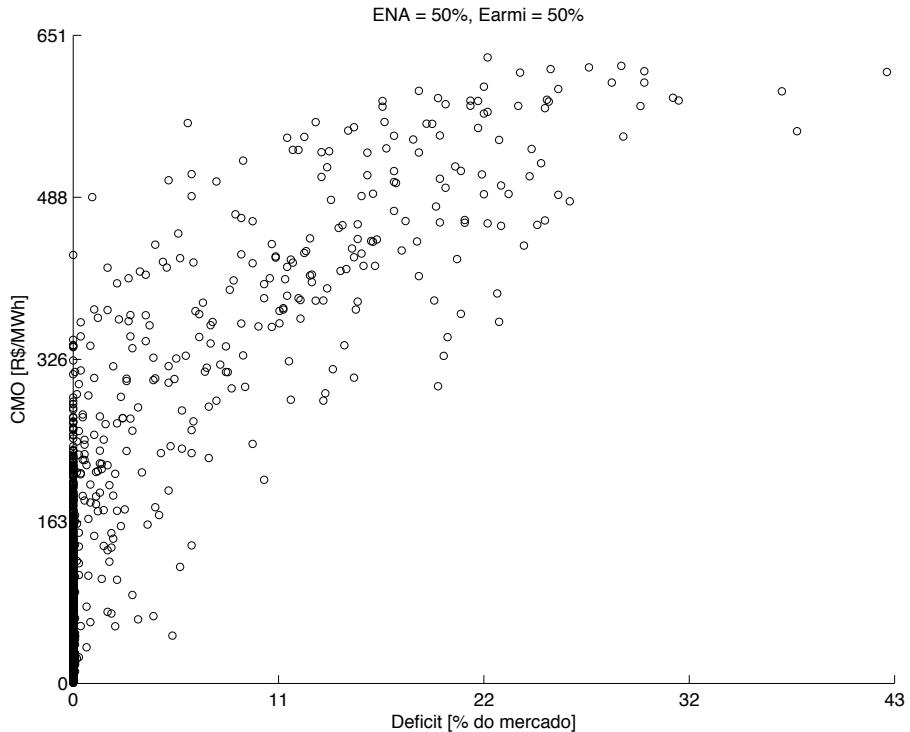


Figura 4.5: Função consequência $f(\vec{p}|\theta, a)$ — PMO de janeiro de 2001.

A geração de cenários sintéticos para a simulação que gerou os resultados da figura 4.5 está condicionada ao passado recente (tipo de geração ilustrado na figura 3.10). Para tal foi adotada uma tendência hidrológica igual a 50% da média histórica, para todos os subsistemas. Também foi adotado, como condição de con-

torno, um armazenamento inicial de 50% da capacidade máxima, para cada um dos subsistemas.

Adicionalmente, foi realizado um estudo de sensibilidade com os estados da natureza, no início do horizonte. Foram feitas mais duas simulações, considerando cenários mais favoráveis de afluências: um com uma tendência de 100% da média histórica e outro com 200% da média histórica (para todos os subsistemas). Considerando os estados da natureza onde há um maior aporte de água (melhores afluências), a nuvem de pontos tende a se aproximar da origem. Os resultados são apresentados na figura 4.6.

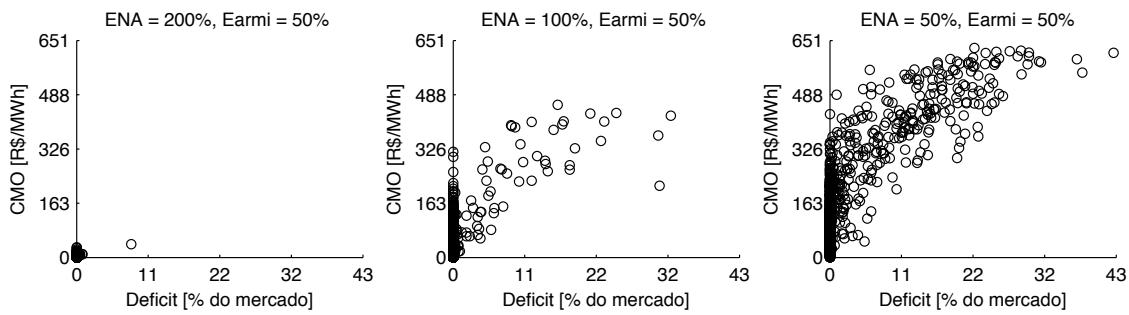


Figura 4.6: Função consequência $f(\vec{p}|\theta, a)$ — PMO de janeiro de 2001. Sensibilidade com a tendência hidrológica.

Um outro aspecto que deve ser observado é que a operação do sistema possui um comportamento diferente quando se considera diferentes armazenamentos iniciais para uma mesma afluência. Seja outro estudo de sensibilidade: a partir dos dados considerando uma tendência de 50% da média histórica, foram realizadas diferentes execuções do NEWAVE, considerando diferentes valores de armazenamento inicial: 0% e 100% da capacidade máxima de armazenamento, para cada um dos subsistemas. As funções consequência $f(p_1, p_3|\theta, a)$ para cada caso são apresentadas na figura 4.7.

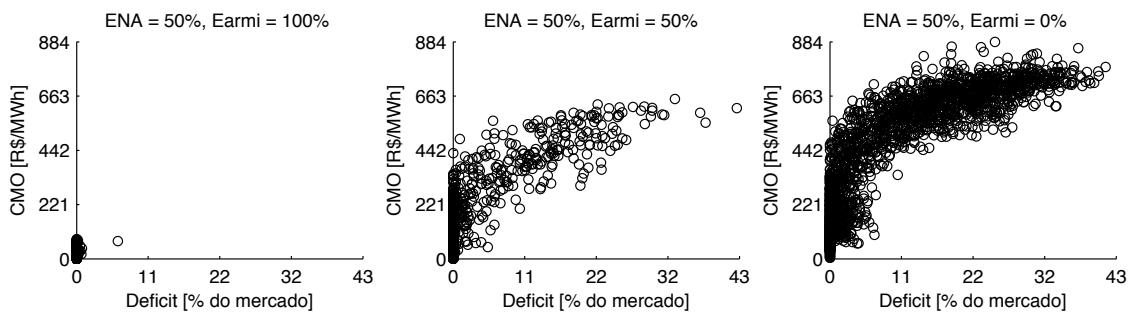


Figura 4.7: Função consequência $f(\vec{p}|\theta, a)$ — PMO de janeiro de 2001. Sensibilidade com o armazenamento inicial.

Observa-se que a operação do sistema é sensível tanto com relação à variação do armazenamento inicial quanto à própria tendência hidrológica. Nesse aspecto,

deve-se considerar como aporte de água não só as afluências, mas também o armazenamento inicial (que também é uma variável aleatória, para os diversos meses do horizonte de planejamento). Essa variável também deve ser incluída no conjunto de estados da natureza.

Logo, a equação 4.1 deve ser rescrita então como:

$$\Theta = \{\vec{\theta}_0, \vec{\theta}_1\} = \{\theta_{0,i} \in \mathbb{R} | 0 \leq \theta_{0,i} < \infty, \theta_{1,i} \in \mathbb{R} | 0 \leq \theta_{1,i} < 100, i = 1, \dots, nsis\} \quad (4.2)$$

onde $\vec{\theta}_1$ representa o vetor de energias armazenadas inicial para os subsistemas, dado em % da energia armazenável máxima (EA_{\max}).

4.2.3 Considerações Sobre a Função de Custo de Deficit

O espaço de ações, \mathcal{A} , é formado pela parametrização da função de custo de deficit adotada nos estudos do planejamento energético de longo prazo. Dessa forma, essa função passa a ter duas componentes: uma econométrica e outra que contempla as preferências do decisor. O que se segue é a descrição do modelo econométrico para obtenção da função de custo de deficit, que foi proposta em MELO *et al.* [78].

O modelo para a estimativa da função de custo de deficit considera a relação entre o Produto Interno Bruto (PIB), o consumo de energia elétrica e a elasticidade energética do PIB. Quando há um aumento na atividade econômica, isso implica em elevação no consumo de eletricidade. Por outro lado, restrições no fornecimento de energia elétrica provocam redução no nível da atividade econômica. Logo, o *valor econômico da energia não suprida* deve refletir o impacto na economia do país (perda no PIB) em função do racionamento de energia elétrica. Essa é a *função de custo de deficit*. Essa função deve ser variável, em concordância com o setor econômico racionado. Sua estimativa é realizada de forma consistente, sob o ponto de vista macroeconômico, observando-se princípios fundamentais como, por exemplo, o equilíbrio entre oferta de demanda. Essa metodologia é a atualmente empregada no Brasil, regulamentada pela ANEEL.

A metodologia descrita em MELO *et al.* [78] é uma alternativa ao que foi proposto em GCPS [79] a partir da aplicação do modelo de CARRILLO e CAMPERO [80]. Essa metodologia será denominada nesse item por *metodologia GCPS*.

Seja a economia do país segmentada em n setores produtivos e o PIB representado por y e expresso como:

$$y = \sum_{i=1}^n u_i x_i \quad (4.3)$$

onde

y PIB a preços sociais;

x_i valor da produção do setor produtivo i ;

u_i coeficiente com a contribuição do valor adicionado no setor i .

Considerando a produção de energia elétrica representada por x_e e diferenciando y em relação à x_e , obtém-se:

$$\frac{\partial y}{\partial x_e} = \sum_{i=1}^n u_i \frac{\partial x_i}{\partial x_e} \quad (4.4)$$

A elasticidade de um setor produtivo x_i relativa à x_e , avaliada no entorno do ponto (\bar{x}_e, \bar{x}_i) é uma relação econômétrica entre essas duas variáveis e é dada pela expressão:

$$\varepsilon(x_i, x_e)_{\bar{x}_e, \bar{x}_i} = \frac{\frac{\partial x_i}{\partial x_e}(\bar{x}_e, \bar{x}_i)}{\frac{\bar{x}_i}{\bar{x}_e}} \quad (4.5)$$

Uma forma de se estimar a elasticidade é através de modelos de regressão, considerando dados históricos de x_e e de todos os x_i .

Substituindo (4.5) em (4.4), chega-se à:

$$\frac{\partial y}{\partial x_e} = \sum_{i=1}^n \frac{u_i \varepsilon(x_i, x_e) \bar{x}_i}{\bar{x}_e} \quad (4.6)$$

A relação $\frac{\partial y}{\partial x_e}$ está expressa em unidades monetárias de PIB por unidades monetárias de produção de eletricidade. Considerando a tarifa média de eletricidade, em R\$/MWh e expressa por t , e multiplicando a equação (4.6) por t , obtém-se o custo marginal global de energia não suprida, representado por c e expresso em R\$/MWh.

$$c = t \frac{\partial y}{\partial x_e} = \frac{\partial y}{\partial w} = t \sum_{i=1}^n \frac{u_i \varepsilon(x_i, x_e) \bar{x}_i}{\bar{x}_e} \quad (4.7)$$

onde w é o consumo de energia elétrica.

Pela metodologia do GCPS, o custo marginal global é desagregado em custos marginais setoriais. A partir dos resultados obtidos dessa desagregação, a função de custo de deficit é estimada. Dessa forma, representa-se a variação do valor econômico da energia não suprida em função do setor racionado. Essa função deverá ser crescente com a profundidade do deficit de energia elétrica.

Seja c_i o custo marginal de deficit desagregado para um setor produtivo i e c^D o custo marginal de deficit desagregado para a demanda final. Pelas premissas da metodologia GCPS, a seguinte relação deve ser mantida:

$$\sum_{i=1}^n c_i \gamma_i + c^D \gamma^D = c \quad (4.8)$$

onde γ_i é a fração monetária do mercado de energia elétrica relativo ao setor produtivo i .

Para a determinação de γ_i , considera-se que a proporção entre as diferenças entre os custos marginais setoriais, c_i , e a tarifa média de eletricidade e a “importância” desse setor na economia deve ser mantida. Matematicamente:

$$\frac{c_1 - t}{\gamma_1 \partial y / \partial x_1} = \dots = \frac{c_j - t}{\gamma_j \partial y / \partial x_j} = \dots = \frac{c^D - t}{\gamma^D \partial y / \partial x^D} \quad (4.9)$$

onde as relações $\partial y / \partial x_j$ são obtidas através de modelos econôméticos considerando-se séries históricas de variação de y e x_i .

Uma vez calculados os custos marginais setoriais de deficit, é calculada a função de custo de deficit. São adotadas as seguintes hipóteses [79]:

- “os setores seriam racionados seletivamente em ordem crescente de custo, sendo que cada setor suportaria uma cota máxima de racionamento igual a 30% de sua carga;”
- “deficit de energia superiores a 20% do mercado total afetariam de tal forma as atividades econômicas que todos os setores seriam atingidos, resultando num custo de deficit médio.”

Considerando tais hipóteses, são calculados quatro patamares de custo de deficit, correspondentes aos seguintes percentuais de mercado: 0 a 5%, 5 a 10%, 10 a 20% e mais de 20%.

Uma variante à metodologia proposta em GCPS [79] é apresentada em MELO *et al.* [78], motivada por algumas críticas feitas à metodologia original. O critério de “importância setorial” é questionado pois é resultante de uma escolha heurística que deveria ser melhor analisada e que tem como consequência considerar que os custos marginais setoriais do deficit têm uma relação direta com o montante de energia elétrica consumida de cada um. Pela proposta de MELO *et al.* [78], a relação (4.9) é substituída por:

$$\frac{c_1 - t}{\lambda_1} = \dots = \frac{c_j - t}{\lambda_j} = \dots = \frac{c^D - t}{\lambda^D} \quad (4.10)$$

onde λ_j é dada por:

$$\lambda_j = \frac{\partial \ln y}{\partial \ln w_j} = \varepsilon(y, w_j) \quad (4.11)$$

Pode-se observar que nesse novo modelo a “importância” setorial, que é utilizada na desagregação dos custos marginais do deficit de energia elétrica, é dada pela elasticidade energética de cada um dos setores produtivos. Essas elasticidades podem ser estimadas através de modelos de regressão, considerando-se as séries históricas de consumo de energia elétrica de cada um dos setores envolvidos.

Outra alteração na Metodologia GCPS está na estimativa do custo marginal global de energia não suprida, que passa a ser calculado em função dos consumos de energia elétrica, conforme a equação (4.12).

$$c = \frac{\partial y}{\partial w} = \varepsilon(y, w) \frac{\bar{y}}{\bar{w}} \quad (4.12)$$

Em MELO *et al.* [78] essa metodologia foi aplicada, considerando as tarifas e o PIB para o ano de 1998. Os dados da matriz de relações intersetoriais (matriz insumo-produto) foram obtidos para o ano de 1975 e corrigidos para o ano de 1996 de acordo com a variação da intensidade de energia elétrica na composição do PIB. A função estimada é apresentada na tabela 4.1. Diversas simulações adotando-se essa função foram realizadas e as comparações com outras funções de custo de deficit (com um e quatro patamares), já adotadas anteriormente no setor, foram apresentadas nesse artigo.

Tabela 4.1: Função de custo de deficit.

Intervalo	Custo do deficit (US\$/MWh)
0 a 5%	394
5 a 10%	480
10 a 20%	990
20 a 100%	1736

Desde 1997, a metodologia descrita em GCPS [79] vem sendo adotada no Ciclo Decenal de Planejamento da Expansão, resultando na função apresentada na tabela 4.2.

Em 24 de janeiro de 2002, a Câmara de Gestão da Crise de Energia — GCE — emitiu a resolução nº 109, estabelecendo em seu artigo 6º que a função de custo de deficit seja definida em quatro patamares, adotando-se os valores vigentes nos estudos de planejamento de expansão dos sistemas elétricos, conduzidos pelo Ministério de Minas e Energia e apresentados na tabela 4.2.

Em 26 de novembro de 2003 a ANEEL abriu a Audiência Pública nº 046/2003, com o seguinte objetivo:

Tabela 4.2: Função de custo de deficit.

Intervalo	Custo do deficit (R\$/MWh)
0 a 5%	553,00
5 a 10%	1.193,00
10 a 20%	2.493,00
20 a 100%	2.833,00

“Obter subsídios e informações adicionais para o aprimoramento do ato regulamentar, a ser expedido pela ANEEL no sentido de estabelecer procedimentos para atualização da curva do Custo do Deficit de energia elétrica e do limite ...”

Como resultado, baseando-se nas notas técnicas nº41/2003 [81] e nº118/2003 [82], bem como nas contribuições recebidas dos agentes durante o processo de Audiência, foi emitida, em 23 de dezembro de 2003, a Resolução RES 682/03 que determina que a função de custo de deficit tratada na Resolução GCE nº 109 e apresentada na tabela 4.2 deve ser atualizada pela variação do Índice Geral de Preços — Disponibilidade Interna — IGP-DI, para o período de 12 meses, tomando-se por base o mês de novembro de 2002. Desde então, é emitida pela ANEEL, anualmente, uma resolução determinando a atualização da curva por esse mesmo índice, por um período de mais 12 meses. Na tabela 4.3 são apresentados todas as funções de custo de deficit vigentes deste 2004 até o presente.

Tabela 4.3: Funções de custo de deficit vigentes no Brasil.

Intervalo	2004 ⁽¹⁾	2005 ⁽²⁾	2006 ⁽³⁾	2007 ⁽⁴⁾	2008 ⁽⁵⁾	2009 ⁽⁶⁾	2010 ⁽⁷⁾
0 a 5%	749,52	841,18	855,31	886,00	944,51	1.050,27	1.142,80
5 a 10%	1.616,95	1.814,69	1.845,17	1.911,38	2.037,61	2.265,76	2.465,40
10 a 20%	3.378,93	3.792,14	3.855,85	3.994,20	4.257,97	4.734,74	5.152,46
20 a 100%	3.839,76	4.309,32	4.381,72	4.538,94	4.838,69	5.380,48	5.845,54

FONTE: ANEEL

Essas funções foram definidas através das seguintes resoluções da ANEEL: ⁽¹⁾ — RES 682/03, ⁽²⁾ — REH 286/04, ⁽³⁾ — REH 267/05, ⁽⁴⁾ — REH 413/06, ⁽⁵⁾ — REH 597/07, ⁽⁶⁾ — REH 757/08, ⁽⁷⁾ — REH 923/09, ⁽⁸⁾ — REH 1.099/10

4.3 Abordagens Propostas

Nos capítulos que se seguem são apresentadas três abordagens distintas para a solução do problema de decisão no planejamento da operação energética do SIN, considerando a Teoria da Decisão, a saber:

- i.* Abordagem com o problema representado em uma escala discreta;
- ii.* Abordagem com o problema representado em uma escala contínua;
- iii.* Abordagem através de simulações com o modelo NEWAVE.

Nas abordagens *i* e *ii*, todos os elementos da Teoria da Decisão são considerados explicitamente. Em *i*, as distribuições de probabilidade são obtidas através de freqüência relativa, considerando resultados obtidos de simulações com o modelo NEWAVE. Na abordagem *ii* são propostos modelos analíticos clássicos para representação das distribuições de probabilidades. Na abordagem *iii*, são consideradas as constatações feitas em CAMPOLLO DE SOUZA [72] de que os resultados obtidos das simulações com o modelo NEWAVE já consideram, internamente e implicitamente, diversos dos elementos da Teoria da Decisão. Nesse caso, uma simulação final já constrói, de forma automática, a função conseqüência do problema.

Capítulo 5

Abordagem com o problema representado em uma escala discreta

Nesse capítulo será apresentada uma abordagem com o problema de decisão no planejamento energético do Sistema Interligado Nacional representado em uma escala discreta. Serão definidos todos os elementos da Teoria da Decisão, conforme foi apresentado no Capítulo 3. Os resultados foram obtidos utilizando-se uma planilha (Microsoft Excel[®]), desenvolvida inicialmente por Alessandra Berenguer de Moraes e utilizada Luiz André Nadler Lins [83] e adaptada aqui para o problema em questão. Essa planilha é uma implementação computacional do Capítulo 3 do livro “Decisões Racionais em Situações de Incerteza” [35].

Para a obtenção dos dados de entrada que alimentam a planilha, diversas simulações com o modelo NEWAVE foram realizadas. Serão utilizados resultados obtidos dessa simulação. Foi adotado como caso referência o *deck de dados*¹ do PMO de abril de 2001, fornecido pelo ONS. Esse caso foi escolhido por se tratar de um período de relevância para a operação energética do país: o racionamento de energia de 2001.

Como estudo de caso, será considerado um decisor, denominado D_p . Esse decisor trabalha atualmente na área de pesquisa em metodologias aplicadas ao planejamento da operação de longo prazo.

A seguir são apresentados os elementos da Teoria da Decisão, conforme definidos em CAMPELLO DE SOUZA [35] e no Capítulo 3 desse trabalho.

¹Entende-se por *deck de dados* o conjunto de arquivos que contém os dados de entrada necessários para a execução do modelo NEWAVE

5.1 Elementos da Teoria da Decisão

5.1.1 Os estados da natureza — Θ

O conjunto discreto de estados da natureza terá $|\Theta| = 3$ elementos, e é definido como $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$, onde:

θ_1 — Grande aporte de água (afluências em torno de 150% da média histórica)

θ_2 — Aporte de água normal (afluências em torno da média histórica)

θ_3 — Pequeno aporte de água (afluências em torno de 50% da média histórica)

5.1.2 Conseqüências (*payoffs*) — \mathcal{P}

Pela definição do problema de decisão no Capítulo 4, os atributos a serem tratados aqui são:

p_1 — Deficit (%) da carga cortada)

p_3 — Custo marginal de operação — CMO (R\$/MWh)

O que se deseja é operar o sistema com os menores valores de deficit e custo de operação.

Cada atributo será dividido em 4 faixas, conforme apresentado na tabela 5.1.

Tabela 5.1: Definição dos atributos.

Atributo / Faixas	1	2	3	4
Deficit (%)	[10 ; 30]	[5 ; 10)	[2.5 ; 5)	[0 ; 2.5)
CMO (R\$/MWh)	[200 ; 800]	[50 ; 200)	[10 ; 50)	[0 ; 10)

Cada elemento do conjunto de *payoffs*, \mathcal{P} , é um par ordenado $C_i = (p_1, p_3)$. Nesse exemplo será adotada $|\mathcal{P}| = 16$, uma vez que cada dimensão possui quatro partições. Esse conjunto é definido pela equação (5.1).

$$\mathcal{P} = \{C_1, C_2, \dots, C_{16}\} \quad (5.1)$$

O conjunto \mathcal{P} é ilustrado em um plano $p_1 \times p_3$, mostrado na figura 5.1.

Pela monotonicidade da função utilidade, nos dois argumentos, sabe-se que:

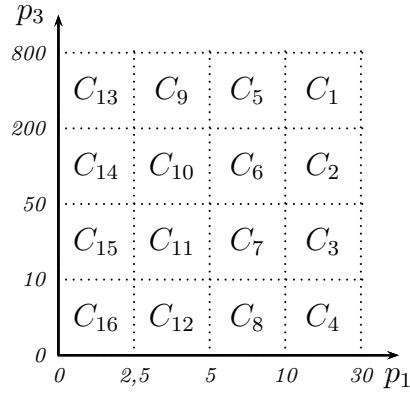


Figura 5.1: Plano $p_1 \times p_3$.

Para as horizontais:

$$\begin{aligned} C_{13} &\succ C_9 \succ C_5 \succ C_1 \\ C_{14} &\succ C_{10} \succ C_6 \succ C_2 \\ C_{15} &\succ C_{11} \succ C_7 \succ C_3 \\ C_{16} &\succ C_{12} \succ C_8 \succ C_4 \end{aligned}$$

Para as verticais:

$$\begin{aligned} C_{16} &\succ C_{15} \succ C_{14} \succ C_{13} \\ C_{12} &\succ C_{11} \succ C_{10} \succ C_9 \\ C_8 &\succ C_7 \succ C_6 \succ C_5 \\ C_4 &\succ C_3 \succ C_2 \succ C_1 \end{aligned}$$

Para as diagonais:

$$\begin{aligned} C_{14} &\succ C_9 \\ C_{15} &\succ C_{10} \succ C_5 \\ C_{16} &\succ C_{11} \succ C_6 \succ C_1 \\ C_{12} &\succ C_7 \succ C_2 \\ C_8 &\succ C_3 \end{aligned}$$

Como se pode observar, algumas ordens saem naturalmente, pela definição do problema. Contudo é necessário estabelecer a ordem completa dos *payoffs*, para que se possa realizar a educação da função utilidade. Essa ordem não será lexicográfica. Por exemplo, ainda que um decisor possa priorizar reduzir a ocorrência de deficit a operar com valores baixos de CMO (e custo de operação), provavelmente, $C_8 \succ C_9$, uma vez que o aumento no custo marginal de operação é significativo.

Para o estabelecimento da ordem completa de preferências do decisor, será adotado o algoritmo desenvolvido em WANDERLEY [73], para a educação de uma ordem linear sobre as consequências, em casos multiatributo. Esse algoritmo, implemen-

tado no ambiente Matlab[®], foi aplicado ao decisor D_p . Como resultado, foi obtida a seguinte ordenação de preferências:

$$\begin{aligned} C_{16} &\succ C_{15} \succ C_{13} \succ C_8 \succ C_{14} \succ C_{12} \succ C_{10} \succ C_6 \succ \\ &\succ C_{11} \succ C_9 \succ C_7 \succ C_5 \succ C_4 \succ C_3 \succ C_2 \succ C_1 \end{aligned}$$

5.1.3 Ações — \mathcal{A}

As possíveis ações do decisor, nesse contexto, serão implementadas no modelo NEWAVE a partir de parametrizações nos dados de entrada. Considerando os *payoffs* em questão, uma forma de se alterar a função consequência do problema, fazendo-a tender mais para uma dimensão ou para a outra, é a parametrização da função de custo de deficit, que compõe o conjunto de entrada de dados do NEWAVE.

A função de custo de deficit é modelada no NEWAVE através de uma função em partes, conforme foi apresentado Capítulo 3. Será adotada aqui a função de custo de deficit da equação (5.2), parametrizada por α .

$$C_{def}(\alpha) = C^\alpha \quad (5.2)$$

onde C_{def} é o custo do deficit resultante, C é o custo de deficit atual (*status quo*).

Para o caso em questão, $C = 684,00$ R\$/MWh.

O conjunto de ações, \mathcal{A} , terá $||\mathcal{A}|| = 3$ e é definido pela equação (5.3).

$$\mathcal{A} = \{a_1, a_2, a_3\} \quad (5.3)$$

onde

a_1 — menor custo de deficit ($\alpha = 0,9$)

a_2 — custo de deficit atual - *status quo* ($\alpha = 1,0$)

a_3 — maior custo de deficit ($\alpha = 1,1$)

5.1.4 Observações — \mathcal{X}

O conjunto \mathcal{X} contém as observações do problema.

Segundo CAMPELLO DE SOUZA [35]:

“As observações são variáveis que, lidas hoje, informam sobre o θ que vai se manifestar amanhã.”

Pelo processo estocástico associado às afluências futuras, a observação de afluências dos meses passados é um indicativo do que ocorrerá no mês seguinte.

Nesse capítulo, foi considerado o seguinte conjunto de observações: $\mathcal{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, onde cada variável x_i será dada pela soma das afluências anteriores ao mês de estudo, ponderadas pelos respectivos coeficientes autorregressivos ajustados durante a execução do NEWAVE. Supondo que o estudo comece em t , a definição de x_i será dada pela equação (5.4).

$$x_i = \sum_{j=1}^{p_q} \phi_{j,t} ENA_{t-j} \quad (5.4)$$

onde ENA_t é a energia natural afluente ao mês t , $\phi_{j,t}$ é o termo autorregressivo de ordem j e p_q é a ordem do modelo autorregressivo periódico.

Observa-se que, pela definição da equação (5.4), x_i tem a dimensão de energia natural afluente.

Nesse capítulo, trabalhar-se-á com $|\mathcal{X}| = 3$ elementos, onde cada elemento é definido a seguir:

x_1 — todas as afluências passadas são iguais a 150% da média histórica

x_2 — todas as afluências passadas são iguais à média histórica

x_3 — todas as afluências passadas são iguais a 50% da média histórica

5.1.5 Mecanismos probabilísticos

Distribuição *a priori* dos estados da natureza — $\pi(\theta)$

A distribuição *a priori* dos estados da natureza, $\pi(\theta)$ foi obtida a partir de simulação, adotando-se o modelo GEVAZP, considerando o mês de início do estudo (abril de 2001) e os parâmetros do modelo autorregressivo periódico, estimados a partir do histórico de afluências. A distribuição *a priori* obtida está mostrada na tabela 5.2.

Tabela 5.2: Distribuição *a priori* — $\pi(\theta)$.

	$\pi(\theta)$
θ_1	0,1545
θ_2	0,7035
θ_3	0,1420

Função de verossimilhança — $P(x|\theta)$

A função de verossimilhança, assim como a distribuição *a priori*, foi obtida através de simulação. Para cada valor de x_i , foram geradas 2000 possibilidades de

afluências, através do modelo GEVAZP e foram contados quantos valores estão no entorno de θ_1 , θ_2 e θ_3 . Os resultados são apresentados na tabela 5.3.

Tabela 5.3: Função de verossimilhança — $P(x|\theta)$.

	x_1	x_2	x_3
θ_1	0,9805	0,0175	0,0020
θ_2	0,0500	0,9240	0,0260
θ_3	0,1240	0,1170	0,7590

Função consequênci — $P(p|\theta, a)$

Para a estimativa da função consequênci, $P(p|\theta, a)$, foram realizadas diversas simulações com o NEWAVE, adotando-se como caso base aquele descrito no início desse capítulo. Considerando os conjuntos de estados da natureza Θ e de ações \mathcal{A} , foram obtidas 9 “nuvens de pontos”, associadas a cada par (θ_i, a_j) . Esses resultados são apresentadas na figura 5.2.

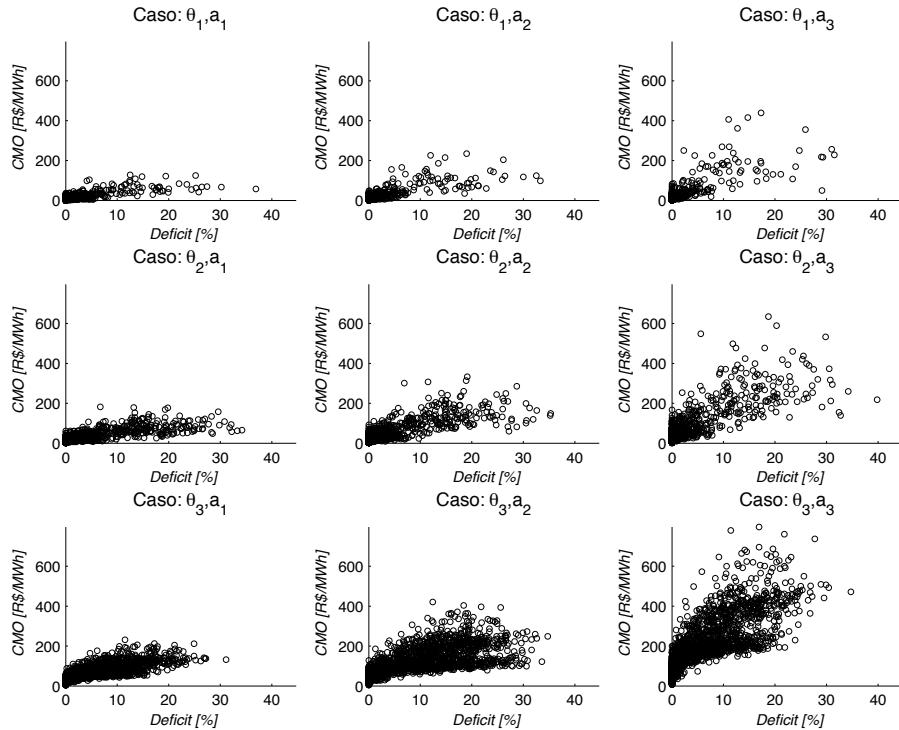


Figura 5.2: Simulações do NEWAVE para cada par (θ_i, a_j) .

Considerando a definição dos atributos, conforme tabela 5.1, as funções consequênci foram obtidas através de freqüência relativa, para cada simulação mostrada na figura 5.2. Os resultados são apresentados na tabela 5.4.

Tabela 5.4: Função consequência — $P(p|\theta, a)$.

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{14}	C_{15}	C_{16}
θ_1	a_1	0,000	0,000	0,006	0,018	0,000	0,002	0,041	0,000	0,000	0,122	0,000	0,000	0,000	0,000	0,811
θ_1	a_2	0,000	0,003	0,014	0,007	0,000	0,006	0,023	0,000	0,000	0,087	0,000	0,000	0,000	0,000	0,860
θ_1	a_3	0,003	0,008	0,007	0,001	0,001	0,004	0,006	0,015	0,000	0,001	0,003	0,062	0,000	0,000	0,889
θ_2	a_1	0,000	0,001	0,037	0,051	0,000	0,001	0,007	0,082	0,000	0,000	0,001	0,144	0,000	0,000	0,677
θ_2	a_2	0,003	0,020	0,048	0,007	0,001	0,001	0,025	0,042	0,000	0,000	0,004	0,139	0,000	0,000	0,711
θ_2	a_3	0,029	0,025	0,013	0,001	0,003	0,009	0,025	0,023	0,000	0,003	0,024	0,083	0,000	0,000	0,752
θ_3	a_1	0,000	0,014	0,133	0,043	0,000	0,001	0,107	0,171	0,000	0,000	0,019	0,240	0,000	0,000	0,273
θ_3	a_2	0,030	0,136	0,198	0,004	0,001	0,027	0,136	0,024	0,000	0,001	0,058	0,098	0,000	0,007	0,281
θ_3	a_3	0,167	0,075	0,003	0,000	0,074	0,127	0,053	0,001	0,006	0,043	0,120	0,025	0,000	0,002	0,226

5.2 A função utilidade — $u(p)$

Para a educação da função utilidade, adotou-se o software SEP (*System for Education of Preferences*), desenvolvido por Cassiano Henrique de Albuquerque [84]. A educação foi aplicada ao decisor D_p , considerando-se a ordem completa educida para esse decisor e apresentada anteriormente. A função utilidade obtida está mostrada no gráfico da figura 5.3.

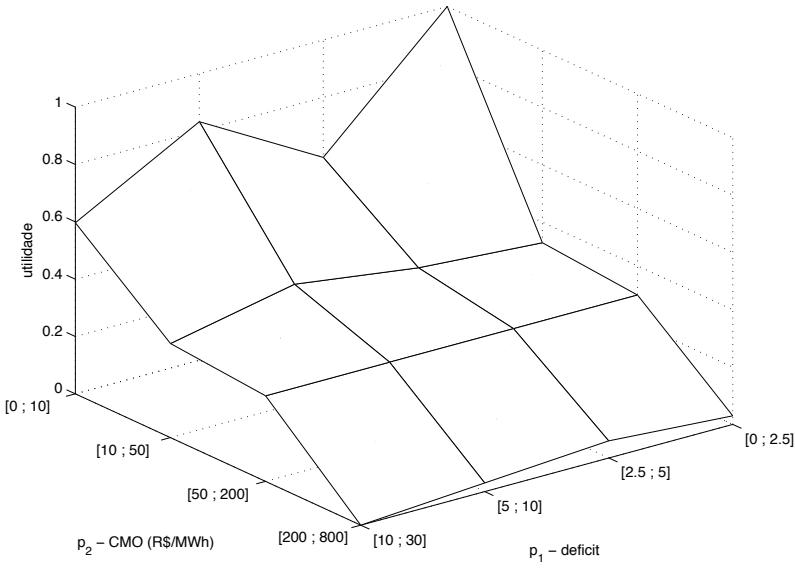


Figura 5.3: Função utilidade.

Os valores que formam o gráfico da figura 5.3 estão listados na tabela 5.5, para cada *payoff* do problema.

Tabela 5.5: Função utilidade.

Ordem	<i>Payoff</i>	$u(C_i)$	Ordem	<i>Payoff</i>	$u(C_i)$
16	C_1	0,0000	10	C_9	0,3283
15	C_2	0,0298	7	C_{10}	0,4179
14	C_3	0,0597	9	C_{11}	0,3582
13	C_4	0,0298	6	C_{12}	0,3283
12	C_5	0,2985	3	C_{13}	0,5970
8	C_6	0,2985	5	C_{14}	0,8320
11	C_7	0,2985	2	C_{15}	0,5902
4	C_8	0,2985	1	C_{16}	1,0000

5.3 As regras de decisão

As regras de decisão são relações unívocas que associam cada observação x a uma ação a e são definidas como:

$$d : \mathcal{X} \xrightarrow{x \mapsto d(x)=a} \mathcal{A} \quad (5.5)$$

O conjunto de todas as possíveis regras de decisão é denotado por \mathcal{D} , onde $\mathcal{D} = \{d\}$. Do exemplo tratado nesse capítulo, tem-se que, $|\mathcal{D}| = 27$. Na tabela 5.6 são apresentadas todas as 27 possíveis regras de decisão para o problema.

Tabela 5.6: Regras de decisão.

Decisão	x_1	x_2	x_3	Decisão	x_1	x_2	x_3	Decisão	x_1	x_2	x_3
d_1	a_1	a_2	a_3	d_{10}	a_2	a_2	a_3	d_{19}	a_1	a_2	a_1
d_2	a_1	a_3	a_2	d_{11}	a_3	a_3	a_1	d_{20}	a_1	a_3	a_2
d_3	a_2	a_1	a_3	d_{12}	a_3	a_3	a_2	d_{21}	a_2	a_3	a_2
d_4	a_2	a_3	a_1	d_{13}	a_2	a_1	a_1	d_{22}	a_2	a_1	a_2
d_5	a_3	a_1	a_2	d_{14}	a_3	a_1	a_1	d_{23}	a_3	a_1	a_3
d_6	a_3	a_2	a_1	d_{15}	a_1	a_2	a_2	d_{24}	a_3	a_2	a_3
d_7	a_1	a_1	a_2	d_{16}	a_3	a_2	a_2	d_{25}	a_1	a_1	a_1
d_8	a_1	a_1	a_3	d_{17}	a_1	a_3	a_3	d_{26}	a_2	a_2	a_2
d_9	a_2	a_2	a_1	d_{18}	a_2	a_3	a_3	d_{27}	a_3	a_3	a_3

Escolha da melhor decisão

Uma vez definidos e obtidos todos os elementos e mecanismos probabilísticos, deve-se escolher qual a melhor regra $d(x)$, de tal forma que a utilidade do decisor seja maximizada. No terceiro capítulo de CAMPOLLO DE SOUZA [35] é apresentada toda a demonstração de como escolher essa regra. No presente capítulo, serão apenas colocadas as equações, considerando um caso discreto.

Dada a função utilidade $u(p)$ do decisor e a função consequência do problema, $P(p|\theta, d)$, a utilidade dessa distribuição é dada por:

$$u(P(p|\theta, d)) = \sum_p u(p) \sum_x p(x|\theta) P(p|\theta, d) \quad (5.6)$$

O negativo da função definida na equação (5.6) é chamado de função perda.

$$L(\theta, d(x)) = -u(P(p|\theta, d)) \quad (5.7)$$

Tomando o valor esperado de L em relação a x , considerando um dado θ e $d(x)$, obtém-se a função risco $R_d(\theta)$.

$$R_d(\theta) = \sum_x L(\theta, d(x))P(x|\theta) \quad (5.8)$$

Considerando o conjunto Θ , a melhor regra é aquela que apresenta o menor risco.

Define-se *risco de Bayes* o valor esperado, em θ , da função risco. Sua expressão analítica é mostrada na equação (5.9).

$$r_d = \sum_{\theta} \pi(\theta) R_d(\theta) \quad (5.9)$$

A *regra de Bayes* é aquela onde o menor risco de Bayes é obtido. No capítulo 4 de CAMPELLO DE SOUZA [35] é mostrado que essa regra é aquela que maximiza a utilidade do decisor.

Resultados obtidos

Para cada regra de decisão d_i da tabela 5.6, a equação (5.8) foi aplicada. Foram adotados os dados das tabelas 5.3, 5.4 e 5.5. Os resultados obtidos para o cálculo da função de risco, para cada regra de decisão, estão apresentados na tabela 5.7

Tabela 5.7: Função de risco — $R_d(\theta)$.

Decisão	θ_1	θ_2	θ_3	Decisão	θ_1	θ_2	θ_3
d_1	-0,8978	-0,7816	-0,4168	d_{15}	-0,8978	-0,7808	-0,4153
d_2	-0,9187	-0,8109	-0,4251	d_{16}	-0,8987	-0,7838	-0,4118
d_3	-0,8660	-0,7579	-0,4427	d_{17}	-0,9188	-0,8118	-0,4266
d_4	-0,9192	-0,8116	-0,4248	d_{18}	-0,9185	-0,8131	-0,4216
d_5	-0,8663	-0,7586	-0,4428	d_{19}	-0,8977	-0,7801	-0,4201
d_6	-0,8987	-0,7831	-0,4166	d_{20}	-0,9187	-0,8109	-0,4251
d_7	-0,8653	-0,7557	-0,4462	d_{21}	-0,9193	-0,8122	-0,4201
d_8	-0,8654	-0,7565	-0,4477	d_{22}	-0,8659	-0,7570	-0,4412
d_9	-0,8983	-0,7814	-0,4150	d_{23}	-0,8663	-0,7595	-0,4443
d_{10}	-0,8984	-0,7830	-0,4118	d_{24}	-0,8988	-0,7846	-0,4134
d_{11}	-0,9196	-0,8132	-0,4264	d_{25}	-0,8653	-0,7549	-0,4510
d_{12}	-0,9197	-0,8139	-0,4217	d_{26}	-0,8984	-0,7821	-0,4102
d_{13}	-0,8659	-0,7563	-0,4459	d_{27}	-0,9197	-0,8147	-0,4232
d_{14}	-0,8662	-0,7579	-0,4475	—	—	—	—

Com os resultados da tabela 5.7, pode-se aplicar a equação (5.9), obtendo-se assim os resultados apresentados na tabela 5.8.

Tabela 5.8: Risco de Bayes — r_d .

Decisão	r_d	Decisão	r_d
d_1	-0,7478	d_{15}	-0,7470
d_2	-0,7728	d_{16}	-0,7487
d_3	-0,7298	d_{17}	-0,7736
d_4	-0,7733	d_{18}	-0,7738
d_5	-0,7304	d_{19}	-0,7471
d_6	-0,7489	d_{20}	-0,7728
d_7	-0,7287	d_{21}	-0,7731
d_8	-0,7295	d_{22}	-0,7290
d_9	-0,7475	d_{23}	-0,7312
d_{10}	-0,7481	d_{24}	-0,7495
d_{11}	-0,7747	d_{25}	-0,7288
d_{12}	-0,7745	d_{26}	-0,7473
d_{13}	-0,7292	d_{27}	-0,7754
d_{14}	-0,7306	—	—

Pela tabela 5.8, a decisão com o menor risco de Bayes é d_{27} . Logo, pelas preferências do decisor D_p , a melhor decisão (aquele que maximiza sua utilidade) é adotar a ação a_3 , independente do que se observa (x_1 , x_2 ou x_3).

5.4 Considerações finais

Nesse capítulo foi apresentada uma abordagem para solução do problema de decisão contextualizado no planejamento energético do Sistema Interligado Nacional, com representação dos elementos da Teoria da Decisão em uma escala discreta. Os resultados obtidos, considerando-se a função utilidade eduzida de um decisor, denominado D_p , são coerentes ao que foi modelado. Contudo, avaliando-se a aderência do modelo com a realidade operativa, verifica-se que diversas simplificações foram necessárias no momento de se definir os elementos da Teoria da Decisão. Por exemplo, o conjunto de observações foi definido desprezando-se a correlação temporal entre as afluências mensais. Naturalmente, poder-se-ia abrir mão de algumas simplificações, porém o modelo de decisão poderia se tornar um problema intratável, sob o ponto de vista computacional. O principal objetivo desse capítulo foi apresentar, de forma didática, como a decisão no planejamento energético pode ser modelada através da Teoria da Decisão. As abordagens que serão apresentadas a seguir, também sob a ótica da Teoria da Decisão, têm uma melhor representação ao problema real.

Capítulo 6

Abordagem com o problema representado em uma escala contínua

Nesse capítulo se propõe um modelo analítico para a aplicação da Teoria da Decisão no problema de planejamento energético de médio prazo. Esse modelo é baseado na dissertação de mestrado de Luiz André Nadler Lins [83], onde foi desenvolvida uma modelagem para decisão em casos de medicina, em particular na decisão das margens de recesso de um caso clínico de carcinoma basocelular.

A vantagem de se trabalhar com esse tipo de abordagem é que, uma vez estimados todos os parâmetros do modelo, é possível obter a melhor decisão que atende às preferências do decisão sem a necessidade de simulações a partir do modelo NEWAVE. Neste caso, simulações com o modelo NEWAVE são feitas apenas para as estimativas dos parâmetros.

Por outro lado, não é trivial o estabelecimento dos mecanismos probabilísticos para a Teoria da Decisão, dadas as dimensões e características problema de planejamento energético associado ao Sistema Elétrico Brasileiro.

Mesmo considerando a grande dificuldade ou impossibilidade de se estabelecer os elementos e mecanismos probabilísticos propostos nesse Capítulo com razoável precisão e aderência à realidade, esse modelo é útil para o entendimento do problema de decisão, utilizando a Teoria da Decisão.

Os elementos e nomenclaturas adotados nesse capítulo seguem o livro CAMPELLO DE SOUZA [35] e o problema a ser tratado foi descrito no Capítulo 4.

6.1 Elementos da Teoria da Decisão

6.1.1 Conseqüências (*payoffs*) — \mathcal{P}

Os *payoffs* a serem considerados aqui são:

$$\begin{cases} p_1 — \text{deficit de energia (normalizado entre 0 e 1)} \\ p_3 — \text{custo marginal de operação (normalizado entre 0 e 1)} \end{cases}$$

6.1.2 Os estados da natureza — Θ

Nesse modelo, os estados da natureza serão relacionados ao aporte de água do sistema (vazões afluentes e armazenamento nos reservatórios), que é a principal incerteza do problema de planejamento energético de médio prazo.

O conjunto dos estados da natureza é definido aqui em uma escala contínua, variando entre 0 e 1, onde seus extremos são representados da seguinte forma:

- $\theta = 0$ — Grande aporte de água (boas afluências)
- $\theta = 1$ — Pequeno aporte de água (baixas afluências)

Logo:

$$\Theta = \{\theta \in \mathbb{R} \mid 0 \leq \theta \leq 1\} \quad (6.1)$$

6.1.3 Ações — \mathcal{A}

As ações do problema de decisão aqui tratado se referem à forma com que o decisor deseja que o sistema seja operado, dados os *payoffs* já estabelecidos. Ressalta-se que esses *payoffs* foram especificados pelo próprio decisor.

Conforme já foi abordado anteriormente, uma forma de se estabelecer uma ação sobre as consequências, dado um estado da natureza θ , é através da parametrização da função de custo de deficit do problema de otimização para o planejamento energético. Essa função foi concebida com base em MELO *et al.* [78], através de conceitos de macroeconomia, observando-se a elasticidade energética do Produto Interno Bruto do país, e é atualizada anualmente pela ANEEL, considerando-se índices de inflação. Essa atualização é realizada através de resoluções, como, por exemplo, a resolução REH ANEEL 1.099/10.

Com a parametrização dessa função, é possível obter uma operação energética que contempla tanto as consequências para a sociedade do não suprimento de energia quanto as próprias preferências do decisor de como o sistema deve ser operado.

A função objetivo do NEWAVE é, de forma geral, escrita como:

$$\alpha_t = \min \sum_{i=1}^{NSIS} \left(\sum_{j \in UTE_i} CT_{i,j,t} gt_{i,j,t} + \sum_{k=1}^{NPDF} CD_{i,k,t} df_{i,k,t} \right) + \frac{1}{1+B} \alpha_{t+1} \quad (6.2)$$

onde t é o instante de tempo; α_t é o custo de operação em t ; $NSIS$ é o número de subsistemas; UTE_i é o conjunto de usinas termoelétricas do subsistema i ; $CT_{i,j,t}$ é o custo unitário de operação da termoelétrica j ; $gt_{i,j,t}$ é a geração da termoelétrica j ; $CD_{i,k,t}$ é o custo unitário do deficit no patamar k ; $df_{i,k,t}$ é o deficit de energia em um subsistema i no patamar k ; $NPDF$ é o número de patamares de deficit; B é a taxa de desconto que atualiza os custos futuros a valor presente em t .

A função de custo de deficit relaciona o custo unitário do deficit, em R\$/MWh, ao montante de energia não suprida do sistema. Para o país, quanto maior é o deficit no suprimento de energia, maiores são as consequências em termos de desenvolvimento. Em sua concepção, a função de custo de deficit é uma função não-linear, crescente. Para o problema de otimização linear resolvido através do NEWAVE, essa função foi discretizada em quatro partes (patamares de deficit), em função da energia não suprida. Um exemplo da função de custo unitário de deficit é mostrado na tabela 7.1.

Tabela 6.1: Função de custo de deficit aplicada no ano de 2011 — REH ANEEL 1.099/10.

Patamar de deficit	(% de Redução de Carga — RC)	Custo do deficit (R\$/MWh)
1	$0\% < RC \leq 5\%$	1.142,80
2	$5\% < RC \leq 10\%$	2.465,40
3	$10\% < RC \leq 20\%$	5.152,46
4	$RC > 20\%$	5.845,54

Pela parametrização da função de custo de deficit aqui proposta, que representa a ação do decisão no contexto da Teoria da Decisão, o termo $CD_{i,k,t}$ da equação (6.4) seria substituído por $CD_{i,k,t}^\gamma$, onde γ está relacionado à ação a . Propõe-se aqui que seja definido um parâmetro a como:

$a = 0$ — menor custo de deficit

$a = 1$ — maior custo de deficit

Considerando-se razoável que $\gamma = [0, 9; 1, 1]$, a relação entre a e γ é:

$$\gamma = 0,2a + 0,9 \quad (6.3)$$

A nova função objetivo do NEWAVE, agora parametrizada, é dada por:

$$\alpha_t = \min \sum_{i=1}^{NSIS} \left(\sum_{j \in UTE_i} CT_{i,j,t} gt_{i,j,t} + \sum_{k=1}^{NPDF} CD_{i,k,t}^{(0,2a+0,9)} df_{i,k,t} \right) + \frac{1}{1+B} \alpha_{t+1} \quad (6.4)$$

Observa-se que o custo unitário do deficit original (*status quo*) é obtido quando $a = 0,5$.

Logo, o espaço de ações do decisor é definido como:

$$\mathcal{A} = \{a \in \mathbb{R} \mid 0 \leq a \leq 1\} \quad (6.5)$$

6.1.4 Observações — \mathcal{X}

Sendo a incerteza sobre o θ mais concentrada no aporte de água, é natural pensar que x_k , $k = 1, 2, 3, \dots$, sejam variáveis relacionadas a vazão afluente (ou energia natural afluente).

Como um primeiro modelo, propõe-se aqui tratar x_k como sendo uma variável de Bernoulli, onde x_k refere-se à verificação de vazões no instante $t - k$, definido como:

$$\begin{aligned} x_k = 0 &— afluência no instante $t - k$ maior que a média histórica \\ x_k = 1 &— afluência no instante $t - k$ menor que a média histórica \end{aligned}$$

As observações serão dadas como a soma de todos os x_k .

Na prática esse não é um bom modelo, pois está se assumindo que as afluências não possuem correlação temporal, o que não é verdade. Esse modelo será aplicado aqui apenas para fins didáticos, pois ele é adequado para se estabelecer a função de verossimilhança.

Considerando $k = 1, 2, \dots, 6$, cada elemento do conjunto de observações, dado pela soma dos k x_k , é definido como:

$$\mathcal{X} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\} \quad (6.6)$$

6.1.5 Mecanismos probabilísticos

Assim como foi feito com o conjunto das observações, os mecanismos probabilísticos descritos a seguir foram estabelecidos para serem didáticos, não sendo eles necessariamente aderentes com a realidade do problema.

Função de verossimilhança — $P(x|\theta)$

Considerando que as observações são variáveis de Bernoulli, será adotada a distribuição binomial como sendo a função de verossimilhança, $P(x|\theta)$. Tem-se que:

$$P(x|\theta) = \binom{n}{x} \theta^x (1-\theta)^{n-x}$$

onde, como já foi definido, $n = 6$.

Distribuição *a priori* dos estados da natureza — $\pi(\theta)$

Observando-se o histórico de afluências, as distribuições Lognormal e Gama ficam bem ajustadas. Entretanto, se considerado esse histórico normalizado, com valores entre 0 e 1, também é adequado o ajuste através de uma distribuição Beta.

A distribuição Beta é a conjugada da binomial (que é a função de verossimilhança) e, portanto, será utilizada nesse modelo como sendo a distribuição *a priori* dos estados da natureza. Ela é matematicamente interessante pois facilitará as integrações do modelo de decisão, que será visto mais a frente. Então,

$$\pi(\theta) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \theta^{\alpha-1} (1-\theta)^{\beta-1} \quad (6.7)$$

onde $\alpha > 0$ e $\beta > 0$.

Não se deve confundir aqui o parâmetro α da distribuição Beta com a variável do problema de otimização α_t , da equação (6.4), que representa o custo total de operação no período t .

A partir das séries históricas das vazões é possível obter-se uma estimativa para α e β .

Distribuição *a posteriori* dos estados da natureza — $\pi(\theta|x)$

A distribuição a Posteriori do estado da natureza pode ser obtida pela aplicação da regra de Bayes.

$$\pi(\theta|x) = \frac{P(x|\theta)\pi(\theta)}{P(x)} = \frac{P(x|\theta)\pi(\theta)}{\int_0^1 P(x|\theta)\pi(\theta)d\theta}$$

A distribuição *a posteriori* dos estados da natureza será dada então por:

$$\pi(\theta|x) = \frac{\Gamma(n + \alpha + \beta)}{\Gamma(x + \alpha)\Gamma(n - x + \beta)} \theta^{x+\alpha-1} (1-\theta)^{n-x+\beta-1} \quad (6.8)$$

Função consequênciaria — $P(p|\theta, a)$

A distribuição de probabilidades dos *payoffs* condicionada a ocorrência de um estado da natureza θ e a uma decisão a é chamada de função consequênciaria. Para o problema de decisão de planejamento da operação energética do SIN, essa distribuição pode ser estimada a partir de uma simulação do NEWAVE. Seja o gráfico apresentado na Figura 6.1, obtido a partir da simulação do caso do PMO de abril de 2007. Existem 2000 pontos, dispostos em um plano (p_1, p_3) . Esse é um exemplo de uma função consequênciaria.

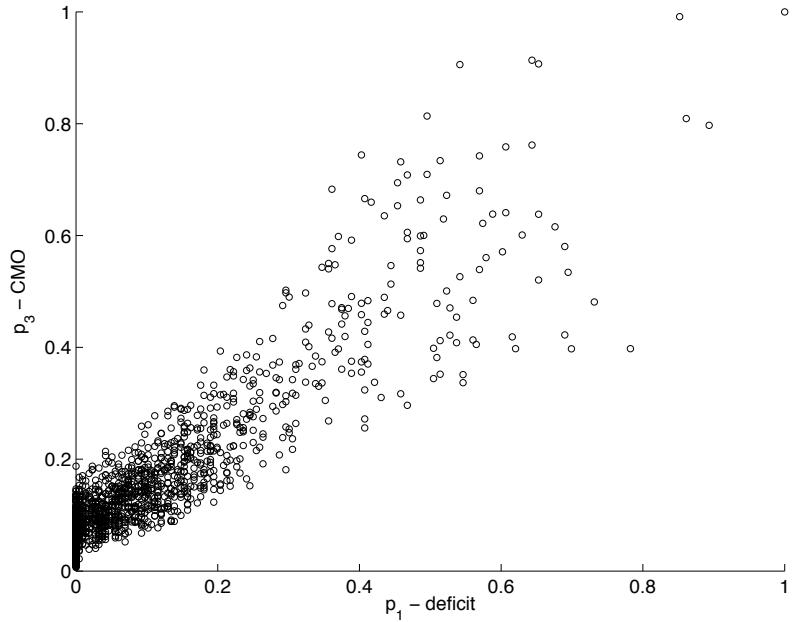


Figura 6.1: Exemplo de uma função consequênciा.

A partir do gráfico da Figura 6.1, é possível o ajuste de uma distribuição conjunta de probabilidades, obtendo-se assim uma expressão analítica para a função consequênciа. Isso foi feito em CAMPELLO DE SOUZA [72].

Nesse capítulo, procurar-se-á uma expressão analítica para a função consequênciа, a partir de algumas observações sobre o comportamento do sistema em função de θ e a , de tal forma que ela seja flexível o suficiente para se ajustar aos dados, como os apresentados na Figura 6.1. Deseja-se também que essa expressão possibilite um tratamento analítico ao problema de decisão.

Pode-se fazer a seguinte análise:

- Valores baixos de θ significam melhor situação hidrológica. A probabilidade de ocorrência de deficit é baixa e os custos de operação também são baixos. Por outro lado, valores elevados de θ significam em hidrologia desfavorável. A probabilidade de ocorrência de deficit é alta e os custos de operação também.
- Se θ é alto, é importante a escolha de um a alto, para que, durante a otimização do problema, se tenha uma sinalização da necessidade de economizar água, despachando preventivamente termelétricas, reduzindo, assim, ocorrências de corte de caga severas.
- Se θ é baixo, não é desejável escolher um a alto, pois haveria uma majoração desnecessária dos custos marginais de operação em função de uma política de operação cara.
- Uma boa decisão seria a escolha de um $a = \theta$. Isso é análogo a pensar que o decisor “acertou” qual o estado a natureza está.

Deve-se lembrar que, no momento da decisão, não se tem conhecimento sobre o estado θ em que a natureza se encontra.

Seja a seguinte relação entre θ e a , a partir da definição de uma variável y :

$$y = \frac{1}{2}(a - \theta) + \frac{1}{2} \quad (6.9)$$

Quando $y = 0 \rightarrow \theta = 1$ (baixas afluências) e $a = 0$ (custo de deficit o menor possível). Nessa situação verifica-se uma maior probabilidade de deficit de energia elevado, com custo de operação alto.

Quando $y = 1 \rightarrow \theta = 0$ (altas afluências) e $a = 1$ (custo do deficit o maior possível). Nessa situação, probabilidade é que haja um deficit muito pequeno, mas o custo operativo estará majorado, sem necessidade.

Se $a = \theta$, ter-se-á uma situação intermediária, com $y = \frac{1}{2}$. É uma situação de equilíbrio entre a hidrologia do sistema e a política ótima de operação obtida através do NEWAVE.

A partir dessas observações, será proposta uma expressão analítica para a função consequência. Para tal, seja a Figura 6.2. Nessa figura são apresentados esboços da função de densidade conjunta de probabilidades dos *payoffs* p_1 e p_3 , onde estão destacadas as regiões com probabilidade diferente de zero. A partir de resultados obtidos em simulações com o NEWAVE, por exemplo, Figura 6.1, os pontos p_{11} , p_{12} , p_{31} e p_{32} podem ser estimados.

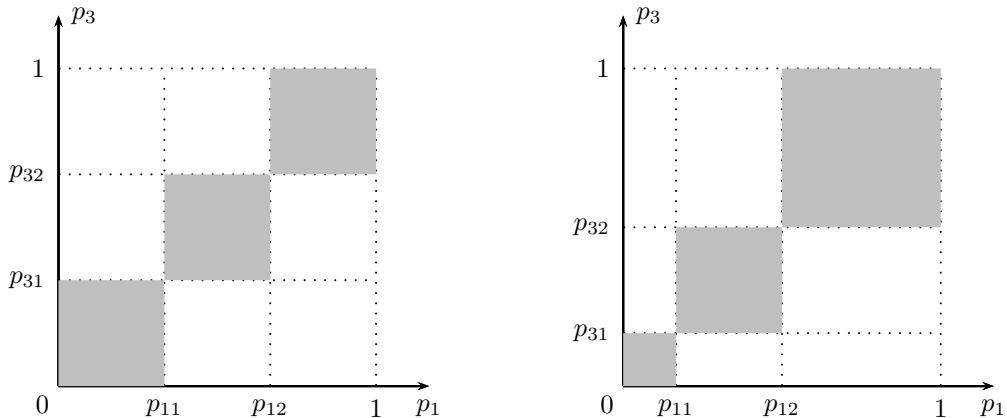


Figura 6.2: Exemplos de função consequência. Plano (p_1, p_3) .

Com base nas observações anteriores com relação à y , θ e a e considerando o esboço da Figura 6.2, é proposta a seguinte função de densidade conjunta de probabilidades para p_1 e p_3 , condicionada à y :

$$f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y) = \begin{cases} b_1 y^2 & \text{se } 0 \leq p_1 < p_{11} \text{ e } 0 \leq p_3 < p_{31}, \\ b_2 y(1-y) & \text{se } p_{11} < p_1 < p_{12} \text{ e } p_{31} < p_3 < p_{32}, \\ b_3(1-y)^2 & \text{se } p_{12} < p_1 \leq 1 \text{ e } p_{32} < p_3 \leq 1, \\ 0 & \text{para os outros casos} \end{cases} \quad (6.10)$$

Como $f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y)$ é uma função de densidade de probabilidade,

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y) dp_1 dp_3 = 1$$

Logo,

$$\begin{aligned} & \int_0^{p_{11}} \int_0^{p_{31}} b_1 y^2 dp_1 dp_3 + \int_{p_{11}}^{p_{12}} \int_{p_{31}}^{p_{32}} b_2 y(1-y) dp_1 dp_3 + \\ & \quad + \int_{p_{12}}^1 \int_{p_{32}}^1 b_3(1-y)^2 dp_1 dp_3 = 1 \quad \forall y \quad (6.11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & b_1 y^2 p_{11} p_{13} + b_2 y(1-y)(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31}) + b_3(1-y)^2(1-p_{12})(1-p_{32}) = 1 \\ & \quad \forall y \quad (6.12) \end{aligned}$$

Desenvolvendo (6.12),

$$\begin{aligned} & b_1 p_{11} p_{13} y^2 + b_2 (p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31}) y - b_2 (p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31}) y^2 + \\ & \quad + b_3 (1 - p_{12})(1 - p_{32}) - 2b_3 (1 - p_{12})(1 - p_{32}) y + b_3 (1 - p_{12})(1 - p_{32}) y^2 = 1 \\ & \quad \forall y \quad (6.13) \end{aligned}$$

Agrupando em (6.13) os termos em y ,

$$\begin{aligned} & [b_1 p_{11} p_{13} + b_3 (1 - p_{12})(1 - p_{32}) - b_2 (p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})] y^2 + \\ & \quad + [b_2 (p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31}) - 2b_3 (1 - p_{12})(1 - p_{32})] y + \\ & \quad + b_3 (1 - p_{12})(1 - p_{32}) = 1 \\ & \quad \forall y \quad (6.14) \end{aligned}$$

Como a equação (6.14) é verdadeira $\forall y$, depreende-se que,

$$\begin{cases} b_3(1 - p_{12})(1 - p_{32}) = 1 \\ b_2(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31}) - 2b_3(1 - p_{12})(1 - p_{32}) = 0 \\ b_1p_{11}p_{13} + b_3(1 - p_{12})(1 - p_{32}) - b_2(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31}) = 0 \end{cases} \quad (6.15)$$

$$\therefore \begin{cases} b_1 = \frac{1}{p_{11}p_{31}} \\ b_2 = \frac{2}{(p_{12}-p_{11})(p_{32}-p_{31})} \\ b_3 = \frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} \end{cases} \quad (6.16)$$

A função densidade conjunta será dada então por

$$f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y) = \begin{cases} \frac{1}{p_{11}p_{31}}y^2 & \text{se } 0 \leq p_1 < p_{11} \text{ e } 0 \leq p_3 < p_{31}, \\ \frac{2}{(p_{12}-p_{11})(p_{32}-p_{31})}y(1-y) & \text{se } p_{11} < p_1 < p_{12} \text{ e } p_{31} < p_3 < p_{32}, \\ \frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})}(1-y)^2 & \text{se } p_{12} < p_1 \leq 1 \text{ e } p_{32} < p_3 \leq 1 \end{cases} \quad (6.17)$$

Esta é a função consequência, pois $\mathcal{Y} = y(\theta, a)$, ou seja,

$$P(p|\theta, a) = f_{\mathcal{P}|\Theta, \mathcal{A}}(p_1, p_3|\theta, a) = f_{P_1 P_3|\mathcal{Y}}(p_1, p_3|y) \quad (6.18)$$

Distribuições marginais para p_1 e p_3 :

Pode-se também obter as distribuições marginais para p_1 e p_3 .

Sabe-se que:

$$f_{P_1|\mathcal{Y}}(p_1|y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{(P_1 P_3|\mathcal{Y})}(p_1, p_3|y) dp_3 \quad (6.19)$$

$$f_{P_3|\mathcal{Y}}(p_3|y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{(P_1 P_3|\mathcal{Y})}(p_1, p_3|y) dp_1 \quad (6.20)$$

Para a distribuição marginal para p_1 :

$$\begin{aligned} f_{P_1|\mathcal{Y}}(p_1|y) &= \\ &= \int_0^{p_{31}} f_{(P_1 P_3|\mathcal{Y})}(p_1, p_3|y) dp_3 + \int_{p_{31}}^{p_{32}} f_{(P_1 P_3|\mathcal{Y})}(p_1, p_3|y) dp_3 + \int_{p_{32}}^1 f_{(P_1 P_3|\mathcal{Y})}(p_1, p_3|y) dp_3 = \\ &= I_1 + I_2 + I_3 \end{aligned}$$

Pela definição da equação (6.17), $I_1 \neq 0$, $0 \leq p_1 < p_{11}$ e $I_1 = 0$ para os demais casos. Logo:

$$I_1 = \begin{cases} \int_0^{p_{31}} \frac{1}{p_{11}p_{13}} y^2 dp_3 & \text{se } 0 \leq p_1 < p_{11}, \\ 0 & \text{demais casos} \end{cases}$$

$$\therefore I_1 = \begin{cases} \frac{1}{p_{11}} y^2 & \text{se } 0 \leq p_1 < p_{11}, \\ 0 & \text{demais casos} \end{cases}$$

Da mesma forma, $I_2 \neq 0$, $p_{11} < p_1 < p_{12}$ e $I_2 = 0$ para os demais casos. Logo:

$$I_2 = \begin{cases} \int_{p_{31}}^{p_{32}} \frac{2}{(p_{12}-p_{11})(p_{32}-p_{31})} y(1-y) dp_3 & \text{se } p_{11} < p_1 < p_{12}, \\ 0 & \text{demais casos} \end{cases}$$

$$\therefore I_2 = \begin{cases} \frac{2}{p_{12}-p_{11}} y(1-y) & \text{se } p_{11} < p_1 < p_{12}, \\ 0 & \text{demais casos} \end{cases}$$

Finalmente, $I_3 \neq 0$, $p_{12} < p_1 \leq 1$ e $I_3 = 0$ para os demais casos. Logo:

$$I_3 = \begin{cases} \int_{p_{32}}^1 \frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} (1-y)^2 dp_3 & \text{se } p_{12} < p_1 \leq 1, \\ 0 & \text{demais casos} \end{cases}$$

$$\therefore I_3 = \begin{cases} \frac{1}{1-p_{12}} (1-y)^2, & \text{se } p_{12} < p_1 \leq 1 \\ 0, & \text{demais casos} \end{cases}$$

Portanto:

$$f_{P_1|Y}(p_1|y) = \begin{cases} \frac{1}{p_{11}} y^2 & \text{se } 0 \leq p_1 \leq p_{11}, \\ \frac{2}{p_{12}-p_{11}} y(1-y) & \text{se } p_{11} \leq p_1 \leq p_{12}, \\ \frac{1}{1-p_{12}} (1-y)^2 & \text{se } p_{12} \leq p_1 \leq 1 \end{cases}$$

Ter-se-á analogamente:

$$f_{P_3|Y}(p_3|y) = \begin{cases} \frac{1}{p_{31}} y^2 & \text{se } 0 \leq p_3 \leq p_{31}, \\ \frac{2}{p_{32}-p_{31}} y(1-y) & \text{se } p_{31} \leq p_3 \leq p_{32}, \\ \frac{1}{1-p_{32}} (1-y)^2 & \text{se } p_{32} \leq p_3 \leq 1 \end{cases}$$

6.2 A função utilidade — $u(p)$

Dados os *payoffs*:

$$\begin{cases} p_1 — \text{deficit médio de energia} \\ p_3 — \text{custo marginal de operação} \end{cases}$$

propõe-se o seguinte modelo para definição da função utilidade:

$$u(p_1, p_3) = k_1(1-p_1) + k_2(1-p_3) + k_3(1-p_1)(1-p_3) + k_4(1-p_1)^2 + k_5(1-p_3)^2 \quad (6.21)$$

O modelo da equação (6.21) é uma formulação quadrática completa. As expressões polinomiais quadráticas são interessantes pois:

- Expressa diversos tipos de comportamento, onde a atitude do decisor em relação ao risco pode ser inferida de acordo com a concavidade ou convexidade ao longo do domínio de \mathcal{P} , ou ao próprio formato da utilidade (parábola, elipse, hiperbole);
- Ajustou-se bem em [72] para as diversas utilidades eduzidas;
- Facilita o tratamento analítico do modelo de decisão que está sendo proposto e nas análises de sensibilidade.

A função utilidade da equação (6.21) está escrita em termos de $(1-p_1)$ e $(1-p_3)$, porque quando p_1 ou p_3 aumenta, a utilidade diminui. Ressalta-se que p_1 e p_3 estarão normalizados entre 0 e 1.

Para a educação da função utilidade, utiliza-se dois programas elaborados, desenvolvidos e implementados em WANDERLEY [73] e em ALBUQUERQUE [84]. O primeiro é adotado para o estabelecimento da ordem completa dos *payoffs* e o segundo, para a construção da função utilidade. A partir daí, os k_i , $i = 1, \dots, 5$, da equação (6.21) podem ser ajustados através de regressão. Serão estabelecidas restrições para esse ajuste.

Estabelecimento das restrições sobre os k_i

Os k_i , $i = 1, \dots, 5$, devem ser escolhidos de tal forma que $u(0, 0) = 0$ e $u(1, 1) = 1$. Isso implica que:

$$k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5 = 1 \quad (6.22)$$

Deve-se ter também:

$$\frac{\partial u}{\partial(1-p_i)} \geq 0, \forall i = 1, 3$$

ou

$$\frac{\partial u}{\partial p_i} \leq 0, \forall i = 1, 3$$

Desenvolvendo $(1-p_1)(1-p_3)$:

$$(1-p_1)(1-p_3) = 1 - p_3 - p_1 + p_1p_3 \quad (6.23)$$

Substituindo (6.23) em (6.21) e expandindo (6.21):

$$\begin{aligned}
u(p_1, p_3) &= k_1 - k_1 p_1 + k_2 - k_2 p_3 + k_3 - k_3 p_3 - k_3 p_1 + k_3 p_1 p_3 + \\
&\quad + k_4 - 2k_4 p_1 + k_4 p_1^2 + k_5 - 2k_5 p_3 + k_5 p_3^2 \\
u(p_1, p_3) &= (k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5) - (k_1 + k_3 + 2k_4)p_1 - (k_2 + k_3 + 2k_5)p_3 + \\
&\quad + k_3 p_1 p_3 + k_4 p_1^2 + k_5 p_3^2
\end{aligned} \tag{6.24}$$

Substituindo (6.22) em (6.24):

$$u(p_1, p_3) = 1 - (k_1 + k_3 + 2k_4)p_1 - (k_2 + k_3 + 2k_5)p_3 + k_3 p_1 p_3 + k_4 p_1^2 + k_5 p_3^2 \tag{6.25}$$

Desenvolvendo as derivadas:

$$\frac{\partial u}{\partial p_1} = -(k_1 + k_3 + 2k_4) + k_3 p_3 + 2k_4 p_1 \leq 0 \quad \forall p_1, p_3 \tag{6.26}$$

$$\frac{\partial u}{\partial p_3} = -(k_2 + k_3 + 2k_5) + k_3 p_1 + 2k_5 p_3 \leq 0 \quad \forall p_1, p_3 \tag{6.27}$$

Para $p_1 = p_3 = 0$ deve-se ter:

$$\begin{aligned}
-(k_1 + k_3 + 2k_4) &\leq 0 \\
-(k_2 + k_3 + 2k_5) &\leq 0
\end{aligned}$$

Considerando que se $a \leq 0$ e $b \leq 0 \Rightarrow a + b \leq 0$, tem-se que:

$$\begin{aligned}
-(k_1 + k_3 + 2k_4 + k_2 + k_3 + 2k_5) &\leq 0 \\
-(k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5) - (k_3 + k_4 + k_5) &\leq 0 \\
k_3 + k_4 + k_5 &\geq -1
\end{aligned}$$

Para $p_1 = p_3 = 1$ deve-se ter:

$$\begin{aligned}
k_1 &\geq 0 \\
k_2 &\geq 0
\end{aligned}$$

Para $p_1 = 0$ e $p_3 = 1$, deve-se ter:

$$\begin{aligned}
k_1 + 2k_4 &\geq 0 \\
k_2 + k_3 &\geq 0
\end{aligned}$$

Para $p_1 = 1$ e $p_3 = 0$, deve-se ter:

$$k_1 + k_3 \geq 0$$

$$k_2 + 2k_5 \geq 0$$

Em resumo, as condições sobre os k_i s são:

$$k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5 = 1$$

$$k_1 \geq 0$$

$$k_2 \geq 0$$

$$k_1 + 2k_4 \geq 0$$

$$k_2 + k_3 \geq 0$$

$$k_1 + k_3 \geq 0$$

$$k_2 + 2k_5 \geq 0$$

$$k_3 + k_4 + k_5 \geq -1$$

Os *Tradeoffs*

Dependendo dos valores dos parâmetros k_i , $i = 1, \dots, 5$, as curvas de nível da função utilidade se alteram, evidenciando os *tradeoffs* do decisão. Cada decisão terá o seu padrão. Nos gráficos das Figuras 6.3 a 6.5 são apresentados diversos exemplos de padrões de curvas de nível para a função utilidade que podem surgir. Essas curvas não foram obtidas através de processos de educação da utilidade. Foram obtidas através de expressões analíticas sinteticamente definidas, cujo objetivo é o de ilustrar alguns dos muitos *tradeoffs* que podem se manifestar.

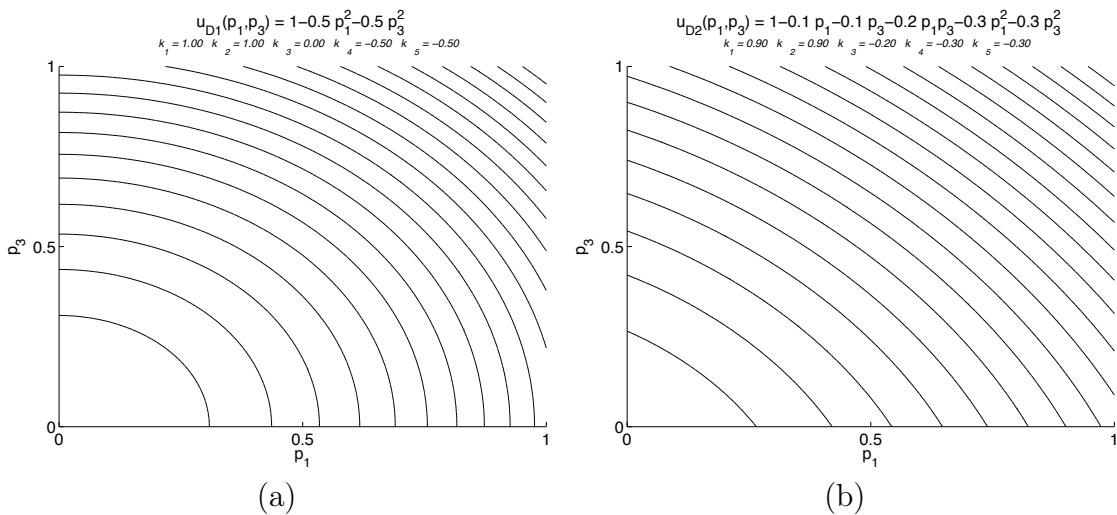


Figura 6.3: Exemplos de função utilidade - caso 1 (a) e caso 2 (b).

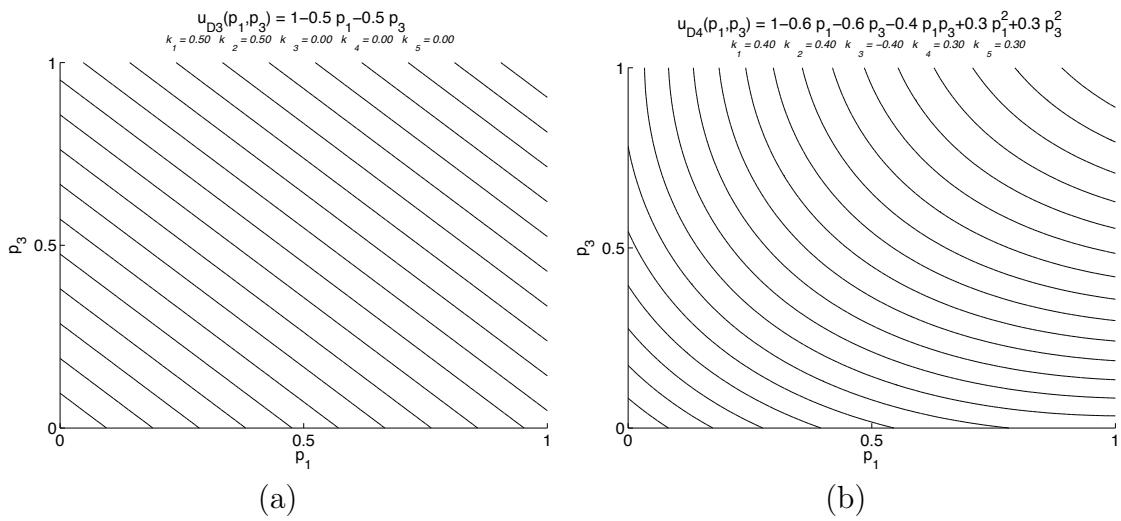


Figura 6.4: Exemplos de função utilidade - caso 3 (a) e caso 4 (b).

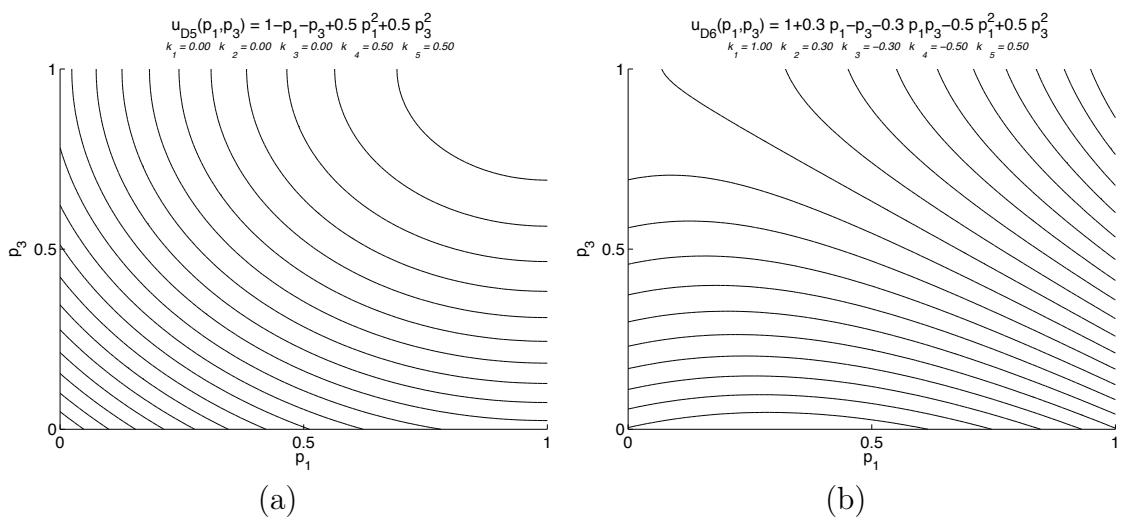


Figura 6.5: Exemplos de função utilidade - caso 5 (a) e caso 6 (b).

A Matriz de Aversão ao Risco

A função de aversão ao risco de Pratt-Arrow generaliza-se para o caso multidiimensional, trabalhando-se com a matriz:

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}) = - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial p_i \partial p_j} \\ \frac{\partial u}{\partial p_i} \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

A matriz de aversão ao risco absoluto \mathbf{R} é diagonal se e somente se a função utilidade u é aditiva. Se \mathbf{R} é diagonal, os *payoffs* são de riscos mutuamente independentes [85].

Seja a função utilidade definida na equação (6.25), transcrita abaixo.

$$u(p_1, p_3) = 1 - (k_1 + k_3 + 2k_4)p_1 - (k_2 + k_3 + 2k_5)p_3 + k_3p_1p_3 + k_4p_1^2 + k_5p_3^2$$

Então

$$\mathbf{R}(p_1, p_3) = - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial p_1^2} & \frac{\partial^2 u}{\partial p_1 \partial p_3} \\ \frac{\partial u}{\partial p_1} & \frac{\partial u}{\partial p_3} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial p_3 \partial p_1} & \frac{\partial^2 u}{\partial p_3^2} \\ \frac{\partial u}{\partial p_3} & \frac{\partial u}{\partial p_1} \end{bmatrix}$$

Desenvolvendo,

$$\mathbf{R}(p_1, p_3) = - \begin{bmatrix} \frac{2k_4}{-(k_1+k_3+2k_4)+k_3p_3+2k_4p_1} & \frac{k_3}{-(k_1+k_3+2k_4)+k_3p_3+2k_4p_1} \\ \frac{k_3}{-(k_2+k_3+2k_5)+k_3p_1+2k_5p_3} & \frac{2k_5}{-(k_2+k_3+2k_5)+k_3p_1+2k_5p_3} \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

Para os decisores hipotéticos, $D1$ a $D6$, cujas funções utilidade são apresentadas nas Figuras 6.3 a 6.5, foram calculadas as respectivas matrizes de aversão ao risco. Essas matrizes seguem abaixo.

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{D1}(p_1, p_3) &= - \begin{bmatrix} \frac{1}{p_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{p_3} \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_{D2}(p_1, p_3) &= - \begin{bmatrix} \frac{3}{5(\frac{3}{5}p_1 + \frac{3}{5}p_3 + \frac{1}{10})} & \frac{1}{5(\frac{3}{5}p_1 + \frac{3}{5}p_3 + \frac{1}{10})} \\ \frac{1}{5(\frac{p_1}{5} + \frac{3}{5}p_3 + \frac{1}{10})} & \frac{3}{5(\frac{p_1}{5} + \frac{3}{5}p_3 + \frac{1}{10})} \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_{D3}(p_1, p_3) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{D4}(p_1, p_3) &= - \begin{bmatrix} -\frac{3}{5(\frac{2p_3}{5} - \frac{3p_1}{5} + \frac{3}{5})} & \frac{2}{5(\frac{2p_3}{5} - \frac{3p_1}{5} + \frac{3}{5})} \\ \frac{2}{5(\frac{2p_1}{5} - \frac{3p_3}{5} + \frac{3}{5})} & -\frac{3}{5(\frac{2p_1}{5} - \frac{3p_3}{5} + \frac{3}{5})} \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_{D5}(p_1, p_3) &= - \begin{bmatrix} \frac{1}{p_1-1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{p_3-1} \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_{D6}(p_1, p_3) &= - \begin{bmatrix} \frac{1}{p_1 + \frac{3p_3}{10} - \frac{3}{10}} & \frac{3}{10(p_1 + \frac{3p_3}{10} - \frac{3}{10})} \\ \frac{3}{10(\frac{3p_1}{10} - p_3 + 1)} & -\frac{1}{\frac{3p_1}{10} - p_3 + 1} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Observa-se que, pela função utilidade dos decisores $D1$ e $D5$, os *tradeoffs* entre p_1 e p_3 são mutuamente exclusivos. As matrizes \mathbf{R}_{D1} e \mathbf{R}_{D5} são diagonais para quaisquer valor de p_1 e p_3 . Contudo, a atitude ao risco de cada um desses decisores é diferente. Enquanto o decisor $D1$ é sempre avesso ao risco, o decisor $D5$ é um tomador de risco.

A matriz de risco \mathbf{R}_{D3} é nula para qualquer *payoff*. Essa matriz revela que o decisor hipotético $D3$ é sempre neutro ao risco.

6.2.1 O Cálculo da Utilidade da Função Consequência

Nesta sessão, deseja-se calcular a utilidade da distribuição condicionada de p_1 e p_3 , ou seja, a utilidade da função consequência. Esse cálculo é fundamental para a escolha da melhor decisão, que será abordada adiante.

De CAMPELLO DE SOUZA [35], sabe-se que a utilidade de uma distribuição de probabilidades $P(p)$ é dada por:

$$u(P(p)) = E_p[v(p)] = \int_{-\infty}^{\infty} v(p)P(p)dp$$

onde $E[\cdot]$ é o valor esperado.

Será calculado $u(P(p|\theta, a))$. Como $P(p|\theta, a) = f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y)$,

$$u(P(p|\theta, a)) = u(f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y)) = \int_0^1 \int_0^1 u(p_1, p_3) f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y) dp_1 dp_3 \quad (6.30)$$

Tem-se:

$$u(p_1, p_3) = 1 - (k_1 + k_3 + 2k_4)p_1 - (k_2 + k_3 + 2k_5)p_3 + k_3 p_1 p_3 + k_4 p_1^2 + k_5 p_3^2$$

e

$$f_{P_1 P_3}(p_1, p_3 | y) = \begin{cases} \frac{1}{p_{11} p_{31}} y^2 & \text{se } 0 \leq p_1 < p_{11} \text{ e } 0 \leq p_3 < p_{31}, \\ \frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} y(1-y) & \text{se } p_{11} < p_1 < p_{12} \text{ e } p_{31} < p_3 < p_{32}, \\ \frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} (1-y)^2 & \text{se } p_{12} < p_1 \leq 1 \text{ e } p_{32} < p_3 \leq 1, \\ 0 & \text{demais casos} \end{cases}$$

O desenvolvimento da equação (6.30) está mostrado no Apêndice B. O resultado é:

$$u(P(p|\theta, a)) = (m_1 - m_2 + m_3) \left[\frac{1}{2}(a - \theta) + \frac{1}{2} \right]^2 + (m_2 - 2m_3) \left[\frac{1}{2}(a - \theta) + \frac{1}{2} \right] + m_3 \quad (6.31)$$

onde

$$m_1 = 1 - \frac{1}{2}p_{11}(k_1 + k_3 + 2k_4) - \frac{1}{2}p_{31}(k_2 + k_3 + 2k_5) + \frac{1}{4}p_{11}p_{31}k_3 + \frac{1}{3}p_{11}^2k_4 + \frac{1}{3}p_{31}^2k_5$$

$$\begin{aligned} m_2 = & 2 - (p_{12} + p_{11})(k_1 + k_3 + 2k_4) - (p_{31} + p_{32})(k_2 + k_3 + 2k_5) + \\ & + \frac{1}{2}(p_{12} + p_{11})(p_{32} + p_{31})k_3 + \frac{2}{3}(p_{12}^2 + p_{12}p_{11} + p_{11}^2)k_4 + \frac{2}{3}(p_{32}^2 + p_{32}p_{31} + p_{31}^2)k_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_3 = & 1 - \frac{1}{2}(1 + p_{12})(k_1 + k_3 + 2k_4) - \frac{1}{2}(1 + p_{32})(k_2 + k_3 + 2k_5) + \\ & + \frac{1}{4}(1 + p_{12})(1 + p_{32})k_3 + \frac{1}{3}(1 + p_{12} + p_{12}^2)k_4 + \frac{1}{3}(1 + p_{32} + p_{32}^2)k_5 \end{aligned}$$

6.3 Cálculo da Regra de Bayes

O problema de decisão consiste em escolher o α (que implicará no custo unitário do deficit) de forma a maximizar a utilidade do decisor. Isso significa minimizar o *Risco de Bayes*.

O Risco de Bayes, r_d , é definido pelo valor esperado da perda. Matematicamente,

$$r_d = E[L(\theta, d(x))|x] = \int_{-\infty}^{\infty} L(\theta, d(x)) \pi(\theta|x) d\theta \quad (6.32)$$

onde $L(\theta, d(x))$ é a função de perda, que é definida como

$$L(\theta, d(x)) = -u(P(p|\theta, a))$$

Para o problema tratado nessa tese,

$$\begin{aligned}
L(\theta, d(x)) &= -u(P(p|\theta, a)) \\
&= -u(f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y)) \\
&= - \int_0^1 \int_0^1 u(p_1, p_3) f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y) dp_1 dp_3
\end{aligned}$$

A decisão, $d^*(x) = a^*$, que minimiza o Risco de Bayes é

$$a^* = \min_a \int_0^1 L(\theta, d(x)) \pi(\theta|x) d\theta \quad (6.33)$$

A regra de decisão $d^*(x)$ é denominada *Regra de Bayes* e é a melhor decisão para o problema [35].

6.3.1 Regra de Bayes sem considerar a preferência do decisor

Suponha-se, inicialmente, que a preferência do decisor não seja considerada. Esse é um problema apenas de inferência. Nesse caso, pode-se usar a função de perda quadrática,

$$L(\theta, a) = (\theta - a)^2 \quad (6.34)$$

A Regra de Bayes será dada por

$$d^*(x) = \min_a r_d = \min_a E[(\theta - a)^2|x] \quad (6.35)$$

Em CAMPOLLO DE SOUZA [35] é apresentada a solução para esse problema.

$$d^*(x) = a^* = E(\theta|x), \quad (6.36)$$

Aplicando ao problema do planejamento energético, conforme definido nesse Capítulo, e desenvolvendo $E(\theta|x)$,

$$E(\theta|x) = \int_0^1 \theta \pi(\theta|x) d\theta = \frac{x + \alpha}{n + \alpha + \beta}$$

Esse desenvolvimento é apresentado no Apêndice B. Logo,

$$a^* = \frac{x + \alpha}{n + \alpha + \beta} \quad (6.37)$$

6.3.2 Regra de Bayes considerando a preferência do decisor

Seja agora a função utilidade do decisor, $u(P(p|\theta, a))$, definida na equação (6.31), e a distribuição *a posteriori*, definida na equação (6.8). Nesse caso, o Risco de Bayes é dado por

$$r_d = \int_0^1 L(\theta, d(x)) \pi(\theta|x) d\theta \quad (6.38)$$

O desenvolvimento dessa integral encontra-se no Apêndice B. O resultado é

$$\begin{aligned} r_d = & - \left[\frac{a^2}{4} - \frac{a}{2} \frac{x+\alpha}{n+\alpha+\beta} + \frac{1}{4} \frac{(x+\alpha)(x+\alpha+1)}{(n+\alpha+\beta)(n+\alpha+\beta+1)} + \right. \\ & \left. + \frac{a}{2} - \frac{1}{2} \frac{x+\alpha}{n+\alpha+\beta} + \frac{1}{4} \right] (m_1 - m_2 + m_3) \\ & - \left(\frac{a}{2} - \frac{1}{2} \frac{x+\alpha}{n+\alpha+\beta} + \frac{1}{2} \right) (m_2 - 2m_3) - m_3 \end{aligned} \quad (6.39)$$

Para se obter $a^* = \min_a r_d$, deve-se ter $\frac{\partial r_d}{\partial a} = 0$ e $\frac{\partial^2 r_d}{\partial a^2} \geq 0$.

$$\frac{\partial r_d}{\partial a} = - \left(\frac{a}{2} - \frac{1}{2} \frac{x+\alpha}{n+\alpha+\beta} + \frac{1}{2} \right) (m_1 - m_2 + m_3) - \frac{1}{2} (m_2 - 2m_3) = 0$$

Logo,

$$\begin{aligned} a^* &= \frac{x - n - \beta}{n + \alpha + \beta} - \frac{m_2 - 2m_3}{m_1 - m_2 + m_3} \\ \frac{\partial^2 r_d}{\partial a^2} &= -\frac{1}{2} (m_1 - m_2 + m_3) \geq 0 \end{aligned} \quad (6.40)$$

Deve-se observar que, pela definição do problema, $0 \leq a^* \leq 1$. Caso o resultado da aplicação de (6.40) seja menor que o limite inferior ou maior que o limite superior, o limite violado será adotado como sendo a^* .

6.4 Resultados numéricos

Para a aplicação do modelo analítico proposto nesse Capítulo, devem ser seguidos os seguintes passos:

- i. Obtém-se k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 , ajustados utilizando os pontos obtidos através da educação das preferências do decisor. Existem vários protocolos já estabelecidos. Utiliza-se dois programas elaborados, desenvolvidos e implementados em WANDERLEY [73] e em ALBUQUERQUE [84]. O primeiro é adotado para o

estabelecimento da ordem completa dos *payoffs* e o segundo, para a construção da função utilidade. A partir daí, os k_i , $i = 1, \dots, 5$, da equação (6.21) podem ser ajustados através de regressão.

- ii.* Estima-se p_{11} , p_{12} , p_{21} , p_{22} considerando os resultados obtidos através de simulação com o modelo NEWAVE. Pode-se adotar, na estimativa desses parâmetros, uma simulação considerando $\alpha = 0,5$ (*status quo*).
- iii.* Estima-se α , β considerando o histórico de energias naturais afluentes do caso usado na simulação do item anterior.
- iv.* Estima-se x considerando os dados de tendência hidrológica do caso usado na simulação do item anterior.
- v.* Substitui-se os valores dos parâmetros na equação (6.40) para obtenção da melhor decisão.

Considerando o caso do PMO de abril de 2007, que deu origem ao gráfico da Figura 6.1, é ajustada uma distribuição Beta para o histórico de energias naturais afluentes desse caso. Foi considerado o somatório das energias para os subsistemas. Os parâmetros ajustados são: $\alpha = 3,590951$ e $\beta = 2,280457$. Considerando a tendência hidrológica do caso e adotando $n = 6$, chega-se a $x = 1$.

Pela aplicação da equação (6.37), obtém-se $a^* = 0,386723$. Essa é a melhor decisão, caso não se considere a utilidade do decisor.

Para a estimativa da melhor decisão, considerando a utilidade do decisor — Regra de Bayes — são necessários ainda o ajuste de alguns parâmetros para o uso da equação (6.40).

Os valores de p_{ij} obtidos, considerando a Figura 6.1, foram: $p_{11} = 0,001000$, $p_{12} = 0,062185$, $p_{31} = 0,061895$ e $p_{32} = 0,125025$.

Para os k_i , $i = 1, \dots, 5$, da equação (6.21), serão adotados aqueles obtidos para os decisores hipotéticos, cujas funções utilidade são apresentadas nos gráficos das Figuras 6.3 a 6.5.

Pela equação (6.40), foram encontrados valores de a superiores a 1 para todos os decisores. Logo, a Regra de Bayes para esses decisores é $a^* = 1$.

Na Figura 6.6 é mostrado um gráfico contendo o Risco de Bayes para todas as possíveis ações, considerando os 6 decisores hipotéticos. Dessa Figura constata-se que o menor Risco de Bayes (ou maximização da utilidade esperada) está em conformidade com o resultado obtido pela aplicação da equação (6.40).

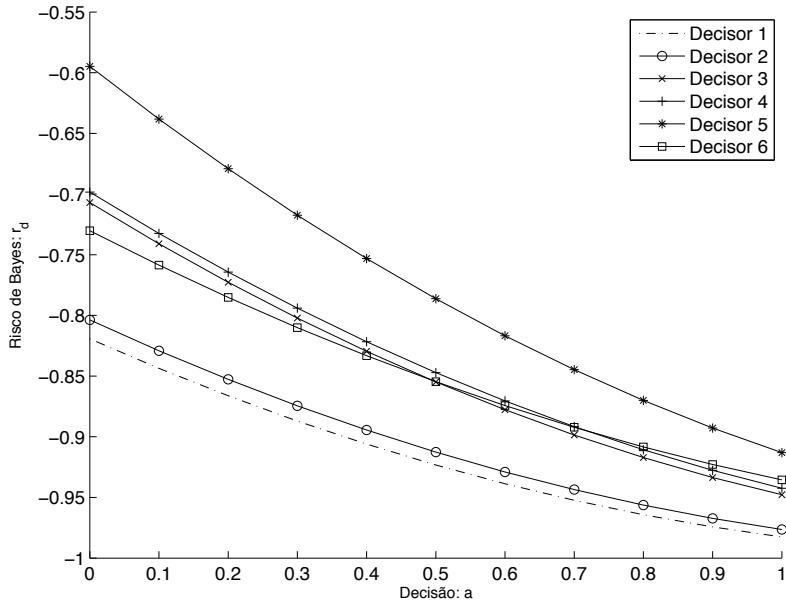


Figura 6.6: Risco de Bayes.

6.5 Considerações finais

Neste capítulo foi apresentada uma abordagem analítica para a solução do problema decisório proposto nessa tese, com todos os elementos da Teoria da Decisão representados em uma escala contínua. Através dos modelos matemáticos apresentados neste capítulo para representação destes elementos, foi derivada uma expressão analítica para a *Regra de Bayes*, dada pela equação (6.40). Essa expressão é formada por parâmetros que representam a parte inferencial do problema (x, n, α e β) e por parâmetros que representam as preferências do decisor (m_1, m_2 e m_3).

Uma vez estabelecida a expressão analítica para a *Regra de Bayes*, com todos os seus parâmetros estimados, não há a necessidade de se realizar múltiplas execuções do modelo NEWAVE para a maximização da utilidade esperada do decisor. Essa regra é obtida, diretamente da equação (6.40), sempre que novas observações forem realizadas.

Com relação aos parâmetros p_{11}, p_{12}, p_{31} e p_{32} , ressalta-se que estes não se alteram em função das diferentes ações possíveis (α) do decisor. Apenas a densidade conjunta de probabilidades dos *payoffs* varia, conforme ilustrado na Figura 6.7. Nesta figura, uma vez estabelecidos, *a priori*, p_{11}, p_{12}, p_{31} e p_{32} , estão representadas diferentes densidades para diferentes possíveis ações. Os retângulos mais escuros representam maiores densidades de probabilidade.

Cabe comentar que este modelo é também adequado para a realização de análises de sensibilidade e análises de comportamento frente ao risco, através do uso da matriz de aversão ao risco de Duncan.

Por outro lado, os desenvolvimentos analíticos se tornam muito complexos, ou até inviabilizam-se, a medida em que são consideradas outras distribuições de probabilidades. Por exemplo, as observações foram modeladas como variáveis de Bernoulli. Assim como na abordagem do capítulo anterior, está se desprezando a correlação temporal entre as afluências. De outro modo, não seria possível a adoção de distribuições binomiais e Beta para a função de verossimilhança e distribuição *a priori* dos estados da natureza.

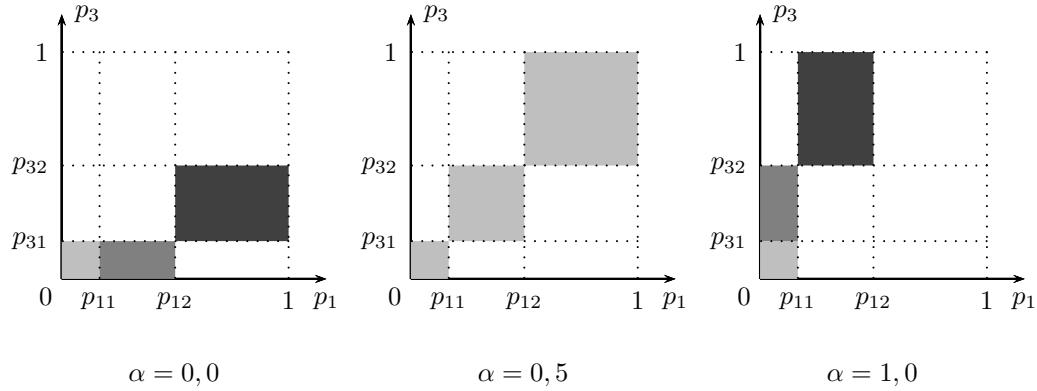


Figura 6.7: Exemplos de função consequênciा. Plano (p_1, p_3) .

Capítulo 7

Abordagem através de simulações com o modelo NEWAVE

7.1 Introdução

Conforme já discutido, através da abordagem analítica apresentada no capítulo anterior é possível obter a ação ótima que maximiza a utilidade esperada do decisor, também chamada de Regra de Bayes, sem a necessidade de nenhuma execução do programa NEWAVE. Isso é interessante sob o ponto de vista prático, posto que o tempo para a obtenção da Regra de Bayes fica muito reduzido. Adicionalmente, observa-se que o emprego de abordagens analíticas são extremamente flexíveis, facilitando, por exemplo, análises de sensibilidade.

Por outro lado, considerando o problema prático que se pretende resolver, que é multivariado e de grande complexidade, não é uma tarefa trivial obter expressões que representem os elementos da Teoria da Decisão, com um grau de representabilidade aceitável. Por exemplo, a hipótese de se considerar o conjunto de observações através de variáveis de Bernoulli é simplista, uma vez que não está sendo levado em conta a correlação temporal entre as afluências mensais. Também não foi considerada a correlação espacial entre os subsistemas. Considerou-se, neste caso, apenas a energia natural afluente do Brasil. Mas a representação das observações através desse tipo de variável torna o modelo analítico tratável, sob o ponto de vista matemático, pois foi o uso de uma distribuição binomial para as funções de verossimilhança é uma consequência natural decorrente da representação adotada para as observações. Modelar esses elementos considerando as correlações traria maior aderência do modelo à realidade física a que se pretende modelar, mas, em contrapartida, tornaria o problema analítico intratável.

A abordagem proposta nesse capítulo parte da aplicação direta dos resultados obtidos através da execução do modelo NEWAVE como elementos da Teoria da Decisão.

7.2 Elementos da Teoria da Decisão

Conforme já apresentado no Capítulo 3, após a estimativa da função de custo futuro pelo NEWAVE, através do uso da Programação Dinâmica Dual Estocástica, são realizadas simulações com essa função (processo chamado de *simulação final*), considerando-se um conjunto de cenários sintéticos de energia natural afluente. Usualmente, são simulados 2000 cenários. Como resultado dessa simulação, são estimados diversos índices de desempenho, que são utilizados no planejamento da operação energética e da expansão da geração do sistema interligado nacional. Entre esses índices estão os riscos (probabilidades) de deficit, valor esperado da energia não suprida, valor esperado do custo total de operação, valor esperado do custo marginal de operação, entre outros. Além dessas estimativas, são disponibilizados ao usuário todos os resultados obtidos da solução de cada problema de programação linear resolvido.

A partir dos resultados obtidos da simulação final do NEWAVE, pode-se estimar também, para cada um dos cenários sintéticos de energia natural afluente, o valor do custo total de operação, trazido a valor presente, e o valor esperado do deficit, condicionado à ocorrência de corte de carga. Esses são os *payoffs* que estão sendo trabalhados nessa tese. Pode-se obter também o valor do custo marginal de operação médio no horizonte de planejamento, trazido a valor presente, e considerando a média entre os subsistemas, ponderado pelos respectivos mercados. Nesse contexto, a definição dos elementos da Teoria da Decisão e seus mecanismos probabilísticos, tal como foi feita nos dois capítulos anteriores, será reavaliada aqui.

Nas abordagens apresentadas até aqui, paradigma inferencial de Bayes é adotado, onde as distribuições de probabilidades *a priori* e a função de verossimilhança são usadas como elementos para a obtenção da melhor regra de decisão. Nesse contexto, essa regra é denominada de *Regra de Bayes* [35]. Deve-se observar que, ao se adotar o modelo NEWAVE para estimativa dos elementos probabilísticos da Teoria da Decisão, o paradigma inferencial do problema de decisão é outro. Na modelagem do NEWAVE, o princípio do máximo de verossimilhança é adotado. Logo, distribuições *a priori* e funções de verossimilhança não serão utilizadas. Dessa forma, a escolha da melhor regra de decisão será feita através do maior valor esperado da utilidade do decisor, dada uma função consequêncial.

7.2.1 Os estados da natureza e as observações

Como a hidrologia é a principal incerteza do problema de planejamento energético de médio prazo, o conjunto de estados da natureza, Θ , representa a condição em que se encontra o sistema em termos de aporte de água: afluências altas, baixas, etc. Os elementos desse conjunto serão representados pelos cenários sintéticos de energia natural afluente, gerados através de um modelo autoregressivo periódico — $\text{par}(p)$. Observa-se que essa é uma abordagem mais completa e também mais complexa, pois esses elementos não estão explícitos, como nas abordagens apresentadas anteriormente. Contudo, está implicitamente representada toda a estrutura de correlação do problema, tanto espacial, entre os subsistemas, quanto temporal, considerando a discretização mensal adotada. Isso torna o modelo mais aderente à realidade física a que se está buscando representar.

Assim como no conjunto de estados da natureza, o conjunto das observações também é contemplado de forma implícita pelo modelo estocástico gerador de cenários sintéticos, utilizado pelo NEWAVE. Se, por um lado, os parâmetros do modelo $\text{par}(p)$ são estimados a partir da série histórica de energias naturais afluentes, a geração condicionada dos cenários parte dos dados de energias naturais afluentes observadas nos meses imediatamente anteriores ao estudo. Esses dados compõem o conjunto de observações, \mathcal{X} .

Ressalta-se aqui que a série histórica de energias naturais afluentes adotada para a estimação dos parâmetros deve ser consistida pelo ONS. Os dados consolidados pelo operador estão disponíveis desde o mês de janeiro de 1931 até o mês de dezembro do segundo ano imediatamente anterior ao início do estudo.

7.2.2 As consequências (*payoffs*)

Os *payoffs* do problema, como já definido anteriormente, são:

- p_1 — Deficit (mercado racionado em % do mercado total)
- p_3 — Custo marginal de operação (em R\$/MWh)

Ressalta-se aqui que o uso do *payoff* p_3 representa, na prática, uma transposição de escalas em relação ao *payoff* original p_2 — custo total de operação. Essa transposição se justifica pela maior facilidade que o decisor apresenta em trabalhar com as grandezas em termos de custo marginal de operação e pelo fato de que essas duas variáveis são altamente correlacionadas. A melhor compreensão do custo marginal de operação do que do custo total de operação por parte dos decisores e técnicos do setor elétrico brasileiro é uma observação feita em CAMPELLO DE SOUZA [72] e confirmada durante o processo de educação da utilidade realizado nessa tese.

Vários dos decisores e técnicos, principalmente aqueles ligados à operação do SIN, confirmaram esse fato, durante as entrevistas.

O conjunto \mathcal{P} das consequências será definido nesse capítulo em um espaço discreto, onde cada elemento do conjunto representa uma faixa de variação do *payoff*. O número de discretizações do espaço e os limites intervalos devem ser estipulados observando-se os histogramas para o deficit e custo marginal de operação, obtidos a partir dos resultados do programa NEWAVE. Adotando-se os casos de PMO do ano de 2010, os limites dos intervalos foram escolhidos de forma que cada faixa (para cada variável) tivesse o mesmo número de pontos. Em uma primeira análise, considerou-se 36 discretizações (espaço 6×6). Uma vez obtidos os limites das discretizações, esses foram ajustados, de forma a facilitar a compreensão do decisior sobre aquilo que está sendo decidido. Chegou-se então aos intervalos apresentados na Figura 7.1, que representa os elementos do conjunto \mathcal{P} .

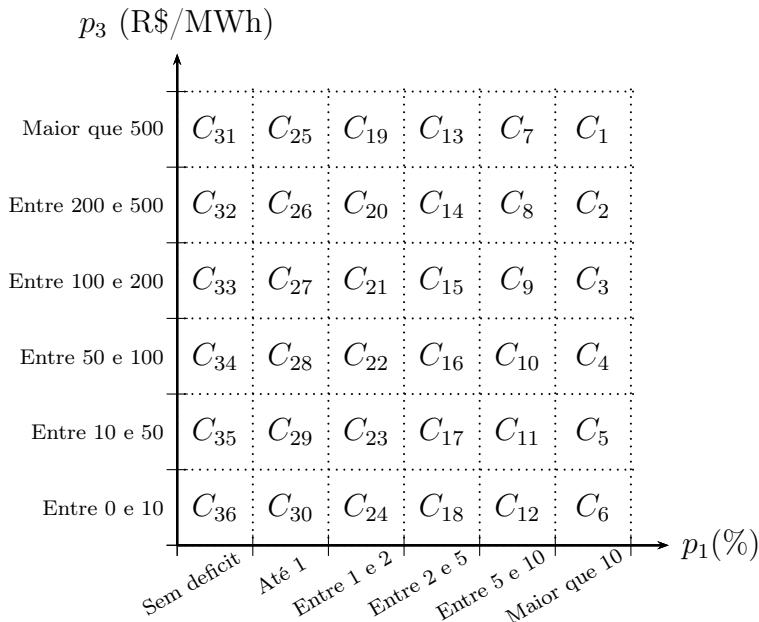


Figura 7.1: Definição dos *payoffs* (6×6) — plano $p_1 \times p_3$.

Cada consequência é representada por um vetor de *payoffs*. Assim,

$$C_1 \text{ corresponde a } \vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Maior que 10\%} \\ \text{Maior que 500 R\$/MWh} \end{bmatrix}$$

$$C_2 \text{ corresponde a } \vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Maior que 10\%} \\ \text{Entre 200 e 500 R\$/MWh} \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$C_{36} \text{ corresponde a } \vec{p} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Sem deficit} \\ \text{Entre 0 e 10 R\$/MWh} \end{bmatrix}$$

Para estes 36 *payoffs*, tem-se que:

$$\text{Melhor situação: } \vec{p} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix}; \text{ pior situação } \vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Com a realização das primeiras educaçãoes do conhecimento em decisores e técnicos do setor elétrico brasileiro, observou-se que não eram necessárias tantas faixas, pois esse alto nível de detalhamento não agregava informações ao processo e dificultava a realização da educação. Por exemplo, para os decisores, as faixas de custo marginal de operação “Entre 200 e 500” e “Maior que 500” têm o mesmo significado, pois o custo já é alto o suficiente para CMO acima de 200 R\$/MWh. O mesmo ocorre com algumas das discretizações do deficit.

Procurou-se então uma nova discretização que fosse mais confortável ao decisior para o processo de educação, mas que não implicasse na perda da qualidade dos resultados. Foram avaliadas outras alternativas: 5×5 , 4×4 , etc. Ao final, foi adotado um espaço 4×4 , cujas faixas estão definidas conforme apresentado na Figura 7.2.

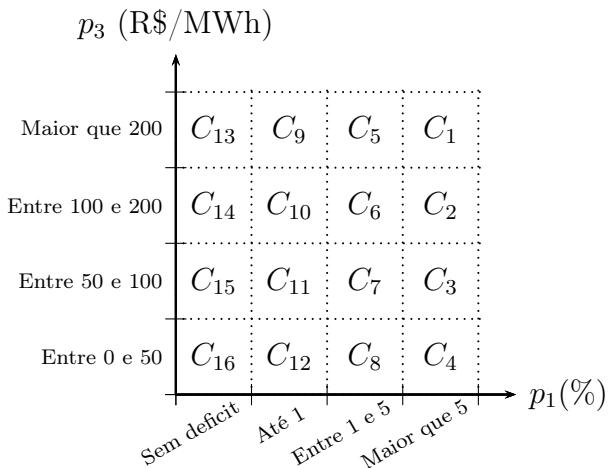


Figura 7.2: Definição dos *payoffs* (4×4) — plano $p_1 \times p_3$.

7.2.3 Mecanismos probabilísticos

Função conseqüência

Seja o gráfico da Figura 7.3. Esse gráfico contém uma “nuvem” de 2000 pontos, obtidos a partir de uma simulação com o programa NEWAVE. Cada ponto é um par ordenado (p_1, p_3) , onde o *payoff* p_1 é o valor esperado do deficit total do Sistema Interligado Nacional (SIN) ao longo de todo o horizonte de planejamento (5 anos), condicionado à ocorrência do deficit. O *payoff* p_3 é o valor esperado do custo marginal de operação (CMO) do SIN, referenciado a valor presente, ao longo de todo o horizonte de planejamento. A métrica adotada aqui para a obtenção do CMO equi-

valente do SIN é a média ponderada dos CMOs por subsistema pelos respectivos mercados. As escalas desse gráfico estão padronizadas.

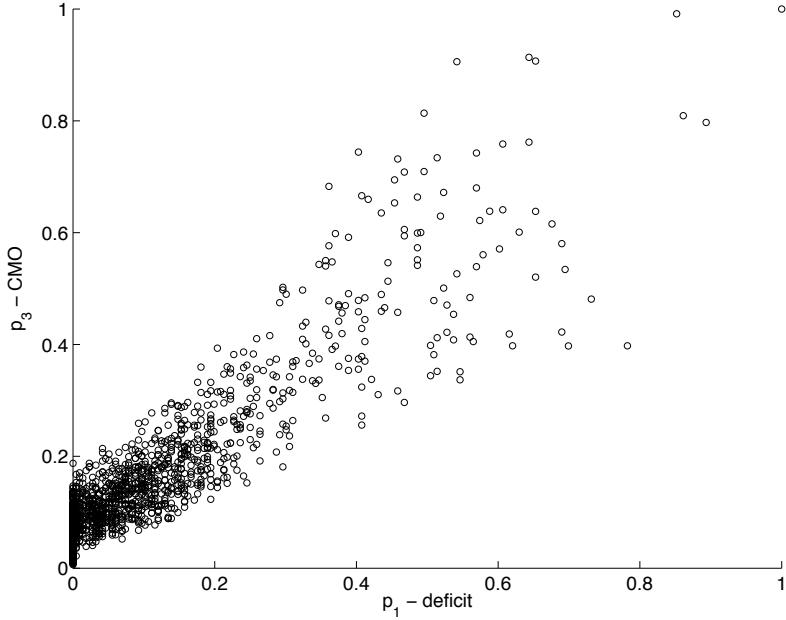


Figura 7.3: Exemplo de uma função consequênciа.

A partir desse gráfico, é possível obter uma distribuição conjunta de probabilidades $P(p_1, p_3)$. Como a proposta do Sistema de Apoio a Decisão apresentado nessa tese é modelar a ação do decisor (α) através da parametrização dos dados de entrada do programa NEWAVE, a distribuição $P(p_1, p_3)$ representa as probabilidades dos *payoffs*, dada uma ação do decisor. Essa distribuição pode ser rescrita como $P(p_1, p_3|\alpha)$. Essa é a *Função Consequênciа* do problema. Observa-se que os estados da natureza já estão considerados nessa distribuição. O NEWAVE é, nesse contexto, um *simulador de decisões*.

Distribuição *a priori* e função de verossimilhança

Uma vez que o modelo NEWAVE é construído com base no paradigma inferencial do princípio do máximo de verossimilhança, não são adotadas a distribuição *a priori* dos estados da natureza — $\pi(\theta)$, nem a função de verossimilhança — $P(x|\theta)$.

7.2.4 Ações — \mathcal{A}

Assim como nas duas abordagens anteriores, a ação do decisor será modelada parametrizando-se a função de custo de deficit, que é um dos dados de entrada para o programa NEWAVE. O que se deseja é encontrar qual distribuição de probabilidades $P(p_1, p_3 | \alpha_i)$ maximiza a utilidade esperada do decisor.

O conjunto das possíveis ações do decisor, \mathcal{A} , será representado em um espaço discreto, onde cada ação α_i estará representada por uma diferente função de custo de deficit. A partir da definição do conjunto \mathcal{A} , são efetuadas simulações com o programa NEWAVE, uma para cada $\alpha_i \in \mathcal{A}$, obtendo-se assim as diversas funções consequência $P(p_1, p_3 | \alpha_i)$.

Define-se então:

$$\mathcal{A} = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\} \quad (7.1)$$

onde n é o número de possíveis ações que se queira considerar e $\alpha_i \in [0; 1]$.

Para o ano de 2011, a função de custo de deficit adotada pelo ONS no Programa Mensal de Operação (PMO) é mostrada na Tabela 7.1¹.

Tabela 7.1: Função de custo de deficit — ano de 2011.

Patamar <i>ipat</i>	(% de Redução de Carga — RC)	Custo do deficit — $C_{def_{ipat}}$ (R\$/MWh)
1	$0\% < RC \leq 5\%$	1.142,80
2	$5\% < RC \leq 10\%$	2.465,40
3	$10\% < RC \leq 20\%$	5.152,46
4	$RC > 20\%$	5.845,54

Para um dado α_i , o custo do deficit resultante, associado a cada patamar *ipat* é dado por:

$$C'_{def_{ipat}}(\alpha_i) = C_{def_{ipat}}^{0,4\alpha_i+0,8} \quad (7.2)$$

Os parâmetros do expoente da equação (7.2) (*linear*=0,4 e *independente*=0,8) foram estimados para que os resultados obtidos das simulações do programa NEWAVE tivessem suas ordem de grandeza dentro de escalas numericamente razoáveis, considerando que α varie entre 0 e 1. Esses parâmetros podem ser reavaliados sempre que necessário (por exemplo, ao ser publicada uma nova Função Custo de Deficit).

O conjunto das possíveis ações do decisor que será tratado aqui é apresentado na Tabela 7.2. Considerou-se $n = 21$. Pode-se observar que $\alpha = 0,00$ representa a decisão onde a função de custo de deficit assume os menores valores. Com essa decisão são obtidos altos deficit, pois a função de custo futuro não tem uma boa sinalização das consequências futuras de uma operação a custos mais reduzidos no presente. Por outro lado, quando $\alpha = 1,00$, a função de custo de deficit assume os valores mais elevados. A ocorrência de deficit é baixa, mas a função de custo futuro apresenta valores altos. Para $\alpha = 0,50$, tem-se a função de custo futuro vigente.

¹Essa função está definida pela resolução da ANEEL REH 1.099/10

Na Figura 7.4 é apresentada uma representação gráfica para a função de custo de deficit quando $\alpha = 0,00$, $\alpha = 0,50$ e $\alpha = 1,00$.

Tabela 7.2: Conjunto das possíveis ações do decisor.

i	α_i	C'_{def_1}	C'_{def_2}	C'_{def_3}	C'_{def_4}
1	0,00	279,50	517,02	932,42	1031,48
2	0,05	321,76	604,43	1106,25	1226,86
3	0,10	370,42	706,62	1312,48	1459,26
4	0,15	426,44	826,08	1557,16	1735,68
5	0,20	490,92	965,74	1847,45	2064,46
6	0,25	565,16	1129,01	2191,86	2455,51
7	0,30	650,63	1319,89	2600,48	2920,64
8	0,35	749,02	1543,03	3085,27	3473,88
9	0,40	862,29	1803,90	3660,45	4131,92
10	0,45	992,68	2108,87	4342,85	4914,60
11	0,50	1142,80	2465,40	5152,46	5845,54
12	0,55	1315,62	2882,21	6113,01	6952,82
13	0,60	1514,57	3369,48	7252,62	8269,85
14	0,65	1743,61	3939,13	8604,70	9836,35
15	0,70	2007,28	4605,09	10208,83	11699,59
16	0,75	2310,83	5383,64	12112,01	13915,77
17	0,80	2660,28	6293,81	14369,99	16551,74
18	0,85	3062,57	7357,86	17048,91	19687,02
19	0,90	3525,70	8601,80	20227,26	23416,21
20	0,95	4058,87	10056,04	23998,12	27851,79
21	1,00	4672,66	11756,14	28471,97	33127,57

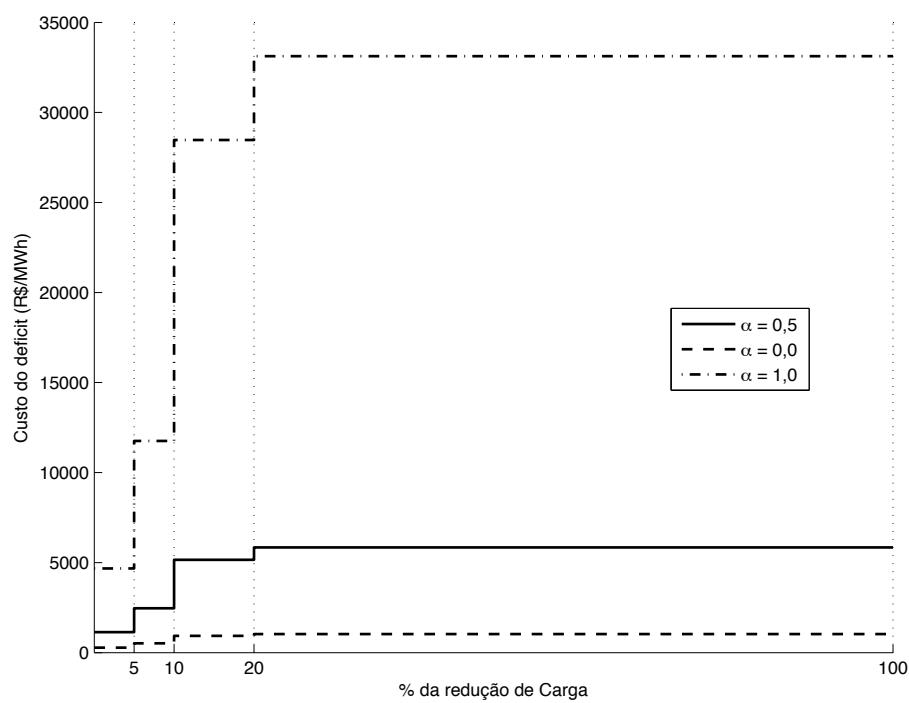


Figura 7.4: Função de custo de deficit.

Nas Figuras 7.5 a 7.7 são apresentados os gráficos contendo as “nuvens” de pontos $p_1 \times p_3$, bem como os histogramas com as distribuições marginais para cada um desses *payoffs*. São apresentados os casos para $\alpha = 0,0$ (Figura 7.5), $\alpha = 0,5$ (Figura 7.6) e $\alpha = 1,0$ (Figura 7.7). Foi considerado nessas simulações os decks de dados do PMO de janeiro de 2011.

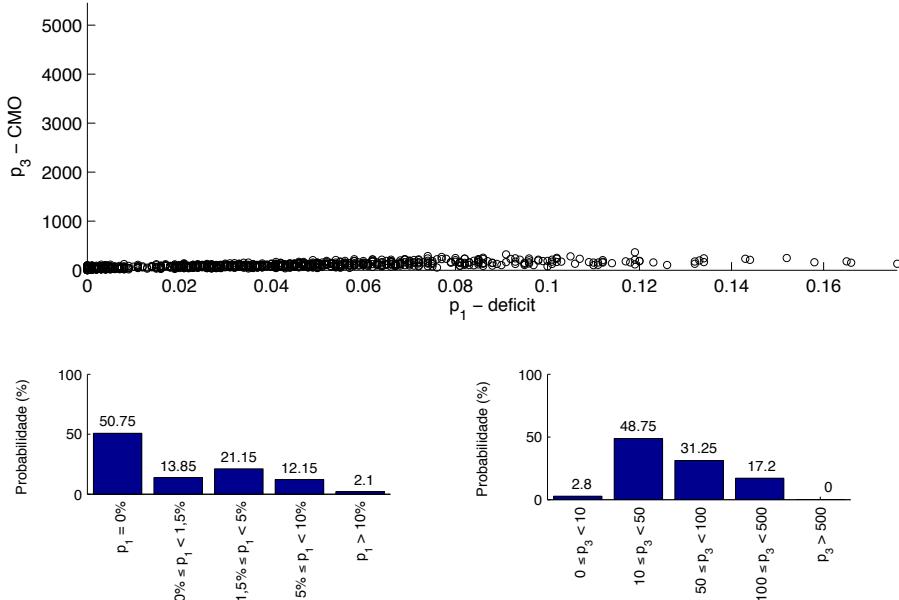


Figura 7.5: Função consequiência considerando $\alpha = 0,0$.

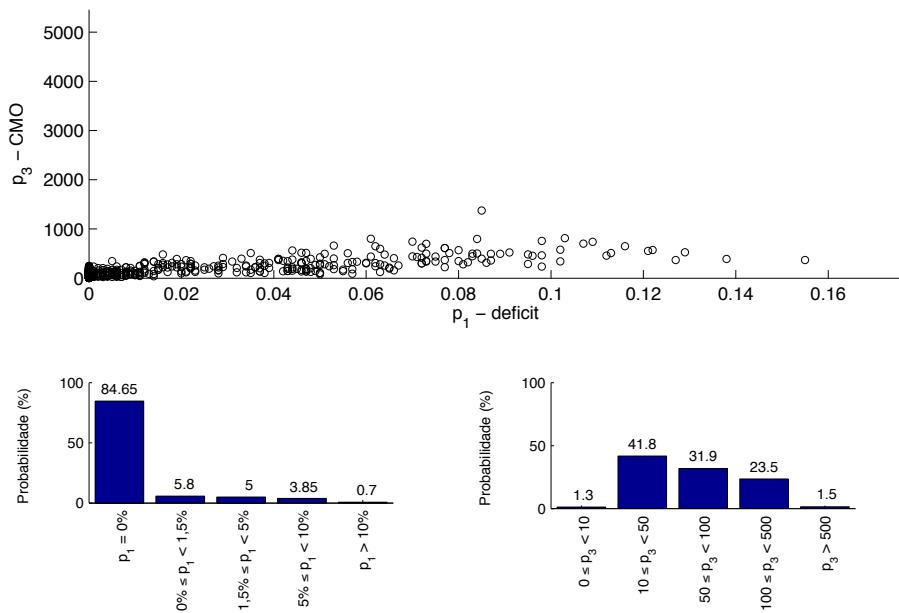


Figura 7.6: Função consequiência considerando $\alpha = 0,5$.

Pode-se observar das Figuras 7.5 a 7.7 que os pontos se “deslocam” do eixo de p_1 para o eixo de p_3 a medida que α varia de 0 para 1. Nota-se também, nos histogramas

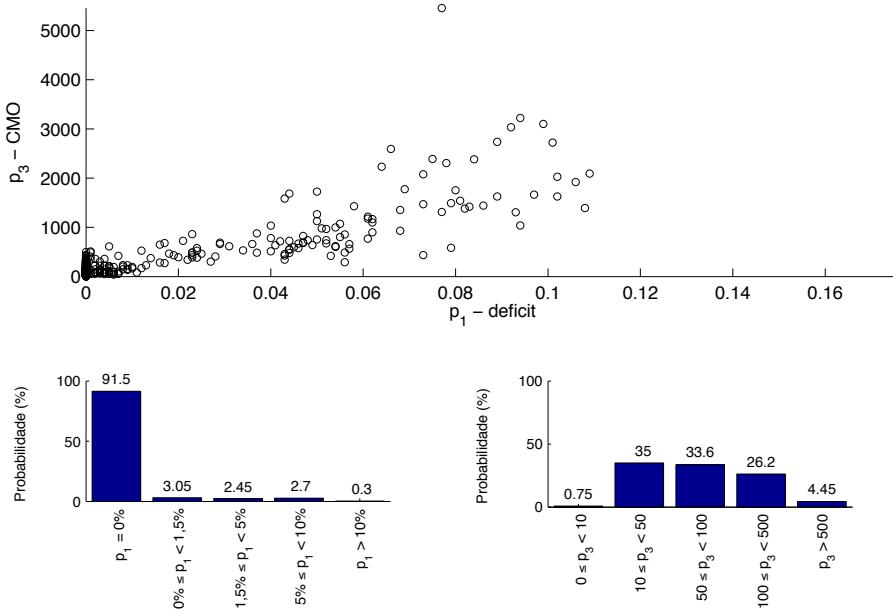


Figura 7.7: Função consequênciа considerando $\alpha = 1, 0$.

das figuras, que as probabilidades para $p_1 = 0\%$ aumentam com o incremento de α , enquanto as probabilidades associadas a baixos valores de p_3 diminuem.

7.3 Função utilidade

Conforme já discutido nesse capítulo, o espaço dos *payoffs* foi discretizado considerando 4 partições para cada dimensão, resultando então em 16 consequências. Esse espaço está ilustrado na Figura 7.2.

Pelo primeiro axioma de von Neumann e Morgenstern da Teoria da Utilidade [17], é necessário que se exista uma ordem completa de preferências sobre as distribuições de probabilidades sobre os *payoffs*. Quando se trabalha em casos monodimensionais, a relação de ordem das preferências é natural, podendo-se assumir a monotonicidade sobre elas. Contudo, em casos multidimensionais, essa ordem não é natural (veja que o \mathbb{R}^n não é um espaço ordenado). Em WANDERLEY [73] são discutidos os efeitos pela consideração equivocada de se estabelecer *a priori*, uma ordem completa com casos dessa natureza.

Entretanto, para o problema de decisão abordado nesse trabalho, algumas ordens parciais podem ser estabelecidas *a priori*. Pela monotonicidade da função utilidade nos dois argumentos e considerando a racionalidade do decisor, sabe-se que:

$$\begin{aligned}
 C_{13} &\succ C_9 \succ C_5 \succ C_1 \\
 C_{14} &\succ C_{10} \succ C_6 \succ C_2 \\
 C_{15} &\succ C_{11} \succ C_7 \succ C_3 \\
 C_{16} &\succ C_{12} \succ C_8 \succ C_4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{16} &\succ C_{15} \succ C_{14} \succ C_{13} \\
C_{12} &\succ C_{11} \succ C_{10} \succ C_9 \\
C_8 &\succ C_7 \succ C_6 \succ C_5 \\
C_4 &\succ C_3 \succ C_2 \succ C_1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_8 &\succ C_3 \\
C_{12} &\succ C_7 \succ C_2 \\
C_{16} &\succ C_{11} \succ C_6 \succ C_1 \\
C_{15} &\succ C_{10} \succ C_5 \\
C_{14} &\succ C_9
\end{aligned}$$

A ordem completa de preferências sobre as consequências deve então ser eduzida do decisor. Para tal, será adotada a metodologia desenvolvida em WANDERLEY [73]. Por esse algoritmo, o decisor responde a um questionário contendo perguntas sobre a preferência entre duas consequências determinísticas. Nesse questionário, são feitas questões são do tipo:

$$O \text{ que você prefere?} \begin{cases} \text{Deficit entre 1 e 5\%} \\ \text{CMO entre 50 e 100} \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} \text{Deficit até a 1\%} \\ \text{CMO entre 100 e 200} \end{cases}$$

Esse algoritmo foi implementado em MATLAB® por André Leite Wanderley [73]. Adicionalmente, foi implementada nessa tese uma interface gráfica para o programa, também em MATLAB®. Na Figura 7.8 é apresentada uma tela da interface.

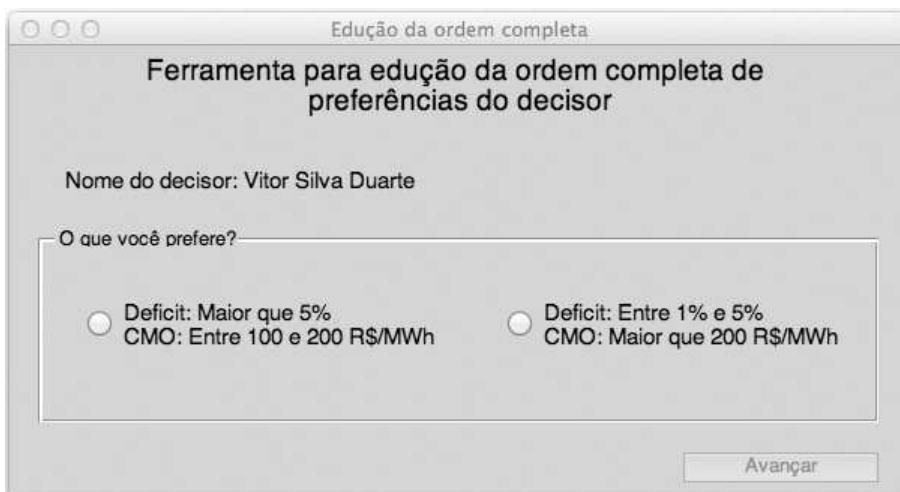


Figura 7.8: Tela da interface de educação da ordem completa.

Ao final do questionário, a ordem completa (ou ordem linear) é obtida. Segue um exemplo:

$$\begin{aligned} C_1 &\prec C_5 \prec C_2 \prec C_6 \prec C_9 \prec C_3 \prec C_4 \prec C_7 \prec C_8 \\ &\prec C_{10} \prec C_{11} \prec C_{13} \prec C_{12} \prec C_{14} \prec C_{15} \prec C_{16} \end{aligned}$$

Uma vez obtida a ordem completa sobre as preferências do decisor, procede-se a educação da utilidade. Existem na literatura diversos métodos para tal finalidade, a maioria deles baseado em loterias. Esses métodos, podem ser classificados em:

1. Métodos de comparação de preferências;
2. Métodos de equivalência em probabilidade;
3. Métodos de equivalência em valor;
4. Métodos de equivalente certo.

Em WANDERLEY [73] há uma apresentação de cada um desses métodos.

No processo de educação da utilidade do decisor adotado nesse trabalho, usar-se-á o método das escalas superpostas [35]. A escala a ser usada no cálculo da regra de decisão ótima será tal que:

$$u(C_1) = 0 \text{ e } u(C_{16}) = 1.$$

Em ALBUQUERQUE [84] é apresentada uma implementação computacional desse método, denominada *SEP[©]*. Esse software foi codificado em linguagem JAVA®.

Através do *SEP[©]*, o decisor informa sua preferência entre uma consequência determinística e uma loteria, onde ele ganha a melhor situação com uma probabilidade p e a pior situação com probabilidade $1 - p$. Na Figura 7.9 há um exemplo de uma tela do programa, contendo uma questão desse tipo.

Suponha-se que o decisor opte pela situação B (jogo), no exemplo apresentado na Figura 7.9. O *payoff* p_1 da situação determinística é igual ao da situação probabilística. Entretanto, na dimensão p_3 , o da situação probabilística é melhor (CMOs mais baixos). A escolha do decisor pela situação B demonstra que ele prefere redimir os custos, mesmo que com uma probabilidade baixa. Há uma preferência por baixas probabilidades. Nesse caso, o decisor terá que informar ao programa qual é a probabilidade que o deixa indiferente entre as duas situações. Nesse exemplo, essa probabilidade deverá estar entre 0% e 40%, conforme mostrado na Figura 7.10. Essa faixa é ajustada automaticamente pelo programa, ao longo do questionário, em função de suas respostas anteriores.

Esse processo segue, até que a função utilidade do decisor, $u(p_1, p_3)$ esteja completamente definida.

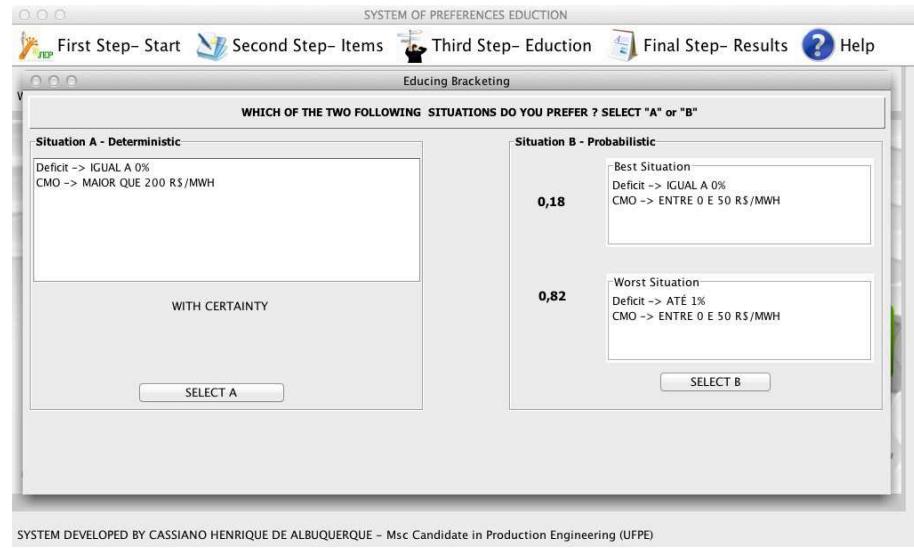


Figura 7.9: Tela da interface do programa *SEP[©]*.

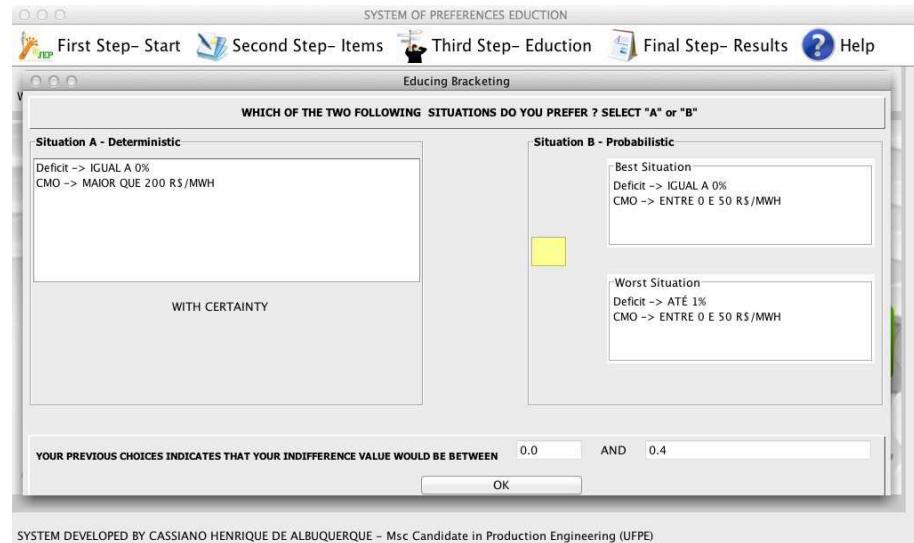


Figura 7.10: Tela da interface do programa *SEP[©]*.

7.4 Escolha da melhor decisão

Considerando a utilidade do decisor, $u(p_1, p_3)$, e estimadas as funções consequênciadas do problema, $P(p_1, p_3 | \alpha_i)$, a partir de simulações com o programa NEWAVE, para cada α_i , deve-se calcular a utilidade esperada do decisor, para uma dada ação ($\alpha_i \in \mathcal{A}$). A utilidade esperada do decisor é mostrada na equação (7.3).

$$u(P(p_1, p_3 | \alpha_i)) = \sum_{p_1} \sum_{p_3} u(p_1, p_3) P(p_1, p_3 | \alpha_i) \quad (7.3)$$

Para o conjunto \mathcal{A} , a melhor regra de decisão, ou a decisão ótima, é aquela que apresenta a maior utilidade esperada. Denominando-se por r_o essa regra,

$$r_o = \max_{\alpha_i \in \mathcal{A}} u(P(p_1, p_3 | \alpha_i)) \quad (7.4)$$

7.4.1 Exemplos

Nesse item são apresentados alguns exemplos de aplicação da metodologia apresentada nesse capítulo. Considerando o deck de dados do PMO de janeiro de 2011, foram realizadas 21 simulações com o programa NEWAVE, uma para cada possível ação do decisor, conforme mostrado na Tabela 7.2. Como resultado, são estimadas as funções consequência $P(p_1, p_3 | \alpha_i)$, $i = 1, \dots, 21$.

Sejam decisores hipotéticos, com funções utilidade definidas pelo modelo apresentado Capítulo 6. Na Figura 7.11a é apresentada a função utilidade de um desses decisores, discretizada num espaço de consequências de dimensão 6×6 , conforme mostrado na Figura 7.1. Para essa função utilidade foram calculadas as utilidades esperadas do decisor, através da equação (7.3). Os resultados estão apresentados no gráfico da Figura 7.11b. Para esse decisor, a melhor decisão é para $\alpha = 0.7$. Essa é a ação ótima, sob o ponto de vista da Teoria da Decisão. É aquela que maximiza a utilidade esperada do decisor.

Das Figuras 7.12 a 7.15 são apresentadas exemplos análogos, com diferentes padrões de função utilidade. Por exemplo, para um decisor cujo padrão de utilidade é apresentado na Figura 7.12, onde há preferência por baixos custos em detrimento de baixos deficit, sua utilidade esperada é máxima quando $\alpha = 0,05$.

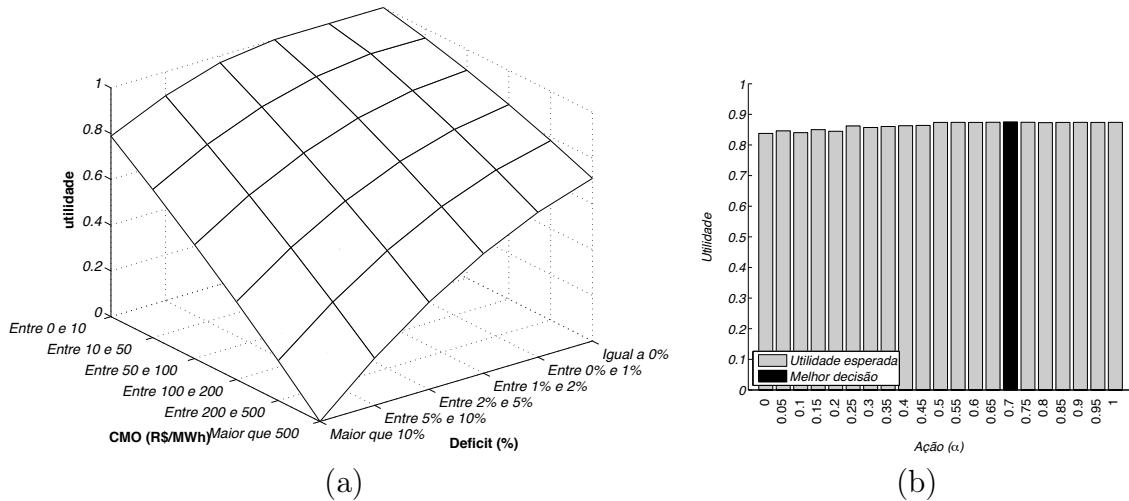


Figura 7.11: Decisor hipotético 1: (a) Função utilidade e (b) Utilidade Esperada.

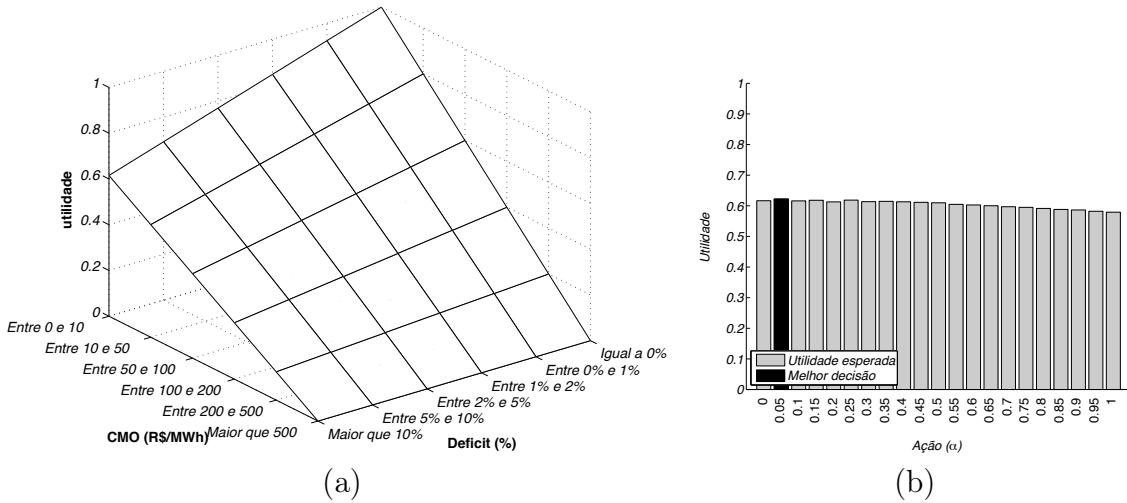


Figura 7.12: Decisor hipotético 2: (a) Função utilidade e (b) Utilidade Esperada.

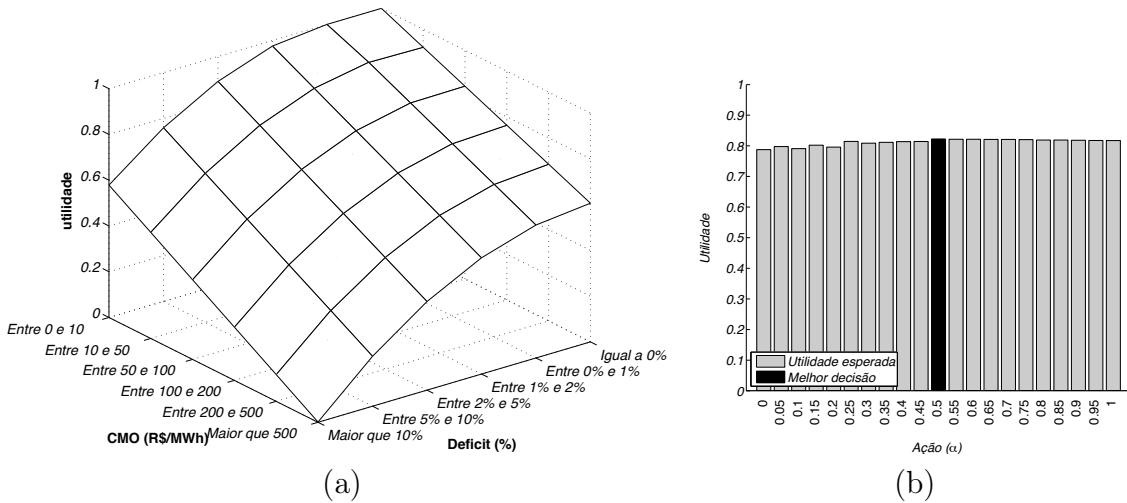


Figura 7.13: Decisor hipotético 3: (a) Função utilidade e (b) Utilidade Esperada.

7.5 Considerações finais

Nesse capítulo foi apresentada uma abordagem ao problema de decisão para o planejamento energético considerando elementos da Teoria da Decisão obtidos através de simulações com o modelo NEWAVE. Foi visto que, analisando os dados de entrada e os resultados obtidos com o NEWAVE, os mecanismos probabilísticos já são tratados, implicitamente, pelo programa. Dessa forma, considerando os 2000 pares ordenados (deficit,cmo) obtidos com a simulação final, é possível estimar uma distribuição conjunta de probabilidades desses *payoffs*, que já é a própria função consequência do problema de decisão, $p(p_1, p_3 | \alpha)$.

Considerando que todos os mecanismos probabilísticos da Teoria da Decisão já são tratados implicitamente pelo modelo NEWAVE, não há a necessidade de

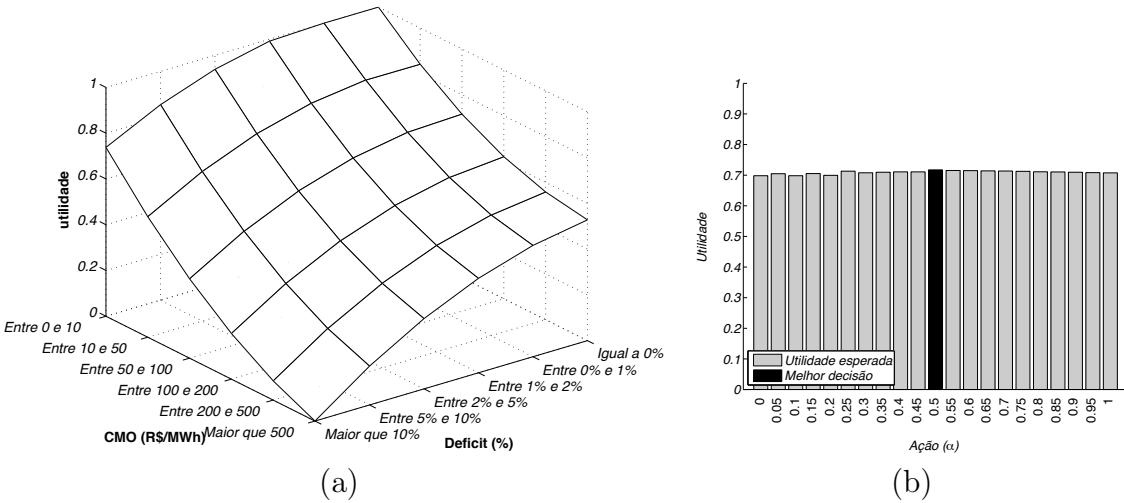


Figura 7.14: Decisor hipotético 4: (a) Função utilidade e (b) Utilidade Esperada.

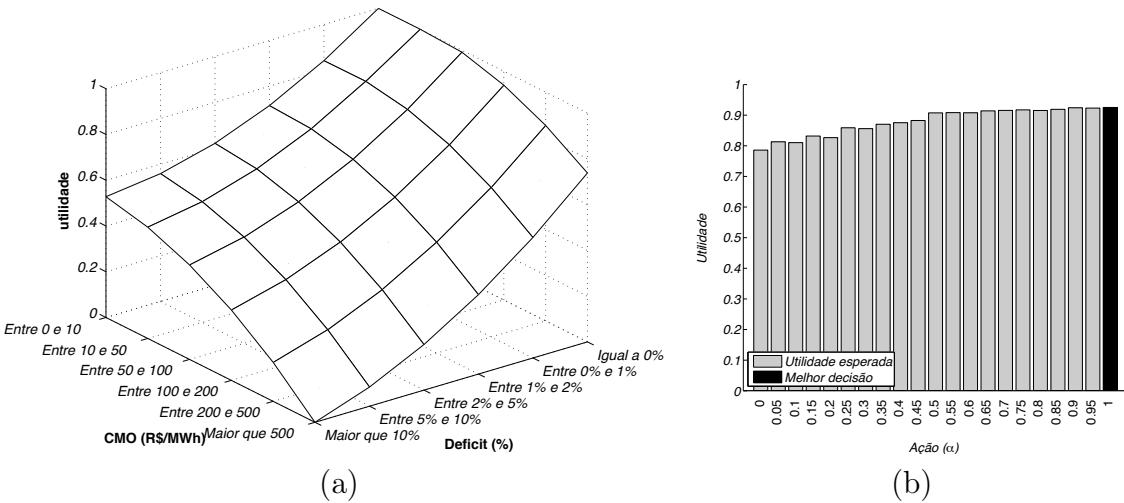


Figura 7.15: Decisor hipotético 5: (a) Função utilidade e (b) Utilidade Esperada.

aproximações em relação aos modelos de planejamento da operação energética em vigor, o que torna essa abordagem metodologicamente mais aderente à realidade do planejamento da operação energética.

O modelo de ação do decisor é o mesmo empregado nas abordagens dos capítulos anteriores: parametrização da função de custo de deficit. Foram executadas diversas simulações com o programa NEWAVE, uma com cada função de custo de deficit, e obtidas assim as diferentes funções consequência, uma para cada possível ação.

Todos os resultados apresentados nesse capítulo foram obtidos considerando um caso real de planejamento, porém as funções utilidade são artificiais, produzidas através de modelos matemáticos. Como o modelo NEWAVE adota o princípio do máximo de Verossimilhança, o paradigma inferencial de Bayes não é o adotado.

Nesse contexto, a melhor decisão é aquela em que a utilidade esperada do decisor, dado o conjunto das possíveis ações do decisor.

No Capítulo seguinte serão apresentados resultados obtidos com essa abordagem, porém com funções utilidades obtidas com o uso de protocolos de educação aplicados em decisores reais, que atuam no setor elétrico brasileiro.

Capítulo 8

Resultados

8.1 Introdução

Nesse capítulo serão apresentados os resultados obtidos com a aplicação da abordagem descrita no Capítulo 7 para o problema de decisão no contexto do planejamento da operação energética de médio prazo. A vantagem dessa abordagem em relação àquelas apresentadas nos capítulos anteriores é que os mecanismos probabilísticos adotados são os mesmos do problema real e adotados no modelo NEWAVE, sem a necessidade de aproximações, como nas abordagens anteriores.

8.1.1 Caso simulado

Para a obtenção das funções consequência do problema, $P(p_1, p_3 | \alpha)$, foi considerado um caso baseado nos estudos do Programa Mensal da Operação (PMO) de janeiro de 2011, para o modelo NEWAVE. Mais precisamente, o *deck de dados* apresentado nesse capítulo é o mesmo adotado pela CCEE na formação do Preço de Liquidação das Diferenças (PLD), que é utilizado para valorar a compra e a venda de energia no Mercado de Curto Prazo. Os *decks* da CCEE são públicos e podem ser obtidos através do *website* da CCEE¹. Eles são baseados nos *decks* do PMO, gerados pelo ONS, onde são desconsideradas as restrições elétricas internas aos sub-sistemas. Para a análise sob a ótica da Teoria da Decisão, não há nenhuma perda em qualidade de resultados ao se adotar esses conjuntos de dados.

Na Tabela 8.1 são apresentadas as funções consequência obtidas com a execução do modelo NEWAVE para o *deck* de janeiro de 2011, para cada um dos possíveis valores de $\alpha_i \in \mathcal{A}$, modelados na tese.

¹url: <http://www.ccee.org.br>, acessado em outubro de 2011.

Tabela 8.1: Funções conseqüência para o caso de janeiro de 2011.

α_i	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{14}	C_{15}	C_{16}	
0,00	0,0225	0,0935	0,0255	0,0010	0,0005	0,0530	0,1470	0,0190	0,0000	0,0020	0,0450	0,0835	0,0000	0,0005	0,0950	0,4120	
0,05	0,0330	0,0655	0,0200	0,0000	0,0020	0,0810	0,1135	0,0085	0,0000	0,0045	0,0330	0,0380	0,0000	0,0010	0,1340	0,4660	
0,10	0,0385	0,0845	0,0325	0,0015	0,0020	0,0615	0,0685	0,0090	0,0000	0,0080	0,0480	0,0585	0,0000	0,0045	0,1470	0,4360	
0,15	0,0435	0,0540	0,0060	0,0000	0,0035	0,0880	0,0670	0,0025	0,0000	0,0110	0,0425	0,0425	0,0000	0,0100	0,1845	0,4450	
0,20	0,0450	0,0750	0,0170	0,0005	0,0050	0,0655	0,0405	0,0045	0,0000	0,0070	0,0630	0,0585	0,0000	0,0195	0,1805	0,4185	
0,25	0,0340	0,0115	0,0020	0,0000	0,0275	0,1055	0,0305	0,0005	0,0000	0,0140	0,0515	0,0220	0,0000	0,0320	0,2155	0,4535	
0,30	0,0405	0,0280	0,0050	0,0005	0,0275	0,0815	0,0200	0,0000	0,0000	0,0195	0,0470	0,0315	0,0000	0,0335	0,2325	0,4330	
0,35	0,0475	0,0160	0,0015	0,0000	0,0265	0,0765	0,0125	0,0005	0,0000	0,0195	0,0355	0,0140	0,0000	0,0495	0,2540	0,4465	
0,40	0,0410	0,0120	0,0020	0,0000	0,0355	0,0725	0,0105	0,0000	0,0000	0,0145	0,0330	0,0180	0,0000	0,0640	0,2600	0,4370	
0,45	0,0420	0,0100	0,0015	0,0000	0,0380	0,0580	0,0070	0,0000	0,0000	0,0195	0,0240	0,0140	0,0000	0,0770	0,2770	0,4320	
0,50	0,0400	0,0045	0,0010	0,0000	0,0350	0,0220	0,0045	0,0010	0,0040	0,0165	0,0165	0,0160	0,0090	0,0105	0,1175	0,2975	0,4210
0,55	0,0410	0,0030	0,0005	0,0000	0,0275	0,0195	0,0065	0,0000	0,0085	0,0160	0,0255	0,0110	0,0135	0,1285	0,2900	0,4090	
0,60	0,0380	0,0020	0,0000	0,0000	0,0320	0,0175	0,0045	0,0005	0,0090	0,0210	0,0280	0,0115	0,0130	0,1300	0,2880	0,4050	
0,65	0,0380	0,0015	0,0000	0,0000	0,0295	0,0120	0,0025	0,0015	0,0055	0,0180	0,0190	0,0075	0,0200	0,1425	0,3045	0,3980	
0,70	0,0355	0,0005	0,0000	0,0000	0,0320	0,0105	0,0020	0,0000	0,0070	0,0165	0,0200	0,0055	0,0215	0,1525	0,3005	0,3960	
0,75	0,0355	0,0010	0,0000	0,0000	0,0295	0,0075	0,0015	0,0000	0,0065	0,0195	0,0170	0,0040	0,0255	0,1530	0,3095	0,3900	
0,80	0,0365	0,0005	0,0000	0,0000	0,0290	0,0090	0,0020	0,0000	0,0050	0,0220	0,0160	0,0060	0,0290	0,1535	0,3070	0,3845	
0,85	0,0325	0,0000	0,0000	0,0000	0,0295	0,0030	0,0025	0,0000	0,0075	0,0200	0,0155	0,0030	0,0315	0,1670	0,3115	0,3765	
0,90	0,0330	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0015	0,0010	0,0010	0,0000	0,0060	0,0075	0,0085	0,0010	0,0375	0,1815	0,3210	
0,95	0,0310	0,0000	0,0000	0,0000	0,0270	0,0010	0,0015	0,0000	0,0050	0,0140	0,0100	0,0030	0,0435	0,1820	0,3170	0,3650	
1,00	0,0300	0,0000	0,0000	0,0000	0,0260	0,0015	0,0005	0,0000	0,0080	0,0090	0,0090	0,0010	0,0455	0,1865	0,3265	0,3565	

8.2 Educação da função utilidade

As funções utilidade aqui apresentadas foram obtidas considerando o protocolo de educação e as ferramentas computacionais descritas no Capítulo 7. Participaram do processo diversos executivos e técnicos que atuam diretamente no setor elétrico brasileiro, em diferentes áreas, seja no próprio planejamento da operação energética, planejamento da expansão da geração, comercialização de energia, geração hidrotérmica e pesquisa. Por diversos motivos (relações institucionais, relações de negócio, etc), será mantido sigilo com relação à identidade das pessoas que participaram desse processo, bem como de suas instituições ou empresas. O processo de educação da função utilidade ocorreu durante os meses de agosto a outubro de 2011.

Cada uma das entrevistas iniciou-se com uma breve apresentação sobre a proposta da tese, algumas noções básicas de Teoria da Decisão e sobre os programas computacionais utilizados no processo de educação. No decorrer da apresentação ocorreram também algumas discussões acerca do trabalho, que foram muito produtivas e agregaram valor a esse trabalho. Em síntese, destacam-se os seguintes pontos:

1. O uso dessa metodologia em outras aplicações do setor elétrico brasileiro, além do contexto do planejamento energético de médio prazo, é imediata e de grande utilidade.
2. Os decisores concordaram com o resultado observado em CAMPOLLO DE SOUZA [72] e adotado nessa tese com relação à dificuldade cognitiva no uso do Custo Total de Operação. Foi mencionado em diversas entrevistas que o melhor *payoff* é realmente o Custo Marginal de Operação.
3. A métrica adotada para o Custo Marginal de Operação foi questionada. Ainda que a adoção da ponderação dos CMOs de cada subsistema pelos seus respectivos mercados tenha sido a métrica de maior correlação com o Custo Total de Operação, diversos decisores levantaram a questão que não é a mais aderente às práticas operativas. Entretanto, todos os que levantaram essa questão se prontificaram de retomar essa discussão no futuro.
4. A dimensão do espaço de estados das consequências foi considerada adequada. Os decisores concordaram que detalhar mais esse espaço (aumentar sua dimensão) dificultaria as escolhas nas alternativas dos questionários, pois não se teria clara a diferença entre as consequências.
5. Alguns decisores sugeriram alterar a forma de apresentação das perguntas, trocando as faixas por termos do tipo “Sem deficit”, “Pouco deficit”, “Deficit intermediário” e “Alto deficit”. Essa sugestão será avaliada em trabalhos futuros.

8.2.1 Funções utilidade e melhor decisão

O que se segue são os resultados obtidos a partir da aplicação de um protocolo de educação, para cada um dos decisores, bem como a melhor decisão estimada para cada um deles (maior utilidade esperada). As funções utilidade estimadas serão apresentadas, através de tabelas e de um gráfico de superfície e os valores da utilidade esperada para cada uma das possíveis ações através de um gráfico de barras. A barra preta representa aquela ação que maximiza a utilidade esperada do decisor.

Espaço de consequências de dimensão 6×6

Conforme abordado no Capítulo 7, as primeiras eduções ocorreram considerando-se um espaço de consequências de dimensão 6×6 . Participaram desse processo três decisores, ligados à área de pesquisa e a geração de usinas hidroelétricas. Dentro desses, apenas dois terão seus resultados apresentados, pois o terceiro não chegou ao final do processo, por considerar que o número de faixas era excessivo e que as discretizações não estavam agregando informação ao processo. Esse decisor teve sua utilidade eduzida em um espaço 4×4 . Os demais decisores serão identificados aqui como “Decisor a” e “Decisor b”.

Nas Figuras 8.1 e 8.2 são apresentadas as utilidades eduzidas desses decisores e o valor esperado da utilidade, dada uma ação. As funções consequência foram estimadas considerando os dados para cálculo do PLD do mês de janeiro de 2011.

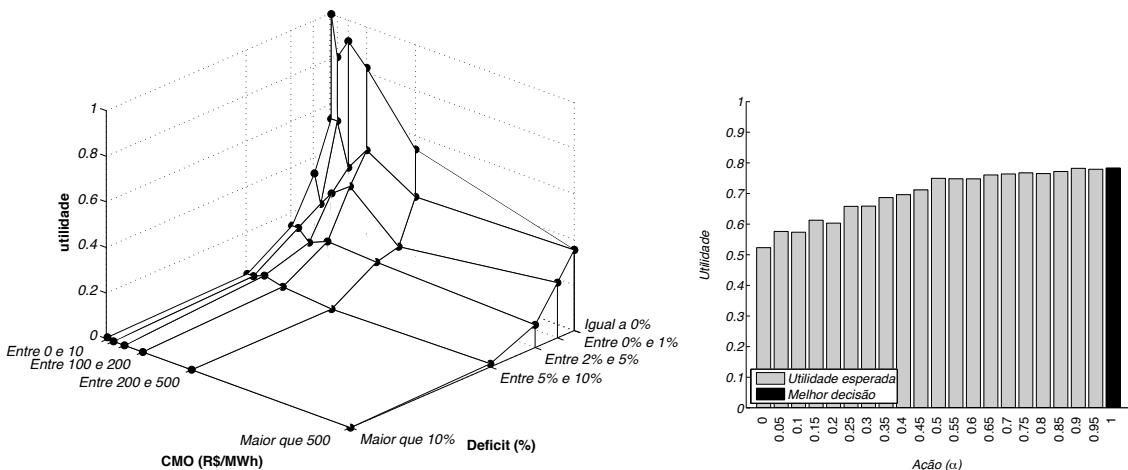


Figura 8.1: Decisor a, educação em espaço 6×6 .

O “Decisor a” apresenta um comportamento onde há uma tolerância a deficit pequenos, com utilidades altas para consequências onde não há deficit, que cai rapidamente quando os racionamentos atingem patamares superiores a 5% de corte de carga. Também pode-se observar que a utilidade cai rapidamente para consequências com altos custos de operação. Mesmo assim, a melhor decisão para esse decisor

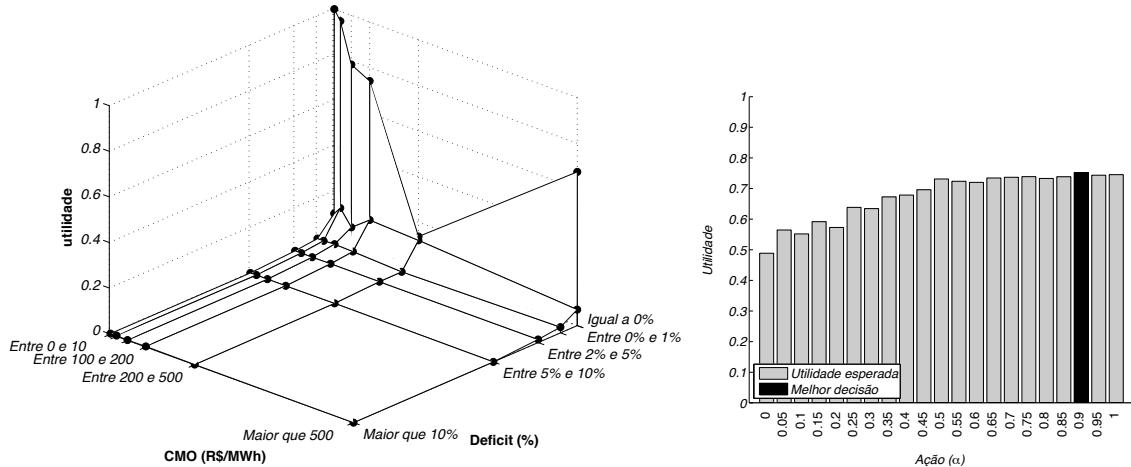


Figura 8.2: Decisor b, educação em espaço 6×6 .

é aquela com maior custo de deficit, onde as probabilidades de racionamento são muito baixas.

Com relação do “Decisor b”, a análise é semelhante, porém não há nenhuma tolerância à corte de carga. As utilidades caem abruptamente quando as consequências apontam uma operação com deficit.

Ambos os decisores têm uma clara preferência pela dimensão de p_1 do que de p_2 . Em muitas faixas, há uma indiferença pelo custo de operação.

Na utilidade eduzida do “Decisor b”, pode-se observar uma discrepância na consequência $C_i = \begin{bmatrix} \text{Igual a } 0\% \\ \text{Entre } 200 \text{ e } 500 \end{bmatrix}$.

Espaço de consequências de dimensão 4×4

Os resultados apresentados nessa seção foram obtidos considerando-se um espaço 4×4 , conforme sugerido por diversas pessoas que participaram desse processo de educação do conhecimento. Nessa parte, os decisores serão identificados através de números, para diferenciar daqueles que tiveram suas utilidades apresentadas na seção anterior. Por exemplo, “Decisor 1”. Na Tabela 8.2 são apresentadas as funções utilidade eduzidas dos 8 decisores que participaram do processo. O que se segue é uma análise da função utilidade de cada um desses decisores.

Tabela 8.2: Função utilidade eduzida.

p_1	Payoff		Decisor						
	p_3	1	2	3	4	5	6	7	8
Maior que 5%	Maior que 200	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Maior que 5%	Entre 100 e 200	0,00444	0,00433	0,0769	0,2599	0,0896	0,2772	0,1221	0,0028
Maior que 5%	Entre 50 e 100	0,00444	0,00433	0,0769	0,1733	0,8065	0,8636	0,3053	0,2865
Maior que 5%	Entre 0 e 50	0,00444	0,00433	0,0769	0,2599	0,0896	1,0000	0,2900	0,2865
Maior que 5%	Maior que 200	0,4487	0,4354	0,3076	0,8666	0,8961	0,1818	0,2748	0,2836
Entre 1% e 5%	Entre 100 e 200	0,7197	0,4354	0,3076	0,8666	0,8961	0,6727	0,2748	0,2836
Entre 1% e 5%	Entre 50 e 100	0,6068	0,4354	0,2211	0,8666	0,8961	0,7654	0,4274	0,2936
Entre 1% e 5%	Entre 0 e 50	0,4487	0,4354	0,3076	0,8666	0,8961	0,9590	0,6106	0,5744
Entre 0% e 1%	Maior que 200	0,7574	0,7111	0,6538	0,9340	0,9857	0,1818	0,2900	0,2865
Entre 0% e 1%	Entre 100 e 200	0,7850	0,7111	0,7300	0,9599	0,9857	0,6659	0,3511	0,5702
Entre 0% e 1%	Entre 50 e 100	0,8732	0,7111	0,8269	0,9080	0,9857	0,7981	0,5801	0,5702
Entre 0% e 1%	Entre 0 e 50	0,7574	0,7111	0,6538	0,9340	0,9857	1,0000	0,6106	0,5744
Igual a 0%	Maior que 200	1,00000	0,8873	1,00000	0,9703	0,9957	0,4545	0,3053	0,2865
Igual a 0%	Entre 100 e 200	1,00000	0,8873	1,00000	0,9406	0,9930	0,4545	0,3511	0,5702
Igual a 0%	Entre 50 e 100	1,00000	0,7139	1,00000	0,9538	0,9985	0,8636	0,6106	0,9957
Igual a 0%	Entre 0 e 50	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000

Na Figura 8.3 é apresentada a função utilidade eduzida de um especialista ligado ao setor de geração hidroelétrica. Para esse decisor, em sua utilidade é observada uma indiferença ao custo marginal de operação para consequências sem deficit, porém, nos demais cenários, há uma preferência por custos marginais de operação medianos (entre 50 e 200 R\$/MWh), para um mesmo patamar de racionamento. Há preferência por p_1 a p_3 e racionamentos pequenos são tolerados. Caso esse decisor fosse chamado a operar o sistema (sendo um decisor para a operação do SIN), sua ação ótima seria operar com a mais elevada função de custo de deficit ($\alpha = 1$).

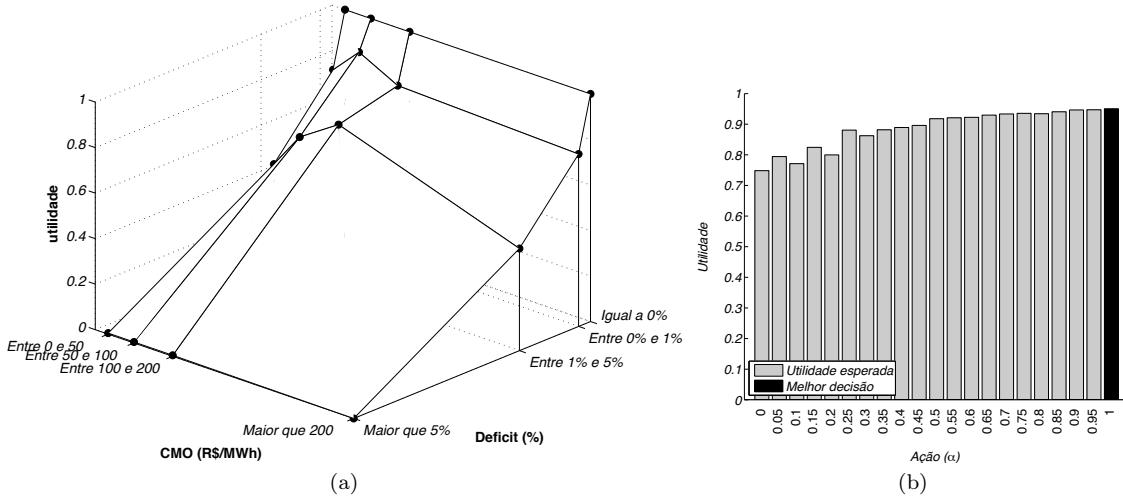


Figura 8.3: Decisor 1: Utilidade (a) e valor esperado da utilidade (b).

Nas Figuras 8.4 a Figura 8.7 são apresentadas as utilidades para decisores que são ligados direta ou indiretamente à operação do Sistema Interligado Nacional. Observa-se, nessas figuras, que há uma preferência por p_1 , independente do custo de operação a que essa operação possa ter como resultante. Por exemplo, os decisores 2 e 3 têm sua utilidade reduzida a metade quando os níveis de racionamento começam a atingir patamares superiores a 1% de corte de carga. Isso porque esses decisores atuam em área mais ligada ao curto prazo e ao tempo real. Já os decisores 4 e 5 apresentam uma maior tolerância a deficit pequenos.

Para os decisores 2 a 5, a decisão ótima é aquela onde são adotadas as funções de custo de deficit com valores mais elevados, priorizando o atendimento à demanda de energia. Para o decisor 2, a decisão ótima estimada foi para $\alpha = 0,95$ no caso de 2011. Os decisores 3, 4 e 5 operariam o sistema com $\alpha = 1,00$.

Na Figura 8.8 é apresentada a função utilidade eduzida de um decisor ligado à comercialização de energia elétrica. Em função de sua atuação no setor elétrico, observa-se que seu padrão de comportamento frente à p_1 e p_3 é oposto ao observado para os decisores 1 a 6 ou seja, a prioridade é para o custo marginal de operação, havendo preferência por custos marginais de operação elevados. Observa-se que em determinadas regiões no espaço das consequências, há uma preferência por deficit

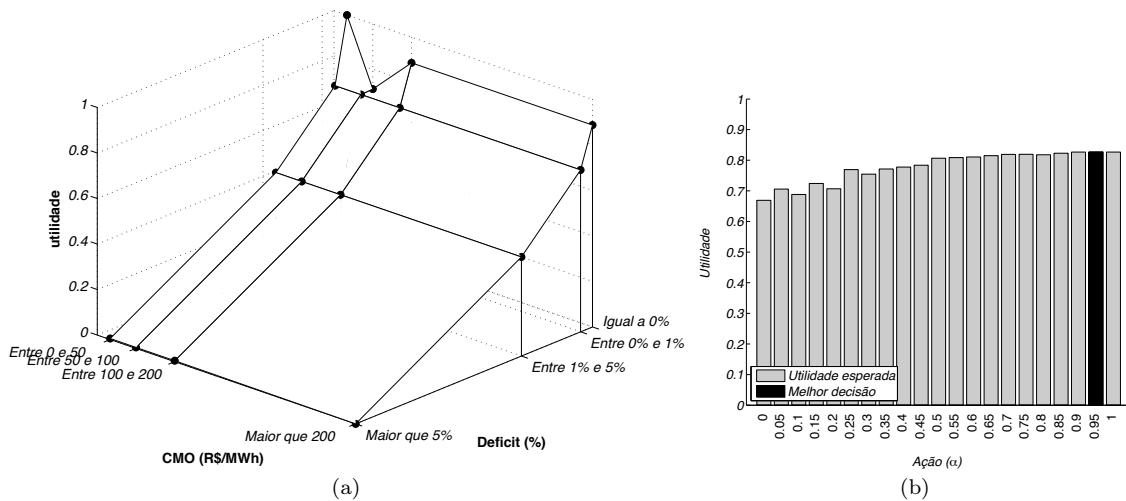


Figura 8.4: Decisor 2: Utilidade (a) e valor esperado da utilidade (b).

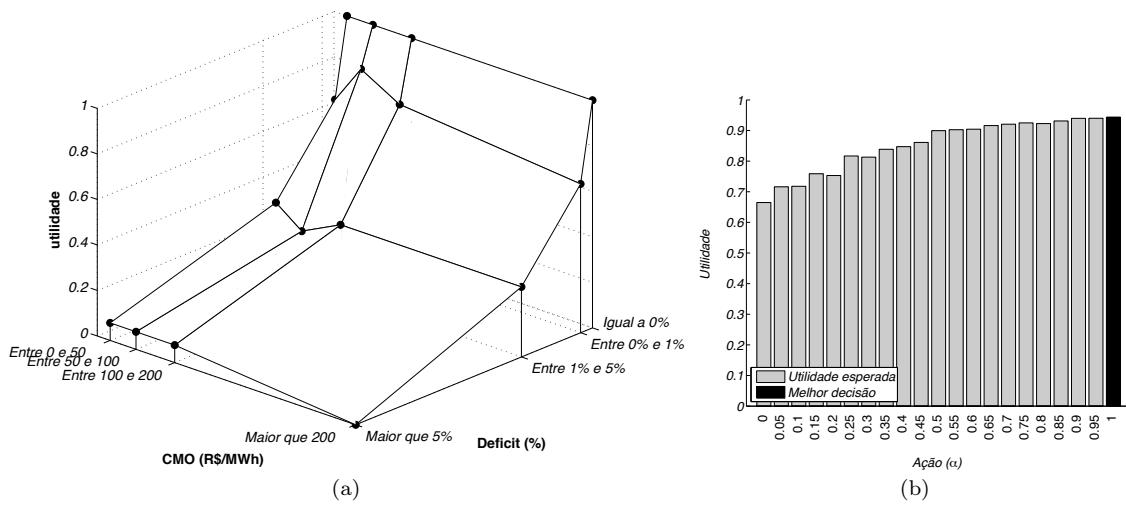


Figura 8.5: Decisor 3: Utilidade (a) e valor esperado da utilidade (b).

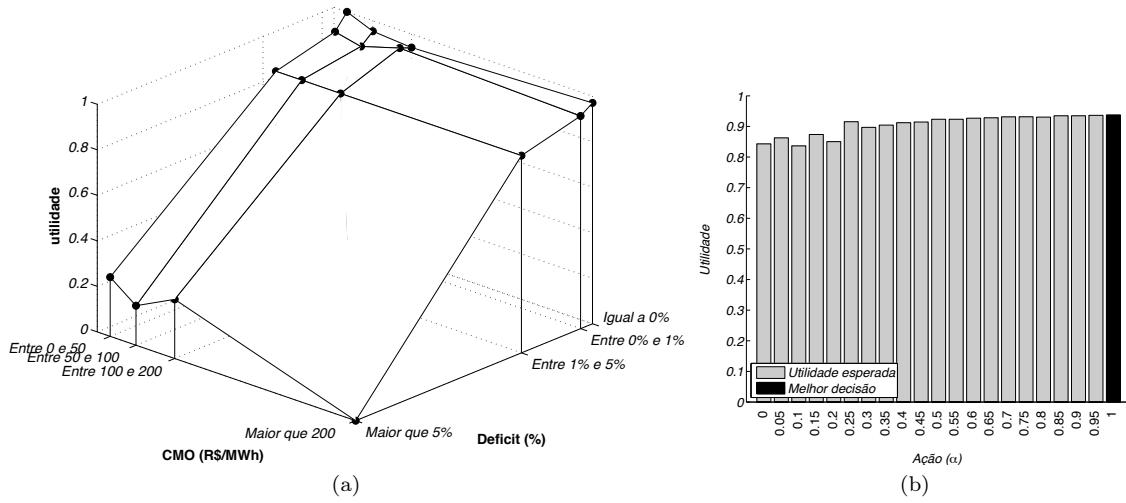


Figura 8.6: Decisor 4: Utilidade (a) e valor esperado da utilidade (b).

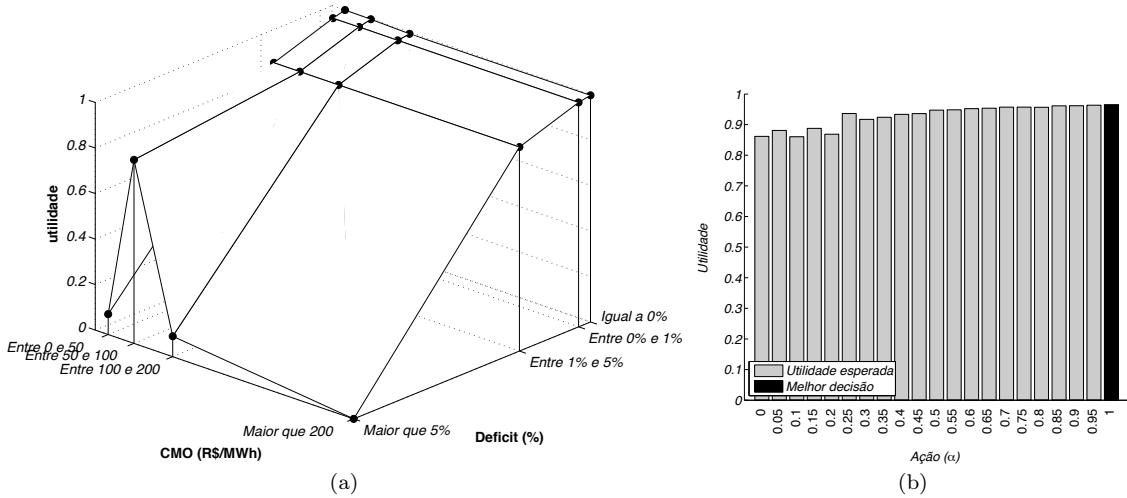


Figura 8.7: Decisor 5: Utilidade (a) e valor esperado da utilidade (b).

altos em relação aos mais baixos. Segundo informado por esse decisor, ao final dos questionários de educação, essas são situações particulares onde há uma chance de se obter maiores lucros em seus negócios. Cabe observar que esse decisor participou do processo respondendo aos questionários como um comercializador de energia e não emulando o que faria um operador, ou seja, seu objetivo era a maximização de seus lucros. Pelo gráfico da Figuras 8.8b, observa-se que esse decisor tem preferência por operar com valores de α mais baixos.

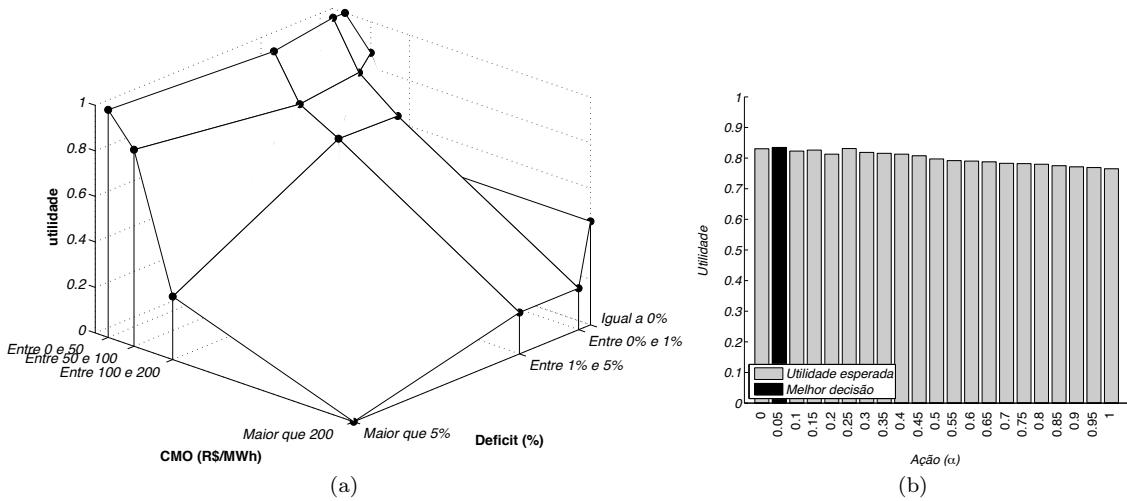


Figura 8.8: Decisor 6: Utilidade (a) e valor esperado da utilidade (b).

Nas Figuras 8.9 e Figura 8.10 são apresentadas as utilidades para decisores que também são ligados direta ou indiretamente à operação do Sistema Interligado Nacional, porém em contexto de planejamento de médio e longo prazo. Diferente dos decisores 2 a 5, esses possuem uma utilidade mais “equilibrada” entre os *payoffs* p_1 e p_3 , ou seja, há uma maior preocupação com relação ao custo de operação. Essa

diferenciação em relação aos decisores 2 a 5 é natural, pois no planejamento de longo prazo tolera-se um certo nível de racionamento em benefício da do custo de operação, uma vez que, frente a uma sinalização de racionamento, há tempo para que o operador possa se planejar na programação da operação através da adoção de medidas adicionais de segurança. Para esses decisores, a ação ótima seria operar com o α atual, como é o caso do Decisor 8, ou próximo dele, como ocorreu com o Decisor 7.

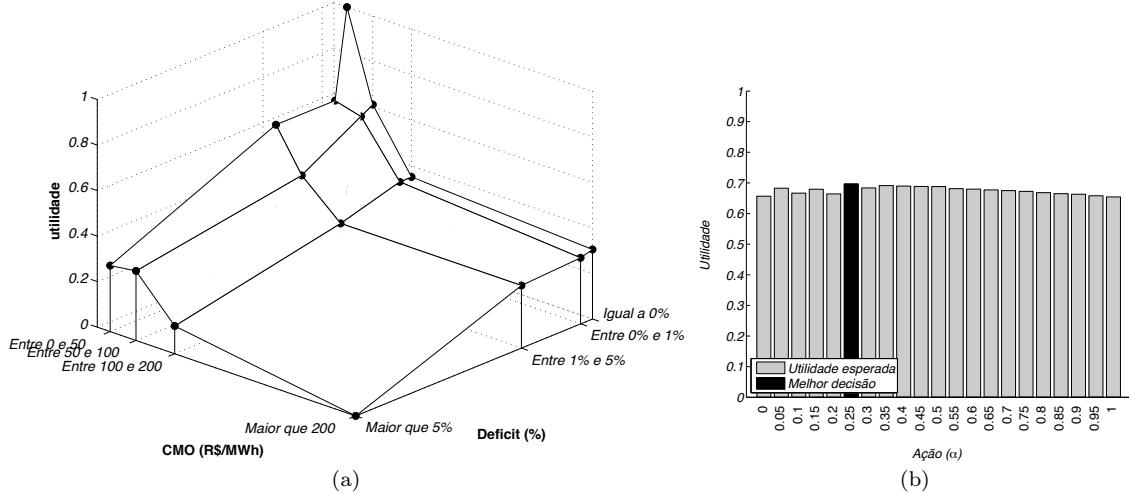


Figura 8.9: Decisor 7: Utilidade (a) e valor esperado da utilidade (b).

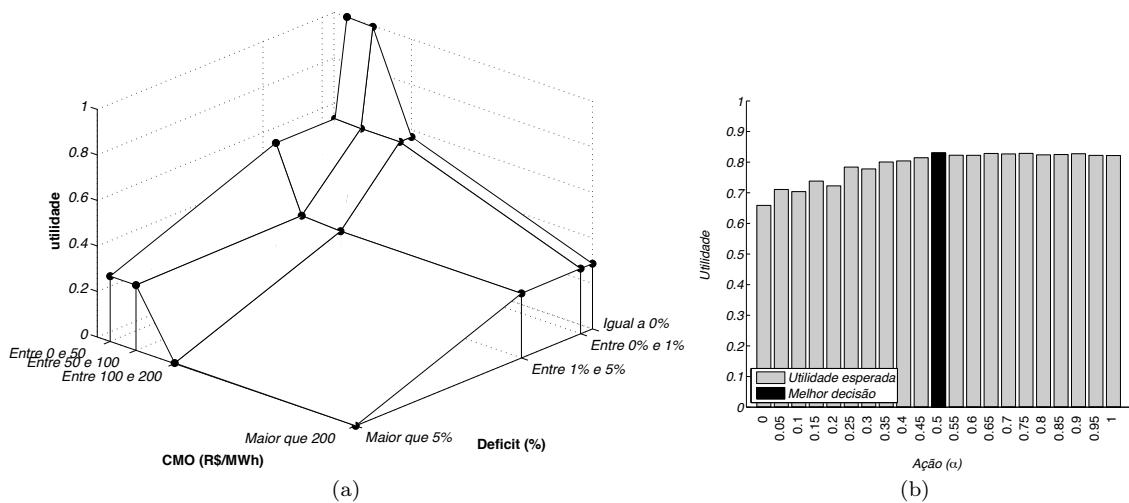


Figura 8.10: Decisor 8: Utilidade (a) e valor esperado da utilidade (b).

Resultados do NEWAVE

Na seção anterior foram mostradas as funções utilidade eduzida dos diversos decisores que colaboraram com essa tese e as estimativas do valor esperado da utilidade

para cada uma das possíveis ações do decisor, considerando-se como caso de estudo o conjunto de dados utilizados na formação do PLD para o mês de janeiro de 2011.

Nesse item serão apresentados alguns resultados do NEWAVE, considerando-se os α_i ótimos obtidos da solução do problema de decisão.

Com o *deck* de janeiro de 2011, foi obtido um valor $\alpha = 0,05$ para o decisor 6, $\alpha = 1$ para os decisores 1,3,4 e 5, $\alpha = 0,25$ para o decisor 7, $\alpha = 0,50$ para o decisor 8 e $\alpha = 0,95$ para o decisor 2. Os resultados para essas regras são apresentados nas Figuras 8.11 a 8.14. Ressalta-se que o *status quo* é $\alpha = 0,5$ (mesma decisão do Decisor 8).

Na Figura 8.11 é apresentado o valor esperado do Custo Total de Operação, para as regras ótimas, α_i , e também para $\alpha = 0,5$, que é o *status quo*. Na Figura 8.12 são apresentados os valores esperados dos Custos Marginais de Operação anuais, para cada um dos subsistemas. O decisor 6 possui uma preferência por baixos valores de custos marginais de operação, mostrando certa indiferença ao deficit. Ressalta-se que esse decisor está ligado à comercialização de energia. Os demais decisores possuem preferência pela operação sem racionamento, ou, pelo menos, com baixos racionamentos. Esses decisores apresentaram certa indiferença pelo Custo de Operação. Verifica-se aqui que o uso do *payoff* p_3 em substituição ao p_2 para melhorar o processo de mediação cognitiva não trouxe prejuízo à formulação original (adotando-se p_2).

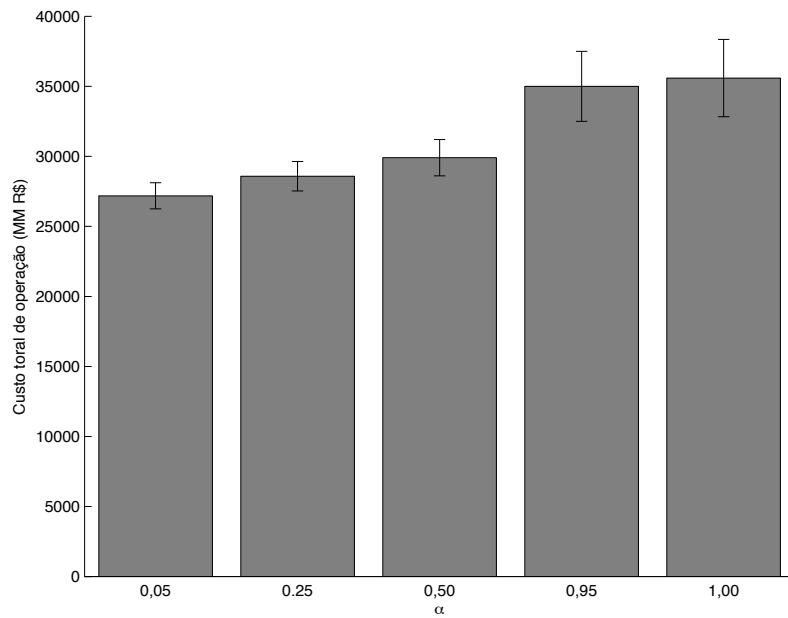


Figura 8.11: Custo esperado de operação — Caso de janeiro de 2011.

Nas Figuras 8.13 e 8.14 são apresentados os resultados referentes à outra dimensão do problema: o deficit de energia (p_1). São mostrados para cada um dos subsistemas, a probabilidade de ocorrência de deficit (conhecida no setor elétrico

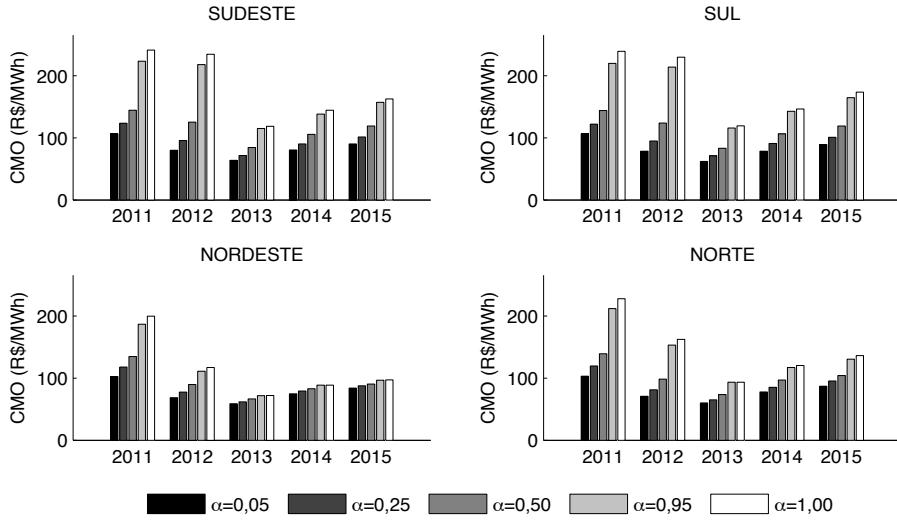


Figura 8.12: Custo marginal de operação — Caso de janeiro de 2011.

como risco de deficit) e o valor esperado do deficit (conhecida no setor elétrico como eens), em bases anuais.

Para os decisores 1 a 5, que possuem preferência por p_1 à p_3 , com altas utilidades para a operação sem racionamento de energia, os resultados confirmam essa preferência para a operação com $\alpha \geq 0,95$. Observa-se significativa redução tanto nas probabilidades quanto nas profundidades do racionamento, em relação ao *status quo*, para todos os subsistemas.

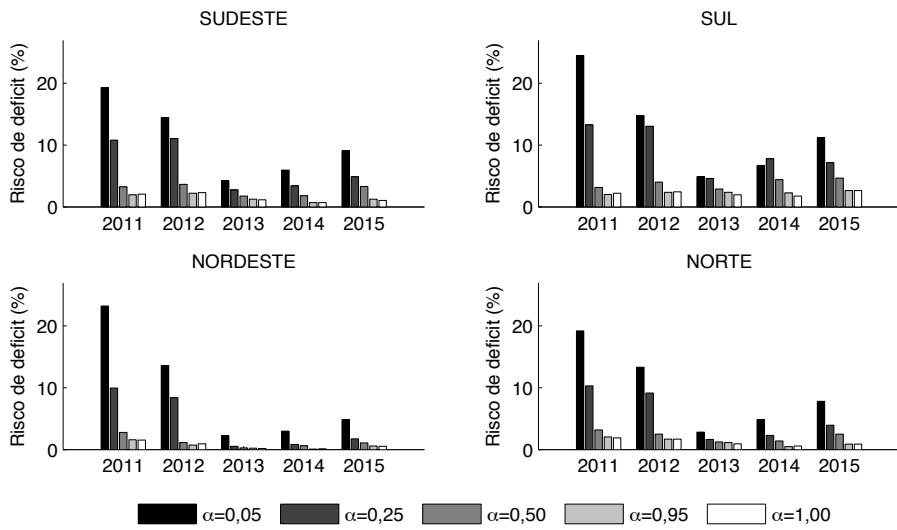


Figura 8.13: Risco anual de deficit — Caso de janeiro de 2011.

8.2.2 Avaliação de padrões de comportamentos

Com as funções utilidade dos decisores, pode-se fazer algumas análises adicionais. Por exemplo, é possível avaliar comparativamente os níveis de aversão ou propensão ao risco. Essa análise não é essencial ao problema de tomada de decisão, mas é

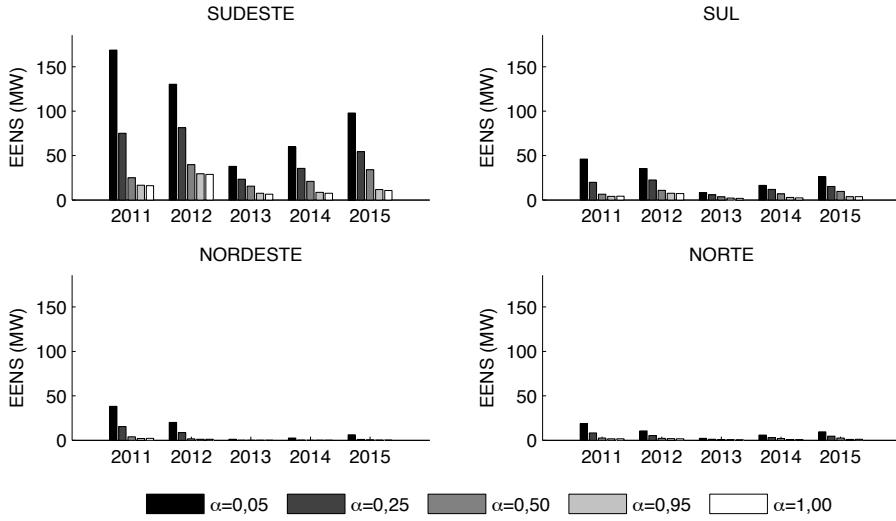


Figura 8.14: Valor esperado do deficit — Caso de janeiro de 2011.

útil na comparação da atitude com relação ao risco entre os decisores. Para casos multidimensionais, a matriz de aversão ao risco de Duncan [85] fornece uma métrica adequada para essas comparações.

Seja o problema de decisão abordado nessa tese, com as consequências mapeadas em um espaço $p_1 \times p_3$. A matriz de Duncan para esse problema é apresentada na equação (8.1).

$$\mathbf{R}(p_1, p_3) = - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial p_1^2} & \frac{\partial^2 u}{\partial p_1 \partial p_3} \\ \frac{\partial u}{\partial p_1} & \frac{\partial u}{\partial p_1} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial p_3 \partial p_1} & \frac{\partial^2 u}{\partial p_3^2} \\ \frac{\partial u}{\partial p_3} & \frac{\partial u}{\partial p_3} \end{bmatrix} \quad (8.1)$$

O primeiro passo para as análises utilizando a matriz de Duncan é obter uma expressão analítica para as funções utilidade dos decisores. O modelo que será adotado aqui é aquele descrito no Capítulo 6. Seja a função utilidade definida na equação (6.25), transcrita abaixo,

$$u(p_1, p_3) = 1 - (k_1 + k_3 + 2k_4)p_1 - (k_2 + k_3 + 2k_5)p_3 + k_3p_1p_3 + k_4p_1^2 + k_5p_3^2 \quad (8.2)$$

A ferramenta *Curve Fitting Toolbox™* do Matlab® permite realizar regressões não lineares, considerando diversos algoritmos de ajuste, dentre os quais, o algoritmo de mínimos quadrados. Como retorno, essa ferramenta disponibiliza os parâmetros ajustados, seus respectivos intervalos de confiança, considerando, por padrão, um intervalo de confiança de 95%, os diagnósticos de ajuste (e.g. R^2 , $rmse$, etc), entre outros.

Com essa ferramenta, foi ajustada uma superfície de utilidade para cada um dos decisores, adotando-se o modelo não linear da equação (8.2). Como as utilidades foram eduzidas considerando-se uma escala por faixas, adotou-se os pontos médios das faixas como o par ordenado (p_1, p_3) em uma escala ordinal. Em seguida, para adequação ao modelo da equação (8.2), esses pontos foram padronizados em uma escala $[0; 1]$.

Na Tabela 8.3 são apresentadas as expressões analíticas da função utilidade, $u(p_1, p_3)$, para cada um dos decisores que participaram do processo.

Tabela 8.3: Função utilidade analítica.

Decisor	$\hat{u}(p_1, p_3)$
1	$1 - 1.924p_1 + 0.005p_3 + 0.092p_1p_3 + 0.916p_1^2 - 0.089p_3^2$
2	$1 - 1.906p_1 - 0.025p_3 + 0.132p_1p_3 + 0.887p_1^2 - 0.087p_3^2$
3	$1 - 1.899p_1 - 0.057p_1p_3 + 0.978p_1^2 - 0.023p_3^2$
4	$1 - 0.269p_1 + 0.001p_3 - 0.242p_1p_3 - 0.459p_1^2 - 0.031p_3^2$
5	$1 - 0.091p_1 + 0.001p_3 - 0.126p_1p_3 - 0.782p_1^2 - 0.002p_3^2$
6	$1 - 0.452p_1 + 0.014p_3 - 0.292p_1p_3 + 0.372p_1^2 - 0.642p_3^2$
7	$1 - 1.131p_1 - 0.043p_3 + 0.489p_1p_3 + 0.321p_1^2 - 0.635p_3^2$
8	$1 - 1.172p_1 + 0.027p_3 + 0.536p_1p_3 + 0.318p_1^2 - 0.710p_3^2$

Nas Figuras 8.15 e 8.16 são apresentados oito gráficos de dispersão, um para cada decisor. Cada um dos gráficos é composto pelos pares ordenados (Utilidade eduzida; Utilidade ajustada), totalizando 16 pontos. Para os decisores 4 e 5 foram obtidos os melhores ajustes.

Nas Figuras 8.17 a 8.24, são apresentados gráficos da superfície de utilidade para as funções apresentadas na Tabela 8.3.

Para a função utilidade da equação (8.2), a expressão analítica geral para a matriz de Duncan é dada por:

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_3) = - \begin{bmatrix} \frac{2k_4}{-(k_1+k_3+2k_4)+k_3p_3+2k_4p_1} & \frac{k_3}{-(k_1+k_3+2k_4)+k_3p_3+2k_4p_1} \\ \frac{k_3}{-(k_2+k_3+2k_5)+k_3p_1+2k_5p_3} & \frac{2k_5}{-(k_2+k_3+2k_5)+k_3p_1+2k_5p_3} \end{bmatrix} \quad (8.3)$$

Dadas as funções utilidade ajustadas para cada um dos decisores e apresentadas na Tabela 8.3, as matrizes de aversão ao risco de Duncan, $\mathbf{R}_{D_i}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_3)$, para um decisor i , são mostradas a seguir.

$$\mathbf{R}_{D_1}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_3) = - \begin{bmatrix} \frac{1.8320}{-1.9240+0.0920p_3+1.8320p_1} & \frac{0.0920}{-1.9240+0.0920p_3+1.8320p_1} \\ \frac{0.0920}{0.0050+0.0920p_1-0.1780p_3} & \frac{-0.1780}{0.0050+0.0920p_1-0.1780p_3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{D_2}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_3) = - \begin{bmatrix} \frac{1.7740}{-1.9060+0.1320p_3+1.7740p_1} & \frac{0.1320}{-1.9060+0.1320p_3+1.7740p_1} \\ \frac{0.1320}{-0.0250+0.1320p_1-0.1740p_3} & \frac{-0.1740}{-0.0250+0.1320p_1-0.1740p_3} \end{bmatrix}$$

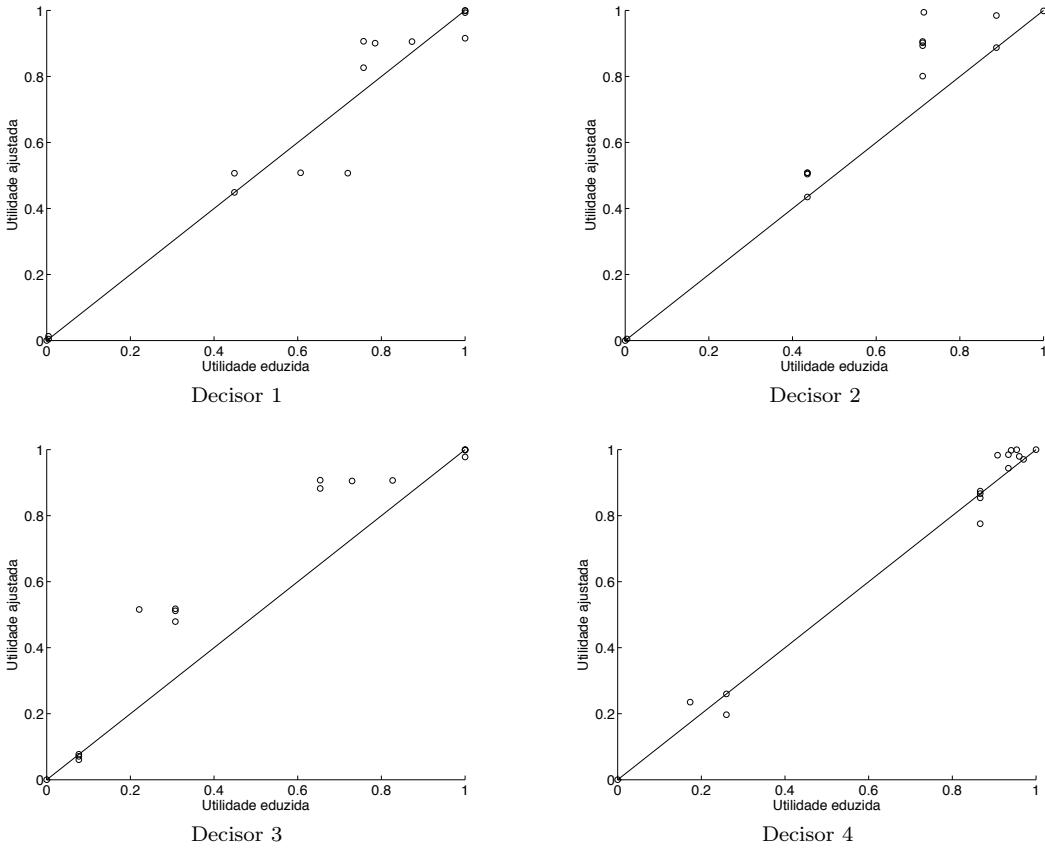


Figura 8.15: Qualidade do ajuste.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_{D_3}(p_1, p_3) &= - \begin{bmatrix} \frac{1.9560}{-1.8990-0.0570p_3+1.9560p_1} & \frac{-0.0570}{-1.8990-0.0570p_3+1.9560p_1} \\ \frac{-0.0570}{-0.0570p_1-0.0460p_3} & \frac{-0.0460}{-0.0570p_1-0.0460p_3} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{R}_{D_4}(p_1, p_3) &= - \begin{bmatrix} \frac{-0.9180}{-0.2690-0.2420p_3-0.9180p_1} & \frac{-0.2420}{-0.2690-0.2420p_3-0.9180p_1} \\ \frac{-0.2420}{0.0010-0.2420p_1-0.0620p_3} & \frac{-0.0620}{0.0010-0.2420p_1-0.0620p_3} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{R}_{D_5}(p_1, p_3) &= - \begin{bmatrix} \frac{-1.5640}{-0.0910-0.1260p_3-1.5640p_1} & \frac{-0.1260}{-0.0910-0.1260p_3-1.5640p_1} \\ \frac{-0.1260}{0.0010-0.1260p_1-0.0040p_3} & \frac{-0.0040}{0.0010-0.1260p_1-0.0040p_3} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{R}_{D_6}(p_1, p_3) &= - \begin{bmatrix} \frac{0.7440}{-0.4520-0.2920p_3+0.7440p_1} & \frac{-0.2920}{-0.4520-0.2920p_3+0.7440p_1} \\ \frac{-0.2920}{0.0140-0.2920p_1-1.2840p_3} & \frac{-1.2840}{0.0140-0.2920p_1-1.2840p_3} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{R}_{D_7}(p_1, p_3) &= - \begin{bmatrix} \frac{0.6420}{-1.1310+0.4890p_3+0.6420p_1} & \frac{0.4890}{-1.1310+0.4890p_3+0.6420p_1} \\ \frac{0.4890}{-0.0430+0.4890p_1-1.2700p_3} & \frac{-1.2700}{-0.0430+0.4890p_1-1.2700p_3} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{R}_{D_8}(p_1, p_3) &= - \begin{bmatrix} \frac{0.6360}{-1.1720+0.5360p_3+0.6360p_1} & \frac{0.5360}{-1.1720+0.5360p_3+0.6360p_1} \\ \frac{0.5360}{0.0270+0.5360p_1-1.4200p_3} & \frac{-1.4200}{0.0270+0.5360p_1-1.4200p_3} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Das matrizes de aversão ao risco de Duncan calculadas, algumas observações podem ser feitas. Segundo o Teorema 3.1 em DUNCAN [85],

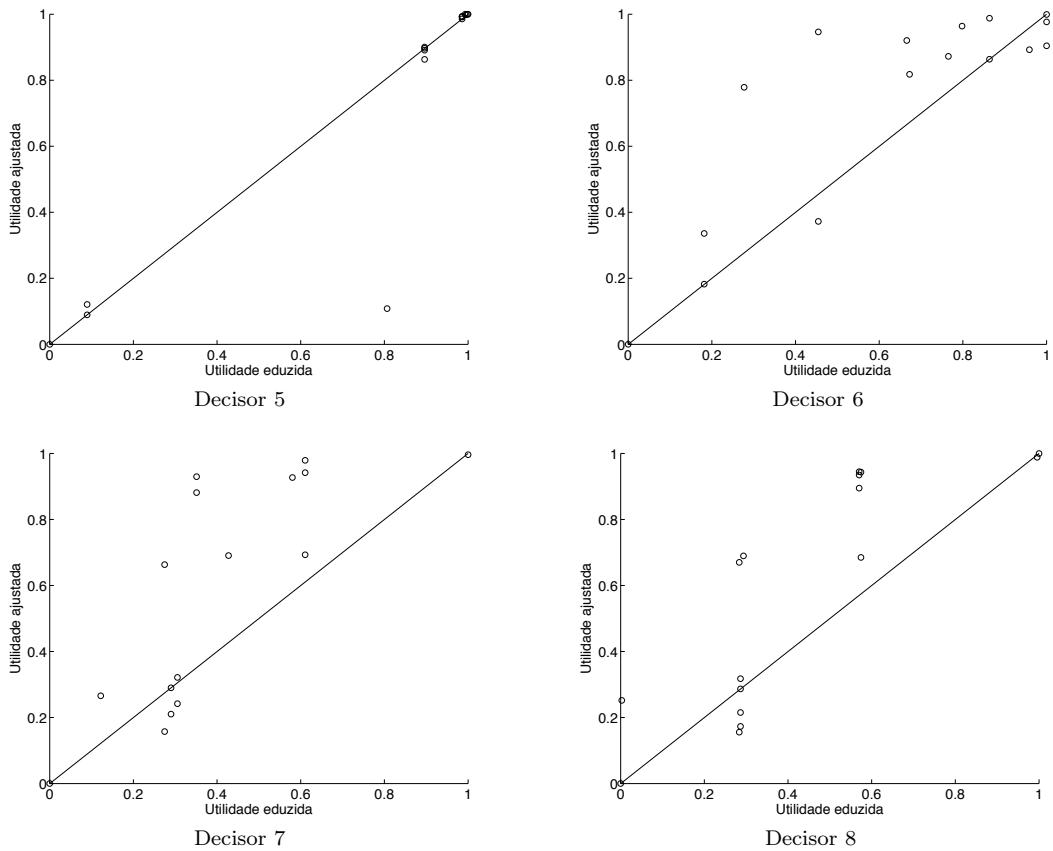


Figura 8.16: Qualidade do ajuste.

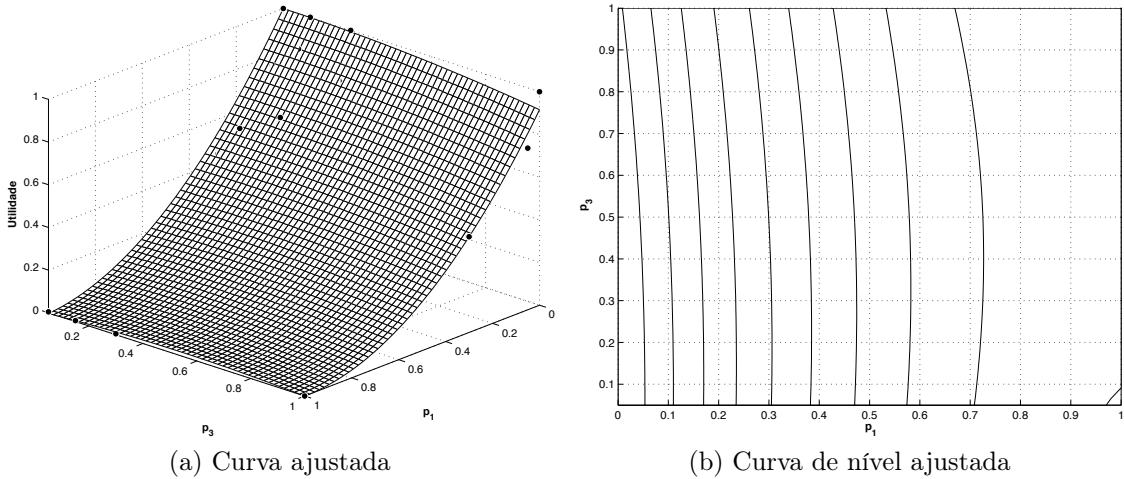


Figura 8.17: Função utilidade ajustada: decisor 1.

“The absolute risk aversion matrix \mathbf{R} is diagonal if and only if the utility function is additive. If \mathbf{R} is diagonal, the commodities are mutually risk independent.”

Nesse mesmo artigo, Duncan também observa que essa não é a única situação em que os *payoffs* são mutuamente independentes em risco.

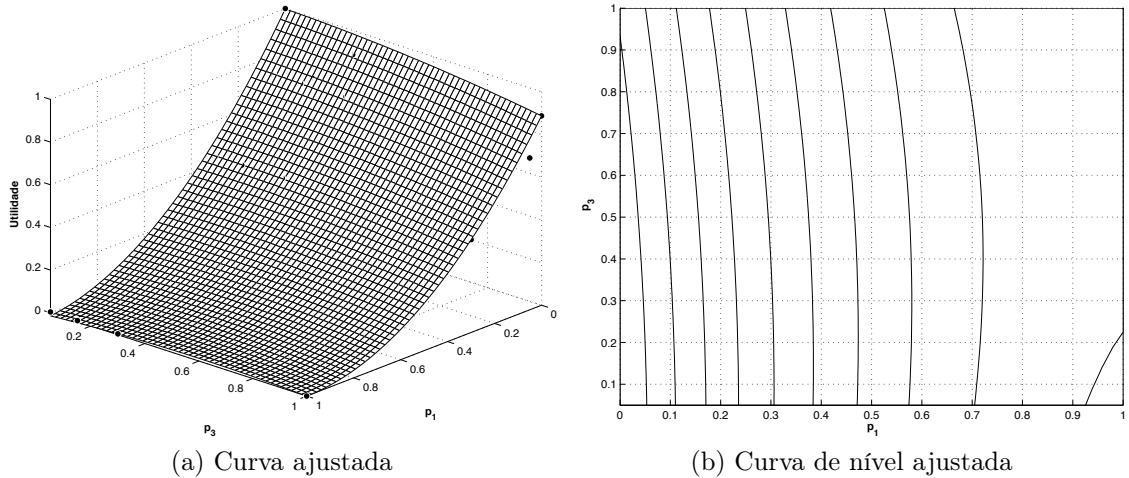


Figura 8.18: Função utilidade ajustada: decisor 2.

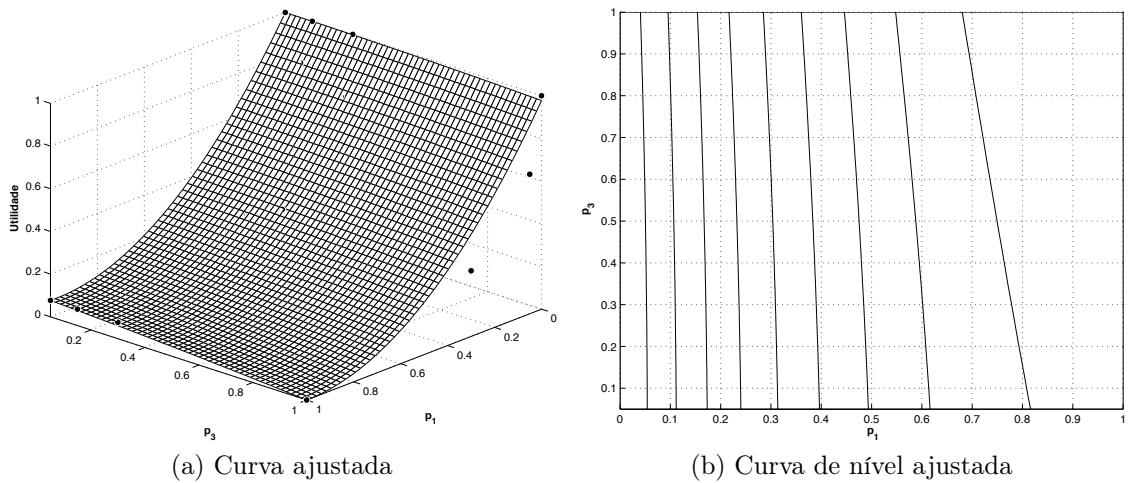


Figura 8.19: Função utilidade ajustada: decisor 3.

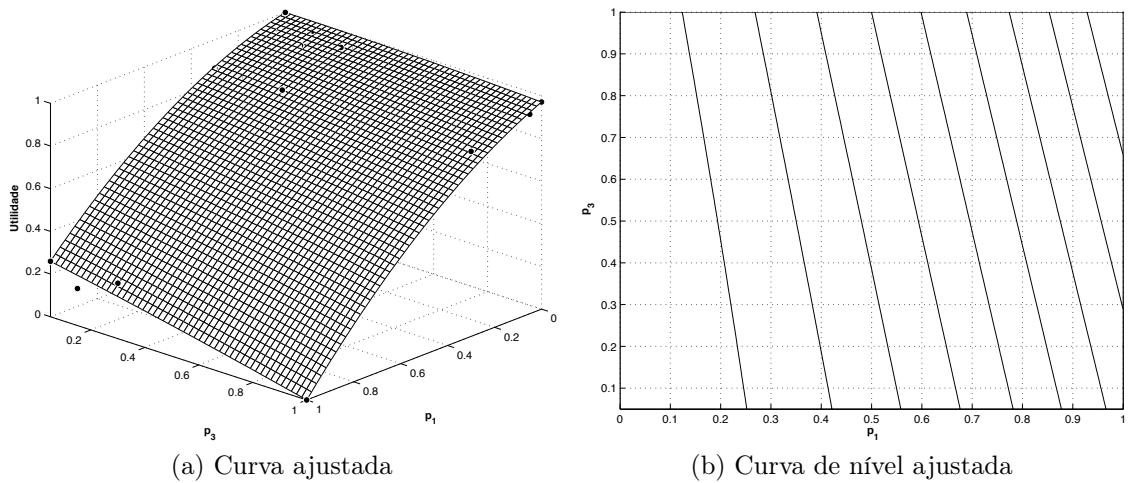


Figura 8.20: Função utilidade ajustada: decisor 4.

Das matrizes de risco estimadas para os oito decisores, nenhuma delas é aditiva. Verifica-se que nenhuma das matrizes são diagonais. Duncan comenta um resultado obtido em RICHARD [86], em relação a uma análise qualitativa da matriz de risco

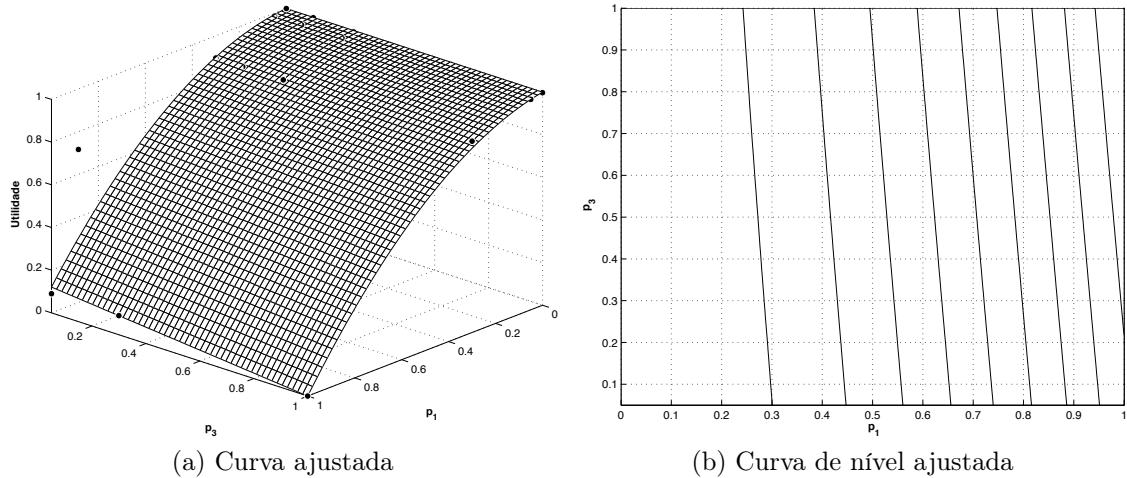


Figura 8.21: Função utilidade ajustada: decisor 5.

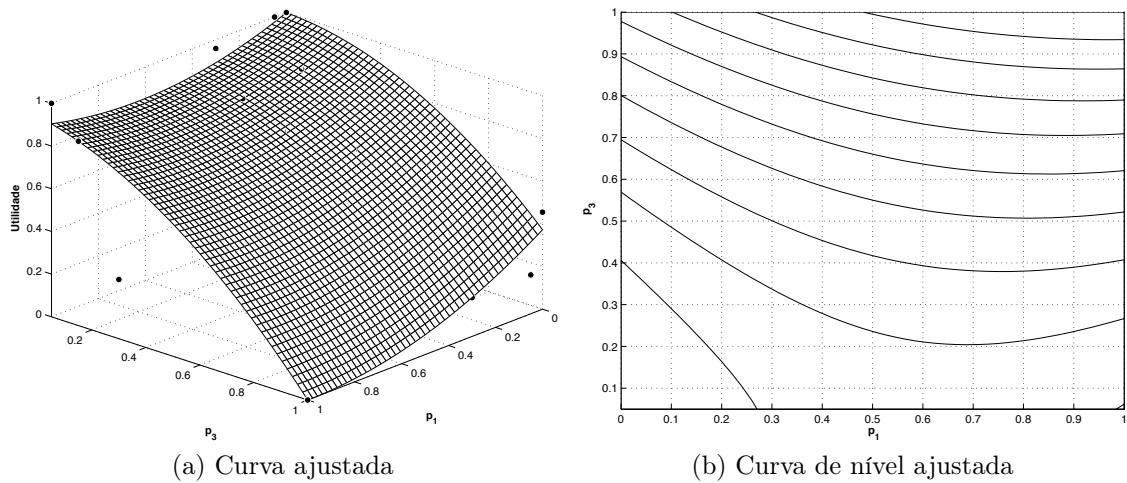


Figura 8.22: Função utilidade ajustada: decisor 6.

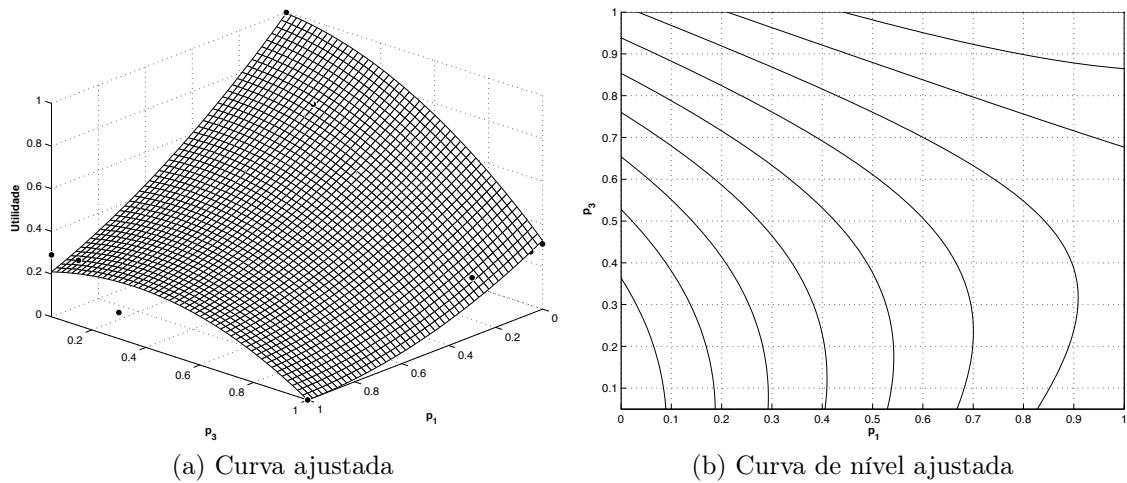


Figura 8.23: Função utilidade ajustada: decisor 7.

multivariado. Segundo ele, uma pessoa é avessa ao risco multivariado quando essa prefere jogos com correlação negativa a jogos com correlação positiva. Duncan

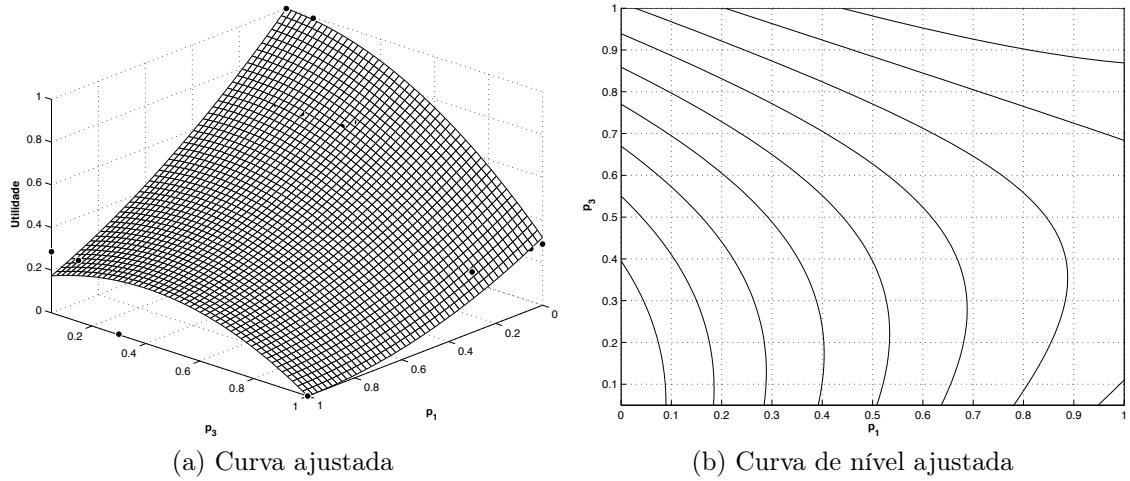


Figura 8.24: Função utilidade ajustada: decisor 8.

mostra que esse é o caso onde os elementos fora da diagonal da matriz \mathbf{R} são não negativos.

Seja, por exemplo, o decisor 2 e sua matriz de risco multivariado \mathbf{R}_{D_2} . Analisando a região no entorno do *payoff* deficit entre 1% e 5% e custo marginal de operação entre 50 e 100 R\$/MWh (equivalente à $p_1 = 0,30$ e $p_3 = 0,15$), a matriz de risco multivariado estimada é:

$$\mathbf{R}_{D_2}(0.30, 0.15) = \begin{bmatrix} 1.3102 & 0.0975 \\ 11.4783 & -15.1304 \end{bmatrix}$$

Há, nessa região, segundo Duncan, uma aversão ao risco multivariado entre p_1 e p_3 , para o decisor 2.

Capítulo 9

Conclusões, comentários e sugestões

9.1 Conclusões

Nesse trabalho foi modelado um Sistema de Apoio à Decisão (SAD) para ser aplicado no contexto do planejamento da operação energética do Sistema Interligado Nacional. Adotou-se como metodologia a Teoria da Decisão de Abraham Wald, baseada na Teoria da Utilidade de John von Neumann e Oskar Morgenstern, associada à Progamação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE). Com esse SAD, os diversos objetivos relevantes ao problema do planejamento da operação energética estão considerados explicitamente e as preferências do decisor incorporadas. Essas preferências estão representadas através de sua Função Utilidade.

Os *payoffs* considerados foram o deficit de energia (denominado p_1) e o custo total de operação (denominado p_2). Esse último foi substituído pelo custo marginal de operação (p_3) nos processos de educação do conhecimento por ser mais significativo ao decisor, em termos de percepção. Foi mostrado que há uma alta correlação entre p_2 e p_3 , o que dá suporte a se trabalhar na escala de custos marginais de operação.

Das diversas possibilidades de representação do conjunto de ações do decisor, foi considerada a parametrização da função de custo de deficit adotada nos estudos de planejamento da operação de médio prazo e de planejamento de expansão da geração de longo prazo. Essa função possui consistência macroeconômica, sendo ela estimada inicialmente considerando-se a elasticidade energética do PIB e atualizada, anualmente pela ANEEL, através de índices de inflação. A parametrização proposta nessa tese tem por objetivo adicionar à função de custo de deficit as preferências do decisor, com relação aos *payoffs* considerados.

Considerando-se as preferências do decisor, suas possíveis ações e consequências, o objetivo do SAD proposto é obter a decisão ótima, ou seja, aquela que maximiza a utilidade esperada do decisor. Foram propostas três abordagens distintas para a obtenção da decisão ótima, a saber:

- i. Abordagem com o problema representado em uma escala discreta;
- ii. Abordagem com o problema representado em uma escala contínua;
- iii. Abordagem através de simulações com o modelo NEWAVE.

Para cada uma dessas abordagens, conclui-se que:

Abordagem *i*: O principal objetivo dessa abordagem foi apresentar, de forma didática, como a decisão no planejamento energético pode ser modelada através da Teoria da Decisão. Todos os elementos da Teoria da Decisão foram definidos e os mecanismos probabilísticos estimados através de freqüência relativa, adotando-se simulações feitas com o modelo NEWAVE. Os resultados obtidos, considerando-se a função utilidade eduzida de um decisor foram coerentes. Contudo, diversas simplificações foram necessárias no momento de se definir os elementos da Teoria da Decisão. Por exemplo, o conjunto de observações foi definido desprezando-se a correlação temporal entre as afluências mensais. Naturalmente, poder-se-ia abrir mão de algumas simplificações, porém o modelo de decisão poderia se tornar um problema intratável, sob o ponto de vista computacional.

Abordagem *ii*: Essa é uma abordagem analítica para a solução do problema proposto nesse trabalho, com todos os elementos da Teoria da Decisão representados em uma escala contínua. Essa abordagem possui a vantagem de se obter a decisão ótima (Regra de Bayes) sem a necessidade de execução do modelo NEWAVE. Também é adequada para a realização de análises de sensibilidade e análises de comportamento frente ao risco, através do uso da matriz de aversão ao risco de Duncan. Porém, ainda foram consideradas premissas muito simplistas para que as expressões analíticas pudessem ser derivadas. Por exemplo, as observações foram modeladas como variáveis de Bernoulli. Assim como na abordagem *i*, está se desprezando a correlação temporal entre as afluências. Para a obtenção dos resultados, foram consideradas funções utilidade hipotéticas, baseadas em um modelo quadrático. Para todas elas, a Regra de Bayes foi aquela onde a ação representa uma função de custo de deficit com os valores mais elevados.

Abordagem *iii*: Para essa abordagem, foram consideradas as conclusões feitas em CAMPOLLO DE SOUZA [72] de que os mecanismos probabilísticos da Teoria da Decisão já são considerados, implicitamente, pelo modelo NEWAVE, ou seja, considerando os 2000 pares ordenados (deficit,cmo) obtidos com a simulação final, é possível estimar uma distribuição conjunta de probabilidades desses *payoffs*, que já é a própria função consequência do problema de decisão,

$p(p_1, p_3|\alpha)$. Assim, não há a necessidade de aproximações, o que torna essa abordagem metodologicamente mais aderente à realidade do planejamento da operação energética. Adicionalmente, considerando que o modelo NEWAVE está baseado no princípio do máximo de verossimilhança, a distribuição *a priori* e a função de Verossimilhança não são empregadas. Nesse contexto, a decisão ótima é dada pela ação que maximiza a utilidade esperada do decisor.

Das três abordagens apresentadas, conclui-se que as abordagens *i* e *ii* são boas do ponto de vista didático, porém foram necessárias diversas simplificações para a viabilização das mesmas (computacional ou mesmo analítica). Já a abordagem *iii* não apresenta explicitamente todos os elementos da Teoria da Decisão, pois estão incorporados internamente dentro do modelo NEWAVE. Contudo é a mais apropriada para aplicação prática pois trata de todas as incertezas sem que nenhuma simplificação adicional (além das que já compõem o modelo NEWAVE) seja necessária.

Para que se verificasse a adequação da tese em problemas reais, a abordagem *iii* foi empregada. Foram eduzidas as funções utilidade de técnicos e decisores que atuam no setor elétrico brasileiro, dentre os quais, pessoas ligadas aos setores de operação, planejamento, comercialização de energia, geração hidroelétrica e pesquisa. Foram utilizados dois programas computacionais para a educação da utilidade, desenvolvidos em outras dissertações e teses, aprovadas na Universidade Federal de Pernambuco. Alguns decisores tiveram acesso às suas funções utilidade e desses, todos concordaram com os resultados obtidos, considerando-se suas preferências.

Dos resultados, verificou-se que pessoas que atuam na operação ou em geração, em um horizonte de curto prazo, possuem preferência estrita para que se opere sem racionamento. Para essas pessoas, o custo de operação torna-se pouco relevante. Nesses casos, a ação que representa a decisão ótima foi por uma função de custo de deficit com os valores mais elevados o possível. Por outro lado, as pessoas ligadas à comercialização de energia elétrica tiveram uma preferência por baixos custos e apresentam uma certa preferência por pequenos racionamentos. Nesses casos, a decisão ótima foi por uma função de custo de deficit com os valores mais baixos o possível. Ressalta-se que o processo de educação foi feito considerando-se o custo marginal de operação como um dos *payoffs*. As pessoas que são ligadas ao planejamento de médio e longo prazo apresentaram, em seus resultados, uma preferência pela operação sem deficit em detrimento do custo, porém com uma certa tolerância a pequenos cortes de carga. Esse comportamento é natural pois, em caso de uma sinalização de deficit, há tempo hábil no horizonte do planejamento para que se adotem medidas adicionais de mitigação do risco de racionamento. Para esses decisores, a decisão ótima é por não alterar os valores da função de custo de deficit vigente ou fazer pequenas alterações.

Através de modelos de regressão não linear, expressões analíticas para a função utilidade de cada um dos decisores que colaboraram nessa tese foram estimadas. Adotou-se um modelo quadrático, uma vez que:

- Expressa diversos tipos de comportamento, onde a atitude do decisor em relação ao risco pode ser inferida de acordo com a concavidade ou convexidade ao longo do domínio de \mathcal{P} , ou ao próprio formato da utilidade (parábola, elipse, hipérbole);
- Ajustou-se bem em [72] para as diversas utilidades eduzidas;
- Facilita o tratamento analítico do modelo de decisão que está sendo proposto e nas análises de sensibilidade.

Com essas expressões, foram obtidas matrizes de risco multidimensional, ou matriz de Duncan. Através dessa matriz, análises de comportamento ao risco, local ou global, foram feitas. A principal conclusão é que nenhum dos decisores foi mutualmente independente ao risco multivariado, ou seja, suas funções utilidade apresentam um *tradeoff* entre os *payoffs* adotados.

Por fim, a metodologia apresentada (em qualquer uma das abordagens) está pronta para ser implementada na prática, durante a elaboração do PMO. É importante ressaltar que não foi feita nenhuma alteração nos modelos matemáticos vigentes, adotados no planejamento energético do SIN. Adicionalmente, os requisitos de *reprodutibilidade* dos resultados (capacidade de reprodução da decisão adotada frente à maximização da utilidade do decisor) e *simulabilidade* das ações (capacidade de realização de simulações plurianuais das condições de atendimento do mercado) foram preservados. Essas características do SAD apresentado nesta tese facilitam sua aceitação junto ao ONS, ANEEL e agentes do setor elétrico. Entretanto, há de se realizar um trabalho de difusão do conhecimento relacionado à Teoria da Decisão e sua aplicação nos estudos do planejamento energético do SIN.

Além da aplicação nos estudos do planejamento energético do SIN, esta tese também pode ser adotada em outras atividades, como por exemplo, no auxílio à tomada de decisão de um agente da CCEE quanto às estratégias na participação de leilões de energia elétrica ou na comercialização de energia.

9.2 Principais contribuições

- Formalizar um Sistema de Apoio à Decisão baseado em Teoria da Decisão aplicado ao problema do planejamento da operação energética do sistema interligado nacional.

- Apresentar a função utilidade de diversos segmentos do setor elétrico brasileiro, considerando-se como *payoffs* a segurança de atendimento e o custo operativo.
- Resgatar a metodologia vigente adotada na estimativa dos parâmetros da função de custo de deficit.

9.3 Sugestões de trabalhos futuros

- Modelagem das ações através da parametrização de uma combinação linear entre o valor esperado do custo total de operação e de uma medida de risco (por exemplo, CVaR), na função objetivo do modelo NEWAVE.
- Incorporação de novos objetivos (ou atributos, ou dimensões) ao problema. Indica-se algum relacionado à condicionantes ambientais.
- Aplicação da metodologia nos modelos de curto prazo ou de programação da operação (DECOMP e DESSEM)
- Educação da função utilidade a outros segmentos do setor elétrico como, por exemplo, geradores termoelétricos, pequenos e grandes consumidores, pequenos geradores, etc.
- Avaliar a alteração na forma de se apresentar as perguntas durante o processo de educação da função utilidade do decisior. Ao invés de se apresentar as faixas definidas para os *payoffs*, adotar termos do tipo “sem deficit”, “pouco deficit”, “deficit intermediário” e “alto deficit”.
- Aprofundar nas análises comparativas entre diferentes decisores, adoptando-se aspectos como vagueza, concordância, conflito e precisão. Esses conceitos são definidos em [35].

Referências Bibliográficas

- [1] IBGE, 2011. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/>>.
- [2] MACEIRA, M., TERRY, L., COSTA, F., et al. “Chain of Optimization Models for Setting the Energy Dispatch and Spot Price in the Brazilian System”, *14th Power System Computaion Conference - PSCC*, 2002. Sevilha, Espanha.
- [3] MACEIRA, M. E. P., DUARTE, V. S., PENNA, D. D. J., et al. “Ten Years of Application of Stochastic Dual Dynamic Programming In Official And Agent Studies In Brazil – Description of Newave Program”. In: *PSCC*, 2008.
- [4] PEREIRA, M. V. F., PINTO, L. M. V. G. “Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning”, *Mathematical Programming*, v. 52, pp. 359–375, 1991.
- [5] BATISTA, F. R. S., MACEIRA, M. E. P., MARCATO, A. L. M., et al. “Levantamento das Diferenças Numéricas e Metodológicas entre os Modelos SUISHI-O e NEWAVE”, *XX Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica - SNPTEE*, 2009.
- [6] COSTA, F. S., LIMA, A. L. D. S., DE SABOIA, A. L. G., et al. *Modelo DECOMP: Manual de Referência - Versão 13.0*. Relatório Técnico DP/DEA 40694/05, CEPEL, 2005.
- [7] MACEIRA, M. E. P., PENNA, D. D. J., DAMÁZIO, J. M. “Geração de Cenários Sintéticos de Energia e Vazão para o Planejamento da Operação Energética.” *Cadernos do IME - Série Estatística*, v. 21, pp. 11–35, 2006.
- [8] COSTA, F. S., MACEIRA, M. E. P., DAMÁZIO, J. M. “Application of streamflow forecasting models in the Brazilian Eletric System Operation Planning”, *Annals of HydroPredict'2008*, 9 2008.

- [9] COSTA, F. S., DAMÁZIO, J. M., NEVES, F. P. “Sistema SPEC – Sistema para Estudos de Prevenção de Cheias em Sistemas Hidroelétricos”, *XII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, 1999.
- [10] COSTA, F. S., DAMÁZIO, J. M., ROCHA, V. F. “Planejamento da Operação Semanal de Controle de Cheias em Sistemas Hidroelétricos – Modelos OPCHEN e OPCHENS”, *XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, 2011.
- [11] IPSID. *Relatório para indicação de linhas de pesquisas alternativas para o desenvolvimento de metodologia multicritério do planejamento de operação do sistema hidrotérmico brasileiro*. Relatório Técnico 02/005/2006, IPSID/UFPE, 2006.
- [12] ONS, 2011. Disponível em: <<http://www.ons.org.br/institucional/>>.
- [13] MARZANO, L. G. B., DUARTE, V. S., LIMA, A. L. D. S., et al. *Indicação de linhas de pesquisas alternativas para o desenvolvimento de metodologia multicritério do planejamento de operação do sistema hidrotérmico brasileiro*. Relatório Técnico DP/DEA - 19048/06, CEPEL, 2006.
- [14] BELTON, V., STERWART, T. J. *Multiple Criteria Decision Analysis: an integrated approach*. 2 ed. Norwell, Massachusetts, USA, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [15] ALMEIDA, A. T., COSTA, P. C. S. *Aplicações com Métodos Multicritério de Apoio a Decisão*. Recife, Ed Universitária, 2003.
- [16] WALD, A. *Statistical Decision Functions*. 2 ed. Bronx, N.Y., Chelsea Pub Co, 1971.
- [17] VON NEUMANN, J., MORGENSTERN, O. *Theory of Games and Economic Behavior*. 3 ed. Princeton, Princeton University Press, 1980.
- [18] KEENEY, R. L., RAIFFA, H. *Decision with Multiple Objectives: Preferences and Value Trade-offs*. New York, John Wiley & Sons, 1976.
- [19] GOMES, L. F. A. M., GOMES, C. F. S., ALMEIDA, A. T. *Tomada de Decisão Gerencial um Enfoque Multicritério*. São Paulo, Editora Atlas, 2002.
- [20] EDWARDS, W. “SMARTS and SMARTER: Improved Simple Methods for Multiattribute Utility Measurement”, *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, v. 60, n. 3, pp. 306–325, 12 1994.

- [21] BANA E COSTA, C., VANSNICK, J. “Macbeth: An Interactive Path Towards the Construction of Cardinal Value Function”, *International Transactions in Operational Research*, 1994.
- [22] SAATY, T. L. *The Analytic Hierarchy Process*. New York, McGraw-Hill, 1980.
- [23] VINCKE, P. *Multicriteria Decision-Aid*. New York, John Wiley & Sons, 1992.
- [24] DAVID, H. *The method of paired comparisons*. C. Griffin, 1988.
- [25] BRANS, J. P., MARESCHAL, B. *Promethee-Gaia, Une Methodologie d'Aide à la Décision em Présence de Critères Multiples*. Paris, France, Éditions Ellipses, 2002.
- [26] CLÍMACO, J. C. N., ANTUNES, C. H., ALVES, M. J. G. *Programação Linear Multiobjetivo: Do Modelo de Programação Linear Clássico à Consideração Explícita de Várias Funções Objetivo*. Coimbra, Portugal, Universidade de Coimbra, 2003.
- [27] LEE, S. M. *Goal programming for decision analysis (Management and communications series)*. 1 ed. Boca Raton, Florida, Auerbach Publishers, 1972.
- [28] BENAYOUN, R., MONTGOLFLIER, J., TERGNY, J., et al. “Linear Programming with Multiple Objective Functions: Step Method (STEM)”, *Mathematical Programming*, v. 1, 1971.
- [29] ZIONTS, S., WALLENIUS, J. “An Interactive Programming Method for Solving the Multiple Criteria Problem”, *Management Science*, v. 22, n. 6, pp. 652–663, 1976.
- [30] STEUER, R. H. *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application*. Malabar, Florida, Krieger Pub Co, 1989.
- [31] KORHONEN, P., WALLENIUS, J. “A Pareto Race”, *Naval Research Logistics*, v. 35, n. 6, pp. 615–623, 1988.
- [32] HORN, J., NAFPLIOTIS, N., GOLDBERG, D. E. “A niched pareto genetic algorithm for multiobjective optimization”. In: *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation*, pp. 67–72, Piscataway, NJ, 1994. IEEE Service Center.
- [33] ABIDO, M. A. “A Niched Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Environmental/Economic Dispatch”, *Electrical Power and Energy Systems*, v. 25, pp. 97–105, 2003.

- [34] ZITZLER, E., THIELE, L. *An Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization: The Strength Pareto Approach*. Relatório Técnico 43, Swiss Federal Institute os Technology, Gloriastrasse 35, CH-8092 Zurich, Switzerland, 1998. url: <http://citeseer.ist.psu.edu/zitzler02evolutionary.html>.
- [35] CAMPELLO DE SOUZA, F. M. *Decisões Racionais em Situações de Incerteza*. Recife, Editora da Universidade Federal de Pernambuco, 2007.
- [36] GJENGEDAL, T., JOHANSEN, S., HANSEN, O. “A Qualitative Approach to Economic-Environmental Dispatch-Treatment of Multiple Pollutants”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 7, n. 3, pp. 367–373, 1992.
- [37] GENT, M. R., LAMONT, J. W. “Minimum Emission Dispatch”, *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, v. 90, 1971.
- [38] CHANG, C. S., WONG, K. P., FAN, B. “Security-Constrained Multiobjective Generation Dispatch Using Bicriterion Global Optimisation”, *IEE Proc. Gener. Transm. Distrib*, v. 142, n. 4, pp. 406–414, 1995.
- [39] FARAG, A., AL-BAIYAT, S., CHENG, T. C. “Economic Load Dispatch Multiobjective Optimization Procedures Using Linear Programming Techniques”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 2, pp. 731–738, 1995.
- [40] DIAKOULAKI, D., HENGGEKER ANTUNES, C., MARTINS, A. “MCDA and Energy Planning”. In: Figueira, J., Greco, S., Ehrgott, M. (Eds.), *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, Springer Verlag, pp. 859–898, Boston, Dordrecht, London, 2005.
- [41] HESLIN, J. S., HOBBS, B. F. “A Multiobjective Production Costing Model for Analyzing Emissions Dispatching and Fuel Switching”, *IEEE Transaction on Power Systems*, v. 4, n. 3, pp. 836–842, 1989.
- [42] YOKOYAMA, R., BAE, S. H., MORITA, T., et al. “Multiobjective Optimal Generation Dispatch Based on Probability Security Criteria”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 1, pp. 317–324, 1988.
- [43] WONG, K., FAN, B., CHANG, C., et al. “Multi-objective Generation Dispatch Using Bicriterion Global Optimization”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 4, pp. 1813–1819, 1995.
- [44] SRINIVASAN, D., CHANG, C., LIEW, A. “Multiobjective Generation Scheduling Using Fuzzy Optimal Search Technique”, *IEE Proc. Gener. Transm. Distrib*, v. 141, 1994.

- [45] ZAGONA, E. A., FULP, T. J., GORANFLO, H. M., et al. “RiverWare: A General River and Reservoir Modeling Environment”, *Proceedings of the First Federal Interagency Hydrologic Modeling Conference*, 4 1998. Las Vegas.
- [46] MAGEE, T. M., GORANFLO, H. M., BIDDLE, S. H. “Optimizing Daily Reservoir Scheduling at TVA with RiverWare”, *Proceedings of the Second Federal Interagency Hydrologic Modeling Conference*, 7 2002. Las Vegas.
- [47] BIDDLE, S. H. “Optimizing the TVA Reservoir System Using RiverWare”, *Proceedings of ASCE World Water & Environmental Resources Congress*, 5 2001. Orlando, Florida.
- [48] WHEELER, K., MAGEE, T. M., FULP, T., et al. “Alternative Policies on the Colorado River”, *Proceedings of the NRC Allocating and Managing Water for a Sustainable Future: Lessons from Around the World*, 6 2002.
- [49] GILMORE, A. F. *A Study of Optimization of Reservoir Operations of the Colorado River*. Tese de Mestrado, Department of Civil, Environmental and Architectural Engineering, University of Colorado, 1999.
- [50] LYRA, C., FERREIRA, L. R. M. “A Multiobjective Approach to the Short-Term Scheduling of a Hydroelectric Power System”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 4, pp. 1750–1755, 1995.
- [51] GOICOECHEA, A., DUCKSTEIN, L., FOGEL, M. M. “Multiple Objectives Under Uncertainty: An Illustrative Application of PROTRADE”, *Water Resources Research*, v. 15, 1979.
- [52] ABIDO, M. A. “A New Multiobjective Evolutionary Algorithm for Environmental/Economic Power Dispatch”, *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, v. 2, pp. 1263–1268, 2001.
- [53] ABIDO, M. A. “Environmental/Economic Power Dispatch Using Multiobjective Evolutionary Algorithms”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 4, pp. 1529–1537, 11 2003.
- [54] ABIDO, M. A. “Multiobjective Evolutionary Algorithms for Electric Power Dispatch Problem”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 10, n. 3, pp. 315–329, 6 2006.
- [55] VILLASANTI, C. M., LUCKEN, C. V., BARAN, B. “Dispatch of Hydroelectric Generating Units Using Multiobjective Evolutionary Algorithms”.

In: *IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America*, 2004.

- [56] HUANG, C. M., YANG, H. T., HUANG, C. L. “Bi-Objective Power Dispatch Using Fuzzy Satisfaction-Maximizing Decision Approach”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 4, pp. 1715–1721, 1997.
- [57] HUANG, C. M., HUANG, Y. C. “A Novel Approach to Real-Time Economic Emission Power Dispatch”, *IEEE Transaction on Power Systems*, v. 18, n. 1, pp. 288–294, 2003.
- [58] DAS, D. B., PATVARDHAN, C. “New Multi-Objective Stochastic Search Technique for Economic Load Dispatch”, *IEE Proc. Gener. Transm. Distrib*, v. 145, 1998.
- [59] TAUXE, G. W., INMAN, R. R., MADEY, D. M. “Multiobjective Dynamic Programming with Application to a Reservoir”, *Water Resources Research*, v. 15, 1979.
- [60] BELLMAN, R. E., DREYFUS, S. E. *Applied Dynamic Programming*. Princeton, New Jersey, Princeton University Press, 1962.
- [61] SZIDAROVSKY, F., GERSHON, M., BARDOSSY, A. “Application of Multi-objective Dynamic Programming to Regional Nature Resource Management”, *Applied Mathematics and Computation*, v. 24, 1987.
- [62] KANG, D., BIEN, Z. “Model-Based Multiobjective Fuzzy Control Using a New Multiobjective Dynamic Programming Approach”, *IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference*, v. 3, 2001.
- [63] CHANKONG, V., HAIMES, Y. Y., GEMPERLINE, D. M. “A Multiobjective Dynamic Programming Method for Capacity Expansion”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 26, 1981.
- [64] XU, J. X., CHANG, C. S., WANG, X. W. “Constrained Multiobjective Global Optimisation of Longitudinal Interconnected Power System by Genetic Algorithm”, *IEE Proc. Gener. Transm. Distrib.*, v. 143, n. 5, pp. 435–446, 9 1996.
- [65] SONG, Y. H., WANG, G. S., WANG, P. Y., et al. “Environmental/Economic Dispatch Using Fuzzy Logic Controlled Genetic Algorithms”, *IEE Proc. Gener. Transm. Distrib.*, v. 144, n. 4, pp. 377–382, 7 1997.

- [66] NANDA, J., KOTHARI, D. P., LINGAMURTHY, K. S. “Economic-Emission Load Dispatch Through Goal Programming Techniques”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 3, 1988.
- [67] ALBUQUERQUE, L. L., DE ALMEIDA, A. T., CAVALCANTE, C. A. V. “Aplicabilidade da programação matemática multiobjetivo no planejamento da expansão de longo prazo da geração no Brasil”, *Pesquisa Operacional*, v. 1, n. 29, pp. 153–178, 1 2009.
- [68] ALBUQUERQUE, L. L. *Planejamento do “Mix Energético” de Geração de Energia Elétrica no Brasil: Uma Avaliação da Aplicabilidade de Optimização Linear Multiobjetivo no Contexto do Novo Modelo Institucional do Setor Elétrico*. Dissertação de mestrado, Engenharia de Produção/UFPE, 2005.
- [69] KUNSCH, P. L., TEGHEM JR, J. “Nuclear Fuel Cycle Optimization Using Multi-Objective Stochastic Linear Programming”, *European Journal of Operational Research*, v. 31, 1987.
- [70] URLI, B., RAYMOND, N. “PROMISE/Scenarios: An Interactive Method for Multiobjective Stochastic Linear Programming Under Partial Uncertainty”, *European Journal of Operational Research*, v. 155, 2004.
- [71] KLIGERMAN, A. S. *Um sistema de apoio à decisão bicritério para o planejamento da operação energética*. Tese de doutorado, Universidade Federal Fluminense, 12 2009.
- [72] CAMPELLO DE SOUZA, F. M. *Procedimentos para a aplicação da teoria da decisão*. Dissertação de mestrado, Engenharia de Produção/UFPE, Feb 2007.
- [73] WANDERLEY, A. L. *A Educação da Função Utilidade Multiatributo*. Tese de Doutorado, Recife, 12 2008.
- [74] TERRY, L. A. *Modelo a Sistema Equivalente - Descrição Geral*. Relatório técnico 1705/80, CEPEL, 1980.
- [75] MACEIRA, M. E. P., MERCIO, C. M. V. B. “Stochastic Streamflow Model for Hydroelectric Systems”, *5th International Conference PMAPS - Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, pp. 305–310, 1997.
- [76] MACEIRA, M. E. P. *Programação Dinâmica Dual Estocástica Aplicada ao Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos com*

- Representação do Processo Estocástico de Afluências por Modelos Auto-Regressivos Periódicos.* Relatório técnico 237/93, CEPEL, 1993.
- [77] CEPEL. *Relatório de entrevistas com dirigentes/representantes do ONS.* Relatório Técnico DP/DEA - 7228/06, CEPEL, 2006.
- [78] MELO, A. C. G., DAMÁZIO, J. M., OLIVEIRA, B. H., et al. “An approach to estimate the electrical energy deficit cost parameter in the operation and expansion of hydrothermal systems”. In: *Cigre*, Paris, France, 2002.
- [79] GCPS. *Comissão para Estudo do Custo do Deficit - Relatório Final.* Relatório Técnico GCPS/SEC/CDEF/001.88, GCPS, 1988.
- [80] CARRILLO, M., CAMPERO, H. *Costo Social de la Restricción de Energía Eléctrica.* Relatório técnico, CIER - Ministerio de Recursos Naturales Y Energeticos - Instituto Equatoriano de Investigacion, 1975.
- [81] ANEEL. *Definição da função de custo de deficit de energia elétrica e do limite máximo do preço de mercado de curto prazo, de que trata a Resolução GCE 109, de 24 de janeiro de 2002.* Relatório Técnico Nota Técnica 41/2003-SEM/SRG/SRC/ANEEL, ANEEL, 6 2003.
- [82] ANEEL. *Regulamentação da curva do Custo do Deficit de energia elétrica e do limite máximo do preço de mercado de curto prazo.* Relatório Técnico Nota Técnica 118/2003-SEM/ANEEL, ANEEL, 11 2003.
- [83] LINS, L. A. N. *Decisões em Medicina: Uma Abordagem por Teoria da Decisão.* Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.
- [84] ALBUQUERQUE, C. H. *Decision Theory: a software implementation to educe the utility function.* Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2 2011.
- [85] DUNCAN, G. T. “A Matrix Measure of Multivariate Local Risk Aversion”, *Econometrica*, v. 45, n. 4, pp. 895–903, 1977.
- [86] RICHARD, S. F. “Multivariate Risk Aversion, Utility Independence and Separable Utility Functions”, *Management Science*, v. 22, n. 1, pp. 12–21, 1975. Disponível em: <<http://mansci.journal.informs.org/cgi/doi/10.1287/mnsc.22.1.12>>.
- [87] DEGROOT, M. H., SCHERVISH, M. J. *Probability and Statistics.* Pearson Education, 2011. ISBN: 9780321500465.

Apêndice A

Estatísticas das séries históricas

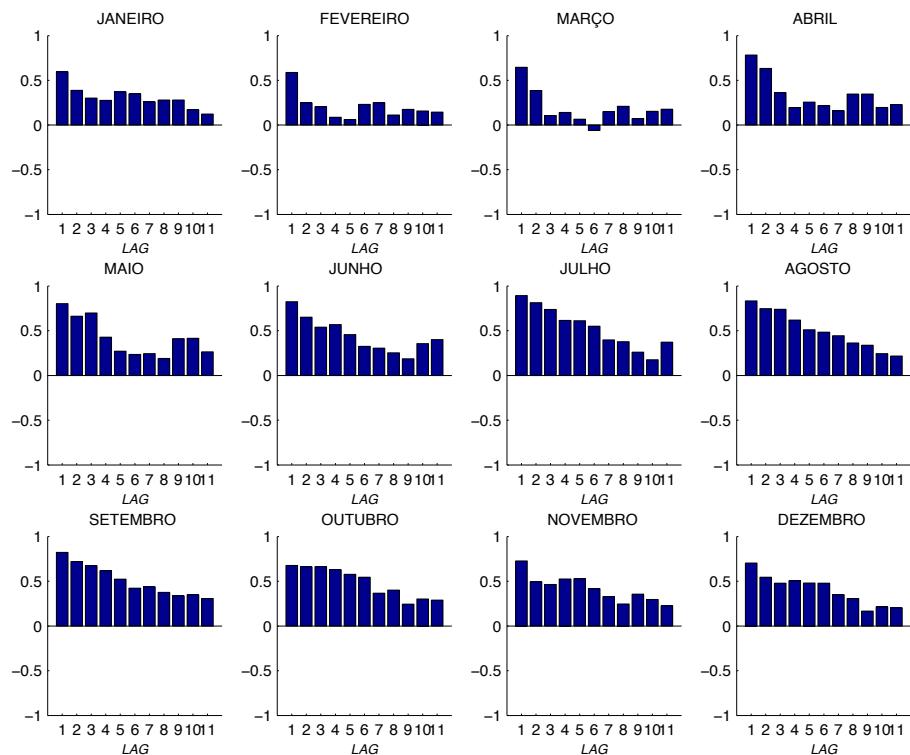


Figura A.1: Correlação temporal: Sudeste.

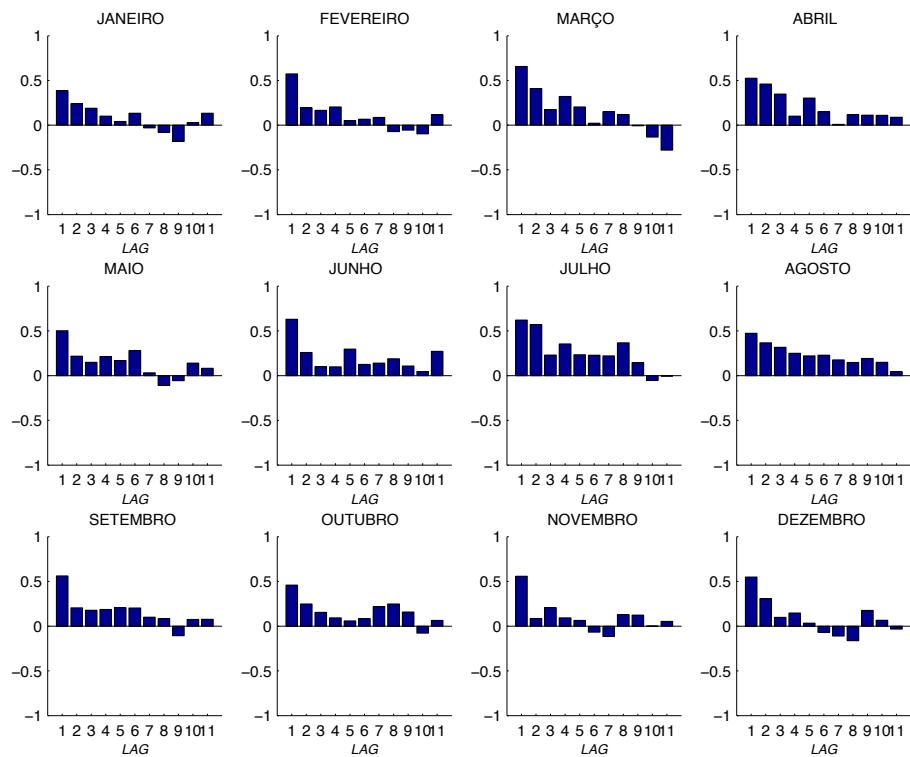


Figura A.2: Correlação temporal: Sul.

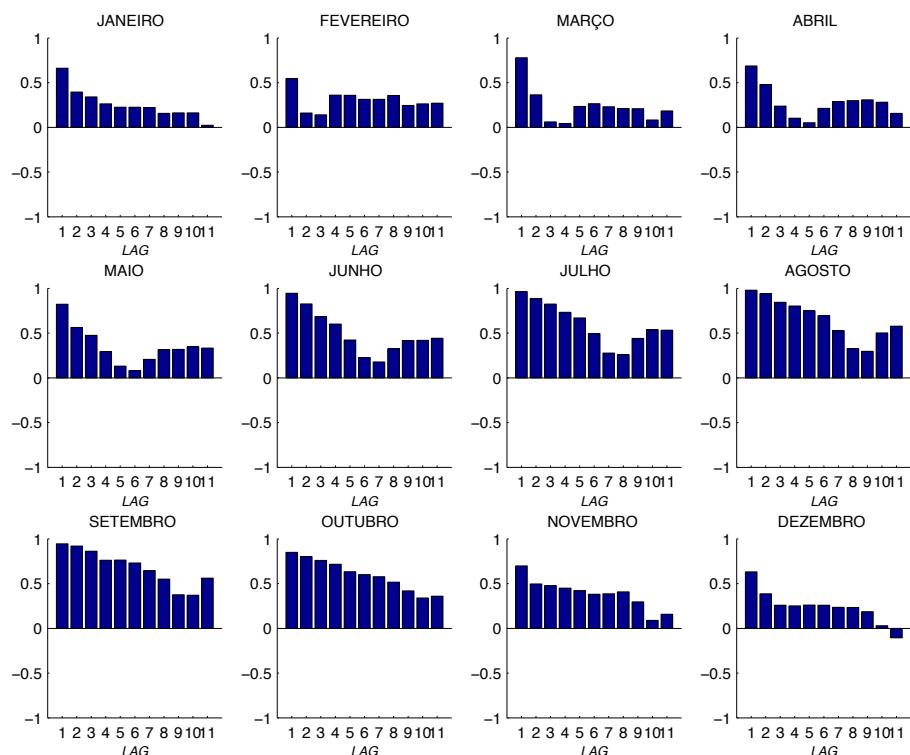


Figura A.3: Correlação temporal: Nordeste.

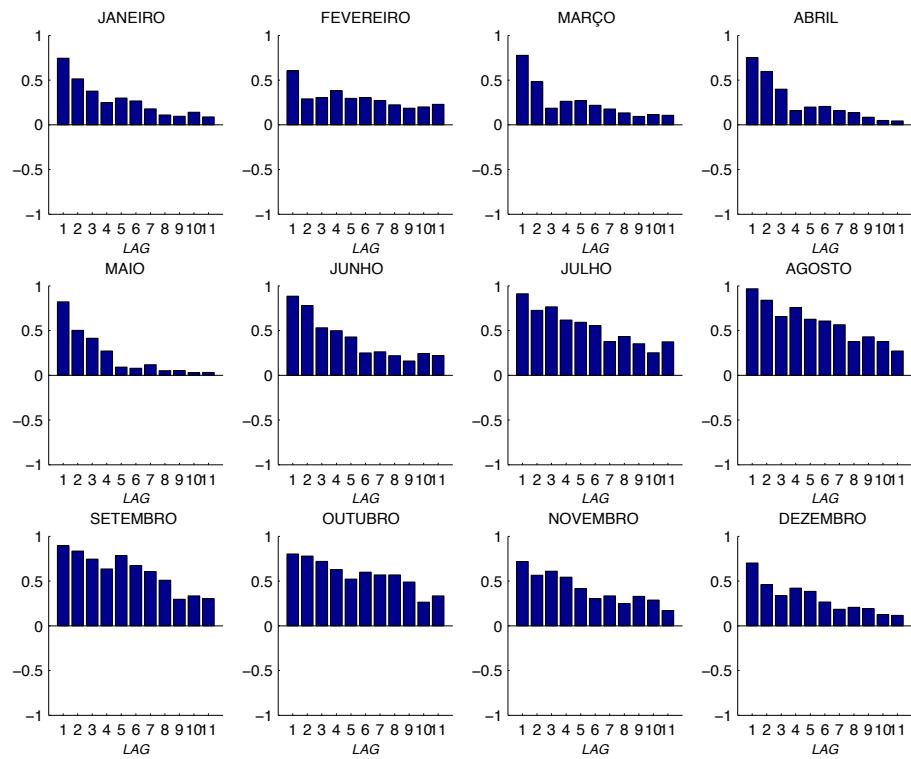


Figura A.4: Correlação temporal: Norte.

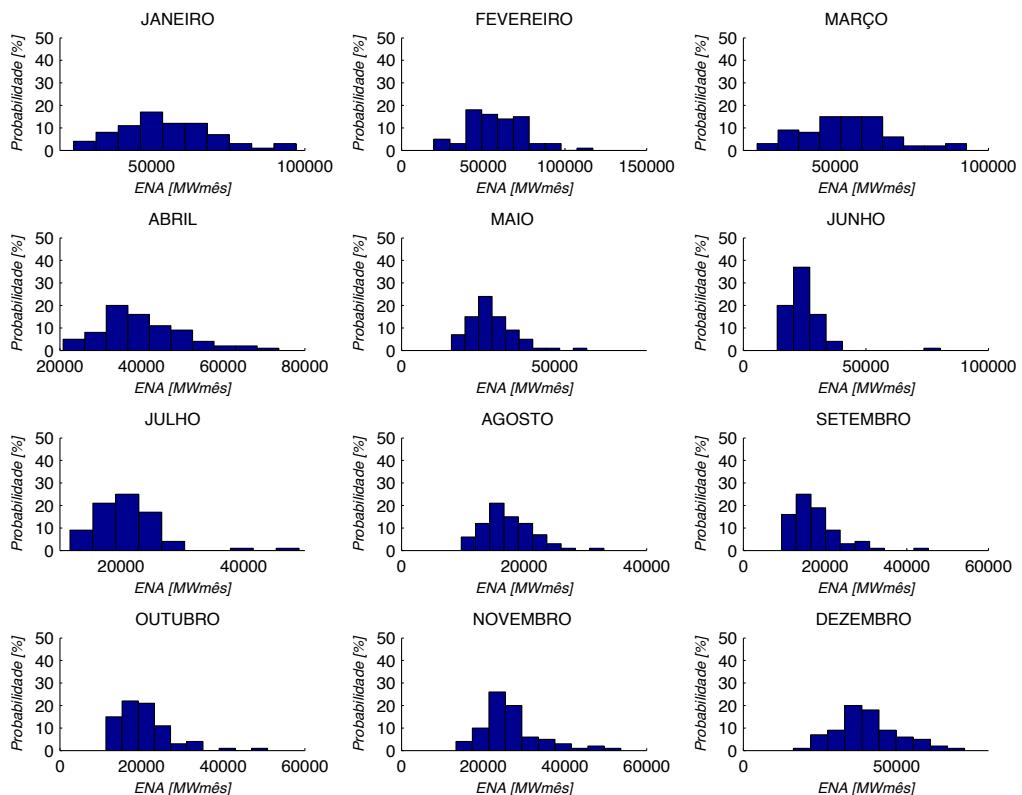


Figura A.5: Histograma das ENAs: Sudeste.

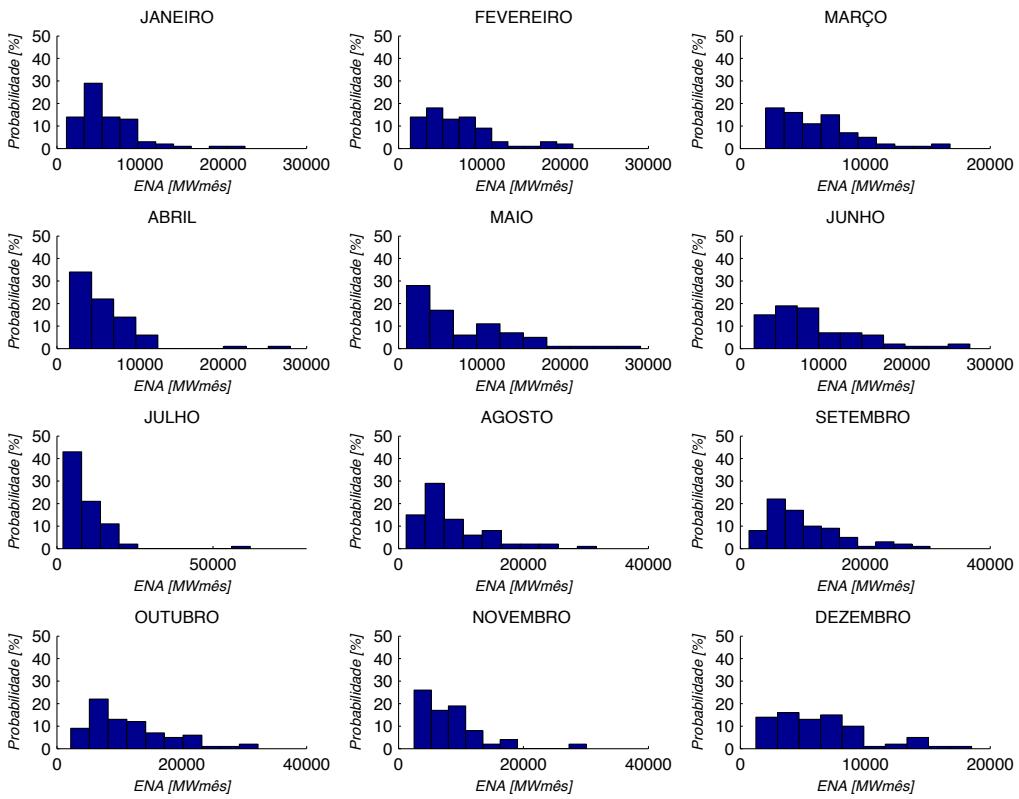


Figura A.6: Histograma das ENAs: Sul.

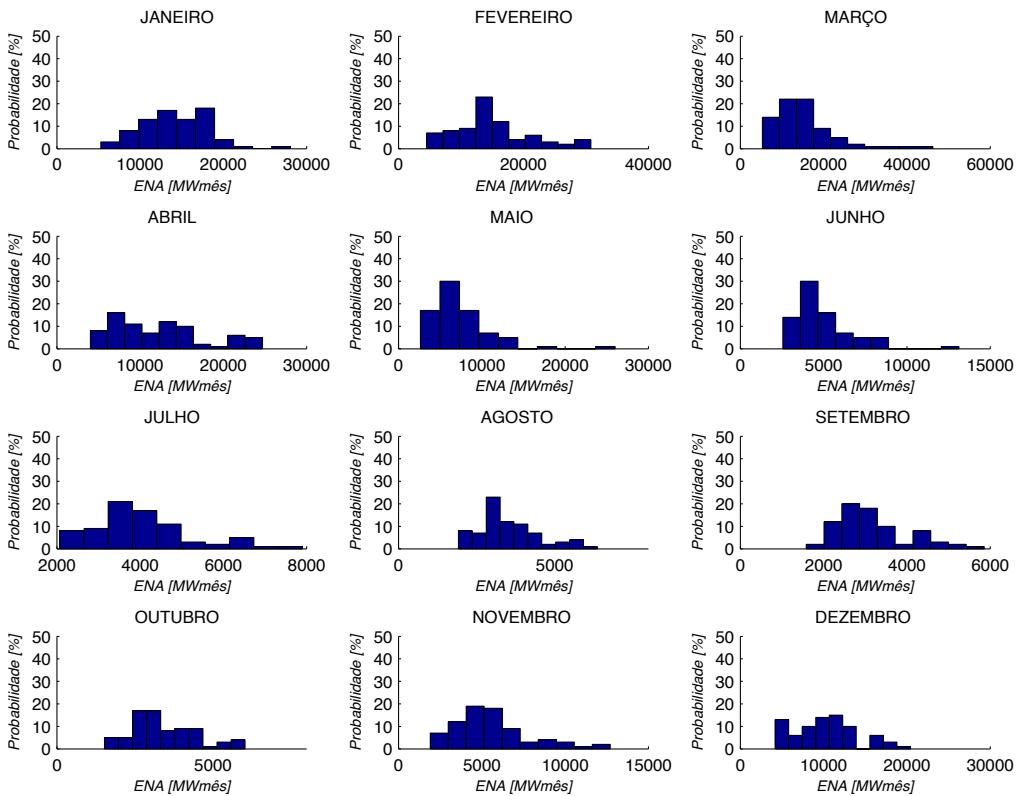


Figura A.7: Histograma das ENAs: Nordeste.

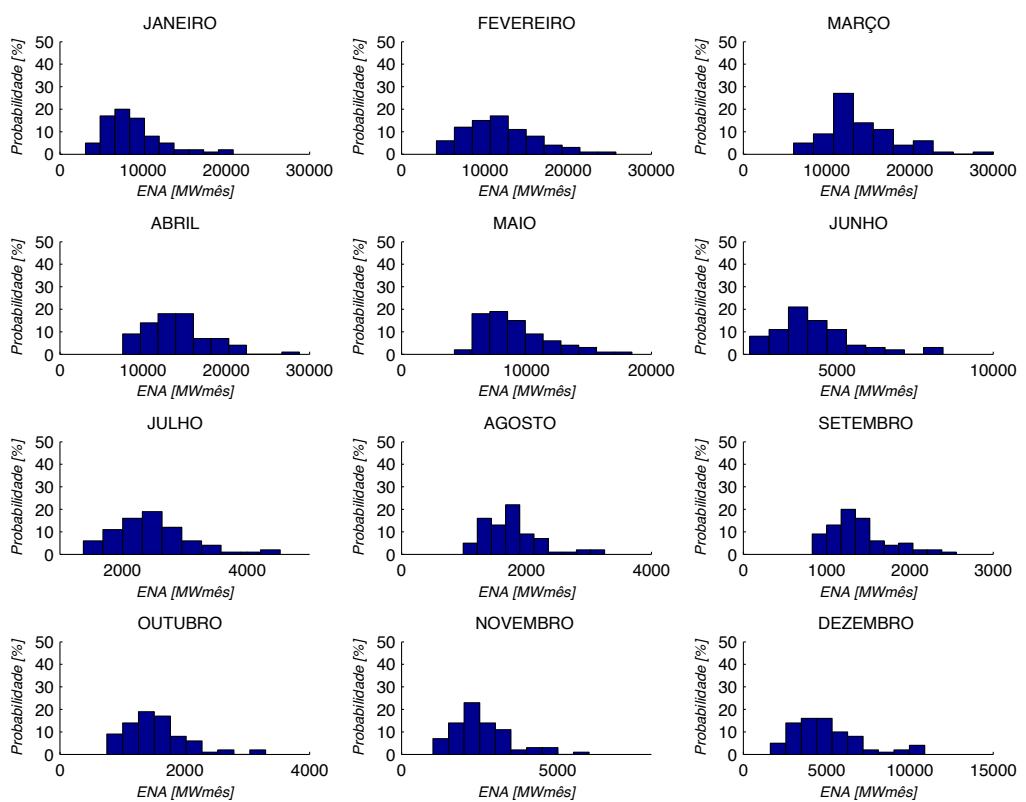


Figura A.8: Histograma das ENAs: Norte.

Apêndice B

Desenvolvimentos analíticos do Capítulo 6

B.1 O Cálculo da Utilidade da Função Conseqüência

A utilidade da função consequência, $u(P(p|\theta, a))$ é dada por:

$$u(P(p|\theta, a)) = u(f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y)) = \int_0^1 \int_0^1 u(p_1, p_3) f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y) dp_1 dp_3 \quad (\text{B.1})$$

Tem-se:

$$u(p_1, p_3) = 1 - (k_1 + k_3 + 2k_4)p_1 - (k_2 + k_3 + 2k_5)p_3 + k_3 p_1 p_3 + k_4 p_1^2 + k_5 p_3^2$$

e

$$f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y) = \begin{cases} \frac{1}{p_{11}p_{31}}y^2 & \text{se } 0 \leq p_1 < p_{11} \text{ e } 0 \leq p_3 < p_{31}, \\ \frac{2}{(p_{12}-p_{11})(p_{32}-p_{31})}y(1-y) & \text{se } p_{11} < p_1 < p_{12} \text{ e } p_{31} < p_3 < p_{32}, \\ \frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})}(1-y)^2 & \text{se } p_{12} < p_1 \leq 1 \text{ e } p_{32} < p_3 \leq 1, \\ 0 & \text{demais casos} \end{cases}$$

O desenvolvimento da equação (B.1) será dividido em 18 parcelas, denominadas I_i , $i = 1, \dots, 18$. Esse desenvolvimento é apresentado a seguir.

Primeira parcela:

$$I_1 = \int_0^{p_{11}} \int_0^{p_{31}} \frac{1}{p_{11}p_{31}}y^2 dp_3 dp_1 =$$

$$= \frac{1}{p_{11}p_{31}}y^2 \int_0^{p_{11}} \int_0^{p_{31}} dp_3 dp_1 = \\ = y^2$$

Segunda parcela:

$$I_2 = \int_{p_{11}}^{p_{12}} \int_{p_{31}}^{p_{32}} \frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} y(1-y) dp_3 dp_1 = \\ = \frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} y(1-y) \int_{p_{11}}^{p_{12}} \int_{p_{31}}^{p_{32}} dp_3 dp_1 = \\ = 2y(1-y)$$

Terceira parcela:

$$I_3 = \int_{p_{12}}^1 \int_{p_{32}}^1 \frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} (1-y)^2 dp_3 dp_1 = \\ = \frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} (1-y)^2 \int_{p_{12}}^1 \int_{p_{32}}^1 dp_3 dp_1 = \\ = (1-y)^2$$

Quarta parcela:

$$I_4 = \int_0^{p_{11}} \int_0^{p_{31}} -\frac{1}{p_{11}p_{31}} y^2 (k_1 + k_3 + 2k_4) p_1 dp_3 dp_1 = \\ = -\frac{1}{p_{11}p_{31}} y^2 (k_1 + k_3 + 2k_4) \int_0^{p_{11}} \int_0^{p_{31}} p_1 dp_3 dp_1 = \\ = -\frac{1}{p_{11}} y^2 (k_1 + k_3 + 2k_4) \int_0^{p_{11}} p_1 dp_1 = \\ = -\frac{1}{p_{11}} y^2 (k_1 + k_3 + 2k_4) \frac{p_{11}^2}{2} = \\ = -\frac{p_{11}(k_1 + k_3 + 2k_4)}{2} y^2$$

Quinta parcela:

$$I_5 = \int_{p_{11}}^{p_{12}} \int_{p_{31}}^{p_{32}} -\frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} y(1-y)(k_1 + k_3 + 2k_4) p_1 dp_3 dp_1 = \\ = -\frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} y(1-y)(k_1 + k_3 + 2k_4) \int_{p_{11}}^{p_{12}} \int_{p_{31}}^{p_{32}} p_1 dp_3 dp_1 = \\ = -\frac{2}{(p_{12} - p_{11})} y(1-y)(k_1 + k_3 + 2k_4) \int_{p_{11}}^{p_{12}} p_1 dp_1 =$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{2}{(p_{12} - p_{11})} y(1-y)(k_1 + k_3 + 2k_4) \frac{(p_{12}^2 - p_{11}^2)}{2} = \\
&= -\frac{(p_{12} - p_{11})(p_{12} + p_{11})}{(p_{12} - p_{11})} y(1-y)(k_1 + k_3 + 2k_4) = \\
&= -(p_{12} + p_{11})(k_1 + k_3 + 2k_4)y(1-y)
\end{aligned}$$

Sexta parcela:

$$\begin{aligned}
I_6 &= \int_{p_{12}}^1 \int_{p_{32}}^1 -\frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} (1-y)^2 (k_1 + k_3 + 2k_4) p_1 dp_3 dp_1 = \\
&= -\frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} (k_1 + k_3 + 2k_4) (1-y)^2 \int_{p_{12}}^1 \int_{p_{32}}^1 p_1 dp_3 dp_1 = \\
&= -\frac{1}{(1-p_{12})} (k_1 + k_3 + 2k_4) (1-y)^2 \int_{p_{12}}^1 p_1 dp_1 = \\
&= -\frac{1}{(1-p_{12})} \frac{1-p_{12}^2}{2} (k_1 + k_3 + 2k_4) (1-y)^2 = \\
&= -\frac{1}{(1-p_{12})} \frac{(1-p_{12})(1+p_{12})}{2} (k_1 + k_3 + 2k_4) (1-y)^2 = \\
&= -\frac{1}{2} (1+p_{12}) (k_1 + k_3 + 2k_4) (1-y)^2
\end{aligned}$$

Sétima parcela:

$$\begin{aligned}
I_7 &= \int_0^{p_{11}} \int_0^{p_{31}} -\frac{1}{p_{11}p_{31}} y^2 (k_2 + k_3 + 2k_5) p_3 dp_3 dp_1 = \\
&= -\frac{1}{p_{11}p_{31}} (k_2 + k_3 + 2k_5) y^2 \int_0^{p_{11}} \int_0^{p_{31}} p_3 dp_3 dp_1 = \\
&= -\frac{1}{p_{11}p_{31}} \frac{p_{31}^2}{2} (k_2 + k_3 + 2k_5) y^2 \int_0^{p_{11}} dp_1 = \\
&= -\frac{1}{p_{11}} p_{11} \frac{p_{31}}{2} (k_2 + k_3 + 2k_5) y^2 = \\
&= -\frac{1}{2} p_{31} (k_2 + k_3 + 2k_5) y^2
\end{aligned}$$

Oitava parcela:

$$\begin{aligned}
I_8 &= \int_{p_{11}}^{p_{12}} \int_{p_{31}}^{p_{32}} -\frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} y(1-y)(k_2 + k_3 + 2k_5) p_3 dp_3 dp_1 = \\
&= -\frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} (k_2 + k_3 + 2k_5) y(1-y) \int_{p_{11}}^{p_{12}} \int_{p_{31}}^{p_{32}} p_3 dp_3 dp_1 =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} \frac{p_{32}^2 - p_{31}^2}{2} (k_2 + k_3 + 2k_5)y(1-y) \int_{p_{11}}^{p_{12}} dp_1 = \\
&= -\frac{1}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} (p_{32} - p_{31})(p_{32} + p_{31})(k_2 + k_3 + 2k_5)y(1-y)(p_{12} - p_{11}) = \\
&\quad = -(k_2 + k_3 + 2k_5)(p_{31} + p_{32})y(1-y)
\end{aligned}$$

Nona parcela:

$$\begin{aligned}
I_9 &= \int_{p_{12}}^1 \int_{p_{32}}^1 -\frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} (1-y)^2 (k_2 + k_3 + 2k_5)p_3 dp_3 dp_1 = \\
&= -\frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} (k_2 + k_3 + 2k_5)(1-y)^2 \int_{p_{12}}^1 \int_{p_{32}}^1 p_3 dp_3 dp_1 = \\
&= -\frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} (k_2 + k_3 + 2k_5)(1-y)^2 \frac{1-p_{32}^2}{2} \int_{p_{12}}^1 dp_1 = \\
&= -\frac{1}{2} \frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} (1-p_{32})(1+p_{32})(k_2 + k_3 + 2k_5)(1-y)^2(1-p_{12}) = \\
&\quad = -\frac{1}{2}(1+p_{32})(k_2 + k_3 + 2k_5)(1-y)^2
\end{aligned}$$

Décima parcela:

$$\begin{aligned}
I_{10} &= \int_0^{p_{11}} \int_0^{p_{31}} \frac{1}{p_{11}p_{31}} y^2 k_3 p_1 p_3 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{1}{p_{11}p_{31}} k_3 y^2 \int_0^{p_{11}} \int_0^{p_{31}} p_1 p_3 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{1}{p_{11}p_{31}} k_3 y^2 \frac{p_{31}^2}{2} \int_0^{p_{11}} p_1 dp_1 = \\
&= \frac{1}{2} \frac{1}{p_{11}} p_{31} k_3 y^2 \frac{p_{11}^2}{2} = \\
&= \frac{1}{4} p_{11} p_{31} k_3 y^2
\end{aligned}$$

Décima primeira parcela:

$$\begin{aligned}
I_{11} &= \int_{p_{11}}^{p_{12}} \int_{p_{31}}^{p_{32}} \frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} y(1-y) k_3 p_1 p_3 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} k_3 y(1-y) \int_{p_{11}}^{p_{12}} \int_{p_{31}}^{p_{32}} p_1 p_3 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} k_3 y(1-y) \frac{p_{32}^2 - p_{31}^2}{2} \int_{p_{11}}^{p_{12}} p_1 dp_1 =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{(p_{12} - p_{11})} (p_{32} + p_{31}) k_3 y (1-y) \frac{p_{12}^2 - p_{11}^2}{2} = \\
&= \frac{1}{2} (p_{12} + p_{11}) (p_{32} + p_{31}) k_3 y (1-y)
\end{aligned}$$

Décima segunda parcela:

$$\begin{aligned}
I_{12} &= \int_{p_{12}}^1 \int_{p_{32}}^1 \frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} (1-y)^2 k_3 p_1 p_3 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} k_3 (1-y)^2 \int_{p_{12}}^1 \int_{p_{32}}^1 p_1 p_3 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} k_3 (1-y)^2 \frac{1-p_{32}^2}{2} \int_{p_{12}}^1 p_1 dp_1 = \\
&= \frac{1}{2} \frac{1}{(1-p_{12})} (1+p_{32}) k_3 (1-y)^2 \frac{1-p_{12}^2}{2} = \\
&= \frac{1}{4} (1+p_{12})(1+p_{32}) k_3 (1-y)^2
\end{aligned}$$

Décima terceira parcela:

$$\begin{aligned}
I_{13} &= \int_0^{p_{11}} \int_0^{p_{31}} \frac{1}{p_{11} p_{31}} y^2 k_4 p_1^2 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{1}{p_{11} p_{31}} k_4 y^2 \int_0^{p_{11}} \int_0^{p_{31}} p_1^2 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{1}{p_{11}} k_4 y^2 \int_0^{p_{11}} p_1^2 dp_1 = \\
&= \frac{1}{p_{11}} k_4 y^2 \frac{p_{11}^3}{3} = \\
&= \frac{1}{3} p_{11}^2 k_4 y^2
\end{aligned}$$

Décima quarta parcela:

$$\begin{aligned}
I_{14} &= \int_{p_{11}}^{p_{12}} \int_{p_{31}}^{p_{32}} \frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} y (1-y) k_4 p_1^2 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} k_4 y (1-y) \int_{p_{11}}^{p_{12}} \int_{p_{31}}^{p_{32}} p_1^2 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} k_4 y (1-y) (p_{32} - p_{31}) \int_{p_{11}}^{p_{12}} p_1^2 dp_1 = \\
&= \frac{2}{(p_{12} - p_{11})} k_4 y (1-y) \frac{p_{12}^3 - p_{11}^3}{3} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2}{3} \frac{1}{(p_{12} - p_{11})} k_4 y (1-y) (p_{12} - p_{11}) (p_{12}^2 + p_{12} p_{11} + p_{11}^2) = \\
&= \frac{2}{3} (p_{12}^2 + p_{12} p_{11} + p_{11}^2) k_4 y (1-y)
\end{aligned}$$

Décima quinta parcela:

$$\begin{aligned}
I_{15} &= \int_{p_{12}}^1 \int_{p_{32}}^1 \frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} (1-y)^2 k_4 p_1^2 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} k_4 (1-y)^2 \int_{p_{12}}^1 \int_{p_{32}}^1 p_1^2 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{1}{(1-p_{12})} k_4 (1-y)^2 \frac{1-p_{12}^3}{3} = \\
&= \frac{1}{3} \frac{1}{(1-p_{12})} (1-p_{12})(1+p_{12}+p_{12}^2) k_4 (1-y)^2 = \\
&= \frac{1}{3} (1+p_{12}+p_{12}^2) k_4 (1-y)^2
\end{aligned}$$

Décima sexta parcela:

$$\begin{aligned}
I_{16} &= \int_0^{p_{11}} \int_0^{p_{31}} \frac{1}{p_{11} p_{31}} y^2 k_5 p_3^2 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{1}{p_{11} p_{31}} k_5 y^2 \int_0^{p_{11}} \int_0^{p_{31}} p_3^2 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{1}{p_{11} p_{31}} k_5 y^2 p_{11} \int_0^{p_{31}} p_3^2 dp_3 = \\
&= \frac{1}{p_{31}} k_5 y^2 \frac{p_{31}^3}{3} = \\
&= \frac{1}{3} p_{31}^2 k_5 y^2
\end{aligned}$$

Décima sétima parcela:

$$\begin{aligned}
I_{17} &= \int_{p_{11}}^{p_{12}} \int_{p_{31}}^{p_{32}} \frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} y (1-y) k_5 p_3^2 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} k_5 y (1-y) \int_{p_{11}}^{p_{12}} \int_{p_{31}}^{p_{32}} p_3^2 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{2}{(p_{12} - p_{11})(p_{32} - p_{31})} k_5 y (1-y) (p_{12} - p_{11}) \int_{p_{31}}^{p_{32}} p_3^2 dp_3 = \\
&= \frac{2}{(p_{32} - p_{31})} k_5 y (1-y) \frac{p_{32}^3 - p_{31}^3}{3} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2}{3} \frac{1}{(p_{32} - p_{31})} (p_{32} - p_{31})(p_{32}^2 + p_{32}p_{31} + p_{31}^2)k_5y(1-y) = \\
&= \frac{2}{3}(p_{32}^2 + p_{32}p_{31} + p_{31}^2)k_5y(1-y)
\end{aligned}$$

Décima oitava parcela:

$$\begin{aligned}
I_{18} &= \int_{p_{12}}^1 \int_{p_{32}}^1 \frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} (1-y)^2 k_5 p_3^2 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} k_5 (1-y)^2 \int_{p_{12}}^1 \int_{p_{32}}^1 p_3^2 dp_3 dp_1 = \\
&= \frac{1}{(1-p_{12})(1-p_{32})} k_5 (1-y)^2 (1-p_{12}) \int_{p_{32}}^1 p_3^2 dp_3 = \\
&= \frac{1}{(1-p_{32})} k_5 (1-y)^2 \frac{1-p_{32}^3}{3} = \\
&= \frac{1}{(1-p_{32})} \frac{(1-p_{32})(1+p_{32}+p_{32}^2)}{3} k_5 (1-y)^2 = \\
&= \frac{1}{3} (1+p_{32}+p_{32}^2) k_5 (1-y)^2
\end{aligned}$$

A utilidade da função conseqüência será dada por:

$$u(f_{P_1 P_3}(p_1, p_3 | y)) = \sum_{i=1}^{18} I_i$$

$$\begin{aligned}
u(f_{P_1 P_3}(p_1, p_3 | y)) &= \\
&= y^2 - \frac{p_{11}(k_1 + k_3 + 2k_4)}{2} y^2 - \frac{1}{2} p_{31}(k_2 + k_3 + 2k_5) y^2 \\
&+ \frac{1}{4} p_{11} p_{31} k_3 y^2 + \frac{1}{3} p_{11}^2 k_4 y^2 + \frac{1}{3} p_{31}^2 k_5 y^2 + 2y(1-y) - (p_{12} + p_{11})(k_1 + k_3 + 2k_4)y(1-y) \\
&- (k_2 + k_3 + 2k_5)(p_{31} + p_{32})y(1-y) + \frac{1}{2}(p_{12} + p_{11})(p_{32} + p_{31})k_3 y(1-y) \\
&+ \frac{2}{3}(p_{12}^2 + p_{12}p_{11} + p_{11}^2)k_4 y(1-y) + \frac{2}{3}(p_{32}^2 + p_{32}p_{31} + p_{31}^2)k_5 y(1-y) + (1-y)^2 \\
&- \frac{1}{2}(1+p_{12})(k_1 + k_3 + 2k_4)(1-y)^2 - \frac{1}{2}(1+p_{32})(k_2 + k_3 + 2k_5)(1-y)^2 \\
&+ \frac{1}{4}(1+p_{12})(1+p_{32})k_3(1-y)^2 + \frac{1}{3}(1+p_{12}+p_{11}^2)k_4(1-y)^2 + \frac{1}{3}(1+p_{32}+p_{31}^2)k_5(1-y)^2
\end{aligned} \tag{B.2}$$

Agrupando a equação (B.2) em y , tem-se:

$$\begin{aligned}
& u(f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y)) = \\
& = \left[1 - \frac{1}{2}p_{11}(k_1 + k_3 + 2k_4) - \frac{1}{2}p_{31}(k_2 + k_3 + 2k_5) + \frac{1}{4}p_{11}p_{31}k_3 + \frac{1}{3}p_{11}^2k_4 + \frac{1}{3}p_{31}^2k_5 \right] y^2 + \\
& + \left[2 - (p_{12} + p_{11})(k_1 + k_3 + 2k_4) - (p_{31} + p_{32})(k_2 + k_3 + 2k_5) + \frac{1}{2}(p_{12} + p_{11})(p_{32} + p_{31})k_3 + \right. \\
& \quad \left. + \frac{2}{3}(p_{12}^2 + p_{12}p_{11} + p_{11}^2)k_4 + \frac{2}{3}(p_{32}^2 + p_{32}p_{31} + p_{31}^2)k_5 \right] y(1-y) + \\
& + \left[1 - \frac{1}{2}(1 + p_{12})(k_1 + k_3 + 2k_4) - \frac{1}{2}(1 + p_{32})(k_2 + k_3 + 2k_5) + \frac{1}{4}(1 + p_{12})(1 + p_{32})k_3 + \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{3}(1 + p_{12} + p_{12}^2)k_4 + \frac{1}{3}(1 + p_{32} + p_{32}^2)k_5 \right] (1-y)^2
\end{aligned} \tag{B.3}$$

A equação (B.3) pode ser rescrita como:

$$u(f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y)) = m_1 y^2 + m_2 y(1-y) + m_3 (1-y)^2 \tag{B.4}$$

onde

$$m_1 = 1 - \frac{1}{2}p_{11}(k_1 + k_3 + 2k_4) - \frac{1}{2}p_{31}(k_2 + k_3 + 2k_5) + \frac{1}{4}p_{11}p_{31}k_3 + \frac{1}{3}p_{11}^2k_4 + \frac{1}{3}p_{31}^2k_5$$

$$\begin{aligned}
m_2 = & 2 - (p_{12} + p_{11})(k_1 + k_3 + 2k_4) - (p_{31} + p_{32})(k_2 + k_3 + 2k_5) + \\
& + \frac{1}{2}(p_{12} + p_{11})(p_{32} + p_{31})k_3 + \frac{2}{3}(p_{12}^2 + p_{12}p_{11} + p_{11}^2)k_4 + \frac{2}{3}(p_{32}^2 + p_{32}p_{31} + p_{31}^2)k_5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_3 = & 1 - \frac{1}{2}(1 + p_{12})(k_1 + k_3 + 2k_4) - \frac{1}{2}(1 + p_{32})(k_2 + k_3 + 2k_5) + \\
& + \frac{1}{4}(1 + p_{12})(1 + p_{32})k_3 + \frac{1}{3}(1 + p_{12} + p_{12}^2)k_4 + \frac{1}{3}(1 + p_{32} + p_{32}^2)k_5
\end{aligned}$$

Expandindo (B.4):

$$u(f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y)) = m_1 y^2 + m_2 y - m_2 y^2 + m_3 - 2m_3 y + m_3 y^2$$

Logo,

$$u(f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y)) = (m_1 - m_2 + m_3)y^2 + (m_2 - 2m_3)y + m_3 \tag{B.5}$$

Como $y = \frac{1}{2}(a - \theta) + \frac{1}{2}$, a equação B.5 pode ser rescrita em termos de θ e a . Então,

$$\begin{aligned} u(f_{P_1 P_3}(p_1, p_3|y)) &= (m_1 - m_2 + m_3) \left[\frac{1}{2}(a - \theta) + \frac{1}{2} \right]^2 + (m_2 - 2m_3) \left[\frac{1}{2}(a - \theta) + \frac{1}{2} \right] + m_3 = \\ &= u(P(p|\theta, a)) \quad (\text{B.6}) \end{aligned}$$

B.2 Deduções para a seção 6.3

B.2.1 Integrais considerando a função *a posteriori* $\pi(\theta|x)$

A função *a posteriori* considerada no Capítulo 6 é dada pela equação (6.8), que está rescrita abaixo.

$$\pi(\theta|x) = \frac{\Gamma(n + \alpha + \beta)}{\Gamma(x + \alpha)\Gamma(n - x + \beta)} \theta^{x+\alpha-1} (1 - \theta)^{n-x+\beta-1}$$

Deseja-se calcular:

$$\int_0^1 \pi(\theta|x) d\theta \quad (\text{B.7})$$

$$\int_0^1 \theta \pi(\theta|x) d\theta \quad (\text{B.8})$$

$$\int_0^1 \theta^2 \pi(\theta|x) d\theta \quad (\text{B.9})$$

Como $\pi(\theta|x)$ é uma distribuição Beta, a solução de (B.7) é

$$\int_0^1 \pi(\theta|x) d\theta = 1 \quad (\text{B.10})$$

Para o desenvolvimento de (B.8) e (B.9), são úteis as seguintes expressões:

$$\int_0^1 x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} dx = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha + \beta)} \quad (\text{B.11})$$

$$\Gamma(x-1) = x\Gamma(x) \quad (\text{B.12})$$

As deduções de (B.11) e (B.12) podem ser encontradas em diversos livros, como por exemplo em DEGROOT e SCHERVISH [87].

Resolvendo (B.8),

$$\begin{aligned}
\int_0^1 \theta \pi(\theta|x) d\theta &= \int_0^1 \theta \frac{\Gamma(n+\alpha+\beta)}{\Gamma(x+\alpha)\Gamma(n-x+\beta)} \theta^{x+\alpha-1} (1-\theta)^{n-x+\beta-1} d\theta \\
&= \frac{\Gamma(n+\alpha+\beta)}{\Gamma(x+\alpha)\Gamma(n-x+\beta)} \int_0^1 \theta \theta^{x+\alpha-1} (1-\theta)^{n-x+\beta-1} d\theta \\
&= \frac{\Gamma(n+\alpha+\beta)}{\Gamma(x+\alpha)\Gamma(n-x+\beta)} \int_0^1 \theta^{x+\alpha} (1-\theta)^{n-x+\beta-1} d\theta
\end{aligned}$$

Aplicando (B.11),

$$\begin{aligned}
\int_0^1 \theta \pi(\theta|x) d\theta &= \frac{\Gamma(n+\alpha+\beta)}{\Gamma(x+\alpha)\Gamma(n-x+\beta)} \frac{\Gamma(x+\alpha+1)\Gamma(n-x+\beta)}{\Gamma(n+\alpha+\beta+1)} \\
&= \frac{\Gamma(n+\alpha+\beta)}{\Gamma(x+\alpha)\Gamma(n-x+\beta)} \frac{(x+\alpha)\Gamma(x+\alpha)\Gamma(n-x+\beta)}{(n+\alpha+\beta)\Gamma(n+\alpha+\beta)}
\end{aligned}$$

Logo,

$$\int_0^1 \theta \pi(\theta|x) d\theta = \frac{x+\alpha}{n+\alpha+\beta} \tag{B.13}$$

Resolvendo (B.9),

$$\begin{aligned}
\int_0^1 \theta^2 \pi(\theta|x) d\theta &= \int_0^1 \theta^2 \frac{\Gamma(n+\alpha+\beta)}{\Gamma(x+\alpha)\Gamma(n-x+\beta)} \theta^{x+\alpha-1} (1-\theta)^{n-x+\beta-1} d\theta \\
&= \frac{\Gamma(n+\alpha+\beta)}{\Gamma(x+\alpha)\Gamma(n-x+\beta)} \int_0^1 \theta^2 \theta^{x+\alpha-1} (1-\theta)^{n-x+\beta-1} d\theta \\
&= \frac{\Gamma(n+\alpha+\beta)}{\Gamma(x+\alpha)\Gamma(n-x+\beta)} \int_0^1 \theta^{x+\alpha+1} (1-\theta)^{n-x+\beta-1} d\theta
\end{aligned}$$

Aplicando (B.11),

$$\begin{aligned}
\int_0^1 \theta^2 \pi(\theta|x) d\theta &= \frac{\Gamma(n+\alpha+\beta)}{\Gamma(x+\alpha)\Gamma(n-x+\beta)} \frac{\Gamma(x+\alpha+2)\Gamma(n-x+\beta)}{\Gamma(n+\alpha+\beta+2)} \\
&= \frac{\Gamma(n+\alpha+\beta)}{\Gamma(x+\alpha)\Gamma(n-x+\beta)} \frac{(x+\alpha)(x+\alpha+1)\Gamma(x+\alpha)\Gamma(n-x+\beta)}{(n+\alpha+\beta)(n+\alpha+\beta+1)\Gamma(n+\alpha+\beta)}
\end{aligned}$$

Logo,

$$\int_0^1 \theta^2 \pi(\theta|x) d\theta = \frac{(x+\alpha)(x+\alpha+1)}{(n+\alpha+\beta)(n+\alpha+\beta+1)} \quad (\text{B.14})$$

B.2.2 Risco de Bayes

Nessa seção será mostrada a dedução matemática para o Risco de Bayes, considerando as funções definidas no Capítulo 6.

Seja a função utilidade,

$$u(P(p|\theta, a)) = (m_1 - m_2 + m_3) \left[\frac{1}{2}(a - \theta) + \frac{1}{2} \right]^2 + (m_2 - 2m_3) \left[\frac{1}{2}(a - \theta) + \frac{1}{2} \right] + m_3 \quad (\text{B.15})$$

Seja a distribuição *a posteriori*,

$$\pi(\theta|x) = \frac{\Gamma(n+\alpha+\beta)}{\Gamma(x+\alpha)\Gamma(n-x+\beta)} \theta^{x+\alpha-1} (1-\theta)^{n-x+\beta-1} \quad (\text{B.16})$$

O Risco de Bayes é dado por

$$r_d = \int_0^1 L(\theta, d(x)) \pi(\theta|x) d\theta \quad (\text{B.17})$$

Sabendo-se que $L(\theta, d(x)) = -u(P(p|\theta, a))$, substituindo (B.15) em (B.17) e expandindo,

$$\begin{aligned} r_d = \int_0^1 & - \left[\left(\frac{a^2}{4} - \frac{a\theta}{2} + \frac{\theta^2}{4} + \frac{a}{2} - \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \right) (m_1 - m_2 + m_3) + \right. \\ & \left. + \left(\frac{a}{2} - \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} \right) (m_2 - 2m_3) - m_3 \right] \pi(\theta|x) d\theta \quad (\text{B.18}) \end{aligned}$$

Aplicando as equações (B.10), (B.13) e (B.14), chega-se a

$$\begin{aligned} r_d = - & \left[\frac{a^2}{4} - \frac{a}{2} \frac{x+\alpha}{n+\alpha+\beta} + \frac{1}{4} \frac{(x+\alpha)(x+\alpha+1)}{(n+\alpha+\beta)(n+\alpha+\beta+1)} + \right. \\ & \left. + \frac{a}{2} - \frac{1}{2} \frac{x+\alpha}{n+\alpha+\beta} + \frac{1}{4} \right] (m_1 - m_2 + m_3) \\ & - \left(\frac{a}{2} - \frac{1}{2} \frac{x+\alpha}{n+\alpha+\beta} + \frac{1}{2} \right) (m_2 - 2m_3) - m_3 \quad (\text{B.19}) \end{aligned}$$