Sistema Nacional de Colegios Científicos

Colegio Científico del Atlántico

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

PARTIDARIOS DE LA ERA HELÉNICA

APORTES A LA MATEMÁTICA

Trabajo dirigido por:

Fernández Calderón Federick

Tutor:

Rodríguez Mata Mauricio

17/6/2024

Índice

1. Introducción

Matemática helénica, es un periodo que abarca entre el siglo VII a.C. hasta el siglo IV d.C., representa una de las épocas más influyentes y formativas de la historia del pensamiento matemático. Durante esta época, las civilizaciones griegas sentaron las bases de muchas disciplinas matemáticas modernas mediante una combinación de rigor lógico, abstracción teórica y aplicación práctica. Los partidarios matemáticos helénicos como Tales de Mileto, Pitágoras de Samos, Euclides de Alejandría, Arquímedes de Siracusa y Herón de Alejandría dejaron una huella imborrable en el desarrollo de muchas ciencias. En este proyecto se investigará principalmente los aportes a la matemática de los cinco partidareos ya mencionados.

Uno de los objetivos principales de este proyecto de investigación es recolectar y analizar los teoremas más reconocidos de la era helénica, aquellos que han tenido una influencia significativa y duradera en la matemática moderna. Estos grandes teoremas no solo representan logros intelectuales de su tiempo, sino que también han contribuido de manera sustancial al desarrollo y progreso de diversas ramas de las matemáticas contemporáneas. Como por ejemplo el teorema de Pitagoras, el cual indica que en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

El teorema de Heron, el cual dice que el área de un triángulo puede calcularse a partir de la longitud de sus lados mediante la fórmula de Herón.:

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

donde s es el semiperímetro del triángulo:

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

E incluso varios de los teoremas de Alquímedes, como por ejemplo:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

El cual afirma que el volumen de una esfera es cuatro tercios del producto del número pi por el cubo del radio.

Antes de empezar a leer los resultados de esta investigación, los invito a observar el glosario por si no entienden algún termino.

2. Desarrollo

En este proyecto de investigación observaremos una pequeña parte de los magníficos conocimientos que nos dejó la era helénica. El propósito de este escrito es investigar y adjuntar grandes aportes a la matemática durante la era ya mencionada. Para la investigación nos centraremos en cinco partidarios muy reconocidos. Estos partidarios son: Tales de Mileto, Pitágoras de Samos, Euclides de Alejandría, Arquímedes de Siracusa y Herón de Alejandría. Como se podrá observar son nombres muy reconocidos, ya sea por sus invenciones o aportaciones al desarrollo de la humanidad.

A continuación se adjuntara todo la informacion obtenida. También se mencionara un poco de la historia del partidario.

2.1. Tales de Mileto

Tales de Mileto, quien se cree que vivió en el siglo VI a.C., es considerado el primer filósofo y matemático de la era helénica (Mark, 2024). Este pensador es conocido por iniciar una era muy importante para nuestra actualidad, como es la era helénica. Arquímedes fue el primero en referirse a Tales como "el primer filósofo", pero lamentablemente ninguna de sus obras se ha conservado hasta la era moderna (Mark, 2024). Todos los aportes que conocemos de Tales provienen de otras obras que tomaron fragmentos de sus escritos. Un ejemplo de estos fragmentos recuperados se encuentra en la obra de Euclides titulada "Los Elementos".

A Tales se le atribuyen muchos descubrimientos y aportes. También es conocido por sentar las bases de distintas ramas de la ciencia, que fueron retomadas y desarrolladas por los sucesores de la era helénica, como Euclides. Se cree que Tales identificó la Osa Menor, aportó estudios sobre la electricidad, desarrolló la geometría y realizó muchos otros descubrimientos. Gracias a todos estos aportes, se le reconoció como uno de los siete sabios de Grecia (Mark, 2024).

Tales no se guiaba por la experimentación; se inclinaba por la especulación y la observación, ya sea un hecho como que el tronco arde o que los seres se descomponen al morir (y Vidas, 2024). Esto contribuye mucho a sus descubrimientos, ya que, partiendo de bases muy "simples"para nuestra era, logró hallazgos impensables. Tales también aseguró la importancia del agua, ya que para él era el principio de todo, es decir, todos los objetos procedían y estaban formados por agua (y Vidas, 2024). Es increíble que llegara a este razonamiento, considerando que hoy en día conocemos la importancia vital del agua para el planeta.

Lo anterior ofrece una visión sobre los aportes de Tales, pero volviendo a sus contribuciones en el área matemática, él originó el espíritu del estudio y razonamiento en Grecia. La mayoría de los aportes de Tales a las matemáticas se encuentran en la obra de Euclides “Los Elementos”. Como se mencionó anteriormente, Tales no experimentaba, sino que defendía sus teoremas mediante el razonamiento lógico, lo cual le valió un gran reconocimiento. Tales, junto con sus teoremas, fueron la base y actualmente son fundamentales para la geometría moderna. Según Lifeder (2024a), sus aportes más importantes son:

1. Todos los triángulos con ángulos iguales son iguales y sus lados son proporcionales entre sí .

2. Si varias líneas rectas paralelas se intersecan con líneas transversales, los segmentos resultantes serán proporcionales .

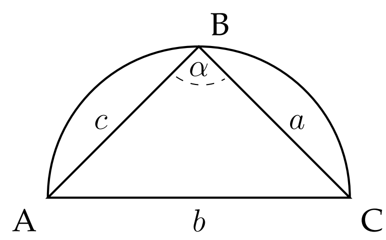
El constante estudio, observación y deducción permitieron que Tales concluyera otros razonamientos tan precisos que siguen siendo sólidos en nuestros días:

3. En un triángulo con dos lados iguales (isósceles), también serán iguales los

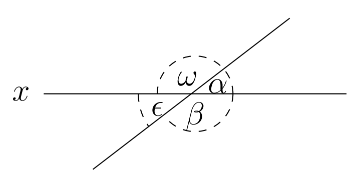
ángulos de su base .

4. Un círculo es bisectado por su diámetro .
5. Los ángulos entre dos líneas rectas que se cortan son iguales .
6. Todo ángulo inscrito dentro de una semicircunferencia siempre será un ángulo recto.
7. Los triángulos que tienen dos ángulos y un lado igual, son iguales .

Tales nos proporcionó la definición de un triángulo equilátero 1 y estableció las bases de la semejanza 2. Estos descubrimientos fueron fundamentales para la creación de otros teoremas. Como se mencionó anteriormente, los aportes de Tales continúan siendo útiles en nuestra era. Por ejemplo, en el ítem 3, se hace referencia a la definición de un triángulo isósceles, la cual es muy utilizada en geometría. El ítem 4 indica que si existen dos triángulos con dos ángulos iguales, entonces estos triángulos serán congruentes, ya que los ángulos de un triángulo siempre suman 180 grados. En cuanto al lado igual, es importante notar que un triángulo puede tener ángulos iguales pero diferentes dimensiones; sin embargo, si dos triángulos tienen, además de dos ángulos iguales, un lado igual, serán completamente congruentes. A continuación, ilustraremos algunos de los razonamientos de Tales para una mayor claridad.



En la anterior ilustración podemos "demostrar"los ítems 4 y 6. En el ítem 4, aunque para nosotros puede parecer algo lógico, siempre es importante clarificar los fundamentos más básicos. Respecto al ítem 6, puede no parecer intuitivo al principio, especialmente con poco conocimiento de geometría, pero este razonamiento es fácil de respaldar con teoremas de ángulos. Por ejemplo, el ángulo α apunta hacia la mitad de la circunferencia, por lo que siempre mide $90°$. Esto se sustenta en un teorema que establece que un ángulo en una circunferencia, apoyado en un diámetro, será la mitad del ángulo central (180 grados), lo que confirma que $\alpha = 90°$. Solo nos queda un aporte por mencionar.



Para finalizar con el ultimo aporte el cual es el ítem 3, nos guiaremos de la anterior imagen. Sabemos que las rectas tienen un angulo de 180 grados en cada lado, si tomamos la recta x como referencia podemos afirmar que $\alpha + \omega = 180°$. Pero si tomamos la otra recta como referencia podemos afirmar lo siguiente $\alpha + \beta = 180°$. Ambas ecuaciones estan igualadas a 180 grados, por lo tanto podemos realizar la siguiente operación .

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= \alpha + \omega \\ \beta &= \omega \end{aligned}$$

Por lo tanto podemos afirmar que $\beta = \omega$, podemos realizar el mismo procedimiento con α y ϵ. Dando un resultado semejante el cual es: $\alpha = \epsilon$.

Con todo lo anterior podemos dar por finalizado la investigación sobre Tales de Mileto, el cual se ganó el titulo como el primer matemático y filosofo de la era helénica y el reconocimiento de ser uno de los siete sabios de esta era.

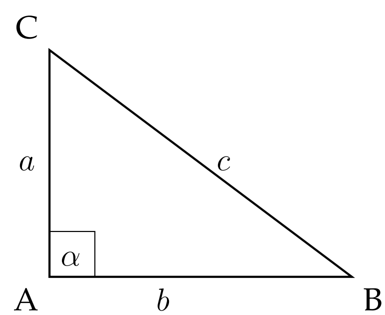
2.2. Pitágoras de Samos

Pitágoras de Samos, quien vivió aproximadamente en el siglo VI a.C., fue un matemático y filósofo famoso por el teorema de Pitágoras, por ser el fundador de la escuela Pitagórica y por ser uno de los mayores pensadores de su tiempo (National Geographic, 2023). Se cree que durante su vida tuvo que escapar de diversas tiranías. Aunque Pitágoras realizó numerosos aportes tanto en el ámbito filosófico como en el matemático, en este proyecto nos centraremos únicamente en sus contribuciones a la matemática.

A Pitágoras se le atribuye el teorema que lleva su nombre, aunque no fue el primero en utilizarlo. Otras civilizaciones, como los babilonios, ya conocían el teorema alrededor del año 1800 a.C. (National Geographic, 2023). Pitágoras afirmaba que al comprender los números, podríamos entender el orden natural del universo. Por esta razón, se le atribuye la teoría del significado funcional de los números. Según esta teoría, los números son fundamentales para comprender el mundo, y Pitágoras también estudió su aplicación en la música (National Geographic, 2023).

Pitágoras cuenta con más descubrimientos, entre ellos la demostración de los cinco poliedros regulares y la demostración de que cualquier triángulo dibujado en un semicírculo es un triángulo rectángulo (R. Lifeder, 2024). Estos son solo algunos de los hallazgos más relevantes de Pitágoras.

Para finalizar esta sección, hablaremos de uno de los teoremas geométricos más famosos del mundo: el teorema de Pitágoras. Anteriormente, lo mencionamos brevemente, pero ahora es el momento de explorarlo en detalle. Este teorema es uno de los más conocidos y tiene una gran cantidad de demostraciones.



Tomando la ilustración anterior como base demostraremos el teorema de pitagoras de la manera mas rápida, utilizando el teorema de coseno.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\alpha) \tag{2.1}$$

De la ecuación 2.1 debemos llegar a la ecuación 2.2

$$c^2 = a^2 + b^2 \tag{2.2}$$

Lo anterior es muy sencillo de demostrar, eso lo conseguimos tomando en cuenta que $\cos(90)$ es 0, podremos realizar lo siguiente, ya que α al ser un ángulo recto se afirma que $\alpha = 90°$.

$$
\begin{aligned}
c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\alpha) \\
c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(90) \\
c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cdot 0 \\
C^2 &= a^2 + b^2 - 0 \\
c^2 &= a^2 + b^2
\end{aligned}
$$

De esta manera, demostramos el teorema de Pitágoras utilizando el teorema del coseno. Pitágoras fue un gran defensor de la filosofía y la geometría, y sus contribuciones, junto con las del colegio pitagórico, se le atribuyen en gran medida. Con esto, damos por finalizada nuestra investigación sobre Pitágoras.

2.3. Euclides de Alejandría

Llega la hora de hablar de Euclides, el padre de la geometría y autor del libro "Los Elementos". Se cree que vivió durante el siglo III a.C. y que nació en Alejandría. Se afirma que estudió en la escuela fundada por Platón y que alcanzó el máximo reconocimiento como docente en ella (Historia-Biografia, 2024). Lamentablemente, se sabe muy poco sobre su vida; solo podemos satisfacer nuestra curiosidad con los vastos conocimientos que nos legó.

"Nada sabemos de él. A decir verdad, hoy lo consideramos como una rama del saber

más que como hombre" E. M Forster

Uno de sus mayores aportes, e incluso podemos afirmar que el más importante, es la obra "*Elementos*", compuesta por 13 libros. Esta obra es una recopilación y perfeccionamiento de trabajos anteriores, y es considerada una de las más importantes del mundo (Historia-Biografia, 2024). Los primeros 6 libros nos enriquecen con conceptos de geometría básica. Los siguientes 4 libros presentan las bases de un tema fascinante como es la teoría de números. Los libros restantes tratan sobre geometría de sólidos, esferas y poliedros (Historia-Biografia, 2024). Euclides nos otorgó teoremas que aún se utilizan hoy en día, como la afirmación de que en todo triángulo la suma de sus ángulos es de 180 grados.

A Euclides se le atribuyen muchos descubrimientos y aportes, pero lamentablemente este proyecto no trata solo de él. En relación a Euclides, hablaremos sobre el teorema de Euclides, sus cinco postulados y un poco sobre su obra más famosa, "*Elementos*". Comencemos hablando sobre su obra.

Se sabe que su obra es una compilación de trabajos anteriores. Por ejemplo, se destaca que recopiló técnicas geométricas de la escuela de Pitágoras y de la obra de Hipócrates de Quíos (Vidas, 2024). Como se mencionó anteriormente, los primeros 6 libros tratan sobre geometría plana y también incluyen técnicas para resolver ecuaciones lineales y cuadráticas (Vidas, 2024). Los siguientes 4 libros abordan las propiedades de la teoría de números, y se sabe que también incluían la resolución de ejercicios (Vidas, 2024). Gracias a esto, Euclides es reconocido por la demostración de sus descubrimientos. Los últimos 3 libros, como ya se mencionó, se ocupan de la geometría de sólidos. Además, según Vidas (2024), "Los tres restantes se ocupan de la geometría de los sólidos, hasta culminar en la construcción de los cinco poliedros regulares y sus esferas circunscritas, que habían sido ya objeto de estudio por parte de Teeteto". Eso sería todo lo que mencionaremos sobre la famosa obra "*Elementos*".

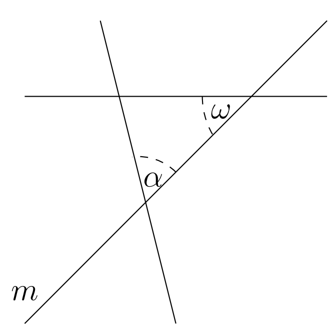
Antes de seguir si sienten curiosidad sobre la obra los elementos, el siguiente sitio web resume la obra de manera corta y precisa: https://euclides.org/los-elementos/libro-i/

Ahora hablaremos de los 5 postulados de Euclides. Según Lifeder (2024b) los 5 postulados son:

1. La existencia de dos puntos puede dar pie a una línea que los una.
2. Es posible que cualquier segmento se alargue de manera continua en una recta sin límites direccionada hacia el mismo sentido.
3. Es posible dibujar una circunferencia de centro en cualquier punto y en cualquier radio.
4. La totalidad de los ángulos rectos son iguales.
5. Si una recta que corta a otras dos genera ángulos menores a los rectos en un

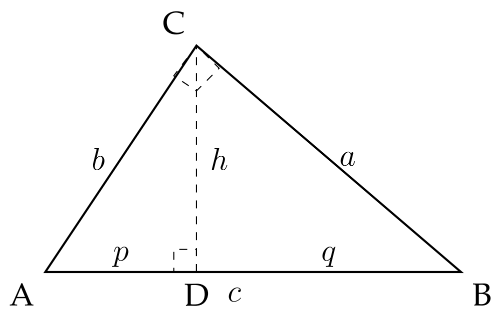
mismo lado, estas rectas extendidas de forma indefinida se cortan en el área en la que están dichos ángulos menores.

Se dice que los postulados fueron el punto de partida para explicar conocimientos matemáticos (Lifeder, 2024b). Estos postulados son fácilmente explicables y entendibles, lo cual parece haber sido el objetivo de Euclides. El primero indica que desde cualquier par de puntos se puede trazar una línea recta que los una. El segundo establece que una línea recta puede extenderse indefinidamente en ambas direcciones. El tercero combina los dos anteriores al afirmar que desde cualquier punto se puede trazar una circunferencia con centro en ese punto y radio arbitrario, lo cual incluye la posibilidad de extender el radio indefinidamente. El cuarto postulado es el más simple: todos los ángulos rectos miden 90 grados. El quinto postulado es el más complejo y describe las condiciones bajo las cuales dos líneas paralelas nunca se encontrarán, incluso si se extienden indefinidamente. Esto requiere una demostración más detallada y visual para comprenderse completamente.



El quinto postulado dice que cuando una recta corta a otras dos y genera ángulos menores y se extienden esas dos rectas estas se cortaran por el lado que estén los ángulos menores. En la ilustración anterior podemos ver que la recta m corta a otras dos, formando los ángulos α y ω, los cuales $\alpha + \omega < 180°$. Por lo tanto, esas líneas se cortan por el lado donde estén los ángulos menores.

Para finalizar con Euclides hablaremos sobre su teorema el cual se basa en dos subteoreamas. para tener un entendimiento total del teorema usaremos la siguiente ilustración como guía.



$$c = p + q$$

Usando la ilustración anterior como guía, podemos escribir las cuatro ecuaciones del teorema de Euclides. Este teorema indica una semejanza entre dos triángulos rectángulos que se forman al trazar una línea que divide al triángulo rectángulo original (Lifeder, 2024b). El teorema se divide en dos partes, el teorema de catetos y el teorema de alturas. La línea que divide al triángulo rectángulo original parte del ángulo recto y es perpendicular al cateto opuesto. Al ser semejantes originan las siguientes ecuaciones.

$$h^2 = p \cdot q \tag{2.3}$$

$$b^2 = c \cdot p \tag{2.4}$$

$$a^2 = c \cdot n \tag{2.5}$$

Obviamente estas ecuaciones originan otras ecuaciones sustituyendo valores, por ejemplo: $h = \frac{b^2 \cdot a^2}{c}$. Como ya mencionamos estas ecuaciones se originan de semejanzas. Como la siguiente. Se sabe que el triangulo ACD es semejante al triangulo CDB, por lo tanto, podemos afirmar lo siguiente.

$$\frac{h}{p} = \frac{q}{h}$$

De lo anterior, obtenemos la ecuación 2.3. Sucede lo mismo con las otras ecuaciones. La demostración anterior fue tomada del sitio Lifeder (2024c). Si se desea observar las demás demostraciones, visita el sitio https://www.lifeder.com/teorema-euclides/.

Todo lo anterior de anterior es solo una pizca de los conocimientos que nos dejo este partidario. Pero por el momento con esto damos finiquitado la investigación sobre el padre de la geometría, Euclides de Alejandría.

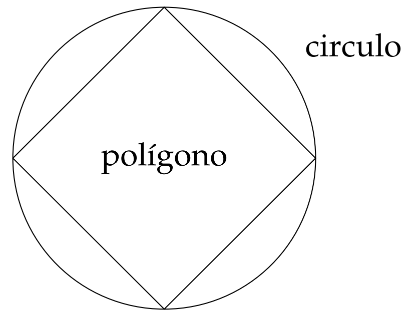
2.4. Arquímedes de Siracusa

Arquímedes de Siracusa, un erudito de los años 200 a.C., realizó grandes hallazgos y dejó importantes aportes a la ciencia moderna (Fernández & Tamaro, 2004). Considerado como un prodigio casi al nivel de una divinidad, se dice que su autopercepción de superioridad, junto con su deseo insaciable de adquirir nuevos conocimientos, fueron factores que contribuyeron a su muerte. Arquímedes fue una figura envuelta en incontables anécdotas que originaron sus descubrimientos. Una de estas anécdotas lo llevó a plantear el famoso principio de Arquímedes, el cual fue precursor de la hidrostática (Fernández & Tamaro, 2004).

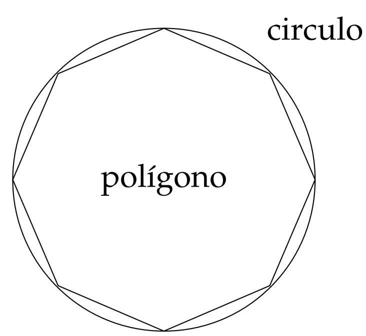
Se cuenta que le pidieron determinar si una corona era completamente de oro. Utilizando el principio de Arquímedes, calculó los volúmenes de la corona y de un objeto del mismo peso en oro, descubriendo una diferencia significativa (Fernández & Tamaro, 2004). Con su propio principio, concluyó que la corona no estaba hecha totalmente de oro.

En el ámbito matemático, Arquímedes, como destacado representante de la era helenística, nos otorgó grandes descubrimientos. Por ejemplo, en su obra "Sobre la esfera y el cilindro", utilizó un método precursor del cálculo integral para establecer una relación entre una esfera y un cilindro (Fernández & Tamaro, 2004).

Sus aportes científicos más destacados en matemáticas incluyen la medición del círculo y la geometría de esferas y cilindros. Arquímedes fue el primer matemático en aproximar el valor del famoso número pi (Lifeder, 2022). Lo logró creando polígonos complejos inscritos en una circunferencia. El realizó lo siguiente.

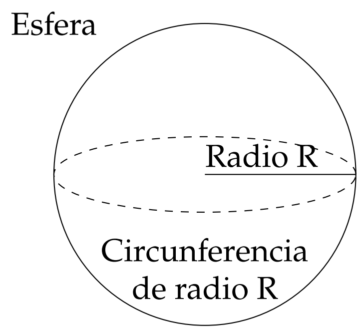


Arquímedes observó que podía aproximar la longitud de una circunferencia utilizando polígonos regulares de más lados. A medida que aumentaba el número de lados del polígono, más se acercaba al contorno de la circunferencia. Realizó cálculos exhaustivos utilizando polígonos con un número cada vez mayor de lados, avanzando hacia una aproximación más precisa (Lifeder, 2022). Como por ejemplo el siguiente caso.

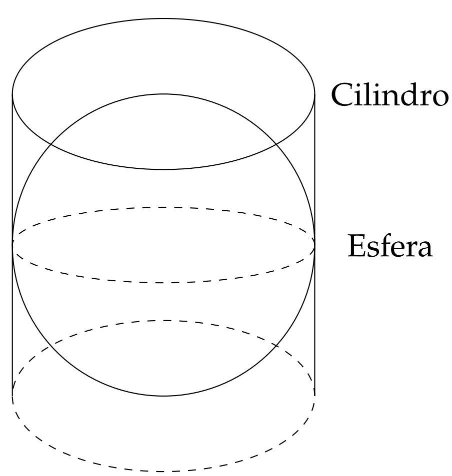


Gracias a ese razonamiento, Arquímedes se consolidó como el primer erudito en lograr un cálculo preciso del área de un círculo. Sin embargo, sus contribuciones no se limitaron a eso. También realizó importantes avances en la geometría de sólidos. En su obra, Arquímedes aborda el cálculo de la superficie y el volumen de una esfera (Lifeder, 2022).

Él descubrió que en una esfera de radio R la superficie de esta será cuatro veces el área de la circunferencia formada por ese radio R (Lifeder, 2022). En resumen, Arquímedes fue el pionero de la formula del área de una esfera la cual es: $A = 4\pi^2$ (a continuación se vera una ilustración para obtener un mejor entendimiento).



Para finalizar esta sección veremos la relación entre una esfera y un cilindro que descubrió Arquímedes. Él en su obra asegura que el volumen de una esfera está relacionado a razón de dos tercios con el cilindro que inscribe a la esfera (Lifeder, 2022). Se sabe que el volumen de un cilindro es $V_{cilindro} = \pi r^2 h$ y según Arquímedes si multiplicamos lo anterior por dos tercios conseguimos lo siguiente $V_{esfera} = \frac{4\pi r^3}{3}$, pero ¿cómo llegamos a eso?



Como podemos observar, la esfera al estar inscrita en el cilindro nos permite afirmar que la altura del cilindro es igual al diámetro de la esfera, es decir, $2r$. Aquí, r es el radio de la esfera, que también es el radio de la circunferencia base del cilindro. Por lo tanto:

$$\begin{aligned}
\tfrac{2}{3} \cdot V_{cilindro} &= V_{esfera} \\
\tfrac{2}{3} \cdot \pi r^2 h &= \tfrac{2}{3} \cdot \pi r^2 \cdot 2r \\
\tfrac{2}{3} \cdot 2\pi r^{2+1} &= \tfrac{2}{3} \cdot 2\pi r^3 \\
\tfrac{4\pi r^3}{3} &= V_{esfera}
\end{aligned}$$

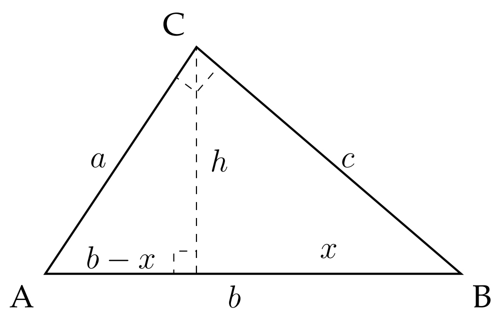
Lo anterior es la demostración del volumen de una esfera según Arquímedes, la cual actualmente utilizamos. Con esto podemos finalizar esta sección centrada en Arquímedes.

2.5. Herón de Alejandría

Herón de Alejandría fue un físico y matemático griego que vivió entre el siglo I o II d.C. (Biografías y Vidas, 2023). A Herón se le atribuyen muchas obras, muchas de estas centradas en ramas de física, pero como ha sucedido con los demás partidarios de la era helénica, solo nos interesaremos en las ramas matemáticas. Dentro de sus aportes al área matemática se encuentra la conocida fórmula de Herón, utilizada para calcular el área de un triángulo.

Pero el no fuera uno de los famosos matemáticos de la era helénica si solo hubiera desarrollado esa fórmula. Otro de los descubrimientos que nos legó Herón se encuentra en la obra titulada como *Métrica*. Además de la obra *"Métrica"* nos legó otras grandes obras como *"Mecánica"* y *Geometría*, esta última se dice que la escribió otro autor pero se le acreditó a Herón (Lifeder, 2023). Esta obra *"Métrica"* nos dejó grandes aportes, como el método de Herón utilizado para calcular una raíz cuadrada utilizado en ordenadores modernos(Lifeder, 2023). Lo anterior es muy útil, ya que actualmente hay muy pocas personas capaces de realizar ese proceso esto por culpa de la dependencia a la tecnología. Herón también fue un pionero en la simbología de la geometría, lo cual quedó plasmado en la obra ya mencionada (Lifeder, 2023). Herón también fue un gran inventor, creó planos y explicó muchas máquinas sencillas. Uno de los aparatos más interesantes que creó fue el *"Dioptra"*, lo cual fue empleado por topógrafos y astrónomos del momento (Biografías y Vidas, 2023).

En la obra *"Métrica"* se encuentra la mayor parte de los datos que nos interesan en este proyecto. Aparte de la fórmula de Herón, la cual mencionaremos más adelante, la obra se centra en el cálculo de áreas y volúmenes de distintas figuras geométricas. En ella se encuentran cálculos aproximados y métodos diversos para lo anterior mencionado (Biografías y Vidas, 2023).Una vez mencionado todo lo anterior finalizaremos la sección de Heron de Alejandría hablando sobre la fórmula de Herón.



$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \tag{2.6}$$

Guiándonos de la ilustración anterior, sabemos que s, al ser el semiperímetro, se puede calcular como $s = \frac{a+b+c}{2}$. Una vez establecido esto, procederemos a demostrar la fórmula de Herón utilizando el teorema de Pitágoras.

Tomando en cuenta que el área de un triángulo es $A = \frac{b \cdot h}{2}$, siendo b la base y h la altura, como se muestra en la ilustración anterior. Con el teorema de Pitágoras se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$h^2 = a^2 - (b-x)^2 \tag{2.7}$$

$$h^2 = c^2 - x^2 \tag{2.8}$$

Ahora igualamos las ecuaciones 2.7 y 2.8.

$$a^2 - (b-x)^2 = c^2 - x^2$$

Despejamos x haciendo álgebra.

$$a^2 - (b^2 - 2bx + x^2) = c^2 - x^2$$

$$a^2 - b^2 + 2bx - x^2 = c^2 - x^2$$

$$a^2 - b^2 + 2bx = c^2$$

$$2bx = c^2 - a^2 + b^2$$

$$x = \frac{c^2-a^2+b^2}{2b}$$

Una vez echo lo anterior sustituimos x en la ecuación 2.8, con el propósito de sustituir h en el área de un triángulo (procedimientos totalmente algebraicos).

$$h^2 = c^2 - (\frac{c^2-a^2+b^2}{2b})^2$$

$$h^2 = c^2 - \frac{(c^2-a^2+b^2)^2}{(2b)^2}$$

$$h^2 = c^2 - \frac{(c^2-a^2+b^2)^2}{(4b^2)}$$

$$h^2 = \frac{4b^2c^2-(c^2-a^2+b^2)^2}{4b^2} \qquad \rightarrow \text{Raíz en ambos lados}$$

$$\sqrt{h^2} = \sqrt{\frac{4b^2c^2-(c^2-a^2+b^2)^2}{4b^2}}$$

$$h = \frac{\sqrt{4b^2c^2-(c^2-a^2+b^2)^2}}{2b}$$

Con lo anterior podemos utilizar la ecuación del área de un triángulo y sustituir h.

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \qquad \rightarrow \text{sustituimos } h$$

$$A = \frac{b \cdot (\frac{\sqrt{4b^2c^2-(c^2-a^2+b^2)^2}}{2b})}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot (\sqrt{4b^2c^2-(c^2-a^2+b^2)^2})}{4b}$$

$$A = \frac{\sqrt{4b^2c^2-(c^2-a^2+b^2)^2}}{4}$$

Teniendo lo anterior solo queda realizar operaciones algebraicas para formar la fórmula de Herón.

$A = \frac{\sqrt{(2bc+(c^2-a^2+b^2))\cdot(2bc-(c^2-a^2+b^2))}}{4}$ $\rightarrow$ Diferencia de cuadrados

$A = \frac{\sqrt{(2bc+c^2-a^2+b^2)\cdot(2bc-c^2+a^2-b^2)}}{\sqrt{16}}$ $\rightarrow$ Metemos el 4 a la raíz ya que $\sqrt{16} = 4$

$A = \sqrt{\frac{(c^2+2bc+b^2-a^2)\cdot(a^2-(c^2-2bc+b^2))}{16}}$ $\rightarrow$ Realizamos inspección

$A = \sqrt{\frac{((c+b)^2-a^2)\cdot(a^2-(c-b)^2)}{16}}$ $\rightarrow$ Diferencia de cuadrados

$A = \sqrt{\frac{[((c+b)-a)\cdot((c+b)+a)]\cdot[(a-(c-b))\cdot(a+(c-b))]}{16}}$ $\rightarrow$ Abrimos paréntesis

$A = \sqrt{\frac{[(c+b-a)\cdot(c+b+a)]\cdot[(a-c+b)\cdot(a+c-b)]}{16}}$ $\rightarrow$ Ahora buscamos formar $a + b + c$

$A = \sqrt{\frac{[(c+b+a-2a)\cdot(c+b+a)]\cdot[(a+b+c-2c)\cdot(a+c+b-2b)]}{16}}$

$A = \sqrt{\frac{[(c+b+a-2a)\cdot(c+b+a)]\cdot[(a+b+c-2c)\cdot(a+c+b-2b)]}{2\cdot2\cdot2\cdot2}}$

$A = \sqrt{\left(\frac{c+b+a}{2}\right)\cdot\left(\frac{c+b+a-2a}{2}\right)\cdot\left(\frac{c+b+a-2c}{2}\right)\cdot\left(\frac{c+b+a-2b}{2}\right)}$

$A = \sqrt{\left(\frac{c+b+a}{2}\right)\cdot\left(\frac{c+b+a}{2}-\frac{2a}{2}\right)\cdot\left(\frac{c+b+a}{2}-\frac{2c}{2}\right)\cdot\left(\frac{c+b+a}{2}-\frac{2b}{2}\right)}$ $\rightarrow$ Simplificamos

$A = \sqrt{\left(\frac{c+b+a}{2}\right)\cdot\left(\frac{c+b+a}{2}-a\right)\cdot\left(\frac{c+b+a}{2}-c\right)\cdot\left(\frac{c+b+a}{2}-b\right)}$ $\rightarrow$ fórmula de Heron

Y de esta manera hemos demostrado la formula de Herón utilizando el teorema de Pitágoras. es un proceso bastante sencillo pero detallado. con esto, concluimos la sección dedicada al matemático y físico Herón de Alejandría.

3. Glosario

- Congruentes: Figuras con exactamente las mismas dimensiones y formas.

- Inscrito: se refiere a una figura geométrica que está contenida dentro de otra figura, de tal manera que todos los vértices de la figura inscrita tocan la figura que la contiene.

- Ecuaciones lineales y Cuadráticas: Ecuaciones algebraicas de una variable con exponente dos para cuadráticas y exponente uno para lineales.
- Geometría de sólidos: geometría en tres dimensiones.
- Segmento: linea que une dos puntos.

4. Conclusión

En este proyecto de investigación, analizaremos los aportes matemáticas destacados de la era helénica por parte de partidarios como: Tales de Mileto, Pitágoras de Samos, Euclides de Alejandría, Arquímedes de Siracusa y Herón de Alejandría. La era helénica, famosa por su aportes intelectuales y científicas, sentaron las bases de las matemáticas modernas y dejó un legado duradero.

Arquímedes de Siracusa catalogado como uno de los mayores genios de la era helénica, contribuyo en varias áreas. Sus contribuciones en la geometría, calculo y la mecánica. Sus métodos de cálculo de áreas y volúmenes junto con el principio de la flotabilidad demostraban su dominio en las áreas físicas y matemáticas. También se le fue atribuido el establecer los principios del cálculo integral.

Pitágoras de Samos y su escuela hicieron importantes contribuciones a la teoría de números y a la geometría. El famoso teorema de Pitágoras, el cual establece una relación entre los lados de un triángulo rectángulo. Teorema no solo utilizado en la matemática, sino también en otras especialidades.

Tales de Mileto es conocido por su teorema del triángulo similar y su contribución a la geometría básica. Su teorema sentó las bases para el desarrollo de fundamentos matemáticos. Trato de utilizar principios racionales y matemáticos para explicar los fenómenos físicos.

Heron de Alejandría contribuyó a la geometría y la mecánica prácticas. Su versátil fórmula para el área de un triángulo, una poderosa arma utilizada en la geometría moderna. su trabajo en la construcción de máquinas y aparatos, estableciendo el uso de principios matemáticos en la construcción de máquinas.

Euclides de Alejandría, a través de su obra *"Los Elementos"*, sistematizó los conocimientos matemáticos de su época, estableciendo un modelo axiomático y deductivo que constituye la base de la geometría clásica. Muy reconocido por establecer fundamentos y definiciones utilizadas en la geometría moderna.

En resumen, los teoremas y descubrimientos de estos pensadores no sólo reflejan su ingenio y capacidad analítica, sino que también influyeron profundamente en el desarrollo posterior de las matemáticas y las ciencias. Este trabajo celebra sus logros y destaca la perdurable relevancia de sus ideas en el mundo moderno.

5. Bibliografía

Referencias

Biografías y Vidas. (2023). *Herón de Alejandría* [Consultado el: 2024-06-10]. https://www.biografiasyvidas.com/biografia/h/heron.htm

Fernández, T., & Tamaro, E. (2004). *Biografia de Arquímedes*. Biografías y Vidas. Consultado el 9 de junio de 2024, desde https://www.biografiasyvidas.com/biografia/a/arquimedes.htm

Historia-Biografia. (2024). *Euclides* [Consultado el: 2024-06-10]. https://historia-biografia.com/euclides/

Lifeder. (2022). *Arquímedes*. Lifeder. Consultado el 9 de junio de 2024, desde https://www.lifeder.com/aportaciones-de-arquimedes/

Lifeder. (2023). *Herón de Alejandría: biografía, inventos, descubrimientos, obras* [Consultado el: 2024-06-10]. https://www.lifeder.com/heron-de-alejandria/

Lifeder. (2024a). *Las 12 principales aportaciones de Tales de Mileto* [consultado el: 2024-06-13]. https://www.lifeder.com/aportaciones-tales-de-mileto/

Lifeder. (2024b). *Las 8 aportaciones más importantes de Euclides* [Consultado el: 2024-06-10]. https://www.lifeder.com/aportaciones-de-euclides/

Lifeder. (2024c). Teorema de Euclides [Consultado el: 2024-06-10]. https://www.lifeder.com/teorema-euclides/

Lifeder, R. (2024). *Aportaciones de Pitágoras a la Matemática* [Consultado el: 8 de junio de 2024]. https://www.lifeder.com/aportaciones-pitagoras/

Mark, J. J. (2024). *Tales de Mileto* [consultado el: 2024-06-13]. https://www.worldhistory.org/trans/es/1-483/tales-de-mileto/

National Geographic. (2023). ¿Quién fue Pitágoras y cuáles fueron sus aportes a la matemática y a la filosofía? [Accedido: 2024-06-10]. https://www.nationalgeographicla.com/historia/2023/08/quien-fue-pitagoras-y-cuales-fueron-sus-aportes-a-la-matematica-y-a-la-filosofia

Vidas, B. (2024). *Euclides* [Consultado el: 2024-06-10]. https://www.biografiasyvidas.com/biografia/e/euclides.htm

y Vidas, B. (2024). *Tales de Mileto* [consultado el: 2024-06-13]. https://www.biografiasyvidas.com/biografia/t/tales.htm