Proyecto: Cinemática inversa de un manipulador

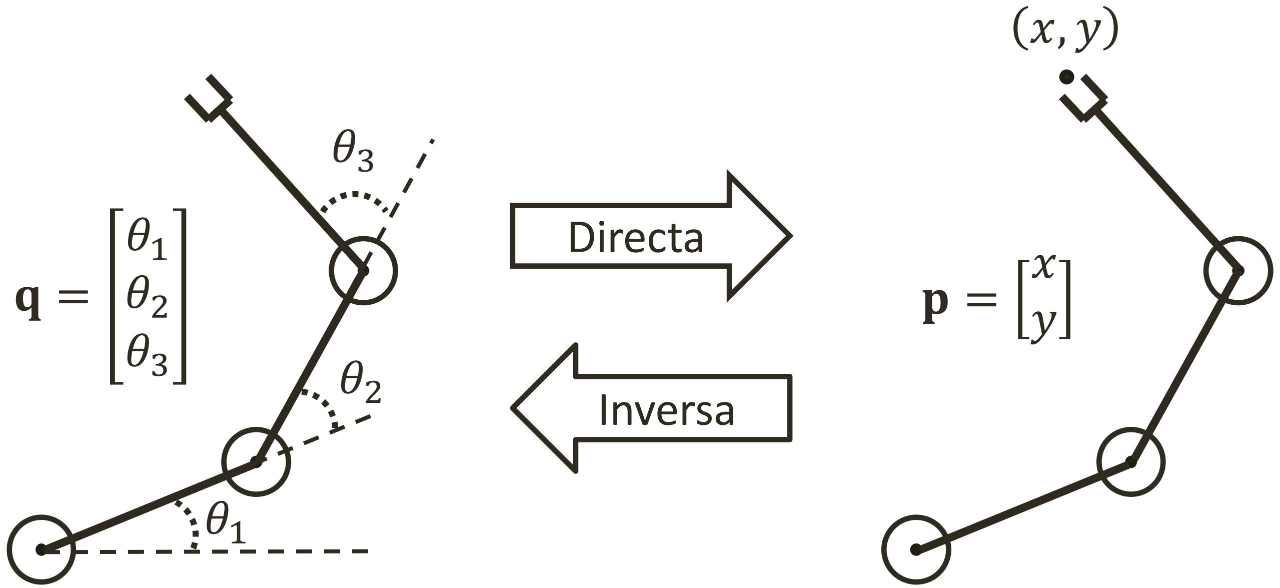
Introducción

Resolver la cinemática inversa (IK) de un manipulador es de gran importancia, ya que se pueden realizar tareas de planeación de trayectorias, sujeción de objetos, control visual, etc.

Ejemplo de manipuladores

Introducción (continuación)

Definición de cinemática directa (FK) e inversa (IK) en un manipulador:



Espacio articular

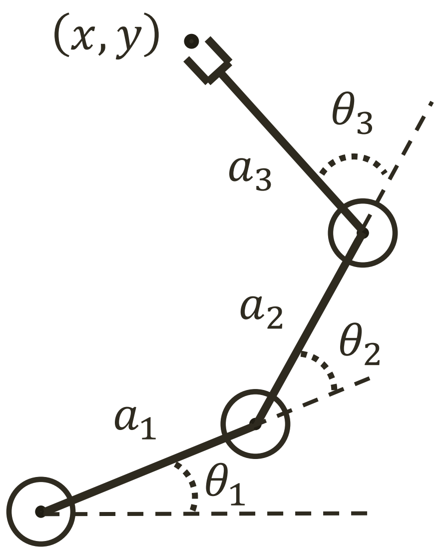
$\mathbf{p} = \mathrm{FK}(\mathbf{q})$

Espacio cartesiano

$\mathbf{q} = \mathrm{IK}(\mathbf{p})$

Introducción (continuación)

Modelo cinemático directo de un manipulador planar de 3 articulaciones:



$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{p} \leftarrow$ Posición de actuador final
$\mathbf{q} \leftarrow$ Valor de las articulaciones
$a_i \leftarrow$ Medida del eslabón i

$$\mathbf{p} = \mathrm{FK}(\mathbf{q})$$

Cinemática directa (FK):

$$x = a_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + a_1 \cos(\theta_1) + a_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$
$$y = a_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + a_1 \sin(\theta_1) + a_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

Introducción (continuación)

Resolver el problema de FK es una tarea sencilla. Resolver el problema de IK es una tarea difícil.

Problemas con el problema de IK:

- Se requiere resolver un sistema de ecuaciones no lineales.
- La cinemática inversa no siempre tiene una solución.
- La cinemática inversa tiene múltiples soluciones.
- Soluciones cerradas son mas simples que las iterativas, pero se vuelven menos factibles al aumentar los DOF.
- Soluciones iterativas con base en la inversa de la matriz Jacobiana, sufren de singularidades.

Propuesta

Las características de la propuesta son las siguientes:

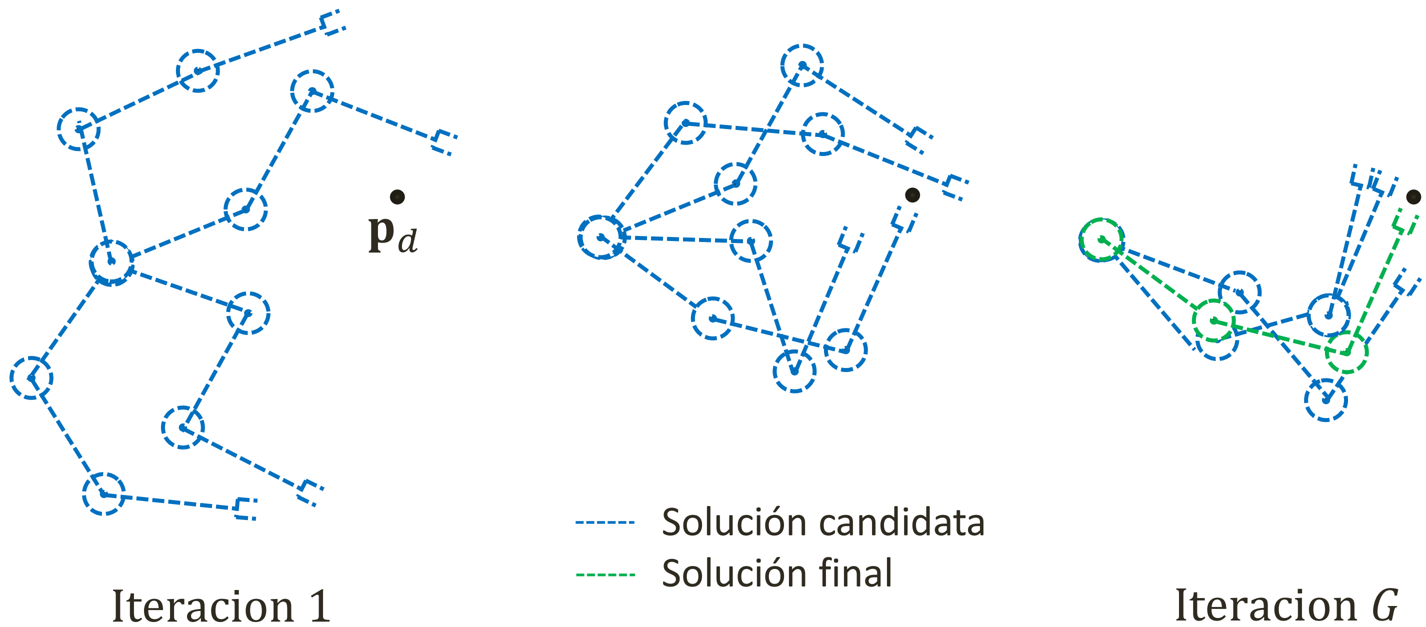
- Se evita singularidades.
- Se encuentra una solución óptima al problema.
- Se puede generalizar a manipuladores de n articulaciones.

En la propuesta, cada individuo representa las posiciones articulares del manipulador.

Se intenta encontrar al paso de las iteraciones, las posiciones articulares necesarias $\mathbf{q}$ para alcanzar el punto en el espacio cartesiano deseado $\mathbf{p}_d$.

Propuesta (continuación)

Ejemplo de la evolución del algoritmo evolutivo al paso de las iteraciones:



Solución de la IK utilizando 4 soluciones candidatas.

Implementación

Para resolver el problema de IK, se propone minimizar una función objetivo f como un problema con restricciones como sigue:

$$\min f(\mathbf{q}) \text{ sujeto a } \mathbf{q}_l < \mathbf{q} < \mathbf{q}_u$$

Los vectores $\mathbf{q}_l$ y $\mathbf{q}_u$ son los limites inferior y superior de las articulaciones, respectivamente.

Implementación (continuación)

Se propone calcular un error entre la posición del actuador final $\mathbf{p}$ y la posición deseada $\mathbf{p}_d$.

$$\boldsymbol{e} = \mathbf{p}_d - \mathbf{p}$$

Dado que cada individuo representa una configuración $\mathbf{q}$, es necesario calcular su cinemática directa. Entonces el error se debe calcular como

$$\boldsymbol{e} = \mathbf{p}_d - \mathrm{FK}(\mathbf{q})$$

$$\boldsymbol{e} = \begin{bmatrix} x_d - x \\ y_d - y \end{bmatrix}$$

Implementación (continuación)

Por lo tanto, tenemos que

$$\boldsymbol{e} = \begin{bmatrix} x_d - (a_2\cos(\theta_1+\theta_2) + a_1\cos(\theta_1) + a_3\cos(\theta_1+\theta_2+\theta_3)) \\ y_d - (a_2\sin(\theta_1+\theta_2) + a_1\sin(\theta_1) + a_3\sin(\theta_1+\theta_2+\theta_3)) \end{bmatrix}$$

Y la función objetivo puede ser

$$f = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}(e_i)^2$$

Implementación (continuación)

Para incluir las restricciones, la función objetivo final se puede proponer como

$$f(\mathbf{q}) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} {e_i}^2 + \beta \sum_{j=1}^{3} g(q_j)$$

donde

$$g(q_j) = \begin{cases} 0 & \text{si } q_{lj} < q_j < q_{uj} \\ 1 & \text{otro caso} \end{cases}$$