

同济大学数学建模校内竞赛论文

基于 SIRT 模型的限电禁摩政策
定量评估与规划研究

组员名单：

姓名			
学号			
学院			
联系方式			

基于 SIR_t 模型的限电禁摩政策定量评估与规划研究

摘要:

随着社会、经济的发展,有限的城市道路交通资源逐渐无法满足市民出行的需要。对此,政府限制部分低效并且影响道路交通安全的出行方式,如实施“禁摩限电”政策是有必要的,但如何有效的实施仍是亟需解决的问题。

本文以深圳市现行的全市禁电限摩政策为研究对象,以 SIR 模型为基础且考虑交通系统的特点,建立了交通系统定量模型 SIR_t 以评估限电禁摩政策所产生的影响,并基于此模型探讨限电禁摩政策可能的优化方向。文章着眼于政策对全市交通系统这一整体的作用,将城市的交通系统分为道路系统、非道路系统两类。并引入“人均出行时间比”作为系统效率的衡量尺度,定义了包含效率、环境、安全因素的“城市交通运行综合指数”。

文章首先定量分析了目前全市禁摩政策所产生的影响,发现了现行政策存在一些不足之处,基于全市不同分区实际交通状况的不同,提出分区域禁摩的观点。

在此基础上,为了更好的发挥“禁摩限电”对交通的改善,本文提出将限摩范围定点缩小至某几个区域内的方式来提高政策的有效性。根据官方给出的拥堵程度,将城市划分为 5 个不同等级的交通区,根据各等级特有的参数确定其对于整体交通的贡献因子。同时基于 BPR 函数导出的分区交通系统运行效率,确定整体交通运行效率值与禁摩方案的函数关系,并以此找到“城市交通系统综合运行指数”的极大值,给出了如何分区域限摩策略的较优解。

关键词: 城市交通系统综合运行指数, 分区限摩, 数值计算, 规划, SIR_t 模型, BPR 函数

1. 问题重述

随着社会、经济的发展，城市道路交通问题越来越复杂也越来越引入关注。城市道路交通资源是有限的，各种交通工具，特别是机动车（包括摩托车、电动三轮车等），对安全 and 环境的影响必须得到控制，而人们出行的需求是不断增长的，出行方式也是多种多样的，包括使用公共交通工具。因此，不加限制地满足所有人的要求和愿望是不现实的，也是难以为继的，必须有所倡导、有所发展、有所限制。不少城市采取的限牌、限号、收取局部区域拥堵费、淘汰污染超标车辆及其他管理措施收到了较好的效果，也得到了公众的理解。

为了让一项政策，如“禁摩限电”，得到大多数人的支持，对它进行科学的、不带意识形态的论证是必要的。在交通系统总资源量不变的前提下，找到“禁摩限电”和交通资源利用率的关系是本问题的核心。

2. 模型假设和变量声明

2.1 模型假设

- [1]. 深圳市每日高峰时刻出行人数固定，不会随“限摩禁电”而改变，且本文仅考虑交通流最大时刻的交通运行状况。
- [2]. 深圳市交通系统可分为道路交通系统和非道路交通系统。其中，道路交通系统包含公共交通和私人汽车，非道路交通系统包含行人、地铁等轨道交通。
- [3]. 非道路交通系统可看作一整体系统，系统运行效率与区块划分无关
- [4]. 公共交通和非道路交通系统占用的道路资源固定，不随使用人数的增大而增大
- [5]. 深圳市实施“限摩禁电”后，原私人汽车系统中的人流不改变出行方式
- [6]. 深圳市实施“限摩禁电”后，行驶的摩托车电动车数量随时间连续变化，无突变性
- [7]. 深圳市实施“限摩禁电”后，原先以摩电出行的人流分为四部分，一部分选择冒风险继续以摩电出行，一部分流向私人交通，一部分流向公共交通，一部分流向非道路交通系统。

2.2 变量声明

变量字母	变量含义
N	深圳市单日出行人次总数
S	摩电出行人数占比
I	道路交通系统出行人数占比
R	非道路交通系统出行人数占比
λ	由摩电向道路系统的转换率
M	由摩电向非道路系统的转换率

A	由非道路向道路系统的转换率
θ	摩电占该区块总交通流的比例
γ_A	非道路交通系统工作效率
γ_B	道路交通系统工作效率
F	交通资源利用效率综合指数
ξ_A	非道路系统的平均出行时间比
ξ_B	道路系统的平均出行时间比
J	地区单位距离不同拥堵程度时的出行时间
\bar{J}	完全畅通时的单位距离出行时间
R_m	非道路系统承载能力
γ_{Bi}	区域道路交通系统工作效率
ξ_{Bi}	区域道路系统的平均出行时间比
H	区域道路出行总人次
H_m	限摩后区域道路出行承载能力
H_{mo}	限摩前区域道路出行承载能力
η	S 的变化对 I 所产生的消极影响因子
m	修正系数
k	η 的修正系数
ξ_B^i	分等级区域道路系统出行时间比
M_i	每类区平均人口密度
B_i	禁摩区与非禁摩区平均通行效率之比

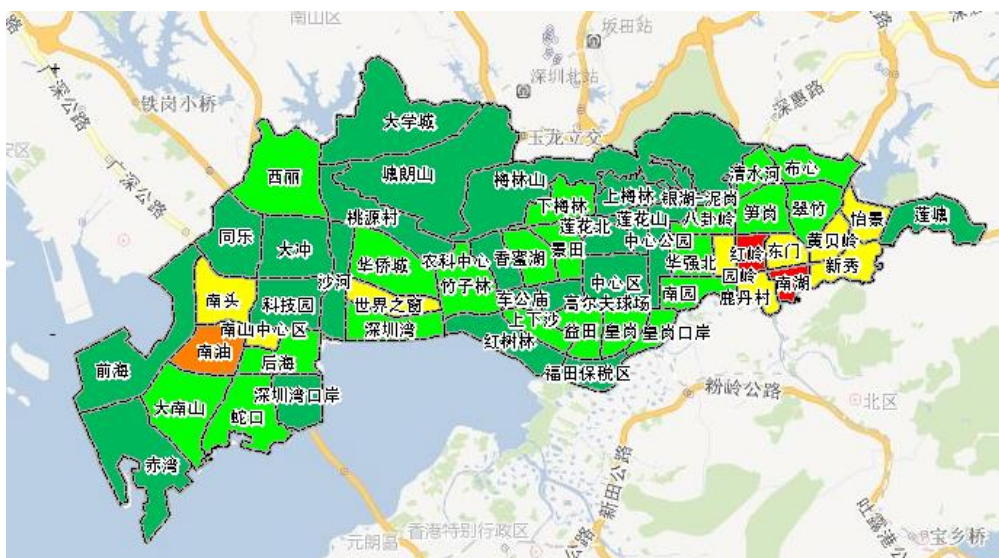
3. 模型建立

3.1 影响深圳市交通资源利用率的因素的模型建立

3.1.1 相关因素分析

3.1.1.1 交通流的空间分布 $\Omega(I, S, R)$ 因素

影响交通资源利用率的因素有很多，这些因素都因为交通系统自身的参数和其包含人数大小改变而改变，其他因素的定义都建立在空间时间的基础之上。考虑到只需要建立高峰时刻深圳市的交通运行状况模型，在本文中我们仅考虑政策下达后作用于系统的时间因素，主要变量为交通流在空间中的分布。为了实现数据的定量分析，我们将对城市进行分块，在后文中我们将以地区为单位给出一个交通流变化模型，以其为基础分析“禁摩限电”对交通资源利用率的影响。参考深圳市交通运输委员会^[5]，我们将深圳市全市分为以下 55 个区块。



3.1.2 因素整合求解

3.1.2.1 系统效率函数（ γ ）与交通资源利用效率综合指数（F）函数的理论分析

由 3.1.1 的因素分析可以看出，交通资源利用率受到区块本身因素和交通流变化的共同作用，交通资源利用率直接反应了深圳市交通运行状况的良好程度，交通资源利用率越高，城市交通运行状况越良好。在分区块的离散模型中，我们抽象出了某时空条件下的交通资源利用效率综合指数 F 直接反应某区域交通运行的良好情况，包括道路交通系统 and 非道路交通系统的运行流畅状况、区域内交通运行的安全隐患、区域内单位人次 CO₂ 排放量。对于一个特定的区域，我们认为存在这样确定的函数关系，能得出特定交通流分布条件下个区块的道路交通效率 γ_B ，全市的非道路交通系统效率 γ_A ，从而确定深圳市交通资源利用效率综合指数 F。论证假设的合理性：某一区域中，每日需要出行的人数，私家车保有量、公共交通资源、道路建设等硬性城市建设因素短时间内不会发生突变，因此我们

找到了这样的函数关系后,就可以对不同交通流数量下对某区域的交通资源利用效率综合指数 F 进行预测。

显然无论是 γ_A , γ_B , F, 这样的函数关系都是非线性的,通过逻辑分析,我们决定以人均出行时间比作为系统效率函数 γ 的主要衡量因素,各项因素所占的权重可以由所承载人数、安全系数、排放量确定。

基于 BPR 函数建立^[1]的出行时间的函数如下,其中 ta 为某一路段实际出行时间, t_0 为路段自由通行时间, β 与 n 为常系数,通常可令 $\beta=0.15$, $n=4$, R 为通过系统的流量, R_m 为系统承载量。

$$ta = t_0 \left[1 + \beta \left(\frac{R}{R_m} \right)^n \right] \quad (1)$$

出行时间比 ξ 随交通流数量变化为:

$$\xi = \frac{t_0 \left[1 + \beta \left(\frac{R}{R_m} \right)^n \right]}{t_0} = 1 + \beta \left(\frac{R}{R_m} \right)^n \quad (2)$$

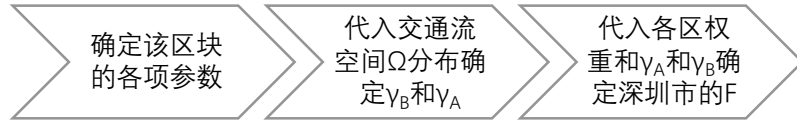
R_m 非道路交通承载量,我们定义系统出行效率 (γ) 的计算公式为,

$$\gamma = \frac{1}{1 + \beta \left(\frac{R}{R_m} \right)^n} \quad (3)$$

WW 由之前的设定,认为交通资源利用效率综合指数 F 与非道路交通系统运行效率 γ_A , 道路交通系统运行效率 γ_B , 环境因素 E, 以及安全因素 S_a 共同确定。

$$F = F(\gamma_A, \gamma_B, E, S_a) \quad (4)$$

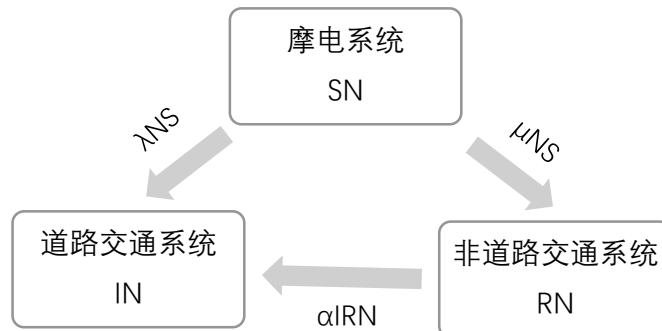
3.1.2.2 得出给定某交通流空间分布下交通资源利用效率综合指数



3.2 “禁摩限电”对交通资源利用效率的影响模型的建立

3.2.1 现行全市范围内实行“禁摩限电”的方案（问题一：评估）

深圳市现行政策为全市“禁摩限电”,此时 η 和 θ 可看作常数。分析 Ω 在“禁摩限电”前后的变化如下:



记 N 为深圳市单日高峰时期交通流总量, S 为摩电出行人数占比, I 为道路交通系统出行人数占比, R 为非道路交通系统出行人数占比, R_m 为非道路交通系统最大承载力, 实施“禁摩限电”后, λ 为由摩电向道路系统的转换率, μ 为由摩电向非道路系统的转换率, α 为由非道路向道路系统的转换率。假设实施“禁摩限电”后, 部分市民认为拥堵程度会有所缓解, 由非道路系统转回道路交通系统, 根据传染病模型, 这部分的交通流可表示为 αIRN , 其中 $S, R, I, \alpha, \mu, \lambda$ 均为政策实施天数 t 的函数。

则存在以下的微分方程关系:

$$N \frac{dS}{dt} = -\lambda NS - \mu NS \quad (5)$$

$$N \frac{dI}{dt} = \lambda NS + \alpha IRN \quad (6)$$

$$N \frac{dR}{dt} = \mu NS - \alpha IRN \quad (7)$$

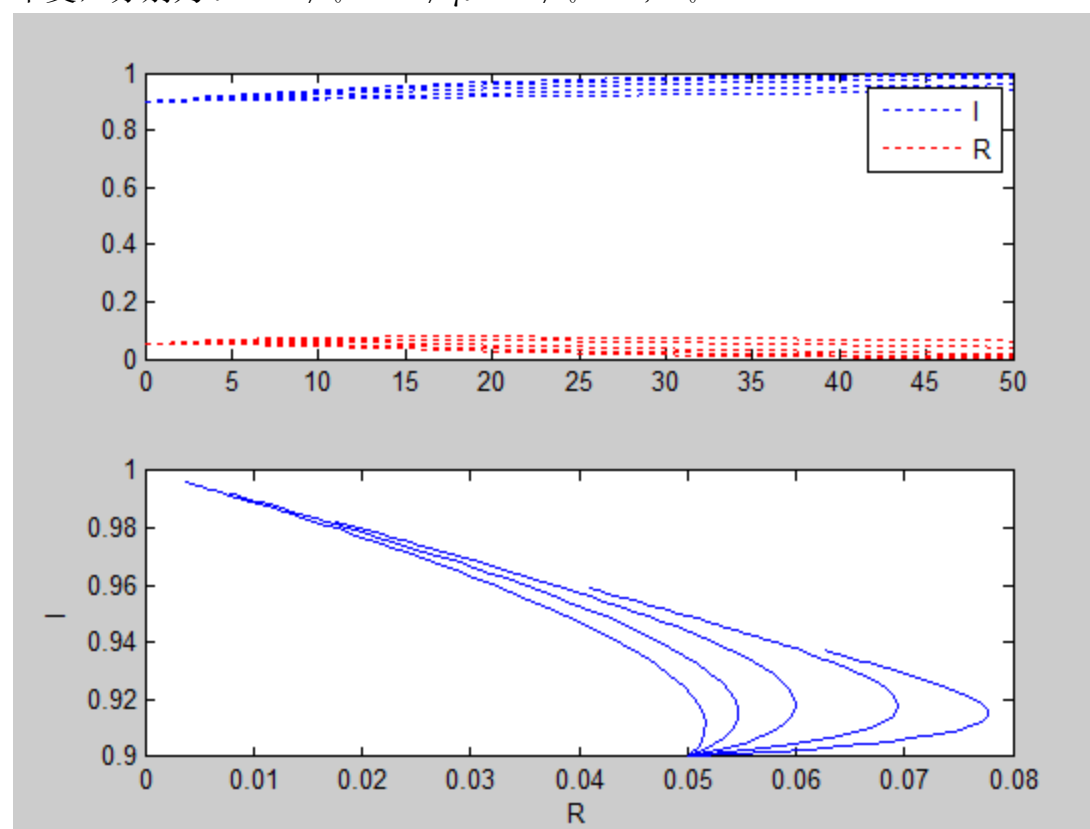
设时间 $t=0$ 时, $S=S_0, I=I_0, R=R_0$

根据此微分方程分析可知 α, λ 越大则说明道路交通对市民出行的吸引力越大, 而 μ 越大则说明非道路交通对市民出行的吸引力越大。

解微分方程得

$$S = S_0 e^{-(\lambda+\mu)t} \quad (8)$$

由微积分基本定理可以判断 (2) (3) 两式耦合, R 与 I 无法求出解析值, 遂采用 Matlab 进行数值计算并进行相轨线分析。此时假定 α 变化而其他各系数不变, 分别为 $\lambda=0.01; S_0=0.05; \mu=0.1; I_0=0.9; R_0=0.05$ 。



注：I 线从上到下分别为 $\alpha=0.08/0.06/0.04/0.02/0.01$ 的情况，R 线从上到下分别为 $\alpha=0.01/0.02/0.04/0.06/0.08$ ；

显然分析该相轨线可知，当 μ 大于 α 与 λ ，即当非道路交通系统吸引力更强时， $\alpha=0.08$ 时，I（道路交通比例）仍然将在达到稳态时趋近于 1，导致出行需求向道路转化过多，反而引起出行的不便。而当 $\alpha=0.01$ 时，I 与 R 都趋近于一个较合理的比例。说明当 α 与 μ 比值较小时，即道交与非道交通行方式吸引力相差较小时，非道路交通并不能体现出明显优势，反而会导致道路交通再次陷入车流的拥堵中。

由上述分析可得，单纯在全市范围内限电禁摩，而没有相应鼓励乘坐轨道交通或增大原有的道路通行能力的条件下，全市范围限电禁摩政策在长远看来无法彻底解决道路交通的拥挤问题。因此有必要进行相关分析，探讨采取分区域而非全市禁摩的相关策略，以对现有政策起到一定的建议作用。

3.2.2 部分区域内实施“禁摩限电”的方案（问题二：可行方案）

由之前的论述可得，全市范围内的禁摩限电，在某种意义上并没有有效提高全市范围内交通系统整体的运行效率，相反，这种方式仅仅只是起到将拥堵转移的效果。因此，为了改进目前的限电禁摩的政策，建立一个能评估不同分区禁摩对整体交通情况产生影响的模型显得尤为重要。

3.2.2.1 因素分析

在可行的方案中，我们的最终目的是对深圳全市的 55 行政区进行区类划分，分成禁摩区和非禁摩区，达成全市整体的交通资源利用效率综合指数 F 最大化。

可以认为 F 是 γ_A ， γ_B ，E，Sa，的函数，即：

$$F = F(\gamma_A, \gamma_B, E, Sa) \quad (9)$$

其中，F 为全市整体的交通资源利用效率综合指数， γ_A 为非道路系统通行效率，主要包括地铁出行和步行人群，但可以认为步行人群不受任何交通状况的影响； γ_B 为道路系统通行效率包括各类汽车和我们所需要限行的摩托车和电瓶车（经查阅资料和当地实际情况得知，深圳市不存在非机动车道而只有机动车道，所以摩托车一定直接行驶在机动车道内行驶）；E 为不同的全市整体限摩后的 I 和 S 的比例对整体环境的影响；Sa 为 S 和 I 比例对整体安全的影响。

下面对上述几个对 F 的影响因素分别作讨论：

1) 非道路系统通行效率 γ_A

我们着重考虑地铁出行的交通通行效率，根据深圳市交通运输委员会官网的数据，市市民的平均出行时间比用来衡量地铁出行的通行效率，对于非道路系统的平均出行时间比 ξ_A ，有：

$$\xi_A = \frac{J}{\bar{J}} \quad (10)$$

其中，J 表示该地区单位距离不同拥堵程度时的出行时间， \bar{J} 表示完全畅通时的单位距离出行时间。我们定义：

$$\gamma_A = \frac{1}{\xi_A} \quad (11)$$

又因为把全市的地铁系统看作一个整体，其平均出行时间比有：

$$\xi A = 1 + \beta \left(\frac{NR}{R_m} \right)^4 \quad (12)$$

故非道路系统的通行效率:

$$\gamma_A = \frac{1}{1 + \beta \left(\frac{NR}{R_m} \right)^4} \quad (13)$$

其中, 根据相关资料有 β 取 0.15。

2) 每一小区域内道路系统的通行效率 γ_B

对于全市的道路系统的通行效率, 我们把深圳市按照深圳市交通管理委员会的规划情况划分成 55 个区域, 每一个区域的道路系统通行效率为 γ_{Bi} , 并且对这 55 个区域按照全面限摩时的拥堵状况, 人口密度, 经济水平等进行加权, 加权系数为 w_i , 有:

$$\gamma_B = \sum \gamma_{Bi} w_i \quad (14)$$

每一个小区域内, 我们仍然定义:

$$\gamma_{Bi} = \frac{1}{\xi_{Bi}} \quad (15)$$

且每一个小区域内, 根据深圳市交通运输管理委员会的数据可以得到平均出行时间比的具体数值, 并且有:

$$\xi_{Bi} = 1 + \beta \left(\frac{H}{H_m} \right)^4 \quad (16)$$

所以每一个区域道路系统的通行效率:

$$\gamma_{Bi} = \frac{1}{1 + \beta \left(\frac{H}{H_m} \right)^4} \quad (17)$$

其中, H 为该区域内的道路出行总人次, H_m 为限摩后区域道路出行承载能力。显然, 是否限摩我们认为对人们的出行需求没有影响, 即认为 H 对于一个地区是一个常数。我们假设 H_m 是在限摩前道路出行承载能力 (设为 H_{m0}) 的基础上变化的。由经验易知 H_m 和 H_{m0} 都与区域内的摩电出行人数占比 S 和道路系统出行人数占比 I 有关, 故我们定义函数:

$$H_m = H_{m0} * (\eta I + S) * m \quad (18)$$

其中, 由于对于区域道路出行的总人数来说, 忽略步行的几乎不受交通影响的人数, 道路系统出行人数占比和摩电出行人数占比之和为 1, 即有:

$$I + S = 1 \quad (19)$$

m 为修正系数, 使得当 S 趋近于 0 时, $I=1$, 此时的区域道路出行承载能力 H_m 和限摩前道路出行承载能力近似相等; η 为摩电出行人数比 S 的变化对道路出行人数比 I 所产生的消极影响因子, 并且 η 是 S 的函数 $\eta(S)$, 经过多次函数模拟实验, 我们假定:

$$\eta(S) = e^{-kS} \quad (20)$$

这其中, k 为 η 修正系数, 根据实际查阅到的资料, 得知全面限摩时 S 大约取值为 0.01, 从而假定部分限摩时, 限摩区域 S 取值为 0.005, 非限摩区 S 取值为 0.05, 经过多次数值代入实验, 我们取 k 为 5, 从而得出修正系数 m 为 1.0507。

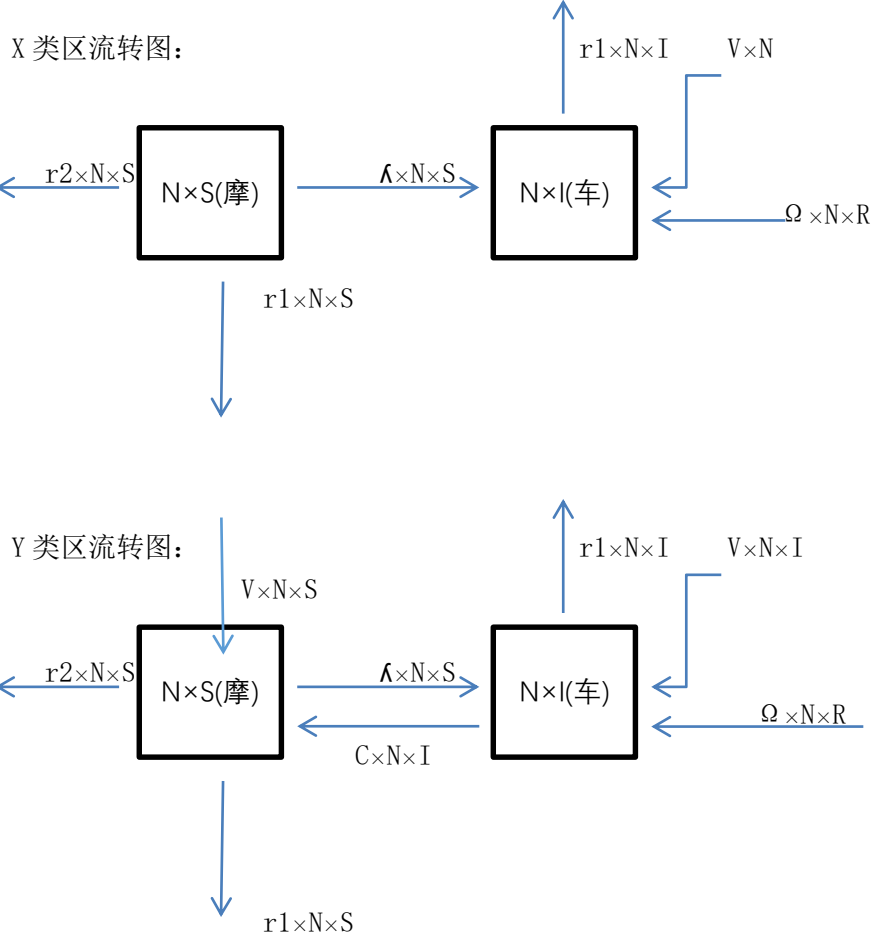
故将上式展开, 得 γ_{Bi} 的表达式:

$$\gamma_{Bi} = \frac{1}{1 + \beta \left(\frac{H}{H_{m0} * (\eta I + S) * m} \right)^4} \quad (21)$$

将先前论述时建立的循环模型进行推广, 我们将中心城区分为若干个交通区

块，并将此些区块归纳为两类，分别为 X（禁摩区）与 Y 区（禁摩区）。

其中 N 为该区通行总人数， v 为流入率（其他区流入该区的比率）， r_1 为流出率（由该区流入其它区的比率）， r_2 为移除率（该分区移出道路交通系统的比率）， C 为车转摩转换率， λ 为摩转车转换率， Ω 为非道路交通系统向道路交通系统转换率。



由上述流转图分析可得：

X 区微分方程组为：

$$N \frac{ds}{dt} = -(r_1 + r_2 - \lambda)NS \quad (22)$$

$$N \frac{dl}{dt} = VN - r_1NI + \lambda Ns + wNR \quad (23)$$

Y 区微分方程为：

$$N \frac{ds}{dt} = N(0.001V - r_1 - r_2 - \lambda)s + NC I \quad (24)$$

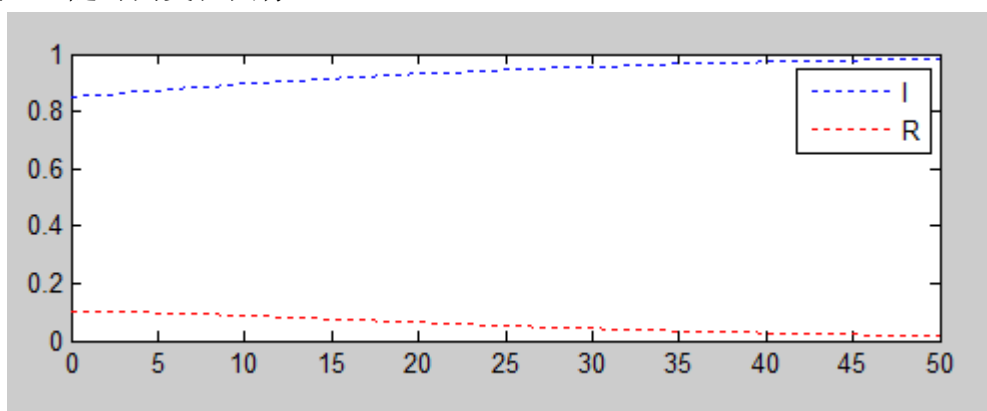
$$N \frac{dl}{dt} = (2.55v - r_1 - C)IN + \lambda sN + wNR \quad (25)$$

a. X 类区分析：

根据微积分基本理论可知，上述四式中仅有 4 式有解析接，其余各式均只能采用数值解进行描述。

$$s = s_0 e^{(\lambda - r_1 - r_2)t} \quad (26)$$

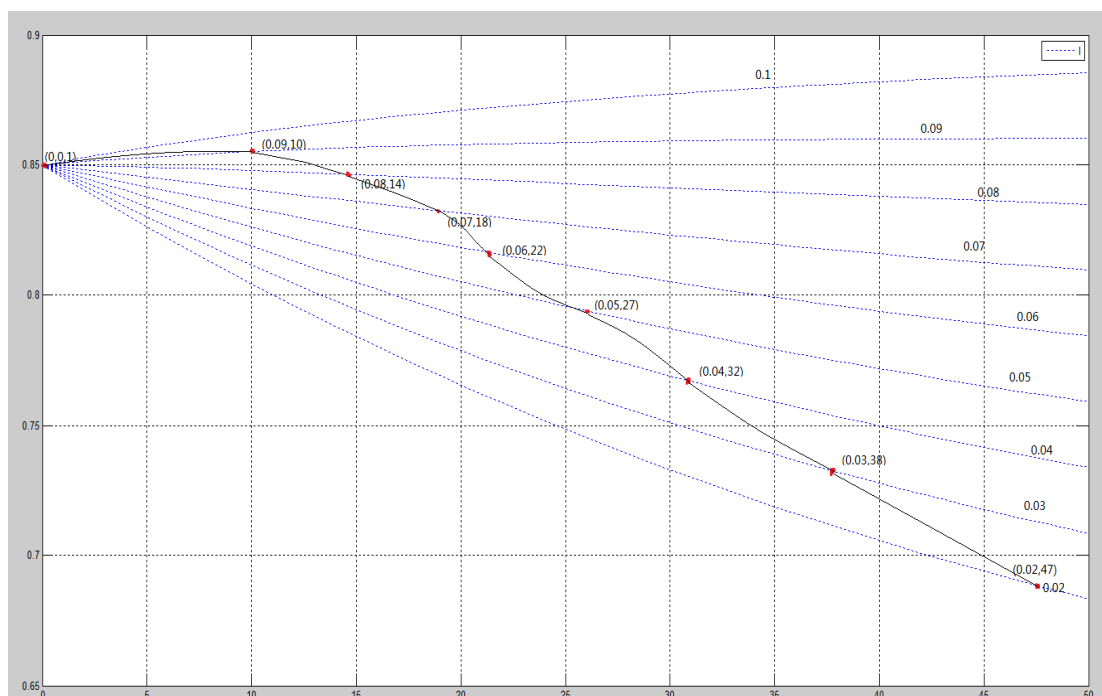
现画出 $s_0=0.05$, $i_0=0.85$, $R_0=0.1$, $\lambda =0.01$, $u=0.1$, $s_0=0.05$, $a=0.05$ 时, R 随时间变化图像:



I, R 随时间变化的值为:

接下来进行 I 的数值计算, 分别采用 $R=0.02/0.03/0.04/0.05/0.06/0.07/0.08/0.09/0.1$ 时画图得到下图:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
R(t)	0.85	0.8547	0.8595	0.8642	0.8688	0.8734	0.8779	0.8824	0.8867
I(t)	0.1	0.1005	0.1004	0.0999	0.099	0.0977	0.0962	0.0945	0.0925
t	9	10	15	20	25	30	35	40	45
R(t)	0.891	0.8952	0.9144	0.9308	0.9446	0.9559	0.9651	0.9725	0.9783
I(t)	0.0904	0.0882	0.076	0.0636	0.0522	0.0422	0.0338	0.0269	0.0213



根据插点拟合得到 I 大致图像如上图所示 (黑实线)。

由前所述某交通系统出行效率 (γ), 我们推得 X 分区道路交通运行效率 γ_{Xk} 的计算公式如下, H 为通行流量, H_m 为政策调整后的通行承载量, H_{m0} 为全面禁摩时

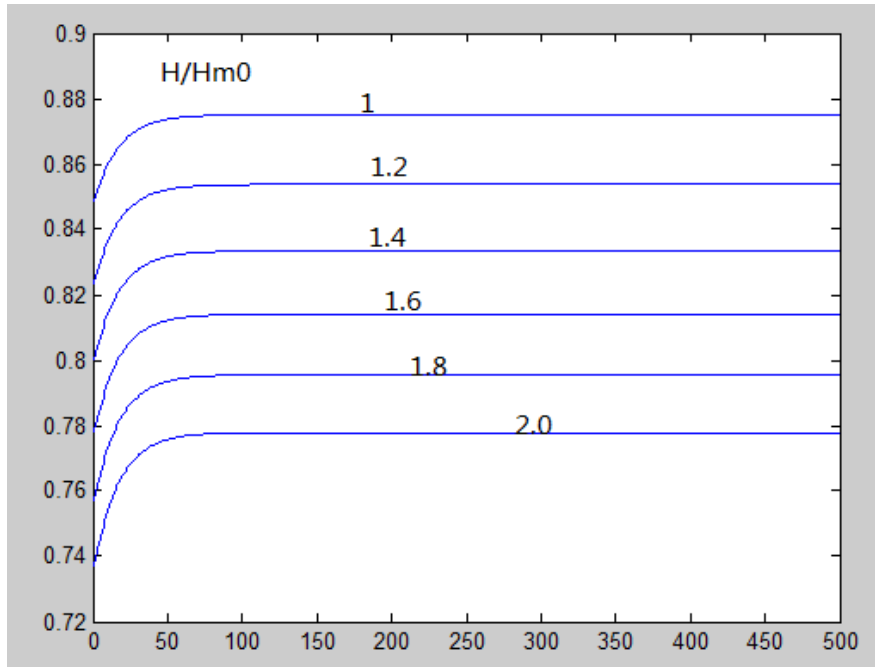
的通行承载量。 k ， m 均为用于使表达式 H_m 符合事实情况所设定参数，可分别取为 5 和 1.0507。

$$\gamma_{Bxk} = \frac{1}{1+0.15\left(\frac{H}{H_m}\right)^4} \quad (27)$$

其中

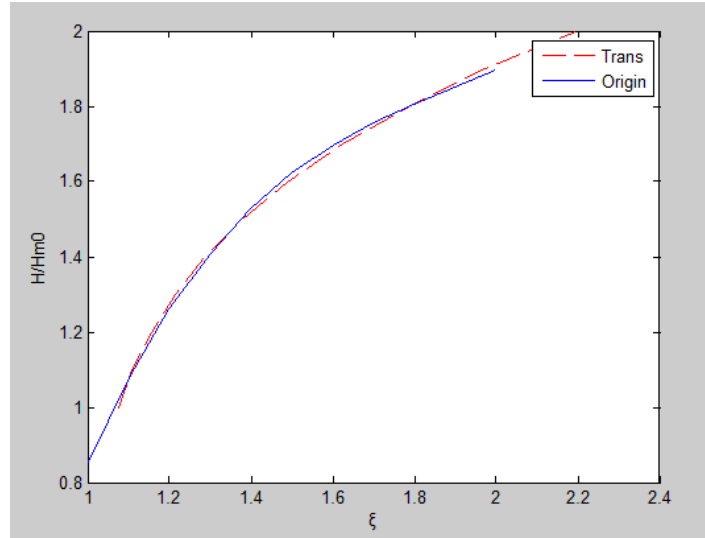
$$H_m = H_{m_0} H(e^{-ks}I + s)m \quad (28)$$

因为在道路通行系统中， $I+S=1$ 恒成立，所以综上，我们可以得到一个关于 γ_{Xk} 的完整方程式。以 Matlab 程序 rbkA.m 求解，取 H/H_{m_0} 分别为 1/1.2/1.4/1.6/1.8/2 画图，得到图像：



明显反映出 H/H_{m_0} 对 γ_{Xk} 产生的影响。

此时，该 γ_{Xk} 表达式中仍有 $\frac{H}{H_{m_0}}$ （某分区道路交通人流量与承载能力之比）此式待确定。经过分析认为此式应与 ξ 即分区出行时间比有密切关系，由于交通系统的复杂性，几乎可以断定该关系为非线性关系，采用多项式拟合的方式拟合该关系。编写 Matlab 程序 HandHm0.m 进行拟合计算得到关系式和拟合图：



拟合得关系式为：

$$\frac{H}{H_{m0}} = 0.8549\xi^3 - 4.8390\xi^2 + 9.5757\xi - 4.7384 \quad (29)$$

b. Y 类区分析

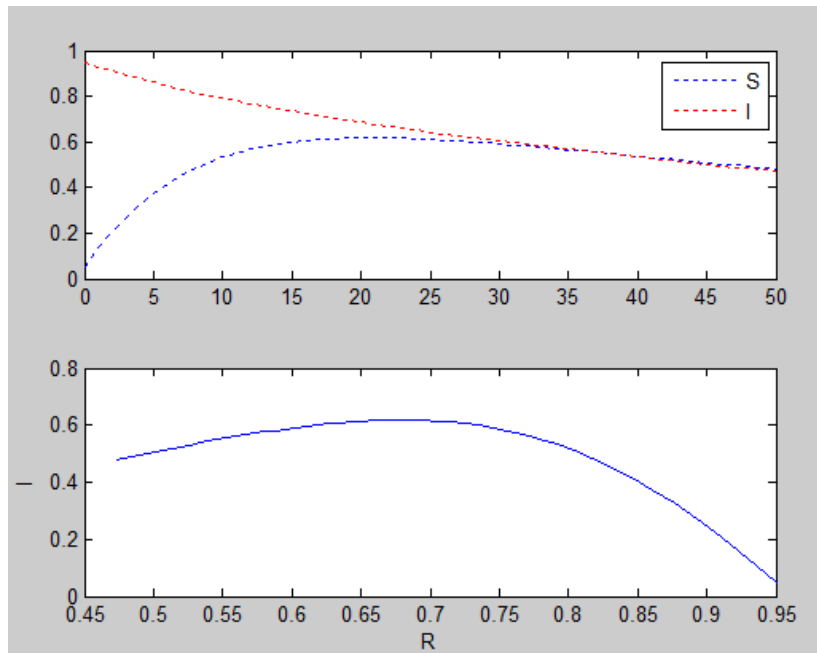
根据微积分基本理论可知，B 类区两式均只能采用数值解进行描述。

$$\frac{dS}{dt} = (0.001V - r_1 - r_2 - \lambda)s + CI \quad (30)$$

$$\frac{dI}{dt} = (2.55v - r_1 - C)I + \lambda s + wR \quad (31)$$

常 系 数 分 别 为 $v=0.05; r_1=0.05; \lambda =0.01; w=0.01; s_0=0.05; r_2=0.05; R=0.01; c=0.1;$

由 rbbk.m 函数与 xiangguixian2.m 脚本文件计算并画图得到：



对于 γ_{Yk} 来说，其表达式与 γ_{Xk} 类似，为

$$\gamma_{Yk} = \frac{1}{1+0.15\left(\frac{H}{H_m}\right)^4} \quad (32)$$

其中

$$H_m = H_{m_0}(e^{-ks}I + s)m \quad (33)$$

所以综上，整理得到非禁摩区 γ_{Yk} 的最终表达式， ξ 为该地平均出行时间比：

$$\gamma_{YK} = \frac{1}{1+0.15\left(\frac{0.8549\xi^3-4.8390\xi^2+9.5757\xi-4.7384}{(e^{-5s}I+s)1.0507}\right)^4} \quad (34)$$

可见某地道路通行效率 γ_{Yk} 有

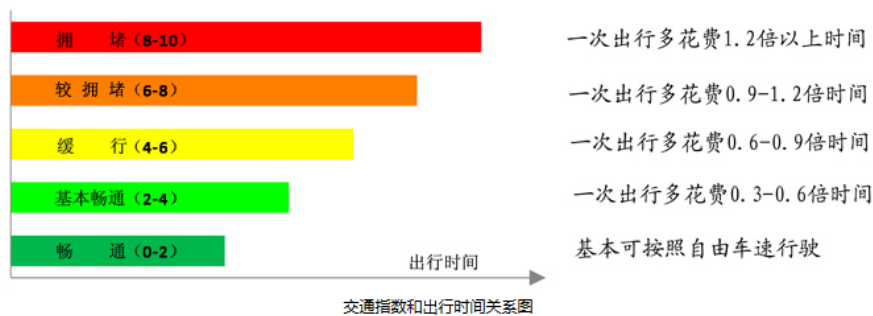
$$\gamma_{Yk} = \gamma_{Yk}(S, I, \xi) \quad (35)$$

3) 各区域的平均出行时间比

对于这 55 个区域，可以评估各类区域交通状况对全市状况的贡献因子 w_i ，根据不同区域的交通拥堵状况，确定不同区域的交通拥堵等级。参考深圳市交通运输委员会官网^[5]给出的八日内各区域每日拥堵指数，我们确定了每一区域的等级如下图：

一级区	南油	南园	鹿丹村	南湖	华强北	皇岗	园岭										
二级区	南头	南山中心区	下梅林	中心公园	银湖	东门	布心	黄贝岭									
三级区	红岭	香蜜湖	翠竹	同乐	景田	八卦岭	大南山	上下沙	皇岗口岸								
四级区	益田	中心区	上梅林	福田保税区	大冲	农科中心	新秀	科技园	沙河	华侨城	笋岗	怡景	蛇口	赤湾	西丽	大学城	塘朗山
五级区	后海	世界之窗	莲花北	前海	桃源村	清水河	深圳湾口岸	深圳湾	梅林山	竹子林	车公庙	红树林	莲花山	莲塘			

W



具体数据如下图：

	4月30	4月29	4月28	4月27	4月26	4月25	4月24	4月23	
南油	7	9	9	9	9	7	5	9	8
南园	3	9	9	9	9	9	7	5	7.5
鹿丹村	5	7	7	7	7	7	7	7	6.75
南湖	5	7	7	7	7	7	7	7	6.75
华强北	3	7	9	7	7	5	5	5	6
皇岗	3	9	5	7	7	5	5	5	5.75
园岭	3	9	7	5	5	5	5	7	5.75
南头	3	3	7	7	7	3	5	9	5.5
南山中心区	7	9	5	5	5	3	5	5	5.5
下梅林	5	7	7	5	7	5	3	5	5.5
中心公园	3	5	5	7	7	9	1	5	5.25
银湖	3	7	5	7	5	9	3	3	5.25
东门	9	3	3	5	5	5	5	7	5.25
布心	3	3	5	5	7	7	5	5	5
黄贝岭	5	5	5	5	5	5	5	5	5
红岭	3	5	5	5	5	5	5	5	4.75
香蜜湖	3	5	7	5	7	5	1	3	4.5
翠竹	3	5	5	3	5	5	5	5	4.5
同乐	1	3	7	7	9	5	1	1	4.25
景田	3	5	5	3	5	5	3	5	4.25
八卦岭	1	5	5	3	7	5	3	5	4.25
大南山	1	3	3	3	7	5	3	7	4
上下沙	3	3	5	5	7	3	3	3	4
皇岗口岸	1	9	1	7	5	3	5	1	4
益田	1	5	3	5	5	5	3	3	3.75
中心区	1	5	3	5	3	5	3	3	3.5
上梅林	1	5	5	3	3	3	3	3	3.25
福田保税区	1	5	3	3	5	5	3	1	3.25
大冲	1	3	3	7	5	3	1	1	3
农科中心	3	5	3	3	3	3	1	3	3
新秀	1	3	3	5	3	3	3	3	3
科技园	1	5	3	5	3	3	1	1	2.75
沙河	1	5	3	7	3	1	1	1	2.75
华侨城	1	3	5	3	3	3	1	3	2.75
笋岗	1	3	3	3	3	3	3	3	2.75
怡景	5	1	3	1	5	1	3	3	2.75
蛇口	3	3	3	3	3	1	1	3	2.5
赤湾	1	1	9	3	1	1	1	1	2.25
西丽	1	3	3	3	3	3	1	1	2.25
大学城	1	1	1	7	3	3	1	1	2.25
塘朗山	1	1	5	3	3	3	1	1	2.25
后海	1	5	1	1	3	1	1	3	2
世界之窗	1	3	3	3	3	1	1	1	2
莲花北	1	1	5	1	1	5	1	1	2
前海	1	1	5	1	3	1	1	1	1.75
桃源村	1	1	3	3	3	1	1	1	1.75
漕水河	1	1	1	3	1	5	1	1	1.75
深圳湾口岸	3	1	1	1	1	1	3	1	1.5
深圳湾	1	1	3	3	1	1	1	1	1.5
梅林山	1	1	1	3	1	1	1	1	1.25
竹子林	1	1	1	3	1	1	1	1	1.25
车公庙	1	1	1	3	1	1	1	1	1.25
红树林	1	1	1	3	1	1	1	1	1.25
莲花山	1	1	1	1	1	1	1	1	1
莲塘	1	1	1	1	1	1	1	1	1

我们注意到，拥堵程度较高的一级区与二级区基本位于市中心的交通枢纽处，承载着疏导市内各方向车流的作用。而目前来看，这些枢纽在高峰期表现不佳，影响了各向车流通行的疏导。因此，中心枢纽处运行效率的提高尤为重要。而在中心枢纽效率较低的情况下，盲目引导其他区域的车流快速进入枢纽，反而会导致枢纽不堪重负从而导致全市交通效率的降低，乃至交通大瘫痪。根据以上分析，我们认为，对于提高全市整体道路交通运行效率而言，有效提高枢纽处运行效率，适当控制其余分区效率，才能保证整体的有序运行。

基于以上思考，对于目前已经通行状况较好的四级五级区而言，应当以保持现有通行状况为佳，目前提高其运量并不有利于整体交通运行状况，相反的可能导致其整体运行效率的降低，认定该类区的贡献因子 w 为负数。而对于中心的第一级二级区，其贡献因子为正且相对较大，第三级区有正面作用但不大。

贡献因子作为影响全市道路交通系统这一复杂系统的参数，其本身值极难量化。经过探讨，我们认为地区贡献因子应与地区交通流量大小呈较强正相关，人口产生交通需求，所以交通流量是与地区人口密度相关的量，所以我们拟以中心

一级区的贡献因子 $w_1=1$ 为基准，以其他区人口密度与其比值绝对值确定其贡献因子。其中， w_1 、 w_2 、 w_3 为正值， w_4 、 w_5 为负值。参考深圳市人口分布的细分网格图^[4]，计算得到各级区贡献因子如下表所示，其中 w 为贡献因子， ξ_B 为该区域平均出行时间比。

编号	1	2	3	4	5
w	1	0.4	0.1	-0.05	-0.04
ξ_B	1.99	1.79	1.64	1.42	1.23

4) 全市 I 和 S 的比例对整体环境的影响 E

道路交通系统，不论是汽车还是摩托车，以及非道路系统，都会对环境带来一定影响，这种影响对全市整体的交通资源利用效率综合指数 F 有消极影响，假设其对 F 影响与 S , I , R 分别成正比，设比例系数为 p_i ，则有：

$$E=p_1*S+p_2*I+p_3*R \quad (36)$$

5) S 和 I 比例对整体安全的影响 S_a

对于市民出行，不论是道路交通出行还是非道路交通出行，或多或少都会有一定的安全隐患，显然这种影响对全市整体的交通资源利用效率综合指数 F 也是有消极影响的。假设其影响与 S , I , R 分别成正比，设比例系数为 q_i ，则有：

$$S_a=q_1*S+q_2*I+q_3*R \quad (37)$$

3.2.2.2 模型求解

由之前的讨论我们得到交通资源利用效率综合指数 F 与非道路交通系统运行效率 γ_A ，道路交通系统运行效率 γ_B ，环境因素 E ，以及安全因素 S_a 共同确定。

并且在 3.2.1 中提出，全市禁摩并不是一个最好的策略，并进一步分区域禁摩策略的优解。我们将分区域禁摩策略表述如下：

有禁摩状态向量 $\Phi=(1, 1, 1, 1, 1)$ ，1 表示区类禁摩，0 表示区类非禁摩，该向量表示目前政策为全市所有区域禁摩，即 5 类区全体禁摩。禁摩状态向量为探索当 5 类区域中部分区域政策改变（1 转为 0）时对道路交通系统的影响。粗略的，禁摩政策共有 $2^5=32$ 中选择。权重向量 $w=(0.2466, 0.2218, 0.2032, 0.1760, 0.1524)$ 。

评估全市的非道路交通系统与道路交通系统的效率对整体道路交通系统效率的影响，应当分别考虑二者对于全市交通的影响权重。有调查显示，深圳市交通总量中非道路交通与道路交通需求比约为 2: 8，因此 γ_A 与 γ_B 所对整体 F 值的贡献可采用“2、8”分成的模式。

即全市交通运行效率 γ

$$\gamma = 0.2\gamma_A + 0.8\gamma_B \quad (38)$$

交通资源利用效率综合指数 F

$$F = F(\gamma, E, S_a) \quad (39)$$

1) γ_A 与禁摩状态向量 Φ 的关系

我们首先建立 γ_A 与禁摩状态向量 Φ 的关系：

由区类流转图得 X, Y 区类不同 R 的流转微分方程： w_x 与 w_y 分别为 X 区类非道路交通向车辆系统转换率与 Y 区道路交通向车辆系统转换率。 r_{2x} 与 r_{2y} 分别为 X 区与 Y 区类摩电系统向非道交系统移除率。

$$\frac{dR}{dT} = -w_x NIR + r_{2x} NS \quad (40)$$

$$\frac{dR}{dT} = -w_y NIR + r_{2y} NS \quad (41)$$

对于 X 区类（禁摩区）而言，R 与 I 关系有以下微分方程组：

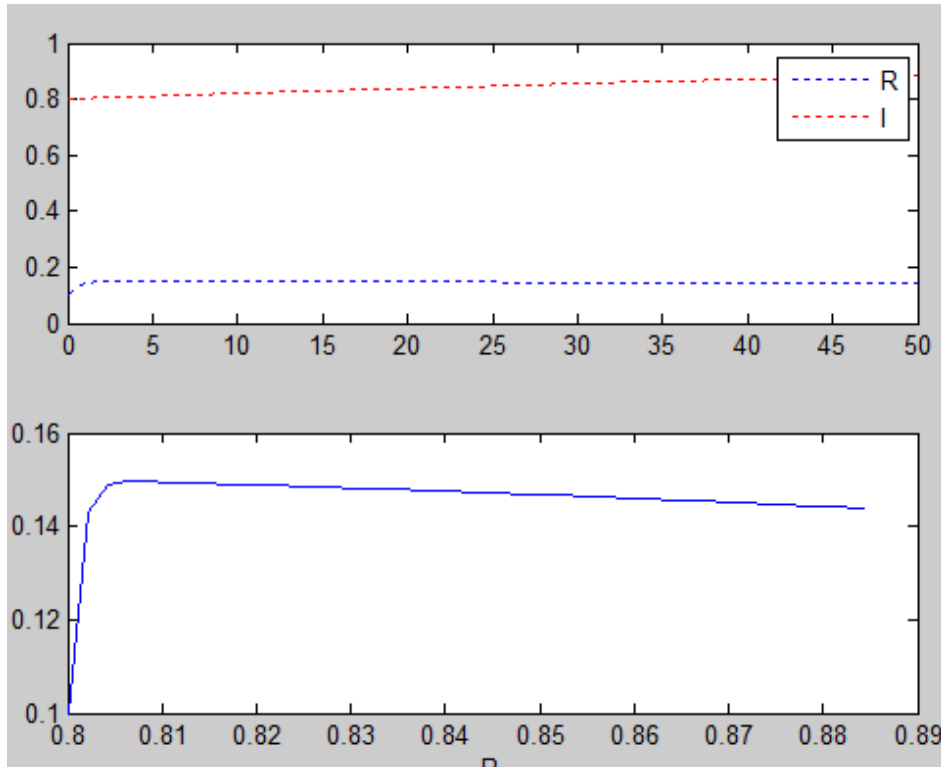
$$\frac{dR}{dT} = -w_x NIR + r_{2x} NS_0 e^{(\lambda - r_1 - r_{2x})t} \quad (42)$$

$$\frac{dI}{dt} = V - r_1 I + \lambda S_0 e^{(\lambda - r_1 - r_{2x})t} + wR \quad (43)$$

采用数值计算确定R与I的关系，其中

$$v=0.01; r_1=0.01; \lambda =0.01; w_x=0.001; s_0=0.05; r_{2x}=2;$$

可见在 X 禁摩区，I 与 R 均有稳固提升，S 相对下降，禁摩区的道路交通状态有所改善，非道交系统接受一定数量新的客流。



结合

$$\gamma_A = \frac{1}{1+0.15\left(\frac{NR}{Rm}\right)^4} \quad (44)$$

以及图像 R 变化趋势，计算得到

$$\gamma_{AXK} = 0.9\gamma_{AK0}$$

即对于 X 类区来说，其非道交系统运行效率约为全体禁摩时运行效率的 0.9

倍。

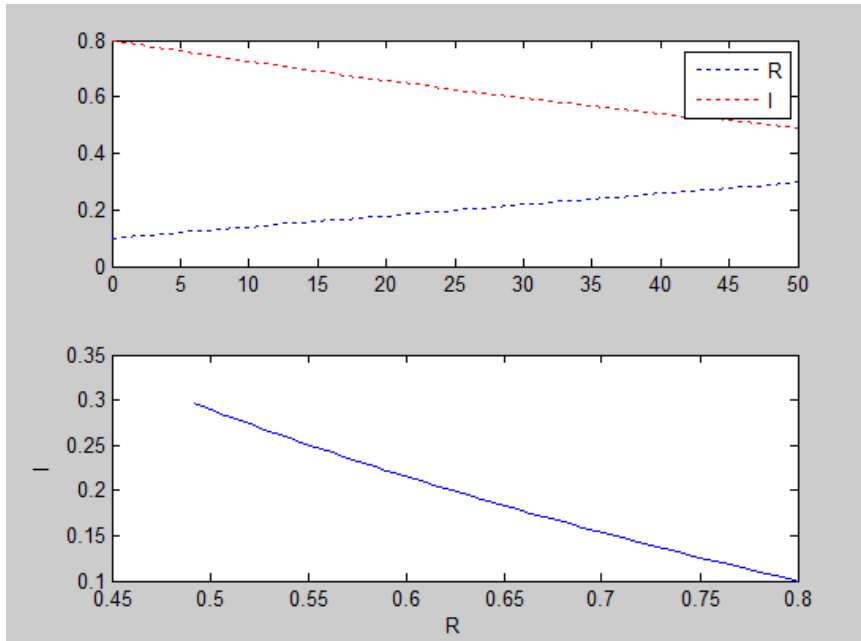
对于 Y 类区（非禁摩区）而言，有如下微分方程式：

$$\frac{dR}{dT} = -w_y NIR + r_{2y} NS \quad (45)$$

$$\frac{dS}{dt} = (0.001V - r_1 - r_2 - \lambda)s + CI \quad (46)$$

$$N \frac{dI}{dt} = (2.55v - r_1 - C)I + \lambda s + wR \quad (47)$$

仍然采用数值计算得到 R 与 I 的关系，其中 $v=0.01$; $r_1=0.01$; $\lambda =0.001$; $w_y=0.0005$; $s_0=0.05$; $r_{2y}=0.08$; $s=0.05$; $c=0.01$;



可见在 Y 区非禁摩区内，由于部分禁摩区的影响导致 I 下降 R 上升，道路系统中摩托车 S 比例相应提高，道路交通系统效率降低且非道交系统受到考验。结合

$$\gamma_A = \frac{1}{1+0.15\left(\frac{NR}{Rm}\right)^4} \quad (48)$$

以及图像 R 变化趋势，计算得到

$$\gamma_{AYK} = 0.5\gamma_{AK0} \quad (49)$$

即对于 X 类区来说，其非道交系统运行效率约为禁摩运行效率的 0.5 倍。

X 与 Y 类区与禁摩向量相关关系的综合分析

基于前述，由两类区域 γ_{AK} 的变化所得整体 γ_A 表达式为，其中 $\phi'(k)$ 为非 $\phi(k)$ 。

$$\gamma_A = \Sigma \gamma_{AXk} \phi(k) + \Sigma \gamma_{AYk} \phi'(k) \quad (50)$$

显然在此式中， $\phi(k)$ 向量中数 1 越多，即禁摩区域越多， γ_A 越大。而具体采取怎

样的禁摩策略能使综合道交与非道交系统的效率最高，还需进一步分析禁摩

向量对 γ_B 的影响。

2) γ_B 与禁摩状态向量 Φ 的关系

在前面的问题中我们已经探讨得到了 γ_B 与 I, S 的相关性，所以在该问题中，需要由禁摩政策对 I, S 的改变来分析 γ_B 值的变化。采取贡献因子 w_k 改变整体道交通行状态的方式，得到下列 γ_B 的表达式：

$$\gamma_B = \sum w_k \gamma_{BXk} \phi(k) + \sum \gamma_{BYk} w_k \phi'(k) \quad (51)$$

通常的，当城市大部分区域已经禁摩时，显然对于骑摩托车的人来说会非常不便，因此禁摩区域的数量增大会对非禁摩区域的摩托数量产生阻滞作用。所以引入修正因子

$$G_a = G_a(n) \quad (52)$$

n 为采取禁摩区域的数量。这个作用在 n 较小时为正作用， n 较大时产生负作用，所以 S 关于 n 应先上升后下降直至低于原 $S(1)$ 、 $S(2)$ ，但仍然高于 $S(0)$ 。

经过修正后的 γ_B 为：

$$\gamma_B = \sum G_a(n) w_k \gamma_{BXk} \phi(k) + \sum G_a(n) \gamma_{BYk} w_k \phi'(k) \quad (53)$$

其中 ξ 为某类地区平均出行时间比， ξ 向量=(1. 99, 1. 79, 1. 64, 1. 42, 1. 23)。

$$\gamma_{BK} = \frac{1}{1 + 0.15 \left(\frac{0.8549\xi^3 - 4.8390\xi^2 + 9.5757\xi - 4.7384}{(e^{-5s}I + s)1.0507} \right)^4} \quad (54)$$

$$\gamma_{Bk} = \gamma_{Bk}(S, I, \xi) \quad (55)$$

全市的轨道交通系统作为一个整体，运输量与运输效率均远超传统道路交通，因此对于一个区块而言，我们假定同时刻流入该区的非道路交通系统（主要为轨道交通）的流量与流出量相等，而对于解除禁摩限电政策的区域而言，根据直观感受，对于原处于摩电系统中的人来说，会更加倾向于留在该系统中，因此 λNS 项（摩转车）的值几乎可以忽略不计。

根据以上假定，我们得到，得到 X 区与 Y 区经过调整后的微分方程组。

X 区微分方程为：

$$N \frac{ds}{dt} = -(r_1 + \lambda)NS \quad (56)$$

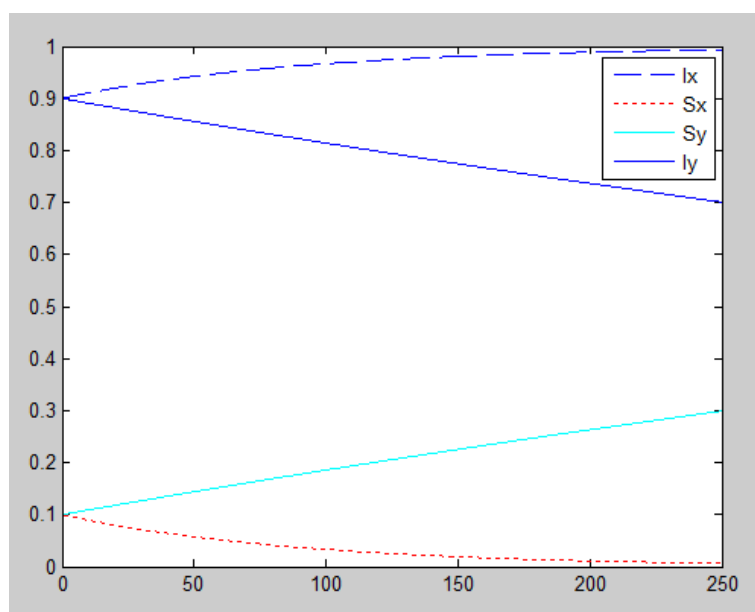
$$N \frac{dI}{dt} = VN - r_1NI + \lambda NS \quad (57)$$

Y 区微分方程为：

$$N \frac{ds}{dt} = N(V - r_1)s + NCI \quad (58)$$

$$N \frac{dI}{dt} = (v - r_1 - C)IN \quad (59)$$

用 mysolve.m 函数求解 X 区方程与 Y 区方程, $v=0.01$ $r1=0.01$ $n=0.001$
 $s0=0.1$, $I(0)=0.9$; $vy=0.01$; $rly=0.01$; $nly=0.001$; $I0=0.9$; $c=0.001$;



可见X区与Y区在政策实施后一定时间段内的变化趋势。

在前文已经提到,对于缓解拥堵来说,有效提高枢纽处运行效率同时控制其余支路运行效率是一种有效的策略,所以可以认为当全市禁摩区与非禁摩区平均效率较为接近即其比值接近于1,并且根据贡献因子计算出的总体 γ_B 越高,则该种限电禁摩政策能产生较好的效果。

设禁与非禁效率之比为 b_i ;

以I与S在中期稳定值作为某区I, S标准值,列表计算各类区 γ_{Bk} 值,结果如下:

区级	γ_{BkX} 禁摩区	γ_{BkY} 非禁摩区	ξ 出行时间比	W贡献因子
1	0.2647	0.2574	1.99	1
2	0.3050	0.2971	1.79	0.4
3	0.3574	0.3488	1.64	0.1
4	0.4827	0.4732	1.42	-0.05
5	0.6454	0.6367	1.23	-0.04

根据上表采用matlab穷举计算各策略下禁摩区与非禁摩区总体均值之比,得到如下数据:

禁与非禁效率之比	比值与1的距离	禁摩策略矩阵					加权道交效率总值
NaN	NaN	0	0	0	0	0	0.3682
1.8312	0.8312	0	0	0	0	1	0.3616
1.2279	0.2279	0	0	0	1	0	0.3677
1.8252	0.8252	0	0	0	1	1	0.3612
0.842	0.158	0	0	1	0	0	0.369
1.4293	0.4293	0	0	1	0	1	0.3625
1.0371	0.0371	0	0	1	1	0	0.3685
1.7383	0.7383	0	0	1	1	1	0.362
0.6971	0.3029	0	1	0	0	0	0.3713
1.2904	0.2904	0	1	0	0	1	0.3648
0.9322	0.0678	0	1	0	1	0	0.3708
1.5358	0.5358	0	1	0	1	1	0.3643
0.7134	0.2866	0	1	1	0	0	0.3722
1.1665	0.1665	0	1	1	0	1	0.3657
0.8388	0.1612	0	1	1	1	0	0.3717
1.6911	0.6911	0	1	1	1	1	0.3652
0.5913	0.4087	1	0	0	0	0	0.3755
1.1922	0.1922	1	0	0	0	1	0.3689
0.8572	0.1428	1	0	0	1	0	0.375
1.4018	0.4018	1	0	0	1	1	0.3685
0.6511	0.3489	1	0	1	0	0	0.3763
1.0727	0.0727	1	0	1	0	1	0.3698
0.775	0.225	1	0	1	1	0	0.3758
1.4346	0.4346	1	0	1	1	1	0.3693
0.5753	0.4247	1	1	0	0	0	0.3786
0.9643	0.0357	1	1	0	0	1	0.3721
0.6996	0.3004	1	1	0	1	0	0.3781
1.1876	0.1876	1	1	0	1	1	0.3716
0.5479	0.4521	1	1	1	0	0	0.3795
0.8144	0.1856	1	1	1	0	1	0.373
0.5461	0.4539	1	1	1	1	0	0.379
NaN	NaN	1	1	1	1	1	0.3725

分析上述数据，我们得到两种可能最优策略：

策略1：当禁摩策略为[1 1 0 0 1]时，即一级二级与五级区同时禁摩，其余区放开时，全市所有禁摩区与非禁摩区平均通行时间效率之比最接近1，找到效率之比与1的距离小于0.1项并比较其 γ_B ，发现该策略[1 1 0 0 1]的 γ_B 为其中的最大值。bi=0.9643，此时 γ_B =0.3721。

策略2：当禁摩策略为[1 1 1 0 0]时，即一二三级区禁摩时效率最高， γ_B 为0.3795，bi=0.5479。

比较上述两种策略，可以看到策略1中bi值对比策略2有大幅提升，而 γ_B 相差不大，所以策略1较优。

另外，全部禁摩[1 1 1 1 1]与全部不禁摩[0 0 0 0 0]两种策略无法计算效率比值，所以需要加以重新考虑。前文已经提到，全体区域禁摩时对非道路交通系统产生较大不利因素。全体区域不禁摩时，会导致摩电占道路交通比例过高影响道路交通系统的运行效率。所以上述二者均非较优选择。

3) 确定方案

综合对 $\gamma_B\gamma_A$ 二者的分析求解，对于 γ_A 而言，禁摩区过多会导致一段时间内非

道路交通接纳人数超出其承载能力从而影响其效率,对于 γ_B ,禁摩政策在一级区、二级区与五级区维持时其 b_i 最接近于 1, 并且其整体效率也处于较高值。综合考虑二者,建议在文中所列一级区、二级区与五级区实施禁摩,其余区类放开禁摩。

4. 模型结论与评价

4.1 模型结论

1) 对于目前全面禁摩的政策来说,全市整体道路交通系统效率稍有提升。但同时,对原以摩电出行的人群来说需求仍然存在。根据分析,强制禁止摩电的出行会将相当多的流量转向非道路交通系统,导致其总流量超出承载能力,从而引起非道路交通系统的拥挤。因此,需要重新评估目前的全面禁摩政策对于全市整体交通系统的影响

2) 对于非道路系统而言,禁摩区过多会导致一段时间内非道路交通接纳人数超出其承载能力从而影响其效率,对于道路系统,禁摩政策维持在一级、二级与五级区时为最优策略。综合考虑二者,建议在文中所列一级区、二级区与五级区实施禁摩,其余区类放开禁摩。

4.2 模型评价

4.2.1 模型优势

(1) 模型分析不仅着眼于政策在道路交通系统中的作用,更加关注了禁摩政策对于全市整体交通系统的影响,提出了禁摩政策对非道路交通系统的一系列作用。考虑更加全面,对政策的建议作用更大。

(2) 模型整体按照逻辑层次递进,先根据已有全面禁摩的政策分析得到结论全面禁摩不是最为合理的政策,而后独到地提出全市整体交通效率的评估方案,通过量化整体交通效率得到最优的分区域限摩政策,这样的规划更加科学合理且有说服力。

(3) 模型在量化全市整体交通效率时,考虑了包括道路和非道路交通二者对于全市交通系统的作用因素,并分别赋予相应贡献因子,使评估指标更准确地反映真实。

(4) 模型在分析道路通行的交通效率时,先分别分析了禁摩区和非禁摩区的交通通行效率,在据此把 55 个区分为五类,逐一列举出其找出最优解,确保禁摩方式无遗漏。

4.2.2 模型改进方向

(1) 模型的众多参数是根据深圳市的实际情况而定,而我们所能得到的深圳市交通状况部分并非最新,未来在使用模型中的公式时,参数数值有待完善。

(2) 由于问题本身的性质,使得模型中有些函数关系式无法得出精确解析解,我们用数值分析的方法代替,使得结果在一定范围内准确,未来在要求更加精确

的规划时，可以使用更加精确的关系式来拟合函数。

(3) 分区域禁摩理论上能提高整体运行效率，但在现实中维持不同区域的禁摩与非禁摩的政策并非易事。模型理想化了上令下行的模式，一定程度忽略了政策的执行难度，所以应当考虑重新分划交通区域，将政策实施这一过程加以考虑。

参考文献：

[1]. 邵虎，林兴强，孟强，谭美琳，《基于出行时间可靠性的交通配流问题》，管理科学学报，第 12 卷第 5 期：27-35，2009

[2]. 赵志宏，项乔君，王炜，陈学武，《摩托车对城市交通的影响分析》，交通运输系统工程与信息，第 5 卷第 1 期：111-114，2005

[3]. 彭珂珂，孙永海，李智，谢明隆，郭莉，《深圳市居民出行调查分析研究》，中国城市交通规划 2012 年年会论文集:1456-1473，2012

[4]. 毛夏，徐蓉蓉，李新硕，王煜等，《深圳市人口分布的细网格动态特征》，地理学报，第 65 卷第 4 期:443-452，2010

[5]. 深圳市道路通行指数，<http://szmap.sutpc.com/>，2016/4/30-2016/5/2

附录

HandHm0.m
mysolve.m
Rbk.m
rbkA.m
rbkB.m
solve_model_rb.m
solvemodel.m
transport.m
transport1.m
transport2.m
transport3.m
xianguixian1.m
xianguixianRAX.m
xianguixianRAY.m
xianguixianRBKB.m