

# 蜂考速成课

## 《振动与波动》

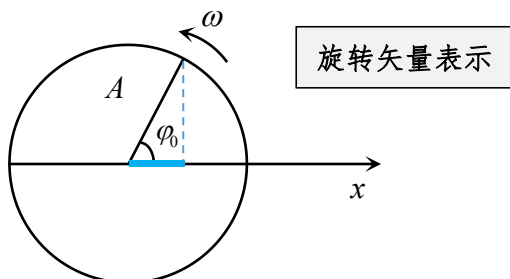
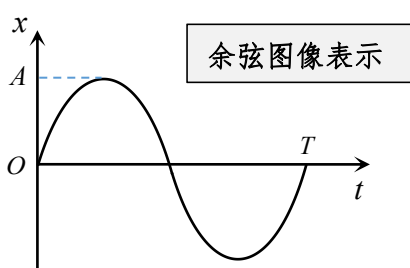
### 版权声明：

内容来自蜂考原创，讲义笔记和相关图文均有著作权，视频课程已申请版权，登记号：苏作登字-2020-I-00142521，根据《中华人民共和国著作权法》、《中华人民共和国著作权法实施条例》、《信息网络传播权保护条例》等有关规定，如有侵权，将根据法律法规提及诉讼。

## 课时一 振动学方程

考点	重要程度	占分	常见题型
1. 认识简谐运动	★★★★★	3~5	选择、填空
2. 振动学方程	必考	5~10	大题

### 1. 认识简谐运动



简谐振动: $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$	
振幅 $A$ : ①读图 ② $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$ 角频率: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T}$ 初相 $\varphi_0$ : $t=0$ 时的相位, 用旋转矢量法求	相位: $\omega t + \varphi_0$ 周期: $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 频率: $\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$
速度: $v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$ $v_{\max} = A\omega$ 加速度: $a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0)$ $a_{\max} = A\omega^2$	

题 1. 一质点按如下规律沿  $x$  轴作简谐运动:  $x = 0.1 \cos\left(8\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) (SI)$ , 求此振动的周期、振幅、初相、速度最大值和加速度最大值。

解: 振幅  $A = 0.1m$

$$\text{角频率 } \omega = 8\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{8\pi} = 0.25s$$

$$\text{初相 } \varphi_0 = \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{速度最大值: } v_{\max} = A\omega = 0.1 \times 8\pi = 2.5m/s$$

$$\text{加速度最大值: } a_{\max} = A\omega^2 = 0.1 \times (8\pi)^2 = 63.1m/s^2$$



题 2. 质点做简谐运动，振动方程  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ ，当  $t = T/2$  ( $T$  为周期) 时，质点的速度。

- A.  $-A\omega \sin \varphi$       B.  $A\omega \sin \varphi$       C.  $-A\omega \cos \varphi$       D.  $A\omega \cos \varphi$       E. 0

答案: B. 当  $t = \frac{T}{2}$  时,  $v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) \Big|_{t=\frac{T}{2}} = -A\omega \sin\left(\omega \cdot \frac{T}{2} + \varphi\right)$

$$= -A\omega \sin\left(\omega \cdot \frac{\omega}{2} + \varphi\right) = -A\omega \sin(\pi + \varphi) = A\omega \sin \varphi$$

题 3. 将倔强系数为  $k$  的轻质弹簧截去一半，然后一端固定，另一端下挂质量为  $m$  得小球，组成振动系统。那么该系统的频率是 ( )。

- A.  $\frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$       B.  $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$       C.  $\frac{1}{2\sqrt{2}\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$

答案: D. 分成相同的两段后，设倔强系数为  $k'$

则  $\frac{1}{k'} + \frac{1}{k'} = \frac{1}{k} \Rightarrow k' = 2k$       则角频率  $\omega = \sqrt{\frac{k'}{m}} = \sqrt{\frac{2k}{m}}$

频率  $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{m}} = \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$

弹簧串联:  $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

弹簧并联:  $k = k_1 + k_2$

## 2. 振动学方程

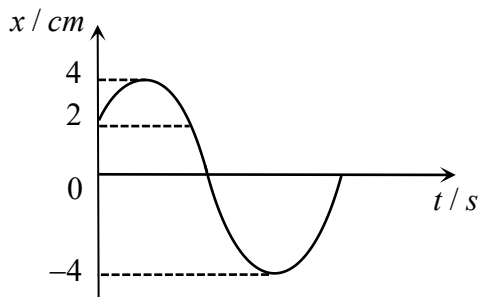
题 1. 已知一物体作简谐运动，周期为  $1s$ ，振动曲线如图所示，求简谐运动的余弦表达式。

解: 振幅  $A = 0.04m$

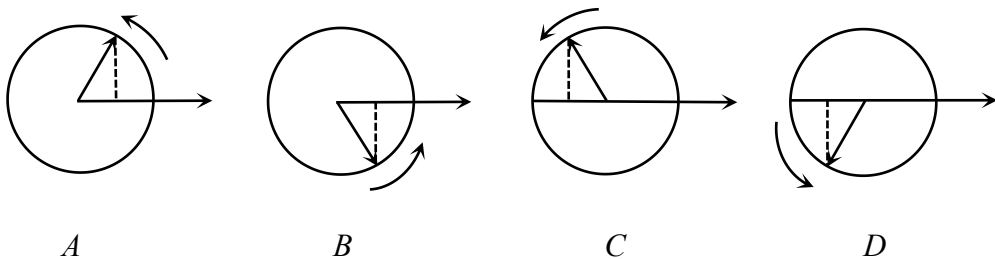
周期  $T = 1s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \text{ rad/s}$

由旋转矢量法得  $\varphi_0 = -\frac{\pi}{3}$

$x = 0.04 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$



题 2. 一质点作简谐运动，振幅为  $A$ ，在起始位置时刻质点的位移为  $\frac{A}{2}$ ，且向  $x$  轴的正方向运动，代表此简谐运动的旋转矢量图为：



答案: B (涉及动画演示, 详情见视频课程)

题 3. 质点沿  $x$  轴作简谐运动，用余弦函数表示，振幅为  $A$ ，当  $t=0$  时，质点处于  $x_0 = -\frac{A}{2}$  处且  $x$  向轴负方向运动，则其初相为：

- A.  $\frac{\pi}{6}$       B.  $\frac{2\pi}{3}$       C.  $\frac{4\pi}{3}$       D.  $\frac{\pi}{3}$

答案: B (涉及动画演示, 详情见视频课程)

题 4. 质点振动的  $x-t$  曲线如图所示，求：

- (1) 质点的振动方程；
- (2) 质点从  $t=0$  的位置到达  $P$  点相应位置所需的最短时间。

解: (1)  $A=0.1$

由旋转矢量法知  $\varphi_0 = -\frac{\pi}{3}$

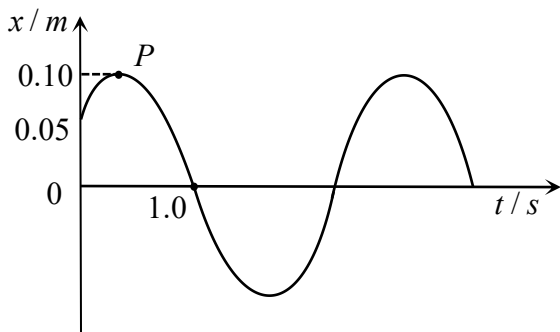
$$x = 0.1 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$$

代入  $(1,0)$  点得:  $0 = 0.1 \cos\left(\omega - \frac{\pi}{3}\right)$

$$\omega - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{6} \quad x = 0.1 \cos\left(\frac{5\pi}{6}t - \frac{\pi}{3}\right)$$

(2)  $t=0$  时相位:  $\varphi_0 = -\frac{\pi}{3}$ ;  $t=t_p$  时相位:  $\varphi_p = 0$

$$\Delta\varphi = \varphi_p - \varphi_0 = \frac{\pi}{3} \quad t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{5\pi}{6}} = 0.4s$$



题 5. 如图所示, 质量为  $1.0 \times 10^{-2} \text{ kg}$  的子弹, 以  $500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  的速度射入并嵌入在木块中, 同时使弹簧压缩从而作简谐运动。设木块质量为  $4.99 \text{ kg}$ , 弹簧的劲度系数为  $k = 8.00 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ 。若以弹簧原长时木块所在处为坐标原点, 向右为  $x$  轴正方向, 求简谐运动方程。

解: 由动量守恒

$$mv = (M + m)v_0$$

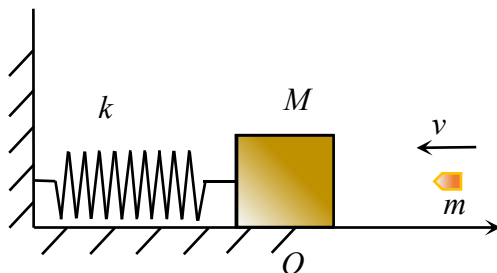
$$v_0 = \frac{m}{M + m}v = \frac{0.01}{0.01 + 4.99} \times 500 = 1 \text{ m/s}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m + M}} = \sqrt{\frac{8 \times 10^3}{0.01 + 4.99}} = 40 \text{ rad/s}$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{0^2 + \frac{1^2}{40^2}} = 2.5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{由旋转矢量法知 } \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$x = 2.5 \times 10^{-2} \cos\left(40t + \frac{\pi}{2}\right)$$



## 课时一 练习题

1. 质量为  $0.01 \text{ kg}$  的小球与轻弹簧组成的系统的振动规律为  $x = 0.1 \cos 2\pi\left(t + \frac{1}{3}\right) \text{ m}$ ,  $t$  以  $s$  计,

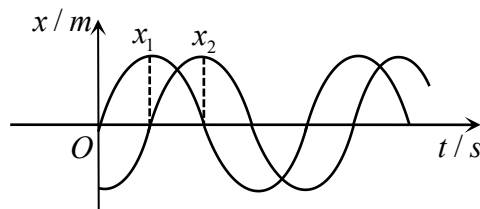
则该振动的周期为\_\_\_\_\_, 初相为\_\_\_\_\_。

2. 一弹簧振子的质量为  $0.500 \text{ kg}$ , 当振子以  $35.0 \text{ cm}$  的振幅振动时, 其每  $0.5 \text{ s}$  重复一次运动, 求振子的振动周期  $T$ , 频率  $\nu$ , 角频率  $\omega$ , 弹簧的倔强系数  $k$ , 物体运动的最大速率  $v_{\max}$  和弹簧给物体的最大作用力  $F_{\max}$ 。

3. 一质点作简谐运动振动方程为  $x = A \cos(\omega t + \varphi_0) \text{ m}$ , 当时间  $t = \frac{T}{2}$  时 ( $T$  为周期), 质点的速度为\_\_\_\_\_。

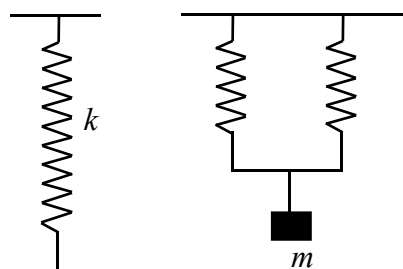
4. 两个同周期简谐运动曲线如图所示,  $x_1$  比  $x_2$  的相位 ( )。

A. 超前  $\pi$     B. 落后  $\pi$     C. 超前  $\frac{\pi}{2}$     D. 落后  $\frac{\pi}{2}$

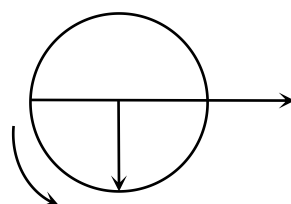


5. 一劲度系数为  $k$  的轻弹簧截成二等份，将它们并联，下面挂一质量为  $m$  的物体，如图所示，则振动系统的频率为 ( )。

- A.  $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{2m}}$       B.  $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$   
C.  $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{m}}$       D.  $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4k}{m}}$

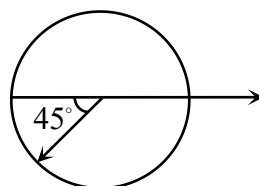


6. 一弹簧振子作简谐运动振幅为  $A$ ，周期为  $T$ ，其运动方程用余弦函数表示，若  $t=0$  时，振子在平衡位置且向正方向运动，则初相为\_\_\_\_\_。

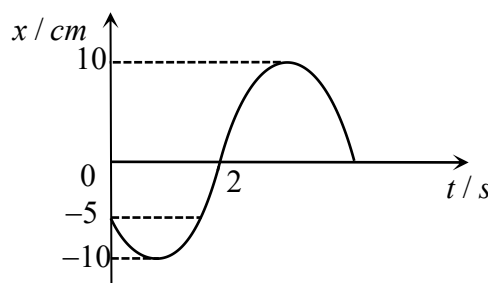


7. 设质点沿  $x$  轴作简谐运动，用余弦函数表示，振幅为  $A$ ，当  $t=0$  时，质点过  $x_0 = -\frac{A}{\sqrt{2}}$  处且向  $x$  轴正方向运动，则其初相为 ( )。

- A.  $\frac{\pi}{4}$       B.  $\frac{5\pi}{4}$   
C.  $-\frac{5}{4}\pi$       D.  $-\frac{\pi}{3}$

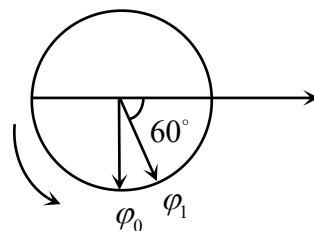


8. 一简谐振动的振动曲线如图所示，求振动方程。

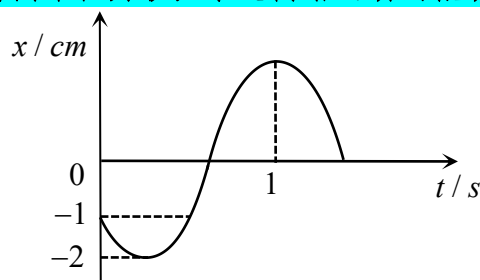


9. 质点作周期为  $T$ ，振幅为  $A$  的谐振动，则质点由平衡位置运动到离平衡位置  $A/2$  处所需的最短时间是 ( )。

- A.  $\frac{T}{4}$       B.  $\frac{T}{6}$       C.  $\frac{T}{8}$       D.  $\frac{T}{12}$



10. 已知某简谐振动曲线如图所示，位移单位为厘米，时间单位为秒，求此简谐振动的振动方程。



## 课时二 振动的能量及合成

考点	重要程度	占分	常见题型
1. 振动的能量	★★★★	0~2	选择、填空
2. 振动的合成	★★★★	0~2	选择、填空

### 3. 振动的能量

题 1. 质点做简谐振动, 从平衡位置运动到最大位移处时, 质点的动能\_\_\_\_\_, 势能\_\_\_\_\_, 总的机械能\_\_\_\_\_。(填增大、减小或不变)

解: 减小; 增大; 不变

题 2. 一弹簧振子作简谐运动, 当其偏离平衡位置的位移的大小为振幅的  $\frac{1}{4}$  时, 其动能为振动总能量的 ( )。

A.  $\frac{9}{16}$

B.  $\frac{11}{16}$

C.  $\frac{13}{16}$

D.  $\frac{15}{16}$

答案: D.  $x = \frac{1}{4}A$  势能:  $E_p = \frac{1}{2}k\left(\frac{1}{4}A\right)^2 = \frac{1}{32}kA^2$

$$\begin{aligned} \text{总机械能 } E &= \frac{1}{2}kA^2 \\ \Rightarrow \frac{E_k}{E} &= \frac{\frac{15}{32}kA^2}{\frac{1}{2}kA^2} = \frac{15}{16} \\ \text{动能 } E_k &= \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{32}kA^2 = \frac{15}{32}kA^2 \end{aligned}$$

题 3. 有一水平的弹簧振子, 如图所示, 弹簧的劲度系数为  $k = 25 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ , 物体的质量为  $m = 1.0 \text{ kg}$ , 物体静止在平衡位置。设以一水平向左的恒力  $F = 10 \text{ N}$  作用在物体上 (不计一切摩擦), 使其由平衡位置向左运动了  $0.05 \text{ m}$ , 此时撤除力  $F$ , 当物体运动到最左边时开始计时, 求物体的运动方程。

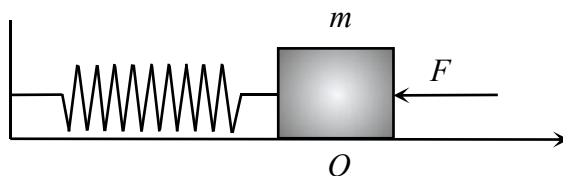
解: 由机械能守恒,  $F \cdot x = \frac{1}{2}kA^2$

$$10 \times 0.05 = \frac{1}{2} \times 25 \times A^2 \Rightarrow A = 0.2 \text{ m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{25}{1}} = 5 \text{ rad/s}$$

物体从最左边开始计时, 由旋转矢量法知  $\varphi_0 = \pi$

$$x = 0.2 \cos(5t + \pi)$$



## 4. 振动的合成

题 1. 某质点同时参与轴上的两个简谐运动： $x_1 = 0.03 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ ， $x_2 = 0.05 \cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$

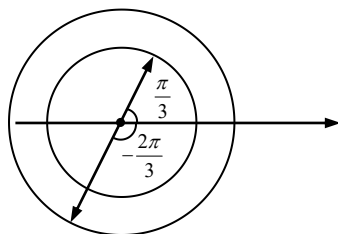
(SI)，合成振动的振动方程为\_\_\_\_\_。

解法一：由旋转矢量图可得

合振幅  $A = 0.05 - 0.03 = 0.02$

初相： $\varphi = -\frac{2\pi}{3}$

$$\Rightarrow x = 0.02 \cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$$



解法二：带公式

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$= \sqrt{0.03^2 + 0.05^2 + 2 \times 0.03 \times 0.05 \cos\left(-\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right)} = 0.02$$

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{0.03 \sin \frac{\pi}{3} + 0.05 \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)}{0.03 \cos \frac{\pi}{3} + 0.05 \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)} = \sqrt{3}$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

由旋转矢量法可知  $\varphi = -\frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 0.02 \cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$

## 课时二 练习题

1. 一弹簧振子做简谐振动，当位移为振幅的一半时，其动能为总能量的（ ）

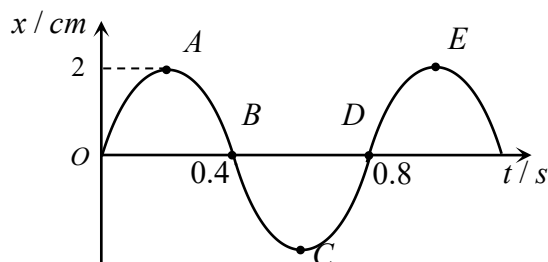
A.  $\frac{1}{4}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

D.  $\frac{3}{4}$

2. 图示为弹簧振子的振动图像，由图像知振动周期为\_\_\_\_\_s，A、B、C、D、E 对应的时刻中，动能最大的点是\_\_\_\_\_。





3. 一物体质量为  $0.25\text{kg}$ ，在弹性力作用下做简谐运动，弹簧的劲度系数为  $k = 25\text{N/m}$ ，如果物体起始振动时具有势能  $0.06\text{J}$  和动能  $0.02\text{J}$ ，求：

- (1) 振幅；
- (2) 动能恰等于势能时的位移；
- (3) 经过平衡位置时物体的速度。

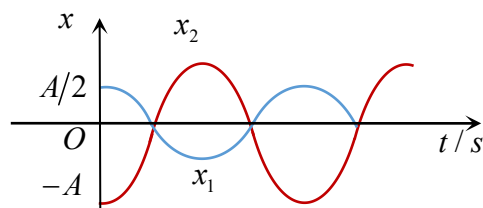
4. 图示为两个简谐振动的振动曲线，若这两个简谐振动可叠加，则合成的余弦振动的初相为 ( )

A.  $\frac{3}{2}\pi$

B.  $\pi$

C.  $\frac{1}{2}\pi$

D. 0



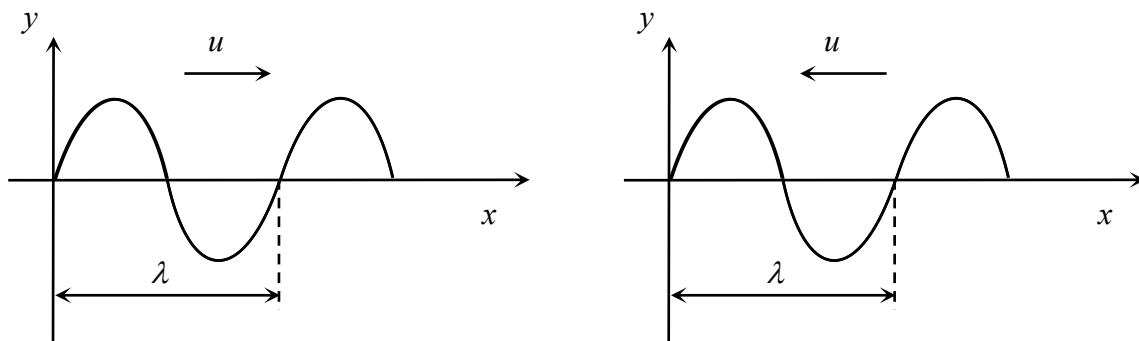
5. 一质点同时参与两个在同一直线上的简谐振动，其表达式分别为  $x_1 = 4 \times 10^{-2} \cos\left(2t + \frac{1}{6}\pi\right)$ ， $x_2 = 3 \times 10^{-2} \cos\left(2t - \frac{5}{6}\pi\right)$  (SI)，则合成振动的振幅为\_\_\_\_\_，初相\_\_\_\_\_。



## 课时三 机械波

考点	重要程度	占分	常见题型
1. 认识机械波	★★★	0~3	选择、填空
2. 波动方程	必考	5~10	大题

## 5. 认识机械波



常用的三个波动方程：

$$y = A \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{u} \right) + \varphi_0 \right] \quad y = A \cos \left[ 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right] \quad y = A \cos \left[ \omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x \right]$$

① 波速：  $u = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu$

② 两点间相位差：  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$

③ 波速与  $x$  同向，相位落后，减号；波速与  $x$  反向，相位超前，加号。

题 1. 已知一平面简谐波的波动方程为：  $y = 2.0 \cos \left[ 2\pi \left( t - \frac{x}{8} \right) + \frac{\pi}{3} \right] (m)$ ，则此波沿  $x$  轴\_\_\_\_\_方向传播，波速为\_\_\_\_\_，波长为\_\_\_\_\_，原点处初相为\_\_\_\_\_。

解：减号，代表往正方向传播；  $\lambda = 8m$   $\nu = 1Hz$   $u = \lambda \nu = 8m/s$ ；由方程可知初相：  $\frac{\pi}{3}$

题 2. 一横波沿绳子传播时，波的表达式为  $y = 0.05 \cos(10\pi t - 4\pi x) (SI)$ ，则（ ）。

A. 波长为  $0.5m$       B. 波速为  $5m/s$       C. 波速为  $25m/s$       D. 频率为  $2Hz$

答案：A.  $4\pi x = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x \Rightarrow \lambda = 0.5m$

$$\omega = 10\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0.2s \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.2} = 5Hz$$

$$u = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.5}{0.2} = 2.5m/s$$



题 3. 频率为  $100\text{Hz}$ ，传播速度为  $300\text{m/s}$  的平面简谐波，波线上距离小于波长的两点振动的相位差为  $\frac{\pi}{3}$ ，则两点相距（ ）。

A.  $2.86\text{m}$ B.  $2.19\text{m}$ C.  $0.5\text{m}$ D.  $0.25\text{m}$ 

答案：C.  $\lambda = uT = u \cdot \frac{1}{\nu} = 300 \times \frac{1}{100} = 3\text{m}$

$$\text{由 } \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x \quad \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = 0.5\text{m}$$

## 6. 波动方程

题 1. 已知一沿  $x$  轴正向传播的平面简谐波，时间  $t=0$  时的波形如图所示，且  $T=2\text{s}$ ，求：

- (1)  $O$  点的振动方程；
- (2) 该波的波动方程；
- (3)  $x=60\text{m}$  处质点的振动方程和速度表达式。

解：(1) 振幅  $A=0.1\text{m}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$$

$$\text{由旋转矢量法得 } \varphi_0 = -\frac{2\pi}{3}$$

$$y = 0.1 \cos\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

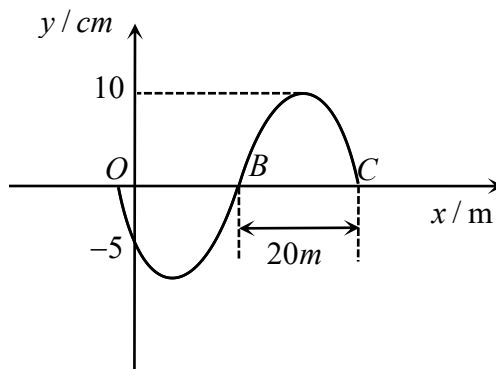
$$(2) \quad \lambda = 40\text{m} \quad u = \frac{\lambda}{T} = \frac{40}{2} = 20\text{m/s}$$

$$y = 0.1 \cos\left[\pi\left(t - \frac{x}{20}\right) - \frac{2\pi}{3}\right]$$

(3)  $x=60$

$$y = 0.1 \cos\left[\pi\left(t - \frac{60}{20}\right) - \frac{2\pi}{3}\right] = 0.1 \cos\left[\pi t - \frac{11\pi}{3}\right]$$

$$v = \frac{dy}{dt} = -0.1\pi \sin\left(\pi t - \frac{11\pi}{3}\right)$$



各质点的速度方向：  
上坡下，下坡上

波动方程

①求原点振动方程

$$y = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

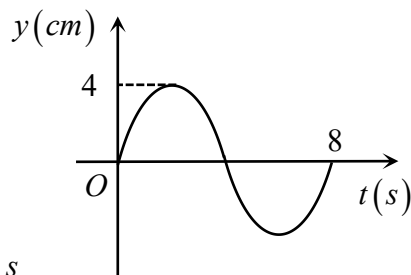
②求波速  $u$

③带入公式：

$$y = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$$



题2. 一平面简谐波在介质中以波速  $u = 2\text{ m/s}$  沿  $x$  轴负方向传播，原点  $O$  处质点的振动曲线如图所示，求：



(1) 原点  $O$  的质点的振动方程

(2) 该波的波动方程

(3)  $x = 20\text{ m}$  处质点的振动方程

解 (1) 振幅  $A = 4 \times 10^{-2}\text{ m}$  周期  $T = 8\text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}\text{ rad/s}$

$$\text{由旋转矢量法得 } \varphi_0 = -\frac{\pi}{2} \quad y = 4 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$(2) \quad u = 2\text{ m/s} \quad \text{波动方程: } y = 4 \times 10^{-2} \cos\left[\frac{\pi}{4}\left(t + \frac{x}{2}\right) - \frac{\pi}{2}\right]$$

$$(3) \quad x = 20\text{ m 时, } y = 4 \times 10^{-2} \cos\left[\frac{\pi}{4}\left(t + \frac{20}{2}\right) - \frac{\pi}{2}\right] = 4 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{\pi}{4}t + 2\pi\right)$$

题3. 一平面简谐波沿  $Ox$  轴的负方向传播，波长为  $\lambda$ ， $P$  处质点的振动规律如图所示，已知  $P$  点与  $O$  点的距离为  $d$ 。

(1) 求  $P$  处质点的振动方程

(2) 求此波的波动表达式

解：(1) 设振幅  $A$ ，由旋转矢量法得  $\varphi_0 = \pi$

$$y = A \cos(\omega t + \pi)$$

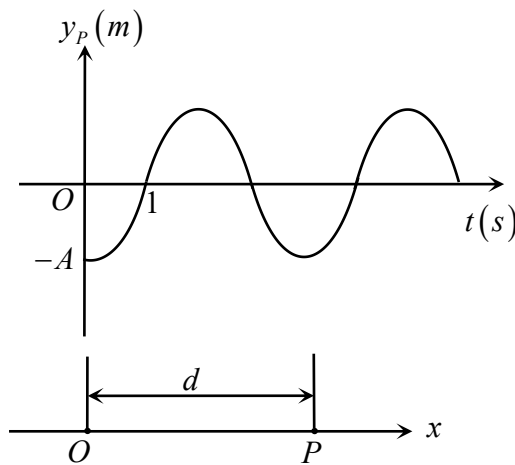
$$t = 1 \text{ 时 } y = 0 \quad 0 = A \cos(\omega + \pi)$$

$$\omega + \pi = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \quad y = A \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \pi\right)$$

$$(2) \quad \text{由 } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4, \quad u = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda}{4}$$

$$\text{以 } P \text{ 为原点, } y = A \cos\left[\frac{\pi}{2}\left(t + \frac{x}{\frac{\lambda}{4}}\right) + \pi\right] = A \cos\left[\frac{\pi}{2}\left(t + \frac{4x}{\lambda}\right) + \pi\right]$$

$$\text{则以 } O \text{ 为原点, } y = A \cos\left[\frac{\pi}{2}\left(t + \frac{4(x-d)}{\lambda}\right) + \pi\right]$$



## 课时三 练习题

1. 一横波沿着绳子传播，其波的表达式为  $y = 0.05 \cos(100\pi t - 2\pi x)$ , (SI)

- (1) 求此波的振幅、波速、频率和波长；  
(2) 求绳子上各质点的最大振动速度和最大振动加速度。

2. 频率为  $100\text{Hz}$  的波，其波速为  $250\text{m/s}$ ，在同一条波线上，相距为  $0.5\text{m}$  的两点的相位差

( )

A.  $\frac{\pi}{5}$

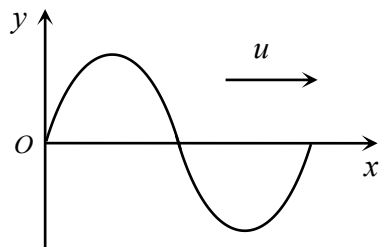
B.  $\frac{2\pi}{5}$

C.  $\frac{3\pi}{5}$

D.  $\frac{4\pi}{5}$

E.  $\pi$

3. 一平面简谐波在  $t=0$  时刻的波形曲线如图所示，则  $O$  点的振动初相位  $\varphi_0$  为\_\_\_\_\_。



4. 波动的速度称为波速，以下关于波速的说法，哪些是正确的 ( )

- ① 振动状态传播的速度等于波速；  
② 质点振动的速度等于波速；  
③ 相位传播的速度等于波速；  
④ 能量传播的速度等于波速。

A. ①③④

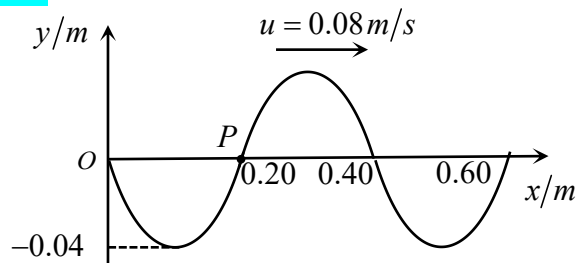
B. ①②③

C. ①②④

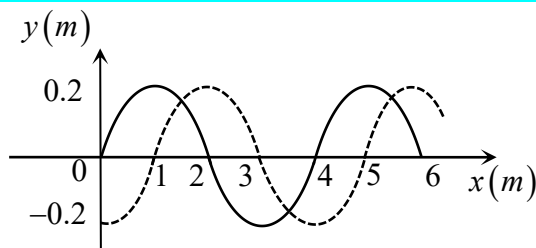
D. ②③④

5. 下图为一平面简谐波在  $t=0$  时刻的波形图，求：

- (1) 该波的波动方程；  
(2)  $P$  处质点的运动方程。



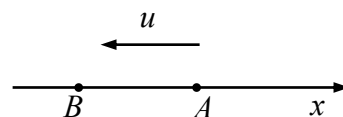
6. 如图所示，一余弦横波沿  $x$  轴正向传播。实线表示  $t=0$  时刻的波形，虚线表示  $t=0.5\text{s}$  时刻的波形，求此波的波动方程。



7. 一平面简谐波以  $u = 400 \text{ m/s}$  波速在均匀介质中沿  $x$  轴正向传播，位于坐标原点处的质点振动周期为  $0.01 \text{ s}$ ，振幅为  $0.1 \text{ m}$ ，取原点处质点经过平衡位置且负向运动时作为计时起点，求：(1) 波函数；(2) 距原点  $2 \text{ m}$  处  $P$  点的振动方程。

8. 一平面简谐波沿  $x$  轴负方向传播，已知  $x = -1 \text{ m}$  处质点的振动方程为  $y = A \cos(\omega t + \varphi)$ ，若波速为  $u$ ，则此波的表达式为\_\_\_\_\_。

9. 如图，一平面波在介质中以波速  $u = 20 \text{ m/s}$  沿  $x$  轴负方向传播，已知  $A$  点振动方程为  $y = 3 \times 10^{-2} \cos 4\pi t$ ，(SI)



(1) 以  $A$  点为坐标原点写出波的表达式；

(2) 以距  $A$  点  $5 \text{ m}$  处的  $B$  点为坐标原点，写出波的表达式。



## 课时四 机械波（二）

考点	重要程度	占分	常见题型
1. 波动的能量	★★★	0~2	选择、填空
2. 波的干涉	★★★★★	0~2	选择、填空
3. 驻波	★★★	0~2	选择、填空
4 多普勒效应	★★	0~2	选择、填空

## 1. 波的能量

题 1. 一平面简谐波在弹性媒质中传播，在某一瞬间，媒质中某质元正处于平衡位置，此时它的能量是：

- A. 动能为零，势能最大                      B. 动能为零，势能为零  
C. 动能最大，势能最大                      D. 动能最大，势能为零

答案：C （详细解答见视频课程）

题 2. 当机械波在媒质中传播时，媒质质元的最大形变发生在：

- A. 最大位移处    B. 位移为  $\frac{\sqrt{2}}{2}A$  处    C. 平衡位置处    D. 位移为  $\frac{A}{2}$  处

答案：C （详细解答见视频课程）

## 2. 波的干涉

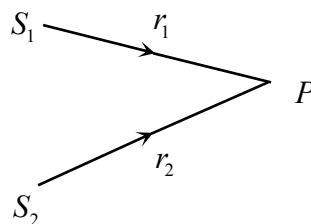
题 1. 波的相干条件为：

- A. 频率相同，振动方式相同，相位差恒定  
B. 频率相同，振动方式相同，相位差不定  
C. 频率相同，振动方式垂直，相位差恒定  
D. 频率相同，振动方式垂直，相位差不定

答案：A

题 2. 如图所示，两列波长为  $\lambda$  的相干波在点 P 相遇，波在点  $S_1$  振动的初相是  $\varphi_1$ ，点  $S_1$  到点 P 的距离是  $r_1$ ，波在点  $S_2$  的初相是  $\varphi_2$ ，点  $S_2$  到点 P 的距离是  $r_2$ ，以  $k$  代表零或正负整数，则点 P 是干涉极大的条件为：

- A.  $r_2 - r_1 = k\pi$                       B.  $\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$   
C.  $\varphi_2 - \varphi_1 + \frac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} = 2k\pi$                       D.  $\varphi_2 - \varphi_1 + \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} = 2k\pi$

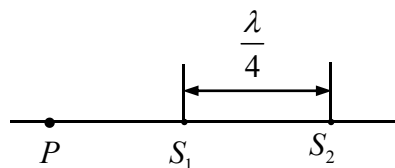


答案：C

题 3. 如图示，两相干波源  $S_1$  和  $S_2$  相距  $\frac{\lambda}{4}$  ( $\lambda$  为波长)， $S_1$  的相位比  $S_2$  的相位超前  $0.5\pi$ ，在  $S_1$ ， $S_2$  的连线上， $S_1$  外侧各点（例如  $P$  点）两简谐波引起的相位差是：\_\_\_\_\_

- A. 0      B.  $\pi$       C.  $\frac{1}{2}\pi$       D.  $\frac{3}{2}\pi$

答案：B.  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} = -0.5\pi - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = -\pi$



### 3. 驻波

$$y_1 = A \cos 2\pi \left( vt - \frac{x}{\lambda} \right) \quad y_2 = A \cos 2\pi \left( vt + \frac{x}{\lambda} \right)$$

驻波：  $y = 2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \cdot \cos 2\pi vt$

①两相邻波节（波腹）之间距离为：  $\frac{\lambda}{2}$

②波节位置：  $x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$  ( $k=0, \pm 1, \pm 2$ )      波腹位置：  $x = k\frac{\lambda}{2}$  ( $k=0, \pm 1, \pm 2$ )

题 1. 两列波在同一直线上传播，其表达式分别为  $y_1 = 6 \cos(4\pi t - 0.02\pi x)$ ，

$y_2 = 6 \cos(4\pi t + 0.02\pi x)$  (SI)，则驻波方程为\_\_\_\_\_，波节位置  $x$  为\_\_\_\_\_。

解：  $A=6$        $\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x = 0.02\pi x$        $\omega=4\pi$        $v = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{4\pi}{2\pi} = 2$

驻波  $y = 2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \cdot \cos 2\pi vt = 12 \cos 0.02\pi x \cdot \cos 4\pi t$

$\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x = 0.02\pi x \Rightarrow \lambda = 100m$

波节  $x = (2k+1)\frac{\lambda}{4} = (2k+1)\frac{100}{4} = 25(2k+1)$  ( $k=0, \pm 1, \pm 2$ )

题 2. 一弦上的驻波表达式为  $y = 0.1 \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) \cdot \cos(6\pi t)$  (SI)，形成该驻波的两个反向传播的行

波的波长为\_\_\_\_\_，频率为\_\_\_\_\_，两个相邻波腹之间的距离为\_\_\_\_\_。

解：由  $y = 2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \cdot \cos 2\pi vt$

$2\pi \frac{x}{\lambda} = \frac{\pi}{2} x \Rightarrow \lambda = 4m$        $2\pi vt = 6\pi t \Rightarrow v = 3Hz$

两相邻波腹之间距离为：  $\frac{\lambda}{2} = \frac{4}{2} = 2m$





## 4. 多普勒效应

题 1. 汽车以  $40\text{ m/s}$  的速度驶离工厂，工厂汽笛鸣响频率为  $800\text{ Hz}$ ，设空气中声速为  $340\text{ m/s}$ ，则汽车司机听到笛声的频率是\_\_\_\_\_  $\text{Hz}$ 。

$$\text{解： } \nu = \left(1 - \frac{u_0}{u}\right) \nu_0 = \left(1 - \frac{40}{340}\right) \times 800 = 706\text{ Hz}$$

## 课时四 练习题

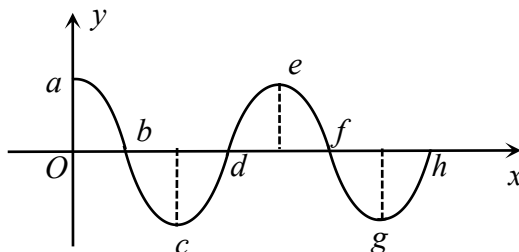
1. 当一平面简谐机械波在弹性媒质中传播时，下列结论哪个是正确的（ ）。

- A. 媒质质元的振动动能增大时，其弹性势能减小，总机械能守恒。
- B. 媒质质元的振动动能和弹性势能都作周期性变化，但二者相位不相同。
- C. 媒质质元的振动动能和弹性势能的相位在任一时刻都相同，但数值不等。
- D. 媒质质元在其平衡位置处弹性势能最大。

2. [判断] 简谐波上任一质元的动能、势能在任意时刻均相等。（ ）

3. 一列机械横波在  $t$  时刻的波形曲线如图所示，则该时刻势能为最小值的介质质元的位置是：

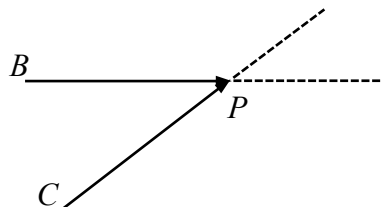
- A.  $a\ c\ e\ g$       B.  $a\ e$       C.  $b\ d\ f\ h$       D.  $c\ g$



4. 下列不是相干波的条件的是（ ）。

- A. 振幅相等      B. 频率相等      C. 振动方向平行      D. 相位差恒定

5. 两列满足相干条件的平面简谐横波，如图所示，波 1 沿  $BP$  方向传播，在  $B$  点的振动表达式为  $y_{10} = 0.2 \cos(2\pi t)\text{ m}$ ，波 2 沿  $CP$  方向传播，在  $C$  点的振动表达式为  $y_{20} = 0.2 \cos(2\pi t + \pi)\text{ m}$ ，且  $BP = 0.4\text{ m}$ ， $CP = 0.5\text{ m}$ ，波速为  $0.2\text{ m/s}$ ，则两列波传到  $P$  点时的相位差  $\Delta\varphi =$ \_\_\_\_\_，在  $P$  点所引起的合振动的振幅  $A =$ \_\_\_\_\_。



6. 设入射波的表达式为  $y_1 = A \cos 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T} \right)$ , 在  $x=0$  处发生发射, 反射点为一固定端, 设反射时无能量损失, 则反射波的表达式为\_\_\_\_\_。

7. 一细线上做驻波式振动, 其方程为  $y = 1.0 \cos \frac{\pi}{3} x \cos 40\pi t$ ,  $x, y$  的单位为  $cm$ ,  $t$  的单位  $s$ , 则两列分波的传播速度为\_\_\_\_\_, 驻波相邻两波节之间的距离是\_\_\_\_\_。

8. 在驻波中, 两个相邻波节间各质点的振动 ( )。

- A. 振幅相同, 相位相同
- B. 振幅不同, 相位不同
- C. 振幅相同, 相位不同
- D. 振幅不同, 相位相同

