

电池剩余放电时间预测模型

摘要

本文针对放电曲线预测问题，在不同情况下，建立出合理模型，并依据所给条件，运用 Matlab、Lingo、Excel 等工具，得出了问题的相关结果。

对于问题一，本文首先剔除放电初期的不稳定数据，建立了二元抛物线模型一： $U(I,T)=a(T_{\max}(I)-T)^b+U_m$ ，通过固定电流强度 I ，利用非线性参数拟合，得出放电曲线；再利用三样条插值，得出插值点，计算出对应 MRE 为（0.15%，0.20%，0.20%，0.15%，0.13%，0.26%，0.24%，0.25%）， $U=9.8$ 下的剩余放电时间为（937.96，608.06，440.50，333.37，280.54，261.65，237.75，212.82，197.33）；接着在模型一的基础上通过增加震荡函数，建立模型二： $U(I,T)=a\cdot(T_{\max}(I)-T)^b+U_m+c\cdot e^{(-d\cdot T)}\sin(f\cdot T+g)$ ，经过拟合，发现模型二减小了模型一的误差，但未改变 MRE 值。

对于问题二，本文首先对数据进行 Min-Max 标准化处理，再拟合数据，得出不同电流强度 I 之间的放电曲线是正相关的，据此，建立模型三： $U(I,T)=a(I)(T_{\max}(I)-T)^{b(I)}+U_m$ ；根据相关性，对 I 的三个函数进行多项式拟合，得出 MRE 精度评估优良。

对于问题三，本文首先对附件 2 数据进行标准化，得出变量间的线性相关性，建立多元回归预测模型；通过残差和置信区间检验，剔除异常点，建立多元自回归模型，选出最优预测模型；代入数据，得出衰减状态 3 的剩余放电时间为 240.2min。

最后，本文对相关模型进行了检验和推广。

关键词：电池放电曲线 平均相对误差（ MRE ） 三次样条插值法 非线性曲线拟合 MATLAB

一、问题的重述

在铅酸电池以恒定电流强度放电过程中，电压随放电时间单调下降，直到额定的最低保护电压（ U_m ，本题中为 9V）。从充满电开始放电，电压随时间变化的关系称为放电曲线。电池在当前负荷下还能供电多长时间（即以当前电流强度放电到 U_m 的剩余放电时间）是使用中必须回答的问题。电池通过较长时间使用或放置，充满电后的荷电状态会发生衰减。

参考附件给出的数据，对下列三个问题，分别计算出电池在不同放电强度下的剩余放电时间，并用 MRE 评估模型的精度，用表格和图形给出电流强度为 55A 时的放电曲线，以及预测电池衰减状态 3 的剩余放电时间。

问题 1：要求根据同一生产批次电池出厂时以不同电流强度放电测试的完整放电曲线的采样数据，用初等函数表示各放电曲线，并分别给出各放电曲线的平均相对误差。并计算在新电池使用中，分别以 30A、40A、50A、60A 和 70A 电流强度放电，测得电压都为 9.8 伏时，根据获得的模型，电池的剩余放电时间分别是多少。

问题 2：要求尝试建立以 20A 到 100A 之间任一恒定电流强度放电时的放电曲线的数学模型，并用 MRE 评估模型的精度，用表格和图形给出电流强度为 55A 时的放电曲线。

问题 3：要求根据同一电池在不同衰减状态下以同一电流强度从充满电开始放电的记录数据，预测电池衰减状态 3 的剩余放电时间。

二、模型的假设

- 2.1 同一生产批次电池的无差异；
- 2.2 不考虑温度对电池放电的影响；
- 2.3 电池工作时以恒定电流强度放电

三、符号与变量说明

符号	说明	符号	说明
U_m	最低额定电压 (V)	$T_{\max}(I)$	电流强度 I 下的最大放电时间 (min)
$U(I, T)$	电流强度为 I ，放电时间为 T 时的电压(V)	I	电流强度 (A)
T	放电时间(min)	$MRE(I)$	电流强度为 I 时的平均相对误差

四、模型的建立与求解

4.1 问题一的模型建立与求解

4.1.1 模型一分析与建立

附件1给出了同一生产批次电池出厂时在9种电流强度下放电测试的完整放电曲线的采样数据，我们以时间为自变量，作出了不同种电流强度下放电时间 T 与电压 U 的对比图，如图1所示。

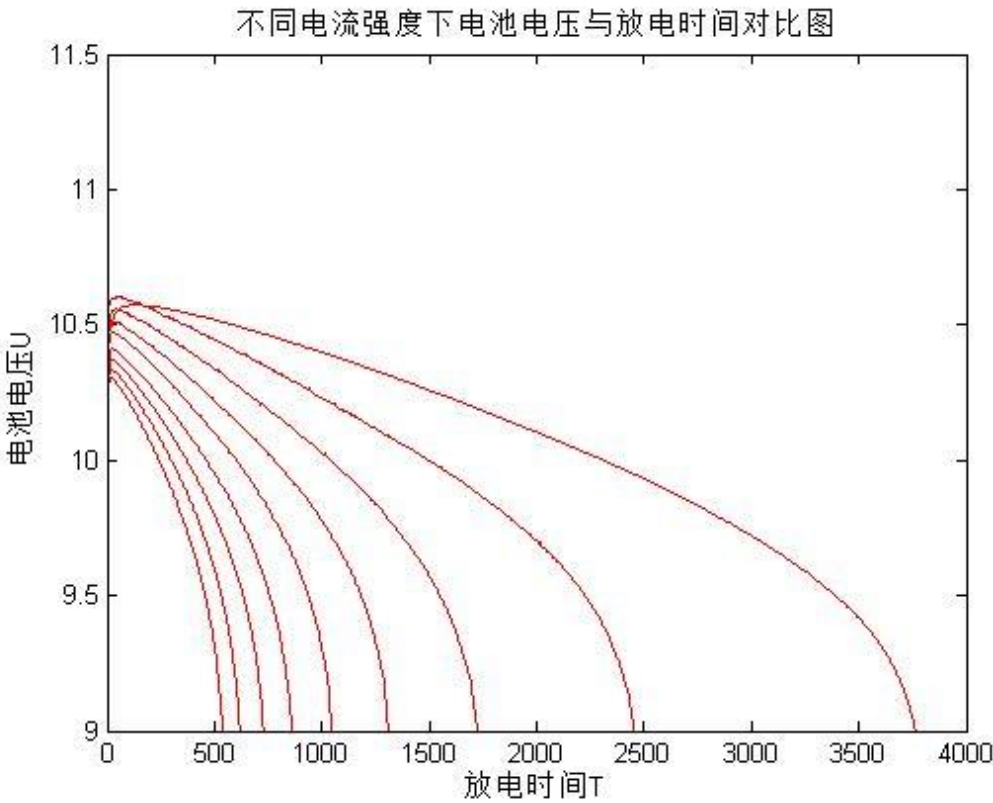


图1 不同电流强度下电池电压与放电时间对比图

由图1可知，不同电流强度下电池电压随放电时间的变化趋势基本一致。在放电初期，电压随着放电时间增加而减小，接着，电压有所回升，并上下波动，后期，放电趋于稳定，电压随着放电时间的增加而减小，直至达到额定的最低保护电压 U_m ，放电结束。

在电流强度 I 下，考虑到放电初期电压不稳定，对预测产生影响，我们予以剔除。在这里，我们定义 $T0(I)$ 为该电流强度下的预测分割点，即不考虑 $[0, T0(I)]$ 内的点，仅考虑 $[T0(I), T_{\max}(I)]$ 之间的放电曲线。

注意到 $[T_0(I), T_{\max}(I)]$ 之间的放电呈现出一种单调下降的状态,前期电压变化较为平缓,后期电压下降速度加快,直至电压达到 U_m ,放电结束,这种曲线与抛物线类似,在此基础上,我们查找资料,建立了电压与电流强度、时间的二元抛物线模型。

模型一:

$$U(I, T) = a(T_{\max}(I) - T)^b + U_m \quad (1)$$

其中 a, b 为系数。

4.1.2 模型一求解

利用附件 1,我们查找出 9 种电流强度下的电池最大放电时间,如表 1 所示。

表 1 9 种电流强度下的电池最大放电时间表

I	20	30	40	50	60	70	80	90	100
T_{\max}	3764	2454	1724	1308	1044	862	730	620	538

易见,电池最大放电时间 T_{\max} 随着电流强度增大而减小,如图 2 所示。

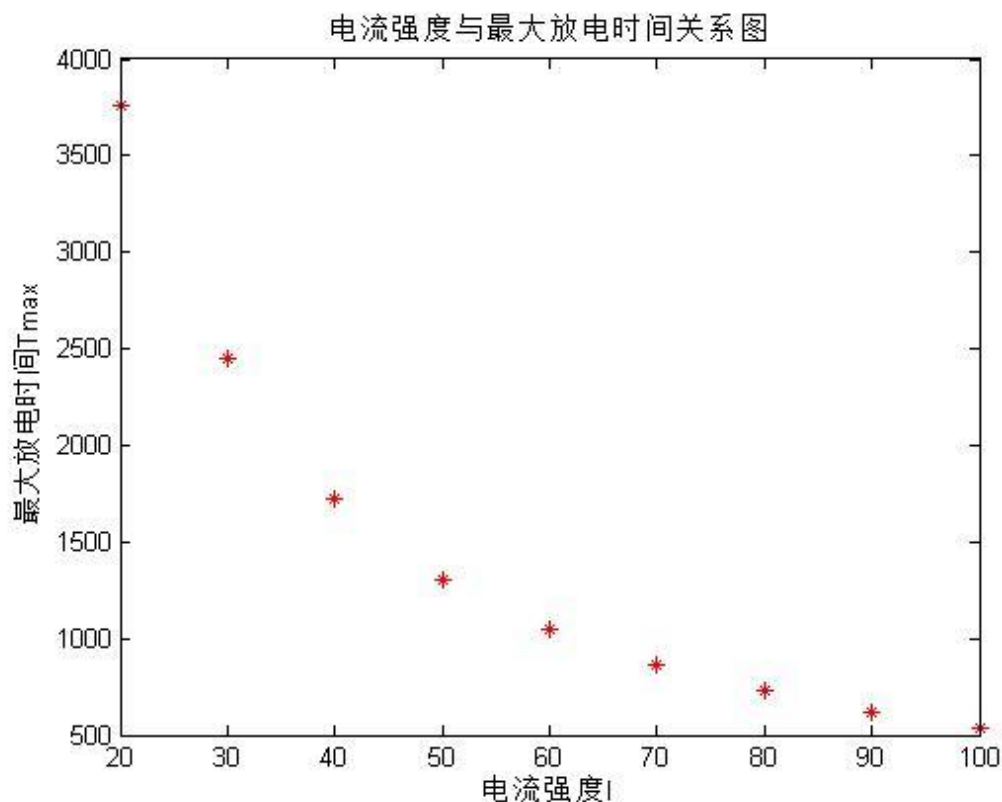


图 2 电流强度与最大放电时间关系图

当电流强度 $I = I_0$ 已知时，放电电压 U 变为放电时间 T 的一元函数，即

$$U(I_0, T) = a(T_{\max}(I_0) - T)^b + U_m ; \quad (2)$$

下面以 $I_0 = 20$ 为例，对模型一进行求解。

由题意知 $U_m = 9$ ，结合表 1 和 (2) 式，我们有

$$U(20, T) = a(3764 - T)^b + 9 \quad (3)$$

注意到放电电压 U 与放电时间 T 为非线性关系，可以通过非线性拟合得到；我们利用 Matlab 进行非线性编程，得到系数 $a = 0.0238$ ， $b = 0.5136$ ，则放电电压 U 与放电时间 T 的函数表达式为

$$U(20, T) = 0.0238 * (3764 - T)^{0.5136} + 9 \quad (4)$$

结合 (4) 式，可以得到 $I = 20$ 时的拟合曲线与实际数据之间的对比图和误差图，如图 3、图 4 所示。

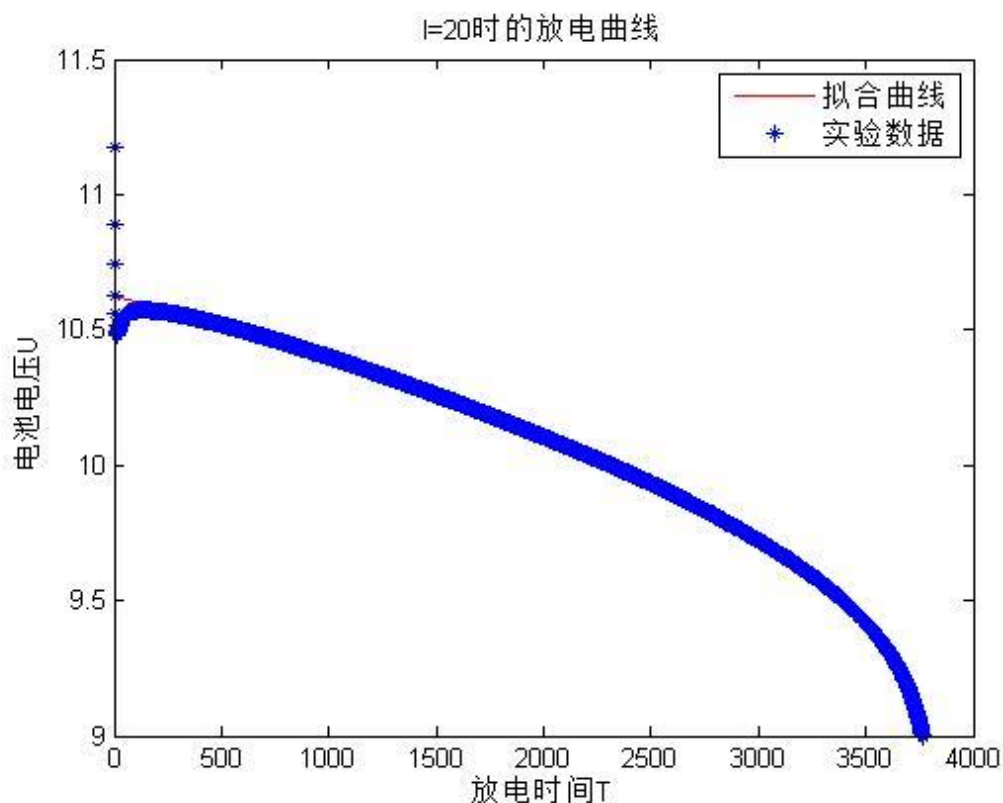


图 3 $I = 20$ 时的拟合曲线与实际数据对比图

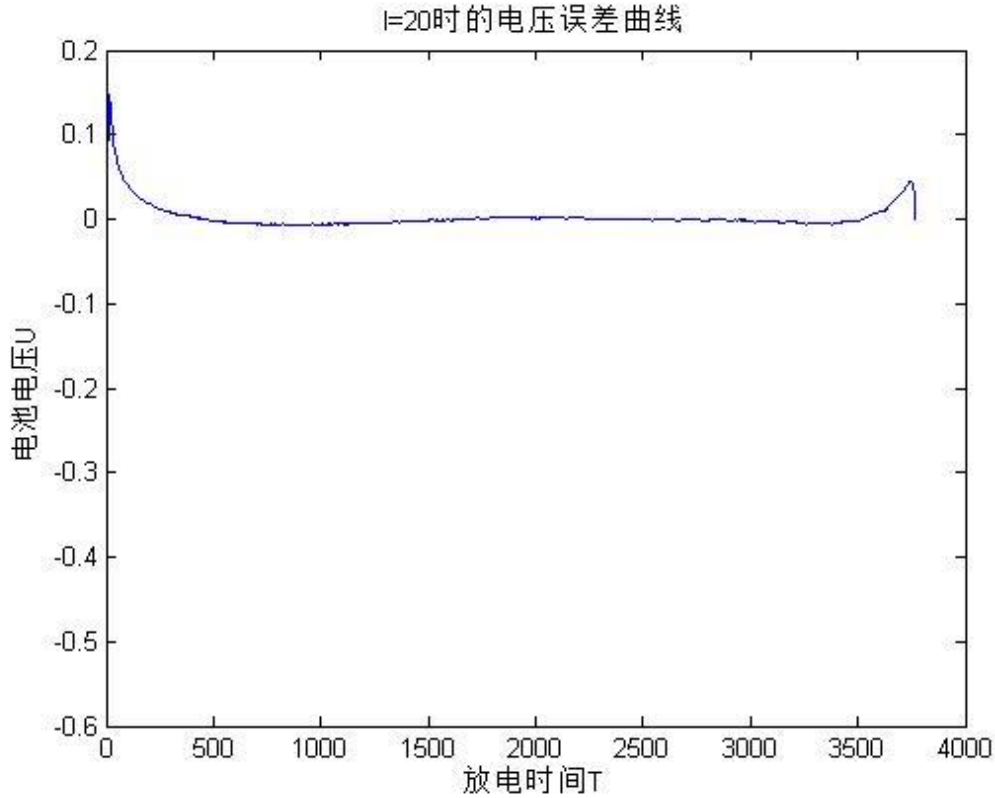


图 4 $I = 20$ 时的电压误差曲线

结合图 4，编程求得在临界点 $T_0(20) = 118$ 后面，误差曲线在零点附近徘徊，且拟合曲线的最大误差不差过 0.08，说明拟合效果较好。以上编程程序见附录 1。

下面，我们求解 $I = 20$ 时的平均相对误差 $MRE(20)$ 。根据平均相对误差定义，需要在附件 1 中从 U_m 开始按不超过 0.005V 的最大间隔提取 231 个电压样本点，这些电压值对应的模型已放电时间与采样已放电时间的平均相对误差即为 MRE 。

通过计算，我们发现部分采样点之间的电压超过 0.005V，在尽可能保留原始数据的情况下，我们对数据进行三样条插值，再剔除多余的重复电压，我们得到插值点的电压和时间如表 2 所示，插值程序见附录 2。

表 2 $I = 20$ 时的插值点

T	U	T	U	T	U
3764.00	9.00	3640.00	9.27	3486.00	9.43
3762.00	9.00	3638.00	9.27	3484.00	9.43
3760.83	9.01	3636.00	9.27	3482.00	9.43
3760.00	9.01	3634.00	9.28	3480.00	9.43
3759.07	9.02	3632.00	9.28	3478.00	9.44
3758.00	9.02	3630.00	9.28	3476.00	9.44
3757.00	9.02	3628.00	9.29	3474.00	9.44
3756.00	9.03	3626.00	9.29	3472.00	9.44

3755.00	9.03	3624.00	9.29	3470.00	9.44
3754.00	9.03	3622.00	9.29	3468.00	9.44
3753.01	9.04	3620.00	9.30	3466.00	9.45
3752.00	9.04	3618.00	9.30	3464.00	9.45
3751.01	9.04	3616.00	9.30	3462.00	9.45
3750.00	9.05	3614.00	9.30	3460.00	9.45
3749.00	9.05	3612.00	9.30	3458.00	9.45
3748.00	9.05	3610.00	9.31	3456.00	9.45
3746.99	9.06	3608.00	9.31	3454.00	9.46
3746.00	9.06	3606.00	9.31	3452.00	9.46
3745.04	9.06	3604.00	9.31	3450.00	9.46
3744.00	9.07	3602.00	9.32	3448.00	9.46
3743.01	9.07	3600.00	9.32	3446.00	9.46
3742.00	9.07	3598.00	9.32	3444.00	9.46
3740.99	9.08	3596.00	9.32	3442.00	9.47
3740.00	9.08	3594.00	9.33	3440.00	9.47
3739.00	9.08	3592.00	9.33	3438.00	9.47
3738.00	9.08	3590.00	9.33	3436.00	9.47
3737.02	9.09	3588.00	9.33	3434.00	9.47
3736.00	9.09	3586.00	9.33	3432.00	9.47
3735.02	9.09	3584.00	9.34	3430.00	9.47
3734.00	9.09	3582.00	9.34	3428.00	9.48
3732.00	9.10	3580.00	9.34	3426.00	9.48
3731.00	9.10	3578.00	9.34	3424.00	9.48
3730.00	9.11	3576.00	9.34	3422.00	9.48
3728.00	9.11	3574.00	9.35	3420.00	9.48
3726.00	9.12	3572.00	9.35	3418.00	9.48
3724.00	9.12	3570.00	9.35	3416.00	9.48
3722.00	9.12	3568.00	9.35	3414.00	9.49
3720.00	9.13	3566.00	9.36	3412.00	9.49
3718.00	9.13	3564.00	9.36	3410.00	9.49
3716.00	9.14	3562.00	9.36	3408.00	9.49
3714.00	9.14	3560.00	9.36	3406.00	9.49
3712.00	9.15	3558.00	9.36	3404.00	9.49
3710.00	9.15	3556.00	9.37	3402.00	9.50
3708.00	9.16	3554.00	9.37	3400.00	9.50
3706.00	9.16	3552.00	9.37	3398.00	9.50
3704.00	9.16	3550.00	9.37	3396.00	9.50
3702.00	9.17	3548.00	9.37	3394.00	9.50
3700.00	9.17	3546.00	9.38	3392.00	9.50
3698.00	9.18	3544.00	9.38	3390.00	9.50
3696.00	9.18	3542.00	9.38	3388.00	9.51
3694.00	9.18	3540.00	9.38	3386.00	9.51

3692.00	9.19	3538.00	9.38	3384.00	9.51
3690.00	9.19	3536.00	9.39	3382.00	9.51
3688.00	9.19	3534.00	9.39	3380.00	9.51
3686.00	9.20	3532.00	9.39	3378.00	9.51
3684.00	9.20	3530.00	9.39	3376.00	9.51
3682.00	9.20	3528.00	9.39	3374.00	9.52
3680.00	9.21	3526.00	9.40	3372.00	9.52
3678.00	9.21	3524.00	9.40	3370.00	9.52
3676.00	9.21	3522.00	9.40	3368.00	9.52
3674.00	9.22	3520.00	9.40	3366.00	9.52
3672.00	9.22	3518.00	9.40	3364.00	9.52
3670.00	9.22	3516.00	9.41	3362.00	9.52
3668.00	9.23	3514.00	9.41	3360.00	9.52
3666.00	9.23	3512.00	9.41	3358.00	9.53
3664.00	9.23	3510.00	9.41	3356.00	9.53
3662.00	9.24	3508.00	9.41	3354.00	9.53
3660.00	9.24	3506.00	9.41	3352.00	9.53
3658.00	9.24	3504.00	9.42	3350.00	9.53
3656.00	9.25	3502.00	9.42	3348.00	9.53
3654.00	9.25	3500.00	9.42	3346.00	9.53
3652.00	9.25	3498.00	9.42	3344.00	9.53
3650.00	9.26	3496.00	9.42	3342.00	9.54
3648.00	9.26	3494.00	9.42	3340.00	9.54
3646.00	9.26	3492.00	9.43	3338.00	9.54
3644.00	9.26	3490.00	9.43	3336.00	9.54
3642.00	9.27	3488.00	9.43	3334.00	9.54

结合表 2，利用 MRE 定义，进行 Matlab 编程求解，程序见附录 3，最终得到电流强度 $I = 20$ 时对应的 $MRE(20) = 0.22\%$ ，平均相对误差较小，拟合曲线非常好。

当电流强度 I 等于另外 8 个值时，相应结果可类似得到，具体编程及插值数据见附录 3。通过编程求解，得到对应的分割点 $T0(I)$ 如表 3 所示，系数 a 、 b 如表 4 所示， $MRE(I)$ 如表 5 所示，

表 3 不同电流强度下的时间分割点

I	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$T0$	118	48	42	38	26	26	20	18	18

表 4 不同电流强度下的方程系数

I	20	30	40	50	60	70	80	90	100
a	0.0238	0.0315	0.0372	0.0489	0.0523	0.0481	0.0479	0.0490	0.0486

b	0.5136	0.5046	0.5040	0.4811	0.4839	0.5050	0.5146	0.5210	0.5300
-----	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

表 5 不同电流强度下的 MRE

I	20	30	40	50	60	70	80	90	100
MRE	0.0022	0.0045	0.0038	0.0031	0.0030	0.0073	0.0075	0.0096	0.0083

由表 5 知，在模型一下，最大的 MRE 为 0.96%，拟合效果非常好。
将表 3、表 4 的数据代入（2）式，可以得出不同电流强度下的放电曲线函数，如表 6 所示。

表 6 不同电流强度下的放电曲线函数

I	U 表达式
20	$U = 0.0238(3764-T)^{0.5136} + 9$
30	$U = 0.0315(2454-T)^{0.5046} + 9$
40	$U = 0.0372(1724-T)^{0.5040} + 9$
50	$U = 0.0489(1308-T)^{0.4811} + 9$
60	$U = 0.0523(1044-T)^{0.4839} + 9$
70	$U = 0.0481(862-T)^{0.5050} + 9$
80	$U = 0.0479(730-T)^{0.5146} + 9$
90	$U = 0.0490(620-T)^{0.5210} + 9$
100	$U = 0.0486(538-T)^{0.5300} + 9$

代入数据，得到对应的不同电流强度下的放电曲线，如图 5 所示

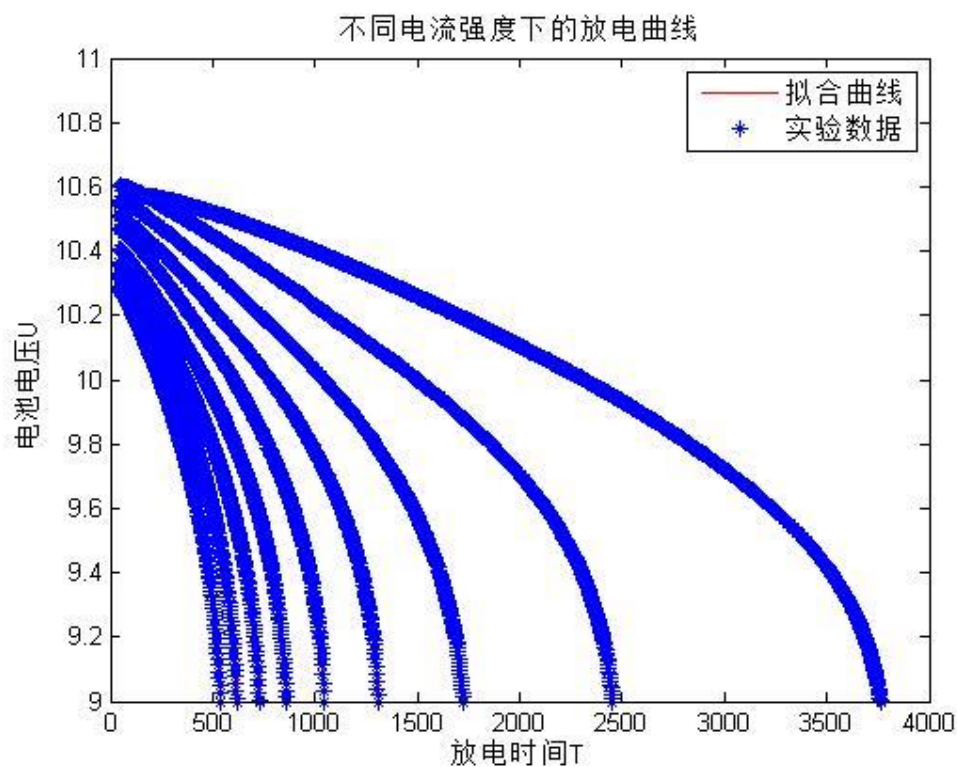


图 5 不同电流强度下的放电曲线

图 5 中自左至右分别是 I 逐次增加的放电曲线，可以看出，除去开始的几个点，放电曲线与实验数据吻合度高，拟合效果较好。相应的，得到放电电压的误差曲线，如图 6 所示。

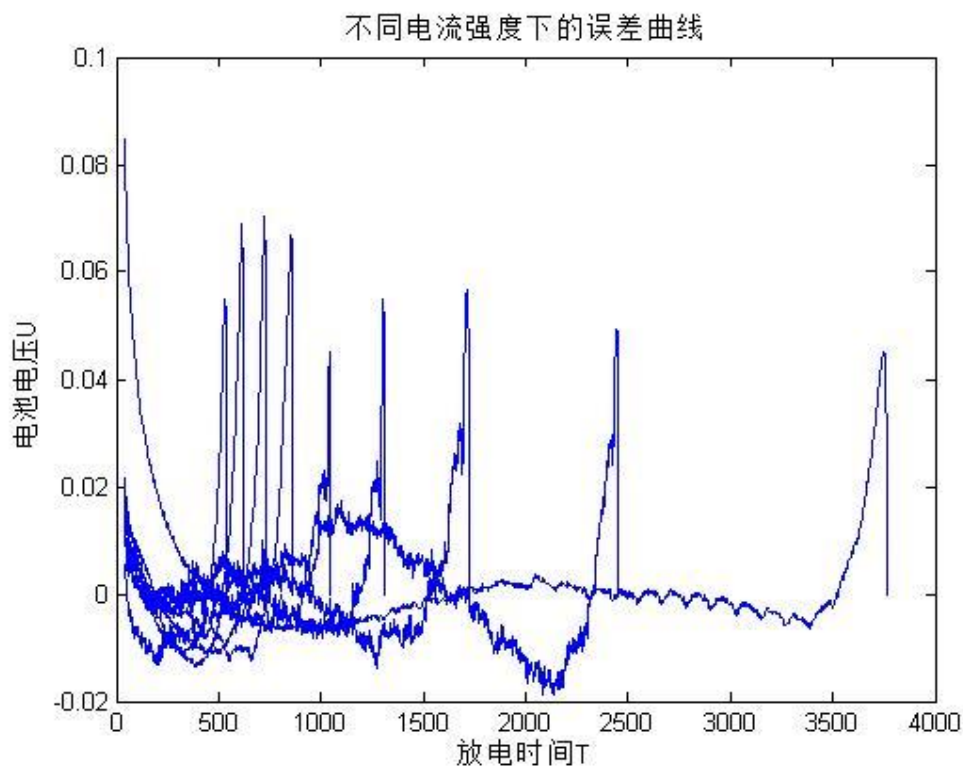


图 6 不同电流强度下的误差曲线

图 6 中不同电流强度下的最大误差不超过 0.09，拟合效果好。

当放电电压 $U = 9.8$ 时，通过表 6，可以计算出不同电流强度下电池的剩余放电时间，如表 7 所示。

表 7 不同电流强度下电池的剩余放电时间

I	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$T_{\max} - T$	937.96	608.06	440.50	333.37	280.54	261.65	237.75	212.82	197.33

4.1.3 模型二分析与建立

由于模型一剔除了部分数据，可能导致误差增加，下面我们尝试消除误差。由图 6，我们可知，不同电流强度下的误差呈现出一种震荡现象，通过查找资料，我们建立误差函数 $DU(I, T)$ ，且

$$DU(I, T) = c \cdot e^{(-d \cdot T)} \cdot \sin(f \cdot T + g) \quad (5)$$

其中 c, d, f, g 为系数。

结合 (1) 式，我们得到模型二。

模型二：

$$\begin{aligned} U(I, T) &= a \cdot (T_{\max}(I) - T)^b + U_m + DU(I, T) \\ &= a \cdot (T_{\max}(I) - T)^b + U_m + c \cdot e^{(-d \cdot T)} \sin(f \cdot T + g) \end{aligned} \quad (6)$$

由 (6) 式知，模型二中有 6 个变量需要进行非线性拟合，拟合难度较大。考虑到模型一已经有较好结果，且误差函数 $DU(I, T)$ 是基于模型一的误差设立的，我们可以分部拟合 (5) 式的参数，即先拟合模型一中出现参数，再拟合模型二中新增的参数。

4.1.4 模型二求解

下面，我们以 $I = 100$ 为例，进行讨论。

当 $I = 100$ 时，(6) 式变为

$$U(100, T) = a \cdot (T_{\max}(100) - T)^b + U_m + c \cdot e^{(-d \cdot T)} \sin(f \cdot T + g) \quad (7)$$

代入相关数据进行拟合，拟合程序见附件 4，得到系数如表 8 所示。

表 8 $I = 100$ 时模型二的拟合系数

a	b	c	d	f	g
0.0486	0.5300	5.0254	-0.4484	-3.2315	-2.9854

由表 8，可以得到 $I = 100$ 时的放电曲线函数为：

$$U = 0.0486(538 - T)^{0.5300} + 9 + 5.0254e^{-0.4484T} \sin(-3.2315T - 2.9854) \quad (8)$$

对应的误差拟合图像如图 7 所示。

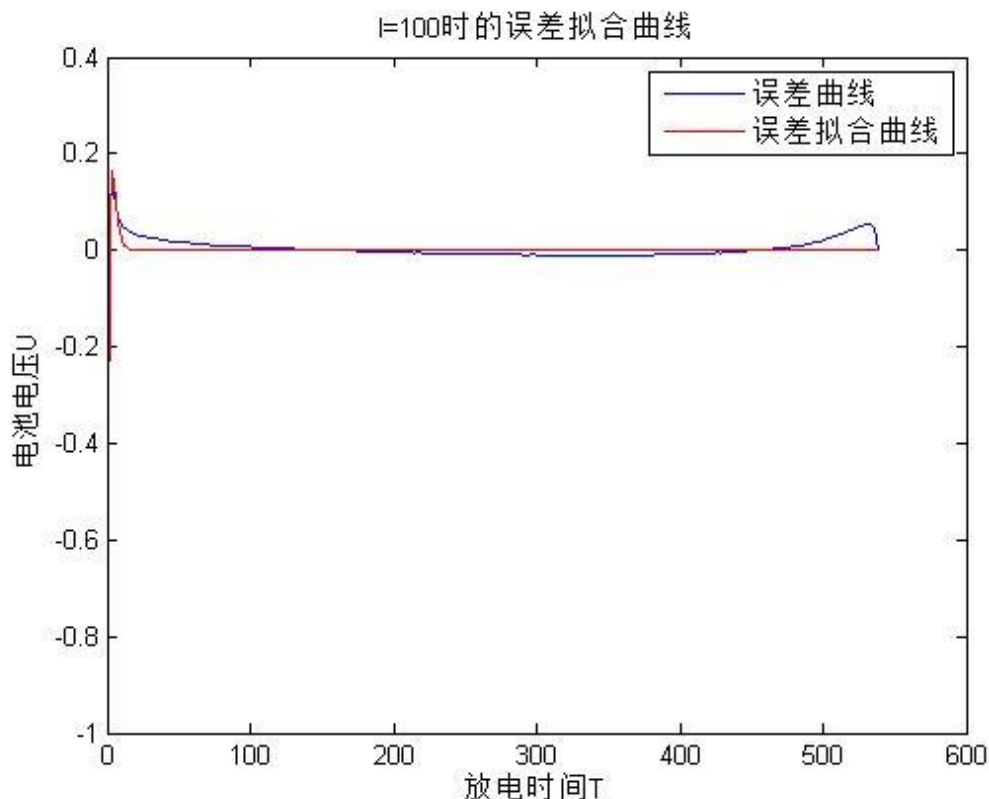


图 7 $I=100$ 时的误差拟合曲线

可以看出， $I=100$ 时的误差拟合曲线与模型一的误差曲线较吻合，从而提高模型的拟合的精确度。

利用上述数据，得到 $I=100$ 时平均相对误差 $MRE = 0.83\%$ ，与模型一中的表 5 一致。类似，可得到不同电流强度下的 MRE 值，如表 9 所示。

表 9 不同电流强度下的 MRE 值

I	20	30	40	50	60	70	80	90	100
MRE	0.0022	0.0045	0.0038	0.0031	0.0030	0.0073	0.0075	0.0096	0.0083

易发现，模型二和模型一得到的 MRE 完全一致，但不代表模型比模型一好。通过计算，可以发现模型二降低了拟合的绝对误差，从这一方面来说模型二优于模型一。另一方面，模型二中震荡函数 $DU(I, T)$ 当 T 较大时，值趋于零，而 MRE 的运算范围主要在时间 T 的后半段，故几乎不对 MRE 产生影响。

综上所述，模型二较模型一提高了拟合的精度，它通过震荡函数调整放电初期的不规则点，对放电中后期的点几乎不产生影响，即不会对 MRE 产生影响。考虑到本题主要的评判标准为 MRE ，模型二的参数较多，拟合起来较为不便，从这个角度，本题模型一相对较优。

4.2 问题二的模型建立与求解

4.2.1 模型三分析与建立

由模型一, 我们给出不同电流强度的放电拟合曲线, 如图 8 所示。

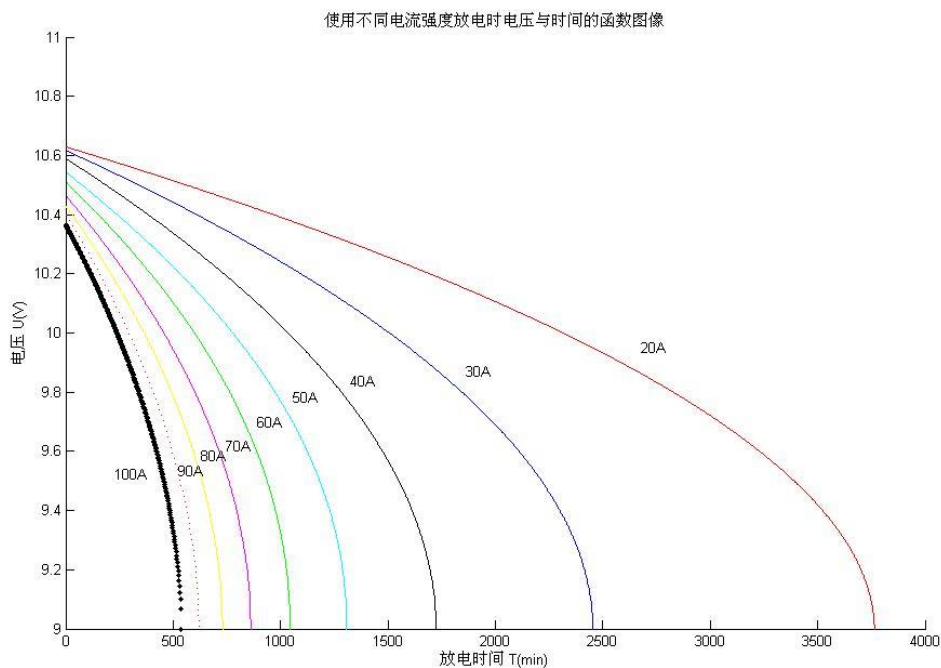


图 8 不同电流强度的放电拟合曲线

可以判定, 不同电流强度下的放电曲线之间正相关, 即它们可以用相似的表达式表示; 结合 (1) 式, 将表达式 (1) 的系数看作是电流强度 I 的函数, 我们建立电压与电流强度、时间的二元抛物线模型。

模型四:

$$U(I, T) = a(I)(T_{\max}(I) - T)^{b(I)} + U_m \quad (9)$$

这里, $a(I), b(I), T_{\max}(I)$ 均为电流强度 I 的函数。

4.2.2 模型三的求解

根据不同电流强度下的放电曲线之间正相关性, 我们可以拟合出系数 $a(I)$ 、 $b(I)$ 以及最大放电时间 $T_{\max}(I)$ 与电流 I 的关系表达式。

下面以 $T_{\max}(I)$ 的拟合为例。

通过表 1，作出已知的 9 个最大放电时间 $T_{\max}(I)$ 与电流强度 I 之间的散点图，如图 9 所示。

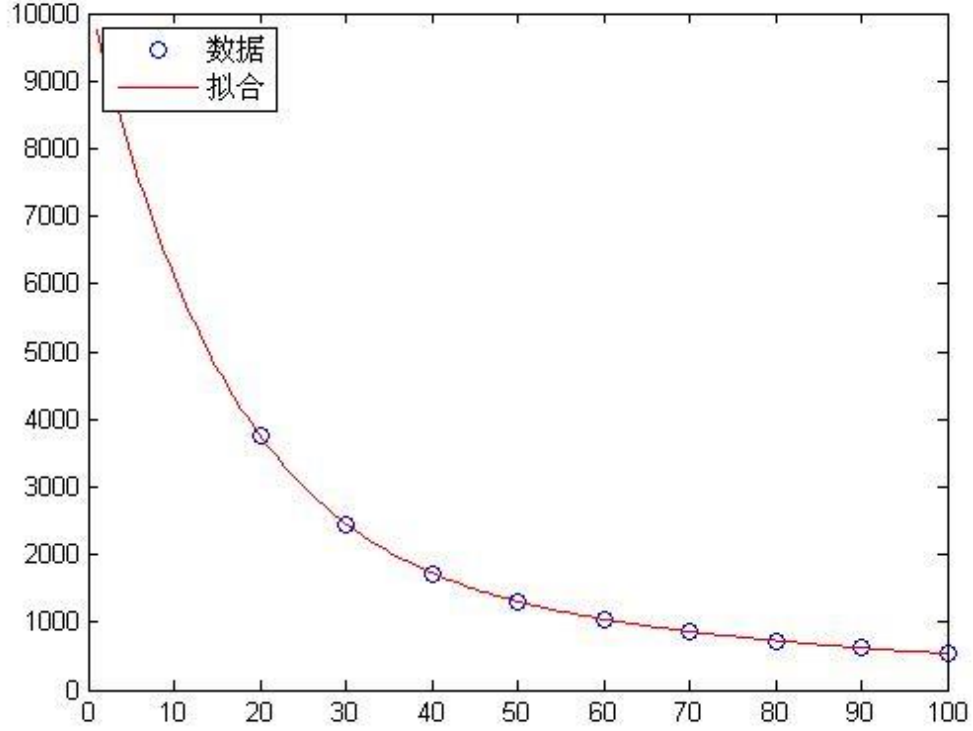


图 9 $T_{\max}(I)$ 与 I 关系图像

可以看出， $T_{\max}(I)$ 与 I 是线性相关的，故采用线性拟合。考虑到拟合的精度，我们通过循环，改变多项式的次数，寻找出最优线性关系，其表达式为

$$T_{\max}(I) = 2.0402 \times 10^{-4} \cdot I^4 - 6.192 \cdot 10^{-2} \times I^3 + 7.1023 \cdot I^2 - 379.2686 \cdot I + 8964.66 \quad (10)$$

同理，可以求得 $a(I)$ 、 $b(I)$ 与 I 的表达式为

$$a(I) = 6.0045 \times 10^{-11} \cdot I^7 - 2.4364 \cdot 10^{-8} \cdot I^6 + 4.0752 \times 10^{-6} \cdot I^5 - 3.6304 \times 10^{-4} \cdot I^4 + 1.8541 \cdot 10^{-2} \times I^3 - 0.54086 \cdot I^2 + 8.313 \cdot I - 51.6891 \quad (11)$$

$$b(I) = -2.16141 \times 10^{-12} \cdot I^7 + 1.1386 \cdot 10^{-9} \cdot I^6 - 2.0476 \times 10^{-7} \cdot I^5 + 1.9589 \times 10^{-5} \cdot I^4 - 1.0693 \cdot 10^{-3} \times I^3 + 3.309 \times 10^{-2} \cdot I^2 - 0.53494 \cdot I + 3.9798 \quad (12)$$

对应的拟合曲线如下图所示。

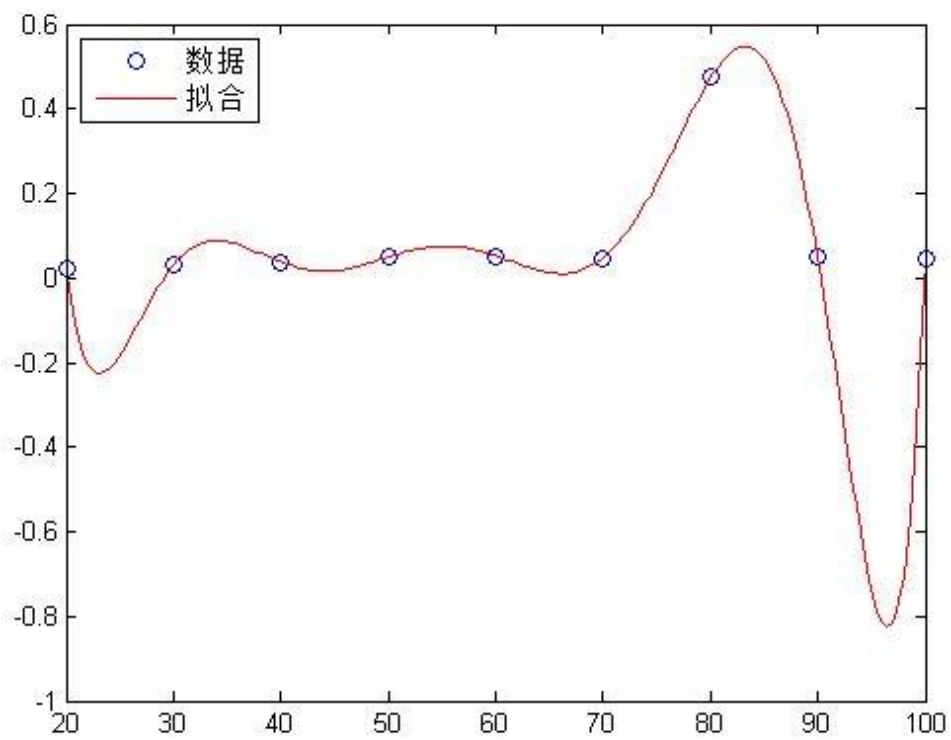


图 10 $a(I)$ 与 I 关系图像

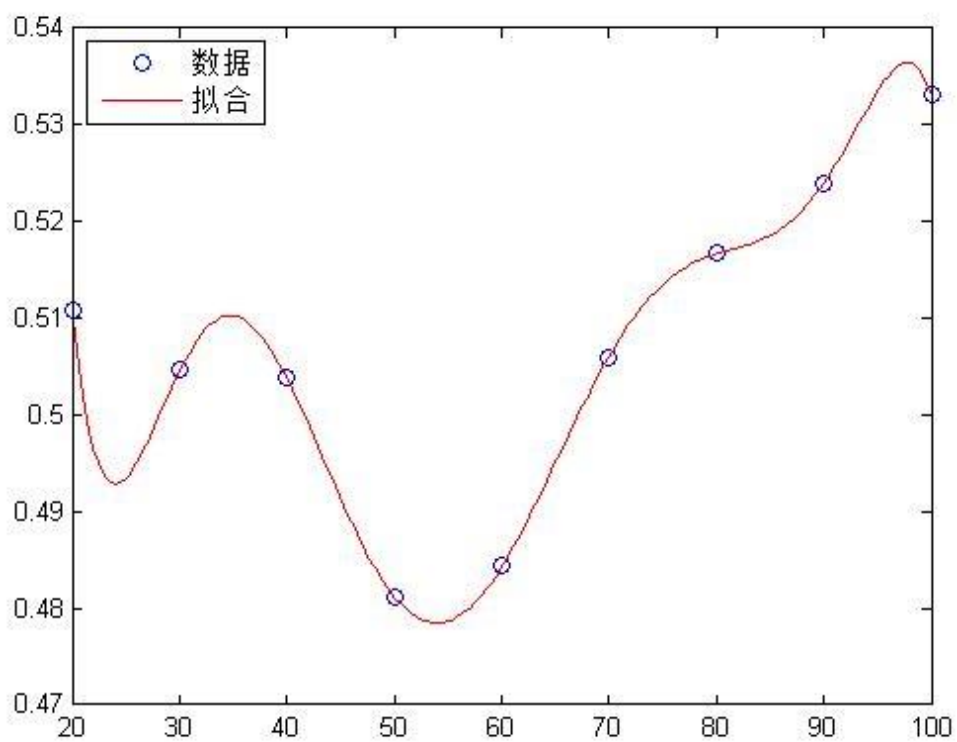


图 11 $b(I)$ 与 I 关系图像

我们将模型一中的 9 个电流分别代入（9）式，得到其对应的目标函数为

$$U(20, T) = 0.5108(3764 - T)^{0.0243} + 9; U(30, T) = 0.5046(2472 - T)^{0.0315} + 9$$

$$U(40, T) = 0.5039(1717 - T)^{0.0372} + 9; U(50, T) = 0.4811(1292 - T)^{0.0489} + 9$$

$$U(60, T) = 0.4845(1046 - T)^{0.0521} + 9; U(70, T) = 0.5060(877 - T)^{0.0479} + 9$$

$$U(80, T) = 0.5167(732 - T)^{0.0474} + 9; U(90, T) = 0.5240(606 - T)^{0.0482} + 9$$

$$U(100, T) = 0.5331(544 - T)^{0.0478} + 9$$

代入数据求值，得到对应的 *MRE* 如表 10 所示。

表 10 9 种电流强度下的 *MRE*

<i>I</i>	20	30	40	50	60	70	80	90	100
<i>MRE</i>	0.0022	0.0045	0.0038	0.0031	0.0030	0.0073	0.0075	0.0096	0.0083

比较表 5 和表 10，二者得出的 *MRE* 保持一致，说明模型三可信度高。

令 $I=55$ 时，结合（10）—（12）式，得出对应放电曲线为

$$U(55, T) = 0.4786(1154.47 - T)^{0.0749} + 9$$

该放电曲线的放电数据参见附录 5，放电曲线的图像如图 12 所示

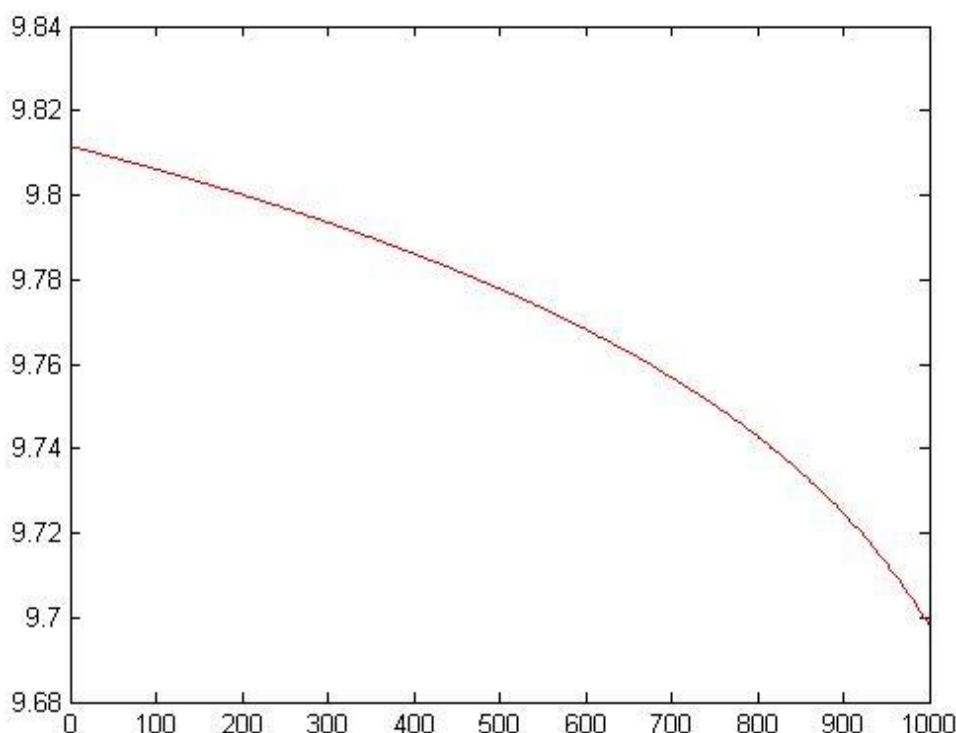


图 12 55A 时的放电曲线图像

4.3 问题三的模型建立与求解

4.3.1 模型四分析与建立

附件 2 给出了不同状态下的电池放电情况，我们以放电时间 T 为自变量，作出了 T 与电压 U 的对比图，如图 13 所示。

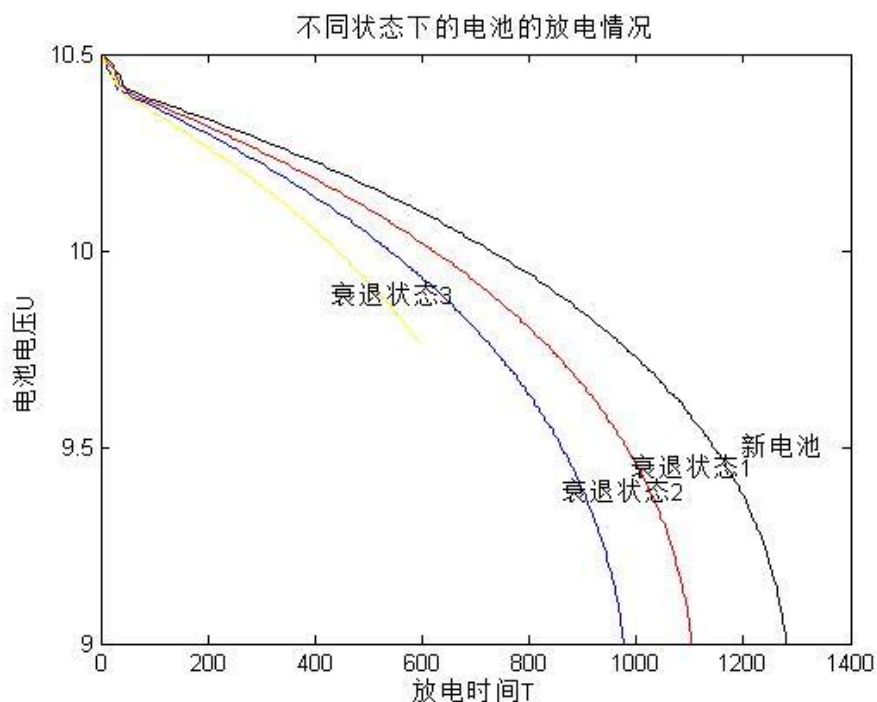


图 13 不同状态下的电池放电情况

由图 13 可知，电池在不同状态下的放电趋势一致，放电初期电压下降快，然后随时间单减。

为了使得不同变量间的量纲保持一致，我们需要对数据进行标准化，这里我们采用 Min-Max 标准化。

设 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为一个 n 维向量， x_{\min} 为向量的最小值， x_{\max} 为向量的最大值， $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ 为其进行极小极大标准化后的向量，则有

$$x_i^* = \frac{x_i - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}, i = 1, 2, \dots, n$$

下面我们对电压、新电池放电时间、衰退状态 1 放电时间和衰退状态 2 放电的数据进行标准化处理，接着对标准化后的数据进行处理，得到不同状态下的电池在标准化后的放电情况，如图 14 所示

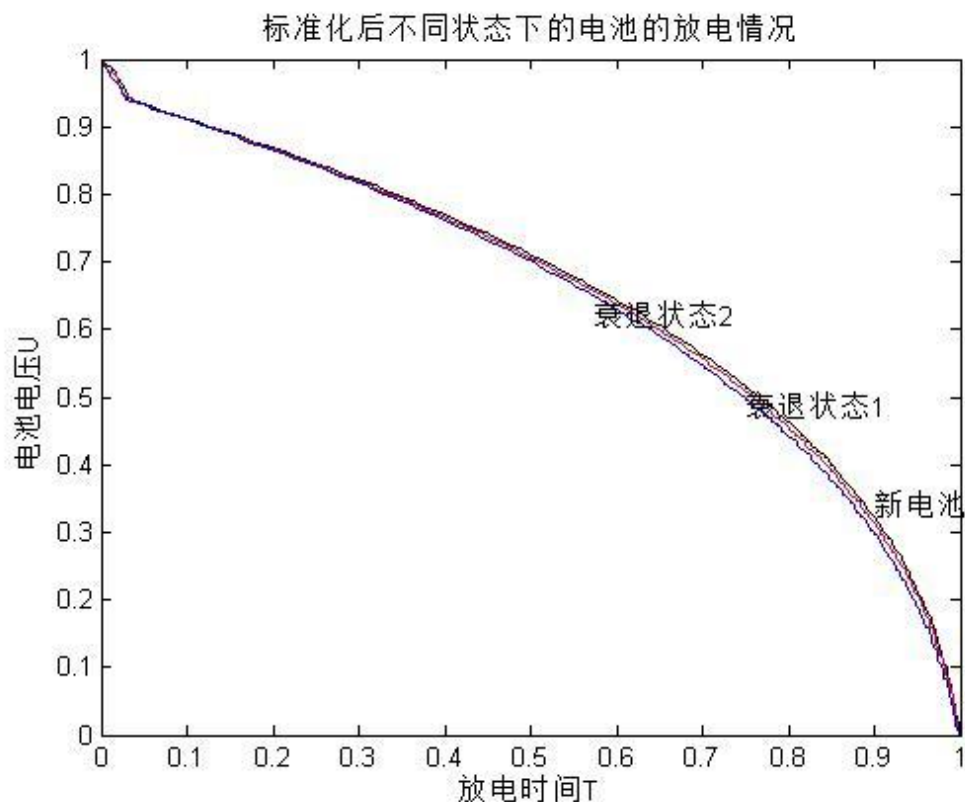


图 14 标准化后不同状态下的电池放电情况。

由图 14 可知，在数据标准化后，这三种状态下的电池放电状态相差非常小，由此可见，不同状态下的电池在放电状态几乎一致，即他们之间存在线性关系，我们可以建立多元线性回归模型。

将衰退状态 3 下的放电时间记作因变量 Y ，电压、新电池放电时间、衰退状态 1 放电时间和衰退状态 2 放电时间看作自变量，依次记作 X_1 ， X_2 ， X_3 ， X_4 ，据此，给出如下多元回归模型：

模型四：

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4$$

其中 β_0 为截距， $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 为偏回归系数。

4.3.2 模型四的求解

结合附件 2，利用 Matlab 进行多元回归分析，程序见附录 6，得出回归系数及统计量如表 11 和表 12 所示。

表 11 回归系数表

β_0	β_1	β_2	β_3	β_4
1006.5572	-96.3025	0.3621	0.3631	-0.1695

表 12 回归分析统计量

R^2	F 统计量	检验 P	误差方差
0.9999	497563.76	0	2.66

由表 12 知，回归模型的统计量中 R^2 为 0.9999，说明 Y 的总变异中有 99.99% 由四个自变量来解释，反映所拟合的回归方程优度高； F 统计量值为 497563.76 远大于 F 分点，统计量 F 对应的概率 P 为 $0 < 0.05$ ，拒绝 H_0 ，说明该回归模型成立。

根据表 11，我们得到回归方程为

$$Y = 1006.5572 - 96.3025X_1 + 0.3621X_2 + 0.3631X_3 - 0.1695X_4 \quad (13)$$

由 (13) 式，我们得到该回归模型的平均绝对误差为 1.3097，模型较好，作出该回归模型的残差及其置信区间，如图 15 所示

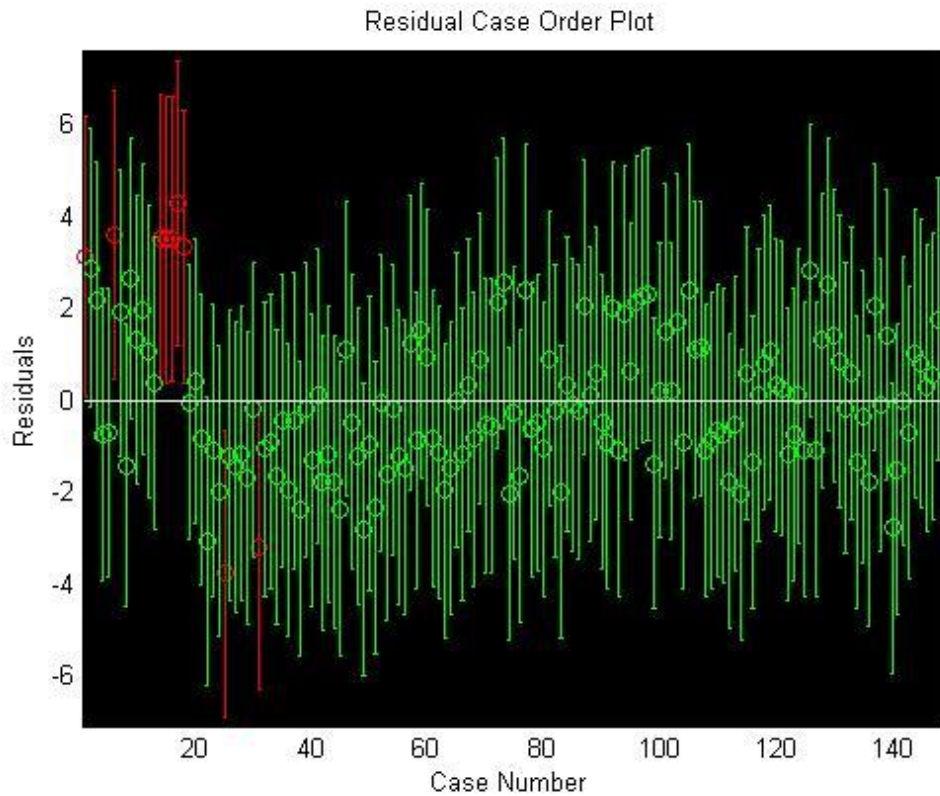


图 15 残差及其置信区间

注意到 [1 6 14 15 16 17 18 25 31] 这几个点的置信区间不包括零，说明它们是异常的点。

我们建立自回归模型，剔除上述异常的点的数据，再利用新数据进行回归分析，得出回归系数及统计量如表 13 和表 14 所示

表 13 回归系数表

β_0	β_1	β_2	β_3	β_4
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

949.6926	-90.9284	0.3843	0.3189	-0.1425
----------	----------	--------	--------	---------

表 14 回归分析统计量

R^2	F 统计量	检验 P	误差方差
0.9999	602323.52	0	1.9015

与上述数据比较，统计量中 R^2 、 F 统计量有所增大，误差方差减小，说明该回归模型成立。

根据表 13，我们得到回归方程为

$$Y = 949.6926 - 90.9284X_1 + 0.3843X_2 + 0.3189X_3 - 0.1425X_4 \quad (14)$$

该回归模型的平均绝对误差为 1.2867，模型较前一个更好，画出该回归模型的残差及其置信区间，如图 16 所示

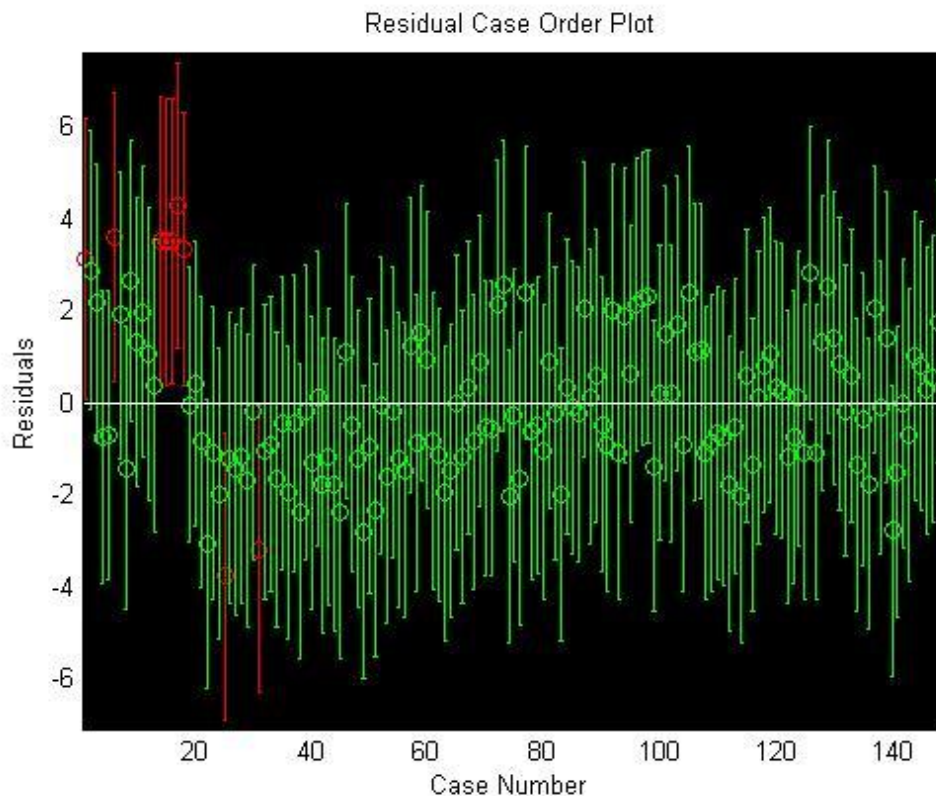


图 16 残差及其置信区间

注意到[1 2 7 9 117 131]这几个点的置信区间不包括零，说明它们是异常点。剔除这些异常，再建立自回归模型，通过运算，得出自回归模型为

$$Y = 1023.1640 - 98.0289X_1 + 0.5304X_2 + 0.1970X_3 - 0.2042X_4 \quad (15)$$

对应的误差方差为 1.2928，较上一个变化不大，且该回归模型的平均绝对误差为 1.4717，较上一个有所增加，该模型较上一个模型差，停止自回归。

综上所述，最优的回归模型为 (14) 式，我们将附件 2 的剩余数据带入 (14) 式中，得出电池衰减状态 3 的放电时间，如表 15 所示

表 15 电池衰减状态 3 的放电时间

U	T	U	T	U	T
9.760	597.4104	9.505	713.2594	9.250	790.7906
9.755	601.2244	9.500	716.2023	9.245	791.7992
9.750	603.7139	9.495	717.9269	9.240	792.4331
9.745	606.0908	9.490	720.7264	9.235	794.706
9.740	608.1949	9.485	721.2	9.230	795.2972
9.735	611.2475	9.480	723.0773	9.225	796.3251
9.730	614.6326	9.475	724.2338	9.220	797.1111
9.725	617.7473	9.470	726.9417	9.215	798.5098
9.720	620.0295	9.465	729.1227	9.210	799.4212
9.715	621.059	9.460	731.1703	9.205	799.9607
9.710	623.8968	9.455	732.3188	9.200	800.8012
9.705	627.1839	9.450	732.9413	9.195	801.6262
9.700	630.1282	9.445	734.534	9.190	802.3309
9.695	631.7546	9.440	737.5096	9.185	804.2126
9.690	634.89	9.435	738.486	9.180	805.3106
9.685	637.4641	9.430	740.4204	9.175	806.1469
9.680	638.7276	9.425	742.0225	9.170	808.1219
9.675	642.7556	9.420	743.7331	9.165	808.7976
9.670	645.163	9.415	744.7091	9.160	809.3168
9.665	645.6514	9.410	746.994	9.155	810.6942
9.660	649.245	9.405	748.4244	9.150	811.5135
9.655	651.2554	9.400	750.9982	9.145	812.4355
9.650	653.37	9.395	752.3175	9.140	813.5275
9.645	655.4047	9.390	752.9313	9.135	814.2369
9.640	657.4685	9.385	754.6907	9.130	814.9104
9.635	661.1842	9.380	755.5651	9.125	815.9864
9.630	663.1997	9.375	757.9301	9.120	816.4807
9.625	665.8623	9.370	758.9817	9.115	817.6263
9.620	668.1283	9.365	761.417	9.110	818.5082
9.615	670.1101	9.360	762.4516	9.105	819.6159
9.610	673.0062	9.355	764.1765	9.100	820.5178
9.605	675.3354	9.350	764.6404	9.095	821.6348
9.600	676.6569	9.345	766.4473	9.090	822.3707
9.595	679.1483	9.340	767.7216	9.085	823.2364
9.590	680.6952	9.335	769.0213	9.080	824.0322
9.585	682.2092	9.330	770.2253	9.075	824.7868
9.580	685.1742	9.325	770.7302	9.070	825.7643
9.575	686.2119	9.320	771.9387	9.065	826.5762
9.570	688.6237	9.315	774.2779	9.060	827.2773
9.565	690.5739	9.310	775.6468	9.055	827.9332
9.560	692.227	9.305	777.4752	9.050	828.533
9.555	695.1842	9.300	778.3658	9.045	829.3226

9.550	697.3047	9.295	779.5162	9.040	829.7577
9.545	697.8343	9.290	780.7181	9.035	830.686
9.540	701.3817	9.285	782.9606	9.030	832.1304
9.535	703.0862	9.280	783.2658	9.025	832.7948
9.530	704.5906	9.275	784.9035	9.020	833.3539
9.525	707.5182	9.270	785.6549	9.015	834.0569
9.520	708.2085	9.265	786.757	9.010	834.4251
9.515	711.0124	9.260	788.8276	9.005	835.5725
9.510	712.0856	9.255	789.7547	9.000	836.3695

结合表 15 和附件 2，我们得到电池衰减状态 3 的剩余放电时间为 240.2min。

五、模型的评价与推广

5.1 模型的评价

5.1.1 模型的优点

1. 本文中所建立的模型，基本都获得了较为深刻的结果，具有较强的说服力；
2. 所建立的模型具有很好的适应性和稳定性，其中根据数据建立拟合函数的模型，本文中多次利用，具有良好的适应性；
3. 建立的模型能与实际紧密联系，结合实际情况对所提提出的问题求解，使模型更贴近实际，通用性及推广性强。

5.1.2 模型的缺点

基于非线性曲线拟合的模型运算过程比较麻烦，数据较多，运算过程繁琐，编程实现难度较高，运算耗时较多；

5.2 模型的推广

本文中所建立的多元线性回归预测模型，可适用于自然灾害预报、股市投资等方面，作为预测问题的重要参考依据。

参考文献

- [1] 唐家德. 基于 MATLAB 的非线性曲线拟合[J]. 计算机与现代化, 2008, 06:15-19.
- [2] 许小勇, 钟太勇. 三次样条插值函数的构造与 Matlab 实现[J]. 兵工自动化, 2006, 11:76-78.
- [3] 何国华. 区域物流需求预测及灰色预测模型的应用. 北京交通大学学报(社会科学版), 第 7 卷第 1 期.
- [4] 王惠文, 孟洁. 多元线性回归的预测建模方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 04:500-504.
- [5] 陈永胜. 多元线性回归建模以及 MATLAB 和 SPSS 求解[J]. 绥化学院学报, 2007, 06:166-168.
- [6] 王可, 毛志伋. 基于 Matlab 实现最小二乘曲线拟合[J]. 北京广播学院学报(自然科学版), 2005, 02:52-56.
- [7] 邓巍, 丁为民, 张浩. MATLAB 在图像处理和分析中的应用[J]. 农机化研究, 2006, 06:194-198.

附录

附录 1 l=20 时的拟合程序

```
function y=fun(c,t)
global m tmax u0;
dl=[20 30 40 50 60 70 80 90 100];
y=c(1)*(tmax(m)-t).^c(2)+u0;
end

clc
clear all
xy=xlsread('数据');
global m tmax u0;
u0=9;
dl=[20 30 40 50 60 70 80 90 100];
for i=1:length(dl)
    n(i)=max(find(xy(:, i+1)>=u0));
```

```

        tmax(i)=xy(n(i),1);
end
m=1;
n0=min(find(xy(:,m+1)==max(xy(10:200,m+1)))));
t0=xy(n0,1);
t=xy(n0:n(m),1);
y=xy(n0:n(m),m+1);
c0=[1 1];
for j=1:100
    [c,res]=lsqcurvefit('fun',c0,t,y);
    c0=c;%以计算出的c为初值进行迭代;
end
c
t=xy(1:n(m),1);
y=xy(1:n(m),m+1);
z=fun(c,t);
plot(t,z,'r',t,y,'*b')
xlabel('放电时间T');
ylabel('电池电压U');
title('I=20时的放电曲线');
legend('拟合曲线','实验数据')
y0=z-y;
plot(t,y0,'b')
xlabel('放电时间T');
ylabel('电池电压U');
title('I=20时的电压误差曲线');

```

附录2 I=20 时的插值程序

```

xy=xlsread('20A.xls');
v0=xy(1:240,4);
t0=xy(1:240,3);
v1=unique(v0);
n=length(v1);
for i=1:n
    m(i)=max(find(v0==v1(i)));
end
v0=v1;
t0=t0(m);
v6=zeros(10,240);
for i=1:240
    v6(1:xy(i,2)+1,i)=linspace(xy(i,4),xy(i+1,4),xy(i,2)+1)';
end
v6(find(v6(:)==0))=[];

```



```

v6=unique(v6);
t1=spline(v0,t0,v6(1:231));
xlswrite('A20.xls',[t1 v6(1:231)']);

```

附录 3 l=20 30 40 50 60 70 80 90 100

拟合程序

```

clc
clear all
xy=xlsread('数据');
global m tmax u0;
u0=9;
d1=[20 30 40 50 60 70 80 90 100];
for i=1:length(d1)
    n(i)=max(find(xy(:,i+1)>=u0));
    tmax(i)=xy(n(i),1);
end
for m=1:9
    n0=min(find(xy(:,m+1)==max(xy(10:200,m+1))));
    t0(m)=xy(n0,1);
    t=xy(n0:n(m),1);
    y=xy(n0:n(m),m+1);
    c0=[1 1];
    for j=1:100
        [c,res]=lsqcurvefit('fun',c0,t,y);
        c0=c;%以计算出的c为初值进行迭代;
    end
    a(m,:)=c;
    t=xy(20:n(m),1);
    y=xy(20:n(m),m+1);
    z=fun(c,t);
    %plot(t,z,'r')
    %legend('拟合曲线')
    y0=z-y;
    plot(t,y0,'b')
    hold on
    pause
end
hold off
xlswrite('系数.xls',a)
a

```

插值数据

30A						40A					
U	T	U	T	U	T	U	T	U	T	U	T

9	2454	9.28	2372	9.5	2222	9	1724	9.29	1658.11	9.53	1530
9	2453.33	9.28	2370	9.5	2220	9	1723.67	9.29	1656	9.53	1527.01
9.01	2452.66	9.28	2368	9.51	2218	9.01	1723.21	9.29	1654	9.53	1528
9.01	2452	9.29	2366	9.51	2216	9.01	1722.65	9.29	1651.99	9.54	1526
9.01	2451.33	9.29	2364	9.51	2214	9.02	1722	9.3	1652	9.54	1524
9.02	2450.67	9.29	2363.02	9.51	2212	9.02	1721.36	9.3	1650	9.54	1522
9.02	2450	9.3	2362	9.52	2210	9.02	1720.68	9.31	1648	9.54	1520
9.02	2449.34	9.3	2360	9.52	2208	9.03	1720	9.31	1646	9.55	1518
9.03	2448.67	9.3	2358	9.52	2206	9.03	1719.33	9.32	1644	9.55	1516
9.03	2448	9.31	2356	9.52	2204	9.04	1718.66	9.32	1642	9.55	1514
9.03	2447.33	9.31	2354	9.52	2202	9.04	1718	9.32	1640.94	9.56	1512
9.04	2446.67	9.32	2352	9.53	2200	9.04	1717.33	9.33	1640	9.56	1510
9.04	2446	9.32	2350	9.53	2198	9.05	1716.67	9.33	1638	9.56	1508
9.04	2445.33	9.32	2348	9.53	2196.68	9.05	1716	9.34	1636	9.56	1506
9.05	2444.67	9.33	2346	9.53	2196	9.05	1715.33	9.34	1635.05	9.57	1504
9.05	2444	9.33	2344.01	9.54	2194	9.06	1714.67	9.34	1634	9.57	1502
9.05	2443.33	9.33	2344	9.54	2192	9.06	1714	9.35	1632	9.57	1500
9.06	2442.67	9.34	2342	9.54	2190	9.07	1713.33	9.35	1631.32	9.58	1498
9.06	2442	9.34	2340	9.54	2188	9.07	1712.67	9.35	1630	9.58	1496
9.07	2441.33	9.34	2338.92	9.54	2186	9.07	1712	9.35	1628	9.58	1494
9.07	2440.67	9.34	2338	9.55	2184	9.08	1711.33	9.36	1626	9.59	1492
9.07	2440	9.35	2336	9.55	2182	9.08	1710.67	9.36	1624	9.59	1490
9.08	2439.33	9.35	2335.58	9.55	2178	9.08	1710	9.37	1622.91	9.59	1488
9.08	2438.67	9.35	2334	9.55	2176	9.09	1709.33	9.37	1622	9.59	1486
9.08	2438	9.35	2332	9.56	2173.49	9.09	1708.67	9.37	1620.97	9.6	1484
9.09	2437.33	9.36	2330	9.56	2174	9.1	1708	9.38	1620	9.6	1482
9.09	2436.66	9.36	2328	9.56	2172	9.1	1707.33	9.38	1619.31	9.6	1480
9.09	2436	9.37	2326	9.56	2170	9.1	1706.67	9.38	1618	9.6	1478
9.1	2435.34	9.37	2324	9.57	2168	9.11	1706	9.39	1616	9.61	1476
9.1	2434.67	9.37	2322	9.57	2164	9.11	1705.33	9.39	1615.13	9.61	1474
9.1	2434	9.37	2320	9.57	2162	9.12	1704.67	9.39	1614	9.61	1472
9.11	2433.33	9.38	2318	9.57	2160	9.12	1704	9.39	1612	9.61	1470
9.11	2432.66	9.38	2316	9.57	2158	9.12	1703.34	9.4	1610	9.62	1468
9.11	2432	9.38	2314	9.58	2156	9.13	1702.67	9.4	1608	9.62	1466
9.12	2431.35	9.39	2312	9.58	2152	9.13	1702	9.4	1606	9.62	1464
9.12	2430.7	9.39	2310	9.58	2150	9.13	1701.33	9.41	1604	9.62	1462
9.12	2430	9.39	2308	9.58	2148	9.14	1700.66	9.41	1602	9.63	1460
9.13	2429.26	9.39	2306	9.59	2146	9.14	1700	9.41	1600.7	9.63	1458
9.13	2428.56	9.4	2305.55	9.59	2144	9.15	1699.35	9.42	1600	9.63	1456
9.13	2428	9.4	2304	9.59	2142	9.15	1698.69	9.42	1599.5	9.63	1454
9.14	2427.59	9.4	2302	9.59	2140	9.15	1698	9.42	1598	9.64	1452
9.14	2427.05	9.41	2300.9	9.59	2136	9.16	1697.27	9.42	1596	9.64	1450
9.14	2426	9.41	2300	9.6	2134	9.16	1696.58	9.43	1594	9.64	1448

9. 15	2424. 04	9. 41	2298	9. 6	2132	9. 16	1696	9. 43	1592	9. 64	1446
9. 15	2422	9. 41	2296	9. 6	2130	9. 17	1695. 55	9. 44	1590	9. 65	1442
9. 15	2420. 81	9. 41	2294	9. 6	2128	9. 17	1694. 99	9. 44	1588	9. 65	1440
9. 16	2420	9. 42	2292	9. 6	2126	9. 18	1694	9. 44	1586	9. 65	1438
9. 16	2419. 18	9. 42	2290	9. 61	2124	9. 18	1692. 51	9. 44	1585. 52	9. 65	1436
9. 17	2418	9. 42	2288	9. 61	2122	9. 18	1691. 46	9. 45	1584	9. 65	1434
9. 17	2416	9. 43	2286	9. 61	2120	9. 19	1692	9. 45	1582	9. 66	1432
9. 17	2414. 91	9. 43	2284	9. 61	2118	9. 19	1694. 04	9. 45	1580	9. 66	1430
9. 18	2414	9. 43	2280	9. 61	2116	9. 19	1694. 61	9. 45	1578	9. 66	1428
9. 18	2412	9. 44	2278	9. 61	2114	9. 2	1690	9. 46	1576	9. 66	1426
9. 18	2410	9. 44	2276	9. 61	2112	9. 2	1688	9. 46	1574	9. 67	1424
9. 19	2408. 91	9. 44	2274	9. 62	2110	9. 2	1686	9. 46	1572	9. 67	1420
9. 19	2408	9. 45	2270	9. 62	2108	9. 21	1685. 47	9. 47	1570	9. 67	1418
9. 2	2406	9. 45	2266	9. 62	2106	9. 21	1684	9. 47	1568. 98	9. 68	1416
9. 2	2404. 92	9. 45	2264	9. 62	2104	9. 21	1682. 95	9. 47	1568	9. 68	1414
9. 2	2404	9. 46	2262	9. 62	2102	9. 21	1682	9. 48	1566	9. 68	1412
9. 21	2403. 1	9. 46	2260	9. 63	2100	9. 22	1680. 91	9. 48	1564	9. 68	1410
9. 21	2402	9. 46	2258	9. 63	2098	9. 22	1680	9. 48	1562	9. 69	1408
9. 21	2400	9. 46	2256	9. 63	2096	9. 22	1679. 38	9. 49	1560	9. 69	1406
9. 22	2398	9. 47	2254	9. 63	2094	9. 23	1678	9. 49	1558	9. 69	1404
9. 22	2396	9. 47	2252	9. 63	2092	9. 23	1676	9. 49	1556	9. 69	1402
9. 22	2395. 04	9. 47	2250	9. 63	2090	9. 24	1674	9. 49	1554	9. 7	1400
9. 23	2394	9. 47	2248	9. 63	2087. 93	9. 24	1673. 06	9. 49	1553. 02	9. 7	1398
9. 23	2392	9. 48	2244	9. 64	2086	9. 24	1672	9. 5	1552	9. 7	1396
9. 23	2390. 9	9. 48	2242	9. 64	2084	9. 25	1671	9. 5	1550	9. 7	1394
9. 24	2390	9. 48	2240	9. 64	2082	9. 25	1670	9. 5	1548	9. 7	1392
9. 24	2388	9. 48	2238	9. 64	2078	9. 25	1668. 91	9. 51	1546	9. 71	1390
9. 25	2386	9. 49	2236	9. 65	2076	9. 26	1668	9. 51	1544	9. 71	1386
9. 25	2384	9. 49	2234	9. 65	2074	9. 26	1667. 12	9. 51	1542	9. 71	1384
9. 26	2382	9. 49	2232	9. 65	2072	9. 26	1666	9. 51	1540	9. 71	1382
9. 26	2380	9. 49	2230	9. 65	2070	9. 27	1664	9. 52	1538	9. 71	1380
9. 26	2378	9. 49	2228	9. 65	2068	9. 27	1662	9. 52	1536	9. 72	1378
9. 27	2376	9. 5	2226	9. 65	2066	9. 28	1660	9. 52	1534	9. 72	1374
9. 27	2374	9. 5	2224	9. 66	2064	9. 28	1658	9. 53	1532	9. 72	1372
50A						60A					
U	T	U	T	U	T	U	T	U	T	U	T
9	1308	9. 31	1256	9. 58	1142. 4	9	1044	9. 34	990	9. 63	872
9	1307. 44	9. 31	1255	9. 58	1142	9	1043. 68	9. 34	988. 86	9. 64	870
9. 01	1306. 92	9. 31	1254	9. 58	1140	9. 01	1043. 36	9. 35	988. 37	9. 64	868
9. 01	1306. 44	9. 32	1252. 98	9. 58	1138	9. 01	1043. 03	9. 35	988	9. 65	866
9. 02	1306	9. 32	1252	9. 59	1136	9. 02	1042. 69	9. 36	987. 22	9. 65	864
9. 02	1305. 57	9. 32	1251. 1	9. 59	1134	9. 02	1042. 35	9. 36	986	9. 65	862
9. 03	1305. 17	9. 33	1250	9. 59	1132	9. 03	1042	9. 37	984. 95	9. 66	860

9.03	1304.77	9.33	1248	9.6	1130	9.03	1041.68	9.37	984	9.66	858
9.04	1304.39	9.33	1246.9	9.6	1128	9.04	1041.35	9.37	983.18	9.66	856
9.04	1304	9.34	1246	9.6	1126	9.04	1041.01	9.38	982	9.66	854.82
9.04	1303.61	9.34	1245.02	9.61	1124	9.05	1040.68	9.38	980	9.67	854
9.05	1303.21	9.34	1244	9.61	1122	9.05	1040.34	9.39	978.96	9.67	852
9.05	1302.81	9.35	1242.92	9.61	1120	9.06	1040	9.39	978	9.67	850
9.06	1302.4	9.35	1242	9.62	1119.3	9.06	1039.66	9.39	976	9.68	848
9.06	1302	9.36	1240.98	9.62	1118	9.07	1039.31	9.4	974.97	9.68	847.57
9.07	1301.6	9.36	1240	9.62	1116	9.07	1038.97	9.4	974	9.68	846
9.07	1301.2	9.36	1239.04	9.62	1114	9.08	1038.64	9.41	972	9.68	844
9.08	1300.81	9.37	1238	9.63	1112	9.08	1038.31	9.41	970	9.69	842
9.08	1300.41	9.37	1237	9.63	1110	9.08	1038	9.42	968	9.69	840
9.09	1300	9.38	1236	9.63	1108	9.09	1037.7	9.42	967.01	9.69	838
9.09	1299.59	9.38	1235.19	9.63	1106	9.09	1037.4	9.43	966	9.7	836
9.09	1299.18	9.38	1234	9.64	1104	9.1	1037.09	9.43	964	9.7	834
9.1	1298.77	9.39	1232	9.64	1102	9.1	1036.76	9.43	963.02	9.7	832
9.1	1298.38	9.39	1230	9.64	1100	9.11	1036.4	9.44	962	9.71	830
9.11	1298	9.39	1228.94	9.65	1098	9.11	1036	9.44	960	9.71	828
9.11	1297.64	9.4	1228	9.65	1096	9.12	1035.55	9.45	958	9.71	826
9.12	1297.29	9.4	1226	9.65	1094	9.12	1035.05	9.45	957.09	9.71	824
9.12	1296.91	9.41	1224	9.65	1092	9.13	1034.53	9.45	956	9.72	822
9.13	1296.49	9.41	1223.41	9.66	1088	9.13	1034	9.46	954	9.72	820
9.13	1296	9.41	1222	9.66	1085.19	9.13	1033.48	9.46	952.9	9.72	818
9.13	1295.54	9.42	1220	9.67	1086	9.14	1032.96	9.46	952	9.73	816
9.14	1295.03	9.42	1218	9.67	1084	9.14	1032.47	9.47	951.07	9.73	814
9.14	1294.51	9.42	1217.35	9.67	1082	9.15	1032	9.47	950	9.73	812
9.15	1294	9.43	1216	9.67	1080	9.15	1031.55	9.47	948	9.74	810
9.15	1293.51	9.43	1214	9.68	1078	9.16	1031.1	9.48	947.12	9.74	808
9.15	1293.03	9.44	1212	9.68	1076	9.16	1030.59	9.48	946	9.74	806
9.16	1292.53	9.44	1210	9.68	1074	9.17	1030	9.48	944	9.75	804
9.16	1292	9.44	1208	9.68	1072	9.17	1029.33	9.49	942	9.75	802
9.17	1291.42	9.45	1206.83	9.69	1070	9.18	1028.63	9.49	940	9.75	800
9.17	1290.85	9.45	1206	9.69	1068	9.18	1028	9.5	938	9.76	798
9.17	1290.35	9.45	1205.1	9.69	1066	9.18	1027.45	9.5	936	9.76	796
9.18	1290	9.46	1204	9.69	1064	9.19	1026.85	9.5	935.12	9.76	794
9.18	1289.8	9.46	1202	9.7	1062	9.19	1026	9.51	934	9.76	792
9.18	1289.59	9.46	1200	9.7	1060	9.2	1025.02	9.51	932	9.77	790
9.19	1289.07	9.47	1198	9.7	1058	9.2	1024	9.51	931.11	9.77	788
9.19	1288	9.47	1196	9.71	1056	9.21	1022.95	9.52	930	9.77	788.66
9.2	1287.01	9.48	1194	9.71	1054	9.21	1022	9.52	928	9.77	786
9.2	1286	9.48	1192	9.71	1052	9.22	1021.05	9.52	926	9.77	784
9.2	1284.79	9.48	1190	9.71	1050	9.22	1020	9.53	924	9.78	782
9.21	1284	9.49	1188	9.72	1048	9.23	1018.88	9.53	922	9.78	780

9. 21	1283. 18	9. 49	1186	9. 72	1046	9. 23	1018	9. 54	920	9. 78	778
9. 22	1282	9. 49	1184. 79	9. 72	1044	9. 23	1017. 5	9. 54	918. 9	9. 78	776
9. 22	1280. 98	9. 5	1184	9. 72	1042	9. 24	1017. 01	9. 54	918	9. 79	774
9. 22	1280	9. 5	1182	9. 72	1040	9. 24	1016	9. 55	916	9. 79	772
9. 23	1278. 98	9. 51	1180	9. 73	1038	9. 25	1015	9. 55	914	9. 79	771. 1
9. 23	1278	9. 51	1178	9. 73	1036	9. 25	1014	9. 56	912	9. 8	770
9. 23	1277. 06	9. 51	1176	9. 73	1034	9. 26	1012. 87	9. 56	910	9. 8	768
9. 24	1276	9. 52	1174	9. 74	1032	9. 26	1012	9. 56	908	9. 8	766
9. 24	1274. 89	9. 52	1172	9. 74	1030	9. 26	1011. 06	9. 57	906	9. 8	764
9. 24	1274	9. 52	1171. 64	9. 74	1028	9. 27	1010	9. 57	905. 1	9. 81	763. 31
9. 25	1273. 23	9. 52	1170	9. 74	1026	9. 27	1009. 02	9. 57	904	9. 81	762
9. 25	1272. 69	9. 53	1168	9. 75	1024	9. 28	1008	9. 58	902	9. 81	760
9. 26	1272	9. 53	1167. 72	9. 75	1022	9. 28	1007. 03	9. 58	900	9. 81	758
9. 26	1271. 12	9. 53	1166	9. 75	1020	9. 28	1006	9. 59	898	9. 82	756
9. 26	1270	9. 53	1164	9. 75	1018	9. 29	1004. 91	9. 59	896	9. 82	754
9. 27	1269	9. 54	1162	9. 76	1016	9. 29	1004	9. 59	894	9. 82	752
9. 27	1268	9. 54	1160	9. 76	1014	9. 29	1003. 06	9. 6	892	9. 82	750
9. 27	1266. 98	9. 54	1158	9. 76	1012	9. 3	1002	9. 6	890	9. 83	748
9. 27	1266	9. 55	1156	9. 76	1010	9. 3	1001. 03	9. 6	888	9. 83	746
9. 28	1264. 93	9. 55	1154	9. 77	1008	9. 31	1000	9. 61	887. 08	9. 83	744
9. 28	1264	9. 55	1152. 82	9. 77	1006	9. 31	998. 9	9. 61	886	9. 83	742
9. 29	1263. 19	9. 56	1152	9. 77	1004	9. 31	998	9. 61	884	9. 83	740
9. 29	1262	9. 56	1151. 32	9. 77	1002	9. 32	997. 16	9. 62	882	9. 84	738. 37
9. 29	1260	9. 56	1150	9. 78	1000	9. 32	996	9. 62	880	9. 84	738
9. 3	1258. 9	9. 57	1148	9. 78	998	9. 33	994	9. 62	878	9. 84	736
9. 3	1258	9. 57	1146	9. 78	996	9. 33	993. 01	9. 63	876	9. 85	734
9. 3	1257. 02	9. 57	1144	9. 78	994	9. 34	992	9. 63	874	9. 85	732
70A						80A					
T	U	T	U	T	U	T	U	T	U	T	U
862. 00	9. 00	0. 00	0. 00	724. 00	9. 58	730. 00	9. 00	680. 00	9. 34	594. 00	9. 60
860. 88	9. 01	810. 99	9. 32	722. 00	9. 59	728. 87	9. 00	679. 00	9. 34	592. 00	9. 61
860. 00	9. 01	810. 00	9. 33	720. 00	9. 59	728. 00	9. 01	678. 00	9. 35	590. 00	9. 61
859. 53	9. 02	809. 02	9. 33	718. 00	9. 60	727. 05	9. 01	677. 00	9. 35	588. 00	9. 62
859. 12	9. 02	808. 00	9. 33	716. 00	9. 60	726. 52	9. 01	676. 00	9. 35	586. 00	9. 62
858. 74	9. 03	807. 00	9. 34	714. 00	9. 61	726. 26	9. 02	675. 02	9. 36	584. 00	9. 63
858. 37	9. 03	806. 00	9. 34	712. 00	9. 61	726. 14	9. 02	674. 00	9. 36	582. 92	9. 63
858. 00	9. 03	804. 99	9. 35	710. 00	9. 61	726. 00	9. 03	673. 01	9. 37	582. 00	9. 63
857. 63	9. 04	804. 00	9. 35	708. 00	9. 62	725. 75	9. 03	672. 00	9. 37	580. 00	9. 64
857. 24	9. 04	803. 02	9. 35	707. 06	9. 62	725. 39	9. 04	670. 99	9. 37	578. 00	9. 64
856. 84	9. 05	802. 00	9. 36	706. 00	9. 62	724. 95	9. 04	670. 00	9. 38	576. 00	9. 65
856. 42	9. 05	800. 99	9. 36	704. 00	9. 63	724. 48	9. 05	669. 02	9. 38	574. 00	9. 65
856. 00	9. 05	800. 00	9. 37	702. 00	9. 63	724. 00	9. 05	668. 00	9. 39	572. 00	9. 66
855. 51	9. 06	799. 00	9. 37	700. 00	9. 64	723. 47	9. 06	666. 99	9. 39	570. 00	9. 66

855.01	9.06	798.00	9.37	698.00	9.64	722.97	9.06	666.00	9.39	568.00	9.66
854.51	9.07	796.99	9.38	696.00	9.64	722.48	9.07	665.03	9.40	566.00	9.67
854.00	9.07	796.00	9.38	694.00	9.65	722.00	9.07	664.00	9.40	564.00	9.67
853.51	9.08	795.04	9.39	692.00	9.65	721.52	9.08	663.00	9.40	562.00	9.68
853.01	9.08	794.00	9.39	690.00	9.66	721.02	9.08	662.00	9.41	560.00	9.68
852.51	9.08	793.01	9.39	688.00	9.66	720.52	9.09	660.96	9.41	558.00	9.69
852.00	9.09	792.00	9.40	686.00	9.66	720.00	9.09	660.00	9.42	556.00	9.69
851.52	9.09	790.97	9.40	684.00	9.67	719.52	9.09	659.04	9.42	554.00	9.69
851.02	9.10	790.00	9.40	682.00	9.67	719.03	9.10	658.00	9.42	552.00	9.70
850.52	9.10	789.03	9.41	680.00	9.68	718.53	9.10	657.02	9.43	550.00	9.70
850.00	9.10	788.00	9.41	678.00	9.68	718.00	9.11	656.00	9.43	548.00	9.71
849.34	9.11	787.02	9.41	676.00	9.68	717.50	9.11	654.98	9.43	546.00	9.71
848.67	9.11	786.00	9.42	674.00	9.69	717.00	9.12	654.00	9.44	544.00	9.71
848.00	9.12	784.97	9.42	672.00	9.69	716.49	9.12	653.00	9.44	542.00	9.72
847.51	9.12	784.00	9.42	670.00	9.70	716.00	9.12	652.00	9.44	540.00	9.72
847.01	9.13	783.04	9.43	668.00	9.70	715.50	9.13	651.02	9.45	538.00	9.73
846.51	9.13	782.00	9.43	666.00	9.70	715.01	9.13	650.00	9.45	536.00	9.73
846.00	9.13	781.01	9.43	664.00	9.71	714.52	9.14	649.00	9.45	534.00	9.73
845.35	9.14	780.00	9.44	662.00	9.71	714.00	9.14	648.00	9.46	532.00	9.74
844.68	9.14	778.97	9.44	660.00	9.72	713.35	9.15	646.99	9.46	530.00	9.74
844.00	9.15	778.00	9.44	658.00	9.72	712.68	9.15	646.00	9.46	528.00	9.75
843.50	9.15	777.00	9.45	656.00	9.72	712.00	9.16	645.03	9.47	526.00	9.75
843.00	9.15	776.00	9.45	654.00	9.73	711.33	9.16	644.00	9.47	524.00	9.75
842.50	9.16	775.06	9.45	652.00	9.73	710.67	9.17	643.00	9.47	522.00	9.76
842.00	9.16	774.00	9.46	650.00	9.73	710.00	9.17	642.00	9.47	520.00	9.76
841.35	9.17	773.01	9.46	648.00	9.73	709.35	9.18	641.00	9.48	518.00	9.76
840.68	9.17	772.00	9.46	646.00	9.74	708.68	9.18	640.00	9.48	516.00	9.77
840.00	9.17	771.00	9.46	644.00	9.74	708.00	9.19	639.00	9.48	514.00	9.77
839.34	9.18	770.00	9.47	642.00	9.74	707.35	9.19	638.00	9.49	512.00	9.78
838.67	9.18	769.00	9.47	640.00	9.75	706.68	9.19	636.99	9.49	510.00	9.78
838.00	9.19	768.00	9.47	638.00	9.75	706.00	9.20	636.00	9.49	508.00	9.78
837.33	9.19	767.00	9.47	636.00	9.75	705.34	9.20	635.03	9.50	506.00	9.79
836.67	9.19	766.00	9.48	634.00	9.76	704.67	9.21	634.00	9.50	504.00	9.79
836.00	9.20	764.00	9.48	632.00	9.76	704.00	9.21	632.99	9.50	502.00	9.79
835.36	9.20	762.94	9.49	630.00	9.76	703.34	9.22	632.00	9.50	500.00	9.80
834.69	9.21	762.00	9.49	628.00	9.77	702.67	9.22	631.00	9.51	498.00	9.80
834.00	9.21	761.05	9.49	626.00	9.77	702.00	9.23	630.00	9.51	496.00	9.80
833.33	9.21	760.00	9.49	624.00	9.77	701.35	9.23	629.00	9.51	494.00	9.81
832.65	9.22	759.01	9.50	622.00	9.78	700.68	9.23	628.00	9.52	492.00	9.81
832.00	9.22	758.00	9.50	620.00	9.78	700.00	9.24	626.99	9.52	490.00	9.82
831.34	9.22	757.00	9.50	618.00	9.78	699.35	9.24	626.00	9.52	488.00	9.82
830.69	9.23	756.00	9.51	616.00	9.79	698.69	9.24	625.02	9.52	486.00	9.82
830.00	9.23	754.00	9.51	614.00	9.79	698.00	9.25	624.00	9.53	484.00	9.83

829.34	9.24	752.99	9.51	612.00	9.79	697.33	9.25	622.00	9.53	482.00	9.83
828.66	9.24	752.00	9.52	610.00	9.80	696.66	9.26	620.00	9.54	480.00	9.83
828.00	9.24	751.03	9.52	608.00	9.80	696.00	9.26	618.97	9.54	478.00	9.84
827.34	9.25	750.00	9.52	606.00	9.80	695.34	9.26	618.00	9.54	476.00	9.84
826.69	9.25	748.00	9.53	604.00	9.81	694.69	9.27	617.03	9.55	474.00	9.84
826.00	9.25	746.00	9.53	602.00	9.81	694.00	9.27	616.00	9.55	472.00	9.85
825.01	9.26	744.00	9.54	600.00	9.81	693.00	9.28	614.00	9.55	470.00	9.85
824.00	9.26	743.00	9.54	598.00	9.81	692.00	9.28	612.00	9.56	468.00	9.85
823.32	9.27	742.00	9.54	596.00	9.82	691.33	9.28	611.01	9.56	466.00	9.86
822.67	9.27	740.00	9.55	594.00	9.82	690.68	9.29	610.00	9.56	464.00	9.86
822.00	9.27	738.00	9.55	592.00	9.82	690.00	9.29	608.99	9.57	462.00	9.86
821.01	9.28	736.00	9.56	590.00	9.83	689.02	9.30	608.00	9.57	460.00	9.87
820.00	9.28	734.99	9.56	588.00	9.83	688.00	9.30	607.03	9.57	458.00	9.87
819.01	9.29	734.00	9.56	586.00	9.83	686.99	9.31	606.00	9.58	456.00	9.87
818.00	9.29	733.00	9.56	584.00	9.84	686.00	9.31	604.00	9.58	454.00	9.88
817.00	9.30	732.00	9.57	582.00	9.84	685.00	9.31	602.00	9.58	452.00	9.88
816.00	9.30	731.01	9.57	580.00	9.84	684.00	9.32	601.00	9.59	450.00	9.88
815.00	9.30	730.00	9.57	578.00	9.85	683.02	9.32	600.00	9.59	448.00	9.89
814.00	9.31	728.00	9.57	576.00	9.85	682.00	9.33	598.00	9.60	446.00	9.89
813.02	9.31	726.00	9.58	574.00	9.85	681.01	9.33	596.00	9.60	444.00	9.89
90A						100A					
T	U	T	U	T	U	T	U	T	U	T	U
620.00	9.00	574.00	9.33	495.03	9.61	538.00	9.00	496.00	9.33	418.00	9.62
618.86	9.00	573.01	9.34	494.00	9.62	537.61	9.01	495.33	9.34	416.97	9.62
618.00	9.01	572.00	9.34	492.00	9.62	537.21	9.01	494.67	9.34	416.00	9.63
617.31	9.01	571.00	9.35	490.00	9.63	536.81	9.02	494.00	9.34	415.01	9.63
616.85	9.02	570.00	9.35	489.00	9.63	536.41	9.02	493.01	9.35	414.00	9.63
616.52	9.02	569.02	9.36	488.00	9.63	536.00	9.03	492.00	9.35	412.99	9.63
616.27	9.03	568.00	9.36	486.00	9.64	535.61	9.03	491.01	9.36	412.00	9.64
616.00	9.03	566.99	9.37	484.00	9.64	535.21	9.03	490.00	9.36	411.03	9.64
615.68	9.04	566.00	9.37	483.04	9.64	534.81	9.04	489.02	9.37	410.00	9.64
615.30	9.04	565.01	9.38	482.00	9.65	534.41	9.04	488.00	9.37	408.00	9.65
614.89	9.05	564.00	9.38	480.00	9.65	534.00	9.05	486.99	9.38	407.00	9.65
614.44	9.05	563.02	9.38	478.00	9.66	533.61	9.05	486.00	9.38	406.00	9.65
614.00	9.06	562.00	9.39	476.00	9.66	533.22	9.06	485.03	9.39	404.00	9.66
613.59	9.06	560.97	9.39	474.00	9.67	532.82	9.06	484.00	9.39	402.99	9.66
613.19	9.06	560.00	9.40	472.00	9.67	532.41	9.07	483.01	9.40	402.00	9.66
612.80	9.07	559.02	9.40	470.00	9.68	532.00	9.07	482.00	9.40	400.00	9.67
612.40	9.07	558.00	9.41	468.00	9.68	531.61	9.07	480.98	9.40	398.00	9.67
612.00	9.08	557.00	9.41	466.00	9.69	531.21	9.08	480.00	9.41	396.00	9.68
611.52	9.08	556.00	9.41	464.00	9.69	530.81	9.08	479.00	9.41	395.05	9.68
611.02	9.09	554.99	9.42	462.00	9.69	530.41	9.09	478.00	9.42	394.00	9.69
610.52	9.09	554.00	9.42	460.00	9.70	530.00	9.09	477.01	9.42	392.00	9.69

610.00	9.10	553.04	9.43	458.00	9.70	529.51	9.10	476.00	9.43	390.95	9.69
609.51	9.10	552.00	9.43	456.00	9.71	529.01	9.10	475.02	9.43	390.00	9.70
609.02	9.11	550.99	9.43	454.00	9.71	528.51	9.11	474.00	9.43	388.00	9.70
608.52	9.11	550.00	9.44	452.00	9.72	528.00	9.11	472.97	9.44	386.00	9.71
608.00	9.12	549.00	9.44	450.00	9.72	527.51	9.12	472.00	9.44	384.00	9.71
607.51	9.12	548.00	9.45	448.00	9.73	527.01	9.12	471.03	9.45	382.00	9.72
607.02	9.12	547.02	9.45	446.00	9.73	526.51	9.13	470.00	9.45	380.00	9.72
606.51	9.13	546.00	9.45	444.00	9.74	526.00	9.13	469.01	9.45	378.00	9.73
606.00	9.13	544.99	9.46	442.00	9.74	525.51	9.13	468.00	9.46	376.00	9.73
605.51	9.14	544.00	9.46	440.00	9.74	525.01	9.14	466.99	9.46	374.00	9.74
605.01	9.14	543.02	9.46	438.00	9.75	524.51	9.14	466.00	9.46	372.00	9.74
604.51	9.15	542.00	9.47	436.00	9.75	524.00	9.15	465.02	9.47	370.00	9.74
604.00	9.15	541.00	9.47	434.00	9.76	523.51	9.15	464.00	9.47	368.00	9.75
603.50	9.15	540.00	9.47	432.00	9.76	523.02	9.16	462.99	9.48	366.00	9.75
603.00	9.16	538.98	9.48	430.00	9.77	522.51	9.16	462.00	9.48	364.00	9.76
602.50	9.16	538.00	9.48	428.00	9.77	522.00	9.17	461.01	9.48	362.00	9.76
602.00	9.17	537.00	9.48	426.00	9.77	521.52	9.17	460.00	9.49	360.00	9.77
601.51	9.17	536.00	9.49	424.00	9.78	521.02	9.17	458.98	9.49	358.00	9.77
601.01	9.17	535.02	9.49	422.00	9.78	520.52	9.18	458.00	9.49	356.00	9.78
600.51	9.18	534.00	9.49	420.00	9.79	520.00	9.18	457.02	9.50	354.00	9.78
600.00	9.18	533.02	9.50	418.00	9.79	519.50	9.18	456.00	9.50	352.00	9.79
599.35	9.19	532.00	9.50	416.00	9.79	518.99	9.19	455.03	9.50	350.00	9.79
598.69	9.19	530.98	9.50	414.00	9.80	518.49	9.19	454.00	9.51	348.00	9.79
598.00	9.20	530.00	9.51	412.00	9.80	518.00	9.20	452.97	9.51	346.00	9.80
597.34	9.20	528.99	9.51	410.00	9.81	517.51	9.20	452.00	9.51	344.00	9.80
596.67	9.20	528.00	9.51	408.00	9.81	517.02	9.20	451.01	9.52	342.00	9.81
596.00	9.21	527.05	9.52	406.00	9.81	516.52	9.21	450.00	9.52	340.00	9.81
595.34	9.21	526.00	9.52	404.00	9.82	516.00	9.21	449.00	9.52	338.00	9.82
594.67	9.22	524.99	9.52	402.00	9.82	515.35	9.22	448.00	9.53	336.00	9.82
594.00	9.22	524.00	9.53	400.00	9.83	514.67	9.22	446.98	9.53	334.00	9.83
593.35	9.23	522.97	9.53	398.00	9.83	514.00	9.23	446.00	9.53	332.00	9.83
592.68	9.23	522.00	9.53	396.00	9.83	513.32	9.23	445.05	9.54	330.00	9.83
592.00	9.24	521.01	9.54	394.00	9.84	512.66	9.23	444.00	9.54	328.00	9.84
591.34	9.24	520.00	9.54	392.00	9.84	512.00	9.24	442.98	9.54	326.00	9.84
590.67	9.24	518.98	9.54	390.00	9.85	511.36	9.24	442.00	9.55	324.00	9.85
590.00	9.25	518.00	9.55	388.00	9.85	510.70	9.25	440.97	9.55	322.00	9.85
589.33	9.25	517.06	9.55	386.00	9.85	510.00	9.25	440.00	9.55	320.00	9.85
588.66	9.26	516.00	9.55	384.00	9.86	509.34	9.26	439.02	9.56	318.00	9.86
588.00	9.26	514.00	9.56	382.00	9.86	508.66	9.26	438.00	9.56	316.00	9.86
587.35	9.26	512.93	9.56	380.00	9.86	508.00	9.27	437.02	9.56	314.00	9.87
586.70	9.27	512.00	9.56	378.00	9.87	507.33	9.27	436.00	9.57	312.00	9.87
586.00	9.27	511.04	9.57	376.00	9.87	506.68	9.27	435.00	9.57	310.00	9.87
585.34	9.28	510.00	9.57	374.00	9.87	506.00	9.28	434.00	9.57	308.00	9.88

584.67	9.28	509.01	9.57	372.00	9.88	505.36	9.28	432.98	9.58	306.00	9.88
584.00	9.28	508.00	9.58	370.00	9.88	504.68	9.29	432.00	9.58	304.00	9.89
583.32	9.29	507.00	9.58	368.00	9.89	504.00	9.29	430.99	9.58	302.00	9.89
582.66	9.29	506.00	9.58	366.00	9.89	503.33	9.29	430.00	9.59	300.00	9.89
582.00	9.29	505.00	9.58	364.00	9.89	502.66	9.30	429.06	9.59	298.00	9.90
581.36	9.30	504.00	9.59	362.00	9.90	502.00	9.30	428.00	9.59	296.00	9.90
580.69	9.30	502.99	9.59	360.00	9.90	501.34	9.30	426.00	9.60	294.00	9.91
580.00	9.30	502.00	9.59	358.00	9.90	500.67	9.31	424.93	9.60	292.00	9.91
579.01	9.31	501.03	9.60	356.00	9.91	500.00	9.31	424.00	9.60	290.00	9.91
578.00	9.31	500.00	9.60	354.00	9.91	499.35	9.32	423.03	9.61	288.00	9.92
577.00	9.32	498.00	9.60	352.00	9.91	498.69	9.32	422.00	9.61	286.00	9.92
576.00	9.32	496.97	9.61	350.00	9.92	498.00	9.32	421.04	9.61	284.00	9.92
575.00	9.33	496.00	9.61	348.00	9.92	497.00	9.33	420.00	9.62	282.00	9.93

插值程序

```
xy=xlsread('20A.xls');
v0=xy(1:240,4);
t0=xy(1:240,3);
v1=unique(v0);
n=length(v1);
for i=1:n
    m(i)=max(find(v0==v1(i)));
end
v0=v1;
t0=t0(m);
v6=zeros(10,240);
for i=1:240
    v6(1:xy(i,2)+1,i)=linspace(xy(i,4),xy(i+1,4),xy(i,2)+1)';
end
v6(find(v6(:)==0))=[];
v6=unique(v6);
t1=spline(v0,t0,v6(1:231));
xlswrite('A20.xls',[t1' v6(1:231)']);
```

MRE程序

```
function t=fun4(c,y)
global m tmax u0;
d1=[20 30 40 50 60 70 80 90 100];
t=tmax(m)-((y-u0)/c(1)).^(1/c(2));
end
```

clc

clear all

```
global m tmax u0;
```

```

u0=9;
tmax=[3764 2454 1724 1308 1044 862 730 620 538];
x=xlsread('插值点.xls');
c=xlsread('系数.xls');
for m=1:9
    MRE(m)=sum(abs(fun4(c(m,:), x(:, 2*m))-x(:, 2*m-1))./x(:, 2*m-1))/231;
end
MRE

```

附录 4 l=100 时模型二的系数拟合程序

```

clc
clear all
xy=xlsread('数据');
global m tmax u0;
u0=9;
dl=[20 30 40 50 60 70 80 90 100];
for i=1:length(dl)
    n(i)=max(find(xy(:, i+1)>=u0));
    tmax(i)=xy(n(i), 1);
end
m=9;
t=xy(20:n(m), 1);
y=xy(20:n(m), m+1);
c0=[1 1];
for j=1:100
    [c, res] = lsqcurvefit('fun', c0, t, y);
    c0 = c; %以计算出的 c为初值进行迭代;
end
t=xy(1:n(m), 1);
y=xy(1:n(m), m+1);
z=fun(c, t);
y0=z-y;
plot(t, y0, 'b')
a0=[-15 0.5 1 3];
for j=1:100
    [a, res] = lsqcurvefit('fun1', a0, t, y0);
    a0 = a; %以计算出的 a为初值进行迭代;
end
a
z1=fun1(a, t);
plot(t, y0, 'b', t, z1, 'r')
legend('误差曲线', '误差拟合曲线')
xlabel('放电时间T');
ylabel('电池电压U');

```

```
title('I=100时的误差拟合曲线');
```

附录5

插值程序

```
clc
clear all
x=[20 30 40 50 60 70 80 90 100];
y=[3764 2454 1724 1308 1044 862 730 620 538];
%y=[0.0243 0.0315 0.0372 0.0489 0.0521 0.0479 0.0474 0.0482 0.0478];
%y=[0.5108 0.5046 0.5039 0.4811 0.4845 0.5060 0.5167 0.5240 0.5331];
p=polyfit(x,y,4);
xx=linspace(20,100,200);
yy=polyval(p,xx);
plot(x,y,'o');hold on
plot(xx,yy,'r');hold off
legend('数据','拟合','location','northwest');
title(poly2str(p,'x'));
```

I=55时的放电电压

T	55A	T	55A	T	55A	T	55A	T	55A	T	55A
0	9.81	192	9.80	384	9.79	576	9.77	768	9.75	960	9.71
2	9.81	194	9.80	386	9.79	578	9.77	770	9.75	962	9.71
4	9.81	196	9.80	388	9.79	580	9.77	772	9.75	964	9.71
6	9.81	198	9.80	390	9.79	582	9.77	774	9.75	966	9.71
8	9.81	200	9.80	392	9.79	584	9.77	776	9.75	968	9.71
10	9.81	202	9.80	394	9.79	586	9.77	778	9.75	970	9.71
12	9.81	204	9.80	396	9.79	588	9.77	780	9.75	972	9.71
14	9.81	206	9.80	398	9.79	590	9.77	782	9.75	974	9.71
16	9.81	208	9.80	400	9.79	592	9.77	784	9.75	976	9.71
18	9.81	210	9.80	402	9.79	594	9.77	786	9.74	978	9.70
20	9.81	212	9.80	404	9.79	596	9.77	788	9.74	980	9.70
22	9.81	214	9.80	406	9.79	598	9.77	790	9.74	982	9.70
24	9.81	216	9.80	408	9.79	600	9.77	792	9.74	984	9.70
26	9.81	218	9.80	410	9.79	602	9.77	794	9.74	986	9.70
28	9.81	220	9.80	412	9.79	604	9.77	796	9.74	988	9.70
30	9.81	222	9.80	414	9.78	606	9.77	798	9.74	990	9.70
32	9.81	224	9.80	416	9.78	608	9.77	800	9.74	992	9.70
34	9.81	226	9.80	418	9.78	610	9.77	802	9.74	994	9.70
36	9.81	228	9.80	420	9.78	612	9.77	804	9.74	996	9.70

38	9.81	230	9.80	422	9.78	614	9.77	806	9.74	998	9.70
40	9.81	232	9.80	424	9.78	616	9.77	808	9.74	1000	9.70
42	9.81	234	9.80	426	9.78	618	9.77	810	9.74	1002	9.70
44	9.81	236	9.80	428	9.78	620	9.77	812	9.74	1004	9.70
46	9.81	238	9.80	430	9.78	622	9.77	814	9.74	1006	9.70
48	9.81	240	9.80	432	9.78	624	9.77	816	9.74	1008	9.69
50	9.81	242	9.80	434	9.78	626	9.77	818	9.74	1010	9.69
52	9.81	244	9.80	436	9.78	628	9.77	820	9.74	1012	9.69
54	9.81	246	9.80	438	9.78	630	9.76	822	9.74	1014	9.69
56	9.81	248	9.80	440	9.78	632	9.76	824	9.74	1016	9.69
58	9.81	250	9.80	442	9.78	634	9.76	826	9.74	1018	9.69
60	9.81	252	9.80	444	9.78	636	9.76	828	9.74	1020	9.69
62	9.81	254	9.80	446	9.78	638	9.76	830	9.74	1022	9.69
64	9.81	256	9.80	448	9.78	640	9.76	832	9.74	1024	9.69
66	9.81	258	9.80	450	9.78	642	9.76	834	9.74	1026	9.69
68	9.81	260	9.80	452	9.78	644	9.76	836	9.74	1028	9.69
70	9.81	262	9.80	454	9.78	646	9.76	838	9.74	1030	9.69
72	9.81	264	9.80	456	9.78	648	9.76	840	9.74	1032	9.69
74	9.81	266	9.80	458	9.78	650	9.76	842	9.74	1034	9.68
76	9.81	268	9.80	460	9.78	652	9.76	844	9.74	1036	9.68
78	9.81	270	9.80	462	9.78	654	9.76	846	9.74	1038	9.68
80	9.81	272	9.80	464	9.78	656	9.76	848	9.73	1040	9.68
82	9.81	274	9.80	466	9.78	658	9.76	850	9.73	1042	9.68
84	9.81	276	9.80	468	9.78	660	9.76	852	9.73	1044	9.68
86	9.81	278	9.79	470	9.78	662	9.76	854	9.73	1046	9.68
88	9.81	280	9.79	472	9.78	664	9.76	856	9.73	1048	9.68
90	9.81	282	9.79	474	9.78	666	9.76	858	9.73	1050	9.68
92	9.81	284	9.79	476	9.78	668	9.76	860	9.73	1052	9.68
94	9.81	286	9.79	478	9.78	670	9.76	862	9.73	1054	9.68
96	9.81	288	9.79	480	9.78	672	9.76	864	9.73	1056	9.67
98	9.81	290	9.79	482	9.78	674	9.76	866	9.73	1058	9.67
100	9.81	292	9.79	484	9.78	676	9.76	868	9.73	1060	9.67
102	9.81	294	9.79	486	9.78	678	9.76	870	9.73	1062	9.67
104	9.81	296	9.79	488	9.78	680	9.76	872	9.73	1064	9.67
106	9.81	298	9.79	490	9.78	682	9.76	874	9.73	1066	9.67
108	9.81	300	9.79	492	9.78	684	9.76	876	9.73	1068	9.67
110	9.81	302	9.79	494	9.78	686	9.76	878	9.73	1070	9.67
112	9.81	304	9.79	496	9.78	688	9.76	880	9.73	1072	9.67
114	9.81	306	9.79	498	9.78	690	9.76	882	9.73	1074	9.66

116	9.81	308	9.79	500	9.78	692	9.76	884	9.73	1076	9.66
118	9.81	310	9.79	502	9.78	694	9.76	886	9.73	1078	9.66
120	9.80	312	9.79	504	9.78	696	9.76	888	9.73	1080	9.66
122	9.80	314	9.79	506	9.78	698	9.76	890	9.73	1082	9.66
124	9.80	316	9.79	508	9.78	700	9.76	892	9.73	1084	9.66
126	9.80	318	9.79	510	9.78	702	9.76	894	9.73	1086	9.66
128	9.80	320	9.79	512	9.78	704	9.76	896	9.73	1088	9.65
130	9.80	322	9.79	514	9.78	706	9.76	898	9.72	1090	9.65
132	9.80	324	9.79	516	9.78	708	9.76	900	9.72	1092	9.65
134	9.80	326	9.79	518	9.78	710	9.76	902	9.72	1094	9.65
136	9.80	328	9.79	520	9.78	712	9.76	904	9.72	1096	9.65
138	9.80	330	9.79	522	9.78	714	9.75	906	9.72	1098	9.65
140	9.80	332	9.79	524	9.78	716	9.75	908	9.72	1100	9.64
142	9.80	334	9.79	526	9.78	718	9.75	910	9.72	1102	9.64
144	9.80	336	9.79	528	9.78	720	9.75	912	9.72	1104	9.64
146	9.80	338	9.79	530	9.78	722	9.75	914	9.72	1106	9.64
148	9.80	340	9.79	532	9.77	724	9.75	916	9.72	1108	9.64
150	9.80	342	9.79	534	9.77	726	9.75	918	9.72	1110	9.63
152	9.80	344	9.79	536	9.77	728	9.75	920	9.72	1112	9.63
154	9.80	346	9.79	538	9.77	730	9.75	922	9.72	1114	9.63
156	9.80	348	9.79	540	9.77	732	9.75	924	9.72	1116	9.63
158	9.80	350	9.79	542	9.77	734	9.75	926	9.72	1118	9.63
160	9.80	352	9.79	544	9.77	736	9.75	928	9.72	1120	9.62
162	9.80	354	9.79	546	9.77	738	9.75	930	9.72	1122	9.62
164	9.80	356	9.79	548	9.77	740	9.75	932	9.72	1124	9.62
166	9.80	358	9.79	550	9.77	742	9.75	934	9.72	1126	9.61
168	9.80	360	9.79	552	9.77	744	9.75	936	9.72	1128	9.61
170	9.80	362	9.79	554	9.77	746	9.75	938	9.72	1130	9.61
172	9.80	364	9.79	556	9.77	748	9.75	940	9.72	1132	9.60
174	9.80	366	9.79	558	9.77	750	9.75	942	9.71	1134	9.60
176	9.80	368	9.79	560	9.77	752	9.75	944	9.71	1136	9.59
178	9.80	370	9.79	562	9.77	754	9.75	946	9.71	1138	9.59
180	9.80	372	9.79	564	9.77	756	9.75	948	9.71	1140	9.58
182	9.80	374	9.79	566	9.77	758	9.75	950	9.71	1142	9.57
184	9.80	376	9.79	568	9.77	760	9.75	952	9.71	1144	9.57
186	9.80	378	9.79	570	9.77	762	9.75	954	9.71	1146	9.56
188	9.80	380	9.79	572	9.77	764	9.75	956	9.71	1148	9.54
190	9.80	382	9.79	574	9.77	766	9.75	958	9.71	1150	9.53

附录6 多元线性回归

```
clc
clear all
x=xlsread('附件2');
[m n]=size(x);
m1=max(find(x(:,5)>=0));
t=m1;
X=[ones(m1,1) x(1:m1,1:n-1)];
Y=x(1:m1,n);
[b, bint, r, rint, stats]=regress(Y, X)
rcoplot(r,rint)
sum(abs(X*b-Y))/t

figure
x([1 6 14:18 25 31],:)=[];
[m n]=size(x);
m1=max(find(x(:,5)>=0));
X1=[ones(m1,1) x(1:m1,1:n-1)];
Y1=x(1:m1,n);
[b, bint, r, rint, stats]=regress(Y1, X1)
rcoplot(r,rint)
sum(abs(X*b-Y))/t

figure
x([1 2 7 9 117 131],:)=[];
[m n]=size(x);
m1=max(find(x(:,5)>=0));
X1=[ones(m1,1) x(1:m1,1:n-1)];
Y1=x(1:m1,n);
[b, bint, r, rint, stats]=regress(Y1, X1)
rcoplot(r,rint)
sum(abs(X*b-Y))/t
```