任课教师： 班级：

专业： 学号：

年级： 姓名：

密 封 线

95

试题编号：P092

重庆邮电大学 2019-20 学年一学期（试卷）

《线性代数 A》课程（期末）（A 卷）（闭卷）

一、选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1、对于 n 阶方阵 A,B 总有（　　）.

（A）$|AB|=|BA|$　（B）$AB=BA$　（C）$(AB)^T=A^TB^T$　（D）$(AB)^2=A^2B^2$

2、设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&1\\2&3&\lambda+1\end{pmatrix}$ 的秩为 2，则 $\lambda=$（　　）.

（A）2　（B）1　（C）0　（D）-1

3、设 A 是 $m\times n$ 矩阵且 $R(A)=r$，则对于非齐次线性方程组 $Ax=b$ 有（　　）.

（A）$m=n$ 时，$Ax=b$ 有唯一解　（B）$r=n$ 时，$Ax=b$ 有唯一解

（C）$r=m$ 时，$Ax=b$ 有解　（D）$r<n$ 时，$Ax=b$ 有无穷多解

4、设 A 是 $m\times n$ 矩阵且 $R(A)=n-1$，ξ_1,ξ_2 是齐次线性方程组 $Ax=\mathbf{0}$ 的两个不同的解，则 $AX=0$ 的通解为（　　）.

（A）$k\xi_1$　（B）$k\xi_2$　（C）$k(\xi_1+\xi_2)$　（D）$k(\xi_1-\xi_2)$

5、设向量 α,β 的内积 $[\alpha+\beta,\alpha-\beta]=0$，则（　　）.

（A）$[\alpha,\alpha]=[\beta,\beta]$　（B）$\alpha=\beta$　（C）$[\alpha,\beta]=0$　（D）$\alpha=\mathbf{0}$ 或 $\beta=\mathbf{0}$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6、方阵 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$ 的行列式 $|A|=1$，则 $|\alpha_2-\alpha_1,\alpha_1,2\alpha_3+3\alpha_1-\alpha_2|=$______。

7、设 $A=\begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&2&-2\end{pmatrix}$，则 $A^3=$________。

8、设 A,B 为 n 阶方阵，E 为 n 阶单位阵，且 $A+E=AB$，则 $A^{-1}=$____________。

9、已知三阶方阵的特征值为 $1,2,-3$，则 $|A^*+3A+E|=$____________。

10、设 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2+2ax_1x_2+2bx_2x_3$ 是正定二次型，则数 a,b 应满足____________。

三、计算题 1（本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

11、设 $D=\begin{vmatrix}1 & -1 & 1 & 2\\ 2 & 1 & -1 & 1\\ 3 & 2 & 1 & 5\\ 5 & -3 & 6 & 2\end{vmatrix}$，$D$ 的 (i,j) 元的余子式记作 M_{ij}，求 $M_{41}-M_{42}-M_{43}+M_{44}$。

12、若 $A^2=O$，则称 A 为幂零方阵，求出一切二阶幂零方阵。

四、计算题 2（本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分）

13、设 $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & -3\\ 1 & 2 & -2\\ -1 & 3 & 2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\\ -2 & 5\end{pmatrix}$，求矩阵方程 $AX=B$ 的解。

14、设 $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 2 & -1 & 1\\ 2 & -4 & 8 & 0 & 2\\ -2 & 4 & -2 & 3 & 3\\ 3 & -6 & 0 & -6 & 4\end{pmatrix}$，求矩阵 A 的列向量组的一个最大无关组，并把不属于该最大无关组的列向量用该最大无关组线性表示。

五、应用题（本大题共 2 小题，第 1 小题 10 分，第 2 小题 14 分，共 24 分）

15、设 $V=\{\alpha=(x_1,x_2,x_3)^T \mid x_1,x_2,x_3\in \mathbb{R}$ 满足 $x_1+x_2+x_3=0\}$，V 是向量空间吗？若是，求出其维数和一个标准正交基。

16、（1）求一个正交变换，把 $f(x,y)=3x^2+3y^2-2xy$ 化为标准形；（2）二次曲线 $3x^2+3y^2-2xy+2\sqrt{2}x+6\sqrt{2}y=0$ 表示椭圆还是双曲线？求其半轴长和对称中心。

六、证明题（本大题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分）

17、向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 线性无关的充分必要条件是 $R(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m)=m$。

18、设 $\lambda\neq 0$ 是矩阵 $A_{m\times n}B_{n\times m}$ 的特征值，证明 λ 也是矩阵 $B_{n\times m}A_{m\times n}$ 的特征值。