

第二章

等效变换分析法

2.1 单口网络电阻串并联

- 电阻串联
- 电阻并联
- 电阻混联

2.2 实际电源两种电路模型及等效变换

- 实际电压源模型
- 实际电流源模型
- 两种电源模型间的等效互换

2.3 含源单口网络等效化简

- 独立源电路等效（电压源/电流源串并联）
- 不含受控源单口网络等效化简
- 含受控源单口网络等效化简

2.4 电源转移法

- 无伴电源及其分裂后等效电路

2.5 T- π 变换 (星型&Y型联接)

- 星型 & Y型电阻联接

第二章 等效变换分析

电阻电路：由电阻元件和独立电源组成的电路，称为电阻电路。独立电源在电阻电路中所起的作用与其它电阻元件完全不同，它是电路的输入或激励。独立电源所产生的电压和电流，称为电路的输出或响应。

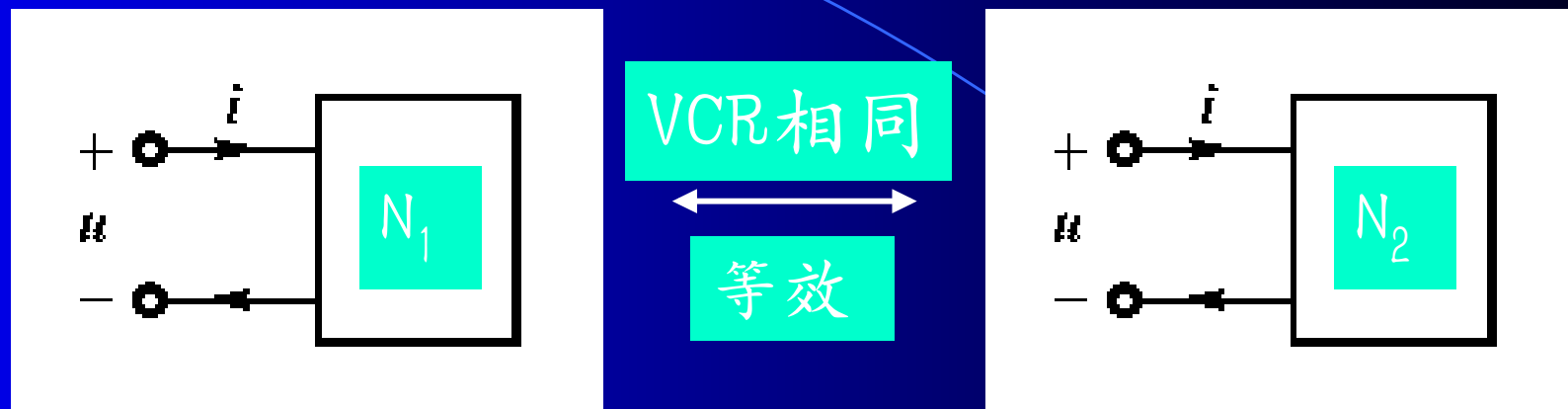
线性电阻电路：由线性电阻元件和独立电源组成的电路，称为线性电阻电路。其响应与激励之间存在线性关系，利用这种线性关系，可以简化电路的分析和计算。

上一章介绍的2b法的缺点是需联立求解的方程数目太多，给手算求解带来困难。本章通过两个途径来解决这个问题。

1. 利用单口网络的等效电路来减小电路规模，从而减少方程数目。

2. 减少方程变量的数目，用独立电流或独立电压作变量来建立电路方程。

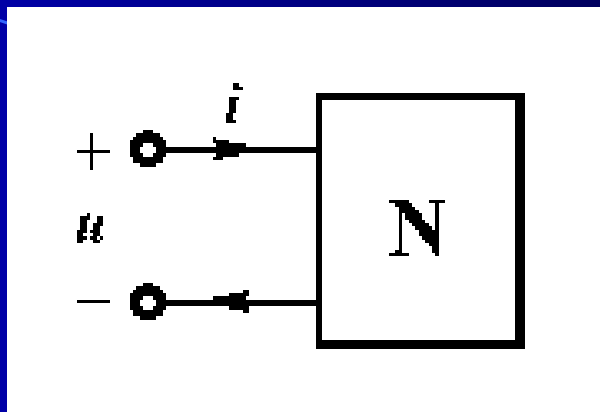
§ 2-1 电阻单口网络



单口网络：只有两个端钮与其它电路相连接的网络，称为二端网络。当强调二端网络的端口特性，而不关心网络内部的情况时，称二端网络为单口网络，简称为单口(One—port)。

电阻单口网络的特性由端口电压电流关系(简称为VCR)来表征(它是 i 平面上的一条曲线)。

等效单口网络：当两个单口网络的VCR关系完全相同时，称这两个单口是互相等效的。



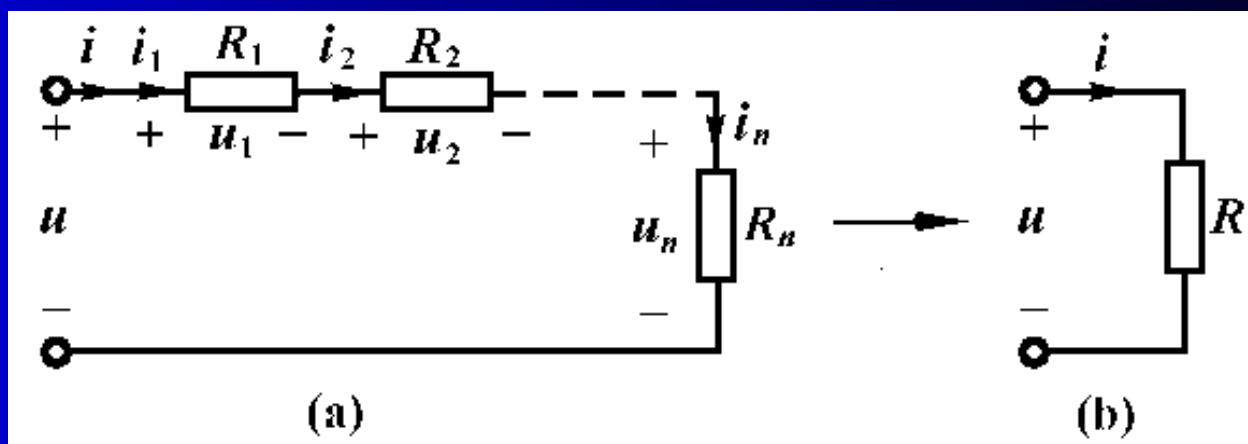
单口的等效电路：根据单口VCR方程得到的电路，称为单口的等效电路。单口网络与其等效电路的端口特性完全相同。一般来说，等效单口内部的结构和参数并不相同，谈不上什么等效问题。

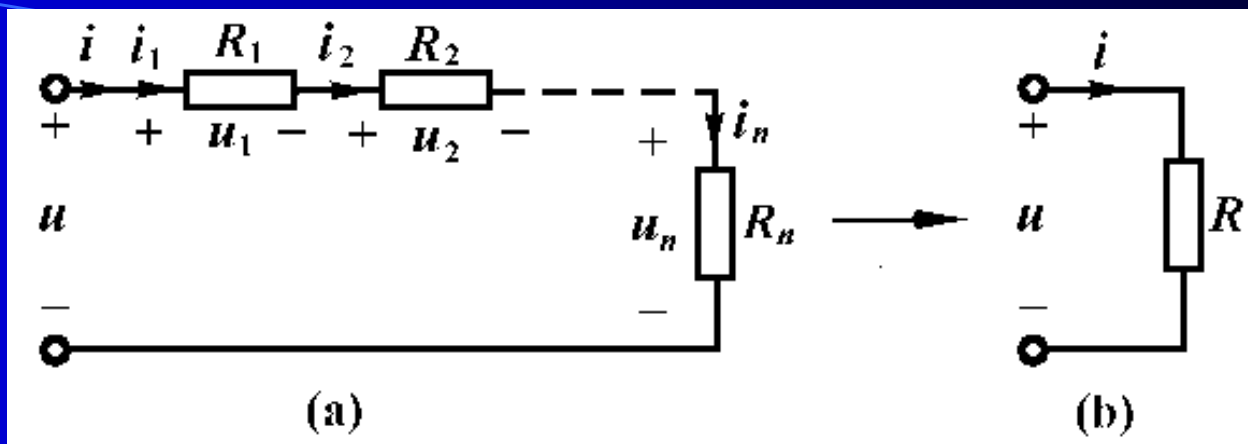
利用单口的等效来简化电路分析：将电路中的某些单口用其等效电路代替时，不会影响电路其余部分的支路电压和电流，但由于电路规模的减小，则可以简化电路的分析和计算。

一、线性电阻的串联和并联

1. 线性电阻的串联

两个二端电阻首尾相联，各电阻流过同一电流的连接方式，称为电阻的串联。图(a)表示 n 个线性电阻串联形成的单口网络。





用2b方程求得端口的VCR方程为

$$\begin{aligned}
 u &= u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n \\
 &= R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 + \dots + R_n i_n \\
 &= (R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n) i \\
 &= Ri
 \end{aligned}$$

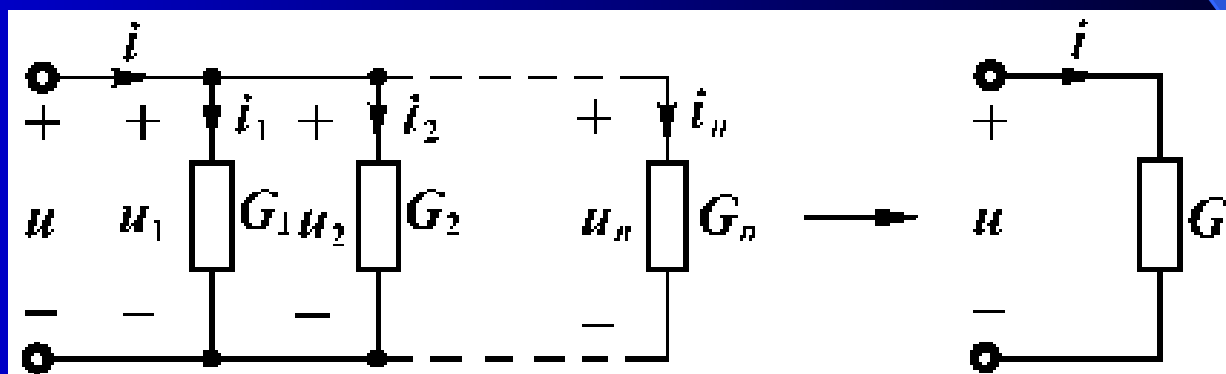
其中

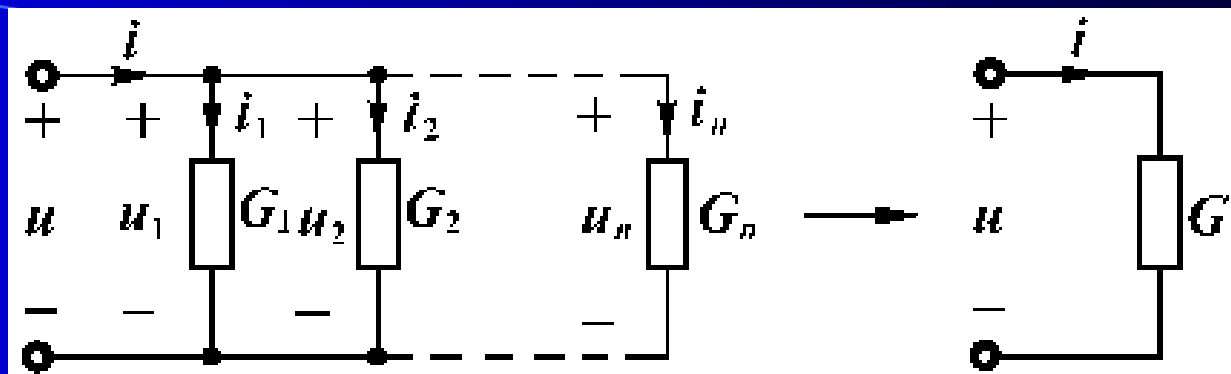
$$R = \frac{u}{i} = \sum_{k=1}^n R_k$$

上式表明 n 个线性电阻串联的单口网络，就端口特性而言，等效于一个线性二端电阻，其电阻值由上式确定。

2. 线性电阻的并联

两个二端电阻首尾分别相联，各电阻处于同一电压下的连接方式，称为电阻的并联。图(a)表示 n 个线性电阻的并联。





求得端口的VCR方程

为

$$\begin{aligned}
 i &= i_1 + i_2 + i_3 + \cdots + i_n \\
 &= G_1 u_1 + G_2 u_2 + G_3 u_3 + \cdots + G_n u_n \\
 &= (G_1 + G_2 + G_3 + \cdots + G_n) u \\
 &= Gu
 \end{aligned}$$

其中

$$G = \frac{i}{u} = \sum_{k=1}^n G_k$$

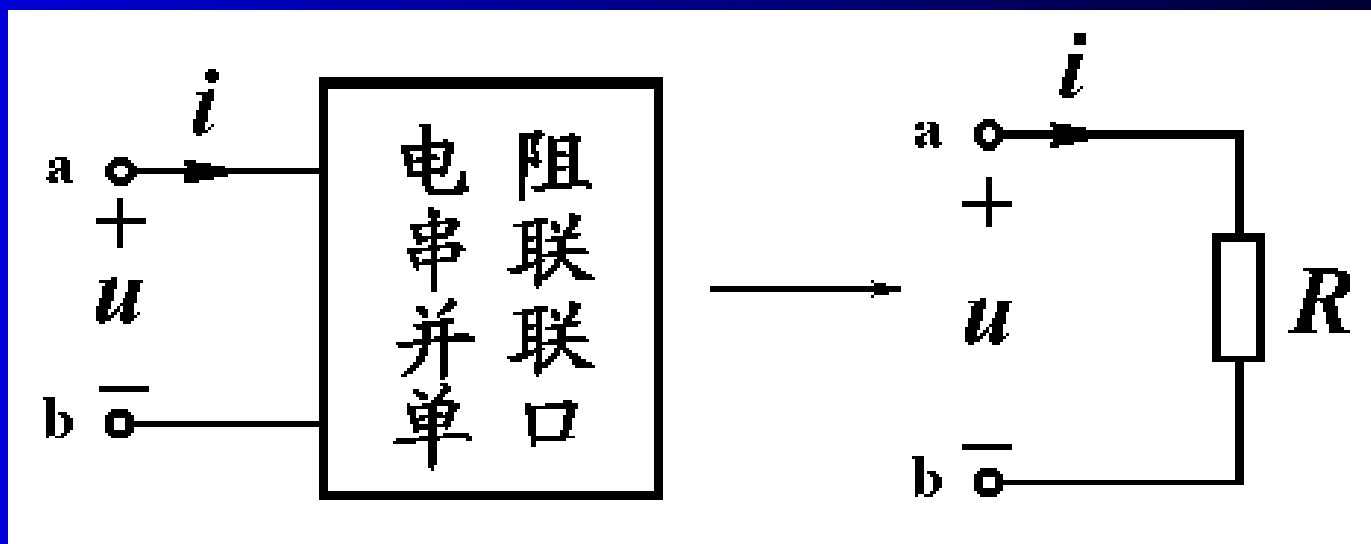
上式表明n个线性电阻并联的单口网络，就端口特性而言，等效于一个线性二端电阻，其电导值由上式确定。

两个线性电阻并联单口的等效电阻值，也可用以下公式计算

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

3. 线性电阻的串并联

由若干个线性电阻的串联和并联所形成的单口网络，就端口特性而言，等效于一个线性二端电阻，其等效电阻值可以根据具体电路，多次利用电阻串联和并联单口的等效电阻公式(2-1)和(2-2)计算出来。



例2-1 电路如图2-3(a)所示。

已知 $R_1=6\Omega$, $R_2=15\Omega$, $R_3=R_4=5\Omega$ 。

试求ab两端和cd两端的等效电阻。

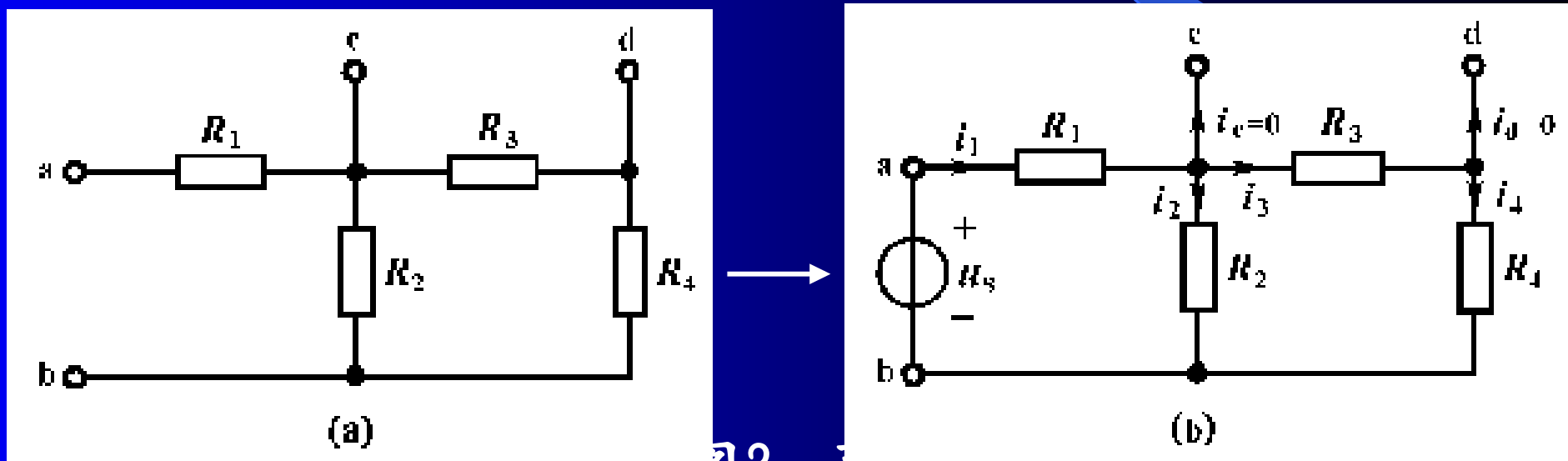
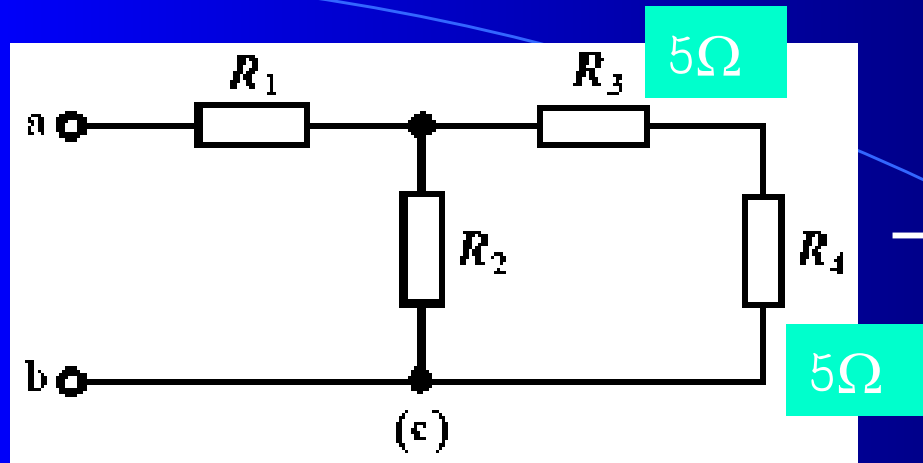
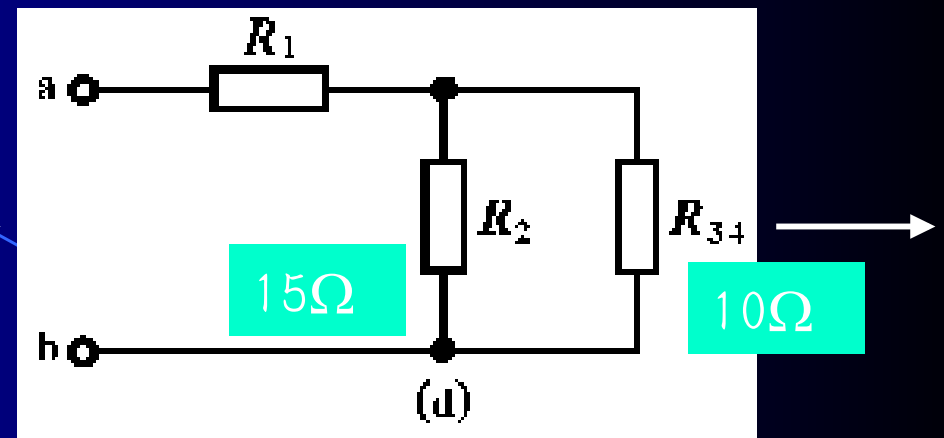


图2-3

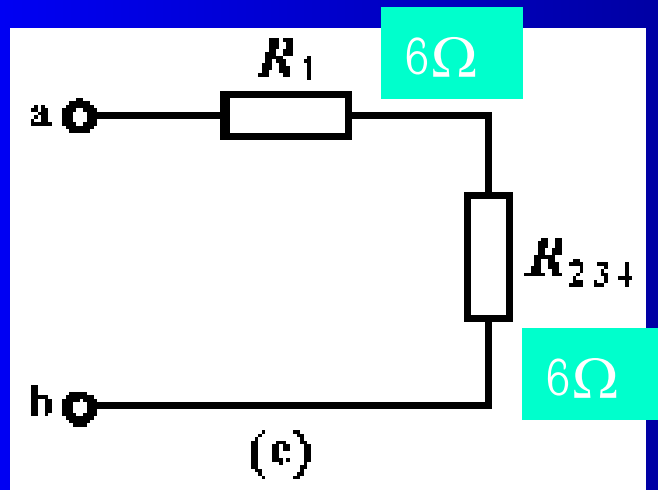
为求 R_{ab} , 在ab两端外加电压源, 根据各电阻中的电流电压是否相同来判断电阻的串联或并联。



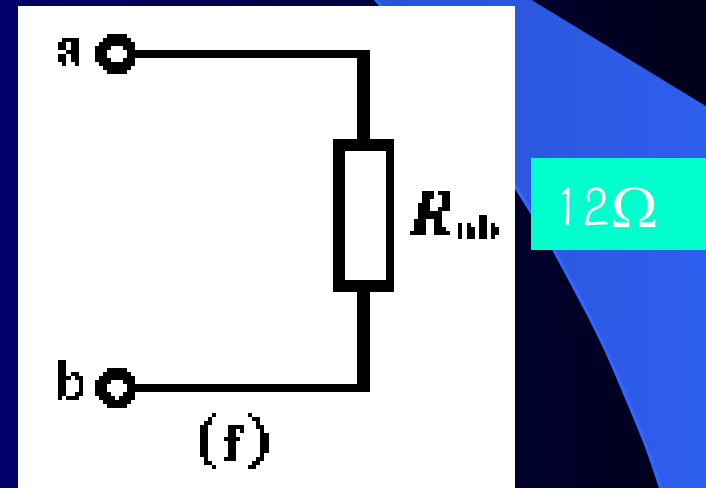
$$R_{34} = R_3 + R_4 = 10\ \Omega$$



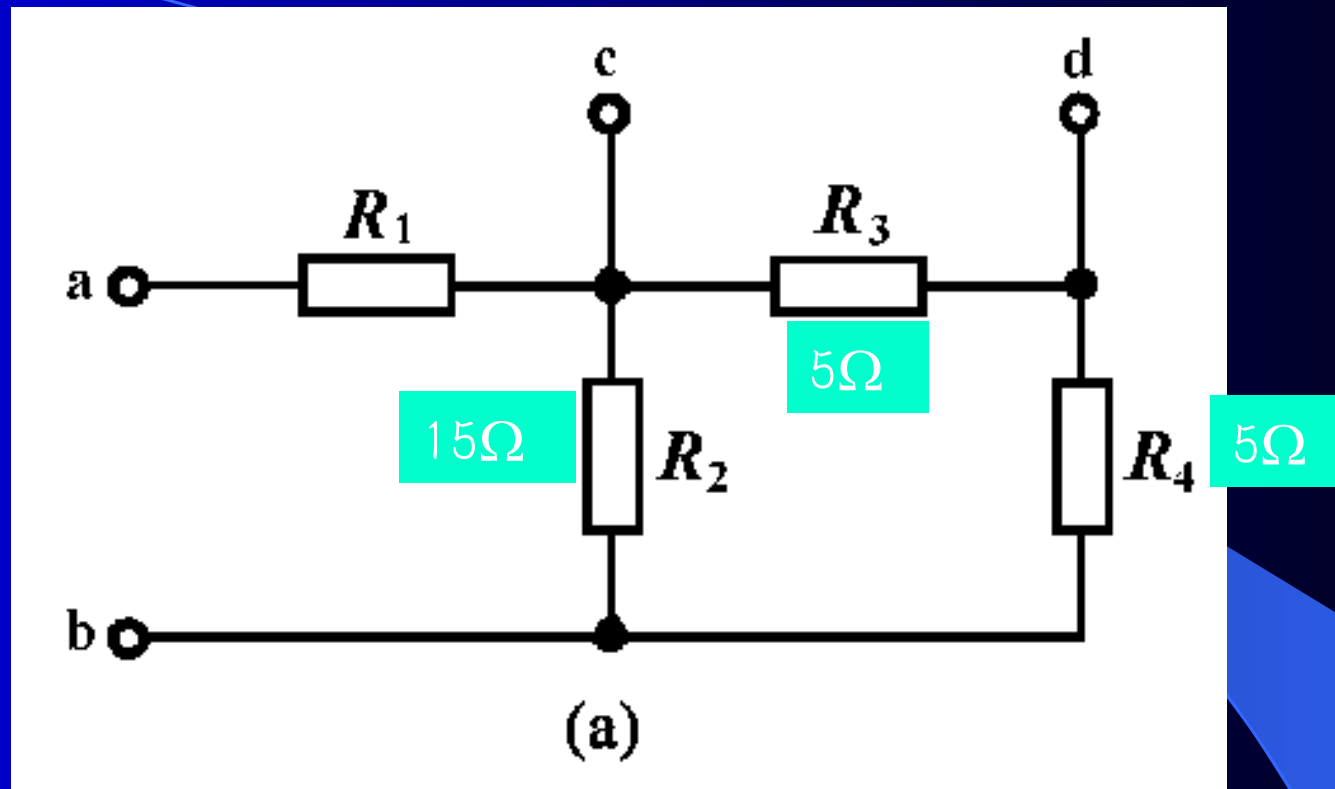
$$R_{234} = \frac{R_2 R_{34}}{R_2 + R_{34}} = \frac{15 \times 10}{15 + 10}\ \Omega = 6\ \Omega$$



$$R_{ab} = R_1 + R_{234} = 6\ \Omega + 6\ \Omega = 12\ \Omega$$



$$R_{ab} = R_1 + \frac{R_2 (R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} = 6\ \Omega + \frac{15 (5 + 5)}{15 + 5 + 5}\ \Omega = 12\ \Omega$$

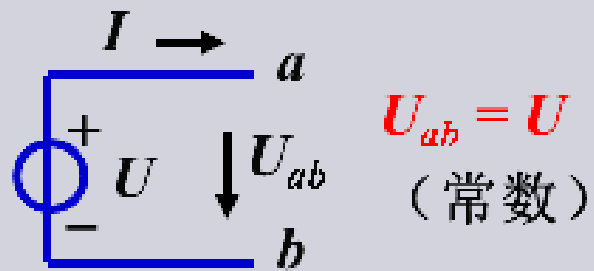
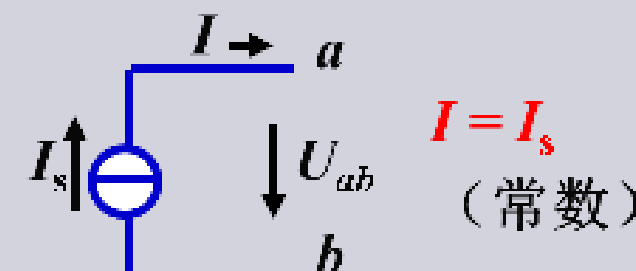


显然，cd两点间的等效电阻为

$$R_{cd} = \frac{R_3 (R_2 + R_4)}{R_3 + R_2 + R_4} = \frac{5(15 + 5)}{5 + 15 + 5} \Omega = 4\Omega$$

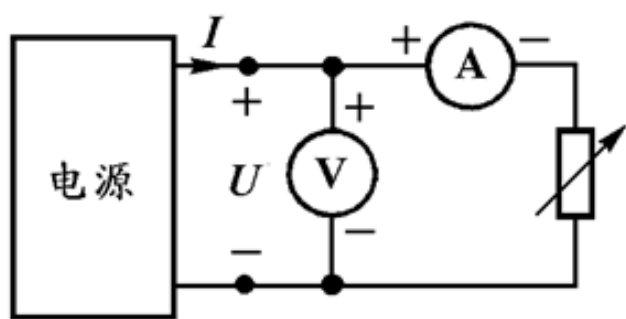
2.2、实际电源的两种电路模型及其等效变换

恒压源与恒流源特性

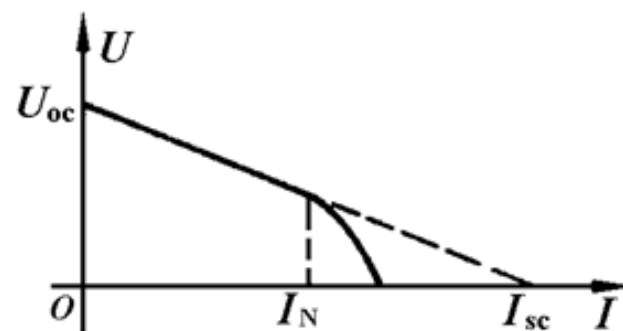
	恒压源	恒流源
不 变 量	 U_{ab} 的大小、方向均为恒定，外电路负载对 U_{ab} 无影响。	 I 的大小、方向均为恒定，外电路负载对 I 无影响。
变化量	输出电流 I 可变， I 的大小、方向均由外电路决定	端电压 U_{ab} 可变 U_{ab} 的大小、方向均由外电路决定

2.2 实际电源的电路模型

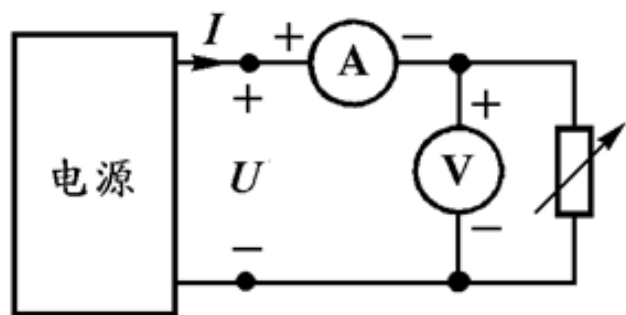
实际电源的电压(或电流)往往会随着电源电流(或电压)的增加而下降。图(a)和(c)表示用电压表、电流表和可变电阻器测量直流电源VCR特性曲线的实验电路。所测得的两种典型VCR曲线如图 (b) 和(d)所示



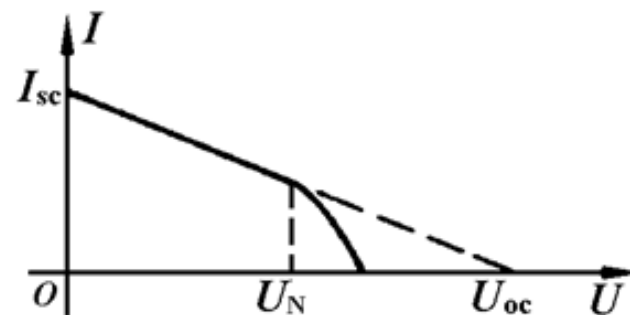
(a)



(b)



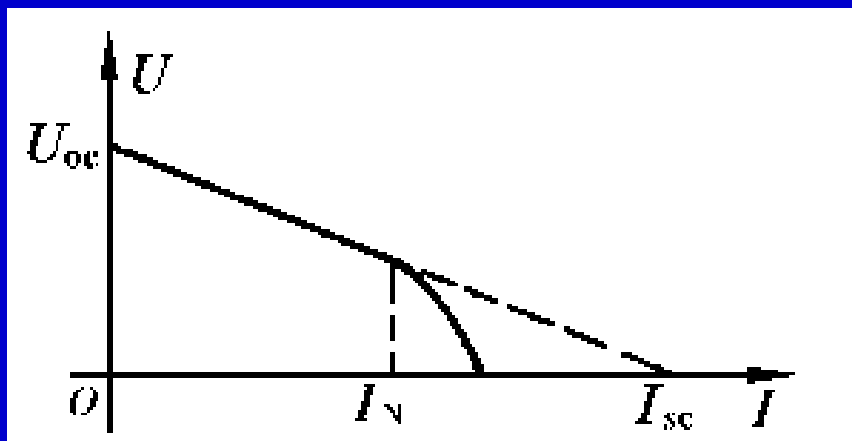
(c)



(d)

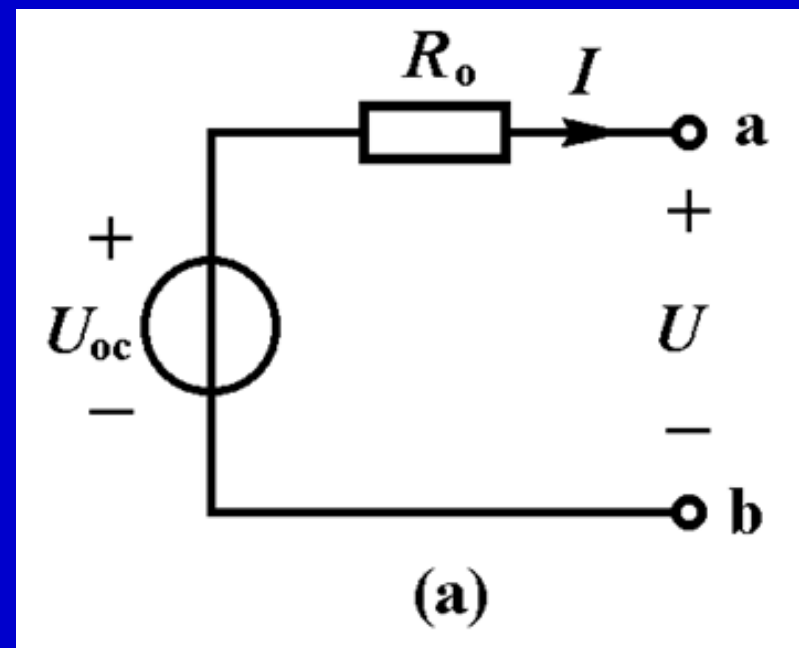
2.2.1 实际电压源的电路模型

根据 $U = U_{oc} - R_o I$ 得到的电路模型如图(a)所示，它由电压源 U_{oc} 和电阻 R_o 的串联组成。电阻 R_o 的电压降模拟实际电源电压随电流增加而下降的特性。电阻 R_o 越小的电源，其电压越稳定。



UI特性曲线

$$U = U_{oc} - \frac{U_{oc}}{I_{sc}} I = U_{oc} - R_o I$$



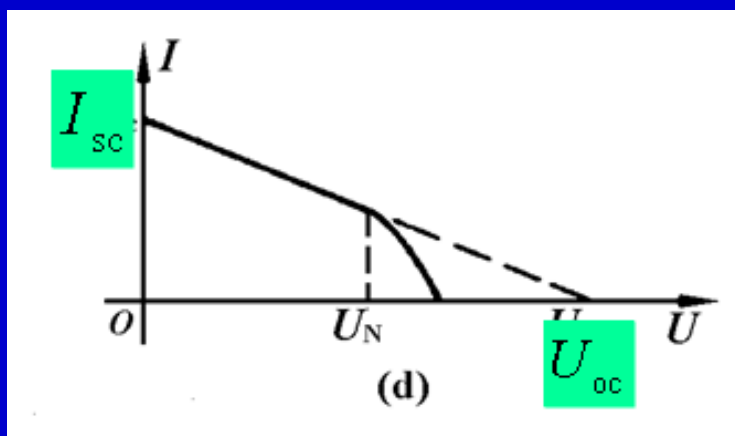
实际电源电压源模型

2.2.2 实际电流源的电路模型

$$I = I_{sc} - G_0 U$$

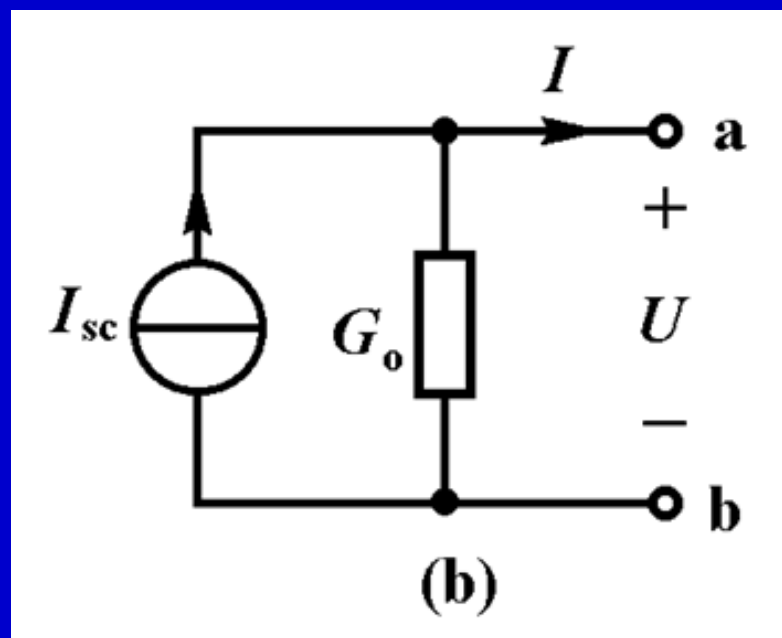
作出的电路模型

如图(b)所示，它由电流源 I_{sc} 和电导为 G_0 的电阻并联组成。电阻中的电流模拟实际电源电流随电压增加而减小的特性。并联电阻的电导 G_0 越小(R 越大)的电源，其电流越稳定。



UI特性曲线

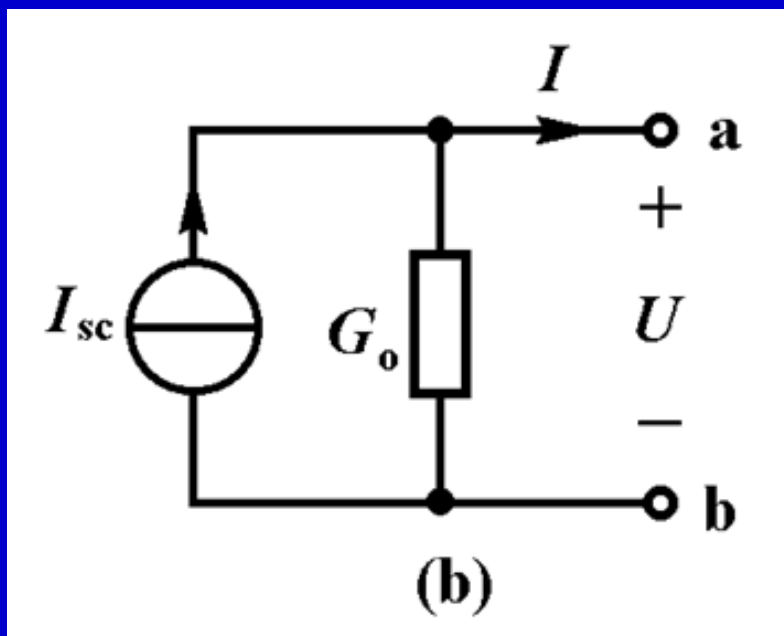
$$I = I_{sc} - \frac{I_{sc}}{U_{oc}} U = I_{sc} - G_0 U$$



实际电源电流源模型

2.2 实际电源的电路模型

问题： 实际电流源是一个理想电流源与一个无穷大的电阻并联，可为什么是并联才行，为什么不是串联使其电流不会因负载电阻影响而变化，就算是并联才能做到输出电流不变，可它是怎么做到的，



- 电流源输出电流大小与串联的电阻无关，串联电阻没有任何意义！
- 并联电阻的每个电阻会从电流源分得不同的电流。即：并联电阻会影响到电流源的输出效果，所以实际电流源的等效结果是：理想电流源与电阻的并联，而不是串联！
- 并联电阻之间的分流关系是反比例，并联内阻无穷大时，端口电流，非常接近电流源的恒定电流

因此：实际电流源就是理想电流源再并联一个极大电阻的等效！

2.2.3 两种电源模型间的等效互换

含源线性电阻单口可能存在两种形式的VCR方程，

即

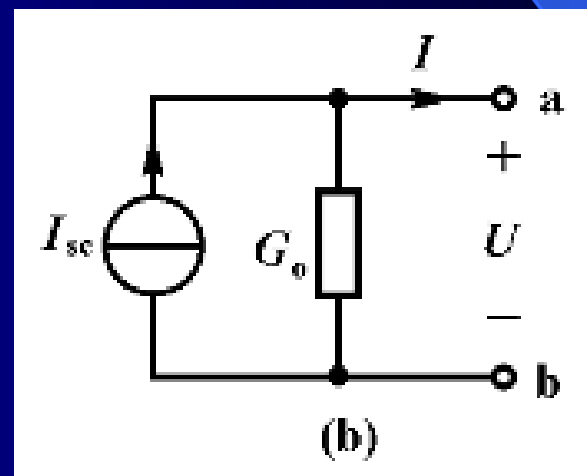
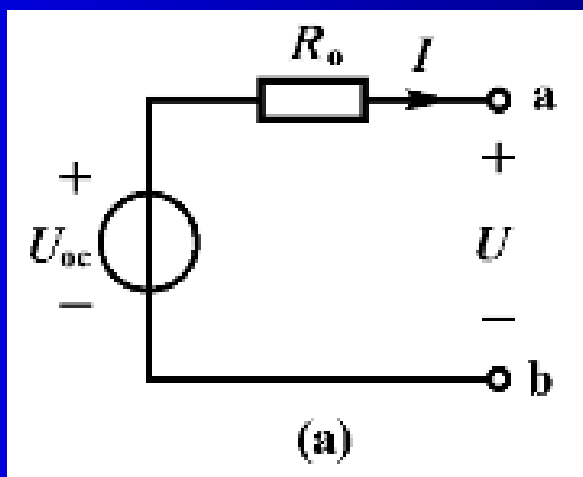
$$U = U_{oc} - R_o I \quad (2-6)$$

分压

$$I = I_{sc} - G_o U \quad (2-7)$$

分流

相应的两种等效电路，如图(a)和(b)所示。



式(2-7)改写为

$$U = \frac{1}{G_o} I_{sc} - \frac{1}{G_o} I$$

2.2.3 两种电源模型间的等效互换

$$U = U_{oc} - R_o i \quad (2-6)$$

$$U = \frac{1}{G_0} I_{sc} - \frac{1}{G_0} I$$

理想电压源VCR

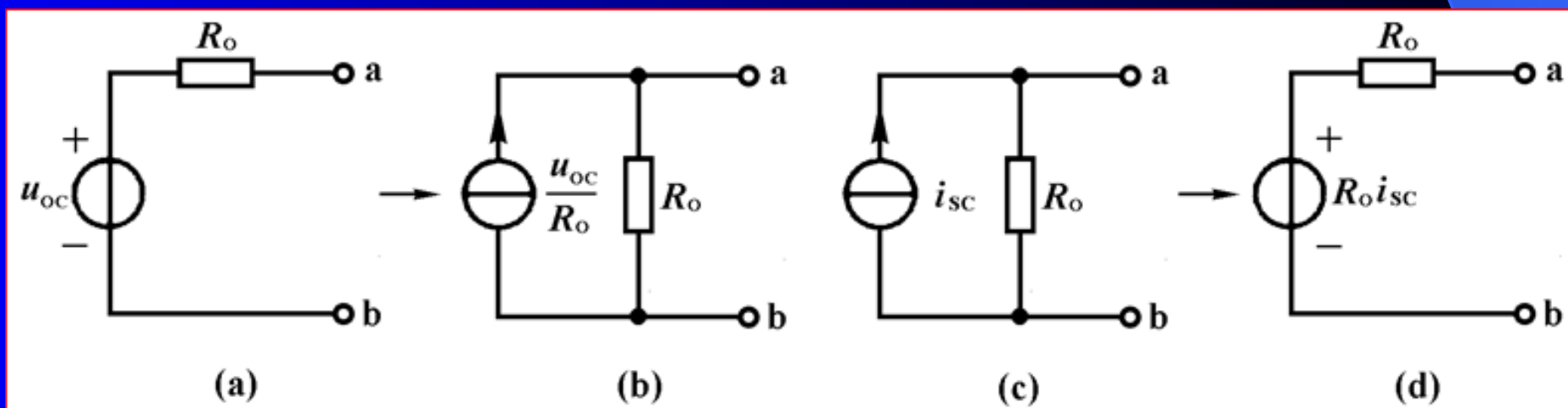
理想电流源VCR

令式(2-6)和(2-8)对应系数相等, 可求得等效条件为

$$R_o = \frac{1}{G_o}$$

$$u_{oc} = \frac{1}{G_o} i_{sc} \quad \text{或} \quad i_{sc} = G_o u_{oc}$$

单口网络两种等效电路的等效变换可用下图表示。



例题 用电源等效变换求图2-12(a)单口网络的等效电路。

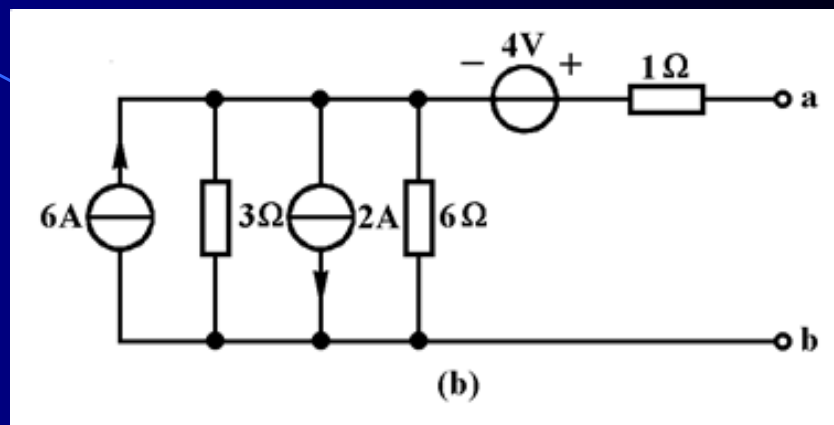
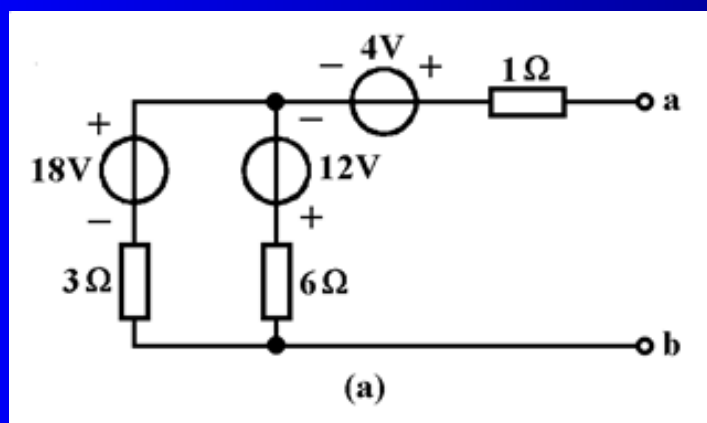
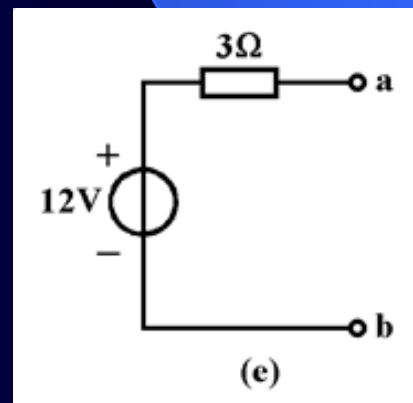
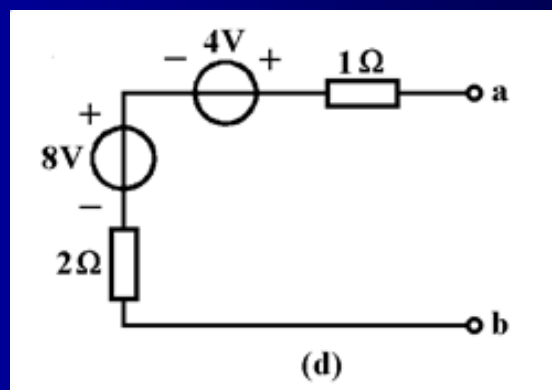
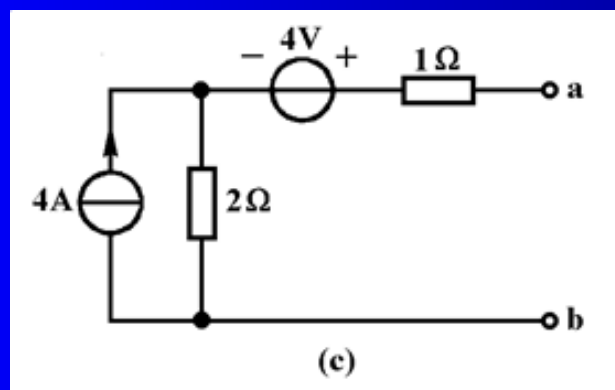


图2-12

将电压源与电阻的串联等效变换为电流源与电阻的并联。



将电流源与电阻的并联变换为电压源与电阻的串联等效。

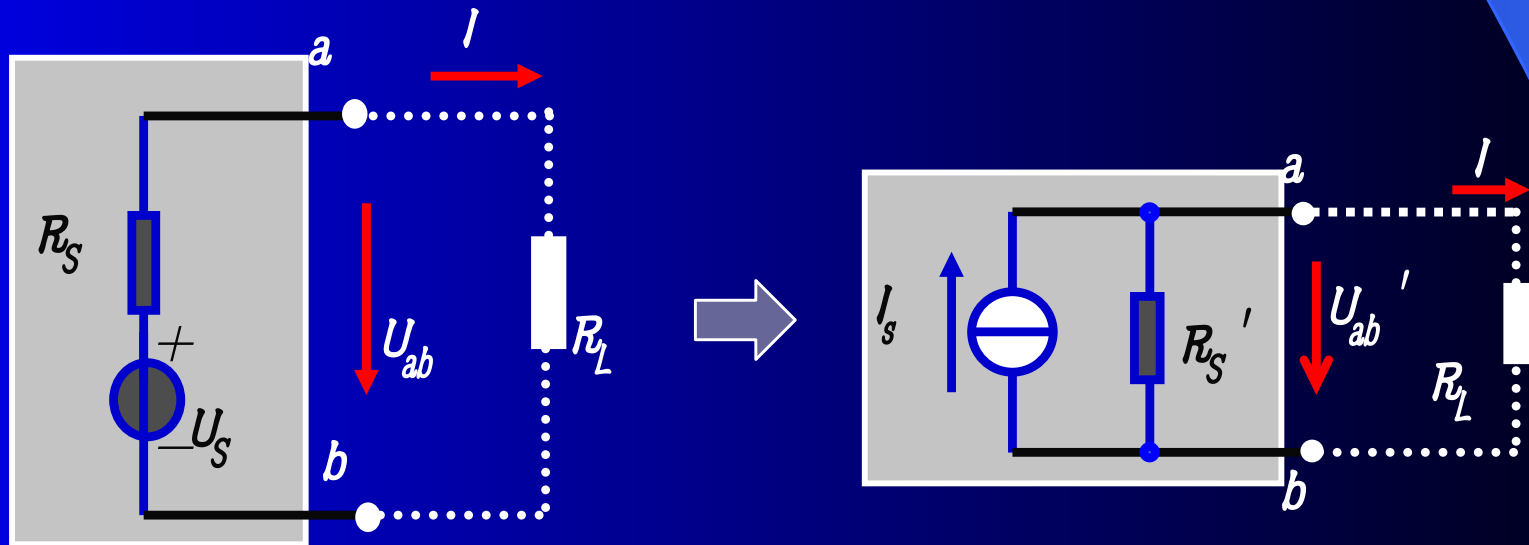
2.2.3 两种电源模型间的等效互换

等效变换的注意事项

1) “等效”是指“对外”等效（等效互换前后对外V/A特性一致），对电源内部则是不等效的。

例：当 $R_L = \infty$ 时，电压源的内阻 R_0 中不损耗功率，而电流源的内阻 R_0 中则损耗功率。

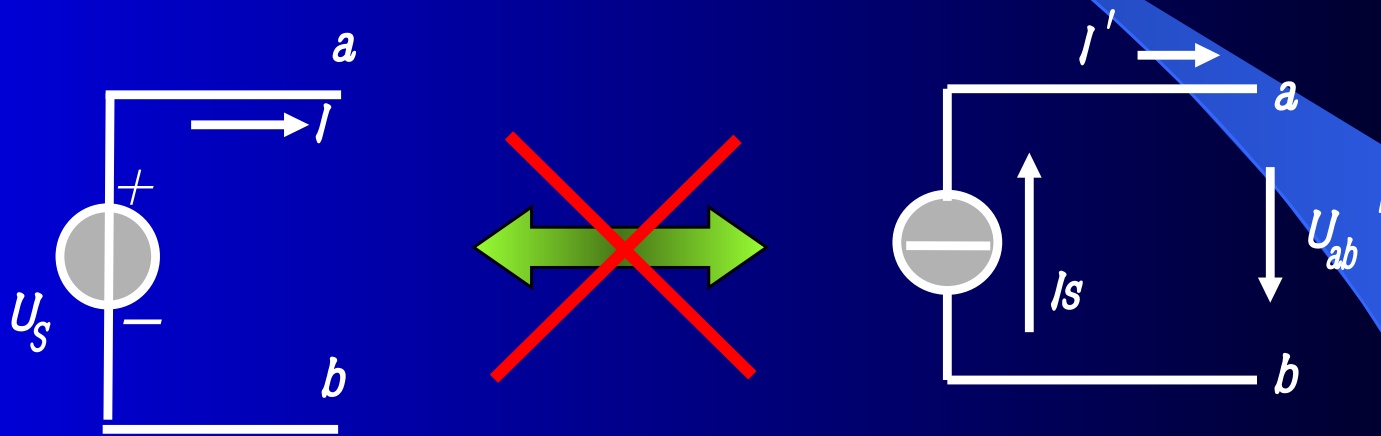
2) 注意转换前后 U_S 与 I_S 的方向须一致。



2.2.3 两种电源模型间的等效互换

等效变换的注意事项

3) 理想恒压源和恒流源不能直接等效互换



4) 进行电路计算时，恒压源串电阻和恒流源并电阻两者之间均可等效变换。 R_S 和 $R_{S'}$ 不一定是电源内阻。

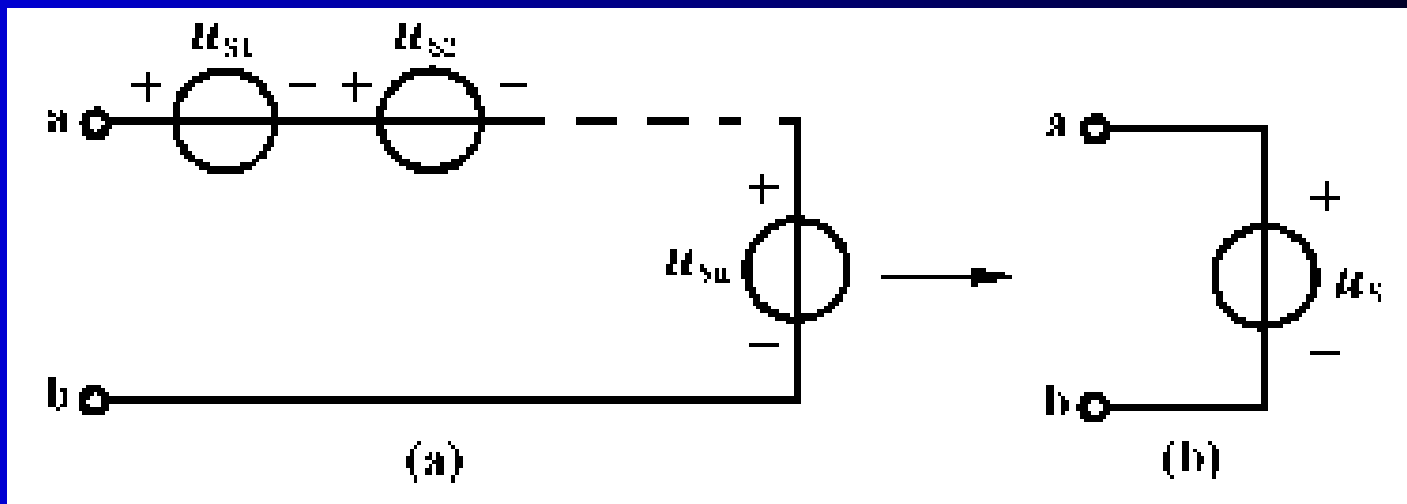
2.3 含源单口网络等效化简

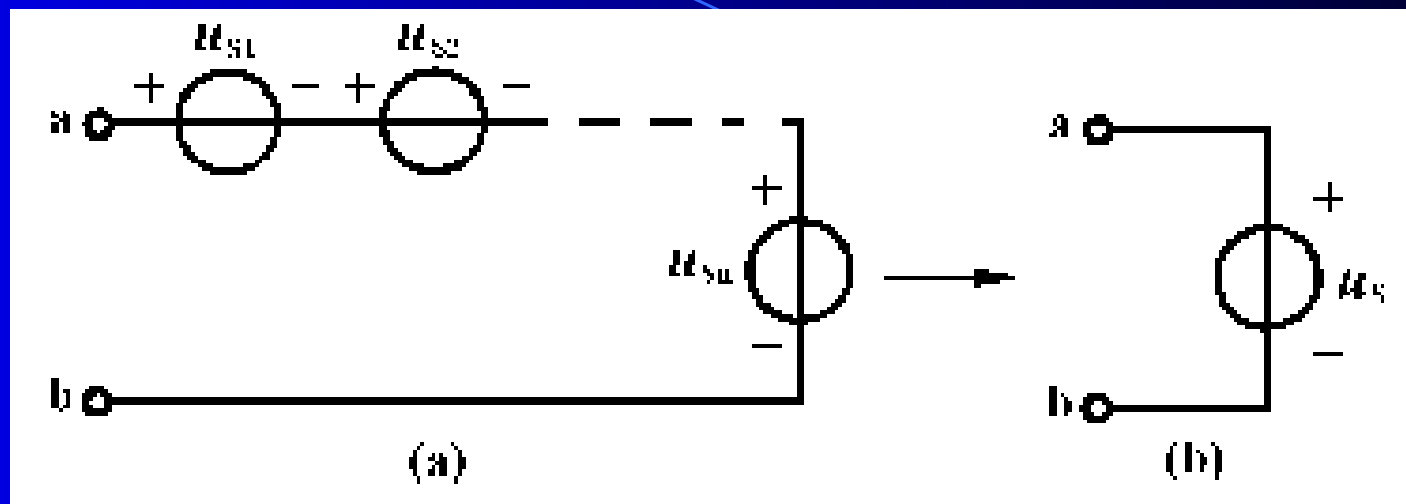
2.3.1 简单独立源电路的等效

根据独立电源的VCR方程和 KCL、KVL方程可得到以下公式：

1. n 个独立电压源的串联单口网络，如图2-4(a)所示，就端口特性而言，等效于一个独立电压源，其电压等于各电压源电压的代数和

$$U_S = \sum_{k=1}^n U_{S_k} \quad (2-4)$$





$$U_S = \sum_{k=1}^n U_{S_k} \quad (2-4)$$

其中与 U_S 参考方向相同的电压源 U_k 取正号，相反则取负号。

2. n 个独立电流源的并联单口网络，如图2-5(a)所示，就端口特性而言，等效于一独立电流源，其电流等于各电流源电流的代数和

$$i_S = \sum_{k=1}^n i_{S_k} \quad (2-5)$$

与 i_S 参考方向相同的电流源 i_{S_k} 取正号，相反则取负号。

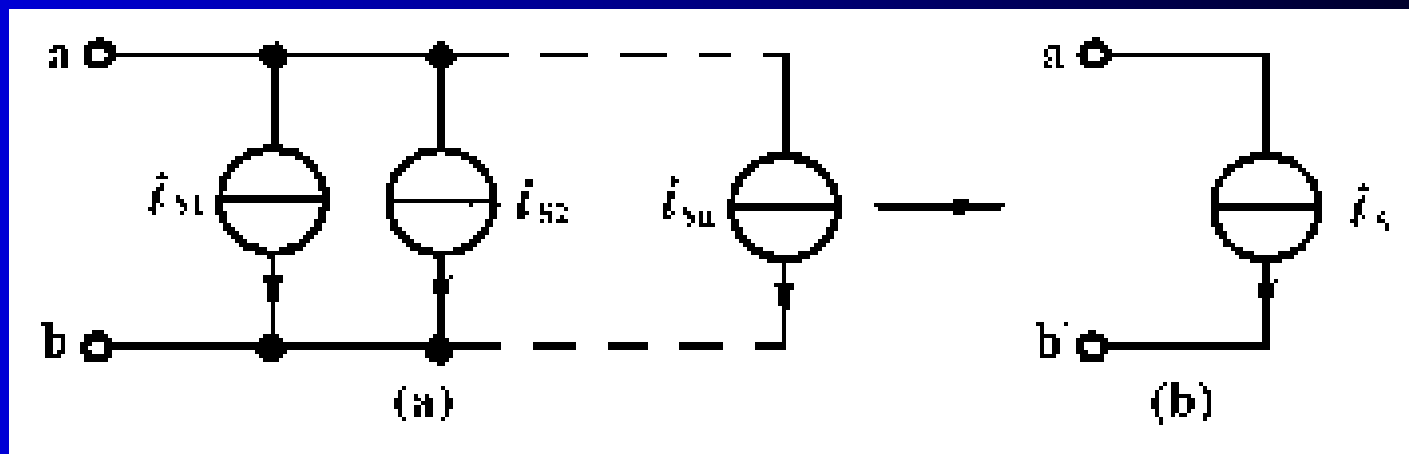


图2-5

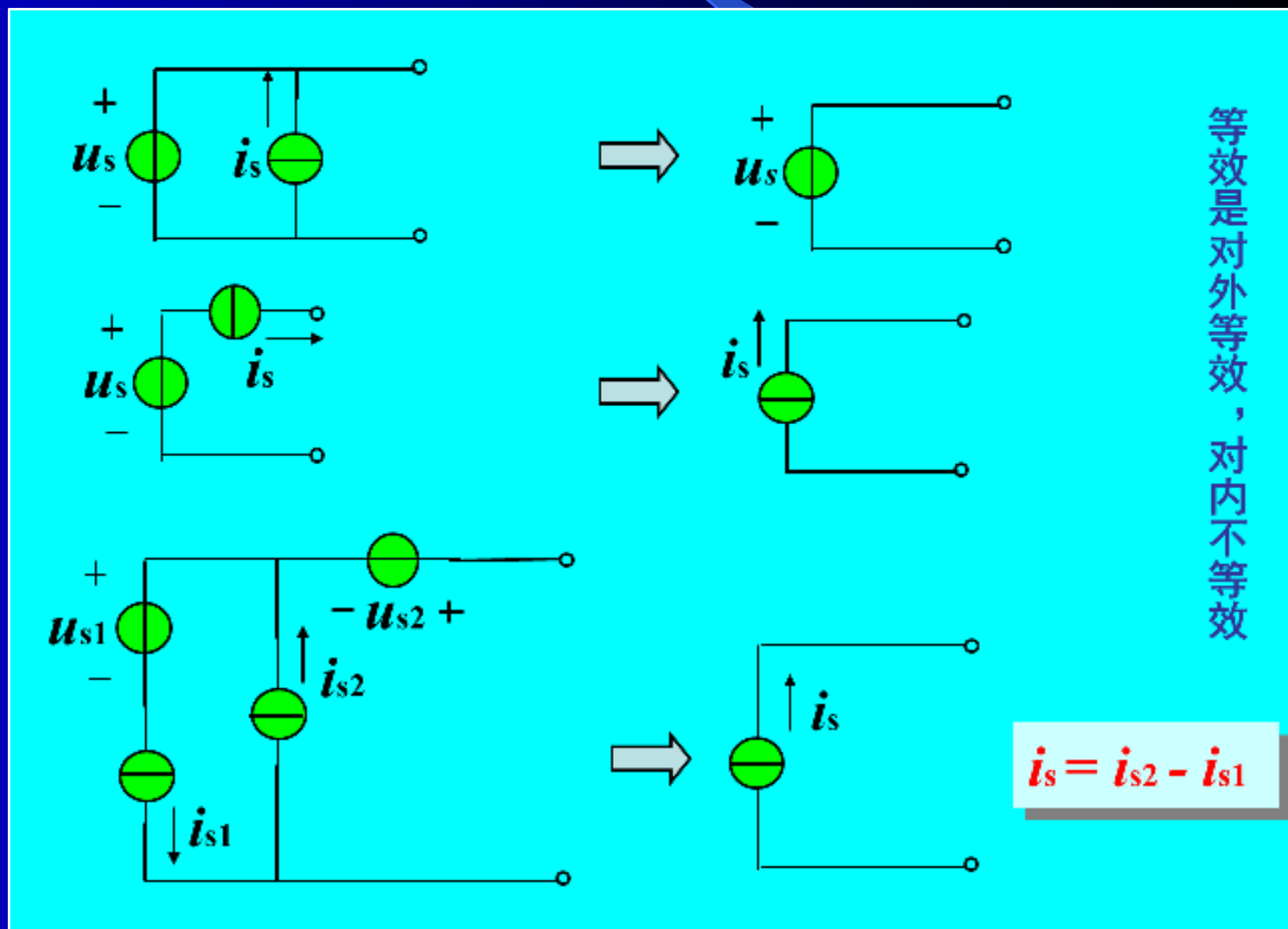
就电路模型而言，

- 两个电压完全相同的电压源才能并联；
- 两个电流完全相同的电流源才能串联，否则将违反 KCL、KVL和独立电源的定义

例：

特别的：

- 凡是和电压源并联的单口网络可以直接等效为一个电压源
- 凡是和电流源串联的单口网络可以直接等效为一个电流源



例2-2 图2-6(a)电路中。已知 $u_{s1}=10V$, $u_{s2}=20V$, $u_{s3}=5V$,

$$R_1=2\Omega, R_2=4\Omega, R_3=6\Omega \text{ 和 } R_L=3\Omega。$$

求电阻 R_L 的电流和电压。

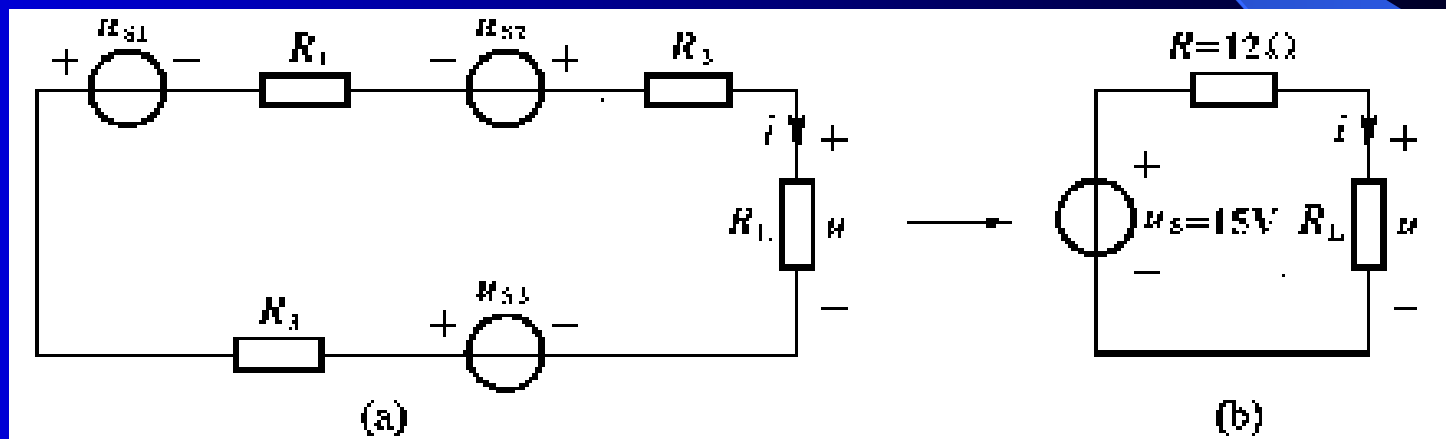


图2-6

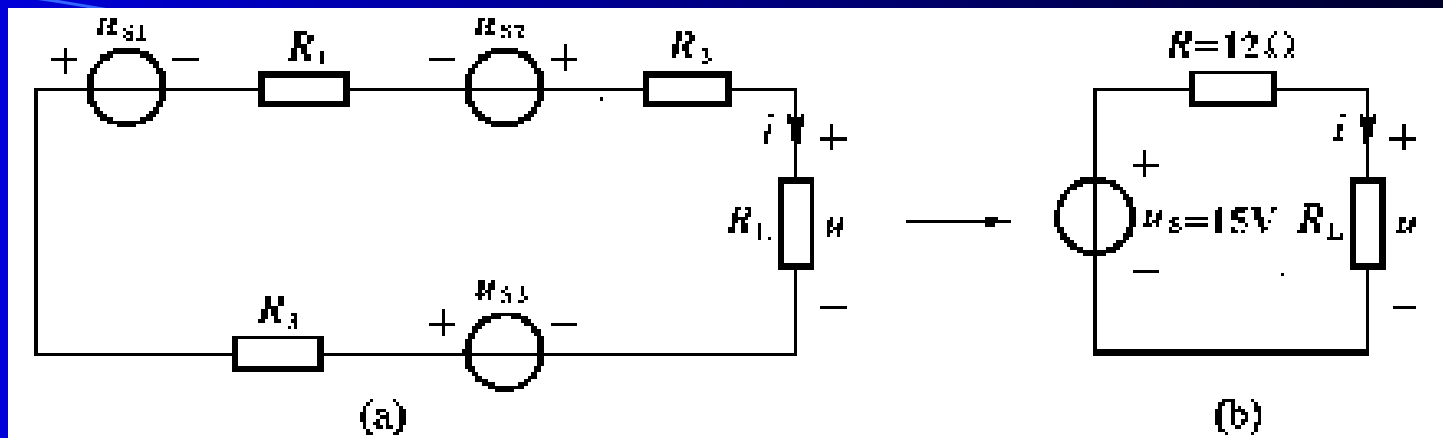


图2-6

解：为求电阻 R_L 的电压和电流，可将三个串联的电压源等效为一个电压源，其电压为

$$U_S = U_{S2} - U_{S1} + U_{S3} = 20V - 10V + 5V = 15V$$

将三个串联的电阻等效为一个电阻，其电阻为

$$R = R_2 + R_1 + R_3 = 4\Omega + 2\Omega + 6\Omega = 12\Omega$$

由图(b)电路可求得电阻 R_L 的电流和电压分别为：

$$i = \frac{U_S}{R + R_L} = \frac{15V}{12\Omega + 3\Omega} = 1A \quad u = R_L i = 3\Omega \times 1A = 3V$$

例2-3 电路如图2-7(a)所示。已知 $i_{s1}=10\text{A}$, $i_{s2}=5\text{A}$, $i_{s3}=1\text{A}$,
 $G_1=1\text{S}$, $G_2=2\text{S}$ 和 $G_3=3\text{S}$, 求电流 i_1 和 i_3 。

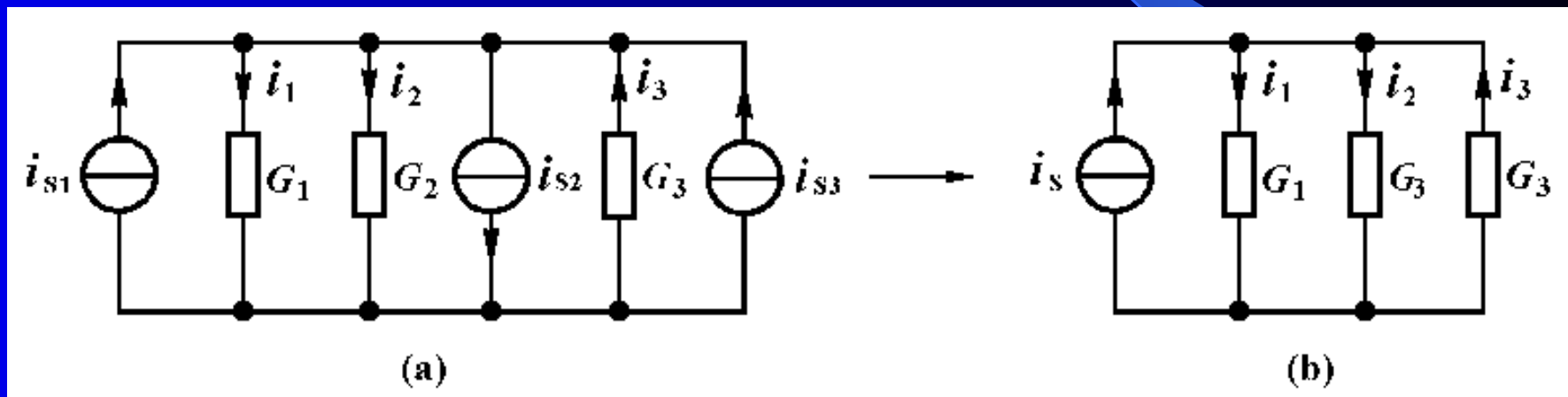


图2-7

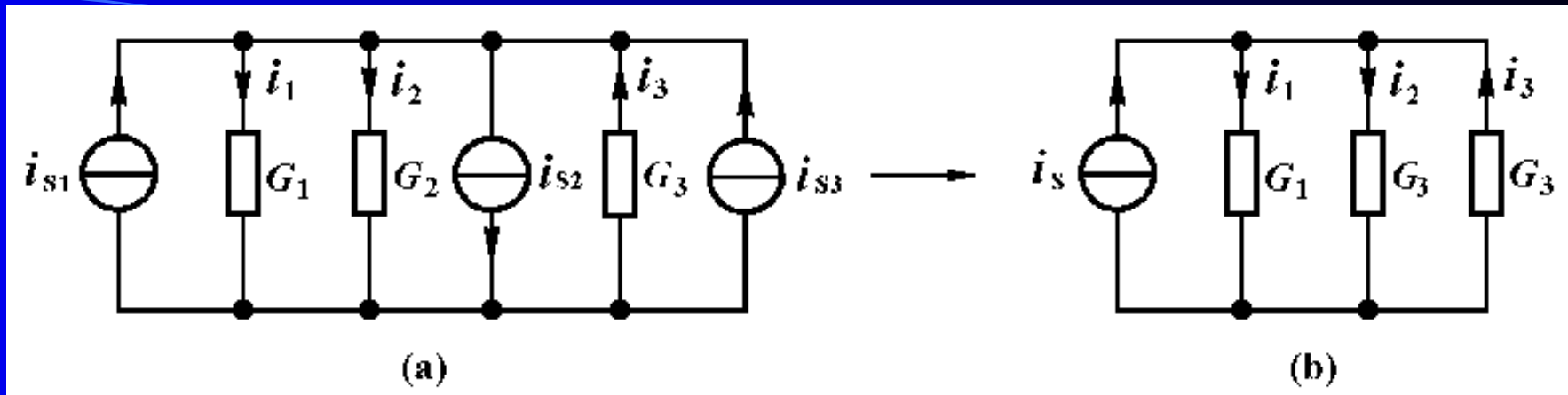


图2-7

解：为求电流 i_1 和 i_3 ，可将三个并联的电流源等效为一个电流源，其电流为

$$i_s = i_{s1} - i_{s2} + i_{s3} = 10 \text{ A} - 5 \text{ A} + 1 \text{ A} = 6 \text{ A}$$

得到图(b)所示电路，用分流公式求得：

$$i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_3} i_s = \frac{1}{1 + 2 + 3} \times 6 \text{ A} = 1 \text{ A}$$

$$i_3 = \frac{-G_3}{G_1 + G_2 + G_3} i_s = \frac{-3}{1 + 2 + 3} \times 6 \text{ A} = -3 \text{ A}$$

2.1 单口网络电阻串并联

- 电阻串联
- 电阻并联
- 电阻混联

2.2 实际电源两种电路模型及等效变换

- 实际电压源模型
- 实际电流源模型
- 两种电源模型间的等效互换

2.3 含源单口网络等效化简

- 独立源电路等效 (电压源/电流源串并联)
- 不含受控源单口网络等效化简
- 含受控源单口网络等效化简

2.4 电源转移法

- 无伴电源及其分裂后等效电路

2.5 T- π 变换 (星型&Y型联接)

- 星型 & Y型电阻联接

2.3.2 含独立电源的电阻单口网络等效化简

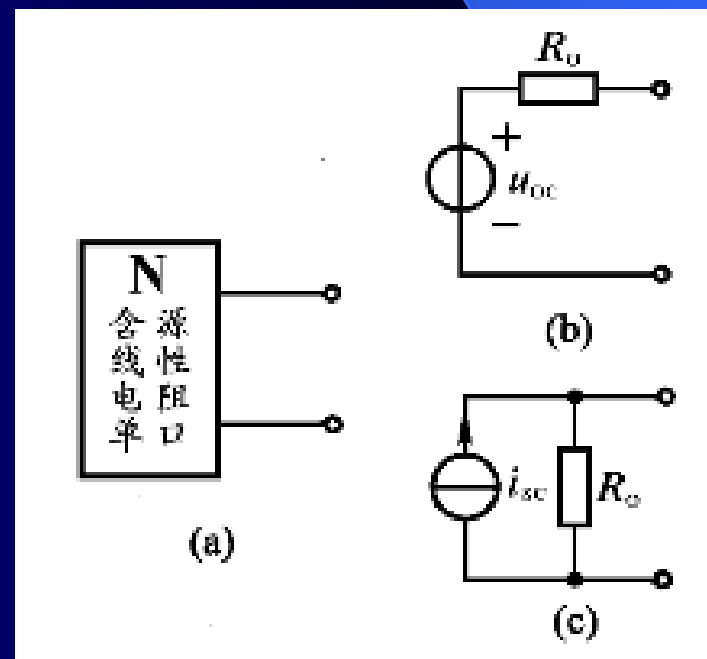
- 简单独立电源的等效

一般来说, 由一些独立电源和一些线性电阻元件组成的线性电阻单口网络, 就端口特性而言, 可以等效为一个线性电阻和电压源的串联, 或者等效为一个线性电阻和电流源的并联。可以通过计算端口VCR方程, 得到相应的等效电路。

- 两种电源间的等效变换

电流源 - 电压源

- 电阻的串并联等效化简



例2—8 求图2—14(a)电路中电流*i*。

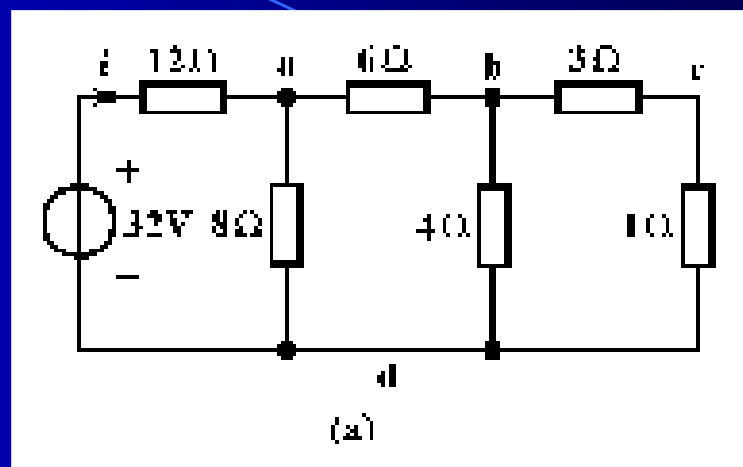


图2—14

解：可用电阻串并联公式化简电路。

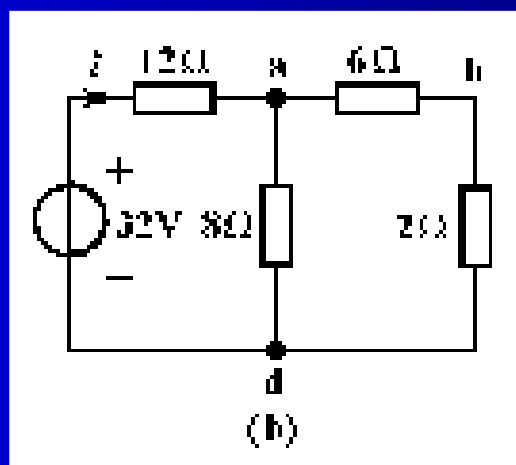
具体计算步骤如下：

先求出3Ω和1Ω电阻串联再与4Ω电阻并联的等效电阻

R_{bd}

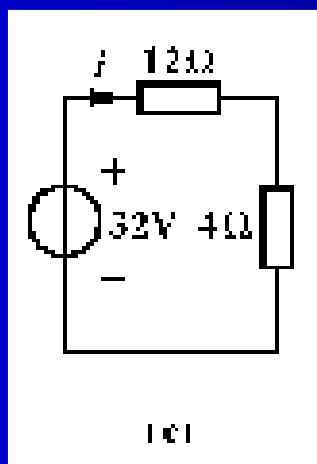
$$R_{bd} = \frac{4(3+1)}{4+3+1} \Omega = 2 \Omega$$

得到图(b)电路。再求出 6Ω 和 2Ω 电阻串联再与 8Ω 并联的等效电阻 R_{ad}



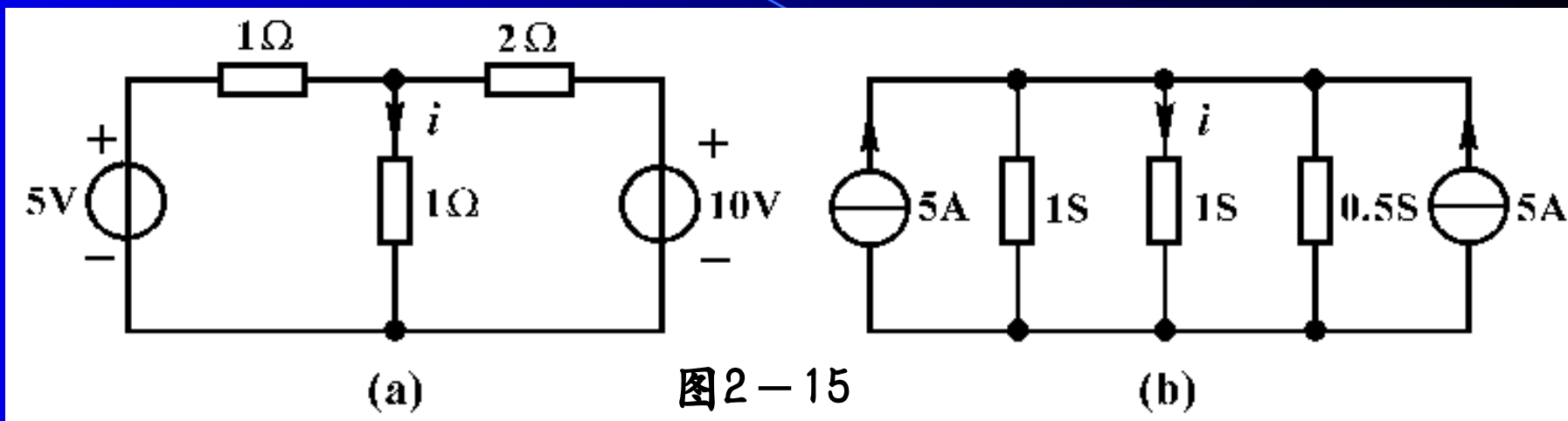
$$R_{ad} = \frac{8(6 + 2)}{8 + 6 + 2} \Omega = 4 \Omega$$

得到图(c)电路。由此求得电流



$$i = \frac{32 \text{ V}}{12 \Omega + 4 \Omega} = 2 \text{ A}$$

例2-9 求图2-15(a)电路中电流*i*。



解：用电源等效变换公式，将电压源与电阻串联等效变换为电流源与电导并联，得到图(b)电路。用分流公式求得

$$i = \frac{1\text{S}}{(1 + 1 + 0.5)\text{S}} (5\text{A} + 5\text{A}) = 4\text{A}$$

例2-10 求图2-16(a)电路中电压 U 。

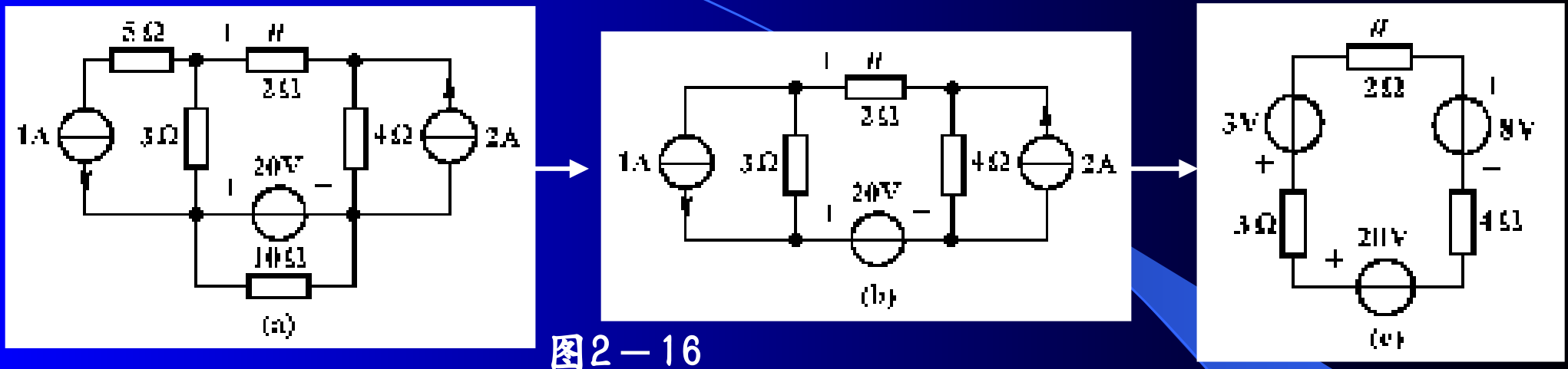


图2-16

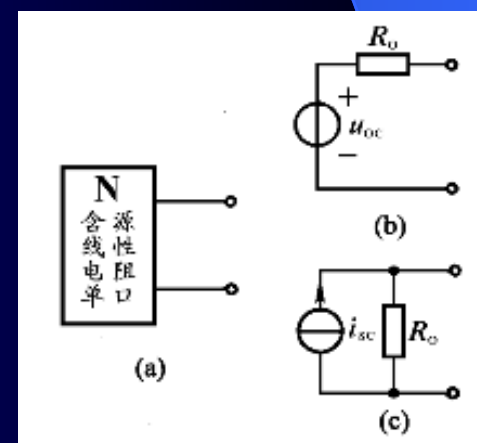
解：(1) 将1A电流源与 5Ω 电阻的串联等效为1A电流源。20V电压源与 10Ω 电阻并联等效为20V电压源，得到图(b)电路。

(2) 再将电流源与电阻并联等效为一个电压源与电阻串联，得到图(c)所示单回路电路。由此求得

$$U = \frac{(-3 + 20 - 8)V}{(2 + 3 + 4)\Omega} \times 2\Omega = 2V$$

2.3.3 含受控源单口网络的等效电路

- 由线性二端电阻和线性受控源构成的电阻单口网络，就端口特性而言，也等效为一个线性二端电阻，其等效电阻值常用外加独立电源计算单口VCR方程的方法求得。现举例加以说明。
- 受控源可按独立源处理，有关独立源各种等效变换对受控源同样适用



例2-24 求图2-37(a)所示单口网络的等效电路。

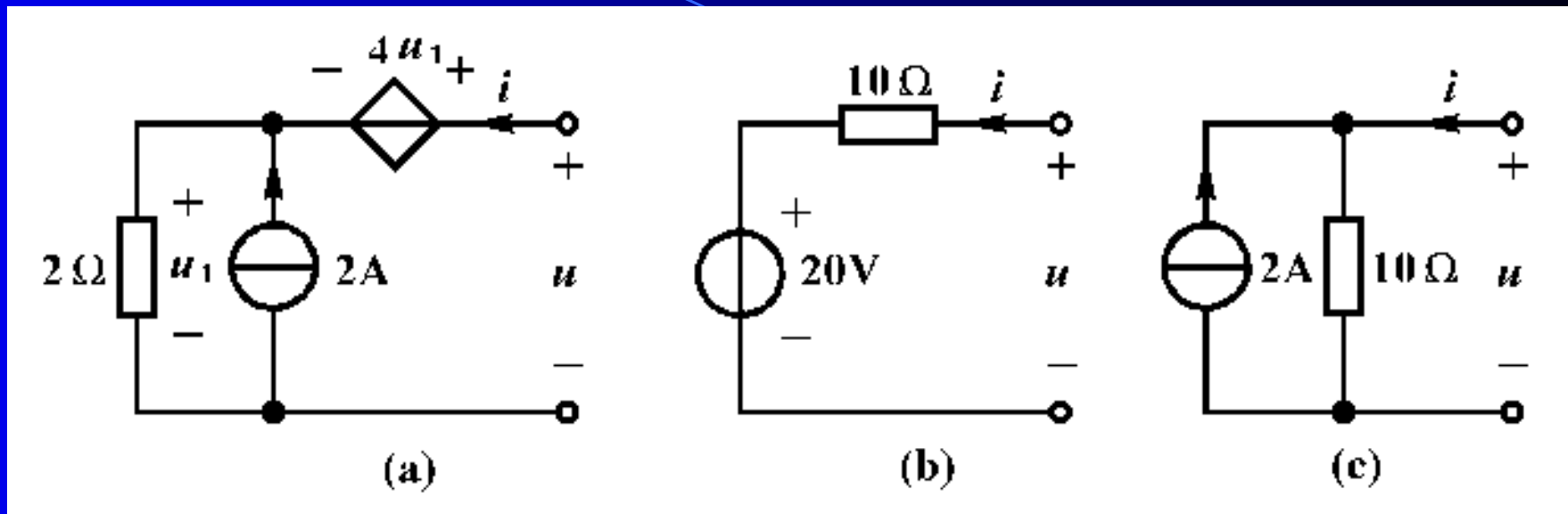


图2-37

解：用外加电源法，求得单口VCR方程为

$$u = 4u_1 + u_1 = 5u_1$$

其中

$$u_1 = (2\Omega)(i + 2A)$$

得到

$$u = (10\Omega)i + 20V$$

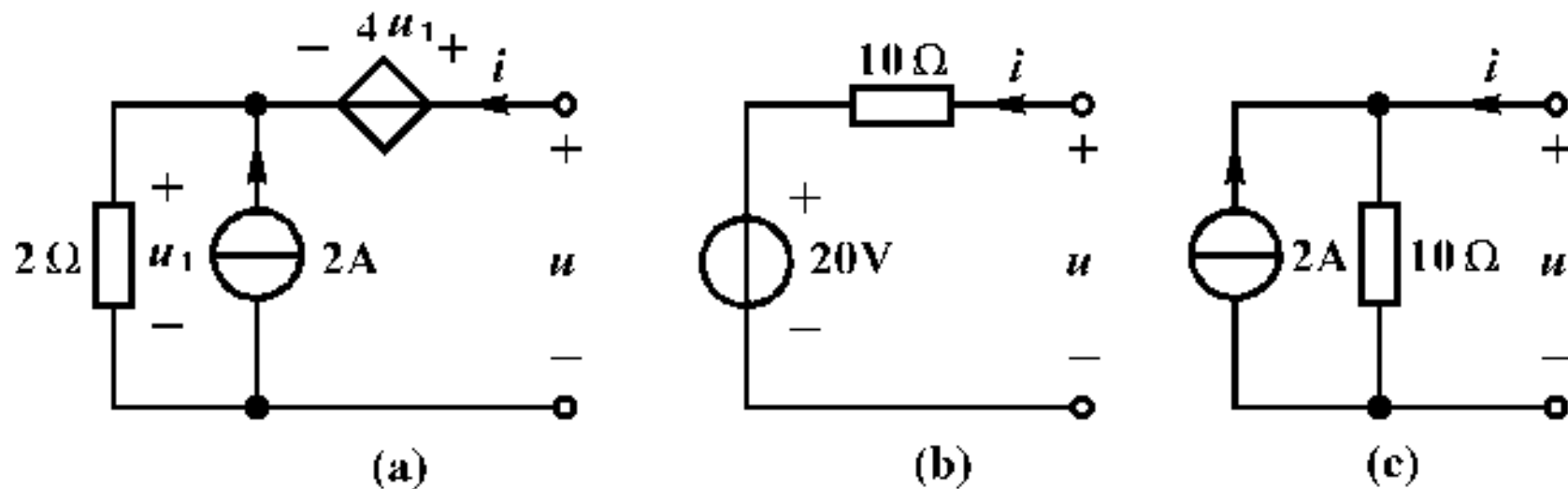


图2-37

求得单口VCR方程为

$$u = (10\ \Omega)i + 20\ \text{V}$$

或

$$i = \frac{1}{10\ \Omega} u - 2\ \text{A}$$

以上两式对应的等效电路为 10Ω 电阻和 20V 电压源的串联，如图(b)所示，或 10Ω 电阻和 2A 电流源的并联，如图(c)所示。

例2-26 求图2-40(a)所示单口网络的
等效电阻。

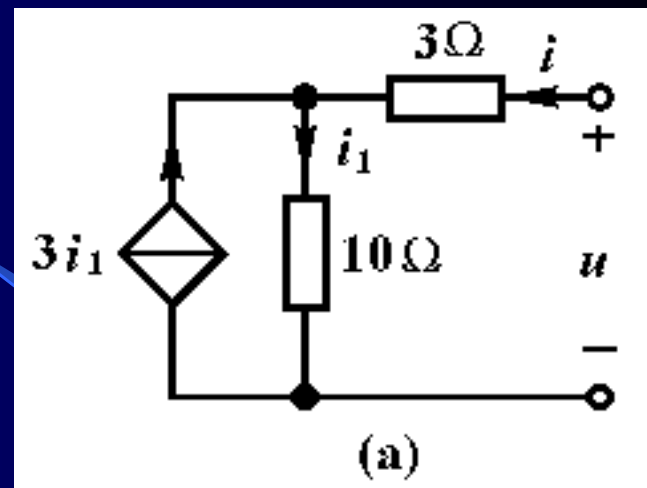
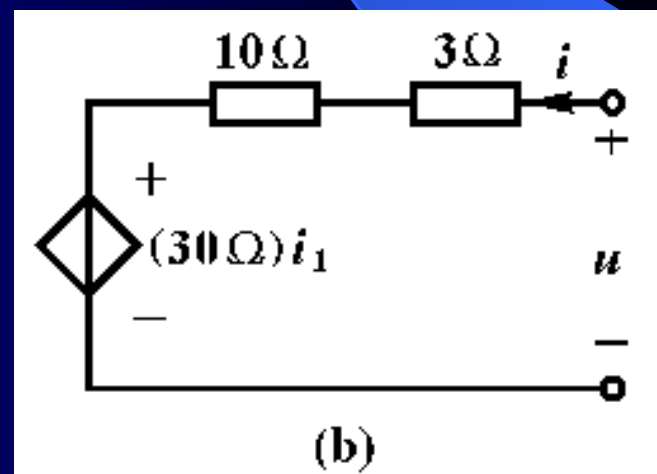


图2-40

解：先将受控电流源 $3i_1$ 和 10Ω 电阻
并联单口等效变换为受控电
压
源 $30i_1$ 和 10Ω 电阻串联单口，
如
图(b)所示。由于变换时将控



根据 KCL 方

$$-i + i_1 - 3i_1 = 0$$

程

$$i_1 = -0.5i$$

求得

即

$$30i_1 = -15i$$

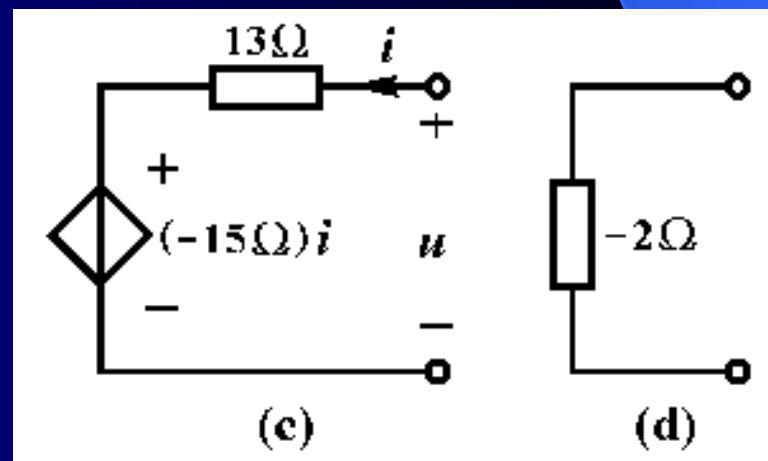
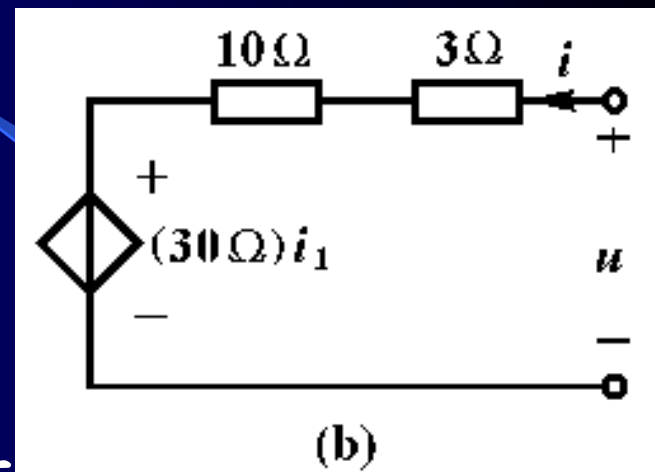
得到图(c)电路, 写出单口VCR方程

$$u = (13\Omega - 15\Omega)i = (-2\Omega)i$$

单口等效电阻

为

$$R_o = \frac{u}{i} = -2\Omega$$



第二章

等效变换分析法

2.1 单口网络电阻串并联

- 电阻串联
- 电阻并联
- 电阻混联

2.2 实际电源两种电路模型及等效变换

- 实际电压源模型
- 实际电流源模型
- 两种电源模型间的等效互换

2.3 含源单口网络等效化简


- 独立源电路等效（电压源/电流源串并联）
- 不含受控源单口网络等效化简
- 含受控源单口网络等效化简

2.4 电源转移法

- 无伴电源及其分裂后等效电路

2.5 T- π 变换 (星型&Y型联接)

- 星型 & Y型电阻联接

A blue circular background with a white arc and a blue wedge. The white arc starts from the top left and curves towards the bottom right. A blue wedge is located on the right side of the circle, pointing towards the center.

END