

**El Modelo Competitivo**

# **SOLUCIONARIO PROBLEMAS**

**Profesor Guillermo Pereyra**  
**[guillermopereyra@microeconomia.org](mailto:guillermopereyra@microeconomia.org)**  
**[www.microeconomia.org](http://www.microeconomia.org)**  
**[clases.microeconomia.org](http://clases.microeconomia.org)**

1. Para una empresa competitiva el ingreso marginal es igual al precio pero mayor que el ingreso medio. (Verdadero / Falso. Explique).

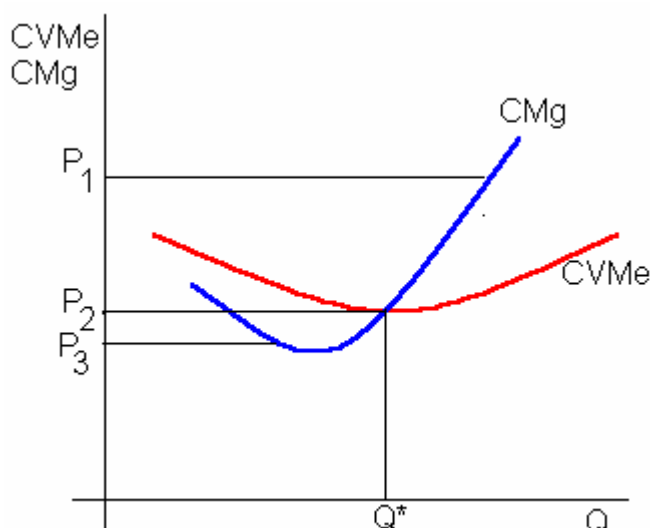
**FALSO.** Definimos el ingreso marginal:  $dIT/dQ = d(PQ)/dQ = P + Q(dP/dQ)$ . Como el  $IMe = (PQ)/Q = P$ , entonces  $IMg = IMe + Q(dP/dQ)$ . Pero  $dP/dQ = 0$  porque cualquiera sea el incremento de la producción, éste incremento no influye sobre el precio,  $dP = 0$ . En consecuencia  $IMg = IMe$ .

2. Si una empresa decide producir, las siguientes condiciones deben mantenerse para maximizar el beneficio: el precio debe ser igual al costo marginal de corto plazo; el precio debe ser mayor al costo variable medio y; el costo marginal de corto plazo debe estar creciendo. (Verdadero / Falso. Explique)

**VERDADERO.** La maximización del beneficio para una empresa en un mercado competitivo se logra cuando su volumen de producción le permite maximizar el beneficio. Asumiendo que los costos de corto plazo son:  $CT = CF + CV$ , y que los ingresos de la empresa son  $IT = PQ$  la función beneficio queda como sigue:  $\pi = IT - CT$ . Aplicando las condiciones de primer orden (CPO)  $d\pi/dq = 0$  tenemos:  $IMg = CMg$ . Pero como  $IMg = P$  entonces  $P = CMg$ .

Pero no siempre se maximiza el beneficio al nivel de producción donde  $P = CMg$ . Esto puede suceder cuando la curva de  $CMg$  tiene forma de U. En este caso si se cumple que  $P = CMg$  al nivel de producción donde la curva del  $CMg$  está en su tramo decreciente entonces se cumple que  $P = CMg < CVMe$ . En estos casos el precio es incapaz de cubrir el costo variable medio y, por tanto, tampoco del costo fijo medio y la empresa debe cerrar sus operaciones. Por el contrario si  $P = CMg$  al nivel de producción donde la curva de  $CMg$  está en su tramo creciente entonces  $P = CMg > CVMe$ . En este caso el precio cubre el costo variable medio y también el costo fijo medio (o parte de él), y puede continuar operando en el corto plazo.

Recuerde las relaciones entre el costo variable medio y el costo marginal.  $CVMe = CV/Q$ , entonces  $CV = Q \cdot CVMe$  y  $d(CV)/dQ = CMg = CVMe + Q(dCVMe)/dQ$ . Si el  $CVMe$  está en su tramo decreciente,  $dCVMe/dQ < 0$  y el  $CMg < CVMe$ . En este caso no se aplica la condición  $P = CMg$  para maximizar el beneficio. Si el  $CVMe$  está en su tramo creciente,  $dCVMe/dQ > 0$  y el  $CMg > CVMe$ . En este caso la condición  $P = CMg$  es maximizadora del beneficio.



En el gráfico de la izquierda se aprecia que si el precio es  $P_1$  la curva de CMg está en su tramo creciente y va por encima del CVMe y la empresa puede estar obteniendo beneficios económicos (o sus pérdidas son menores a los costos fijos; este es el caso si el precio está por debajo de la curva de costo medio, que no se encuentra en el gráfico).

Si el precio fuera  $P_2$  la empresa se encuentra operando al nivel donde el CVMe es mínimo (la curva cambia de ser decreciente a creciente cuando incrementa la producción). En este caso el nivel de producción le permite a la empresa cubrir sólo sus costos. La pérdida es igual al costo fijo. A la empresa le es indiferente producir o cerrar sus operaciones. Este punto del gráfico se conoce como “punto de cierre”. Si el precio fuera  $P_3$  la empresa se encuentra operando en el tramo decreciente del CVMe el CMg es menor que el CVMe y la empresa no cubre todo el costo variable y nada del costo fijo. En esta situación es mejor cerrar operaciones.

Por lo tanto, la condición de maximización se produce cuando  $P = CMg$ , cuando el CMg está en su tramo creciente y cuando el CMg está por encima del CVMe. Tenga en cuenta que es posible que el CMg esté en su tramo creciente pero por debajo del CVMe. Esto sucede cuando el CVMe está decreciendo. La condición de maximización se puede resumir en las siguientes dos condiciones:  $P = CMg$  y  $CMg > CVMe$ .

3. El excedente del productor nunca es obtenido por las empresas en el largo plazo en un mercado perfectamente competitivo.  
(Verdadero / Falso. Explique).

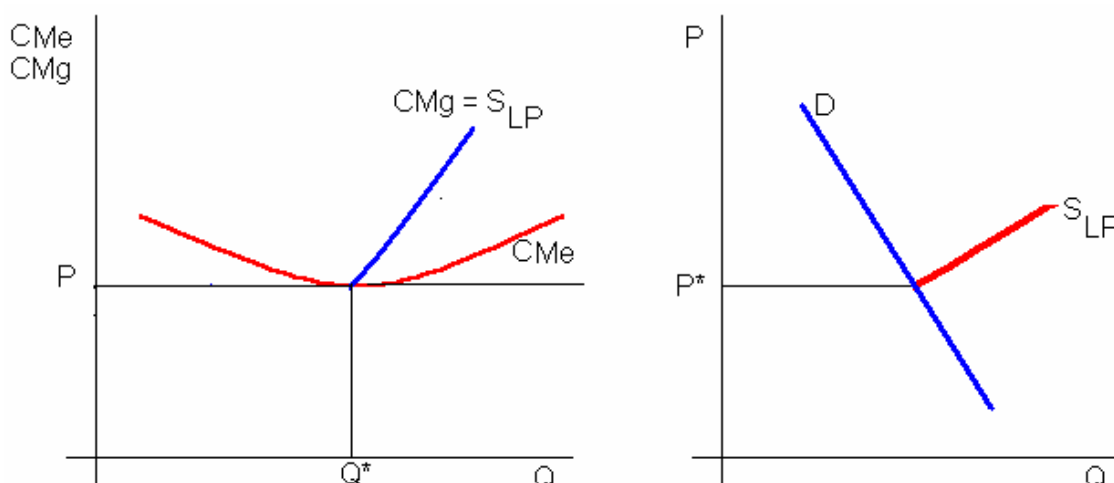
**VERDADERO.** El excedente del productor en el corto plazo es igual al  $IT - CV$ , igual al beneficio variable (no incluye al costo fijo). Pero en el largo plazo, en la medida que todos los costos son variables, el excedente del productor es igual al beneficio. Y como el precio de largo plazo es igual al CMe entonces el beneficio económico es cero.

Ahora bien, la curva de oferta de largo plazo de una empresa es el tramo de la curva de costo marginal por encima de la curva del costo medio. En equilibrio de largo plazo, esta curva de oferta empieza en el punto de equilibrio, donde el  $P = CMg = CMe$ .

Considerando todas las empresas la curva de oferta del mercado tiene pendiente positiva pero empieza al nivel del precio de equilibrio de

**largo plazo. En consecuencia las empresas no obtienen el excedente del productor.**

**En el grafico de abajo, la curva de oferta de largo plazo de la empresa es la curva de costo marginal cuando está por encima del costo medio. La curva de oferta de largo plazo del mercado existe sólo en el tramo a partir del precio de equilibrio cuando  $P = CMe$ . El excedente del productor es cero en el mercado y para la empresa.**



- 4. La empresa “Cartones Corrugados” produce cajas de cartón duro que son vendidas en paquetes de mil cajas. El mercado es altamente competitivo con paquetes que se venden a \$100. La curva de costos es:  $CT = 3,000,000 + 0.001Q^2$ .**
- Calcular la cantidad que maximiza el beneficio;**
  - ¿Está la empresa obteniendo beneficios?**
  - Analize la situación de la empresa ¿debe operar o cerrar en el corto plazo?**

**$CMg = dCT/dQ = 0.002Q$ . Para maximizar el beneficio  $P = CMg \rightarrow 100 = 0.002Q \rightarrow$**

**$Q^* = 50000$  paquetes. El beneficio es  $\pi = IT - CT \rightarrow PQ - CT = 100 \cdot 50000 - 3000000 - 0.001 \cdot (50000)^2 \rightarrow \pi = -500000$ . La empresa no está obteniendo beneficios.**

**Si la empresa decidiera cerrar sus operaciones, el beneficio económico sería:**

**$\pi = 100 \cdot 0 - 3000000 - 0.001 \cdot (0)^2 \rightarrow \pi = -3000000$ . En consecuencia, es mejor continuar operando con perdidas menores al costo fijo de 3000000. En este caso el precio cubre el costo variable medio y parte del costo fijo.**

- 5. El Cholo Cirilo es famoso por su té de hierbas. Su función de costos es:  $CT = Q^2 + 10$  si  $Q > 0$  y  $CT = 0$  si  $Q = 0$**
- ¿Cuál es la función de costo marginal? ¿cuál es la función de costo medio?**

- e) ¿A qué nivel de producción es el costo marginal igual al costo medio? ¿A qué nivel de producción el costo medio es minimizado?
- f) En un mercado competitivo, ¿cuál es el menor precio al que el Cholo Cirilo ofertará una cantidad de su té en equilibrio de largo plazo? ¿Cuánto ofertará a ese precio?

$CMg = 2Q$ ,  $CMe = Q + 10/Q$ . El nivel de producción donde el  $CMg$  es igual al  $CMe$  es el nivel de producción que corresponde al  $CMe$  mínimo. Aplicando las CPO tenemos:

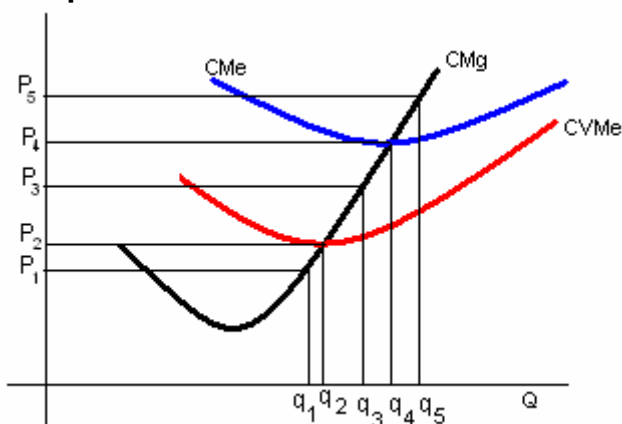
$$dCMe/dQ = 0 \Rightarrow 1 - 10/Q^2 = 0 \Rightarrow Q^2 = 10 \Rightarrow Q = 10 = 3.16.$$

En equilibrio de largo plazo se cumple que  $P = CMg = CMe$ . El nivel de producción donde se cumple esto es  $3.16 \Rightarrow CMe = 3.16 + 10/3.16 = CMg = 2 \cdot 3.16 = 6.32$ .

La oferta del Cholo Cirilo al precio 6.32 es 3.16.

6. ¿Por qué la curva de costo marginal de una empresa competitiva es su curva de oferta?

Supongamos que las curvas de costos de una empresa cualquiera en competencia  $P$  tienen forma de U. El gráfico que sigue muestra el comportamiento de los costos de esta empresa.



Cuando el costo variable medio es igual al costo marginal, el nivel de producción es  $q_2$  y el costo variable medio está en su valor mínimo.

Si este valor fuera a su vez el precio del mercado  $P_2$ , entonces la empresa cumpliría la condición  $P = CMg$  que maximiza el beneficio. En este caso el

precio apenas cubre el costo variable medio y el costo fijo medio queda descubierto. En consecuencia la pérdida de la empresa sería igual al Costo Fijo.

En situaciones como ésta, se dice que la empresa se encuentra en el nivel de producción conocido como *punto de cierre*. Si la empresa cierra sus operaciones desaparecen los costos variables, desaparecen los ingresos por ventas pero permanece el costo fijo. Si la empresa continúa sus operaciones, el costo variable es cubierto por los ingresos por ventas y el costo fijo queda descubierto. En consecuencia, la pérdida de la empresa siempre es igual al costo fijo.

Si el precio del mercado fuera menor que  $P_2$  como en  $P_1$ , el nivel de producción donde  $P = CMg$  sería  $q_1$ . Pero en  $q_1$  el costo variable medio es mayor que el precio. En consecuencia por debajo de  $P_2$  la empresa no puede cubrir sus costos variables con sus ingresos por ventas y las pérdidas serían el costo fijo más parte del costo variable. En este caso, cerrando operaciones la empresa reduciría sus pérdidas al nivel del costo fijo. En consecuencia para niveles de precio menores a  $P_2$  la empresa estaría produciendo cero unidades.

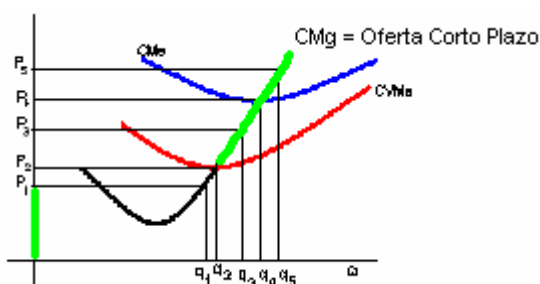
Si el precio del mercado fuera mayor que  $P_2$  pero menor que  $P_4$  como en el caso de  $P_3$ , el nivel de producción donde se cumple que  $P = CMg$  sería  $q_3$ . Para este nivel de producción el precio está por encima del costo variable medio pero es menor al costo medio de producir esas  $q_3$  unidades. En consecuencia la empresa está perdiendo pero una magnitud menor que el costo fijo. Con los ingresos por ventas cubre el costo variable y parte del costo fijo. En consecuencia es mejor para la empresa continuar operando con precios mayores al costo variable medio mínimo aunque sean inferiores al costo medio.

Por la misma razón la empresa debe continuar operando si el precio del mercado fuera  $P_4$  porque  $P_4$  es el precio donde el costo marginal es igual al costo medio y el nivel de producción es  $q_4$ . Produciendo  $q_4$  el precio cubre exactamente el costo medio, es decir el costo variable medio más el costo fijo medio, y el nivel de beneficio es cero. *Este es el nivel de producción conocido como punto de equilibrio.*

Al nivel de producción del punto de equilibrio la empresa cubre todos sus costos con sus ingresos por ventas aunque no obtiene beneficio económico alguno.

Si ahora el precio fuera mayor a  $P_4$  como en  $P_5$  el nivel de producción donde se cumple que  $P = CMg$  es  $q_5$ . En este nivel de producción el precio está por encima del costo medio generando un beneficio económico para la empresa.

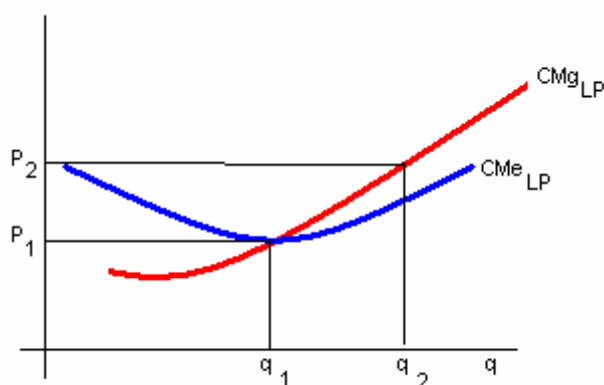
En consecuencia, para precios inferiores a  $P_1$  la oferta de la empresa es cero; para precios a partir de  $P_2$  la oferta de la empresa es el nivel de producción donde  $P = CMg$ . *El grafico que sigue muestra que la curva de oferta de la empresa es la curva del costo marginal, en su tramo creciente y por encima del costo variable medio, en el corto plazo.*



Si ahora analizamos el comportamiento de esta para el largo plazo podemos obtener la función de oferta correspondiente.

El largo plazo es el período de tiempo donde los costos de la empresa siempre son variables. La empresa cuenta con el tiempo suficiente para hacer los ajustes que considere necesarios en la contratación de los factores de producción. Así por ejemplo, si la empresa está enfrentando precios como  $P_3$  que representan pérdidas en el corto plazo, en el largo plazo habrá tomado las decisiones adecuadas para evitar esta situación. Por ejemplo, si la función de producción de la empresa es  $Q = L^{1/2}$  en el corto plazo, con un stock fijo de capital igual a  $K = 2$ , una alternativa para impedir las pérdidas sería saltar a una función de producción como  $Q = 2L^{1/2}$ . Si la empresa emplea 4 unidades de trabajo obtendrá una producción de 2 unidades con la primera función de producción, pero el doble con la segunda función de producción. Pasar a la función de producción  $Q = 2L^{1/2}$  es una decisión que se toma en el largo plazo. Significa, por ejemplo, contar con un stock de capital de, digamos  $K = 3$  unidades. Esta decisión incrementa la productividad del trabajo y hace que el costo marginal por unidad de producción sea menor.

El grafico que sigue muestra la situación de la empresa en el largo plazo.



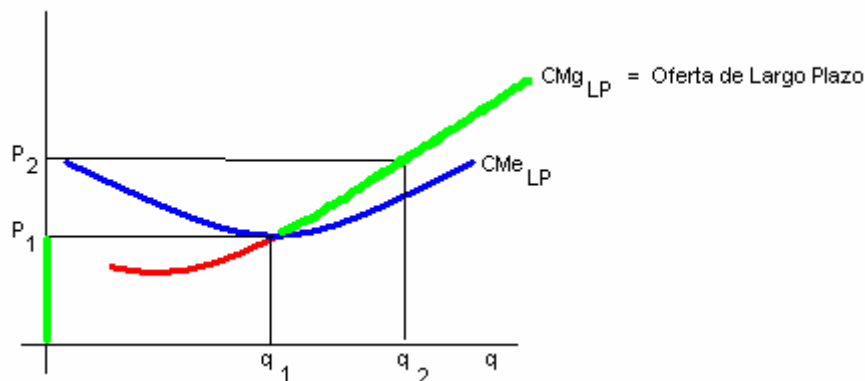
Observe que la curva de costo marginal es más “horizontal” en el largo plazo que en el corto plazo. Esto refleja el hecho que cuando se invierten más unidades de capital y el trabajo se hace más productivo el nivel de producción es mayor y los costos marginales crecen pero a menor velocidad que la producción.

Si el precio de mercado fuera  $P_1$  el nivel de producción donde se cumple que  $P = CMg$  es igual a  $q_1$ . Cuando la empresa produce  $q_1$  el precio cubre exactamente los costos medios y la empresa tiene un beneficio económico nulo. Si el precio del mercado fuera mayor que  $q_1$  como en  $P_2$  la empresa produce  $q_2$  que es el nivel de producción donde  $P = CMg$  y se obtienen beneficios económicos positivos pues el precio está por encima del costo medio.

Para precios menores que  $P_1$  la empresa incurriría en pérdidas económicas y entonces es mejor cerrar operaciones. Observe que tratándose del largo plazo la empresa ha hecho todo lo que tendría que hacer para evitar la pérdida. Si esta persiste entonces debe cerrar.

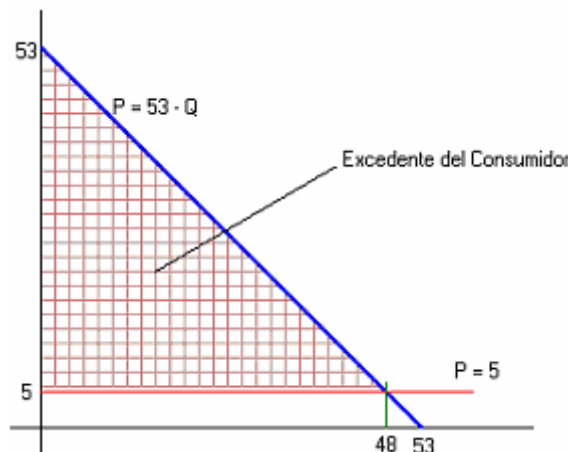
Observe también que en el largo plazo el costo variable medio y el costo medio se funden en una sola curva de costos, la del costo medio.

En consecuencia la empresa produciría de acuerdo con el criterio  $P = CMg$  y la función correspondiente de oferta es la curva de costo marginal en el tramo creciente y por encima del costo medio. Esto se puede apreciar en el grafico que sigue.



7. La curva de demanda para el bien X está dada por:  $P = 53 - Q$ .  
 Suponga que el bien X es producido por una industria competitiva cuya curva de oferta de largo plazo es perfectamente elástica al precio de \$5.
- g) Determine el nivel de producción que debe ser producido por la industria
  - h) Calcule el excedente del consumidor.

En equilibrio, igualamos la oferta con la demanda:  $5 = 53 - Q \Rightarrow Q^* = 48$ .  
 El excedente del consumidor es el área debajo de la curva de demanda y arriba del precio que despeja el mercado. El siguiente grafico muestra el equilibrio del mercado. El triángulo en color marrón es el excedente del consumidor. El área tiene una magnitud de :  $(48 * 48) / 2 = 1152$ .



8. Explique si la siguiente afirmación es consistente con el equilibrio de largo plazo?:  
*“Las condiciones de producción en la industria son tales que los costos medios de producción son continuamente decrecientes para la empresa cuando su nivel de producción se incrementa.”*



En equilibrio de largo plazo las condiciones de producción en la industria conducen a que las empresa produzcan al nivel donde  $P = CMg = CMe$ . Y esto ocurre cuando el costo medio de producción es el más bajo posible.

Si la empresa se encuentra con costos medios decrecientes de producción cuando incrementa la producción en el largo plazo es porque el mercado es suficientemente grande y aún no existe el número de empresas suficiente que lleve a la condición de equilibrio. Esto debe ocurrir más adelante.

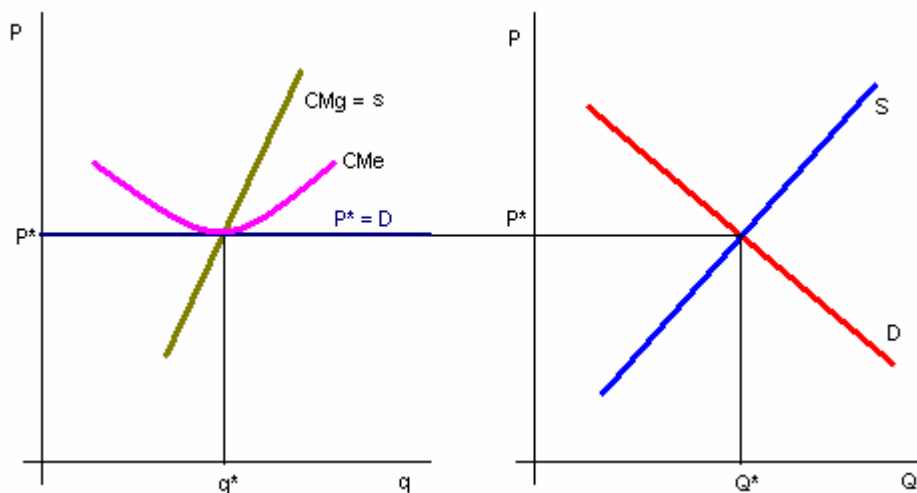
Pero si la empresa se encuentra con costos medios decrecientes de manera continua, su función de costos sería del tipo  $CMe \cdot Q = \beta$  donde  $\beta$  es un valor positivo constante. Este tipo de función es continuamente decreciente. Si la producción se lleva al infinito el  $CMe$  sería cero.

Lo anterior es absurdo. Las empresas a medida que incrementan su producción emprendan primero la reducción de los costos medios por la presencia de las *economías de escala*. Pero en algún momento surgen las *deseconomías de escala* que levantan los costos medios. De esta manera, la curva de costos medios de largo plazo tiene forma de U.

En consecuencia la afirmación no es compatible con el equilibrio de largo plazo ni con el comportamiento de las empresas en términos de las tecnologías de producción.

9. Suponga que la industria de productos plásticos, que es una industria de costos crecientes, está inicialmente en equilibrio. Suponga que la curva de oferta del petróleo, uno de los principales insumos para la producción de productos plásticos, se desplaza a la izquierda (tal vez como resultado de un acuerdo de reducción de la producción establecido por los países miembros de la OPEP). Empleando diagramas para una empresa típica y para la industria, muestre los ajustes que deberán producirse como resultado de este cambio.

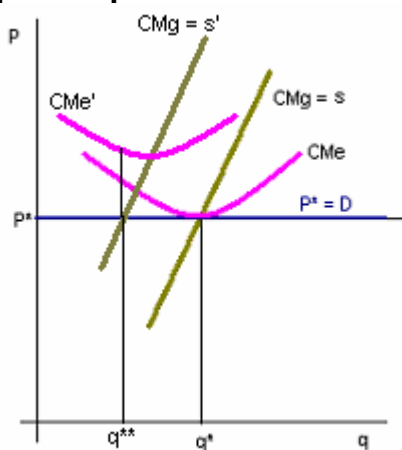
El grafico que sigue muestra el comportamiento de una empresa en la industria de productos plásticos y el comportamiento del mercado.



Las fuerzas del mercado determinan el precio de equilibrio  $P^*$ . La empresa en el mercado es tomadora de precios y puede producir y vender todo lo que quiera a este precio  $P^*$ . La curva de demanda de la empresa es, entonces, perfectamente elástica al precio de equilibrio del mercado. El nivel de producción que maximiza el beneficio de la empresa se obtiene haciendo  $P = CMg \rightarrow q^*$ . Observe que al nivel de producción que maximiza el beneficio de la empresa  $q^*$ , se cumple que  $P = CMg = CMe$ . Esta es la situación en el mercado y en la empresa.

Sabemos que se ha producido una contracción en la curva de oferta del petróleo. El efecto de esto en el mercado del petróleo es el de una subida de su precio. Y esta subida del precio del petróleo afectará los mercados donde el petróleo es un factor de producción, como en el caso del mercado de productos plásticos.

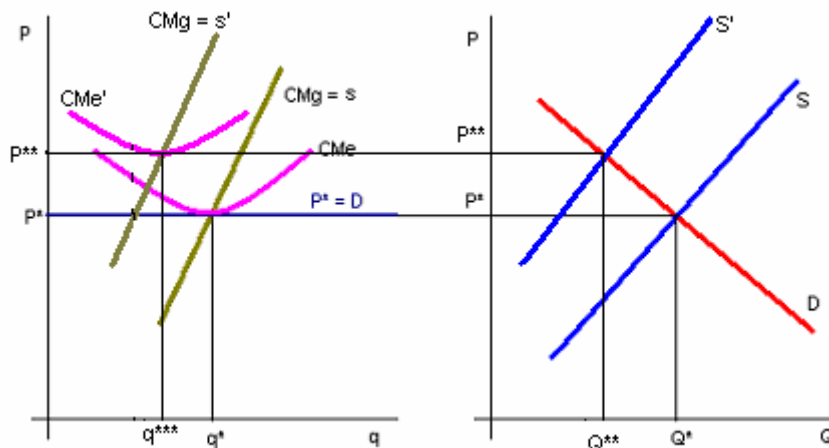
La empresa enfrenta entonces una subida del precio de uno de los factores de producción. Esto afecta el costo variable de producción. En consecuencia el costo marginal se eleva y también el costo medio. En consecuencia la curva de oferta de la empresa se desplaza hacia arriba a la izquierda. A los precios actuales en el mercado de productos plásticos la empresa genera pérdidas. En el grafico que sigue se aprecia la situación de cada empresa en el mercado. La producción ahora es  $q^{**}$  pero el precio  $P^* < CMe'$ . La empresa está generando pérdidas.



En el largo plazo algunas empresas se retirarán del mercado, la curva de oferta del mercado se contrae y el precio de los productos plásticos se incrementa. El incremento de este precio se presenta como un desplazamiento de la función de demanda de las empresas, las empresas aumentan la producción, disminuye el número de empresas que salen del mercado hasta que finalmente el precio se ubica al nivel del nuevo costo medio.

El mercado está en equilibrio de largo plazo con menor producción, menos empresas y un precio de equilibrio más alto.

En el grafico que sigue se pueden apreciar los resultados. Al registrar pérdidas por la elevación de sus costos las empresas salen del mercado, la curva de oferta del mercado se contrae a  $S'$  y el precio termina, en el equilibrio, subiendo hasta  $P^{**}$ . En  $P^{**}$  las empresas están produciendo  $q^{***}$ , nivel de producción donde  $P^{**} = CMg = CMe$ . Las empresas producen menos y hay menos empresas en el mercado.



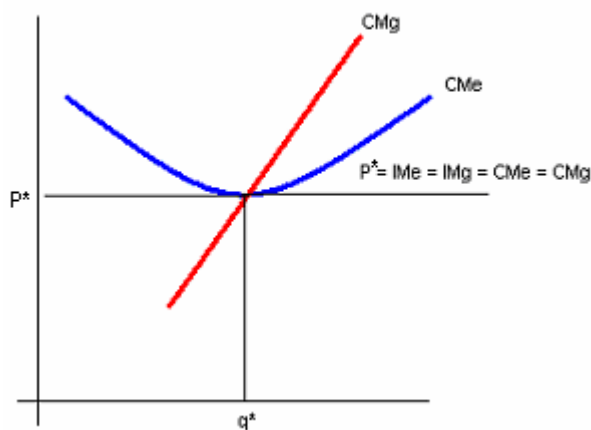
10 En el almuerzo luego de una de las sesiones de la última Conferencia Anual de Ejecutivos (CADE) un Empresario le comenta a otro lo siguiente:

“Yo estaba obteniendo beneficios normales sobre mi tiempo y mi dinero. Pero recientemente la demanda en mi industria se ha contraído. Como resultado el precio al cual yo puedo vender mi producto también ha caído. Espero que la demanda retorne a sus niveles normales los próximos meses. Mientras tanto, en dirección a minimizar mis perdidas es mejor para mí producir al nivel donde el costo marginal es igual al precio hasta que la situación haya mejorado”.

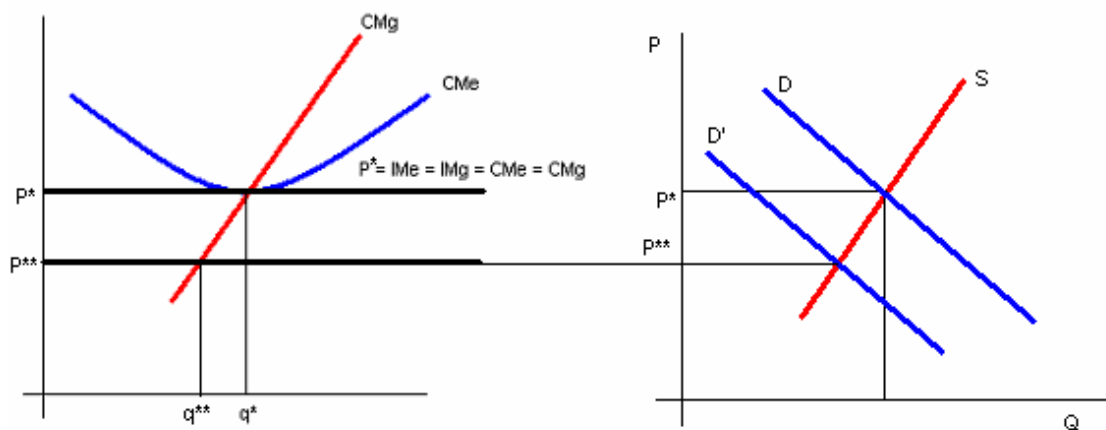
Explique si es posible, que el razonamiento de este empresario no es consistente con la teoría de la empresa en el corto plazo.

“...estaba obteniendo beneficios normales...”. En consecuencia el empresario se encontraba en equilibrio de largo plazo con un nivel de producción donde

$P = CMg = CMe$ . Gráficamente:



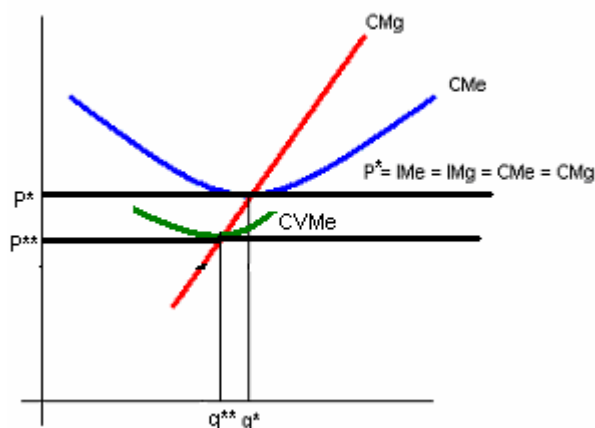
**“...pero recientemente la demanda de mi industria se ha contraído...”. En consecuencia el precio del mercado debía descender. Gráficamente:**



**Se puede apreciar que con la contracción de la demanda del mercado los precios para la empresa son incapaces de cubrir sus costos. Por lo tanto la empresa pasa a tener pérdidas económicas. En este caso, como el empresario estima que la demanda se recuperará “en los próximos meses”, es decir en el corto plazo, la producción debe llevarse al nivel  $q^{**}$  *si y sólo si* el precio logra cubrir los costos variables.**

**En caso contrario la empresa debería cerrar. En el grafico que sigue se muestra la situación de corto plazo donde la empresa se mantiene con pérdidas menores al costo fijo. Se está produciendo  $q^{**}$  donde  $P = CMg < CMe$  y  $P > CVMe$ .**

**En consecuencia el empresario está tomando decisiones de acuerdo con la teoría de la producción en el corto plazo siempre que se cumple  $P > CVMe$ .**



11. Una empresa perfectamente competitiva enfrenta un precio de mercado de  $P_0$  para su producto. La función de costos de la empresa es  $CT = q^2 + 5qW - 3qR$  donde  $q$  es cantidad,  $W$  son los costos salariales y  $R$  es la calidad de las carreteras.

- ¿Qué sucede a la cantidad ofertada si únicamente el precio de la producción se incrementa? ¿si únicamente los salarios caen? ¿Qué sucede, si por algún milagro el gobierno realmente gasta más dinero en carreteras y su calidad se incrementa?
- ¿Qué pasa si ambos, los salarios y la calidad de las carreteras aumentan (con la calidad elevada al doble de los salarios).

La cantidad ofertada que maximiza el beneficio de la empresa al precio  $P_0$  está determinada por la relación  $P_0 = CMg = 2q + 5W - 3R$  que es la función inversa de demanda. Si convertimos esta relación en una relación del tipo  $q = f(q, W, R)$ , tenemos,  $q = (1/2)P_0 - (5/2)W + (3/2)R$  La cantidad ofertada es directamente proporcional al precio, inversamente proporcional al salario y directamente proporcional a la calidad de las carreteras.

En consecuencia, si sube solamente el precio, sube la cantidad ofertada; si únicamente los salarios caen se incrementa la cantidad ofertada y si sólo aumenta la calidad de las carreteras disminuye la cantidad ofertada se incrementa. Todos estos cambios son positivos para incrementar la cantidad ofertada.

Si los salarios aumentan y la calidad de las carreteras también el resultado sobre la oferta sería incierto. El resultado depende del mayor impacto del cambio en una de estas variables. Si el impacto es mayor en la subida de los salarios la cantidad ofertada disminuiría; si el impacto fuera mayor en la calidad de las carreteras la cantidad ofertada disminuiría.

El cambio en  $q$  resultante del incremento de 1 nuevo sol en los salarios es igual a  $-2.5$  ( $5/2$ ) unidades. El cambio en  $q$  resultante del incremento en 1 unidad en la calidad de las carreteras es  $1.5$  ( $3/2$ ) unidades. El cambio neto sería  $-2.5 + 1.5 = -1.5$ .

Si los salarios se incrementan en 1 unidad y la calidad de las carreteras en 2 unidades, el cambio neto sería:  $-2.5 + 3 = 0.5$  unidades.

12. Una empresa perfectamente competitiva produce los bienes 1 y 2 empleando la siguiente función de costos:  $CT = F + q_1^2 + q_2^2 + q_1q_2$ , donde  $F$  es un derecho que la empresa paga al Municipio para poder operar. La empresa recibe un precio  $P_1 = P_C - T_0$  por cada unidad del bien 1 vendido, donde  $P_C$  es el precio pagado por los consumidores y  $T_0$  es un impuesto que la empresa debe pagar a la SUNAT. El bien 2 puede ser vendido en  $P_2$  (aquí no hay impuestos).
- Halle la función de ingreso total y de beneficio. Encuentre los valores óptimos de  $q_1$  y  $q_2$ . Asegúrese que se cumplan las CSO;
  - Suponga que se produce un incremento en el impuesto  $T_0$ . ¿Qué pasa con la producción de  $q_1$  y  $q_2$ ? ¿Por qué se ve afectada la producción del bien 2?
  - ¿Qué pasa con la producción de  $q_1$  y  $q_2$  si  $F$  se incrementa?
  - ¿Qué pasa con la producción de  $q_1$  y  $q_2$  si  $P_C$  se incrementa? ¿Por qué la producción del bien 2 es afectada si cambia el precio del bien 1?

El ingreso total está dado por  $IT = P_1q_1 + P_2q_2$ . Conocemos la función de  $CT$ ,

$CT = F + q_1^2 + q_2^2 + q_1q_2$ ; la función beneficio queda determinada por  $\pi = IT - CT \rightarrow$

$\pi = P_1q_1 + P_2q_2 - F - q_1^2 - q_2^2 - q_1q_2$ . Para determinar los valores óptimos de  $q_1$  y de  $q_2$  tenemos que maximizar la función  $\pi$ . Para esto aplicamos las condiciones de primer orden (CPO):

$$\delta\pi/\delta q_1 = 0 \rightarrow P_1 - 2q_1 - q_2 = 0 \rightarrow q_1^* = (P_1 - q_2)/2$$

$$\delta\pi/\delta q_2 = 0 \rightarrow P_2 - 2q_2 - q_1 = 0 \rightarrow q_2^* = (P_2 - q_1)/2$$

Aplicando las condiciones de segundo orden (CSO) tenemos:

$$\delta^2\pi/\delta q_1^2 = -2 \text{ y } \delta^2\pi/\delta q_2^2 = -2$$

Como la CSO se cumple, se confirma que los valores encontrados para  $q_1$  y  $q_2$  son los valores que optimizan el beneficio. Observe que la cantidad óptima para cada bien que produce la empresa depende de su propio precio y de la cantidad óptima del otro bien. Mientras mayor la cantidad de  $q_2$  menor la cantidad óptima de  $q_1$  y, al revés, mientras mayor la cantidad de  $q_1$  menor la cantidad óptima de  $q_2$ .

Pero  $P_1$  es el precio que recibe la empresa y no el precio de venta al mercado. La relación entre ellos es:  $P_1 = P_C - T_0$ . En consecuencia los valores óptimos quedan así:

$$q_1^* = (P_C - T_0 - q_2)/2$$

$$q_2^* = (P_2 - q_1)/2$$

Ahora la producción del bien 1 depende también del impuesto. Mientras mayor el impuesto menor la producción. En el caso del bien 2 la política impositiva del Estado *no afecta de manera directa* al nivel de producción.

Si  $T_0$  se incrementa,  $q_1^*$  disminuye y  $q_2^*$  aumenta. Como  $q_2^*$  depende de  $q_1$  y  $q_1$  depende de  $T_0$ , cuando  $T_0$  sube disminuye  $q_1$  y se incrementa  $q_2^*$ .

Pero el nivel de producción óptimo de  $q_1$  y  $q$  no depende de  $F$ , el derecho que la empresa paga al municipio por operar. En consecuencia cualquier cambio en  $F$  no afecta los valores óptimos de la producción.

13. Una empresa competitiva tiene un  $CF = 100$ , un  $CV = q^3 - 20q^2 + 150q$ .

El precio del mercado es \$73.

- Halle el nivel de producción de equilibrio;
- Determine el beneficio;
- Determine el precio de cierre.

La producción que maximiza el beneficio se obtiene haciendo  $P = CMg \rightarrow 73 = 3q^2 - 40q + 150$ .

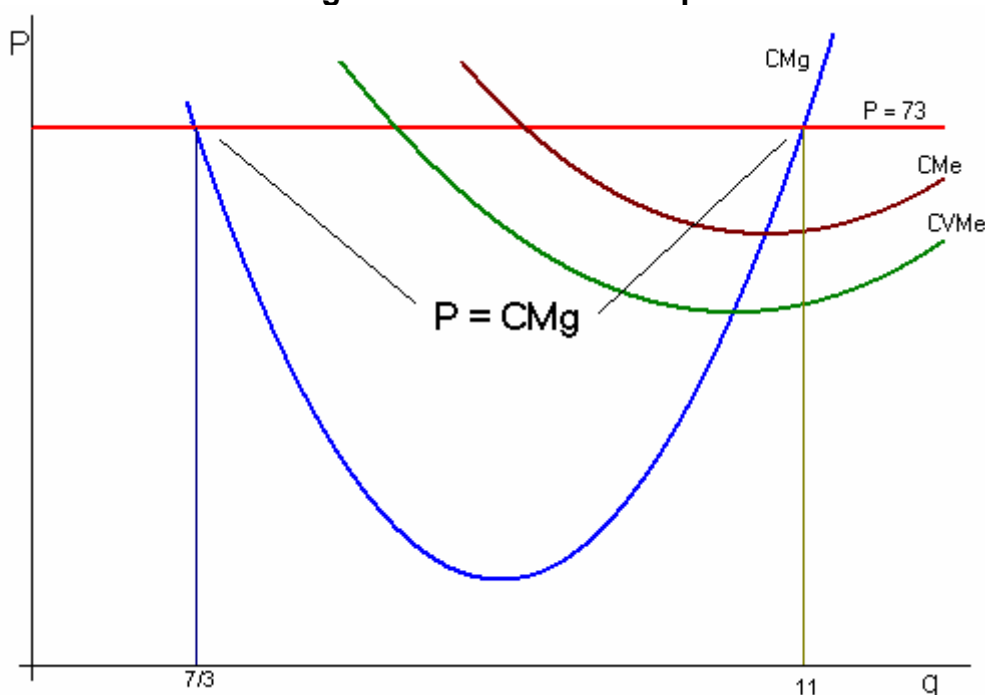
Resolviendo se encuentran dos valores solución  $7/3$  y  $11$ .

El CV para  $q = 7/3$  es 253.81; el costo total asciende a 353.81 y el ingreso total es  $IT = Pq = 170.33$ . En consecuencia, el beneficio será: -183.48.

El CV para  $q = 11$  es 561, el CT asciende a 661 y el ingreso total a 803. El beneficio en consecuencia será: 142. Por lo tanto se opta por una producción igual a  $q = 11$ .

Para un análisis grafico de este problema, veamos las funciones de costos medios relevantes.  $CVMe = q^2 - 20q + 150$ ,  $CMe = 100/q + q^2 - 20q + 150$ ,  $CMg = 3q^2 - 40q + 150$ . El siguiente grafico muestra las curvas de costos de la empresa y la función de demanda  $P = 73$ .

Se puede apreciar que la condición de maximización del beneficio corresponde al nivel de producción donde  $P = CMg$ , pero en el tramo creciente de la función de costo marginal y cuando la función de costo marginal está por encima del costo variable medio. (En el largo plazo la función de costo marginal debe encontrarse por encima del costo medio).



Observe que no basta la condición  $P = CMg$ . Cuando la producción es igual a 7/3 unidades, el CVMe y el CMe están por encima del CMg. En este nivel de producción la empresa está perdiendo dinero. El precio no cubre siquiera el CVMe y la empresa debería cerrar. Si la producción es  $q = 11$ , al precio  $P = 73$  del mercado, se cubre el CVMe y el CMe y queda un beneficio económico.

14. El mercado del bien Q es competitivo. La función de oferta es:  $Q = 7648 + 184P$  y la función de demanda:  $Q = 28000 - 200P$ .

- Determine el equilibrio del mercado;
- Si se aplica un impuesto de \$9.60, ¿cuál será el nuevo precio de equilibrio? ¿la nueva cantidad de equilibrio? ¿cuánto pagarán los productores? ¿y los consumidores?

En equilibrio se tiene  $7648 + 184P = 28000 - 200P \Rightarrow P^* = 53$  y  $Q^* = 17400$ . Si ahora se aplica un impuesto específico de 9.60 sobre cada unidad vendida, entonces esto afecta la función de oferta de las empresas en el mercado.

Cada empresa que antes estaba dispuesta a cobrar un precio P por colocar una cantidad q en el mercado, ahora querrá un precio  $P + 9.60$ . Es decir, cada empresa busca transferir al consumidor el monto del impuesto.

La función de oferta era  $Q = 7648 + 184P$ ; la función inversa de oferta es:  $P = Q/184 - 41.57$ . Considerando el impuesto específico de 9.60 la nueva función inversa de oferta queda como:  $P = Q/184 - 31.97$ . La nueva función de oferta será entonces:

$Q = 184P + 5882.48$ ; en equilibrio con la función de demanda tenemos:  $184P + 5882.48 = 28000 - 200P \Rightarrow P^* = 57.6$  y  $Q^* = 16480.46$ . OJO CAMBIAR DESDE AQUÍ

Observe que el precio se ha incrementado, pero no en el monto del impuesto:  $57.6 - 53 = 4.6$ .  $4.6/9.6 \Rightarrow 47.92\%$ . El incremento del precio del mercado representa casi el 48% del impuesto que el vendedor debe pagar al Estado.

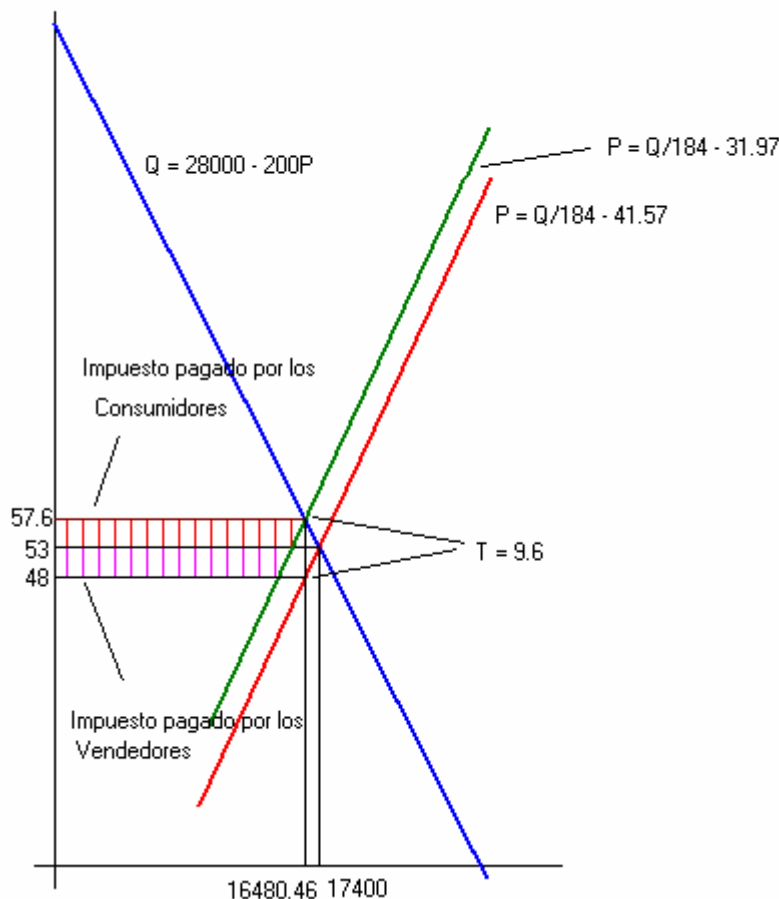
Los productores obtienen un precio neto, después de pagar el impuesto, de  $57.6 - 9.6 = 48$ . Pero antes recibían 53. En consecuencia ahora reciben  $53 - 48 = 5$  nuevos soles menos. Como se venden 16480 unidades, los vendedores han dejado de recibir  $16480.46 \cdot 5 = 82402.3$ .

Estos 82402.3 nuevos soles van a parar a manos del Estado. Pero esto no es todo lo que recibe el Estado por concepto del impuesto específico. Los compradores pagan ahora 57.6 y pagaban antes 53; 4.6 nuevos soles más por unidad que compran. Como compran 16480.46 unidades, están pagando un incremento de  $16480.46 \cdot 4.6 = 75810.12$ .



Los ingresos del Estado son  $82402.3 + 75810.12 = 158212.42$ . Esta cifra es igual al número de unidades vendidas multiplicada por el impuesto específico:  $16480.46 \times 9.6 = 158212.42$ .

El siguiente grafico ilustra la solución al problema.



15. Suponga que una empresa tiene la siguiente función de producción  $q = 0.25K^{2/3}L^{1/3}$  y enfrenta los precios  $r = 3$  y  $w = 12$  para el capital y el trabajo, respectivamente. Obtenga la curva de oferta de largo plazo de la empresa.

La curva de oferta de la empresa para el largo plazo es la curva de costo marginal restringida al tramo creciente que se encuentra por encima de la curva del costo medio. En este caso  $CMg = f(q)$ .

Como tenemos la función de producción  $q = f(K,L)$  y los precios de los factores, podemos buscar una relación a partir de la condición de optimización en el largo plazo: la pendiente de la recta de isocostos debe ser igual a la tasa marginal de sustitución técnica de factores (TMgST).

Esta última, a su vez, es igual al ratio de las productividades marginales de los factores.

$$\frac{\partial q}{\partial L} / \frac{\partial q}{\partial K} = \frac{K}{2L} \rightarrow \frac{K}{2L} = \frac{r}{w} = \frac{3}{12} \rightarrow K = L/2$$

Llevando esta relación a la función de producción obtenemos:  $q = 0.25(L/2)^{2/3} L^{1/3} \rightarrow$

$q = 0.157L \rightarrow L = 6.349q$ . La función de costos está dada por:  $CT = wL + rK$   
 $= 12L + 3K = 12 * 6.349q + 3 * (L/2) \rightarrow CT = 76.195q + 3 * (6.349q/2) =$   
 $76.195q + 9.5q \rightarrow CT = 85.719q$ .

Ahora podemos obtener la función de Costo Marginal:  $CMg = 85.719$ . Como esta función no depende del nivel de la producción entonces ella es directamente la función de oferta de la empresa en el largo plazo.

Observe que la función de producción es del tipo Cobb-Douglass y que, dados sus exponentes  $2/3$  y  $1/3$ , presenta retornos constantes a escala. Las funciones de costos de largo plazo correspondientes a esta función de producción, son del tipo  $CT = \beta q$ , que se confirma con nuestros resultados  $CT = 85.719q$ .

16. Considere una industria integrada por empresas competitivas, cada una de las cuales debe pagar un derecho anual de \$5,000 por producir y vender el producto. Los costos variables de cada una de las empresas son  $CV = 2q^2$ . La demanda anual del mercado está dada por  $P = 700 - Q$ . En el corto plazo, existen 21 empresas en el mercado, encuentre el precio y la cantidad de equilibrio y los beneficios de cada empresa. Encuentre el precio y la cantidad de equilibrio en el largo plazo, el número de empresas y el beneficio de cada empresa.

Conociendo  $CV = 2q^2 \rightarrow CMg = 4q \rightarrow q = CMg/4$ . Asumiendo los valores de la función de oferta de cada empresa donde se cumple que  $P = CMg$ , tenemos  $q = P/4$  y sumando horizontalmente la producción de cada empresa para cada precio  $P$  para el conjunto de las 21 empresas, obtendremos la función de oferta de este mercado:  $21q = Q = 21P/4$ . La función inversa de oferta del mercado es:  $P = 4q/21$ . En equilibrio:  $4q/21 = 700 - Q \rightarrow P^* = 112$  y  $Q^* = 588$ . La producción de cada empresa se obtiene mediante  $P = CMg \rightarrow 112 = 4q \rightarrow q^* = 28$ . O, también dividiendo la producción del mercado entre las 21 empresas que existen en el corto plazo:  $q^* = 588/21 = 28$ .

La función de costos de cada empresa en el corto plazo es:  $CT = 5000 + 2q^2$ . En el nivel de producción de equilibrio  $CT = 6568$ . Los ingresos totales por empresa son:  $IT = P^*q = 112 * 28 = 3136$ . El beneficio resultante es:  $\pi = 3136 - 6568 = -3432$ .

En consecuencia las empresas están obteniendo pérdidas en el corto plazo. Pero observe que estas pérdidas son menores al costo fijo. Esto hace que las empresas aún se mantengan operando en el corto plazo.

Sin embargo en el largo plazo, las empresas ajustarán su número en el mercado y habrán escogido el tamaño de planta adecuado para mantenerse en el mercado.

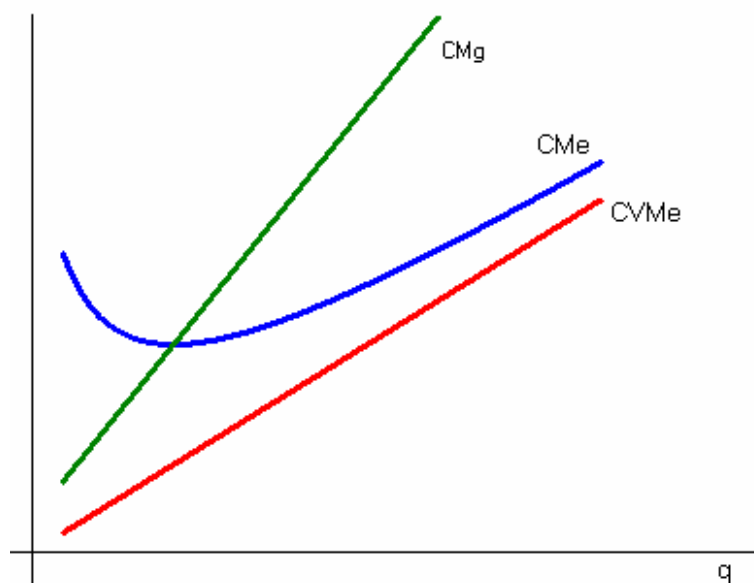
En el equilibrio de largo plazo se cumple que:  $P = CMg = CMe$ . El nivel de producción donde se cumple que  $CMg = CMe$  es el nivel de producción donde el  $CMe$  es mínimo.

La función de  $CMe$  es:  $CMe = 5000/q + 2q$ . Aplicando las CPO tenemos:

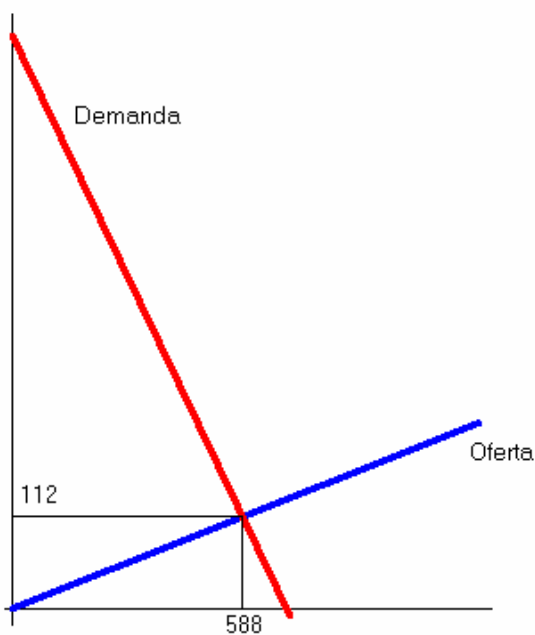
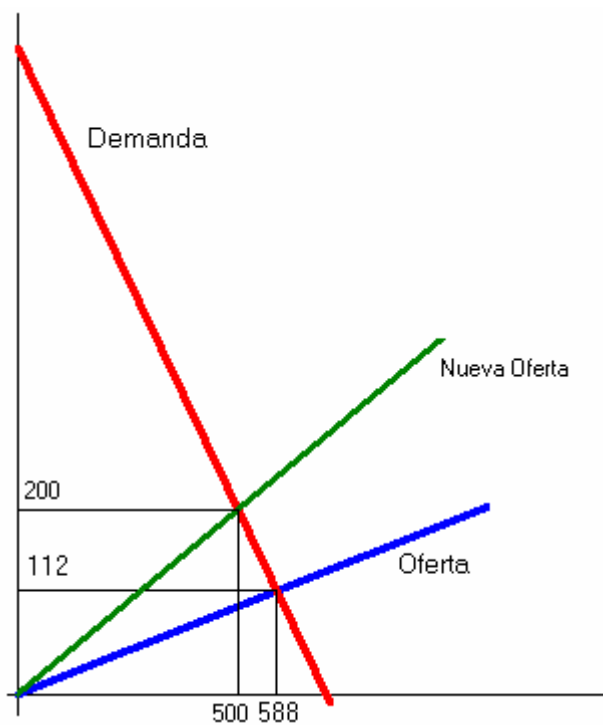
$$\frac{\partial CMe}{\partial q} = 0 \rightarrow \frac{\partial CMe}{\partial q} = 2 - 5000/q^2 = 0 \rightarrow q^* = 50.$$

El precio es igual al  $CMe$  y al  $CMg$  cuando  $q^* = 50 \rightarrow P = 200$ . A este precio la demanda del mercado es:  $P = 700 - Q \rightarrow Q = 700 - P \rightarrow Q^* = 500$ . *En consecuencia, si en el mercado la producción de equilibrio es de 500 unidades y cada empresa está produciendo 50 unidades, en el mercado existen  $n = 500/50 = 10$  empresas.*

Este resultado es coherente con el encontrado en el corto plazo. En el corto plazo existían 21 empresas que estaban perdiendo dinero. Se han retirado 11 de ellas y el mercado ha quedado en equilibrio con 10 empresas, un precio de 200 y una producción por empresa de 50 unidades.



El grafico que sigue muestra las curvas de costos de una empresa en el corto plazo. Como la función de CMg es creciente en todo su recorrido y esta siempre por encima del CVMe, la curva de oferta de la empresa en el corto plazo es igual a esta función del CMg. Para obtener la función de oferta del mercado, se suman horizontalmente las funciones de CMg de las 21 empresas existentes en el mercado. El grafico que. Sigue muestra la función de oferta del mercado, de la demanda y la solución de equilibrio de corto plazo.

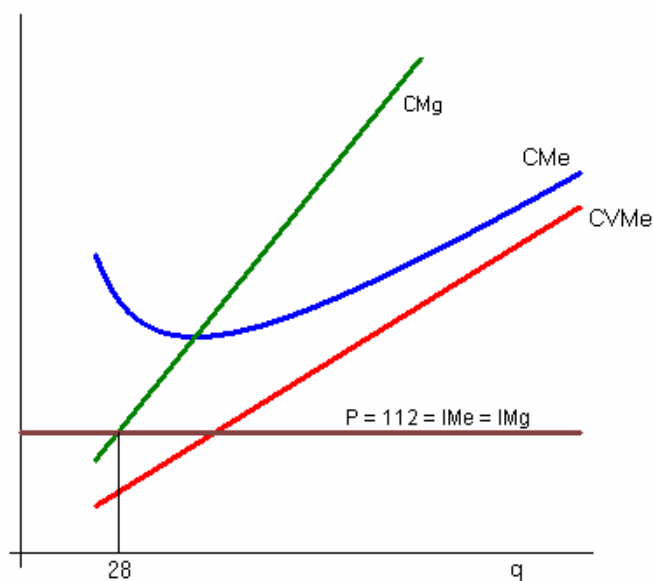


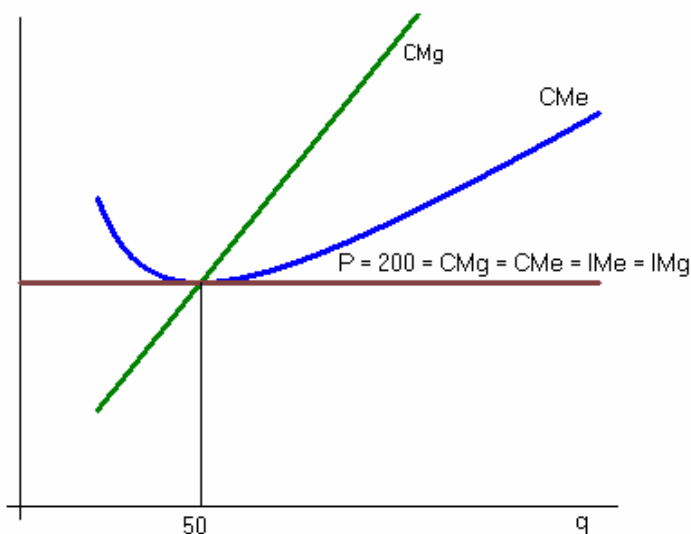
El precio de equilibrio del mercado representa la función de demanda para cada una de las 21 empresas. A este precio la demanda es perfectamente elástica. Cada empresa sigue la regla  $P = CMg \rightarrow q^* = 28$ . Pero con este nivel de producción y precio, las empresas están generando pérdidas en el corto plazo.

En el grafico que sigue se puede apreciar la situación de cada empresa. Al  $P = 112$  de equilibrio, la demanda es perfectamente elástica. La empresa produce 28 unidades. Sin embargo, a este nivel de producción el precio está por encima del  $CVMe$  pero por debajo del  $CMe$ . En consecuencia, se puede continuar operando en el corto plazo cubriendo los costos variables y parte de los costos fijos; pero esta situación no se puede mantener en el largo plazo.

En el largo plazo algunas empresas saldrán del mercado. Si sale el número suficiente de empresas como para que el mercado esté en equilibrio, entonces debe cumplirse la regla  $P = CMg = CMe$ .

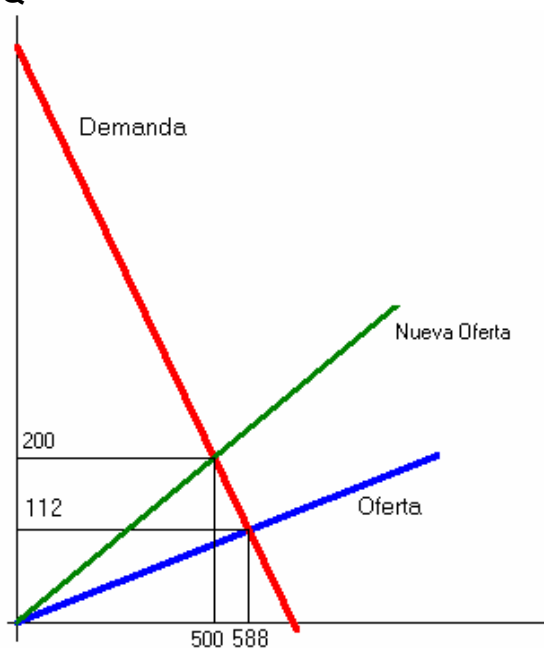
El siguiente grafico muestra que las empresas se encuentran en esta situación cuando están produciendo 50 unidades con un costo medio de 200. Los ingresos por ventas serían  $200 * 500 = 10000$ . Los costos variables serían  $2(50)^2 = 5000$ , y los costos fijos 5000. En consecuencia el costo total asciende a 10000 y el beneficio sería cero.





Al precio de 200 la demanda del mercado es igual a 500 unidades. En consecuencia debe haber en el lado de la oferta del mercado 10 empresas. Las pérdidas registradas al precio de 112 han provocado una contracción del mercado desapareciendo 11 empresas. Ahora el precio es más alto y también la producción, pero los beneficios son nulos. Nadie está interesado en entrar ni en salir del mercado.

La función de oferta de la empresa en el largo plazo es  $P = CMg = 4q \rightarrow q = CMg/4 \rightarrow q = P/4$ . Sumando horizontalmente 10 empresas:  $10q = Q = 2.5P \rightarrow P = 0.4Q$ . La demanda del mercado no se ha modificado:  $P = 700 - Q$



17. Considere un Mercado con 20 empresas competitivas cada una de las cuales con la siguiente función de costos:  $CT(q) = 10q$ . La curva de demanda del mercado está dada por  $P = 510 - 2Q$ . Encuentre el precio y la cantidad de equilibrio. Encuentre el excedente del productor y del consumidor.

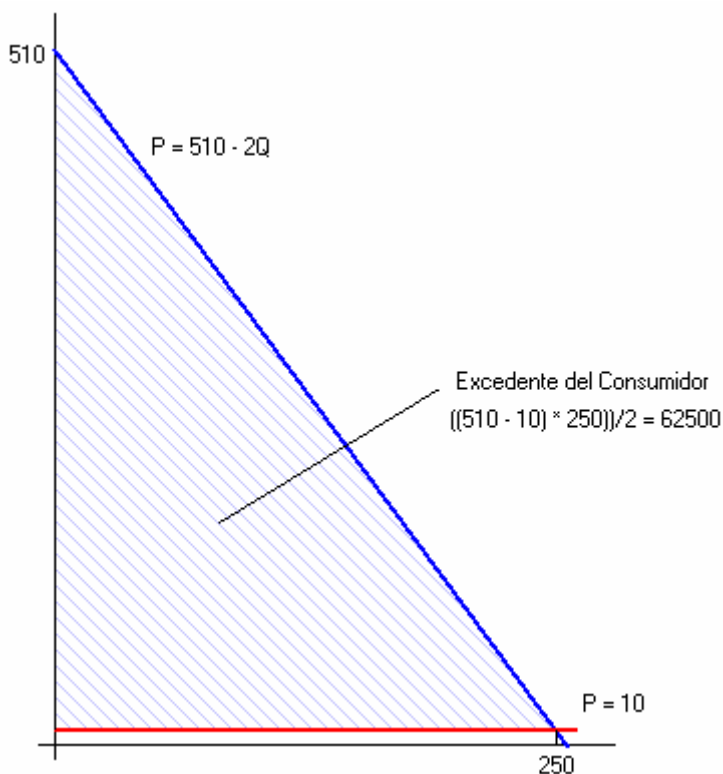
La función de costos de cada empresa nos permite hallar la función de costo marginal:

$CMg = 10$ . Para determinar el nivel de producción que maximiza el beneficio, cada empresa aplica la regla  $P = CMg \rightarrow P = 10$ . En consecuencia la función de oferta de cada empresa es perfectamente elástica al precio  $P = 10$ .

En este caso la suma horizontal de las 20 empresas da como resultado la misma función de oferta. La función de oferta del mercado es la función de oferta de cada empresa porque cada empresa oferta al mercado lo que quiere al precio 10.

En equilibrio:  $P = 10 = 510 - 2Q \rightarrow Q^* = 250$ .

Como el precio del mercado y la oferta del mercado son iguales, no existe excedente del productor. El siguiente grafico muestra el equilibrio del mercado. El excedente del consumidor es: 62500.



18. Consideremos una industria competitiva donde operan un gran número de empresas, todas con idénticas funciones de costes  $CT(q) = q^2 + 1$  para  $q > 0$  y  $CT(0) = 0$ . Supongamos que inicialmente la curva de demanda de esta industria viene dada por  $Q(p) = 52 - p$ . (La producción de una empresa no tiene que ser un número entero, pero el número de empresas sí tiene que ser un número entero.)

- ¿Cuál es la curva de oferta de una empresa en particular? Si hay  $n$  empresas en la industria, ¿cuál será la curva de oferta de la industria?
- ¿Cuál es el precio mínimo al cual se puede vender el producto?

- c. ¿Cuál será, en equilibrio, el número de empresas de esta industria?
- d. Supongamos ahora que la curva de demanda se desplaza a  $Q = 52,5 - p$ . ¿Cuál será, en equilibrio, el número de empresas de la industria?
- e. ¿Cuál será el precio de equilibrio? ¿Cuál será la producción de equilibrio de cada empresa? ¿Cuáles serán, en equilibrio, los beneficios de cada empresa?
- f. Supongamos ahora que la curva de demanda se desplaza a  $Q = 53 - p$ . ¿Cuál será, en equilibrio, el número de empresas de la industria? ¿Cuál será el precio de equilibrio?
- g. ¿Cuál será la producción de equilibrio de cada empresa? ¿Cuáles serán, en equilibrio, los beneficios de cada empresa?

La función de CMg para cada una de las empresas en el mercado es  $CMg = 2q$ . La función de CVMe es:  $CVMe = q$ . En consecuencia la función de oferta es  $P = 2q$  que siempre está por encima de la función de CVMe.

Como  $P = 2q \Rightarrow q = P/2$ . Si existen  $n$  empresas en el mercado, la función de oferta es la suma horizontal de estas  $n$  empresas:  $nq = Q = nP/2$ .

El precio mínimo al cual se puede vender el producto corresponde a aquel nivel de producción donde el precio cubra el CMe. Entonces,  $P = CMg = CMe$ . Esta condición se satisface en el nivel de producción donde el CMe es mínimo.

La función de CMe es:  $CMe = q + 1/q$ . Aplicando las CPO:

$$\frac{\partial CMe}{\partial q} = 1 - \frac{1}{q^2} = 0 \Rightarrow q^* = 1 \Rightarrow CMe(q^* = 1) = 2 = P^*.$$

Al precio  $P^* = 2$  la demanda del mercado será:  $Q^* = 52 - 2 = 50$ . Si  $q^* = 1 \Rightarrow n = 50$ .

Si ahora la función de demanda es  $Q = 52,5 - P$ , es decir, si se produce una expansión de la demanda, entonces:  $Q^* = 52,5 - 2 = 50,5$ . Si  $q^* = 1 \Rightarrow n = 50,5$ . Pero el número de empresas tiene que ser un número entero, entonces  $n = 51$ .

Si ahora la función de demanda es  $Q = 53 - P$ , es decir, si se produce una expansión de la demanda, entonces:  $Q^* = 53 - 2 = 51$ . Si  $q^* = 1 \Rightarrow n = 51$ .

Se puede apreciar que los cambios en la demanda no afectan el nivel de producción de equilibrio de cada empresa,  $q^* = 1$ . Esto es así, porque cada empresa vende su producción al precio que cubre sus costos medios, y el nivel de producción donde el CMe es mínimo depende de la tecnología de producción escogida y no de la demanda.



Al precio  $P = 2$  cada empresa produce  $q^* = 1$ . Los ingresos por ventas son:  $IT = P \cdot q = 2$ . Los costos de producción son:  $CT = 1^2 + 1 = 2$ . En consecuencia  $\pi = 0$ .

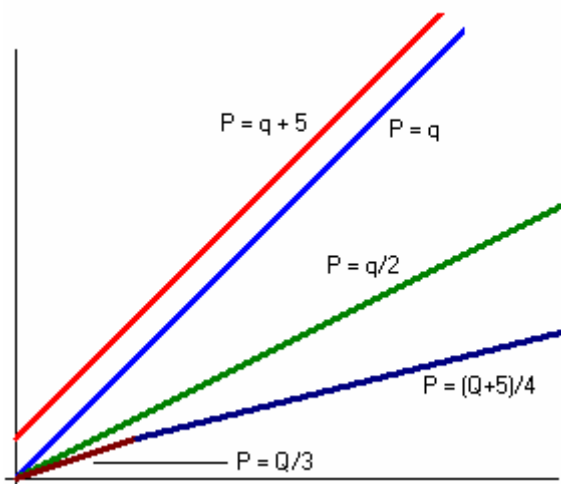
19. Consideremos una industria donde operan tres empresas que tienen las siguientes funciones de oferta:  $q_1 = P$ ,  $q_2 = P - 5$  y  $q_3 = 2P$  respectivamente. Dibuja cada una de las tres curvas y la curva de oferta resultante de la industria. Si la curva de demanda de mercado tiene la forma  $Q = 15$ , ¿cuál es el precio de mercado resultante? ¿Y la cantidad de producción en equilibrio? ¿Cuál es el nivel de producción de la empresa 1 dado este precio? ¿Y de la empresa 2? ¿Y de la empresa 3?

La función de oferta del mercado es la suma horizontal de las funciones de oferta de las tres empresas:  $q_1 + q_2 + q_3 = Q = P + P - 5 + 2P \Rightarrow Q = 4P - 5$ . En equilibrio con la función de demanda  $Q = 15$  tenemos:  $4P - 5 = 15 \Rightarrow P^* = 5$ . La producción del mercado es  $Q = 15$ . Observe que la función de demanda del mercado es perfectamente inelástica al precio. De tal manera que la cantidad de equilibrio queda determinada exclusivamente por la demanda. La oferta determina los precios. La producción del mercado se distribuye entre las tres empresas de acuerdo con sus funciones de oferta:  $q_1 = P \Rightarrow q_1^* = 5$ ,  $q_2 = P - 5 \Rightarrow q_2^* = 0$ , y  $q_3 = 2P \Rightarrow q_3^* = 10$ . Se cumple que  $q_1 + q_2 + q_3 = 5 + 0 + 10 = Q = 15$ .

Observe el grafico que sigue. Las funciones de oferta están escritas bajo la forma  $P = f(q)$ . La función de oferta del mercado es igual a la suma horizontal de las funciones de oferta de cada una de las tres empresas en el mercado. Pero observe que entre los niveles de producción  $Q = 0$  y  $Q = 15$ , sólo dos empresas están ofertando en el mercado. La tercera empresa empieza a ofertar en el mercado a partir de un precio  $P = 5$ . En consecuencia la función de oferta del mercado es una función quebrada. Para los niveles de producción entre 0 y 15 es igual a  $P = Q/3$ . A partir de  $Q = 15$ , es  $P = (Q + 5)/4$ .

El punto de quiebre se produce cuando  $P = 5$  y  $Q = 15$ .

Se puede apreciar que la función de oferta del mercado es más elástica que las funciones de oferta de las empresas. La oferta del mercado “se echa” más a medida que existen más empresas en el mercado.



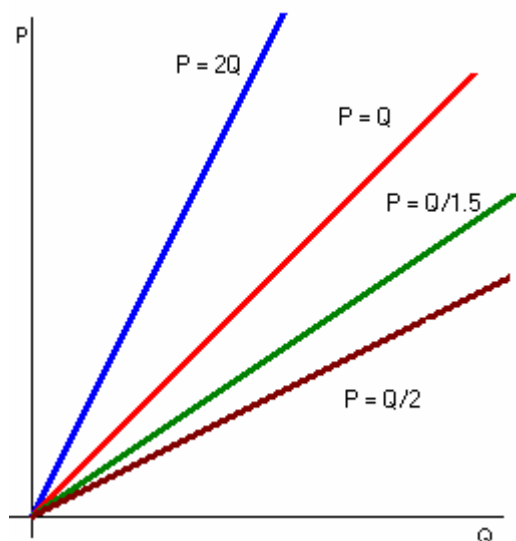
20. Supongamos que todas las empresas de una industria tienen la misma curva de oferta dada por  $q = P/2$ . Representa cuatro curvas de oferta de la industria en los casos en que estén operando 1, 2, 3 ó 4 empresas respectivamente.

- Si todas las empresas tienen una función de costos tal que si el precio fuera inferior a 3 nuevos soles estarían perdiendo dinero, ¿cuál sería el precio y la cantidad de producción de equilibrio de la industria si la demanda de mercado fuera igual a  $Q = 3$ ? ¿Cuántas empresas operarían en este mercado?
- Si todas las condiciones fueran idénticas a las del apartado anterior, exceptuando que la demanda de mercado fuese igual a  $Q = 8 - P$ , ¿cuál sería el precio y la cantidad de equilibrio de la industria? ¿Cuántas empresas operarían en este mercado?

Si  $n = 1 \Rightarrow Q = P/2$ ; Si  $n = 2 \Rightarrow Q = 2(P/2) = P$ ; Si  $n = 3 \Rightarrow Q = 3(P/2) = 1.5P$ ;  
Si  $n = 4 \Rightarrow$

$Q = 4(P/2) = 2P$ . Las correspondientes funciones inversas de demanda serán:

$P = 2Q$ ;  $P = Q$ ;  $P = Q/1.5$ ;  $P = Q/2$ . Gráficamente:



Se puede confirmar que mientras más empresas, más “echada” la curva de oferta del mercado.

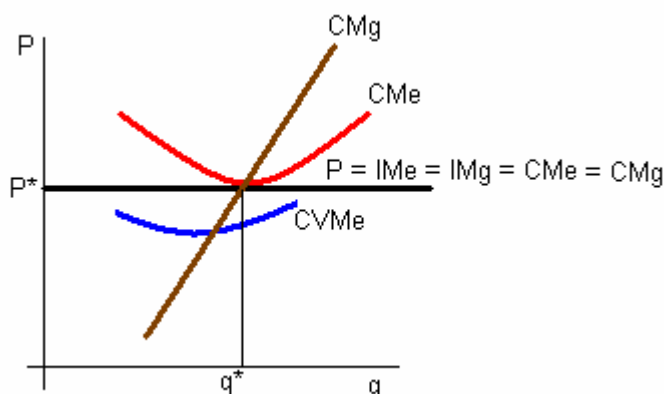
Al precio  $P = 3$  las empresas no pierden dinero, ni lo ganan; en consecuencia el precio  $P = 3$  debe corresponder al nivel de producción de cada empresa en el mercado donde  $P = CMe$ . Pero como las empresas deciden su nivel de producción mediante  $P = CMg$  entonces se debe cumplir que  $P = CMg = CMe$ . Y esta relación se cumple cuando al nivel de producción donde el  $CMe$  es mínimo. En este nivel de producción  $P = 3$  y la oferta de cada empresa será  $q = P/2 \rightarrow q^* = 1.5$ . Si la demanda del mercado es  $Q = 3 \rightarrow n = 2$  empresas.

Si la demanda del mercado fuera:  $Q = 8 - P$  y  $P = 3 \rightarrow Q^* = 5 \rightarrow n = 5/1.5 \rightarrow n = 4$  empresas (se redondea al entero superior).

21. Supongamos que todas las empresas de la industria de alpargatas operan con libertad de entrada y presentan la misma curva de coste medio en forma de U.

- Dibuja las curvas de coste marginal y coste medio de una empresa representativa e indica el nivel del precio de mercado correspondiente al equilibrio a largo plazo.
- Supongamos que el gobierno implanta un impuesto  $t$  sobre cada unidad de producción vendida por la industria. Dibuja en el mismo gráfico estas nuevas condiciones. Después de que la industria se haya ajustado al implante de este impuesto, el modelo competitivo predeciría lo siguiente: el precio de mercado (aumentará/disminuirá) en \_\_\_\_\_, habrá un número (mayor/igual/menor) de empresas operando en la industria y el nivel de producción de cada empresa (aumentará/permanecerá igual/disminuirá)

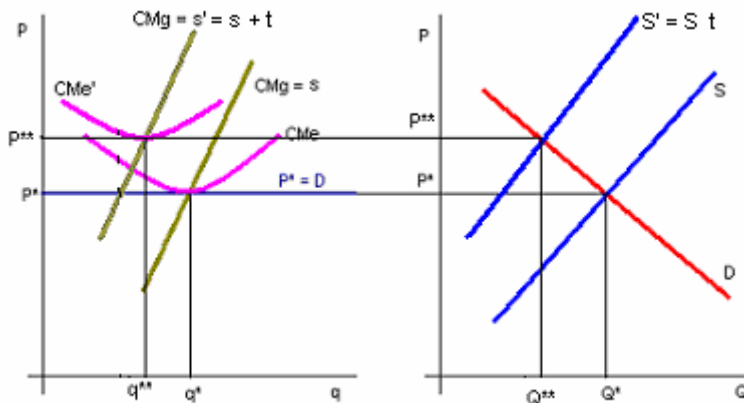
El equilibrio de largo plazo para una empresa competitiva cuyos costos tienen forma de U, se puede apreciar en el siguiente gráfico.



La aplicación de un impuesto de  $t$  nuevos soles por unidad vendida desplaza la función de oferta de las empresas verticalmente hacia arriba:  $P = f(q) \rightarrow P = f(q) + t$ . Como todas las empresas tienen la misma función de oferta, la oferta del mercado también se desplaza:

$P = f(Q) + t$ . Dada la misma función de demanda del mercado, el precio de

equilibrio será mayor y la cantidad de equilibrio menor. Como las empresas no pueden producir a pérdida en el largo plazo, el nivel de producción menor en la industria implica que hay menos empresas en el mercado. Gráficamente. El impuesto desplaza hacia arriba las funciones de CMg y de CMe de cada empresa. Esto contrae la oferta del mercado. El precio sube hasta que es suficiente para cubrir los costos medios. La producción del mercado es menor, la producción de cada empresa es menor y el número de empresas en el mercado es menor.



22. Una empresa posee la función de producción  $q = 6.K^{1/2}.L^{1/2}$ , enfrenta la demanda de mercado  $Q = 100 - 5P$  y paga por cada unidad de insumo  $P_K = 8$ ;  $P_L = 18$ . Determine El precio que cobrará si actúa como competidor perfecto.

Para determinar el precio como competidor perfecto necesitamos conocer la relación  $P = CMg$ . La función CMg se obtiene de la función CT que a su vez es del tipo  $CT = f(q)$ . Con la función de producción de largo plazo y la regla de optimización  $TMgST = P_L/P_K$  podemos establecer la relación  $f(q)$ .

$$\frac{\partial q}{\partial L} / \frac{\partial q}{\partial K} = \frac{K}{L} \rightarrow \frac{K}{L} = \frac{18}{8} \rightarrow K = 2.25L \rightarrow q = 6.(2.25L)^{1/2}.L^{1/2} \rightarrow q = 13.5L$$

→

$$L = q/13.5. \text{ La función de costos de largo plazo es: } CT = KP_K + LP_L \rightarrow CT = 8K + 18L \rightarrow$$

$$CT = 8(2.25L) + 18L \rightarrow CT = 36L \rightarrow CT = 36(q/13.5) \rightarrow CT = 2.667q \rightarrow CMg = 2.667.$$

En consecuencia, si la empresa actúa como un competidor perfecto el precio que cobrará será 2.667.

23. La demanda de un cierto producto es  $Q = 250 - P/2$ . El bien es producido por una empresa cuya función de costos es  $CT = 200 + 20q + 5q^2$ . Determine el precio y la cantidad de equilibrio de largo plazo en situación de competencia perfecta.

El costo marginal es:  $CMg = 20 + 10q$ . La regla de maximización del beneficio para la empresa es  $P = CMg$ . La función inversa de demanda es:

$P = 500 - 2Q$ . El precio de equilibrio de largo plazo es aquel donde  $P = CMe = CMg$  y corresponde al nivel de producción donde el  $CMe$  está en su valor mínimo:

$$CMe = 200/q + 20 + 5q \rightarrow \frac{\partial CMe}{\partial q} = 0 \rightarrow q = 6.32 \rightarrow CMe(q = 6.32) = 83.25.$$

Observe que la función de demanda no influye sobre el precio de equilibrio de largo plazo.

24. Si cambia el costo fijo de una empresa, ¿cambiará el nivel de producción que determina el máximo beneficio para la empresa?

La empresa determina el nivel de producción que maximiza el beneficio, mediante la regla:

$$P = CMg. \text{ El } CMg \text{ es: } \frac{\partial CT}{\partial q} = \frac{\partial (CF + CV)}{\partial q} = \frac{\partial CV}{\partial q}. \text{ En consecuencia los}$$

niveles de producción óptimos tienen que ver con los cambios en los costos variables y no con los cambios en el costo fijo.

Si el CF se incrementa, el beneficio disminuye pero no el nivel de producción que determina ese beneficio, que es el mismo que antes del cambio en el CF.

25. Suponga una empresa que produce el bien X en un mercado perfectamente competitivo. Se conoce el tamaño de la planta. La función de producción se presenta en el cuadro que sigue. Asuma que la tasa salarial es \$8 la hora y los costos fijos ascienden a \$64.

- Complete el cuadro;
- Calcule el nivel de producción que maximiza el beneficio a los siguientes precios:  
 $P = 3.20$ ,  $P = 2$ ,  $P = 1.65$ , y  $P = 1.40$ . Calcule el beneficio de la empresa para cada precio;
- Suponga que la industria está constituida por 60 empresas idénticas. Grafique la curva de oferta de corto plazo de la industria.
- La función de demanda de esta industria viene dada por,  
 $P = 7.36 - 0.0004Q$ . Sobre la grafica anterior grafique la curva de demanda de la industria;
- ¿Cuál es el precio de equilibrio de corto plazo del mercado?
- Vuelva al cuadro de la función de producción y estime el producto marginal de la mano de obra. Al precio de equilibrio de corto plazo de la industria encuentre el nivel de empleo que maximiza el beneficio de la empresa.

L	q	CV	CT	CVMe	CMe	CMg
14.50	60					
17.50	80					
20.50	100					
23.75	120					

27.50	140					
32.00	160					
37.50	180					
44.50	200					
53.50	220					
65.00	240					
79.50	260					
97.50	280					

Para completar el cuadro, empleamos la información del problema sobre costos. Con la tasa salarial hallamos el CV mediante:  $CV = wL = 8L$ . El CV más el CF nos da el CT. El CVMe es el  $CV/q$  y el CMe el  $CT/q$ . El CMg es el cambio en el costo variable o en el costo total dividido entre el cambio en la producción. El cuadro resultante se presenta a continuación.

L	q	CV	CT	CVMe	CMe	CMg
14.5	60	116	180	1.93	3	
17.5	80	140	204	1.75	2.55	1.2
20.5	100	164	228	1.64	2.28	1.2
23.75	120	190	254	1.58	2.12	1.3
27.5	140	220	284	1.57	2.03	1.5
32	160	256	320	1.60	2.00	1.8
37.5	180	300	364	1.67	2.02	2.2
44.5	200	356	420	1.78	2.10	2.8
53.5	220	428	492	1.95	2.24	3.6
65	240	520	584	2.17	2.43	4.6
79.5	260	636	700	2.45	2.69	5.8
97.5	280	780	844	2.79	3.01	7.2

El problema se presenta con información de tipo discreto y no continuo. En consecuencia no es posible determinar valores exactos donde se cumplan las reglas de optimización de la producción.

En consecuencia para hallar los niveles de producción correspondientes a los precios  $P = 3.20$ ,  $P = 2$ ,  $P = 1.65$ , y  $P = 1.40$ , debemos aplicar la regla  $P = CMg$  pero considerando que la información es discreta. En el siguiente cuadro se han marcado los niveles de producción correspondientes a los precios mencionados.

Al  $P = 3.2$  le corresponde el  $CMg = 2.8$  y el nivel de producción de 200 unidades. Observe que en este caso el CT es 356 y el IT es  $3.2 \cdot 200 = 640$ , entonces se obtiene un beneficio de 284.

Si se hubiera escogido el nivel de producción de 220 unidades que corresponde al  $CMg$  de 3.6, más cercano al  $P$  de 3.2, el CT hubiera sido de 492, el IT de  $3.2 \cdot 220 = 704$  y el beneficio de 212, menor al obtenido antes.

Con el mismo criterio se determinan los niveles de producción de 160, 140 y 120 unidades correspondientes a los precios 2, 1.65 y 1.4.

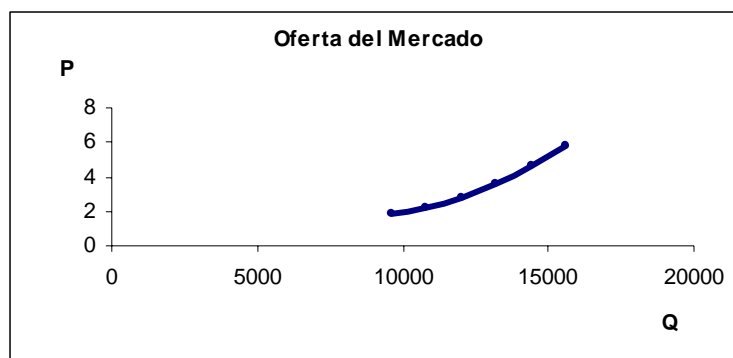
L	q	CV	CT	CVMe	CMe	CMg
14.5	60	116	180	1.93	3	
17.5	80	140	204	1.75	2.55	1.2
20.5	100	164	228	1.64	2.28	1.2
23.75	120	190	254	1.58	2.12	1.3
27.5	140	220	284	1.57	2.03	1.5
32	160	256	320	1.60	2.00	1.8
37.5	180	300	364	1.67	2.02	2.2
44.5	200	356	420	1.78	2.10	2.8
53.5	220	428	492	1.95	2.24	3.6
65	240	520	584	2.17	2.43	4.6
79.5	260	636	700	2.45	2.69	5.8
97.5	280	780	844	2.79	3.01	7.2

Si existieran 60 empresas en la industria, se puede obtener la curva de oferta del mercado. Para ello primero debemos definir la curva de oferta de la empresa. En el corto plazo esta es la curva de costo marginal en su tramo creciente por encima del costo variable medio. Esta condición se cumple para los niveles de producción de 160 unidades en adelante. El cuadro que sigue muestra la función discreta de oferta de la empresa.

q	CVMe	CMg=s
160	1.60	1.8
180	1.67	2.2
200	1.78	2.8
220	1.95	3.6
240	2.17	4.6
260	2.45	5.8
280	2.79	7.2

Si las 60 empresas que existen en el mercado tienen la misma función de costo marginal, entonces la función de oferta del mercado será la suma horizontal de sus funciones de oferta. En el siguiente cuadro se muestran los resultados encontrados y también el gráfico de la función de oferta.

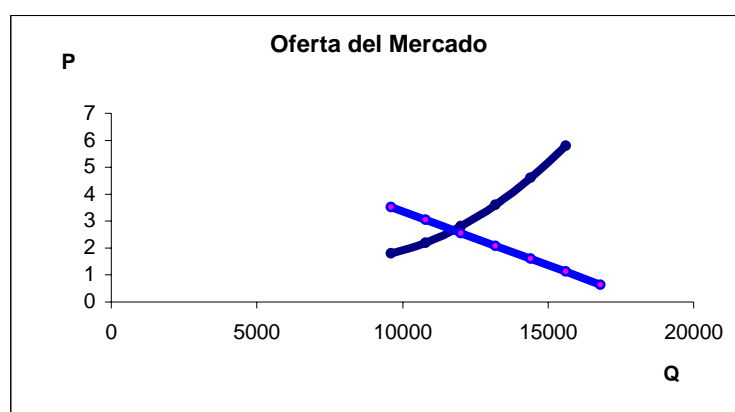
Q	Q = 60q	CMg=S
160	9600	1.8
180	10800	2.2
200	12000	2.8
220	13200	3.6
240	14400	4.6
260	15600	5.8
280	16800	7.2



Si ahora consideramos la función de demanda del mercado como:  $P = 7.36 - 0.0004Q$ , podemos hallar gráficamente el equilibrio del mercado. Graficamos la función de demanda en el mismo grafico de la función de oferta para los valores de producción relevantes en la función de oferta. El siguiente cuadro muestra los resultados estimados para la demanda, y los obtenidos antes para la oferta. Se puede apreciar que para los primeros niveles de producción, el precio de demanda está por encima del precio de oferta, pero esta diferencia se reduce a medida que se incrementa la producción. Con una producción de 12000 unidades el precio de demanda es 2.56 y el de oferta 2.8. Si se incrementa más la producción, a 13200 la diferencia crece; al contrario, si se reduce la producción a 10800, la diferencia de precios crece también.

Considerando que estas son variables discretas, el precio aproximado de equilibrio estaría entre 2.56 y 2.8 para un nivel de producción de 12000 unidades. El grafico a continuación muestra este resultado.

Q (demanda)	P	Q(Oferta)	P
9600	3.52	9600	1.8
10800	3.04	10800	2.2
12000	2.56	12000	2.8
13200	2.08	13200	3.6
14400	1.6	14400	4.6
15600	1.12	15600	5.8
16800	0.64	16800	7.2



Volviendo a la función de producción del primer cuadro, podemos estimar el producto marginal.

Esto es, el incremento en la producción resultante de incrementar el empleo de mano de obra en una unidad. De nuevo, como estamos trabajando con información discreta los valores del producto marginal se



estiman como el cambio en el producto total dividido entre el cambio en el empleo del factor trabajo.

Si conocemos el incremento en la producción resultante de contratar una unidad adicional de mano de obra, interesa conocer cuál es la cantidad óptima de mano de obra que debemos contratar si buscamos maximizar el beneficio.

Aquí como en otros casos aplicamos el criterio del análisis marginal. Contrataremos unidades adicionales de mano de obra hasta que la última unidad contratada genere ingresos a la empresa iguales a su costo de contratación. Los ingresos que genera la última unidad de mano de obra se estiman como el valor de la producción añadida, es decir como el valor de su producto marginal. Si  $PMg$  es el número de unidades añadidas por la última unidad contratada de trabajo, entonces podemos vender estas unidades de producción en el mercado al precio  $P$ .

El valor del producto marginal es, entonces:  $P \cdot PMg$ . Si este valor es mayor que el costo de la unidad de trabajo, la empresa gana con esa contratación y estará estimulada a continuar contratando más unidades. Si este valor es menor al costo de la contratación, la empresa pierde y es mejor disminuir la cantidad de trabajo.

La empresa estará maximizando su beneficio si contrata unidades adicionales de trabajo hasta que el valor del producto marginal sea igual al costo del trabajo, es decir, igual al salario.

Para este problema vamos a asumir que el precio de equilibrio de corto plazo es 2.7 (entre 2.56 y 2.8). El salario por unidad de trabajo es igual a 8. El cuadro que sigue muestra los resultados alcanzados.

Las dos últimas columnas muestran los ingresos generados por la última unidad de trabajo contratado y el costo de esa unidad de trabajo, respectivamente. *Para maximizar el beneficio la empresa debe contratar 37.5 unidades de trabajo.*

L	q	PMg	P	$P \cdot PMg$	W
14.5	60				
17.5	80	6.67	2.7	18.00	8.00
20.5	100	6.67	2.7	18.00	8.00
23.75	120	6.15	2.7	16.62	8.00
27.5	140	5.33	2.7	14.40	8.00
32	160	4.44	2.7	12.00	8.00
37.5	180	3.64	2.7	9.82	8.00
44.5	200	2.86	2.7	7.71	8.00
53.5	220	2.22	2.7	6.00	8.00
65	240	1.74	2.7	4.70	8.00

79.5	260	1.38	2.7	3.72	8.00
97.5	280	1.11	2.7	3.00	8.00

26. Cada una de las empresas de un mercado competitivo tiene la siguiente función de costos  $CT = 16 + q^2$ . La función de demanda es  $Q = 24 - P$ . Determine el precio de equilibrio de largo plazo, la cantidad producida por cada empresa y el número de empresas.

En equilibrio de largo plazo:  $P = CMe = CMg$ . Esta condición se cumple al nivel de producción donde el CMe es mínimo.  $\frac{\partial CMe}{\partial q} = 1 - 16/q^2 = 0 \Rightarrow q^* =$

$4 \Rightarrow CMe(q = 4) = 8 \Rightarrow P = 8$ . Para hallar el número de empresas primero determinamos la demanda del mercado:  $Q = 24 - P$   
 $= 24 - 8 = 16 \Rightarrow n = Q/q = 16/4 = 4$  empresas.

27. Si  $q_1 = P - 10$ , y  $q_2 = P - 15$ , ¿a qué precio tiene un quiebre la curva de oferta de la industria?

La curva de oferta de la industria es  $q_1 + q_2 = Q \Rightarrow Q = 2P - 25 \Rightarrow P = Q/2 + 25/2$ . Esta función de oferta opera sobre los niveles de producción donde operan cada una de las dos empresas que constituyen la industria. La primera empresa:  $q_1 = P - 10 \Rightarrow P = q_1 + 10$ , opera en el mercado a partir del precio  $P = 10$  (intercepto de la función inversa de demanda con el eje de precios). La segunda empresa:  $q_2 = P - 15 \Rightarrow P = q_2 + 15$ , opera en el mercado a partir del precio  $P = 15$  ((intercepto de la función inversa de demanda con el eje de precios). En consecuencia, ambas empresas ofertan en el mercado a partir del precio  $P = 15$ .

En consecuencia el punto de quiebre se produce cuando  $P = 15 \Rightarrow Q = 5$ . Para precios superiores a  $P = 15$  la función inversa de oferta del mercado es  $P = Q/2 + 25/2$ ; para precios inferiores a  $P = 15$ , la función inversa de oferta del mercado es  $P = Q + 10$  (que es la función inversa de oferta de la empresa 1).

Gráficamente se puede apreciar el punto de quiebre de la curva de oferta.

