Taller 1: Funciones y Procesos

Fundamentos de Programación Funcional y Concurrente

Veronica Lorena Mujica Gavidia - 2359406
Jeidy Nicol Murillo Murillo - 2359310
Juan Manuel Perez Cruz - 2266033

September 2024

1 Informe de Procesos

En esta sección se analizarán los procesos generados por los programas recursivos implementados. Tal como se ha visto en clase, los programas recursivos generan una pila de llamadas que se despliega y se resuelve de manera controlada a medida que se ejecutan las operaciones. Para ilustrar este comportamiento, se presentarán ejemplos específicos para cada ejercicio.

1.1 Máximo de una lista de enteros: Ejemplo

1.1.1 Recursión Lineal

Primero, establecemos el test que utilizaremos para depurar la función `maxLin`. Para ello, proporcionamos una lista de valores y comenzamos el proceso de depuración. Esto nos permitirá observar detalladamente la ejecución de la función y verificar su comportamiento.

```
// Lista de varios valores mezclados: Recursion Lineal
test("Numero maximo de la Lista (10, 7, 8, 2) es 10") {
    assert(objMaxlist.maxLin(List(10, 7, 8, 2)) == 10)
}
```

```
7     // Función recursión lineal
8     def maxLin(l: List[Int]): Int = {
9         if (l.isEmpty) throw new IllegalArgumentException("La lista no debe estar vacía")
10        if (l.exists(_ < 0)) throw new IllegalArgumentException("La lista no debe contener números negativos")
11        if (l.tail.isEmpty) l.head
12        else math.max(l.head, maxLin(l.tail))
13    }
```

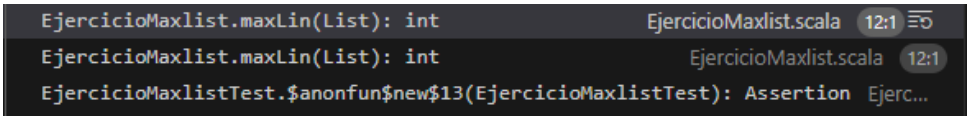
Paso 1: `maxLin(List(10, 7, 8, 2))`
- La lista no está vacía y no contiene números negativos.
- La lista no tiene un solo elemento, así que se llama a la recursión: `math.max(10, maxLin(List(7, 8, 2)))`**. Teniendo dos llamados de pila iniciales, uno para el número entero que está almacenando y el otro para el assert del Test.**

```
EjercicioMaxlist.maxLin(List): int                                  EjercicioMaxlist.scala  12:1
EjercicioMaxlistTest.$anonfun$new$13(EjercicioMaxlistTest): Assertion  EjercicioMaxlistTest.sc...
```

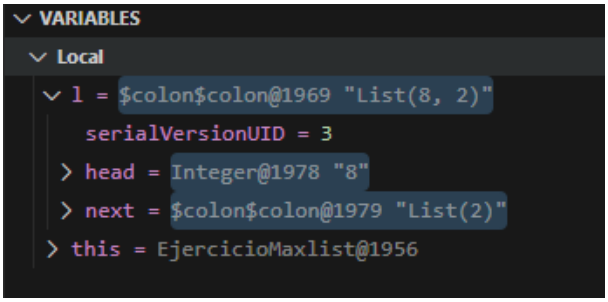
```
Local
> l = $colon$colon@1955 "List(10, 7, 8, 2)"
> this = EjercicioMaxlist@1956
```

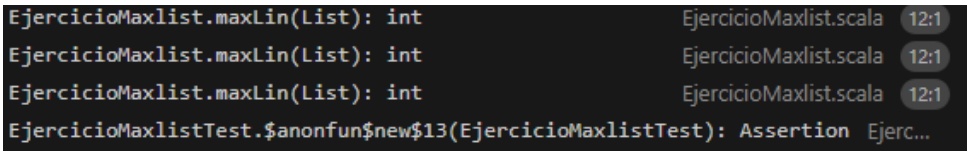
Paso 2: `maxLin(List(7, 8, 2))`
- La lista no está vacía y no contiene números negativos.
- La lista no tiene un solo elemento, así que se llama a la recursión: `math.max(7, maxLin(List(8, 2)))`**. Los llamados de la pila se incrementan en uno para guardar el nuevo número entero.**

```
VARIABLES
Local
l = $colon$colon@1959 "List(7, 8, 2)"
    serialVersionUID = 3
  > head = Integer@1968 "7"
  > next = $colon$colon@1969 "List(8, 2)"
> this = EjercicioMaxlist@1956
```



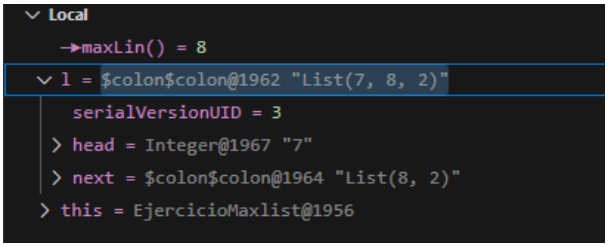
Paso 3: `maxLin(List(8, 2))`
- La lista no está vacía y no contiene números negativos.
- La lista no tiene un solo elemento, así que se llama a la recursión: `math.max(8, maxLin(List(2)))`.

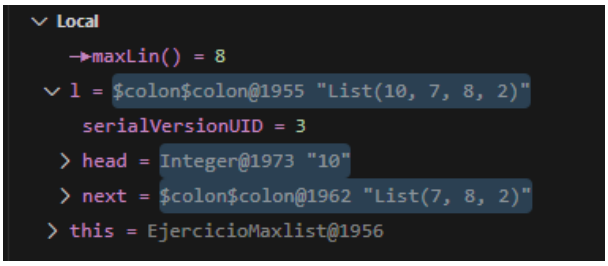


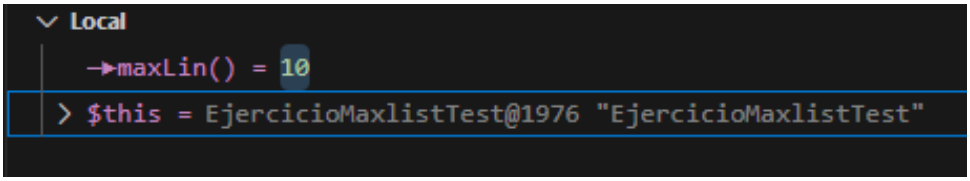


Paso 4: `maxLin(List(2))`
- La lista no está vacía y no contiene números negativos.
- La lista tiene un solo elemento, así que devuelve 2.

Paso de regreso:
- En el paso 3, `math.max(8, 2)` **devuelve 8.**
- En el paso 2, `math.max(7, 8)` **devuelve 8.**
- En el paso 1, `math.max(10, 8)` **devuelve 10. El resultado final para** `maxLin(List(10, 7, 8, 2))` **es 10.**





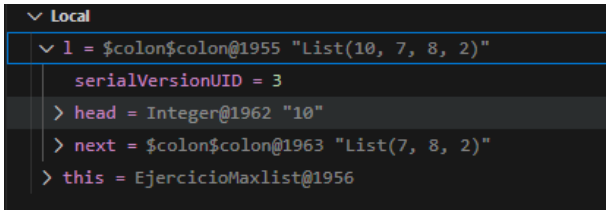


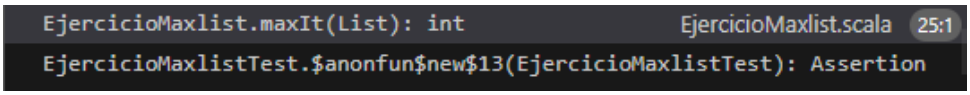
1.1.2 Recursión de Cola

Para ilustrar cómo funciona la función, consideremos la misma lista del ejemplo anterior (10, 7, 8, 2) y en este caso objMaxlist.maxIt:

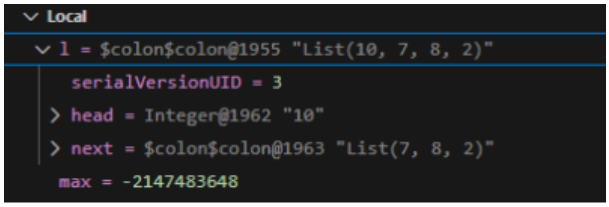
```
// Lista de varios valores mezclados: Recursion de Cola
test("Numero maximo de la Lista (10, 7, 8, 2) es 10") {
    assert(objMaxlist.maxIt(List(10, 7, 8, 2)) == 10)
}
```

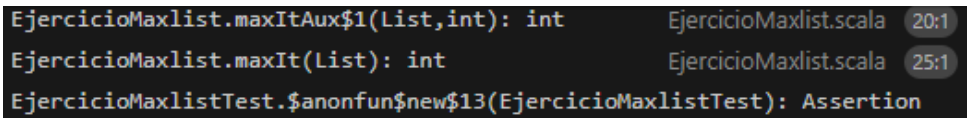
Paso 1: maxIt(List(10, 7, 8, 2))
-La lista no está vacía y no contiene números negativos.
-Se llama a maxItAux con maxItAux(List(10, 7, 8, 2), Int.MinValue).



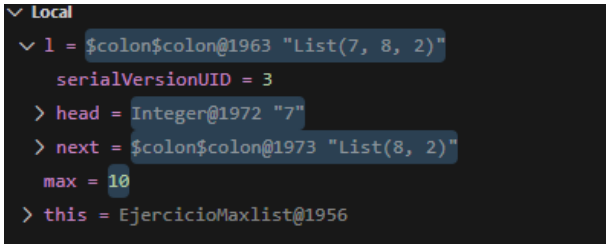


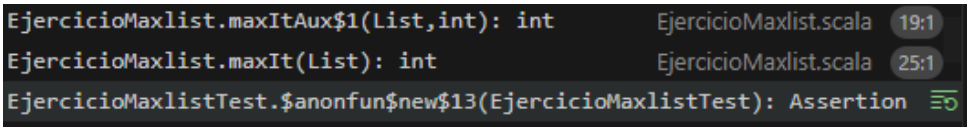
Paso 2: maxItAux(List(10, 7, 8, 2), Int.MinValue)
-l.head es 10, max es Int.MinValue.
-math.max(10, Int.MinValue) es 10.
-Se llama a maxItAux con maxItAux(List(7, 8, 2), 10).



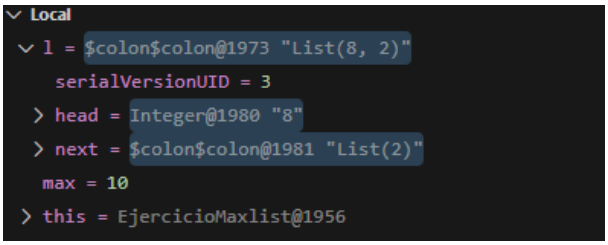


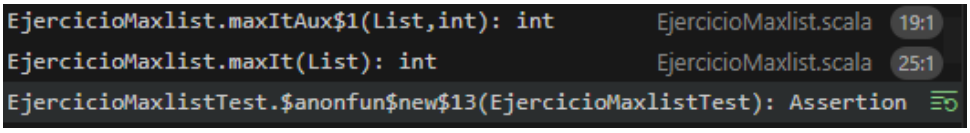
Paso 3: maxItAux(List(7, 8, 2), 10)
-l.head es 7, max es 10.
-math.max(7, 10) es 10.
-Se llama a maxItAux con maxItAux(List(8, 2), 10).



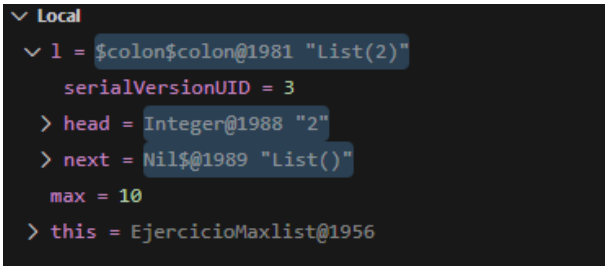


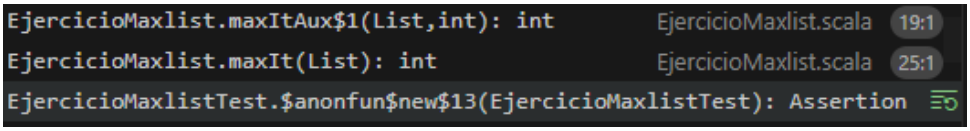
Paso 4: maxItAux(List(8, 2), 10)
-l.head es 8, max es 10.
-math.max(8, 10) es 10.
-Se llama a maxItAux con maxItAux(List(2), 10).



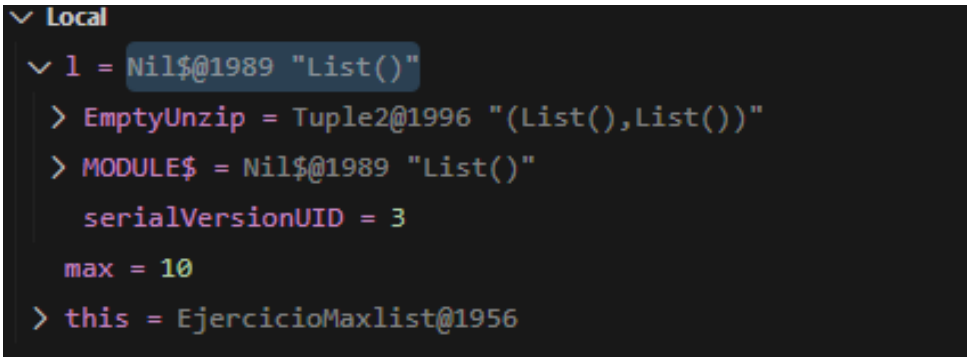


Paso 5: maxItAux(List(2), 10)
-l.head es 2, max es 10.
-math.max(2, 10) es 10.
-Se llama a maxItAux con maxItAux(List(), 10).





Paso 6: maxItAux(List(), 10)
-La lista está vacía.
-Devuelve 10, que es el valor máximo encontrado.



1.2 Torres de Hanoi: Ejemplo

1.2.1 Movimientos Torres de Hanoi

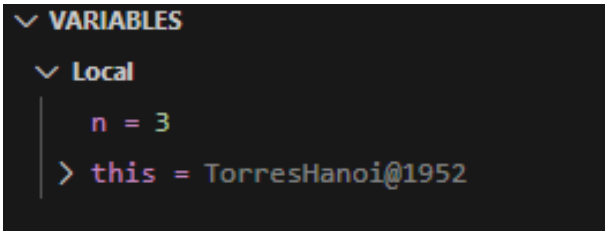
La clase TorresHanoi contiene una función llamada movsTorresHanoi que calcula el número mínimo de movimientos necesarios para resolver el problema de las Torres de Hanoi con n discos con la fórmula BigInt(2).pow(n) la cúal calcula 2 elevado a la potencia n.

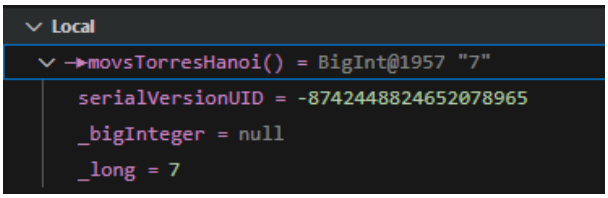
```
3   class TorresHanoi {
4     def movsTorresHanoi(n: Int): BigInt = {
5     if (n == 0) BigInt(0)
6     else BigInt(2).pow(n) - 1
7   }
```

Para realizar la depuración tomamos el siguiente test de prueba:

```
// Pruebas para movsTorresHanoi
test("movsTorresHanoi con 3 discos debe devolver 7") {
    assert(torresHanoi.movsTorresHanoi(3) == BigInt(7))
}
```

Paso 1: movsTorresHanoi(3)
-n = 3, por lo que no se entra en el caso base.
-Calculamos BigInt(2).pow(3) - 1 = 8 - 1 = 7.
-Así, el número mínimo de movimientos con 3 discos es 7.





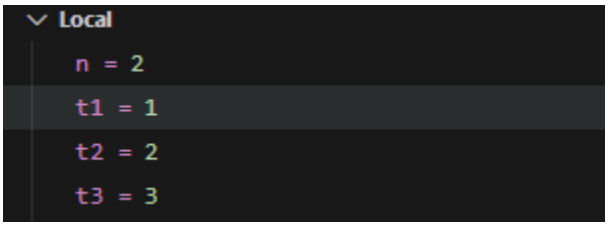
1.2.2 Torres de Hanoi

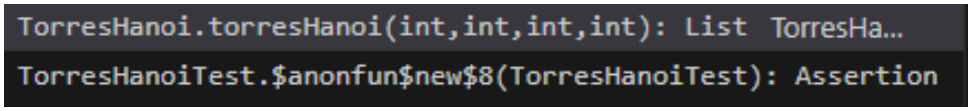
Esta función calcula la secuencia de movimientos para resolver el problema de las Torres de Hanoi.
Parámetros:
-n: El número de discos.
-t1: La torre de origen.
-t2: La torre de destino intermedia.
-t3: La torre de destino final.

Vamos a depurar la función con el test:

```
// Pruebas para torresHanoi
test("Torre Hanoi con 2 discos debe devolver los movimientos correctos") {
    assert(torresHanoi.torresHanoi(2, 1, 2, 3) == List((1, 2), (1, 3), (2, 3)))
}
```

Vamos a ejecutar la función con n = 2, t1 = 1, t2 = 2, y t3 = 3:

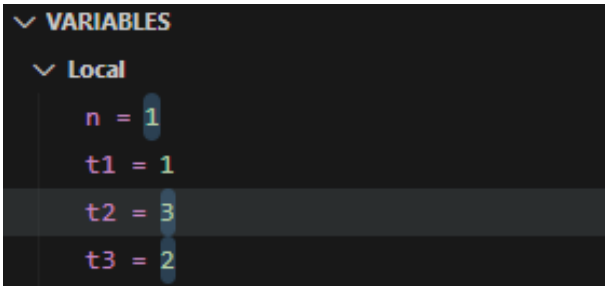


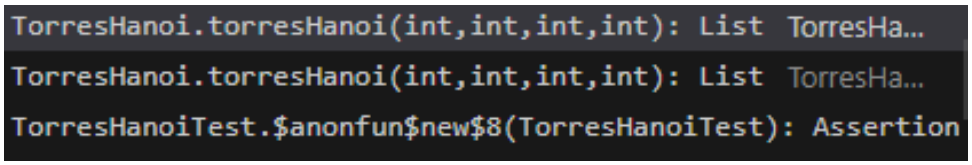


Paso 1: torresHanoi(2, 1, 2, 3)
-No es el caso base, así que pasamos al else.

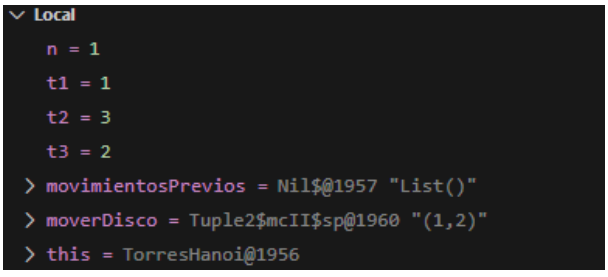
Paso 2 (movimientosPrevios):

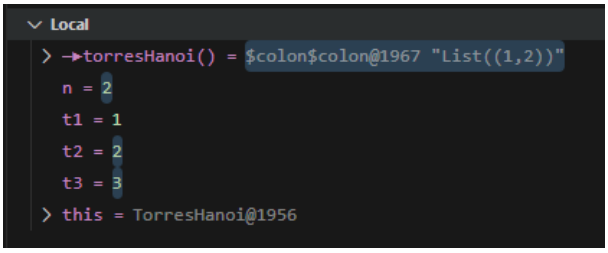
a) Llamamos a torresHanoi(1, 1, 3, 2):

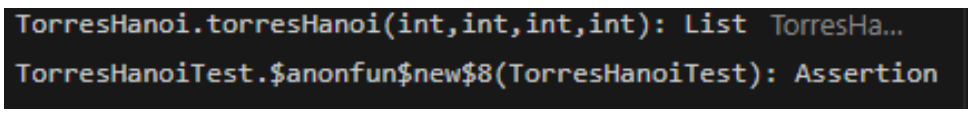




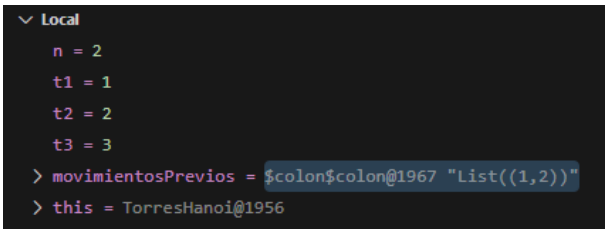
b) Movemos el disco 1 de la torre 1 a la torre 2 → (1, 2).



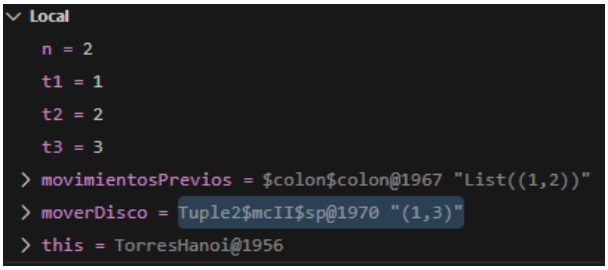




c) movimientosPrevios = List((1, 2)).

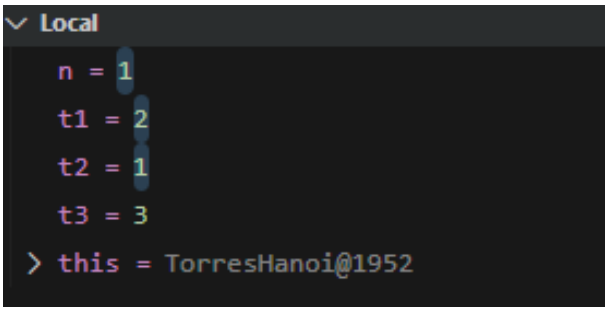


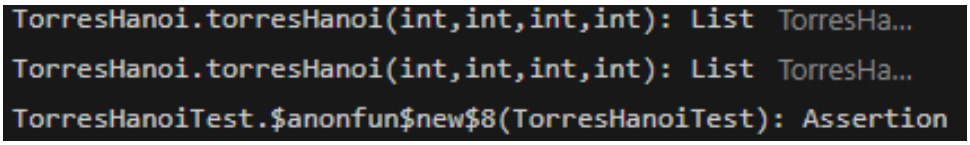
Paso 3 (moverDisco):
-Movemos el disco 2 de la torre 1 a la torre 3 → (1, 3).



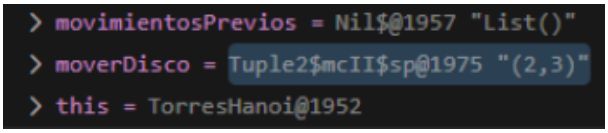
Paso 4 (movimientosPosteriores):

a) Llamamos a torresHanoi(1, 2, 1, 3):

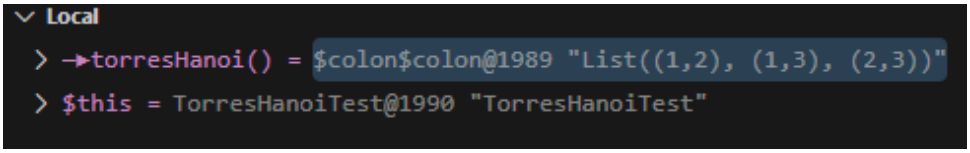




b) Movemos el disco 1 de la torre 2 a la torre 3 → (2, 3).



Paso 5: Combinar los movimientos:
-Concatenamos movimientosPrevios ::: (moverDisco :: movimientosPosteriores):
-List((1, 2)) ::: ((1, 3) :: List((2, 3))) = List((1, 2), (1, 3), (2, 3)).



2 Informe de Correción

2.1 Análisis de las correcciones en maxLin y maxIt

2.1.1 Codigo de MaxLin

```
// Función recursión lineal
def maxLin(l: List[Int]): Int = {
    if (l.isEmpty) throw new IllegalArgumentException("La lista no debe estar vacía")
    if (l.exists(_ < 0)) throw new IllegalArgumentException("La lista no debe contener números negativos")
    if (l.tail.isEmpty) l.head
    else math.max(l.head, maxLin(l.tail))
}
```

Revisión: Se comprueba que la lista no esté vacía y que no contenga elementos negativos, el caso base está bien implementado puesto que si la lista tiene un solo elemento, simplemente se devuelve ese elemento. La recursividad está bien implementada, donde en cada llamada se evalúa el primer elemento y se compara con el máximo de los elementos restantes.

Corrección Matemática:

Caso Base: Cuando la lista tiene un solo elemento:

$$f([a1]) = a1 \tag{1}$$

Paso Recursivo: para n ¿ 1, se define como:

$$f([a1, a2, ..., an]) = max(a1, f(a[2, ..., an])) \tag{2}$$

El código que utiliza math.max para comparar el primer elemento con el máximo de los elementos restantes.

2.1.2 Codigo de MaxIt

```
    // Función recursión de cola
    def maxIt(l: List[Int]): Int = {
        @tailrec
        def maxItAux(l: List[Int], max: Int): Int = {
            if (l.isEmpty) max
            else maxItAux(l.tail, math.max(l.head, max))
        }

        if (l.isEmpty) throw new IllegalArgumentException("La lista no debe estar vacía")
        if (l.exists(_ < 0)) throw new IllegalArgumentException("La lista no debe contener números negativos")
        else maxItAux(l, Int.MinValue)
    }
}
```

Revisión: El código hace uso de la anotación @tailrec, que asegura que la función sea optimizada por el compilador para evitar desbordamiento de pila. Esto cumple con el requerimiento de recursión de cola, se inicializa el acumulador con Int.MinValue, que es un valor adecuado para comenzar a buscar el máximo en una lista de enteros, en cada paso, la función maxItAux compara el acumulador con el siguiente elemento de la lista y actualiza el máximo.

Corrección Matemática:

Estado inicial:

$$max0 = a1 \tag{3}$$

Invariante del ciclo:

$$maxi = max(a1, a2, \ldots, ai) \tag{4}$$

Estado final: Cuando la lista está vacía, el acumulador contiene el valor máximo de la lista.

2.2 Análisis de las correcciones en movsTorresHanoi y torresHanoi

2.2.1 Codigo de movsTorresHanoi

```
class TorresHanoi {
  def movsTorresHanoi(n: Int): BigInt = {
  if (n == 0) BigInt(0)
  else BigInt(2).pow(n) - 1
}
```

Revisión: La fórmula correcta para el número mínimo de movimientos en las Torres de Hanoi está bien implementada:

$$f(n) = 2^n - 1 \tag{5}$$

Esto cumple con los requisitos matemáticos y el código es eficiente al utilizar BigInt para evitar problemas con valores grandes cuando n es grande.

Corrección Matemática:

Caso Base: Cuando n=1, se requiere un solo movimiento:

$$f(1) = 2^1 - 1 = 1 \tag{6}$$

Paso Inductivo: para n =k + 1:

$$f(k+1) = 2^k - 1 + 1 + 2^k - 1 = 2^k + 1 - 1 \tag{7}$$

2.2.2 Codigo de torresHanoi

```
def torresHanoi(n: Int, t1: Int, t2: Int, t3: Int): List[(Int, Int)] = {
  if (n == 0) Nil
  else {
        // Mover n-1 discos de t1 a t2 usando t3 como intermediaria
        val movimientosPrevios = torresHanoi(n - 1, t1, t3, t2)

        // Mover el disco n de t1 a t3
        val moverDisco = (t1, t3)

        // Mover n-1 discos de t2 a t3 usando t1 como intermediaria
        val movimientosPosteriores = torresHanoi(n - 1, t2, t1, t3)

        movimientosPrevios ::: (moverDisco :: movimientosPosteriores)
        }
    }
```

Revisión: La función implementa el algoritmo recursivo para resolver las Torres de Hanoi, en cada paso: Se mueve n1 discos de la torre t1 a la torre t2, se mueve el disco n de t1 a t3, se mueven los n . 1 discos de t2 a t3, el uso de listas y la concatenación con ::: es eficiente para construir la lista de movimientos.

Corrección Matemática:

Caso Base: Cuando n=1, el movimiento es simple:

$$Movimientos = [(t1, t3)] \tag{8}$$

Paso Recursivo: para n ¿ 1, se descompone en 3 pasos:

$$torresHanoi(n, t1, t2, t3) = torresHanoi(n1, t1, t3, t2)[(t1, t3)]torresHanoi(n1, t2, t1, t3) \tag{9}$$

3 Conclusiones

Este taller nos permitió comprender mejor el tema de recursividad en programación funcional a través del análisis de dos problemas específicos: encontrar el máximo de una lista de enteros positivos no vacía y la resolución del enigma de las Torres de Hanoi.

Hemos contemplado cómo los algoritmos recursivos en programación funcional descomponen los problemas complejos en subproblemas más pequeños, y cómo la recursión de cola ofrece una solución más eficiente al evitar la acumulación de llamadas en la pila.

Además, el uso de herramientas formales como la inducción y la inducción estructural, junto con los invariantes de ciclo, nos permitió garantizar que nuestras soluciones son correctas para todos los casos posibles.

Estas técnicas no solo son importantes en programación funcional, sino que también son fundamentales para escribir programas robustos y confiables en cualquier paradigma. Finalmente, hemos aprendido que la recursión en programación es una herramienta necesaria para resolver problemas de manera ágil. A través de la evaluación y el análisis de los procesos, podemos abordar problemas complejos de manera sistemática y eficiente.