

Комплексные числа

Курс “Введение в высшую математику”

Что будет на уроке

1. Комплексное число:
определение;
графическое
представление
2. Арифметические
операции с комплексными
числами

Комплексное число: определение

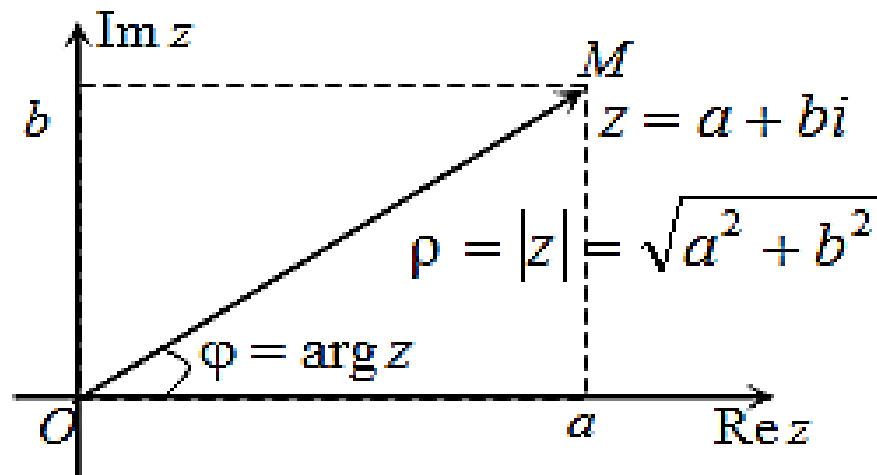
Комплексное число —

$$a + bi,$$

где a , b — действительные числа, а i — мнимая единица ($i^2 = -1$).

Число a называется действительной частью, а **число b** — мнимой частью комплексного числа $z = a + bi$.

Комплексное число: график



Задача: арифметические операции

Пусть $z_1 = -1 + 2i$ и $z_2 = 3 - 4i$

$$z_1 z_2 = (-1 + 2i)(3 - 4i) =$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{-1 + 2i}{3 - 4i} =$$

$$i^2 = -1$$

$$z_1 z_2 = (-1 + 2i)(3 - 4i) = -3 + 4i + 6i - 8i^2 = 5 + 10i.$$

$$\begin{aligned}\frac{z_1}{z_2} &= \frac{-1 + 2i}{3 - 4i} = \frac{(-1 + 2i)(3 + 4i)}{(3 - 4i)(3 + 4i)} = \frac{-3 - 4i + 6i + 8i^2}{9 - 16i^2} = \\ &= \frac{-11 + 2i}{25} = -\frac{11}{25} + \frac{2}{25}i = -0,44 + 0,08i.\end{aligned}$$

Задача: арифметические операции с комплексными числами

$$i^2 = -1$$

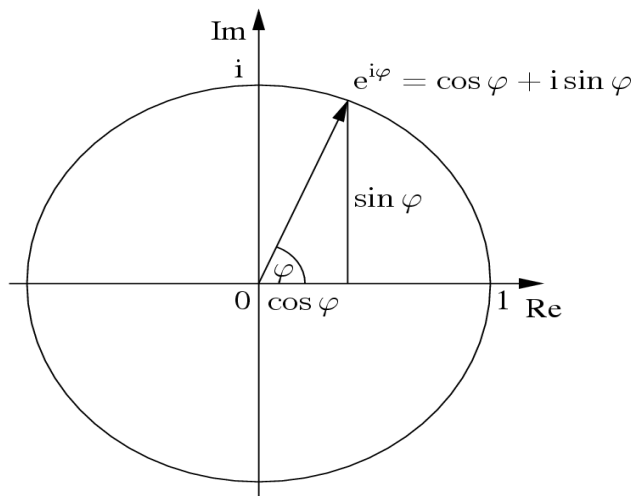
Умножение: $z_1 z_2 = (x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2) =$
 $= x_1 x_2 + ix_1 y_2 + iy_1 x_2 + i^2 y_1 y_2 =$
 $= (x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(x_1 y_2 + y_1 x_2).$

Задача: арифметические операции с комплексными числами

$$i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} \text{Деление: } \frac{z_1}{z_2} &= \frac{x_1 + iy_1}{x_2 + iy_2} = \frac{(x_1 + iy_1)(x_2 - iy_2)}{(x_2 + iy_2)(x_2 - iy_2)} = \\ &= \frac{x_1x_2 - ix_1y_2 + iy_1x_2 - i^2y_1y_2}{x_2^2 - i^2y_2^2} = \\ &= \frac{(x_1x_2 + y_1y_2) + i(y_1x_2 - x_1y_2)}{x_2^2 + y_2^2} = \\ &= \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} + i \frac{y_1x_2 - x_1y_2}{x_2^2 + y_2^2}. \end{aligned}$$

Тождество Эйлера



Формула Эйлера

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Тождество Эйлера

(<https://habr.com/ru/post/454136/>)

В 2003 году аспирант Калифорнийского технологического института Билли Коттрелл писал краской на чужих спортивных автомобилях уравнение Эйлера. На суде он сказал: "Я знал теорему Эйлера с пяти лет, и её обязаны знать все".



Спасибо!
Каждый день
вы становитесь
лучше :)