

Описательная статистика

① Даны значения зарплат из выборки бухгалтеров: 100, 80, 75, 77, 89, 33, 45, 25, 65, 14, 30, 24, 57, 55, 70, 75, 65, 84, 90, 150.

Рассчитать ср. арифм., ср. квадрат. откл-е, смещенную и несмещенную оценки дисперсий для данной выборки.

Среднее арифм-е

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m X_i$$

(выборочное среднее) — оценка для мат. откл.

$$\sum_{i=1}^m = 1306 \quad m = 20$$

$$\bar{X} = \frac{1306}{20} = 65,3$$

Ср. квадрат. откл-е

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2}$$

показывает уровень разброса зп-в выборки относительно выборочного среднего.

$$\sigma = 30,82385$$

Смещенная выборочная дисперсия

$$\sigma^2 = 950,11$$

Оценка некоторого параметра случайной вел-ты на-се несмещенной, если

оценивание этой
равняется равному ТПВ & МС
этого параметра.
среднее значение
и отсюда

$$S_{unbiased}^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2$$

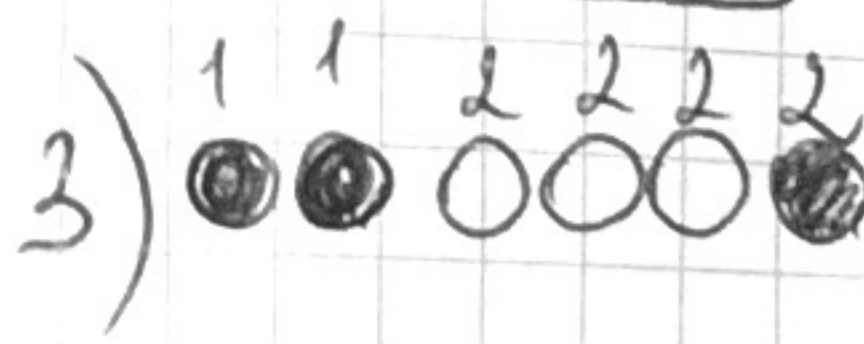
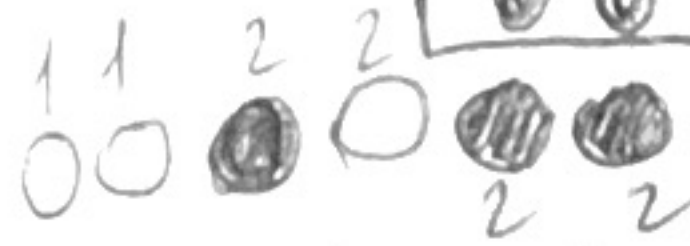
$$S_{unbiased}^2 = 1000,115489 \quad (ddof=1)$$

оценивание дисперсии и сдвиг
выборочная дисперсия

$$\bar{x} = 65,3 ; \quad \sigma = 30,82 ;$$

$$\sigma^2 = 950,11 ; \quad S_{unbiased}^2 = 1000,12$$

2) В первом мешке находится 8
мешков, из коих 5 - белые. Во втором
мешке - 12 мешков, из коих 5 - белые.
из 1-го составят сук. обр. 2 мешка, из
2-го - 4. Какова вероятность, что 3 мешка
белые?



← умножение
(и)

$$1) C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P_1 = \frac{C_5^2 \cdot C_3^0}{C_8^2} \cdot \frac{C_5^1 \cdot C_7^3}{C_{12}^4} = 0,126(26)$$

2 зерна из 5-ти
0 зерен из 3-х
1 зерно из 5-ти
3 зерна из 7-ми
2 зерна из 8-ми
4 зерна из 12-ти

$$2) P_2 = \frac{C_5^1 \cdot C_3^1}{C_8^2} \cdot \frac{C_5^2 \cdot C_7^2}{C_{12}^4} = 0,22(72)$$

$$3) P_3 = \frac{C_5^0 \cdot C_3^2}{C_8^2} \cdot \frac{C_5^3 \cdot C_7^1}{C_{12}^4} = 0,015(15)$$

Вероятность наступления одного из этих событий: (или) - сложение:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 0,126 + 0,015 + 0,227 = 0,368$$

Ответ: Вероятность, что 3 зерна будут
= 36,8%.

3) На соревнованиях по биатлону
из 3 спортсменов стреляет ТЧВ и МС
и попадает в мишень. Вероятность
попадания для 1-го спортсмена = 0,9 для
2-го - 0,8, для 3-го - 0,6. Найти вер-ть, что
выстрел произведен:

а) 1-м спортсменом

б) 2-м спортсменом

в) 3-м спортсменом.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

Ф-ла Байеса
(позволяет "развернуть"
условную вер-ть).

$$P(A_1) = \frac{1}{3} \text{ - вер-ть, что}$$

$$P(A_2) = \frac{1}{3} \text{ - стрелял 1-й спортсмен}$$

$$P(A_3) = \frac{1}{3} \text{ - 2-й}$$

$$P(B|A_1) = 0,9 \quad P(B|A_2) = 0,8 \quad P(B|A_3) = 0,6$$

$$P(B) = \frac{1}{3} \cdot 0,9 + \frac{1}{3} \cdot 0,8 + \frac{1}{3} \cdot 0,6 = 0,76(6)$$

$$а) P(A_1|B) = \frac{0,9 \cdot \frac{1}{3}}{0,76} = 0,39 \text{ - вер-ть выстрела}$$

$$б) P(A_2|B) = \frac{0,8 \cdot \frac{1}{3}}{0,76} = 0,35 \text{ - 1-м спортсменом}$$

$$в) P(A_3|B) = \frac{0,6 \cdot \frac{1}{3}}{0,76} = 0,26 \text{ - 2-м}$$

$$\text{Проверка: } 0,39 + 0,35 + 0,26 = \textcircled{1}$$

④ В университет на фак-ты А и В поступило равное кол-во студентов, а на факультет С студентов поступило столько же, сколько на А и В вместе. Вер-ть, что студент фак. А сдал 1-ю сессию, равна 0,8. Для студента фак. В эта вер-ть = 0,7, а для студента фак. С - 0,9. Студент сдал 1-ю сессию. Какова вер-ть, что он учится:

а) на фак-те А

б) на фак-те В

в) на фак-те С ?

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$$

$$P(B|A_a) = 0,8 \quad P(B|A_b) = 0,7 \quad P(B|A_c) = 0,9$$

$$A = X = B$$

$$C = 2X$$

$$X + X + 2X = 4X - \text{общ. число студ-в}$$

Вер-ть, что сдавший сессию с

$$A - \frac{1}{4}, \quad B - \frac{1}{4}, \quad C - \frac{1}{2}$$

$$P(A_a)$$

$$P(A_b)$$

$$P(A_c)$$

$$P(B) = \frac{1}{4} \cdot 0,8 + \frac{1}{4} \cdot 0,7 + \frac{1}{2} \cdot 0,9 = 0,825$$

какая вер-ть события, что студент сдал сессию (урачно).

$$P(A_a|B) = \frac{\frac{1}{4} \cdot 0,8}{0,825} = 0,24 (24)$$

$$P(A|B) = \frac{\frac{1}{4} \cdot 0,7}{0,825} = 0,21(21) \text{ TB \& MC}$$

$$P(A_c|B) = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0,9}{0,825} = 0,54(54)$$

Проверка:

$$0,24 + 0,21 + 0,55 = 1$$

Выв. Вер-ть, что ступень уместа на

град. А - 24%

град. В - 21%

град. С - 55%

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ \odot & \odot & \odot \\ 0,1 & 0,2 & 0,25 \end{matrix}$$

5) Уси-ко состоит из 3 деталей. Для первой детали вер-ть впасть из строя в первый месяц = 0,1; для второй - 0,2; для 3-й - 0,25. Какова вер-ть, что в первый месяц впадут из строя:

а) все детали

б) только 2 детали

в) хотя бы одна деталь

г) от 1 до 2 деталей?

а) Вер-ть, что все детали впадут из строя:

$$0,1 * 0,2 * 0,25 = 0,005$$

одно из этих событий произойдет (или)

$$0,045 + 0,02 + 0,015 = 0,08$$

W	x	x	
0,9	0,2	0,25	-0,045
x	W	x	
0,1	0,8	0,25	-0,02
x	x	W	
0,1	0,2	0,75	-0,015

⑥ Все детали работают:

$$0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,75 = 0,54$$

$$1 - 0,54 = 0,46 \text{ — хотя бы одна не работает.}$$

②	Все работают	1-2 не раб-ют	Все не раб-ют
	↓	↓	↓
	0,54	$1 - 0,54 - 0,005 =$ $= 0,455$	0,005

Отв: а) 0,5%
б) 8%
в) 46%
г) 45,5%