

1. В чём различие между зависимыми и независимыми выборками?

При сравнении двух (и более) выборок важным параметром является их зависимость.

Если можно установить гомоморфную пару (то есть, когда одному случаю из выборки X соответствует один и только один случай из выборки Y и наоборот) для каждого случая в двух выборках (и это основание взаимосвязи является важным для измеряемого на выборках признака), такие выборки называются *зависимыми*.

Можно сказать, что зависимые выборки характеризуются тем, что каждому испытуемому одной выборки поставлен в соответствие по определенному критерию испытуемый из другой выборки.

Примеры зависимых выборок:

Повторное измерение свойства (свойств) на одной и той же выборке после воздействия (ситуация до-после). В этом случае выборки (одна — до, другая — после воздействия) зависимы в максимально возможной степени, так как они включают одних и тех же испытуемых.

Могут быть и более слабые варианты зависимости. Например, мужья — одна выборка, их жены — другая выборка (при исследовании, например, их предпочтений). Или дети 5-7 лет — одна выборка, а их братья или сестры-близнецы — другая выборка.

В общем случае зависимые выборки предполагают попарный подбор испытуемых в сравниваемые выборки.

Независимые выборка характеризуются тем, что вероятность отбора любого испытуемого одной выборки не зависит от отбора любого из испытуемых другой выборки, например:

мужчины и женщины,
психологи и математики.

Примером сравнения независимых выборок может служить сопоставление данных анализа крови в группе пациентов с аналогичными показателями в группе здоровых. Допускается, чтобы количество объектов в независимых выборках было различным.

Соответственно, зависимые выборки всегда имеют одинаковый объём, а объём независимых может отличаться.

Следует отметить, что случаи частично зависимых (или частично независимых) выборок недопустимы: это непредсказуемым образом нарушает их репрезентативность.

2. Когда применяются параметрические статистические критерии, а когда — их непараметрические аналоги?

Существует два типа статистических методов параметрические и непараметрические. Параметрические методы — это количественные методы статистической обработки данных, применение которых требует обязательного знания закона распределения изучаемых признаков в совокупности и вычисления их основных параметров. Например, известно, что выборки извлечены из генеральных совокупностей с нормальным законом распределения и одинаковыми дисперсиями. Требуется выяснить, одинаковы ли генеральные средние этих совокупностей.

Непараметрические методы — это количественные методы статистической обработки данных, применение которых не требует знания закона распределения изучаемых признаков в совокупности и вычисления их основных параметров. Например, непараметрической является гипотеза о равенстве генеральных средних значений двух совокупностей, если нет информации о виде законов распределения измеряемой величины.

Применение параметрических методов для проверки статистических гипотез основано на представлении о нормальном распределении совокупностей, из которых взяты сравниваемые выборки, а также, о равенстве генеральных параметров сравниваемых выборок. Однако эти условия выполняются не всегда, так как не все признаки распределяются нормально и об их законе распределения часто мало что известно. Следует учитывать еще и то, что исследователю приходится подвергать анализу не только количественные, но и качественные (атрибутивные) признаки, которые могут выражаться не только абсолютными или относительными числами, но и порядковыми

номерами, индексами, условными знаками и т.д. В таких случаях параметрические методы не применимы. Поэтому в исследованиях наряду с параметрическими используют наиболее простые непараметрические (порядковые или ранговые) методы, основанные на использовании соответствующих статистических критериев.

Непараметрические критерии предназначены для обнаружения различий в законах распределения двух генеральных совокупностей с неизвестными законами распределения.

Параметрические критерии используются в задачах проверки параметрических гипотез и включают в свой расчет показатели распределения, например, средние, дисперсии и т.д..

Заклучение о случайности или неслучайности различий между выборочными совокупностями при использовании параметрических критериев осуществляется на основании сравнения параметров распределений, т.е. сводных числовых характеристик. Каждый из параметров компактно, в виде одного единственного числа, отражает некие характерные свойства распределения данной случайной величины. Они являются количественными мерами этих свойств. На практике, как правило, рассматривают лишь два параметра – среднее значение, являющееся «мерой положения математического центра» полученного вариационного ряда, и дисперсию, но чаще всего корень из нее – стандартное отклонение, являющиеся мерой вариации. Для этих параметров разработаны два наиболее популярных параметрических критерия: **критерий Стьюдента и критерий Фишера**.

Параметрические критерии позволяют прямо оценить уровень основных параметров генеральных совокупностей, разности средних и различия в дисперсиях. Критерии способны оценить взаимодействие двух и более факторов в воздействии на изменения признака. Параметрические критерии считаются несколько более мощными, чем непараметрические, при условии, что признак измеренная с интервальной шкале и нормально распределенная. Однако с интервальной шкале могут возникнуть определенные проблемы и, если данные, представлены не в стандартизированных оценках. К тому же проверка распределения "на нормальность» требует достаточно сложных расчетов, результат которых заранее неизвестен. Чаще распределения признаков отличаются от нормального, тогда приходится обращаться к непараметрическим критериям.

Непараметрические критерии лишены вышеперечисленных ограничений. Однако они не позволяют осуществить прямую оценку уровня таких важных параметров, как среднее или дисперсия, с их помощью невозможно оценить взаимодействия действие двух и более условий или факторов, влияющих на изменение признака. Непараметрические критерии позволяют решить некоторые важные задачи, которые сопровождают исследования в психологии и педагогике: выявление различий в уровне исследуемого признака, оценка сдвига значений исследуемого признака. Непараметрические критерии проверки гипотез основаны на операциях с частотами, рангами и т.п.. Это **критерии Манна-Уитни и Вилкоксона** и многие другие.

Стоит также отметить, что параметрические критерии обладают высокой информативностью, поскольку позволяют не только обнаружить достоверность различий, но и точно, конкретно демонстрируют их характер и степень. Однако, при всех несомненных достоинствах параметрические критерии обладают и рядом существенных недостатков – ограничениями их применимости. Самый серьезный из них - допущение о нормальности распределения сравниваемых величин. Второе ограничение - непригодность таких критериев к выборкам малого объема (<10-15 измерений). На таких выборках параметры распределения (средние, дисперсии) могут резко измениться от добавления или убавления даже одного единственного числа. Третье – высокая чувствительность к артефактам, которые оказывают сильное влияние на параметры распределения, вызывая сдвиг средних значений в ту или иную сторону. В результате может «всплыть» различие, которого на самом деле нет или наоборот – оказаться «зашумленной» действительная разница. Влияние артефактов особенно велико на малых выборках. Как, например, в медицине, специфика работы состоит в том, что из-за сложности исследуемых процессов и явлений они, как правило, имеют дело именно с выборками малого объема, имеющими неизвестный закон распределения, часто полученными в результате достаточно грубых измерений, «нашпигованными» артефактами.

Для извлечения содержательной информации из числовых массивов такого рода были разработаны непараметрические критерии. Это критерии, применение которых не требует пересчета массивов

исходных данных в компактно заменяющие их параметры распределения - средние значения, дисперсии или стандартные отклонения и т.д. – и их последующее сравнение.

Как следствие, не только теряет силу требование «нормальности» генеральной совокупности, но и, более того, закон распределения сравниваемых величин вообще не играет никакой роли. Особые, достаточно простые, способы преобразования исходных данных делают эту группу критериев еще и практически нечувствительными к артефактам. В результате, непараметрические критерии успешно работают даже на чрезвычайно малых выборках при наличии грубых измерений и грубых ошибок.

Применение критериев для принятия (отклонения) статистических гипотез всегда осуществляются с доверительной вероятностью, иначе говоря, на определенном уровне значимости.

Рассмотрим критерии Манна-Уитни и Вилкоксона.

Критерий Манна-Уитни и критерий Вилкоксона – критерии ранговые, т.е. основанные на сравнении сумм рангов, полученных тем или иным образом из сравниваемых выборочных распределений. В данном конкретном случае рангом называется порядковый номер числа в ранжированном (расставленном в порядке возрастания) массиве данных – чем больше число, тем выше его ранг. При этом, если числа не повторяются, то их ранги в точности соответствуют их порядковым номерам. Если же некоторое число повторяется несколько раз, то всем им приписывается средний ранг. Продемонстрируем, как все это происходит и выглядит. Допустим, мы получили следующий вариационный ряд данных x:

5.6 11.7 -3.5 6.3 8 7.4 0.5 8 3 3.1 15.2 3.1 8 6.7 111 4.4

Здесь числа представлены в том порядке, как они были получены.

Расставим их в порядке возрастания и припишем порядковые номера, а также ранги R:

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
x	-3.5	0.5	3	3.1	3.1	4.4	5.6	6.3	6.7	7.4	8	8	8	11.7	15.2	111
R	1	2	3	4.5	4.5	6	7	8	9	10	12	12	12	14	15	16

Из приведенного примера хорошо видно, что при ранжировании происходит «линеаризация данных» - сглаживание их резких колебаний за счет того, что ранг числа не зависит от его абсолютной величины и разницы с соседними вариантами. Например, последнее число 111 чуть ли не на порядок превышает ближайшее к нему 15.2. Тем не менее, ранг его всего на 1 выше, чем у предпоследнего числа. Ранговые критерии для сравнения выборочных совокупностей делятся на две группы – для независимых и зависимых выборок.