propagation Bilinear interpolation

2018年11月15日 19:51

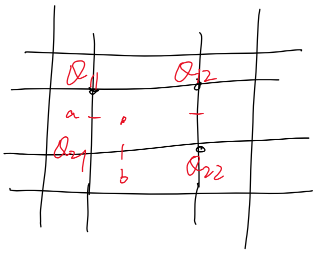
$$f_i^c(p) = \sum_q G(q, p+\delta p) f_k^c(q) \qquad (1a)$$

$$G(q, p+\delta p) = g(q_x, p_x+\delta p_x) \cdot g(q_y, p_y+\delta p_y) \qquad (1b)$$

$$\text{where } g(a,b) = \max(0, 1-|a-b|) \qquad (1c)$$

双线性插值

$$g(a,b) = \begin{cases} 0 & |a-b| \geq 1 \\ 1-|a-b| & |a-b| < 1 \end{cases}$$



$$f(Q_{a1}) = w_y \cdot f(Q_{11}) + (1-w_y) f(Q_{21}) \qquad (1)$$

距离越近，权重越大

记 $d = |Q_{11} Q_{21}|$

$$w_y = 1 - \frac{|Q_{11} Q_{a1}|}{d}$$

同理

$$f(Q_{a2}) = w_y f(Q_{12}) + (1-w_y) f(Q_{22}) \qquad (2)$$

则 $$f(Q_{ab}) = w_x f(Q_{a1}) + (1-w_x) f(Q_{a2}) \qquad (3)$$

$$w_x = 1 - \frac{|Q_{21} Q_{2b}|}{|Q_{21} Q_{22}|}$$

观察(1)-(3) 权重和项的关系：

e.g.:

(3) 中 $\omega_x \cdot f(Q_{a1})$ 项

Q_{a1} 到 Q_{ab} 距离 $|Q_{a1}Q_{ab}| = |Q_{21}Q_{2b}|$

即.

$$\omega_x = 1 - \frac{|Q_{21}Q_{2b}|}{|Q_{21}Q_{22}|} = 1 - \frac{|Q_{a1}Q_{ab}|}{|Q_{21}Q_{22}|}$$

$$= 1 - \frac{d_{|Q_{a1}Q_{ab}|}}{d}$$

同样

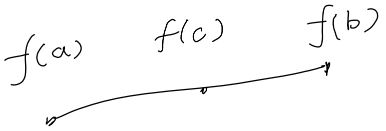
(3) 项 $(1-\omega_x) f(Q_{a2})$

$$1-\omega_x = 1 - \frac{d(Q_{a2}, Q_{2b})}{d}.$$

(1)、(2) 中也有类似规律.

式 (1C) 的意义已昭然若揭:

线性插值.



$$f(c) = \omega f(a) + (1-\omega) f(b)$$

$$= \frac{d(a,c)}{d_{ab}} f(a) + \frac{d(b,c)}{d_{ab}} f(b)$$

而在整数网格点中的线性插值中:

$$d_{ab} = 1$$

$$d(x,y) = 1 - |x-y|$$

记 $\omega(x,y) = 1 - |x-y|$ (4) 这里隐含着只对邻近四点操作的条件

我们在新假设条件下重写(1)-(3)

$$f(Q_{a1}) = w_y f(Q_{11}) + (1-w_y) f(Q_{21}) \qquad (1)$$

$$\Rightarrow f(Q_{a1}) = w(x_{Q_{a1}}, x_{Q_{a1}}) \cdot f(Q_{11}) + w(x_{Q_{21}}, x_{Q_{a1}}) f(Q_{21}) \qquad (1')$$

$$f(Q_{ab}) = w_x f(Q_{a1}) + (1-w_x) f(Q_{a2}) \qquad (3)$$

$$\Rightarrow f(Q_{ab}) = \underbrace{w(y_{Q_{a1}}, y_{Q_{ab}}) f(Q_{a1})}_{} + w(y_{Q_{a2}}, y_{Q_{ab}}) f(Q_{a2})$$

代入(1')

$$\Rightarrow w(y_{Q_{a1}}, y_{Q_{ab}}) \cdot [w(x_{Q_{11}}, x_{Q_{a1}}) f(Q_{11}) + w(x_{Q_{21}}, x_{Q_{a1}}) f(Q_{21})]$$

可以发现，变换核是可分离的.

这里已经可以看到(1a)、(1b)的影子了

现将(4)再次推广

我们将(4)改写为(1c)的形式

对于(4)式，只有被操作位置是最近邻的4个点之一时，计算出的权重才有意义

如果想对全部点进行计算，就要加上这个限制

$$w(x, y) = \max(0, 1-|a-b|)$$

我们得到了(1c)

由变换核可分离，可得(1b)

由图像变换的通式：

$$T \ldots = \sum^{M-1} \sum^{N-1} f(x,y) r(x,y,u,v)$$

由图像变换的通式：

$$T(u,v)=\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\, r(x,y,u,v)$$

记 $p=(u,v)$，$q=(x,y)$ 写向量形式.

$$T(p)=\sum_{q} r(q,p) f(q)$$

可得双线性插值的通式：

$$T(p)=\sum_{q} G(q,p) f(q).$$

$$G(q,p)=g(x_q,x_p)\, g(y_q,y_p)$$

$$g(a,b)=\max\{0,\ 1-|a-b|\}$$

研究到这还有精力的话

建议回溯

然后去看cpp实现

https://github.com/apache/incubator-mxnet/blob/2becd7641fbe264b72425fe6b1ded00cea19d3a8/src/operator/bilinear_sampler.cc