

Contents

1	ubuntu	1
1.1	run . . . . .	1
1.2	cp.sh . . . . .	1
2	Basic	1
2.1	ascii . . . . .	1
2.2	limits . . . . .	1
3	字串	1
3.1	最長迴文子字串 . . . . .	1
4	STL	2
4.1	priority_queue . . . . .	2
4.2	queue . . . . .	2
4.3	deque . . . . .	2
4.4	map . . . . .	2
4.5	unordered_map . . . . .	3
4.6	set . . . . .	3
4.7	multiset . . . . .	3
4.8	unordered_set . . . . .	3
4.9	單調隊列 . . . . .	4
5	sort	5
5.1	大數排序 . . . . .	5
5.2	bubble sort . . . . .	5
6	math	5
6.1	質數與因數 . . . . .	5
6.2	prime factorization . . . . .	6
6.3	快速冪 . . . . .	6
7	algorithm	6
7.1	basic . . . . .	6
7.2	binarysearch . . . . .	7
7.3	prefix sum . . . . .	7
7.4	差分 . . . . .	7
7.5	greedy . . . . .	7
8	動態規劃	11
8.1	LCS 和 LIS . . . . .	11
9	graph	11
9.1	graph . . . . .	11
10	Section2	12
10.1	thm . . . . .	12
11	space	12
11.1	s . . . . .	12

1 ubuntu

1.1 run

```
1| ~$ bash cp.sh PA
```

1.2 cp.sh

```
1|#!/bin/bash
2|clear
3|g++ $1.cpp -DDBG -o $1
4|if [[ "$?" == "0" ]]; then
5|    echo Running
6|    ./$1 < $1.in > $1.out
7|    echo END
8|fi
```

2 Basic

2.1 ascii

	int	char	int	char	int	char
1	32		64	@	96	`
2	33	!	65	A	97	a
3	34	"	66	B	98	b
4	35	#	67	C	99	c
5	36	\$	68	D	100	d
6	37	%	69	E	101	e
7	38	&	70	F	102	f
8	39	'	71	G	103	g
9	40	(	72	H	104	h
10	41	)	73	I	105	i
11	42	*	74	J	106	j
12	43	+	75	K	107	k
13	44	,	76	L	108	l
14	45	-	77	M	109	m
15	46	.	78	N	110	n
16	47	/	79	O	111	o
17	48	0	80	P	112	p
18	49	1	81	Q	113	q
19	50	2	82	R	114	r
20	51	3	83	S	115	s
21	52	4	84	T	116	t
22	53	5	85	U	117	u
23	54	6	86	V	118	v
24	55	7	87	W	119	w
25	56	8	88	X	120	x
26	57	9	89	Y	121	y
27	58	:	90	Z	122	z
28	59	;	91	[	123	{
29	60	<	92	\	124	
30	61	=	93	]	125	}
31	62	>	94	^	126	~
32	63	?	95	-		

2.2 limits

	[Type]	[size]	[range]
1	char	1	127 to -128
2	signed char	1	127 to -128
3	unsigned char	1	0 to 255
4	short	2	32767 to -32768
5	int	4	2147483647 to -2147483648
6	unsigned int	4	0 to 4294967295
7	long	4	2147483647 to -2147483648
8	unsigned long	4	0 to 18446744073709551615
9	long long	8	
10		8	
11		9223372036854775807 to -9223372036854775808	
12	double	8	1.79769e+308 to 2.22507e-308
13	long double	16	1.18973e+4932 to 3.3621e-4932
14	float	4	3.40282e+38 to 1.17549e-38
15	unsigned long long	8	0 to 18446744073709551615
16	string	32	

3 字串

3.1 最長迴文子字串

```
1|#include <bits/stdc++.h>
2|#define T(x) ((x) % 2 ? s[(x) / 2] : '. ')
3|using namespace std;
4|
5|string s;
6|int n;
7|
8|int ex(int l, int r) {
9|    int i = 0;
```

```

10 while(1 - i >= 0 && r + i < n && T(1 - i) == T(r +
    i)) i++;
11 return i;
12 }
13
14 int main() {
15     cin >> s;
16     n = 2 * s.size() + 1;
17
18     int mx = 0;
19     int center = 0;
20     vector<int> r(n);
21     int ans = 1;
22     r[0] = 1;
23     for(int i = 1; i < n; i++) {
24         int ii = center - (i - center);
25         int len = mx - i + 1;
26         if(i > mx) {
27             r[i] = ex(i, i);
28             center = i;
29             mx = i + r[i] - 1;
30         } else if(r[ii] == len) {
31             r[i] = len + ex(i - len, i + len);
32             center = i;
33             mx = i + r[i] - 1;
34         } else {
35             r[i] = min(r[ii], len);
36         }
37         ans = max(ans, r[i]);
38     }
39
40     cout << ans - 1 << "\n";
41     return 0;
42 }

```

## 4 STL

### 4.1 priority\_queue

```

1 priority_queue: 優先隊列，資料預設由大到小排序，
    即優先權高的資料會先被取出。
2 宣告：
3     priority_queue<int> pq;
4 把元素 x 加進 priority_queue：
5     pq.push(x);
6 讀取優先權最高的值：
7     x = pq.top();
8     pq.pop(); //讀取後刪除
9 判斷是否為空的priority_queue：
10    pq.empty() //回傳 true
11    pq.size() //回傳 0
12 如需改變priority_queue的優先權定義：
13    priority_queue<T> pq; //預設由大到小
14    priority_queue<T, vector<T>, greater<T> > pq;
15    //改成由小到大
16    priority_queue<T, vector<T>, cmp> pq; //cmp

```

### 4.2 queue

```

1 queue: 佇列，資料有「先進先出」(first in first out,
    FIFO)的特性。
2 就像排隊買票一樣，先排隊的客戶被服務。
3 宣告：
4     queue<int> q;
5 把元素 x 加進 queue：
6     q.push(x);
7 取值：
8     x = q.front(); //頭
9     x = q.back(); //尾
10 移除已經讀取的值：

```

```

11     q.pop();
12 判斷是否為空的queue：
13     q.empty() 回傳 true
14     q.size() 回傳零
15
16 #include <iostream>
17 #include <queue>
18 using namespace std;
19
20 int main() {
21     int n;
22     while (cin >> n){
23         if (n == 0) break;
24         queue<int> q;
25         for (int i = 0; i < n; i++){
26             q.push(i+1);
27         }
28         cout << "Discarded cards:";
29         for (int i = 0; i < n-1; i++){
30             if (i != 0) cout << ',';
31             cout << ' ' << q.front();
32             q.pop();
33             q.push(q.front());
34             q.pop();
35         }
36         cout << endl << "Remaining card: " <<
            q.front() << endl;
37     }
38 }

```

### 4.3 deque

```

1 deque 是 C++ 標準模板函式庫
2 (Standard Template Library, STL)
3 中的雙向佇列容器 (Double-ended Queue)，
4 跟 vector 相似，不過在 vector
5 中若是要添加新元素至開端，
6 其時間複雜度為 O(N)，但在 deque 中則是 O(1)。
7 同樣也能在我們需要儲存更多元素的時候自動擴展空間，
8 讓我們不必煩惱佇列長度的問題。
9 dq.push_back() //在 deque 的最尾端新增元素
10 dq.push_front() //在 deque 的開頭新增元素
11 dq.pop_back() //移除 deque 最尾端的元素
12 dq.pop_front() //移除 deque 最開頭的元素
13 dq.back() //取出 deque 最尾端的元素
14 dq.front() //回傳 deque 最開頭的元素
15 dq.insert()
16 dq.insert(position, n, val)
17     position: 插入元素的 index 值
18     n: 元素插入次數
19     val: 插入的元素值
20 dq.erase()
21 //刪除元素，需要使用迭代器指定刪除的元素或位置，
22 //同時也會返回指向刪除元素下一元素的迭代器。
23 dq.clear() //清空整個 deque 佇列。
24 dq.size() //檢查 deque 的尺寸
25 dq.empty() //如果 deque 佇列為空返回 1；
26 //若是存在任何元素，則返回 0
27 dq.begin() //返回一個指向 deque 開頭的迭代器
28 dq.end() //指向 deque 結尾，
29 //不是最後一個元素，
30 //而是最後一個元素的下一個位置

```

### 4.4 map

```

1 map: 存放 key-value pairs 的映射資料結構，
2 會按 key 由小到大排序。
3 元素存取
4 operator[]: 存取指定的[i]元素的資料
5

```

```

6 迭代器
7 begin(): 回傳指向map頭部元素的迭代器
8 end(): 回傳指向map末尾的迭代器
9 rbegin(): 回傳一個指向map尾部的反向迭代器
10 rend(): 回傳一個指向map頭部的反向迭代器
11
12 遍歷整個map時，利用iterator操作：
13 取key: it->first 或 (*it).first
14 取value: it->second 或 (*it).second
15
16 容量
17 empty(): 檢查容器是否為空，空則回傳true
18 size(): 回傳元素數量
19 max_size(): 回傳可以容納的最大元素個數
20
21 修改器
22 clear(): 刪除所有元素
23 insert(): 插入元素
24 erase(): 刪除一個元素
25 swap(): 交換兩個map
26
27 查找
28 count(): 回傳指定元素出現的次數
29 find(): 查找一個元素
30
31 //實作範例
32 #include <bits/stdc++.h>
33 using namespace std;
34
35 int main(){
36
37     //declaration container and iterator
38     map<string, string> mp;
39     map<string, string>::iterator iter;
40     map<string, string>::reverse_iterator iter_r;
41
42     //insert element
43     mp.insert(pair<string, string>("r000",
44     "student_zero"));
45
46     mp["r123"] = "student_first";
47     mp["r456"] = "student_second";
48
49     //traversal
50     for(iter = mp.begin(); iter != mp.end(); iter++)
51         cout<<iter->first<<" "<<iter->second<<endl;
52     for(iter_r = mp.rbegin(); iter_r != mp.rend();
53         iter_r++)
54         cout<<iter_r->first<<"
55         "<<iter_r->second<<endl;
56
57     //find and erase the element
58     iter = mp.find("r123");
59     mp.erase(iter);
60
61     iter = mp.find("r123");
62
63     if(iter != mp.end())
64         cout<<"Find, the value is
65         "<<iter->second<<endl;
66     else
67         cout<<"Do not Find"<<endl;
68
69     return 0;
70 }
71
72 //map統計數字
73 #include<bits/stdc++.h>
74 using namespace std;
75
76 int main(){
77     ios::sync_with_stdio(0),cin.tie(0);
78     long long n,x;
79     cin>>n;
80     map <int,int> mp;

```

```

77 while(n--){
78     cin>>x;
79     ++mp[x];
80 }
81 for(auto i:mp) cout<<i.first<<" "<<i.second<<endl;
82 }

```

## 4.5 unordered\_map

```

1 unordered_map: 存放 key-value pairs
2             的「無序」映射資料結構。
3 用法與map相同

```

## 4.6 set

```

1 set: 集合，去除重複的元素，資料由小到大排序。
2
3 宣告：
4     set <int> st;
5
6 把元素 x 加進 set：
7     st.insert(x);
8
9 檢查元素 x 是否存在 set 中：
10    st.count(x);
11
12 刪除元素 x：
13    st.erase(x); // 可傳入值或iterator
14
15 清空集合中的所有元素：
16    st.clear();
17
18 取值： 使用iterator
19    x = *st.begin();
20           // set中的第一個元素(最小的元素)。
21    x = *st.rbegin();
22           // set中的最後一個元素(最大的元素)。
23
24 判斷是否為空的set：
25    st.empty() 回傳true
26    st.size() 回傳零
27
28 常用來搭配的member function：
29    st.count(x);
30    auto it = st.find(x);
31           // binary search, O(log(N))
32    auto it = st.lower_bound(x);
33           // binary search, O(log(N))
34    auto it = st.upper_bound(x);
35           // binary search, O(log(N))

```

## 4.7 multiset

```

1 與 set 用法雷同，但會保留重複的元素。
2 資料由小到大排序。
3 宣告：
4     multiset<int> st;
5 刪除資料：
6     st.erase(val); 會刪除所有值為 val 的元素。
7     st.erase(st.find(val)); 只刪除第一個值為 val
           的元素。

```

## 4.8 unordered\_set

```

1 unordered_set 的實作方式通常是用雜湊表(hash table)，
2 資料插入和查詢的時間複雜度很低，為常數級別O(1)，
3 相對的代價是消耗較多的記憶體，空間複雜度較高，

```

```

4 無自動排序功能。
5
6 初始化
7 unordered_set<int> myunordered_set{1, 2, 3, 4, 5};
8
9 陣列初始化
10 int arr[] = {1, 2, 3, 4, 5};
11 unordered_set<int> myunordered_set(arr, arr+5);
12
13 插入元素
14 unordered_set<int> myunordered_set;
15 myunordered_set.insert(1);
16
17 迴圈遍歷 unordered_set 容器
18 #include <iostream>
19 #include <unordered_set>
20 using namespace std;
21
22 int main() {
23     unordered_set<int> myunordered_set = {3, 1};
24     myunordered_set.insert(2);
25     myunordered_set.insert(5);
26     myunordered_set.insert(4);
27     myunordered_set.insert(5);
28     myunordered_set.insert(4);
29
30     for (const auto &s : myunordered_set) {
31         cout << s << " ";
32     }
33     cout << "\n";
34
35     return 0;
36 }
37
38 /*
39 output
40 4 5 2 1 3
41 */
42
43 unordered_set 刪除指定元素
44 #include <iostream>
45 #include <unordered_set>
46
47 int main() {
48     unordered_set<int> myunordered_set{2, 4, 6, 8};
49
50     myunordered_set.erase(2);
51     for (const auto &s : myunordered_set) {
52         cout << s << " ";
53     }
54     cout << "\n";
55
56     return 0;
57 }
58 /*
59 output
60 8 6 4
61 */
62
63 清空 unordered_set 元素
64 unordered_set<int> myunordered_set;
65 myunordered_set.insert(1);
66 myunordered_set.clear();
67
68 unordered_set 判斷元素是否存在
69 unordered_set<int> myunordered_set;
70 myunordered_set.insert(2);
71 myunordered_set.insert(4);
72 myunordered_set.insert(6);
73 cout << myunordered_set.count(4) << "\n"; // 1
74 cout << myunordered_set.count(8) << "\n"; // 0
75
76 判斷 unordered_set 容器是否為空
77 #include <iostream>
78 #include <unordered_set>
79

```

```

80 int main() {
81     unordered_set<int> myunordered_set;
82     myunordered_set.clear();
83
84     if (myunordered_set.empty()) {
85         cout << "empty\n";
86     } else {
87         cout << "not empty, size is " <<
            myunordered_set.size() << "\n";
88     }
89
90     return 0;
91 }

```

## 4.9 單調隊列

```

1 //單調隊列
2 "如果一個選手比你小還比你強，你就可以退役了。"--單調隊列
3
4 example 1
5
6 給出一個長度為 n 的數組，
7 輸出每 k 個連續的數中的最大值和最小值。
8
9 //寫法1
10 #include <bits/stdc++.h>
11 #define maxn 1000100
12 using namespace std;
13 int q[maxn], a[maxn];
14 int n, k;
15
16 void getmin() {
17     // 得到這個隊列裡的最小值，直接找到最後的就行了
18     int head = 0, tail = 0;
19     for (int i = 1; i < k; i++) {
20         while (head <= tail && a[q[tail]] >= a[i])
21             tail--;
22         q[++tail] = i;
23     }
24     for (int i = k; i <= n; i++) {
25         while (head <= tail && a[q[tail]] >= a[i])
26             tail--;
27         q[++tail] = i;
28         while (q[head] <= i - k) head++;
29         cout << a[q[head]] << " ";
30     }
31 }
32
33 void getmax() { // 和上面同理
34     int head = 0, tail = 0;
35     for (int i = 1; i < k; i++) {
36         while (head <= tail && a[q[tail]] <= a[i]) tail--;
37         q[++tail] = i;
38     }
39     for (int i = k; i <= n; i++) {
40         while (head <= tail && a[q[tail]] <= a[i]) tail--;
41         q[++tail] = i;
42         while (q[head] <= i - k) head++;
43         cout << a[q[head]] << " ";
44     }
45 }
46
47 int main() {
48     cin >> n >> k; //每k個連續的數
49     for (int i = 1; i <= n; i++) cin >> a[i];
50     getmin();
51     getmax();
52     cout << '\n';
53     return 0;
54 }
55
56 //寫法2
57 #include <iostream>
58 #include <cstring>

```

```

58 #include <deque>
59 using namespace std;
60 int a[1000005];
61
62 int main() {
63     ios_base::sync_with_stdio(0);
64     int n, k;
65     while(cin>>n>>k) {
66         for(int i=0; i<n; i++) cin >> a[i];
67         deque<int> dq;
68         for(int i=0; i<n; i++){
69             while(dq.size() && dq.front()<=i-k)
70                 dq.pop_front();
71             while(dq.size() && a[dq.back()]>a[i])
72                 dq.pop_back();
73             dq.push_back(i);
74             if(i==k-1) cout<<a[dq.front()];
75             if(i>k-1) cout<<' '<<a[dq.front()];
76         }
77         if(k>n) cout<<a[dq.front()];
78         cout<<'\n';
79         while(dq.size()) dq.pop_back();
80         for(int i=0; i<n; i++){
81             while(dq.size() && dq.front()<=i-k)
82                 dq.pop_front();
83             while(dq.size() && a[dq.back()]<a[i])
84                 dq.pop_back();
85             dq.push_back(i);
86             if(i==k-1) cout<<a[dq.front()];
87             if(i>k-1) cout<<' '<<a[dq.front()];
88         }
89         if(k>n) cout<<a[dq.front()];
90         cout<<'\n';
91     }
92     return 0;
93 }

```

example 2

一個含有  $n$  項的數列，求出每一項前的  $m$  個數到它這個區間內的最小值。  
若前面的數不足  $m$  項則從第 1 個數開始，若前面沒有數則輸出 0

```

100 #include<bits/stdc++.h>
101 using namespace std;
102 #define re register int
103 #define INF 0x3f3f3f3f
104 #define ll long long
105 #define maxn 2000009
106 #define maxm
107 #define inline ll read() {
108     ll x=0,f=1;
109     char ch=getchar();
110     while(ch<'0' || ch>'9'){
111         if(ch=='-') f=-1;
112         ch=getchar();
113     }
114     while(ch>='0' && ch<='9'){
115         x=(x<<1)+(x<<3)+(ll)(ch-'0');
116         ch=getchar();
117     }
118     return x*f;
119 }
120
121 int n,m,k,tot,head,tail;
122 int a[maxn],q[maxn];
123 int main() {
124     n=read(), m=read();
125     for(int i=1;i<=n;i++) a[i]=read();
126     head=1,tail=0; //起始位置為1
127     //因為插入是q[++tail]所以要初始化為0
128     for(int i=1;i<=n;i++)
129         //每次隊首的元素就是當前的答案
130         {
131             cout<<a[q[head]]<<endl;

```

```

131         while(i-q[head]+1>m&&head<=tail) //維護隊首
132             head++;
133         while(a[i]<a[q[tail]]&&head<=tail) //維護隊尾
134             tail--;
135         q[++tail]=i;
136     }
137     return 0;
138 }

```

## 5 sort

### 5.1 大數排序

```

1 #python大數排序
2
3 while True:
4     try:
5         n = int(input()) # 有幾筆數字需要排序
6         arr = [] # 建立空串列
7         for i in range(n):
8             arr.append(int(input())) # 依序將數字存入串列
9         arr.sort() # 串列排序
10        for i in arr:
11            print(i) # 依序印出串列中每個項目
12    except:
13        break

```

### 5.2 bubble sort

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int main() {
5     int n;
6     cin>>n;
7     int a[n], tmp;
8     for(int i=0; i<n; i++) cin>>a[i];
9     for(int i=n-1; i>0; i--) {
10         for(int j=0; j<=i-1; j++) {
11             if( a[j]>a[j+1]) {
12                 tmp=a[j];
13                 a[j]=a[j+1];
14                 a[j+1]=tmp;
15             }
16         }
17     }
18     for(int i=0; i<n; i++) cout<<a[i]<<" ";
19 }

```

## 6 math

### 6.1 質數與因數

```

1 質數
2
3 埃氏篩法
4 int n;
5 vector<int> isprime(n+1,1);
6 isprime[0]=isprime[1]=0;
7 for(int i=2;i*i<=n;i++){
8     if(isprime[i])
9         for(int j=i*i;j<=n;j+=i) isprime[j]=0;
10 }
11
12
13
14 因數
15

```

```

16 最大公因數 0(log(min(a,b)))
17 int GCD(int a, int b)
18 {
19     if (b == 0) return a;
20     return GCD(b, a % b);
21 }
22
23 質因數分解
24
25 void primeFactorization(int n)
26 {
27     for (int i = 0; i < (int)p.size(); ++i)
28     {
29         if (p[i] * p[i] > n)
30             break;
31         if (n % p[i])
32             continue;
33         cout << p[i] << ' ';
34         while (n % p[i] == 0)
35             n /= p[i];
36     }
37     if (n != 1)
38         cout << n << ' ';
39     cout << '\n';
40 }
41
42 歌德巴赫猜想
43 solution : 把偶數 N ( $6 \leq N \leq 10^6$ ) 寫成兩個質數的和。
44 #include <iostream>
45 #include <cstdio>
46 using namespace std;
47 #define N 2000000
48 int ox[N], p[N], pr;
49
50 void PrimeTable(){
51     ox[0] = ox[1] = 1;
52     pr = 0;
53     for (int i = 2; i < N; i++){
54         if (!ox[i]) p[pr++] = i;
55         for (int j = 0; i*p[j]<N&&j < pr; j++)
56             ox[i*p[j]] = 1;
57     }
58 }
59
60 int main(){
61     PrimeTable();
62     int n;
63     while (cin>>n,n){
64         int x;
65         for (x = 1;; x += 2)
66             if (!ox[x] && !ox[n - x])break;
67         printf("%d = %d + %d\n", n, x, n - x);
68     }
69 }
70
71 problem : 給定整數 N , 求 N
72 最少可以拆成多少個質數的和。
73 如果 N 是質數, 則答案為 1。
74 如果 N 是偶數(不包含2), 則答案為 2 (強歌德巴赫猜想)。
75 如果 N 是奇數且 N-2 是質數, 則答案為 2 (2+質數)。
76 其他狀況答案為 3 (弱歌德巴赫猜想)。
77 #pragma GCC optimize("O2")
78 #include <bits/stdc++.h>
79 using namespace std;
80 #define FOR(i, L, R) for(int i=L;i<(int)R;++i)
81 #define FORD(i, L, R) for(int i=L;i>(int)R;--i)
82 #define IOS
83     cin.tie(nullptr);
84     cout.tie(nullptr);
85     ios_base::sync_with_stdio(false);
86
87 bool isPrime(int n){
88     FOR(i, 2, n){
89         if (i * i > n)
90             return true;
91         if (n % i == 0)
92             return false;

```

```

91     }
92     return true;
93 }
94
95 int main(){
96     IOS;
97     int n;
98     cin >> n;
99     if(isPrime(n)) cout << "1\n";
100     else if(n%2==0||isPrime(n-2)) cout<<"2\n";
101     else cout << "3\n";
102 }

```

## 6.2 prime factorization

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int main() {
5     int n;
6     while(true) {
7         cin>>n;
8         for(int x=2; x<=n; x++) {
9             while(n%x==0) {
10                 cout<<x<<"*";
11                 n/=x;
12             }
13         }
14         cout<<"\b \n";
15     }
16     system("pause");
17     return 0;
18 }

```

## 6.3 快速幂

```

1 計算 a^b
2 #include <iostream>
3 #define ll long long
4 using namespace std;
5
6 const ll MOD = 1000000007;
7 ll fp(ll a, ll b) {
8     int ans = 1;
9     while(b > 0) {
10         if(b & 1) ans = ans * a % MOD;
11         a = a * a % MOD;
12         b >>= 1;
13     }
14     return ans;
15 }
16
17 int main() {
18     int a, b;
19     cin>>a>>b;
20     cout<<fp(a,b);
21 }

```

## 7 algorithm

### 7.1 basic

```

1 min_element : 找尋最小元素
2 min_element(first, last)
3 max_element : 找尋最大元素
4 max_element(first, last)
5 sort : 排序, 預設由小排到大。
6 sort(first, last)
7 sort(first, last, cmp) : 可自行定義比較運算子 cmp。
8 find : 尋找元素。

```

```

9 find(first, last, val)
10 lower_bound: 尋找第一個小於 x
    的元素位置, 如果不存在, 則回傳 last 。
11 lower_bound(first, last, val)
12 upper_bound: 尋找第一個大於 x
    的元素位置, 如果不存在, 則回傳 last 。
13 upper_bound(first, last, val)
14 next_permutation: 將序列順序轉換成下一個字典序,
    如果存在回傳 true, 反之回傳 false 。
15 next_permutation(first, last)
17 prev_permutation: 將序列順序轉換成上一個字典序,
    如果存在回傳 true, 反之回傳 false 。
18 prev_permutation(first, last)

```

## 7.2 binarysearch

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int binary_search(vector<int> &nums, int target) {
5     int left=0, right=nums.size()-1;
6     while(left<=right){
7         int mid=(left+right)/2;
8         if (nums[mid]>target) right=mid-1;
9         else if(nums[mid]<target) left=mid+1;
10        else return mid+1;
11    }
12    return 0;
13 }
14
15 int main() {
16     int n, k, x;
17     cin >> n >> k;
18     int a[n];
19     vector<int> v;
20     for(int i=0 ; i<n ; i++){
21         cin >> x;
22         v.push_back(x);
23     }
24     for(int i=0 ; i<k ; i++) cin >> a[i];
25     for(int i=0 ; i<k ; i++){
26         cout << binary_search(v, a[i]) << endl;
27     }
28 }
29
30 lower_bound(a, a + n, k); //最左邊 ≥ k 的位置
31 upper_bound(a, a + n, k); //最左邊 > k 的位置
32 upper_bound(a, a + n, k) - 1; //最右邊 ≤ k 的位置
33 lower_bound(a, a + n, k) - 1; //最右邊 < k 的位置
34 (lower_bound, upper_bound) //等於 k 的範圍
35 equal_range(a, a+n, k);
36
37 /*
38 input
39 5 5
40 1 3 4 7 9
41 3 1 9 7 -2
42 */
43
44 /*
45 output
46 2
47 1
48 5
49 4
50 0
51 */

```

## 7.3 prefix sum

```

1 // 前綴和
2 陣列前n項的和。

```

```

3 b[i] = a[0] + a[1] + a[2] + ... + a[i]
4 區間和 [l, r]: b[r]-b[l-1] (要保留b[l]所以-1)
5
6 #include <bits/stdc++.h>
7 using namespace std;
8 int main(){
9     int n;
10    cin >> n;
11    int a[n], b[n];
12    for(int i=0; i<n; i++) cin >> a[i];
13    b[0] = a[0];
14    for(int i=1; i<n; i++) b[i] = b[i-1] + a[i];
15    for(int i=0; i<n; i++) cout<<b[i]<<' ';
16    cout<<'\n';
17    int l, r;
18    cin >> l >> r;
19    cout << b[r] - b[l-1] ; //區間和
20 }

```

## 7.4 差分

```

1 // 差分
2 用途: 在區間 [l, r] 加上一個數字v。
3 b[l] += v; (b[0~l] 加上v)
4 b[r+1] -= v; (b[r+1~n] 減去v (b[r] 仍保留v) )
5 給的 a[] 是前綴和數列, 建構 b[],
6 因為 a[i] = b[0] + b[1] + b[2] + ... + b[i],
7 所以 b[i] = a[i] - a[i-1]。
8 在 b[l] 加上 v, b[r+1] 減去 v,
9 最後再從 0 跑到 n 使 b[i] += b[i-1]。
10 這樣一來, b[] 是一個在某區間加上v的前綴和。
11
12 #include <bits/stdc++.h>
13 using namespace std;
14 int a[1000], b[1000];
15 // a: 前綴和數列, b: 差分數列
16 int main(){
17     int n, l, r, v;
18     cin >> n;
19     for(int i=1; i<=n; i++){
20         cin >> a[i];
21         b[i] = a[i] - a[i-1]; //建構差分數列
22     }
23     cin >> l >> r >> v;
24     b[l] += v;
25     b[r+1] -= v;
26
27     for(int i=1; i<=n; i++){
28         b[i] += b[i-1];
29         cout << b[i] << ' ';
30     }
31 }

```

## 7.5 greedy

```

1 //貪心
2 貪心演算法的核心為,
3 採取在目前狀態下最好或最佳 (即最有利) 的選擇。
4 貪心演算法雖然能獲得當前最佳解,
5 但不保證能獲得最後 (全域) 最佳解,
6 提出想法後可以先試圖尋找有沒有能推翻原本的想法的反例,
7 確認無誤再實作。
8
9 Scarecrow
10 //problem
11 有一個 N×1 的稻田, 有些稻田現在有種植作物,
12 為了避免被動物破壞, 需要放置稻草人,
13 稻草人可以保護該塊稻田和左右兩塊稻田,
14 請問最少需要多少稻草人才能保護所有稻田?
15
16 //solution

```



17 從左到右掃描稻田，如果第  $i$  塊稻田有作物，  
 18 就把稻草人放到第  $i+1$  塊稻田，  
 19 這樣能保護第  $i, i+1, i+2$  塊稻田，  
 20 接著從第  $i+3$  塊稻田繼續掃描。

```
21
22 //code
23 #include <bits/stdc++.h>
24 using namespace std;
25 int main(){
26     string s;
27     int i, n, t, tc = 1;
28     cin >> t;
29     while (t--){
30         cin >> n >> s;
31         int nc = 0;
32         for (i = 0; i < n; i++)
33             if (s[i] == '.') i += 2, nc++;
34         cout << "Case " << tc++ << ": " << nc << endl;
35     }
36 }
37
38 霍夫曼樹的變形題
39 //problem
40 給定  $N$  個數，每次將兩個數  $a, b$  合併成  $a+b$ ，
41 只到最後只剩一個數，合併成本為兩數和，
42 問最小合併成本為多少。
43
44 //solution
45 每次將最小的兩數合併起來。
46
47 //code
48 #include <bits/stdc++.h>
49 using namespace std;
50 int main()
51 {
52     int n, x;
53     while (cin >> n, n){
54         priority_queue<int, vector<int>, greater<int>>
55             q;
56         while (n--){
57             cin >> x;
58             q.push(x);
59         }
60         long long ans = 0;
61         while (q.size() > 1){
62             x = q.top();
63             q.pop();
64             x += q.top();
65             q.pop();
66             q.push(x);
67             ans += x;
68         }
69         cout << ans << endl;
70     }
71 }
```

72 Commando War

73 //problem  
 74 有  $n$  個部下，每個部下要花  $B_i$  分鐘交待任務，  
 75 再花  $J_i$  分鐘執行任務，一次只能對一位部下交待任務，  
 76 但可以多人同時執行任務，問最少要花多少時間完成任務。

77 //solution  
 78 執行時間長的人先交代任務

```
79
80 //code
81 #include <bits/stdc++.h>
82 using namespace std;
83 struct Data{
84     int b, j;
85     bool operator<(const Data &rhs) const {
86         return j > rhs.j;
87     }
88 };
89
90 int main(){
```

```
92     int n, ti = 0;
93     Data a[1005];
94     while (cin >> n, n){
95         for (int i = 0; i < n; ++i)
96             cin >> a[i].b >> a[i].j;
97         sort(a, a + n);
98         int ans = 0, sum = 0;
99         for (int i = 0; i < n; ++i){
100             sum += a[i].b;
101             ans = max(ans, sum + a[i].j);
102         }
103         cout << "Case " << ++ti << ": " << ans << '\n';
104     }
105 }
```

107 刪數字問題

108 //problem  
 109 給定一個數字  $N (\leq 10^{100})$ ，需要刪除  $K$  個數字，  
 110 請問刪除  $K$  個數字後最小的數字為何？

111 //solution  
 112 刪除滿足第  $i$  位數大於第  $i+1$  位數的最左邊第  $i$  位數，  
 113 扣除高位數的影響較扣除低位數的大。

```
114
115 //code
116 int main()
117 {
118     string s;
119     int k;
120     cin >> s >> k;
121     for (int i = 0; i < k; ++i){
122         if ((int)s.size() == 0) break;
123         int pos = (int)s.size() - 1;
124         for (int j = 0; j < (int)s.size() - 1; ++j){
125             if (s[j] > s[j + 1]){
126                 pos = j;
127                 break;
128             }
129         }
130         s.erase(pos, 1);
131     }
132     while ((int)s.size() > 0 && s[0] == '0')
133         s.erase(0, 1);
134     if ((int)s.size()) cout << s << '\n';
135     else cout << 0 << '\n';
136 }
137
```

140 區間覆蓋長度

141 //problem  
 142 給定  $n$  條線段區間為  $[L_i, R_i]$ ，  
 143 請問這些線段的覆蓋所覆蓋的長度？

144 //solution  
 145 先將所有區間依照左界由小到大排序，  
 146 左界相同依照右界由小到大排序，  
 147 用一個變數  $R$  紀錄目前最大可以覆蓋到的右界。  
 148 如果目前區間左界  $\leq R$ ，代表該區間可以和前面的線段合併。

```
149
150 //code
151 struct Line
152 {
153     int L, R;
154     bool operator<(const Line &rhs) const
155     {
156         if (L != rhs.L) return L < rhs.L;
157         return R < rhs.R;
158     }
159 };
160
161 int main(){
162     int n;
163     Line a[10005];
164     while (cin >> n){
165         for (int i = 0; i < n; i++)
166             cin >> a[i].L >> a[i].R;
```



```

168     sort(a, a + n);
169     int ans = 0, L = a[0].L, R = a[0].R;
170     for (int i = 1; i < n; i++){
171         if (a[i].L < R) R = max(R, a[i].R);
172         else{
173             ans += R - L;
174             L = a[i].L;
175             R = a[i].R;
176         }
177     }
178     cout << ans + (R - L) << '\n';
179 }
180 }

```

最小區間覆蓋長度

*//problem*

給定  $n$  條線段區間為  $[Li, Ri]$ ，  
請問最少要選幾個區間才能完全覆蓋  $[0, S]$ ?

*//solution*

先將所有區間依照左界由小到大排序，  
對於當前區間  $[Li, Ri]$ ，要從左界  $> Ri$  的所有區間中，  
找到有著最大的右界的區間，連接當前區間。

*//problem*

長度  $n$  的直線中有數個加熱器，  
在  $x$  的加熱器可以讓  $[x-r, x+r]$  內的物品加熱，  
問最少要幾個加熱器可以把  $[0, n]$  的範圍加熱。

*//solution*

對於最左邊沒加熱的點  $a$ ，選擇最遠可以加熱  $a$  的加熱器，  
更新已加熱範圍，重複上述動作繼續尋找加熱器。

*//code*

```

203 int main(){
204     int n, r;
205     int a[1005];
206     cin >> n >> r;
207     for (int i=1; i<=n; ++i) cin>>a[i];
208     int i = 1, ans = 0;
209     while (i <= n){
210         int R=min(i+r-1, n), L=max(i-r+1, 0)
211         int nextR=-1;
212         for (int j = R; j >= L; --j){
213             if (a[j]){
214                 nextR = j;
215                 break;
216             }
217         }
218         if (nextR == -1){
219             ans = -1;
220             break;
221         }
222         ++ans;
223         i = nextR + r;
224     }
225     cout << ans << '\n';
226 }

```

最多不重疊區間

*//problem*

給你  $n$  條線段區間為  $[Li, Ri]$ ，  
請問最多可以選擇幾條不重疊的線段(頭尾可相連)?

*//solution*

依照右界由小到大排序，  
每次取到一個不重疊的線段，答案  $+1$ 。

*//code*

```

239 struct Line
240 {
241     int L, R;
242     bool operator<(const Line &rhs) const {
243         return R < rhs.R;

```

```

244     }
245 };
246
247 int main(){
248     int t;
249     cin >> t;
250     Line a[30];
251     while (t--){
252         int n = 0;
253         while (cin>>a[n].L>>a[n].R, a[n].L||a[n].R)
254             ++n;
255         sort(a, a + n);
256         int ans = 1, R = a[0].R;
257         for (int i = 1; i < n; i++){
258             if (a[i].L >= R){
259                 ++ans;
260                 R = a[i].R;
261             }
262         }
263         cout << ans << '\n';
264     }
265 }

```

區間選點問題

*//problem*

給你  $n$  條線段區間為  $[Li, Ri]$ ，  
請問至少要取幾個點才能讓每個區間至少包含一個點?

*//solution*

將區間依照右界由小到大排序， $R$ =第一個區間的右界，  
遍歷所有區段，如果當前區間左界  $> R$ ，  
代表必須多選一個點 ( $ans+=1$ )，並將  $R$ =當前區間右界。

*//problem*

給定  $N$  個座標，要在  $x$  軸找到最小的點，  
讓每個座標至少和一個點距離  $\leq D$ 。

*//solution*

以每個點  $(xi, yi)$  為圓心半徑為  $D$  的圓  $C$ ，  
求出  $C$  和  $x$  軸的交點  $Li, Ri$ ，題目轉變成區間選點問題。

*//code*

```

286 struct Line
287 {
288     int L, R;
289     bool operator<(const Line &rhs) const {
290         return R < rhs.R;
291     }
292 };
293
294
295 int main(){
296     int t;
297     cin >> t;
298     Line a[30];
299     while (t--){
300         int n = 0;
301         while (cin>>a[n].L>>a[n].R, a[n].L||a[n].R)
302             ++n;
303         sort(a, a + n);
304         int ans = 1, R = a[0].R;
305         for (int i = 1; i < n; i++){
306             if (a[i].L >= R){
307                 ++ans;
308                 R = a[i].R;
309             }
310         }
311         cout << ans << '\n';
312     }
313 }

```

最小化最大延遲問題

*//problem*

給定  $N$  項工作，每項工作的需要處理時長為  $Ti$ ，  
期限是  $Di$ ，第  $i$  項工作延遲的時間為  $Li=\max(0, Fi-Di)$ ，

320 原本  $F_i$  為第  $i$  項工作的完成時間，  
 321 求一種工作排序使  $\max L_i$  最小。

322 *//solution*

323 按照到期時間從早到晚處理。

324 *//code*

```
325 struct Work
326 {
327     int t, d;
328     bool operator<(const Work &rhs) const {
329         return d < rhs.d;
330     }
331 };
332
333 int main(){
334     int n;
335     Work a[10000];
336     cin >> n;
337     for (int i = 0; i < n; ++i)
338         cin >> a[i].t >> a[i].d;
339     sort(a, a + n);
340     int maxL = 0, sumT = 0;
341     for (int i = 0; i < n; ++i){
342         sumT += a[i].t;
343         maxL = max(maxL, sumT - a[i].d);
344     }
345     cout << maxL << '\n';
346 }
347
348
349
350
```

351 最少延遲數量問題

352 *//problem*

353 給定  $N$  個工作，每個工作的需要處理時長為  $T_i$ ，  
 354 期限是  $D_i$ ，求一種工作排序使得逾期工作數量最小。

355 *//solution*

356 期限越早到期的工作越先做。將工作依照到期時間從早到晚排序，  
 357 依序放入工作列表中，如果發現有工作預期，  
 358 就從目前選擇的工作中，移除耗時最長的工作。

359 上述方法為 Moore-Hodgson's Algorithm。

360 *//problem*

361 給定烏龜的重量和可承受重量，問最多可以疊幾隻烏龜？

362 和最少延遲數量問題是相同的問題，只要將題敘做轉換。

363 工作處理時長 → 烏龜重量

364 工作期限 → 烏龜可承受重量

365 多少工作不延期 → 可以疊幾隻烏龜

366 *//code*

```
367 struct Work{
368     int t, d;
369     bool operator<(const Work &rhs) const {
370         return d < rhs.d;
371     }
372 };
373
374 int main(){
375     int n = 0;
376     Work a[10000];
377     priority_queue<int> pq;
378     while(cin >> a[n].t >> a[n].d)
379         ++n;
380     sort(a, a + n);
381     int sumT = 0, ans = n;
382     for (int i = 0; i < n; ++i){
383         pq.push(a[i].t);
384         sumT += a[i].t;
385         if(a[i].d < sumT){
386             int x = pq.top();
387             pq.pop();
388             sumT -= x;
389             --ans;
390         }
391     }
392 }
393
394
395
```

```
396     }
397 }
398 cout << ans << '\n';
399 }
400
```

401 任務調度問題

402 *//problem*

403 給定  $N$  項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，  
 404 期限是  $D_i$ ，如果第  $i$  項工作延遲需要受到  $p_i$  單位懲罰，  
 405 請問最少會受到多少單位懲罰。

406 *//solution*

407 依照懲罰由大到小排序，

408 每項工作依序嘗試可不可以放在  $D_i - T_i + 1, D_i - T_i, \dots, 1, 0$ ，  
 409 如果有空閒就放進去，否則延後執行。

410 *//problem*

411 給定  $N$  項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，  
 412 期限是  $D_i$ ，如果第  $i$  項工作在期限內完成會獲得  $a_i$   
 413 單位獎勵，  
 414 請問最多會獲得多少單位獎勵。

415 *//solution*

416 和上題相似，這題變成依照獎勵由大到小排序。

417 *//code*

```
418 struct Work
419 {
420     int d, p;
421     bool operator<(const Work &rhs) const {
422         return p > rhs.p;
423     }
424 };
425
426 int main(){
427     int n;
428     Work a[100005];
429     bitset<100005> ok;
430     while (cin >> n){
431         ok.reset();
432         for (int i = 0; i < n; ++i)
433             cin >> a[i].d >> a[i].p;
434         sort(a, a + n);
435         int ans = 0;
436         for (int i = 0; i < n; ++i){
437             int j = a[i].d;
438             while (j--){
439                 if (!ok[j]){
440                     ans += a[i].p;
441                     ok[j] = true;
442                     break;
443                 }
444             }
445         }
446         cout << ans << '\n';
447     }
448 }
449
450
451
```

452 多機調度問題

453 *//problem*

454 給定  $N$  項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，  
 455 有  $M$  台機器可執行多項工作，但不能將工作拆分，  
 456 最快可以在什麼時候完成所有工作？

457 *//solution*

458 將工作由大到小排序，每項工作交給最快空閒的機器。

459 *//code*

```
460 int main(){
461     int n, m;
462     int a[10000];
463     cin >> n >> m;
464     for (int i = 0; i < n; ++i)
465         cin >> a[i];
466     sort(a, a + n, greater<int>());
467     int ans = 0;
468 }
469
```

```

470 priority_queue<int, vector<int>, greater<int>> pq;
471 for (int i = 0; i < m && i < n; ++i){
472     ans = max(ans, a[i]);
473     pq.push(a[i]);
474 }
475 for (int i = m; i < n; ++i){
476     int x = pq.top();
477     pq.pop();
478     x += a[i];
479     ans = max(ans, x);
480     pq.push(x);
481 }
482 cout << ans << '\n';
483 }

```

## 8 動態規劃

### 8.1 LCS 和 LIS

```

1 //最長共同子序列 (LCS)
2 給定兩序列 A,B，求最長的序列 C，
3 C 同時為 A,B 的子序列。
4
5 //最長遞增子序列 (LIS)
6 給你一個序列 A，求最長的序列 B，
7 B 是一個（非）嚴格遞增序列，且為 A 的子序列。
8
9 //LCS 和 LIS 題目轉換
10 LIS 轉成 LCS
11 1. A 為原序列，B=sort(A)
12 2. 對 A,B 做 LCS
13 LCS 轉成 LIS
14 1. A, B 為原本的兩序列
15 2. 最 A 序列作編號轉換，將轉換規則套用在 B
16 3. 對 B 做 LIS
17 4. 重複的數字在編號轉換時後要變成不同的數字，
18 越早出現的數字要越小
19 5. 如果有數字在 B 裡面而不在 A 裡面，
20 直接忽略這個數字不做轉換即可

```

## 9 graph

### 9.1 graph

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 class Node {
5 public:
6     int val;
7     vector<Node*> children;
8
9     Node() {}
10
11     Node(int _val) {
12         val = _val;
13     }
14
15     Node(int _val, vector<Node*> _children) {
16         val = _val;
17         children = _children;
18     }
19 };
20
21 struct ListNode {
22     int val;
23     ListNode *next;
24     ListNode() : val(0), next(nullptr) {}
25     ListNode(int x) : val(x), next(nullptr) {}

```

```

26     ListNode(int x, ListNode *next) : val(x),
27         next(next) {}
28 };
29 struct TreeNode {
30     int val;
31     TreeNode *left;
32     TreeNode *right;
33     TreeNode() : val(0), left(nullptr),
34         right(nullptr) {}
35     TreeNode(int x) : val(x), left(nullptr),
36         right(nullptr) {}
37     TreeNode(int x, TreeNode *left, TreeNode *right)
38         : val(x), left(left), right(right) {}
39 };
40
41 class ListProblem {
42     vector<int> nums={};
43 public:
44     void solve() {
45         return;
46     }
47
48     ListNode* buildList(int idx) {
49         if(idx == nums.size()) return NULL;
50         ListNode *current=new
51             ListNode(nums[idx++],current->next);
52         return current;
53     }
54
55     void deleteList(ListNode* root) {
56         if(root == NULL) return;
57         deleteList(root->next);
58         delete root;
59         return;
60     }
61 };
62
63 class TreeProblem {
64     int null = INT_MIN;
65     vector<int> nums = {}, result;
66 public:
67     void solve() {
68         return;
69     }
70
71     TreeNode* buildBinaryTreeUsingDFS(int left, int
72         right) {
73         if((left > right) || (nums[(left+right)/2] ==
74             null)) return NULL;
75         int mid = (left+right)/2;
76         TreeNode* current = new TreeNode(
77             nums[mid],
78             buildBinaryTreeUsingDFS(left,mid-1),
79             buildBinaryTreeUsingDFS(mid+1,right));
80         return current;
81     }
82
83     TreeNode* buildBinaryTreeUsingBFS() {
84         int idx = 0;
85         TreeNode* root = new TreeNode(nums[idx++]);
86         queue<TreeNode*> q;
87         q.push(root);
88         while(idx < nums.size()) {
89             if(nums[idx] != null) {
90                 TreeNode* left = new
91                     TreeNode(nums[idx]);
92                 q.front()->left = left;
93                 q.push(left);
94             }
95             idx++;
96             if((idx < nums.size()) && (nums[idx] !=
97                 null)) {
98                 TreeNode* right = new
99                     TreeNode(nums[idx]);
100                 q.front()->right = right;

```

```

93         q.push(right);
94     }
95     idx++;
96     q.pop();
97 }
98 return root;
99 }
100
101 Node* buildNaryTree() {
102     int idx = 2;
103     Node *root = new Node(nums.front());
104     queue<Node*> q;
105     q.push(root);
106     while(idx < nums.size()) {
107         while((idx < nums.size()) && (nums[idx]
108             != null)) {
109             Node *current = new Node(nums[idx++]);
110             q.front()->children.push_back(current);
111             q.push(current);
112             idx++;
113             q.pop();
114         }
115         return root;
116     }
117
118 void deleteBinaryTree(TreeNode* root) {
119     if(root->left != NULL)
120         deleteBinaryTree(root->left);
121     if(root->right != NULL)
122         deleteBinaryTree(root->right);
123     delete root;
124     return;
125 }
126
127 void deleteNaryTree(Node* root) {
128     if(root == NULL) return;
129     for(int i=0; i<root->children.size(); i++) {
130         deleteNaryTree(root->children[i]);
131         delete root->children[i];
132     }
133     delete root;
134     return;
135 }
136
137 void inorderTraversal(TreeNode* root) {
138     if(root == NULL) return;
139     inorderTraversal(root->left);
140     cout<<root->val<< ' ';
141     inorderTraversal(root->right);
142     return;
143 }
144 };
145
146 int main() {
147     return 0;
148 }

```

## 10 Section2

### 10.1 thm

- 中文測試

- $$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

## 11 space

### 11.1 s