

Contents

1	ubuntu	1
1.1	run	1
1.2	cp.sh	1
2	Basic	1
2.1	ascii	1
2.2	limits	1
3	字串	1
3.1	最長迴文子字串	1
3.2	stringstream	2
4	STL	2
4.1	priority_queue	2
4.2	deque	2
4.3	map	2
4.4	unordered_map	3
4.5	set	3
4.6	multiset	3
4.7	unordered_set	3
4.8	單調隊列	3
5	sort	3
5.1	大數排序	3
6	math	4
6.1	質數與因數	4
6.2	快速冪	4
6.3	歐拉函數	5
6.4	atan	5
6.5	大步小步	5
7	algorithm	6
7.1	basic	6
7.2	二分搜	6
7.3	三分搜	6
7.4	prefix sum	6
7.5	差分	7
7.6	greedy	7
7.7	floyd warshall	9
7.8	dinic	9
7.9	SegmentTree	9
7.10	Nim Game	10
7.11	Trie	10
7.12	SPFA	11
7.13	dijkstra	11
7.14	SCC Tarjan	12
7.15	SCC Kosaraju	12
7.16	ArticulationPoints Tarjan	12
7.17	最小樹狀圖	12
7.18	凸包	14
8	動態規劃	15
8.1	LCS 和 LIS	15
9	Section2	15
9.1	thm	15
10	dp 表格	15
10.1	DPlist	15
11	slogan	25
11.1	slogan	25

1 ubuntu

1.1 run

```
1| ~$ bash cp.sh PA
```

1.2 cp.sh

```
1|#!/bin/bash
2|clear
3|g++ $1.cpp -DDBG -o $1
4|if [[ "$$" == "0" ]]; then
5|    echo Running
6|    ./$1 < $1.in > $1.out
7|    echo END
8|fi
```

2 Basic

2.1 ascii

1	int	char	int	char	int	char
2	32		64	@	96	`
3	33	!	65	A	97	a
4	34	"	66	B	98	b
5	35	#	67	C	99	c
6	36	\$	68	D	100	d
7	37	%	69	E	101	e
8	38	&	70	F	102	f
9	39	'	71	G	103	g
10	40	(	72	H	104	h
11	41	)	73	I	105	i
12	42	*	74	J	106	j
13	43	+	75	K	107	k
14	44	,	76	L	108	l
15	45	-	77	M	109	m
16	46	.	78	N	110	n
17	47	/	79	O	111	o
18	48	0	80	P	112	p
19	49	1	81	Q	113	q
20	50	2	82	R	114	r
21	51	3	83	S	115	s
22	52	4	84	T	116	t
23	53	5	85	U	117	u
24	54	6	86	V	118	v
25	55	7	87	W	119	w
26	56	8	88	X	120	x
27	57	9	89	Y	121	y
28	58	:	90	Z	122	z
29	59	;	91	[	123	{
30	60	<	92	\	124	
31	61	=	93	]	125	}
32	62	>	94	^	126	~
33	63	?	95	-		

2.2 limits

	[Type]	[size]	[range]
1	char	1	127 to -128
2	signed char	1	127 to -128
3	unsigned char	1	0 to 255
4	short	2	32767 to -32768
5	int	4	2147483647 to -2147483648
6	unsigned int	4	0 to 4294967295
7	long	4	2147483647 to -2147483648
8	unsigned long	4	0 to 18446744073709551615
9	long long	8	
10		9223372036854775807	to -9223372036854775808
11	double	8	1.79769e+308 to 2.22507e-308
12	long double	16	1.18973e+4932 to 3.3621e-4932
13	float	4	3.40282e+38 to 1.17549e-38
14	unsigned long long	8	0 to 18446744073709551615
15			
16	string	32	

3 字串

3.1 最長迴文子字串

```
1|#include<bits/stdc++.h>
2|#define T(x) ((x)%2 ? s[(x)/2] : '. ')
3|using namespace std;
4|
5|string s;
6|int n;
7|
8|int ex(int l,int r){
9|    int i=0;
```

```

10 while(l-i>=0&&r+i<n&&T(l-i)==T(r+i)) i++;
11 return i;
12 }
13
14 int main(){
15     cin>>s;
16     n=2*s.size()+1;
17     int mx=0;
18     int center=0;
19     vector<int> r(n);
20     int ans=1;
21     r[0]=1;
22     for(int i=1;i<n;i++){
23         int ii=center-(i-center);
24         int len=mx-i+1;
25         if(i>mx){
26             r[i]=ex(i,i);
27             center=i;
28             mx=i+r[i]-1;
29         }
30         else if(r[ii]==len){
31             r[i]=len+ex(i-len,i+len);
32             center=i;
33             mx=i+r[i]-1;
34         }
35         else r[i]=min(r[ii],len);
36         ans=max(ans,r[i]);
37     }
38     cout<<ans-1<<"\n";
39     return 0;
40 }

```

## 3.2 stringstream

```

1 string s,word;
2 stringstream ss;
3 getline(cin,s);
4 ss<<s;
5 while(ss>>word) cout<<word<<endl;

```

# 4 STL

## 4.1 priority\_queue

```

1 priority_queue: 優先隊列，資料預設由大到小排序。
2
3 讀取優先權最高的值：
4     x = pq.top();
5     pq.pop(); //讀取後刪除
6 判斷是否為空的priority_queue：
7     pq.empty() //回傳true
8     pq.size() //回傳0
9 如需改變priority_queue的優先權定義：
10    priority_queue<T> pq; //預設由大到小
11    priority_queue<T, vector<T>, greater<T>> > pq;
12    //改成由小到大
13    priority_queue<T, vector<T>, cmp> pq; //cmp

```

## 4.2 deque

```

1 deque 是 C++ 標準模板函式庫
2     (Standard Template Library, STL)
3     中的雙向佇列容器 (Double-ended Queue) ,
4     跟 vector 相似，不過在 vector
5     中若是要添加新元素至開端，
6     其時間複雜度為 O(N)，但在 deque 中則是 O(1)。
7     同樣也能在我們需要儲存更多元素的時候自動擴展空間，
8     讓我們不必煩惱佇列長度的問題。

```

```

8 dq.push_back() //在 deque 的最尾端新增元素
9 dq.push_front() //在 deque 的開頭新增元素
10 dq.pop_back() //移除 deque 最尾端的元素
11 dq.pop_front() //移除 deque 最開頭的元素
12 dq.back() //取出 deque 最尾端的元素
13 dq.front() //回傳 deque 最開頭的元素
14 dq.insert()
15 dq.insert(position, n, val)
16     position: 插入元素的 index 值
17     n: 元素插入次數
18     val: 插入的元素值
19 dq.erase()
20     //刪除元素，需要使用迭代器指定刪除的元素或位置，
21     //同時也會返回指向刪除元素下一元素的迭代器。
22 dq.clear() //清空整個 deque 佇列。
23 dq.size() //檢查 deque 的尺寸
24 dq.empty() //如果 deque 佇列為空返回 1；
25 //若是存在任何元素，則返回0
26 dq.begin() //返回一個指向 deque 開頭的迭代器
27 dq.end() //指向 deque 結尾，
28 //不是最後一個元素，
29 //而是最後一個元素的下一個位置

```

## 4.3 map

```

1 map: 存放 key-value pairs 的映射資料結構，
2     會按 key 由小到大排序。
3 元素存取
4 operator[]: 存取指定的[i]元素的資料
5
6 迭代器
7 begin(): 回傳指向map頭部元素的迭代器
8 end(): 回傳指向map末尾的迭代器
9 rbegin(): 回傳一個指向map尾部的反向迭代器
10 rend(): 回傳一個指向map頭部的反向迭代器
11
12 遍歷整個map時，利用iterator操作：
13 取key: it->first 或 (*it).first
14 取value: it->second 或 (*it).second
15
16 容量
17 empty(): 檢查容器是否為空，空則回傳true
18 size(): 回傳元素數量
19 max_size(): 回傳可以容納的最大元素個數
20
21 修改器
22 clear(): 刪除所有元素
23 insert(): 插入元素
24 erase(): 刪除一個元素
25 swap(): 交換兩個map
26
27 查找
28 count(): 回傳指定元素出現的次數
29 find(): 查找一個元素
30
31 //實作範例
32 #include <bits/stdc++.h>
33 using namespace std;
34 int main(){
35     //declaration container and iterator
36     map<string, string> mp;
37     map<string, string>::iterator iter;
38     map<string, string>::reverse_iterator iter_r;
39
40     //insert element
41     mp.insert(pair<string, string>
42         ("r000", "student_zero"));
43     mp["r123"] = "student_first";
44     mp["r456"] = "student_second";
45
46     //traversal

```

```

47 for(iter=mp.begin();iter!=mp.end();iter++)
48     cout<<iter->first<<" "
49         <<iter->second<<endl;
50 for(iter_r=mp.rbegin();iter_r!=mp.rend();iter_r++)
51     cout<<iter_r->first<<"
52         "<<iter_r->second<<endl;
53
54 //find and erase the element
55 iter=mp.find("r123");
56 mp.erase(iter);
57 iter=mp.find("r123");
58 if(iter!=mp.end())
59     cout<<"Find, the value is "
60         <<iter->second<<endl;
61 else cout<<"Do not Find"<<endl;
62 return 0;
63 }

```

## 4.4 unordered\_map

1 unordered\_map：存放 key-value pairs  
 2 的「無序」映射資料結構。  
 3 用法與map相同

## 4.5 set

```

1 set： 集合，去除重複的元素，資料由小到大排序。
2
3 取值： 使用iterator
4     x = *st.begin();
5         // set中的第一個元素(最小的元素)。
6     x = *st.rbegin();
7         // set中的最後一個元素(最大的元素)。
8
9 判斷是否為空的set：
10     st.empty() 回傳true
11     st.size() 回傳零
12
13 常用來搭配的member function：
14     st.count(x);
15     auto it = st.find(x);
16         // binary search, O(log(N))
17     auto it = st.lower_bound(x);
18         // binary search, O(log(N))
19     auto it = st.upper_bound(x);
20         // binary search, O(log(N))

```

## 4.6 multiset

1 與 set 用法雷同，但會保留重複的元素。  
 2 資料由小到大排序。  
 3 宣告：  
 4 multiset<int> st;  
 5 刪除資料：  
 6 st.erase(val);  
 7 //會刪除所有值為 val 的元素。  
 8 st.erase(st.find(val));  
 9 //只刪除第一個值為 val 的元素。

## 4.7 unordered\_set

1 unordered\_set 的實作方式通常是用雜湊表(hash table)，  
 2 資料插入和查詢的時間複雜度很低，為常數級別 $O(1)$ ，  
 3 相對的代價是消耗較多的記憶體，空間複雜度較高，  
 4 無自動排序功能。  
 5  
 6 unordered\_set 判斷元素是否存在

```

7 unordered_set<int> myunordered_set;
8 myunordered_set.insert(2);
9 myunordered_set.insert(4);
10 myunordered_set.insert(6);
11 cout << myunordered_set.count(4) << "\n"; // 1
12 cout << myunordered_set.count(8) << "\n"; // 0

```

## 4.8 單調隊列

```

1 //單調隊列
2 "如果一個選手比你小還比你強，你就可以退役了。"--單調隊列
3
4 example
5
6 給出一個長度為 n 的數組，
7 輸出每 k 個連續的數中的最大值和最小值。
8
9 #include <bits/stdc++.h>
10 #define maxn 1000100
11 using namespace std;
12 int q[maxn], a[maxn];
13 int n, k;
14
15 void getmin() {
16     // 得到這個隊列裡的最小值，直接找到最後的就行了
17     int head=0, tail=0;
18     for(int i=1; i<=n; i++) {
19         while(head<=tail&&a[q[tail]]>=a[i]) tail--;
20         q[++tail]=i;
21     }
22     for(int i=k; i<=n; i++) {
23         while(head<=tail&&a[q[tail]]>=a[i]) tail--;
24         q[++tail]=i;
25         while(q[head]<=i-k) head++;
26         cout<<a[q[head]]<<" ";
27     }
28     cout<<endl;
29 }
30
31 void getmax() { // 和上面同理
32     int head=0, tail=0;
33     for(int i=1; i<=n; i++) {
34         while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i]) tail--;
35         q[++tail]=i;
36     }
37     for(int i=k; i<=n; i++) {
38         while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i]) tail--;
39         q[++tail]=i;
40         while(q[head]<=i-k) head++;
41         cout<<a[q[head]]<<" ";
42     }
43     cout<<endl;
44 }
45
46 int main(){
47     cin>>n>>k; //每k個連續的數
48     for(int i=1; i<=n; i++) cin>>a[i];
49     getmin();
50     getmax();
51     return 0;
52 }

```

## 5 sort

### 5.1 大數排序

```

1 #python大數排序
2
3 while True:
4     try:
5         n = int(input())
6         # 有幾筆數字需要排序

```

```

6   arr = []                      # 建立空串列
7   for i in range(n):
8       arr.append(int(input())) # 依序將數字存入串列
9   arr.sort()                   # 串列排序
10  for i in arr:
11      print(i)                 # 依序印出串列中每個項目
12  except:
13      break

```

## 6 math

### 6.1 質數與因數

```

1  埃氏篩法
2  int n;
3  vector<int> isprime(n+1,1);
4  isprime[0]=isprime[1]=0;
5  for(int i=2;i*i<=n;i++){
6      if(isprime[i])
7          for(int j=i*i;j<=n;j+=i) isprime[j]=0;
8  }
9
10 歐拉篩O(n)
11 #define MAXN 47000 //sqrt(2^31)=46,340...
12 bool isPrime[MAXN];
13 int prime[MAXN];
14 int primeSize=0;
15 void getPrimes(){
16     memset(isPrime, true, sizeof(isPrime));
17     isPrime[0]=isPrime[1]=false;
18     for(int i=2;i<MAXN;i++){
19         if(isPrime[i]) prime[primeSize++]=i;
20         for(int
21             j=0;j<primeSize&&i*prime[j]<=MAXN;j++){
22             isPrime[i*prime[j]]=false;
23             if(i%prime[j]==0) break;
24         }
25     }
26
27 最大公因數 O(log(min(a,b)))
28 int GCD(int a,int b){
29     if(b==0) return a;
30     return GCD(b,a%b);
31 }
32
33 質因數分解
34 void primeFactorization(int n){
35     for(int i=0;i<(int)p.size();++i){
36         if(p[i]*p[i]>n) break;
37         if(n%p[i]) continue;
38         cout<<p[i]<<' ';
39         while(n%p[i]==0) n/=p[i];
40     }
41     if(n!=1) cout<<n<<' ';
42     cout<<'\n';
43 }
44
45 擴展歐幾里得算法
46 //ax+by=GCD(a,b)
47 #include <bits/stdc++.h>
48 using namespace std;
49
50 int ext_euc(int a,int b,int &x,int &y){
51     if(b==0){
52         x=1,y=0;
53         return a;
54     }
55     int d=ext_euc(b,a%b,y,x);
56     y-=a/b*x;
57     return d;
58 }
59

```

```

60 int main(){
61     int a,b,x,y;
62     cin>>a>>b;
63     ext_euc(a,b,x,y);
64     cout<<x<<' '<<y<<endl;
65     return 0;
66 }
67
68
69
70 歌德巴赫猜想
71 solution : 把偶數 N (6≤N≤10^6) 寫成兩個質數的和。
72 #include <iostream>
73 using namespace std;
74 #define N 20000000
75 int ox[N],p[N],pr;
76 void PrimeTable(){
77     ox[0]=ox[1]=1;
78     pr=0;
79     for(int i=2;i<N;i++){
80         if(!ox[i]) p[pr++]=i;
81         for(int j=0;i*p[j]<N&&j<pr;j++){
82             ox[i*p[j]]=1;
83         }
84     }
85
86 int main(){
87     PrimeTable();
88     int n;
89     while(cin>>n,n){
90         int x;
91         for(x=1;;x+=2)
92             if(!ox[x]&&!ox[n-x]) break;
93         printf("%d = %d + %d\n",n,x,n-x);
94     }
95 }
96
97 problem : 給定整數 N ,
98 求 N 最少可以拆成多少個質數的和。
99 如果 N 是質數, 則答案為 1。
100 如果 N 是偶數(不包含2), 則答案為 2 (強歌德巴赫猜想)。
101 如果 N 是奇數且 N-2 是質數, 則答案為 2 (2+質數)。
102 其他狀況答案為 3 (弱歌德巴赫猜想)。
103 #include<bits/stdc++.h>
104 using namespace std;
105
106 bool isPrime(int n){
107     for(int i=2;i<n;++i){
108         if(i*i>n) return true;
109         if(n%i==0) return false;
110     }
111     return true;
112 }
113
114 int main(){
115     int n;
116     cin>>n;
117     if(isPrime(n)) cout<<"1\n";
118     else if(n%2==0||isPrime(n-2)) cout<<"2\n";
119     else cout<<"3\n";
120 }

```

### 6.2 快速幂

```

1  計算a^b
2  #include<iostream>
3  #define ll long long
4  using namespace std;
5
6  const ll MOD=1000000007;
7  ll fp(ll a, ll b) {
8      int ans=1;
9      while(b>0){
10         if(b&1) ans=ans*a%MOD;
11         a=a*a%MOD;
12         b>>=1;

```

```

13     }
14     return ans;
15 }
16
17 int main() {
18     int a,b;
19     cin>>a>>b;
20     cout<<fp(a,b);
21 }

```

### 6.3 歐拉函數

```

1 //計算閉區間 [1,n] 中的正整數與 n 互質的個數
2
3 int phi(){
4     int ans=n;
5     for(int i=2;i*i<=n;i++){
6         if(n%i==0){
7             ans=ans-ans/i;
8             while(n%i==0) n/=i;
9         }
10    if(n>1) ans=ans-ans/n;
11    return ans;
12 }

```

### 6.4 atan

```

1 說明
2  atan() 和 atan2() 函數分別計算 x 和 y/x 的反正切。
3
4 回覆值
5  atan() 函數會傳回介於範圍 - /2 到 /2 弧度之間的值。
6  atan2() 函數會傳回介於 - 至 弧度之間的值。
7  如果 atan2() 函數的兩個引數都是零，
8  則函數會將 errno 設為 EDOM，並傳回值 0。
9
10 範例
11 #include <math.h>
12 #include <stdio.h>
13
14 int main(void){
15     double a,b,c,d;
16
17     c=0.45;
18     d=0.23;
19
20     a=atan(c);
21     b=atan2(c,d);
22
23     printf("atan(%lf)=%lf/n",c,a);
24     printf("atan2(%lf,%lf)=%lf/n",c,d,b);
25
26 }
27
28 /*
29 atan(0.450000)=0.422854
30 atan2(0.450000,0.230000)=1.098299
31 */

```

### 6.5 大步小步

```

1 題意
2  給定 B,N,P，求出 L 滿足  $B^L \equiv N \pmod{P}$ 。
3
4 題解
5  餘數的循環節長度必定為 P 的因數，因此
6  有  $B^0, B^P, B^{2P}, \dots$ ，
7  也就是說如果有解則  $L < N$ ，枚舉 0,1,2,L-1
8  能得到結果，但會超時。

```

```

8 將 L 拆成  $mx+y$ ，只要分別枚舉 x,y 就能得到答案，
9 設  $m=\sqrt{P}$  能保證最多枚舉  $2\sqrt{P}$  次。
10
11  $B^{mx+y} \equiv N \pmod{P}$ 
12  $B^{mx} B^y \equiv N \pmod{P}$ 
13  $B^y \equiv N(B^{(-m)})^x \pmod{P}$ 
14
15 先求出  $B^0, B^1, B^2, \dots, B^{(m-1)}$ ，
16 再枚舉  $N(B^{(-m)}), N(B^{(-m)})^2, \dots$  查看是否有對應的  $B^y$ 。
17 這種算法稱為大步小步演算法，
18 大步指的是枚舉 x (一次跨 m 步)，
19 小步指的是枚舉 y (一次跨 1 步)。
20
21 複雜度分析
22 利用 map/unorder_map 存放  $B^0, B^1, B^2, \dots, B^{(m-1)}$ ，
23 枚舉 x 查詢 map/unorder_map 是否有對應的  $B^y$ ，
24 存放和查詢最多  $2\sqrt{P}$  次，時間複雜度為  $O(\sqrt{P} \log \sqrt{P}) / O(\sqrt{P})$ 。
25
26
27
28 #include <bits/stdc++.h>
29 using namespace std;
30 using LL = long long;
31 LL B, N, P;
32
33 LL fpow(LL a, LL b, LL c){
34     LL res=1;
35     for(;b>=1;){
36         if(b&1)
37             res=(res*a)%c;
38         a=(a*a)%c;
39     }
40     return res;
41 }
42
43 LL BSGS(LL a, LL b, LL p){
44     a%=p,b%=p;
45     if(a==0)
46         return b==0?-1:0;
47     if(b==1)
48         return 0;
49     map<LL, LL> tb;
50     LL sq=ceil(sqrt(p-1));
51     LL inv=fpow(a,p-sq-1,p);
52     tb[1]=sq;
53     for(LL i=1,tmp=1;i<sq;++i){
54         tmp=(tmp*a)%p;
55         if(!tb.count(tmp))
56             tb[tmp]=i;
57     }
58     for(LL i=0;i<sq;++i){
59         if(tb.count(b)){
60             LL res=tb[b];
61             return i*sq+(res==sq?0:res);
62         }
63         b=(b*inv)%p;
64     }
65     return -1;
66 }
67
68 int main(){
69     ios::sync_with_stdio(false);
70     cin.tie(0),cout.tie(0);
71     while(cin>>P>>B>>N){
72         LL ans=BSGS(B,N,P);
73         if(ans!=-1)
74             cout<<"no solution\n";
75         else
76             cout<<ans<<"\n";
77     }
78 }

```

## 7 algorithm

### 7.1 basic

```

1 min_element：找尋最小元素
2 min_element(first, last)
3 max_element：找尋最大元素
4 max_element(first, last)
5 sort：排序，預設由小排到大。
6 sort(first, last)
7 sort(first, last, cmp)：可自行定義比較運算子 cmp。
8 find：尋找元素。
9 find(first, last, val)
10 lower_bound：尋找第一個小於 x 的元素位置，
    如果不存在，則回傳 last。
11 lower_bound(first, last, val)
12 upper_bound：尋找第一個大於 x 的元素位置，
    如果不存在，則回傳 last。
13 upper_bound(first, last, val)
14 next_permutation：將序列順序轉換成下一個字典序，
    如果存在回傳 true，反之回傳 false。
15 next_permutation(first, last)
16 prev_permutation：將序列順序轉換成上一個字典序，
    如果存在回傳 true，反之回傳 false。
17 prev_permutation(first, last)

```

### 7.2 二分搜

```

1 int binary_search(int target) {
2     // For range [ok, ng) or (ng, ok], "ok" is for the
3     // index that target value exists, with "ng" doesn't.
4     int ok = maxn, ng = -1;
5     // For first lower_bound, ok=maxn and ng=-1,
6     // for last lower_bound, ok = -1 and ng = maxn
7     // (the "check" funtion
8     // should be changed depending on it.)
9     while(abs(ok - ng) > 1) {
10         int mid = (ok + ng) >> 1;
11         if(check(mid)) ok = mid;
12         else ng = mid;
13     }
14     // Be careful, "arr[mid]>=target" for first
15     // lower_bound and "arr[mid]<=target" for
16     // last lower_bound. For range (ng, ok],
17     // convert it into (ng, mid] and (mid, ok] than
18     // choose the first one, or convert [ok, ng) into
19     // [ok, mid) and [mid, ng) and then choose
20     // the second one.
21     return ok;
22 }
23
24 lower_bound(arr, arr + n, k);    //最左邊 ≥ k 的位置
25 upper_bound(arr, arr + n, k);    //最左邊 > k 的位置
26 upper_bound(arr, arr + n, k) - 1; //最右邊 ≤ k 的位置
27 lower_bound(arr, arr + n, k) - 1; //最右邊 < k 的位置
28 (lower_bound, upper_bound)      //等於 k 的範圍
29 equal_range(arr, arr+n, k);

```

### 7.3 三分搜

```

1 題意
2 給定兩射線方向和速度，問兩射線最近距離。
3
4 題解
5 假設 F(t) 為兩射線在時間 t 的距離，F(t) 為二次函數，
6 可用三分搜找二次函數最小值。
7
8 #include <bits/stdc++.h>
9 using namespace std;

```

```

10
11 struct Point{
12     double x, y, z;
13     Point() {}
14     Point(double _x, double _y, double _z):
15         x(_x), y(_y), z(_z){}
16     void read() { cin>>x>>y>>z; }
17     Point operator+(const Point &rhs) const{
18         return Point(x+rhs.x, y+rhs.y, z+rhs.z);
19     }
20     Point operator-(const Point &rhs) const{
21         return Point(x-rhs.x, y-rhs.y, z-rhs.z);
22     }
23     Point operator*(const double &d) const{
24         return Point(x*d, y*d, z*d);
25     }
26     Point operator/(const double &d) const{
27         return Point(x/d, y/d, z/d);
28     }
29     double dist(const Point &rhs) const{
30         double res = 0;
31         res+=(x-rhs.x)*(x-rhs.x);
32         res+=(y-rhs.y)*(y-rhs.y);
33         res+=(z-rhs.z)*(z-rhs.z);
34         return res;
35     }
36 };
37
38 int main(){
39     ios::sync_with_stdio(false);
40     cin.tie(0), cout.tie(0);
41     int T;
42     cin>>T;
43     for(int ti=1; ti<=T; ++ti){
44         double time;
45         Point x1, y1, d1, x2, y2, d2;
46         cin>>time;
47         x1.read();
48         y1.read();
49         x2.read();
50         y2.read();
51         d1=(y1-x1)/time;
52         d2=(y2-x2)/time;
53         double L=0, R=1e8, m1, m2, f1, f2;
54         double ans = x1.dist(x2);
55         while(abs(L-R)>1e-10){
56             m1=(L+R)/2;
57             m2=(m1+R)/2;
58             f1=((d1*m1)+x1).dist((d2*m1)+x2);
59             f2=((d1*m2)+x1).dist((d2*m2)+x2);
60             ans = min(ans, min(f1, f2));
61             if(f1<f2) R=m2;
62             else L=m1;
63         }
64         cout<<"Case "<<ti<<" : ";
65         cout<<fixed<<setprecision(4)<<sqrt(ans)<<"\n";
66     }
67 }

```

### 7.4 prefix sum

```

1 // 前綴和
2 陣列前n項的和。
3 b[i]=a[0]+a[1]+a[2]+...+a[i]
4 區間和 [l, r]：b[r]-b[l-1] (要保留b[l]所以-1)
5
6 #include<bits/stdc++.h>
7 using namespace std;
8 int main(){
9     int n;
10    cin>>n;
11    int a[n], b[n];
12    for(int i=0; i<n; i++) cin>>a[i];
13    b[0]=a[0];
14    for(int i=1; i<n; i++) b[i]=b[i-1]+a[i];

```



```

15     for(int i=0;i<n;i++) cout<<b[i]<<' ';
16     cout<<'\\n';
17     int l,r;
18     cin>>l>>r;
19     cout<<b[r]-b[l-1]; //區間和
20 }

```

## 7.5 差分

```

1 // 差分
2 用途：在區間 [l, r] 加上一個數字v。
3 b[l] += v; (b[0~l] 加上v)
4 b[r+1] -= v; (b[r+1~n] 減去v (b[r] 仍保留v) )
5 給的 a[] 是前綴和數列，建構 b[]，
6 因為 a[i] = b[0] + b[1] + b[2] + ... + b[i]，
7 所以 b[i] = a[i] - a[i-1]。
8 在 b[l] 加上 v，b[r+1] 減去 v，
9 最後再從 0 跑到 n 使 b[i] += b[i-1]。
10 這樣一來，b[] 是一個在某區間加上v的前綴和。
11
12 #include <bits/stdc++.h>
13 using namespace std;
14 int a[1000], b[1000];
15 // a: 前綴和數列, b: 差分數列
16 int main(){
17     int n, l, r, v;
18     cin >> n;
19     for(int i=1; i<=n; i++){
20         cin >> a[i];
21         b[i] = a[i] - a[i-1]; //建構差分數列
22     }
23     cin >> l >> r >> v;
24     b[l] += v;
25     b[r+1] -= v;
26
27     for(int i=1; i<=n; i++){
28         b[i] += b[i-1];
29         cout << b[i] << ' ';
30     }
31 }

```

## 7.6 greedy

```

1 //貪心
2 貪心演算法的核心為，
3 採取在目前狀態下最好或最佳（即最有利）的選擇。
4 貪心演算法雖然能獲得當前最佳解，
5 但不保證能獲得最後（全域）最佳解，
6 提出想法後可以先試圖尋找有沒有能推翻原本的想法的反例，
7 確認無誤再實作。
8
9
10 刪數字問題
11 //problem
12 給定一個數字 N( $\leq 10^4$ )，需要刪除 K 個數字，
13 請問刪除 K 個數字後最小的數字為何？
14
15 //solution
16 刪除滿足第 i 位數大於第 i+1 位數的最左邊第 i 位數，
17 扣除高位數的影響較扣除低位數的大。
18
19 //code
20 int main(){
21     string s;
22     int k;
23     cin>>s>>k;
24     for(int i=0;i<k;++i){
25         if((int)s.size()==0) break;
26         int pos =(int)s.size()-1;
27         for(int j=0;j<(int)s.size()-1;++j){
28             if(s[j]>s[j+1]){

```

```

29                 pos=j;
30                 break;
31             }
32         }
33         s.erase(pos,1);
34     }
35     while((int)s.size()>0&&s[0]=='0')
36         s.erase(0,1);
37     if((int)s.size()) cout<<s<<'\\n';
38     else cout<<0<<'\\n';
39 }
40
41 最小區間覆蓋長度
42 //problem
43 給定 n 條線段區間為 [Li,Ri]，
44 請問最少要選幾個區間才能完全覆蓋 [0,S]?
45
46 //solution
47 先將所有區間依照左界由小到大排序，
48 對於當前區間 [Li,Ri]，要從左界 >Ri 的所有區間中，
49 找到有著最大的右界的區間，連接當前區間。
50
51 //problem
52 長度 n 的直線中有數個加熱器，
53 在 x 的加熱器可以讓 [x-r,x+r] 內的物品加熱，
54 問最少要幾個加熱器可以把 [0,n] 的範圍加熱。
55
56 //solution
57 對於最左邊沒加熱的點a，選擇最遠可以加熱a的加熱器，
58 更新已加熱範圍，重複上述動作繼續尋找加熱器。
59
60 //code
61 int main(){
62     int n, r;
63     int a[1005];
64     cin>>n>>r;
65     for(int i=1;i<=n;++i) cin>>a[i];
66     int i=1,ans=0;
67     while(i<=n){
68         int R=min(i+r-1,n),L=max(i-r+1,0)
69         int nextR=-1;
70         for(int j=R;j>=L;--j){
71             if(a[j]){
72                 nextR=j;
73                 break;
74             }
75         }
76         if(nextR==-1){
77             ans=-1;
78             break;
79         }
80         ++ans;
81         i=nextR+r;
82     }
83     cout<<ans<<'\\n';
84 }
85
86
87 最多不重疊區間
88 //problem
89 給你 n 條線段區間為 [Li,Ri]，
90 請問最多可以選擇幾條不重疊的線段(頭尾可相連)?
91
92 //solution
93 依照右界由小到大排序，
94 每次取到一個不重疊的線段，答案 +1。
95
96 //code
97 struct Line{
98     int L,R;
99     bool operator<(const Line &rhs)const{
100         return R<rhs.R;
101     }
102 };
103
104

```

```

105 int main(){
106     int t;
107     cin>>t;
108     Line a[30];
109     while(t--){
110         int n=0;
111         while(cin>>a[n].L>>a[n].R,a[n].L||a[n].R)
112             ++n;
113         sort(a,a+n);
114         int ans=1,R=a[0].R;
115         for(int i=1;i<n;i++){
116             if(a[i].L>=R){
117                 ++ans;
118                 R=a[i].R;
119             }
120         }
121         cout<<ans<<'\n';
122     }
123 }

```

#### 最小化最大延遲問題

**//problem**

給定  $N$  項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，  
期限是  $D_i$ ，第  $i$  項工作延遲的時間為  $L_i = \max(0, F_i - D_i)$ ，  
原本  $F_i$  為第  $i$  項工作的完成時間，  
求一種工作排序使  $\max L_i$  最小。

**//solution**

按照到期時間從早到晚處理。

**//code**

```

137 struct Work{
138     int t, d;
139     bool operator<(const Work &rhs)const{
140         return d<rhs.d;
141     }
142 };
143
144 int main(){
145     int n;
146     Work a[10000];
147     cin>>n;
148     for(int i=0;i<n;++i)
149         cin>>a[i].t>>a[i].d;
150     sort(a,a+n);
151     int maxL=0,sumT=0;
152     for(int i=0;i<n;++i){
153         sumT+=a[i].t;
154         maxL=max(maxL,sumT-a[i].d);
155     }
156     cout<<maxL<<'\n';
157 }

```

#### 最少延遲數量問題

**//problem**

給定  $N$  個工作，每個工作的需要處理時長為  $T_i$ ，  
期限是  $D_i$ ，求一種工作排序使得逾期工作數量最小。

**//solution**

期限越早到期的工作越先做。將工作依照到期時間從早到晚排序，  
依序放入工作列表中，如果發現有工作預期，  
就從目前選擇的工作中，移除耗時最長的工作。

上述方法為 Moore-Hodgson's Algorithm。

**//problem**

給定烏龜的重量和可承受重量，問最多可以疊幾隻烏龜？

**//solution**

和最少延遲數量問題是相同的問題，只要將題敘做轉換。

工作處理時長  $\rightarrow$  烏龜重量

工作期限  $\rightarrow$  烏龜可承受重量

多少工作不延期  $\rightarrow$  可以疊幾隻烏龜

```

180
181 //code
182 struct Work{
183     int t, d;
184     bool operator<(const Work &rhs)const{
185         return d<rhs.d;
186     }
187 };
188
189 int main(){
190     int n=0;
191     Work a[10000];
192     priority_queue<int> pq;
193     while(cin>>a[n].t>>a[n].d)
194         ++n;
195     sort(a,a+n);
196     int sumT=0,ans=n;
197     for(int i=0;i<n;++i){
198         pq.push(a[i].t);
199         sumT+=a[i].t;
200         if(a[i].d<sumT){
201             int x=pq.top();
202             pq.pop();
203             sumT-=x;
204             --ans;
205         }
206     }
207     cout<<ans<<'\n';
208 }

```

#### 任務調度問題

**//problem**

給定  $N$  項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，  
期限是  $D_i$ ，如果第  $i$  項工作延遲需要受到  $p_i$  單位懲罰，  
請問最少會受到多少單位懲罰。

**//solution**

依照懲罰由大到小排序，

每項工作依序嘗試可不可以放在  $D_i - T_i + 1, D_i - T_i, \dots, 1, 0$ ，

如果有空閒就放進去，否則延後執行。

**//problem**

給定  $N$  項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，  
期限是  $D_i$ ，如果第  $i$  項工作在期限內完成會獲得  $a_i$   
單位獎勵，

請問最多會獲得多少單位獎勵。

**//solution**

和上題相似，這題變成依照獎勵由大到小排序。

**//code**

```

230 struct Work{
231     int d,p;
232     bool operator<(const Work &rhs)const{
233         return p>rhs.p;
234     }
235 };
236
237 int main(){
238     int n;
239     Work a[100005];
240     bitset<100005> ok;
241     while(cin>>n){
242         ok.reset();
243         for(int i=0;i<n;++i)
244             cin>>a[i].d>>a[i].p;
245         sort(a,a+n);
246         int ans=0;
247         for(int i=0;i<n;++i){
248             int j=a[i].d;
249             while(j--){
250                 if(!ok[j]){
251                     ans+=a[i].p;
252                     ok[j]=true;
253                     break;
254                 }

```



```

255     }
256     cout<<ans<<'\n';
257 }
258 }

```

## 7.7 floyd warshall

```

1 int w[n][n];
2 int d[n][n];
3 int medium[n][n];
4 // 由i點到j點的路徑，其中繼點為medium[i][j]。
5
6 void floyd_warshall(){ //O(V^3)
7     for(int i=0;i<n;i++){
8         for(int j=0;j<n;j++){
9             d[i][j]=w[i][j];
10            medium[i][j]=-1;
11            // 預設為沒有中繼點
12        }
13        for(int i=0;i<n;i++) d[i][i]=0;
14        for(int k=0;k<n;k++){
15            for(int i=0;i<n;i++){
16                for(int j=0;j<n;j++){
17                    if(d[i][k]+d[k][j]<d[i][j]){
18                        d[i][j]=d[i][k]+d[k][j];
19                        medium[i][j]=k;
20                        // 由i點走到j點經過了k點
21                    }
22                }
23            }
24            // 這支函式並不會印出起點和終點，必須另行印出。
25            void find_path(int s,int t){ // 印出最短路徑
26                if(medium[s][t]==-1) return; // 沒有中繼點就結束
27                find_path(s,medium[s][t]); // 前半段最短路徑
28                cout<<medium[s][t]; // 中繼點
29                find_path(medium[s][t],t); // 後半段最短路徑
30            }
31        }
32    }

```

## 7.8 dinic

```

1 #include <stdio.h>
2 #include <string.h>
3 #include <queue>
4 #define MAXNODE 105
5 #define oo 1e9
6 using namespace std;
7
8 int nodeNum;
9 int graph[MAXNODE][MAXNODE];
10 int levelGraph[MAXNODE];
11 bool canReachSink[MAXNODE];
12
13 bool bfs(int from, int to){
14     memset(levelGraph,0,sizeof(levelGraph));
15     levelGraph[from]=1;
16     queue<int> q;
17     q.push(from);
18     int currentNode;
19     while(!q.empty()){
20         currentNode=q.front();
21         q.pop();
22         for(int nextNode=1;nextNode<=nodeNum;
23             ;++nextNode){
24             if((levelGraph[nextNode]==0)&&
25                 graph[currentNode][nextNode]>0){
26                 levelGraph[nextNode]=
27                     levelGraph[currentNode]+1;
28                 q.push(nextNode);
29             }
30             if((nextNode==to)&&
31                 (graph[currentNode][nextNode]>0))
32                 return true;
33         }
34     }
35     return false;
36 }

```

```

33     }
34 }
35 return false;
36 }
37 int dfs(int from, int to, int bottleNeck){
38     if(from == to) return bottleNeck;
39     int outFlow = 0;
40     int flow;
41     for(int nextNode=1;nextNode<=nodeNum;++nextNode){
42         if((graph[from][nextNode]>0)&&
43             (levelGraph[from]==levelGraph[nextNode]-1)&&
44             canReachSink[nextNode]){
45             flow=dfs(nextNode,to,
46                 min(graph[from][nextNode],bottleNeck));
47             graph[from][nextNode]-=flow; //貪心
48             graph[nextNode][from]+=flow; //反悔路
49             outFlow+=flow;
50             bottleNeck -=flow;
51         }
52         if(bottleNeck==0) break;
53     }
54     if(outFlow==0) canReachSink[from]=false;
55     return outFlow;
56 }
57
58 int dinic(int from, int to){
59     int maxFlow=0;
60     while(bfs(from, to)){
61         memset(canReachSink,1,sizeof(canReachSink));
62         maxFlow += dfs(from, to, oo);
63     }
64     return maxFlow;
65 }
66
67 int main(){
68     int from, to, edgeNum;
69     int NetWorkNum = 1;
70     int maxFlow;
71     while(scanf("%d",&nodeNum)!=EOF&&nodeNum!=0){
72         memset(graph, 0, sizeof(graph));
73         scanf("%d %d %d", &from, &to, &edgeNum);
74         int u, v, w;
75         for (int i = 0; i < edgeNum; ++i){
76             scanf("%d %d %d", &u, &v, &w);
77             graph[u][v] += w;
78             graph[v][u] += w;
79         }
80         maxFlow = dinic(from, to);
81         printf("Network %d\n", NetWorkNum++);
82         printf("The bandwidth is %d.\n\n", maxFlow);
83     }
84     return 0;
85 }

```

## 7.9 SegmentTree

```

1 #define MAXN 1000
2 int data[MAXN]; //原數據
3 int st[4 * MAXN]; //線段樹
4 int tag[4 * MAXN]; //懶標
5
6 inline int pull(int l, int r) {
7     // 隨題目改變sum、max、min
8     // l、r是左右樹的index
9     return st[l] + st[r];
10 }
11
12 void build(int l, int r, int i) {
13     // 在[l, r]區間建樹，目前根的index為i
14     if (l == r) {
15         st[i] = data[l];
16         return;
17     }
18     int mid = l + ((r - l) >> 1);
19     build(l, mid, i * 2);

```

```

20     build(mid + 1, r, i * 2 + 1);
21     st[i] = pull(i * 2, i * 2 + 1);
22 }
23
24 int query(int ql, int qr, int l, int r, int i) {
25     // [ql, qr]是查詢區間,[l, r]是當前節點包含的區間
26     if (ql <= l && r <= qr)
27         return st[i];
28     int mid = l + ((r - l) >> 1);
29     if (tag[i]) {
30         //如果當前懶標有值則更新左右節點
31         st[i * 2] += tag[i] * (mid - l + 1);
32         st[i * 2 + 1] += tag[i] * (r - mid);
33         tag[i * 2] += tag[i]; //下傳懶標至左節點
34         tag[i * 2 + 1] += tag[i]; //下傳懶標至右節點
35         tag[i] = 0;
36     }
37     int sum = 0;
38     if (ql <= mid)
39         sum += query(ql, qr, l, mid, i * 2);
40     if (qr > mid)
41         sum += query(ql, qr, mid + 1, r, i * 2 + 1);
42     return sum;
43 }
44
45 void update(int ql, int qr, int l, int r, int i, int c) {
46     // [ql, qr]是查詢區間,[l, r]是當前節點包含的區間
47     // c是變化量
48     if (ql <= l && r <= qr) {
49         st[i] += (r - l + 1) * c;
50         //求和,此需乘上區間長度
51         tag[i] += c;
52         return;
53     }
54     int mid = l + ((r - l) >> 1);
55     if (tag[i] && l != r) {
56         //如果當前懶標有值則更新左右節點
57         st[i * 2] += tag[i] * (mid - l + 1);
58         st[i * 2 + 1] += tag[i] * (r - mid);
59         tag[i * 2] += tag[i]; //下傳懶標至左節點
60         tag[i * 2 + 1] += tag[i]; //下傳懶標至右節點
61         tag[i] = 0;
62     }
63     if (ql <= mid) update(ql, qr, l, mid, i * 2, c);
64     if (qr > mid) update(ql, qr, mid + 1, r, i * 2 + 1, c);
65     st[i] = pull(i * 2, i * 2 + 1);
66 }
67 //如果是直接改值而不是加值, query與update中的tag與st的
68 //改值從+=改成=

```

## 7.10 Nim Game

```

1 //兩人輪流取銅板, 每人每次需在某堆取一枚以上的銅板,
2 //但不能同時在兩堆取銅板, 直到最後,
3 //將銅板拿光的人贏得此遊戲。

```

```

4
5 #include <bits/stdc++.h>
6 #define maxn 23+5
7 using namespace std;

```

```

8
9 int SG[maxn];
10 int visited[1000+5];
11 int pile[maxn], ans;
12
13 void calculateSG() {
14     SG[0] = 0;
15     for (int i = 1; i <= maxn; i++) {
16         int cur = 0;
17         for (int j = 0; j < i; j++)
18             for (int k = 0; k <= j; k++)
19                 visited[SG[j]^SG[k]] = i;
20         while (visited[cur] == i) cur++;
21         SG[i] = cur;
22     }

```

```

23 }
24
25 int main() {
26     calculateSG();
27     int Case = 0, n;
28     while (cin >> n, n) {
29         ans = 0;
30         for (int i = 1; i <= n; i++) cin >> pile[i];
31         for (int i = 1; i <= n; i++)
32             if (pile[i] & 1) ans ^= SG[n - i];
33         cout << "Game " << ++Case << ": ";
34         if (!ans) cout << "-1 -1 -1\n";
35         else {
36             bool flag = 0;
37             for (int i = 1; i <= n; i++) {
38                 if (pile[i]) {
39                     for (int j = i + 1; j <= n; j++) {
40                         for (int k = j; k <= n; k++) {
41                             if ((SG[n - i]^SG[n - j]^SG[n - k]) == ans) {
42                                 cout << i - 1 << " " << j - 1 << " " << k - 1 << endl;
43                                 flag = 1;
44                                 break;
45                             }
46                         }
47                     }
48                     if (flag) break;
49                 }
50             }
51             if (flag) break;
52         }
53     }
54     return 0;
55 }
56
57 /*
58 input
59 4 1 0 1 100
60 3 1 0 5
61 2 2 1
62 0
63 output
64 Game 1: 0 2 3
65 Game 2: 0 1 1
66 Game 3: -1 -1 -1
67 */

```

## 7.11 Trie

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 const int maxn = 300000 + 10;
5 const int mod = 20071027;
6
7 int dp[maxn];
8 int mp[4000*100 + 10][26];
9 char str[maxn];
10
11 struct Trie {
12     int seq;
13     int val[maxn];
14
15     Trie() {
16         seq = 0;
17         memset(val, 0, sizeof(val));
18         memset(mp, 0, sizeof(mp));
19     }
20
21     void insert(char* s, int len) {
22         int r = 0;
23         for (int i = 0; i < len; i++) {
24             int c = s[i] - 'a';
25             if (!mp[r][c]) mp[r][c] = ++seq;
26             r = mp[r][c];
27         }
28         val[r] = len;

```

```

29     return;
30 }
31
32 int find(int idx, int len) {
33     int result = 0;
34     for(int r=0; idx<len; idx++) {
35         int c = str[idx] - 'a';
36         if(!(r = mp[r][c])) return result;
37         if(val[r])
38             result = (result + dp[idx + 1]) % mod;
39     }
40     return result;
41 }
42 };
43
44 int main() {
45     int n, tc = 1;
46
47     while(~scanf("%s%d", str, &n)) {
48         Trie tr;
49         int len = strlen(str);
50         char word[100+10];
51
52         memset(dp, 0, sizeof(dp));
53         dp[len] = 1;
54
55         while(n--) {
56             scanf("%s", word);
57             tr.insert(word, strlen(word));
58         }
59
60         for(int i=len-1; i>=0; i--)
61             dp[i] = tr.find(i, len);
62         printf("Case %d: %d\n", tc++, dp[0]);
63     }
64     return 0;
65 }
66
67 /*****
68 ****Input****
69 * abcd
70 * 4
71 * a b cd ab
72 ****Output***
73 * Case 1: 2
74 ****
75 */

```

## 7.12 SPFA

```

1 struct Edge
2 {
3     int t;
4     long long w;
5     Edge(){};
6     Edge(int _t, long long _w) : t(_t), w(_w) {}
7 };
8
9 bool SPFA(int st) // 平均 $O(V + E)$  最糟 $O(VE)$ 
10 {
11     vector<int> cnt(n, 0);
12     bitset<MXV> inq(0);
13     queue<int> q;
14     q.push(st);
15     dis[st] = 0;
16     inq[st] = true;
17     while (!q.empty())
18     {
19         int cur = q.front();
20         q.pop();
21         inq[cur] = false;
22         for (auto &e : G[cur])
23         {
24             if (dis[e.t] <= dis[cur] + e.w)

```

```

25         continue;
26         dis[e.t] = dis[cur] + e.w;
27         if (inq[e.t])
28             continue;
29         ++cnt[e.t];
30         if (cnt[e.t] > n)
31             return false; // negative cycle
32         inq[e.t] = true;
33         q.push(e.t);
34     }
35 }
36 return true;
37 }

```

## 7.13 dijkstra

```

1 #include<bits/stdc++.h>
2 #define maxn 50000+5
3 #define INF 0x3f3f3f3f
4 using namespace std;
5
6 struct edge{
7     int v,w;
8 };
9
10 struct Item{
11     int u,dis;
12     bool operator<(const Item &rhs)const{
13         return dis>rhs.dis;
14     }
15 };
16
17 vector<edge> G[maxn];
18 int dist[maxn];
19
20 void dijkstra(int s){ //  $O((V + E)\log(E))$ 
21     memset(dist,INF,sizeof(dist));
22     dist[s]=0;
23     priority_queue<Item> pq;
24     pq.push({s,0});
25     while(!pq.empty()){
26         Item now=pq.top();
27         pq.pop();
28         if(now.dis>dist[now.u]) continue;
29         for(edge e:G[now.u]){
30             if(dist[e.v]>dist[now.u]+e.w){
31                 dist[e.v]=dist[now.u]+e.w;
32                 pq.push({e.v,dist[e.v]});
33             }
34         }
35     }
36 }
37
38 int main(){
39     int t,cas=1;
40     cin>>t;
41     while(t--){
42         int n,m,s,t;
43         cin>>n>>m>>s>>t;
44         for(int i=0;i<=n;i++) G[i].clear();
45         int u,v,w;
46         for(int i=0;i<m;i++){
47             cin>>u>>v>>w;
48             G[u].push_back({v,w});
49             G[v].push_back({u,w});
50         }
51         dijkstra(s);
52         cout<<"Case #"<<cas++<<" : ";
53         if(dist[t]==INF) cout<<"unreachable\n";
54         else cout<<dist[t]<<endl;
55     }
56 }

```

## 7.14 SCC Tarjan

```

1 //Strongly Connected Components
2 //Tarjan  $O(V + E)$ 
3 int dfn[N], low[N], dfncnt, sk[N], in_stack[N], tp;
4 //dfn[u]: dfs時u被visited的順序
5 //low[u]: 在u的dfs子樹中能回到最早已在stack中的節點
6 int scc[N], sc; //節點 u 所在 SCC 的編號
7 int sz[N]; //強連通 u 的大小
8
9 void tarjan(int u) {
10     low[u] = dfn[u] = ++dfncnt, s[++tp] = u,
11         in_stack[u] = 1;
12     for (int i = h[u]; i; i = e[i].nex) {
13         const int &v = e[i].t;
14         if (!dfn[v]) {
15             tarjan(v);
16             low[u] = min(low[u], low[v]);
17         } else if (in_stack[v]) {
18             low[u] = min(low[u], dfn[v]);
19         }
20     }
21     if (dfn[u] == low[u]) {
22         ++sc;
23         while (s[tp] != u) {
24             scc[s[tp]] = sc;
25             sz[sc]++;
26             in_stack[s[tp]] = 0;
27             --tp;
28         }
29         scc[s[tp]] = sc;
30         sz[sc]++;
31         in_stack[s[tp]] = 0;
32         --tp;
33     }
34 }

```

## 7.15 SCC Kosaraju

```

1 //做兩次dfs,  $O(V + E)$ 
2 //g 是原圖, g2 是反圖
3 //s是dfs離開的節點
4 void dfs1(int u) {
5     vis[u] = true;
6     for (int v : g[u])
7         if (!vis[v]) dfs1(v);
8     s.push_back(u);
9 }
10
11 void dfs2(int u) {
12     group[u] = sccCnt;
13     for (int v : g2[u])
14         if (!group[v]) dfs2(v);
15 }
16
17 void kosaraju() {
18     sccCnt = 0;
19     for (int i = 1; i <= n; ++i)
20         if (!vis[i]) dfs1(i);
21     for (int i = n; i >= 1; --i)
22         if (!group[s[i]]) {
23             ++sccCnt;
24             dfs2(s[i]);
25         }
26 }

```

## 7.16 ArticulationPoints Tarjan

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 vector<vector<int>>> G;

```

```

5 int N;
6 int timer;
7 bool visited[105];
8 int visTime[105]; // 第一次visit的時間
9 int low[105];
10 // 最小能回到的父節點(不能是自己的parent)的visTime
11 int res;
12 //求割點數量
13 void tarjan(int u, int parent) {
14     int child = 0;
15     bool isCut = false;
16     visited[u] = true;
17     visTime[u] = low[u] = ++timer;
18     for (int v: G[u]) {
19         if (!visited[v]) {
20             ++child;
21             tarjan(v, u);
22             low[u] = min(low[u], low[v]);
23             if (parent != -1 && low[v] >= visTime[u])
24                 isCut = true;
25         }
26         else if (v != parent)
27             low[u] = min(low[u], visTime[v]);
28     }
29     //If u is root of DFS tree->有兩個以上的children
30     if (parent == -1 && child >= 2)
31         isCut = true;
32     if (isCut)
33         ++res;
34 }
35
36 int main()
37 {
38     char input[105];
39     char* token;
40     while (scanf("%d", &N) != EOF && N)
41     {
42         G.assign(105, vector<int>());
43         memset(visited, false, sizeof(visited));
44         memset(low, 0, sizeof(low));
45         memset(visTime, 0, sizeof(visTime));
46         timer = 0;
47         res = 0;
48         getchar(); // for \n
49         while (fgets(input, 105, stdin))
50         {
51             if (input[0] == '0')
52                 break;
53             int size = strlen(input);
54             input[size - 1] = '\0';
55             --size;
56             token = strtok(input, " ");
57             int u = atoi(token);
58             int v;
59             while (token = strtok(NULL, " "))
60             {
61                 v = atoi(token);
62                 G[u].emplace_back(v);
63                 G[v].emplace_back(u);
64             }
65         }
66         tarjan(1, -1);
67         printf("%d\n", res);
68     }
69     return 0;
70 }

```

## 7.17 最小樹狀圖

```

1 定義
2 有向圖上的最小生成樹 (Directed Minimum Spanning Tree)
3 稱為最小樹形圖。
4 常用的演算法是朱劉演算法 (也稱為Edmonds 演算法) ,
5 可以在 $O(nm)$ 時間內解決最小樹形圖問題。

```

```

7  流程
8  1. 對於每個點，選擇它入度最小的那條邊
9  2. 如果沒有環，演算法終止；
10  否則進行縮環並更新其他點到環的距離。
11
12 bool solve() {
13     ans = 0;
14     int u, v, root = 0;
15     for (;;) {
16         f(i, 0, n) in[i] = 1e100;
17         f(i, 0, m) {
18             u = e[i].s;
19             v = e[i].t;
20             if (u != v && e[i].w < in[v]) {
21                 in[v] = e[i].w;
22                 pre[v] = u;
23             }
24         }
25         f(i, 0, m) if(i!=root && in[i]>1e50) return 0;
26         int tn = 0;
27         memset(id, -1, sizeof id);
28         memset(vis, -1, sizeof vis);
29         in[root] = 0;
30         f(i, 0, n) {
31             ans += in[i];
32             v = i;
33             while(vis[v]!=i&&id[v]==-1&&v!=root){
34                 vis[v] = i;
35                 v = pre[v];
36             }
37             if (v != root && id[v] == -1) {
38                 for(int u=pre[v];u!=v;u=pre[u]) id[u]=tn;
39                 id[v] = tn++;
40             }
41         }
42         if (tn == 0) break;
43         f(i, 0, n) if (id[i] == -1) id[i] = tn++;
44         f(i, 0, m) {
45             u = e[i].s;
46             v = e[i].t;
47             e[i].s = id[u];
48             e[i].t = id[v];
49             if (e[i].s != e[i].t) e[i].w -= in[v];
50         }
51         n = tn;
52         root = id[root];
53     }
54     return ans;
55 }
56
57 Tarjan 的DMST 演算法
58 Tarjan 提出了一種能夠在
59  $O(m+n\log n)$ 時間內解決最小樹形圖問題的演算法。
60
61 流程
62 Tarjan 的演算法分為收縮與伸展兩個過程。
63 接下來先介紹收縮的過程。
64 我們要假設輸入的圖是滿足強連通的，
65 如果不滿足那就加入  $O(n)$  條邊使其滿足，
66 並且這些邊的邊權是無窮大的。
67
68 我們需要一個堆存儲結點的入邊編號，入邊權值，
69 結點總代價等相關信息，由於後續過程中會有堆的合併操作，
70 這裡採用左偏樹 與並查集實現。
71 演算法的每一步都選擇一個任意結點v，
72 需要保證v不是根節點，並且在堆中沒有它的入邊。
73 再將v的最小入邊加入到堆中，
74 如果新加入的這條邊使堆中的邊形成了環，
75 那麼將構成環的那些結點收縮，
76 我們不妨將這些已經收縮的結點命名為超級結點，
77 再繼續這個過程，如果所有的頂點都縮成了超級結點，
78 那麼收縮過程就結束了。
79 整個收縮過程結束後會得到一棵收縮樹，

```

```

82 之後就會對它進行伸展操作。
83
84 堆中的邊總是會形成一條路徑v0 <- v1<- ... <- vk，
85 由於圖是強連通的，這個路徑必然存在，
86 並且其中的 vi 可能是最初的單一結點，
87 也可能是壓縮後的超級結點。
88
89 最初有 v0=a，其中 a 是圖中任意的一個結點，
90 每次都選擇一條最小入邊 vk <- u，
91 如果 u 不是v0,v1,...,vk中的一個結點，
92 那麼就將結點擴展到 v k+1=u。
93 如果 u 是他們其中的一個結點 vi，
94 那麼就找到了一個關於 vi <- ... <- vk <- vi的環，
95 再將他們收縮為一個超級結點c。
96
97 向隊列 P 中放入所有的結點或超級結點，
98 並初始選擇任一節點 a，只要佇列不為空，就進行以下步驟：
99
100 選擇 a 的最小入邊，保證不存在自環，
101 並找到另一頭的結點 b。
102 如果結點b沒有被記錄過說明未形成環，
103 令 a <- b，繼續目前操作尋找環。
104
105 如果 b 被記錄過了，就表示出現了環。
106 總結點數加一，並將環上的所有結點重新編號，對堆進行合併，
107 以及結點/超級結點的總權值的更新。
108 更新權值操作就是將環上所有結點的入邊都收集起來，
109 並減去環上入邊的邊權。
110
111 #include <bits/stdc++.h>
112 using namespace std;
113 typedef long long ll;
114 #define maxn 102
115 #define INF 0x3f3f3f3f
116
117 struct UnionFind {
118     int fa[maxn << 1];
119     UnionFind() { memset(fa, 0, sizeof(fa)); }
120     void clear(int n) {
121         memset(fa + 1, 0, sizeof(int) * n);
122     }
123     int find(int x) {
124         return fa[x] ? fa[x] = find(fa[x]) : x;
125     }
126     int operator[](int x) { return find(x); }
127 };
128
129 struct Edge {
130     int u, v, w, w0;
131 };
132
133 struct Heap {
134     Edge *e;
135     int rk, constant;
136     Heap *lch, *rch;
137
138     Heap(Edge *_e):
139         e(_e),rk(1),constant(0),lch(NULL),rch(NULL){}
140
141     void push() {
142         if (lch) lch->constant += constant;
143         if (rch) rch->constant += constant;
144         e->w += constant;
145         constant = 0;
146     }
147 };
148
149 Heap *merge(Heap *x, Heap *y) {
150     if (!x) return y;
151     if (!y) return x;
152     if (x->e->w + x->constant > y->e->w + y->constant)
153         swap(x, y);
154     x->push();
155     x->rch = merge(x->rch, y);

```

```

157 if (!x->lch || x->lch->rk < x->rch->rk)
158     swap(x->lch, x->rch);
159 if (x->rch)
160     x->rk = x->rch->rk + 1;
161 else
162     x->rk = 1;
163 return x;
164 }
165
166 Edge *extract(Heap *&x) {
167     Edge *r = x->e;
168     x->push();
169     x = merge(x->lch, x->rch);
170     return r;
171 }
172
173 vector<Edge> in[maxn];
174 int n, m, fa[maxn << 1], nxt[maxn << 1];
175 Edge *ed[maxn << 1];
176 Heap *Q[maxn << 1];
177 UnionFind id;
178
179 void contract() {
180     bool mark[maxn << 1];
181     //將圖上的每一個節點與其相連的那些節點進行記錄
182     for (int i = 1; i <= n; i++) {
183         queue<Heap *> q;
184         for (int j = 0; j < in[i].size(); j++)
185             q.push(new Heap(&in[i][j]));
186         while (q.size() > 1) {
187             Heap *u = q.front();
188             q.pop();
189             Heap *v = q.front();
190             q.pop();
191             q.push(merge(u, v));
192         }
193         Q[i] = q.front();
194     }
195     mark[1] = true;
196     for (int a=1, b=1, p; Q[a]; b=a, mark[b]=true) {
197         //尋找最小入邊以及其端點，保證無環
198         do {
199             ed[a] = extract(Q[a]);
200             a = id[ed[a]->u];
201         } while (a == b && Q[a]);
202         if (a == b) break;
203         if (!mark[a]) continue;
204         //對發現的環進行收縮，以及環內的節點重新編號，
205         //總權值更新
206         for (a = b, n++; a != n; a = p) {
207             id.fa[a] = fa[a] = n;
208             if (Q[a]) Q[a]->constant -= ed[a]->w;
209             Q[n] = merge(Q[n], Q[a]);
210             p = id[ed[a]->u];
211             nxt[p == n ? b : p] = a;
212         }
213     }
214 }
215
216 ll expand(int x, int r);
217 ll expand_iter(int x) {
218     ll r = 0;
219     for (int u=nxt[x]; u!=x; u=nxt[u]) {
220         if (ed[u]->w0 >= INF)
221             return INF;
222         else
223             r+=expand(ed[u]->v, u)+ed[u]->w0;
224     }
225     return r;
226 }
227
228 ll expand(int x, int t) {
229     ll r = 0;
230     for (; x != t; x = fa[x]) {
231         r += expand_iter(x);
232         if (r >= INF) return INF;
233     }

```

```

234     return r;
235 }
236
237 void link(int u, int v, int w) {
238     in[v].push_back({u, v, w});
239 }
240
241 int main() {
242     int rt;
243     scanf("%d %d %d", &n, &m, &rt);
244     for (int i = 0; i < m; i++) {
245         int u, v, w;
246         scanf("%d %d %d", &u, &v, &w);
247         link(u, v, w);
248     }
249     //保證強連通
250     for (int i = 1; i <= n; i++)
251         link(i > 1 ? i - 1 : n, i, INF);
252     contract();
253     ll ans = expand(rt, n);
254     if (ans >= INF)
255         puts("-1");
256     else
257         printf("%lld\n", ans);
258     return 0;
259 }

```

## 7.18 凸包

```

1  /* *****
2  * 問題：在平面上給定多區域，再給定多點(x, y)，
3  * 判斷有落點的區域(destroyed)的面積總和。
4  * *****
5  #include <bits/stdc++.h>
6  using namespace std;
7
8  const int maxn = 500 + 10;
9  const int maxCoordinate = 500 + 10;
10
11 struct Point {
12     int x, y;
13 };
14
15 int n;
16 bool destroyed[maxn] = {};
17 Point arr[maxn];
18 vector<Point> polygons[maxn];
19
20 void scanAndSortPoints() {
21     int minX = maxCoordinate, minY = maxCoordinate;
22     for (int i=0; i<n; i++) {
23         int x, y;
24         scanf("%d%d", &x, &y);
25         arr[i] = (Point){x, y};
26         if (y < minY || (y == minY && x < minX)) {
27             // If there are floating points, use:
28             // if(y<minY || (fabs(y-minY)<eps && x<minX)) {
29                 minX = x, minY = y;
30             }
31         }
32     }
33     sort(arr, arr+n, [minX, minY](Point& a, Point& b){
34         double theta1 = atan2(a.y - minY, a.x - minX);
35         double theta2 = atan2(b.y - minY, b.x - minX);
36         return theta1 < theta2;
37     });
38     return;
39 }
40
41 // returns u(AB) x v(AC)
42 int cross(Point& A, Point& B, Point& C) {
43     int u[2] = {B.x - A.x, B.y - A.y};
44     int v[2] = {C.x - A.x, C.y - A.y};
45     return (u[0] * v[1]) - (u[1] * v[0]);
46 }

```



```

47 // size of arr >= 3
48 // st = the stack using vector, m = index of the top
49 vector<Point> convex_hull() {
50     vector<Point> st(arr, arr+3);
51     for(int i=3, m=2; i<n; i++, m++) {
52         while(m >= 2) {
53             if(cross(st[m], st[m-1], arr[i]) < 0)
54                 break;
55             st.pop_back();
56             m--;
57         }
58         st.push_back(arr[i]);
59     }
60     return st;
61 }
62
63 bool inPolygon(vector<Point>& vec, Point p) {
64     vec.push_back(vec[0]);
65     for(int i=1; i<vec.size(); i++) {
66         if(cross(vec[i-1], vec[i], p) < 0) {
67             vec.pop_back();
68             return false;
69         }
70     }
71     vec.pop_back();
72     return true;
73 }
74
75 /* *****
76 *      | x1  x2  x3  x4  x5          xn |
77 * A = |  x   x   x   x   x   ... x   | x 0.5
78 *      | y1  y2  y3  y4  y5          yn |
79 * *****
80 double calculateArea(vector<Point>& v) {
81     v.push_back(v[0]);
82     double result = 0.0;
83     for(int i=1; i<v.size(); i++)
84         result += v[i-1].x*v[i].y - v[i-1].y*v[i].x;
85     v.pop_back();
86     return result / 2.0;
87 }
88
89 int main() {
90     int p = 0;
91     while(~scanf("%d", &n) && (n != -1)) {
92         scanAndSortPoints();
93         polygons[p++] = convex_hull();
94     }
95
96     int x, y;
97     double result = 0.0;
98     while(~scanf("%d%d", &x, &y)) {
99         for(int i=0; i<p; i++) {
100             if(inPolygon(polygons[i], (Point){x, y}))
101                 destroyed[i] = true;
102         }
103     }
104     for(int i=0; i<p; i++) {
105         if(destroyed[i])
106             result += calculateArea(polygons[i]);
107     }
108     printf("%.2lf\n", result);
109     return 0;
110 }

```

## 8 動態規劃

### 8.1 LCS 和 LIS

```

1 //最長共同子序列(LCS)
2 給定兩序列 A,B ，求最長的序列 C ，
3 C 同時為 A,B 的子序列。
4
5 //最長遞增子序列 (LIS)

```

```

6 給你一個序列 A ，求最長的序列 B ，
7 B 是一個（非）嚴格遞增序列，且為 A 的子序列。
8
9 //LCS 和 LIS 題目轉換
10 LIS 轉成 LCS
11     1. A 為原序列， B=sort(A)
12     2. 對 A,B 做 LCS
13 LCS 轉成 LIS
14     1. A, B 為原本的兩序列
15     2. 最 A 序列作編號轉換，將轉換規則套用在 B
16     3. 對 B 做 LIS
17     4. 重複的數字在編號轉換時後要變成不同的數字，
18         越早出現的數字要越小
19     5. 如果有數字在 B 裡面而不在 A 裡面，
20         直接忽略這個數字不做轉換即可

```

## 9 Section2

### 9.1 thm

- 中文測試
- $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- $\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{x!}{y!(x-y)!}$
- $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$
- $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

## 10 dp 表格

### 10.1 DPlist

1	-----
2	
3	
4	-----
5	
6	
7	-----
8	
9	
10	-----
11	
12	
13	-----
14	
15	
16	-----
17	
18	
19	-----
20	
21	
22	-----
23	
24	
25	-----
26	
27	
28	-----
29	
30	
31	-----
32	
33	
34	-----
35	
36	

37							
38							
39							
40							
41							
42							
43							
44							
45							
46							
47							
48							
49							
50							
51							
52							
53							
54							
55							
56							
57							
58							
59							
60							
61							
62							
63							
64							
65							
66							
67							
68							
69							
70							
71							
72							
73							
74							
75							
76							
77							
78							
79							
80							
81							
82							
83							
84							
85							
86							
87							
88							
89							
90							
91							
92							
93							
94							
95							
96							
97							
98							
99							
100							
101							
102							
103							
104							
105							
106							
107							
108							
109							
110							
111							
112							
113							

114							
115							
116							
117							
118							
119							
120							
121							
122							
123							
124							
125							
126							
127							
128							
129							
130							
131							
132							
133							
134							
135							
136							
137							
138							
139							
140							
141							
142							
143							
144							
145							
146							
147							
148							
149							
150							
151							
152							
153							
154							
155							
156							
157							
158							
159							
160							
161							
162							
163							
164							
165							
166							
167							
168							
169							
170							
171							
172							
173							
174							
175							
176							
177							
178							
179							
180							
181							
182							
183							
184							
185							
186							
187							
188							
189							
190							

191									
192									
193	-----								
194									
195									
196	-----								
197									
198									
199	-----								
200									
201									
202	-----								
203									
204									
205	-----								
206									
207									
208	-----								
209									
210									
211	-----								
212									
213									
214	-----								
215									
216									
217	-----								
218									
219									
220	-----								
221									
222									
223	-----								
224									
225									
226	-----								
227									
228									
229	-----								
230									
231									
232	-----								
233									
234									
235	-----								
236									
237									
238	-----								
239									
240									
241	-----								
242									
243									
244	-----								
245									
246									
247	-----								
248									
249									
250	-----								
251									
252									
253	-----								
254									
255									
256	-----								
257									
258									
259	-----								
260									
261									
262	-----								
263									
264									
265	-----								
266									
267									

268	-----								
269									
270									
271	-----								
272									
273									
274	-----								
275									
276									
277	-----								
278									
279									
280	-----								
281									
282									
283	-----								
284									
285									
286	-----								
287									
288									
289	-----								
290									
291									
292	-----								
293									
294									
295	-----								
296									
297									
298	-----								
299									
300									
301	-----								
302									
303									
304	-----								
305									
306									
307	-----								
308									
309									
310	-----								
311									
312									
313	-----								
314									
315									
316	-----								
317									
318									
319	-----								
320									
321									
322	-----								
323									
324									
325	-----								
326									
327									
328	-----								
329									
330									
331	-----								
332									
333									
334	-----								
335									
336									
337	-----								
338									
339									
340	-----								
341									
342									
343	-----								
344									

345									
346	-----								
347									
348									
349	-----								
350									
351									
352	-----								
353									
354									
355	-----								
356									
357									
358	-----								
359									
360									
361	-----								
362									
363									
364	-----								
365									
366									
367	-----								
368									
369									
370	-----								
371									
372									
373	-----								
374									
375									
376	-----								
377									
378									
379	-----								
380									
381									
382	-----								
383									
384									
385	-----								
386									
387									
388	-----								
389									
390									
391	-----								
392									
393									
394	-----								
395									
396									
397	-----								
398									
399									
400	-----								
401									
402									
403	-----								
404									
405									
406	-----								
407									
408									
409	-----								
410									
411									
412	-----								
413									
414									
415	-----								
416									
417									
418	-----								
419									
420									
421	-----								

422									
423									
424	-----								
425									
426									
427	-----								
428									
429									
430	-----								
431									
432									
433	-----								
434									
435									
436	-----								
437									
438									
439	-----								
440									
441									
442	-----								
443									
444									
445	-----								
446									
447									
448	-----								
449									
450									
451	-----								
452									
453									
454	-----								
455									
456									
457	-----								
458									
459									
460	-----								
461									
462									
463	-----								
464									
465									
466	-----								
467									
468									
469	-----								
470									
471									
472	-----								
473									
474									
475	-----								
476									
477									
478	-----								
479									
480									
481	-----								
482									
483									
484	-----								
485									
486									
487	-----								
488									
489									
490	-----								
491									
492									
493	-----								
494									
495									
496	-----								
497									
498									

499							
500							
501							
502							
503							
504							
505							
506							
507							
508							
509							
510							
511							
512							
513							
514							
515							
516							
517							
518							
519							
520							
521							
522							
523							
524							
525							
526							
527							
528							
529							
530							
531							
532							
533							
534							
535							
536							
537							
538							
539							
540							
541							
542							
543							
544							
545							
546							
547							
548							
549							
550							
551							
552							
553							
554							
555							
556							
557							
558							
559							
560							
561							
562							
563							
564							
565							
566							
567							
568							
569							
570							
571							
572							
573							
574							
575							

576							
577							
578							
579							
580							
581							
582							
583							
584							
585							
586							
587							
588							
589							
590							
591							
592							
593							
594							
595							
596							
597							
598							
599							
600							
601							
602							
603							
604							
605							
606							
607							
608							
609							
610							
611							
612							
613							
614							
615							
616							
617							
618							
619							
620							
621							
622							
623							
624							
625							
626							
627							
628							
629							
630							
631							
632							
633							
634							
635							
636							
637							
638							
639							
640							
641							
642							
643							
644							
645							
646							
647							
648							
649							
650							
651							
652							

653							
654							
655	-----						
656							
657							
658	-----						
659							
660							
661	-----						
662							
663							
664	-----						
665							
666							
667	-----						
668							
669							
670	-----						
671							
672							
673	-----						
674							
675							
676	-----						
677							
678							
679	-----						
680							
681							
682	-----						
683							
684							
685	-----						
686							
687							
688	-----						
689							
690							
691	-----						
692							
693							
694	-----						
695							
696							
697	-----						
698							
699							
700	-----						
701							
702							
703	-----						
704							
705							
706	-----						
707							
708							
709	-----						
710							
711							
712	-----						
713							
714							
715	-----						
716							
717							
718	-----						
719							
720							
721	-----						
722							
723							
724	-----						
725							
726							
727	-----						
728							
729							

730	-----						
731							
732							
733	-----						
734							
735							
736	-----						
737							
738							
739	-----						
740							
741							
742	-----						
743							
744							
745	-----						
746							
747							
748	-----						
749							
750							
751	-----						
752							
753							
754	-----						
755							
756							
757	-----						
758							
759							
760	-----						
761							
762							
763	-----						
764							
765							
766	-----						
767							
768							
769	-----						
770							
771							
772	-----						
773							
774							
775	-----						
776							
777							
778	-----						
779							
780							
781	-----						
782							
783							
784	-----						
785							
786							
787	-----						
788							
789							
790	-----						
791							
792							
793	-----						
794							
795							
796	-----						
797							
798							
799	-----						
800							
801							
802	-----						
803							
804							
805	-----						
806							



807									
808	-----								
809									
810									
811	-----								
812									
813									
814	-----								
815									
816									
817	-----								
818									
819									
820	-----								
821									
822									
823	-----								
824									
825									
826	-----								
827									
828									
829	-----								
830									
831									
832	-----								
833									
834									
835	-----								
836									
837									
838	-----								
839									
840									
841	-----								
842									
843									
844	-----								
845									
846									
847	-----								
848									
849									
850	-----								
851									
852									
853	-----								
854									
855									
856	-----								
857									
858									
859	-----								
860									
861									
862	-----								
863									
864									
865	-----								
866									
867									
868	-----								
869									
870									
871	-----								
872									
873									
874	-----								
875									
876									
877	-----								
878									
879									
880	-----								
881									
882									
883	-----								

884									
885									
886	-----								
887									
888									
889	-----								
890									
891									
892	-----								
893									
894									
895	-----								
896									
897									
898	-----								
899									
900									
901	-----								
902									
903									
904	-----								
905									
906									
907	-----								
908									
909									
910	-----								
911									
912									
913	-----								
914									
915									
916	-----								
917									
918									
919	-----								
920									
921									
922	-----								
923									
924									
925	-----								
926									
927									
928	-----								
929									
930									
931	-----								
932									
933									
934	-----								
935									
936									
937	-----								
938									
939									
940	-----								
941									
942									
943	-----								
944									
945									
946	-----								
947									
948									
949	-----								
950									
951									
952	-----								
953									
954									
955	-----								
956									
957									
958	-----								
959									
960									

961							
962							
963							
964							
965							
966							
967							
968							
969							
970							
971							
972							
973							
974							
975							
976							
977							
978							
979							
980							
981							
982							
983							
984							
985							
986							
987							
988							
989							
990							
991							
992							
993							
994							
995							
996							
997							
998							
999							
1000							
1001							
1002							
1003							
1004							
1005							
1006							
1007							
1008							
1009							
1010							
1011							
1012							
1013							
1014							
1015							
1016							
1017							
1018							
1019							
1020							
1021							
1022							
1023							
1024							
1025							
1026							
1027							
1028							
1029							
1030							
1031							
1032							
1033							
1034							
1035							
1036							
1037							

1038							
1039							
1040							
1041							
1042							
1043							
1044							
1045							
1046							
1047							
1048							
1049							
1050							
1051							
1052							
1053							
1054							
1055							
1056							
1057							
1058							
1059							
1060							
1061							
1062							
1063							
1064							
1065							
1066							
1067							
1068							
1069							
1070							
1071							
1072							
1073							
1074							
1075							
1076							
1077							
1078							
1079							
1080							
1081							
1082							
1083							
1084							
1085							
1086							
1087							
1088							
1089							
1090							
1091							
1092							
1093							
1094							
1095							
1096							
1097							
1098							
1099							
1100							
1101							
1102							
1103							
1104							
1105							
1106							
1107							
1108							
1109							
1110							
1111							
1112							
1113							
1114							

1115									
1116									
1117	-----								
1118									
1119									
1120	-----								
1121									
1122									
1123	-----								
1124									
1125									
1126	-----								
1127									
1128									
1129	-----								
1130									
1131									
1132	-----								
1133									
1134									
1135	-----								
1136									
1137									
1138	-----								
1139									
1140									
1141	-----								
1142									
1143									
1144	-----								
1145									
1146									
1147	-----								
1148									
1149									
1150	-----								
1151									
1152									
1153	-----								
1154									
1155									
1156	-----								
1157									
1158									
1159	-----								
1160									
1161									
1162	-----								
1163									
1164									
1165	-----								
1166									
1167									
1168	-----								
1169									
1170									
1171	-----								
1172									
1173									
1174	-----								
1175									
1176									
1177	-----								
1178									
1179									
1180	-----								
1181									
1182									
1183	-----								
1184									
1185									
1186	-----								
1187									
1188									
1189	-----								
1190									
1191									

1192	-----								
1193									
1194									
1195	-----								
1196									
1197									
1198	-----								
1199									
1200									
1201	-----								
1202									
1203									
1204	-----								
1205									
1206									
1207	-----								
1208									
1209									
1210	-----								
1211									
1212									
1213	-----								
1214									
1215									
1216	-----								
1217									
1218									
1219	-----								
1220									
1221									
1222	-----								
1223									
1224									
1225	-----								
1226									
1227									
1228	-----								
1229									
1230									
1231	-----								
1232									
1233									
1234	-----								
1235									
1236									
1237	-----								
1238									
1239									
1240	-----								
1241									
1242									
1243	-----								
1244									
1245									
1246	-----								
1247									
1248									
1249	-----								
1250									
1251									
1252	-----								
1253									
1254									
1255	-----								
1256									
1257									
1258	-----								
1259									
1260									
1261	-----								
1262									
1263									
1264	-----								
1265									
1266									
1267	-----								
1268									

1269									
1270		-----		-----		-----		-----	
1271									
1272									
1273		-----		-----		-----		-----	
1274									
1275									
1276		-----		-----		-----		-----	
1277									
1278									
1279		-----		-----		-----		-----	
1280									
1281									
1282		-----		-----		-----		-----	
1283									
1284									
1285		-----		-----		-----		-----	
1286									
1287									
1288		-----		-----		-----		-----	
1289									
1290									
1291		-----		-----		-----		-----	
1292									
1293									
1294		-----		-----		-----		-----	
1295									
1296									
1297		-----		-----		-----		-----	
1298									
1299									
1300		-----		-----		-----		-----	
1301									
1302									
1303		-----		-----		-----		-----	
1304									
1305									
1306		-----		-----		-----		-----	
1307									
1308									
1309		-----		-----		-----		-----	
1310									
1311									
1312		-----		-----		-----		-----	
1313									
1314									
1315		-----		-----		-----		-----	
1316									
1317									
1318		-----		-----		-----		-----	
1319									
1320									
1321		-----		-----		-----		-----	
1322									
1323									
1324		-----		-----		-----		-----	
1325									
1326									
1327		-----		-----		-----		-----	
1328									
1329									
1330		-----		-----		-----		-----	
1331									
1332									
1333		-----		-----		-----		-----	
1334									
1335									
1336		-----		-----		-----		-----	
1337									
1338									
1339		-----		-----		-----		-----	
1340									
1341									
1342		-----		-----		-----		-----	
1343									
1344									
1345		-----		-----		-----		-----	

1346									
1347									
1348		-----		-----		-----		-----	
1349									
1350									
1351		-----		-----		-----		-----	
1352									
1353									
1354		-----		-----		-----		-----	
1355									
1356									
1357		-----		-----		-----		-----	
1358									
1359									
1360		-----		-----		-----		-----	
1361									
1362									
1363		-----		-----		-----		-----	
1364									
1365									
1366		-----		-----		-----		-----	
1367									
1368									
1369		-----		-----		-----		-----	
1370									
1371									
1372		-----		-----		-----		-----	
1373									
1374									
1375		-----		-----		-----		-----	
1376									
1377									
1378		-----		-----		-----		-----	
1379									
1380									
1381		-----		-----		-----		-----	
1382									
1383									
1384		-----		-----		-----		-----	
1385									
1386									
1387		-----		-----		-----		-----	
1388									
1389									
1390		-----		-----		-----		-----	
1391									
1392									
1393		-----		-----		-----		-----	
1394									
1395									
1396		-----		-----		-----		-----	
1397									
1398									
1399		-----		-----		-----		-----	
1400									
1401									
1402		-----		-----		-----		-----	
1403									
1404									
1405		-----		-----		-----		-----	
1406									
1407									
1408		-----		-----		-----		-----	
1409									
1410									
1411		-----		-----		-----		-----	
1412									
1413									
1414		-----		-----		-----		-----	
1415									
1416									
1417		-----		-----		-----		-----	
1418									
1419									
1420		-----		-----		-----		-----	
1421									
1422									

1500							
1501							
1502							
1503							
1504							
1505							
1506							
1507							
1508							
1509							
1510							
1511							
1512							
1513							
1514							
1515							
1516							
1517							
1518							
1519							
1520							
1521							
1522							
1523							
1524							
1525							
1526							
1527							
1528							
1529							
1530							
1531							
1532							
1533							
1534							

## 11.1 slogan

Figure 1 displays a 20x20 grid of cells, numbered 1 to 20 on the left. The grid is divided into four quadrants by a vertical line at column 10 and a horizontal line at row 10. The top-left quadrant (rows 1-10, columns 1-10) shows a pattern of black and red diagonal lines. The top-right quadrant (rows 1-10, columns 11-20) shows a pattern of black and red diagonal lines. The bottom-left quadrant (rows 11-20, columns 1-10) shows a pattern of black and red diagonal lines. The bottom-right quadrant (rows 11-20, columns 11-20) shows a pattern of black and red diagonal lines. The pattern evolves from a simple diagonal line in the first generation to a complex, fractal-like structure by the 20th generation.