

Contents

1	ubuntu	1
1.1	run	13
1.2	cp.sh	14
2	Basic	1
2.1	ascii	16
2.2	limits	17
3	字串	1
3.1	最長迴文子字串	19
3.2	stringstream	20
4	STL	2
4.1	priority_queue	22
4.2	queue	23
4.3	deque	24
4.4	map	25
4.5	unordered_map	26
4.6	set	27
4.7	multiset	28
4.8	unordered_set	29
4.9	單調隊列	30
5	sort	5
5.1	大數排序	32
6	math	5
6.1	質數與因數	5
6.2	prime factorization	6
6.3	快速冪	6
6.4	歐拉函數	6
7	algorithm	6
7.1	basic	6
7.2	binarysearch	7
7.3	prefix sum	7
7.4	差分	7
7.5	greedy	7
8	動態規劃	10
8.1	LCS 和 LIS	10
9	Section2	10
9.1	thm	10

1 ubuntu

1.1 run

```
1 | ~$ bash cp.sh PA
```

1.2 cp.sh

```
1 #!/bin/bash
2 clear
3 g++ $1.cpp -DDBG -o $1
4 if [[ "$?" == "0" ]]; then
5     echo Running
6     ./$1 < $1.in > $1.out
7     echo END
8 fi
```

2 Basic

2.1 ascii

1	int	char	int	char	int	char
2	32		64	@	96	`
3	33	!	65	A	97	a
4	34	"	66	B	98	b
5	35	#	67	C	99	c
6	36	\$	68	D	100	d
7	37	%	69	E	101	e
8	38	&	70	F	102	f

9	39	'	71	G	103	g
10	40	(72	H	104	h
11	41)	73	I	105	i
12	42	*	74	J	106	j
13	43	+	75	K	107	k
14	44	,	76	L	108	l
15	45	-	77	M	109	m
16	46	.	78	N	110	n
17	47	/	79	O	111	o
18	48	0	80	P	112	p
19	49	1	81	Q	113	q
20	50	2	82	R	114	r
21	51	3	83	S	115	s
22	52	4	84	T	116	t
23	53	5	85	U	117	u
24	54	6	86	V	118	v
25	55	7	87	W	119	w
26	56	8	88	X	120	x
27	57	9	89	Y	121	y
28	58	:	90	Z	122	z
29	59	;	91	[123	{
30	60	<	92	\	124	
31	61	=	93]	125	}
32	62	>	94	^	126	~
33	63	?	95	_		

2.2 limits

	[Type]	[size]	[range]
1	char	1	127 to -128
2	signed char	1	127 to -128
3	unsigned char	1	0 to 255
4	short	2	32767 to -32768
5	int	4	2147483647 to -2147483648
6	unsigned int	4	0 to 4294967295
7	long	4	2147483647 to -2147483648
8	unsigned long	4	0 to 18446744073709551615
9	long long	8	9223372036854775807 to -9223372036854775808
10	double	8	1.79769e+308 to 2.22507e-308
11	long double	16	1.18973e+4932 to 3.3621e-4932
12	float	4	3.40282e+38 to 1.17549e-38
13	unsigned long long	8	0 to 18446744073709551615
14	string	32	

3 字串

3.1 最長迴文子字串

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 #define T(x) ((x) % 2 ? s[(x) / 2] : '.')
3 using namespace std;
4
5 string s;
6 int n;
7
8 int ex(int l, int r) {
9     int i = 0;
10    while(l - i >= 0 && r + i < n && T(l - i) == T(r + i)) i++;
11    return i;
12 }
13
14 int main() {
15     cin >> s;
16     n = 2 * s.size() + 1;
17
18     int mx = 0;
19     int center = 0;
20     vector<int> r(n);
21     int ans = 1;
22     r[0] = 1;
```

```

23 for(int i = 1; i < n; i++) {
24     int ii = center - (i - center);
25     int len = mx - i + 1;
26     if(i > mx) {
27         r[i] = ex(i, i);
28         center = i;
29         mx = i + r[i] - 1;
30     } else if(r[ii] == len) {
31         r[i] = len + ex(i - len, i + len);
32         center = i;
33         mx = i + r[i] - 1;
34     } else {
35         r[i] = min(r[ii], len);
36     }
37     ans = max(ans, r[i]);
38 }
39
40 cout << ans - 1 << "\n";
41 return 0;
42 }

```

3.2 stringstream

```

1 string s, word;
2 stringstream ss;
3 getline(cin, s);
4 ss << s;
5 while(ss >> word)
6     cout << word << endl;

```

4 STL

4.1 priority_queue

```

1 priority_queue: 優先隊列，資料預設由大到小排序。
2
3 讀取優先權最高的值：
4     x = pq.top();
5     pq.pop(); //讀取後刪除
6 判斷是否為空的priority_queue：
7     pq.empty() //回傳 true
8     pq.size() //回傳 0
9 如需改變priority_queue的優先權定義：
10    priority_queue<T> pq; //預設由大到小
11    priority_queue<T, vector<T>, greater<T>> > pq;
12    //改成由小到大大
13    priority_queue<T, vector<T>, cmp> pq; //cmp

```

4.2 queue

```

1 queue: 佇列，資料有「先進先出」(first in first out,
2     FIFO)的特性。
3 就像排隊買票一樣，先排隊的客戶被服務。
4 取值：
5     x = q.front(); //頭
6     x = q.back(); //尾
7 移除已經讀取的值：
8     q.pop();
9 判斷是否為空的queue：
10    q.empty() 回傳 true
11    q.size() 回傳零

```

4.3 deque

```

1 deque 是 C++ 標準模板函式庫
2     (Standard Template Library, STL)
3     中的雙向佇列容器 (Double-ended Queue)，
4     跟 vector 相似，不過在 vector
5     中若是要添加新元素至開端，
6     其時間複雜度為 O(N)，但在 deque 中則是 O(1)。
7     同樣也能在我們需要儲存更多元素的時候自動擴展空間，
8     讓我們不必煩惱佇列長度的問題。
9 dq.push_back() //在 deque 的最尾端新增元素
10 dq.push_front() //在 deque 的開頭新增元素
11 dq.pop_back() //移除 deque 最尾端的元素
12 dq.pop_front() //移除 deque 最開頭的元素
13 dq.back() //取出 deque 最尾端的元素
14 dq.front() //回傳 deque 最開頭的元素
15 dq.insert()
16 dq.insert(position, n, val)
17     position: 插入元素的 index 值
18     n: 元素插入次數
19     val: 插入的元素值
20 dq.erase()
21 //刪除元素，需要使用迭代器指定刪除的元素或位置，
22 //同時也會返回指向刪除元素下一元素的迭代器。
23 dq.clear() //清空整個 deque 佇列。
24 dq.size() //檢查 deque 的尺寸
25 dq.empty() //如果 deque 佇列為空返回 1；
26 //若是存在任何元素，則返回 0
27 dq.begin() //返回一個指向 deque 開頭的迭代器
28 dq.end() //指向 deque 結尾，
29 //不是最後一個元素，
30 //而是最後一個元素的下一個位置

```

4.4 map

```

1 map: 存放 key-value pairs 的映射資料結構，
2     會按 key 由小到大排序。
3 元素存取
4 operator[]: 存取指定的[i]元素的資料
5
6 迭代器
7 begin(): 回傳指向map頭部元素的迭代器
8 end(): 回傳指向map末尾的迭代器
9 rbegin(): 回傳一個指向map尾部的反向迭代器
10 rend(): 回傳一個指向map頭部的反向迭代器
11
12 遍歷整個map時，利用iterator操作：
13 取key: it->first 或 (*it).first
14 取value: it->second 或 (*it).second
15
16 容量
17 empty(): 檢查容器是否為空，空則回傳 true
18 size(): 回傳元素數量
19 max_size(): 回傳可以容納的最大元素個數
20
21 修改器
22 clear(): 刪除所有元素
23 insert(): 插入元素
24 erase(): 刪除一個元素
25 swap(): 交換兩個map
26
27 查找
28 count(): 回傳指定元素出現的次數
29 find(): 查找一個元素
30
31 //實作範例
32 #include <bits/stdc++.h>
33 using namespace std;
34
35 int main(){
36
37     //declaration container and iterator

```

```

38 map<string, string> mp;
39 map<string, string>::iterator iter;
40 map<string, string>::reverse_iterator iter_r;
41
42 //insert element
43 mp.insert(pair<string, string>("r000",
44     "student_zero"));
45
46 mp["r123"] = "student_first";
47 mp["r456"] = "student_second";
48
49 //traversal
50 for(iter = mp.begin(); iter != mp.end(); iter++)
51     cout<<iter->first<<" "<<iter->second<<endl;
52 for(iter_r = mp.rbegin(); iter_r != mp.rend();
53     iter_r++)
54     cout<<iter_r->first<<"
55         "<<iter_r->second<<endl;
56
57 //find and erase the element
58 iter = mp.find("r123");
59 mp.erase(iter);
60
61 iter = mp.find("r123");
62
63 if(iter != mp.end())
64     cout<<"Find, the value is
65         "<<iter->second<<endl;
66 else
67     cout<<"Do not Find"<<endl;
68
69 return 0;
70 }
71
72 //map統計數字
73 #include<bits/stdc++.h>
74 using namespace std;
75
76 int main(){
77     ios::sync_with_stdio(0),cin.tie(0);
78     long long n,x;
79     cin>>n;
80     map<int,int> mp;
81     while(n--){
82         cin>>x;
83         ++mp[x];
84     }
85     for(auto i:mp) cout<<i.first<<" "<<i.second<<endl;
86 }

```

4.5 unordered_map

1 unordered_map：存放 key-value pairs
 2 的「無序」映射資料結構。
 3 用法與map相同

4.6 set

1 set：集合，去除重複的元素，資料由小到大排序。
 2
 3 取值：使用iterator
 4 x = *st.begin();
 5 // set中的第一個元素(最小的元素)。
 6 x = *st.rbegin();
 7 // set中的最後一個元素(最大的元素)。
 8
 9 判斷是否為空的set：
 10 st.empty() 回傳true
 11 st.size() 回傳零
 12
 13 常用來搭配的member function：
 14 st.count(x);

```

15 auto it = st.find(x);
16 // binary search, O(log(N))
17 auto it = st.lower_bound(x);
18 // binary search, O(log(N))
19 auto it = st.upper_bound(x);
20 // binary search, O(log(N))

```

4.7 multiset

1 與 set 用法雷同，但會保留重複的元素。
 2 資料由小到大排序。
 3 宣告：
 4 multiset<int> st;
 5 刪除資料：
 6 st.erase(val);
 7 //會刪除所有值為 val 的元素。
 8 st.erase(st.find(val));
 9 //只刪除第一個值為 val 的元素。

4.8 unordered_set

1 unordered_set 的實作方式通常是用雜湊表(hash table)，
 2 資料插入和查詢的時間複雜度很低，為常數級別O(1)，
 3 相對的代價是消耗較多的記憶體，空間複雜度較高，
 4 無自動排序功能。
 5
 6 初始化
 7 unordered_set<int> myunordered_set{1, 2, 3, 4, 5};
 8
 9 陣列初始化
 10 int arr[] = {1, 2, 3, 4, 5};
 11 unordered_set<int> myunordered_set(arr, arr+5);
 12
 13 插入元素
 14 unordered_set<int> myunordered_set;
 15 myunordered_set.insert(1);
 16
 17 迴圈遍歷 unordered_set 容器
 18 #include <iostream>
 19 #include <unordered_set>
 20 using namespace std;
 21
 22 int main() {
 23 unordered_set<int> myunordered_set = {3, 1};
 24 myunordered_set.insert(2);
 25 myunordered_set.insert(5);
 26 myunordered_set.insert(4);
 27 myunordered_set.insert(5);
 28 myunordered_set.insert(4);
 29
 30 for (const auto &s : myunordered_set) {
 31 cout << s << " ";
 32 }
 33 cout << "\n";
 34
 35 return 0;
 36 }
 37
 38 /*
 39 output
 40 4 5 2 1 3
 41 */
 42
 43 unordered_set 刪除指定元素
 44 #include <iostream>
 45 #include <unordered_set>
 46
 47 int main() {
 48 unordered_set<int> myunordered_set{2, 4, 6, 8};
 49
 50 myunordered_set.erase(2);
 51 for (const auto &s : myunordered_set) {

```

52     cout << s << " ";
53 }
54 cout << "\n";
55
56 return 0;
57 }
58 /*
59 output
60 8 6 4
61 */
62
63 清空 unordered_set 元素
64 unordered_set<int> myunordered_set;
65 myunordered_set.insert(1);
66 myunordered_set.clear();
67
68 unordered_set 判斷元素是否存在
69 unordered_set<int> myunordered_set;
70 myunordered_set.insert(2);
71 myunordered_set.insert(4);
72 myunordered_set.insert(6);
73 cout << myunordered_set.count(4) << "\n"; // 1
74 cout << myunordered_set.count(8) << "\n"; // 0
75
76 判斷 unordered_set 容器是否為空
77 #include <iostream>
78 #include <unordered_set>
79
80 int main() {
81     unordered_set<int> myunordered_set;
82     myunordered_set.clear();
83
84     if (myunordered_set.empty()) {
85         cout << "empty\n";
86     } else {
87         cout << "not empty, size is "<<
            myunordered_set.size() << "\n";
88     }
89
90     return 0;
91 }

```

4.9 單調隊列

```

1 //單調隊列
2 "如果一個選手比你小還比你強，你就可以退役了。"--單調隊列
3
4 example 1
5
6 給出一個長度為 n 的數組，
7 輸出每 k 個連續的數中的最大值和最小值。
8
9 //寫法1
10 #include <bits/stdc++.h>
11 #define maxn 1000100
12 using namespace std;
13 int q[maxn], a[maxn];
14 int n, k;
15
16 void getmin() {
17     // 得到這個隊列裡的最小值，直接找到最後的就行了
18     int head = 0, tail = 0;
19     for (int i = 1; i < k; i++) {
20         while (head <= tail && a[q[tail]] >= a[i])
21             tail--;
22         q[++tail] = i;
23     }
24     for (int i = k; i <= n; i++) {
25         while (head <= tail && a[q[tail]] >= a[i])
26             tail--;
27         q[++tail] = i;
28         while (q[head] <= i - k) head++;
29         cout << a[q[head]] << " ";
30     }
31 }

```

```

30
31 void getmax() { // 和上面同理
32     int head = 0, tail = 0;
33     for (int i = 1; i < k; i++) {
34         while (head <= tail && a[q[tail]] <= a[i]) tail--;
35         q[++tail] = i;
36     }
37     for (int i = k; i <= n; i++) {
38         while (head <= tail && a[q[tail]] <= a[i]) tail--;
39         q[++tail] = i;
40         while (q[head] <= i - k) head++;
41         cout << a[q[head]] << " ";
42     }
43 }
44
45 int main() {
46     cin >> n >> k; // 每 k 個連續的數
47     for (int i = 1; i <= n; i++) cin >> a[i];
48     getmin();
49     cout << '\n';
50     getmax();
51     cout << '\n';
52     return 0;
53 }
54
55 //寫法2
56 #include <iostream>
57 #include <cstring>
58 #include <deque>
59 using namespace std;
60 int a[1000005];
61
62 int main() {
63     ios_base::sync_with_stdio(0);
64     int n, k;
65     while (cin >> n >> k) {
66         for (int i = 0; i < n; i++) cin >> a[i];
67         deque<int> dq;
68         for (int i = 0; i < n; i++) {
69             while (dq.size() && dq.front() <= i - k)
70                 dq.pop_front();
71             while (dq.size() && a[dq.back()] > a[i])
72                 dq.pop_back();
73             dq.push_back(i);
74             if (i == k - 1) cout << a[dq.front()];
75             if (i > k - 1) cout << ' ' << a[dq.front()];
76         }
77         if (k > n) cout << a[dq.front()];
78         cout << '\n';
79         while (dq.size()) dq.pop_back();
80         for (int i = 0; i < n; i++) {
81             while (dq.size() && dq.front() <= i - k)
82                 dq.pop_front();
83             while (dq.size() && a[dq.back()] < a[i])
84                 dq.pop_back();
85             dq.push_back(i);
86             if (i == k - 1) cout << a[dq.front()];
87             if (i > k - 1) cout << ' ' << a[dq.front()];
88         }
89         if (k > n) cout << a[dq.front()];
90         cout << '\n';
91     }
92     return 0;
93 }
94
95 example 2
96
97 一個含有 n 項的數列，求出每一項前的 m
98 個數到它這個區間內的最小值。
99 若前面的數不足 m 項則從第 1
100 個數開始，若前面沒有數則輸出 0
101
102 #include <bits/stdc++.h>
103 using namespace std;
104 #define re register int
105 #define INF 0x3f3f3f3f

```

```

105 #define ll long long
106 #define maxn 2000009
107 #define maxm
108 inline ll read() {
109     ll x=0,f=1;
110     char ch=getchar();
111     while(ch<'0' || ch>'9'){
112         if(ch=='-') f=-1;
113         ch=getchar();
114     }
115     while(ch>='0' && ch<='9'){
116         x=(x<<1)+(x<<3)+(ll)(ch-'0');
117         ch=getchar();
118     }
119     return x*f;
120 }
121 int n,m,k,tot,head,tail;
122 int a[maxn],q[maxn];
123 int main() {
124     n=read(), m=read();
125     for(int i=1;i<=n;i++) a[i]=read();
126     head=1,tail=0; //起始位置為1
127     //因為插入是q[++tail]所以要初始化為0
128     for(int i=1;i<=n;i++)
129         //每次隊首的元素就是當前的答案
130     {
131         cout<<a[q[head]]<<endl;
132         while(i-q[head]+1>m && head<=tail) //維護隊首
133             head++;
134         while(a[i]<a[q[tail]] && head<=tail) //維護隊尾
135             tail--;
136         q[++tail]=i;
137     }
138     return 0;

```

5 sort

5.1 大數排序

```

1 #python大數排序
2
3 while True:
4     try:
5         n = int(input())          # 有幾筆數字需要排序
6         arr = []                  # 建立空串列
7         for i in range(n):
8             arr.append(int(input())) # 依序將數字存入串列
9         arr.sort()                 # 串列排序
10        for i in arr:
11            print(i)                # 依序印出串列中每個項目
12    except:
13        break

```

6 math

6.1 質數與因數

```

1 質數
2
3 埃氏篩法
4 int n;
5 vector<int> isprime(n+1,1);
6 isprime[0]=isprime[1]=0;
7 for(int i=2;i<=n;i++){
8     if(isprime[i])
9         for(int j=i*i;j<=n;j+=i) isprime[j]=0;
10 }
11

```

```

12
13
14 因數
15
16 最大公因數 0(log(min(a,b)))
17 int GCD(int a, int b)
18 {
19     if (b == 0) return a;
20     return GCD(b, a % b);
21 }
22
23 質因數分解
24
25 void primeFactorization(int n)
26 {
27     for (int i = 0; i < (int)p.size(); ++i)
28     {
29         if (p[i] * p[i] > n)
30             break;
31         if (n % p[i])
32             continue;
33         cout << p[i] << ' ';
34         while (n % p[i] == 0)
35             n /= p[i];
36     }
37     if (n != 1)
38         cout << n << ' ';
39     cout << '\n';
40 }
41
42 歌德巴赫猜想
43 solution : 把偶數 N (6≤N≤10^6) 寫成兩個質數的和。
44 #include <iostream>
45 #include <cstdio>
46 using namespace std;
47 #define N 20000000
48 int ox[N], p[N], pr;
49
50 void PrimeTable(){
51     ox[0] = ox[1] = 1;
52     pr = 0;
53     for (int i = 2; i < N; i++){
54         if (!ox[i]) p[pr++] = i;
55         for (int j = 0; i*p[j]<N && j < pr; j++)
56             ox[i*p[j]] = 1;
57     }
58 }
59
60 int main(){
61     PrimeTable();
62     int n;
63     while (cin>>n,n){
64         int x;
65         for (x = 1;; x += 2)
66             if (!ox[x] && !ox[n - x]) break;
67         printf("%d = %d + %d\n", n, x, n - x);
68     }
69 }
70
71 problem : 給定整數 N，求 N
72             最少可以拆成多少個質數的和。
73 如果 N 是質數，則答案為 1。
74 如果 N 是偶數(不包含2)，則答案為 2 (強歌德巴赫猜想)。
75 如果 N 是奇數且 N-2 是質數，則答案為 2 (2+質數)。
76 其他狀況答案為 3 (弱歌德巴赫猜想)。
77 #pragma GCC optimize("O2")
78 #include <bits/stdc++.h>
79 using namespace std;
80 #define FOR(i, L, R) for(int i=L;i<(int)R;++i)
81 #define FORD(i, L, R) for(int i=L;i>(int)R;--i)
82 #define IOS
83 cin.tie(nullptr);
84 cout.tie(nullptr);
85 ios_base::sync_with_stdio(false);
86
87 bool isPrime(int n){
88     FOR(i, 2, n){

```

```

87     if (i * i > n)
88         return true;
89     if (n % i == 0)
90         return false;
91 }
92 return true;
93 }
94
95 int main(){
96     IOS;
97     int n;
98     cin >> n;
99     if(isPrime(n)) cout << "1\n";
100    else if(n%2==0||isPrime(n-2)) cout<<"2\n";
101    else cout << "3\n";
102 }

```

6.2 prime factorization

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int main() {
5     int n;
6     while(true) {
7         cin>>n;
8         for(int x=2; x<=n; x++) {
9             while(n%x==0) {
10                 cout<<x<<"*";
11                 n/=x;
12             }
13         }
14         cout<<"\b \n";
15     }
16     system("pause");
17     return 0;
18 }

```

6.3 快速幂

```

1 計算a^b
2 #include <iostream>
3 #define ll long long
4 using namespace std;
5
6 const ll MOD = 1000000007;
7 ll fp(ll a, ll b) {
8     int ans = 1;
9     while(b > 0) {
10         if(b & 1) ans = ans * a % MOD;
11         a = a * a % MOD;
12         b >>= 1;
13     }
14     return ans;
15 }
16
17 int main() {
18     int a, b;
19     cin>>a>>b;
20     cout<<fp(a,b);
21 }

```

6.4 歐拉函數

```

1 //計算閉區間 [1,n] 中的正整數與 n 互質的個數
2 #include <bits/stdc++.h>
3 using namespace std;
4 int n,ans;
5
6 int phi(){
7     ans=n;

```

```

8     for(int i=2;i*i<=n;i++)
9         if(n%i==0){
10             ans=ans-ans/i;
11             while(n%i==0) n/=i;
12         }
13     if(n>1) ans=ans-ans/n;
14     return ans;
15 }
16
17 int main(){
18     while(cin>>n)
19         cout<<phi()<<endl;
20 }

```

7 algorithm

7.1 basic

```

1 min_element：找尋最小元素
2 min_element(first, last)
3 max_element：找尋最大元素
4 max_element(first, last)
5 sort：排序，預設由小排到大。
6 sort(first, last)
7 sort(first, last, cmp)：可自行定義比較運算子 cmp。
8 find：尋找元素。
9 find(first, last, val)
10 lower_bound：尋找第一個小於 x 的元素位置，
11     如果不存在，則回傳 last。
12 lower_bound(first, last, val)
13 upper_bound：尋找第一個大於 x 的元素位置，
14     如果不存在，則回傳 last。
15 upper_bound(first, last, val)
16 next_permutation：將序列順序轉換成下一個字典序，
17     如果存在回傳 true，反之回傳 false。
18 next_permutation(first, last)
19 prev_permutation：將序列順序轉換成上一個字典序，
20     如果存在回傳 true，反之回傳 false。
21 prev_permutation(first, last)

```

7.2 binarysearch

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int binary_search(vector<int> &nums, int target) {
5     int left=0, right=nums.size()-1;
6     while(left<=right){
7         int mid=(left+right)/2;
8         if (nums[mid]>target) right=mid-1;
9         else if(nums[mid]<target) left=mid+1;
10        else return mid+1;
11    }
12    return 0;
13 }
14
15 int main() {
16     int n, k, x;
17     cin >> n >> k;
18     int a[n];
19     vector<int> v;
20     for(int i=0 ; i<n ; i++){
21         cin >> x;
22         v.push_back(x);
23     }
24     for(int i=0 ; i<k ; i++) cin >> a[i];
25     for(int i=0 ; i<k ; i++){
26         cout << binary_search(v, a[i]) << endl;
27     }
28 }
29

```

```

30 lower_bound(a, a + n, k);    //最左邊 ≥ k 的位置
31 upper_bound(a, a + n, k);    //最左邊 > k 的位置
32 upper_bound(a, a + n, k) - 1; //最右邊 ≤ k 的位置
33 lower_bound(a, a + n, k) - 1; //最右邊 < k 的位置
34 (lower_bound, upper_bound)    //等於 k 的範圍
35 equal_range(a, a+n, k);
36
37 /*
38 input
39 5 5
40 1 3 4 7 9
41 3 1 9 7 -2
42 */
43
44 /*
45 output
46 2
47 1
48 5
49 4
50 0
51 */

```

7.3 prefix sum

```

1 // 前綴和
2 陣列前n項的和。
3 b[i] = a[0] + a[1] + a[2] + ... + a[i]
4 區間和 [l, r]: b[r]-b[l-1] (要保留b[l]所以-1)
5
6 #include <bits/stdc++.h>
7 using namespace std;
8 int main(){
9     int n;
10    cin >> n;
11    int a[n], b[n];
12    for(int i=0; i<n; i++) cin >> a[i];
13    b[0] = a[0];
14    for(int i=1; i<n; i++) b[i] = b[i-1] + a[i];
15    for(int i=0; i<n; i++) cout<<b[i]<<' ';
16    cout<<'\n';
17    int l, r;
18    cin >> l >> r;
19    cout << b[r] - b[l-1]; //區間和
20 }

```

7.4 差分

```

1 // 差分
2 用途：在區間 [l, r] 加上一個數字v。
3 b[l] += v; (b[0~l] 加上v)
4 b[r+1] -= v; (b[r+1~n] 減去v (b[r] 仍保留v) )
5 給的 a[] 是前綴和數列，建構 b[]，
6 因為 a[i] = b[0] + b[1] + b[2] + ... + b[i]，
7 所以 b[i] = a[i] - a[i-1]。
8 在 b[l] 加上 v，b[r+1] 減去 v，
9 最後再從 0 跑到 n 使 b[i] += b[i-1]。
10 這樣一來，b[] 是一個在某區間加上v的前綴和。
11
12 #include <bits/stdc++.h>
13 using namespace std;
14 int a[1000], b[1000];
15 // a: 前綴和數列, b: 差分數列
16 int main(){
17     int n, l, r, v;
18     cin >> n;
19     for(int i=1; i<=n; i++){
20         cin >> a[i];
21         b[i] = a[i] - a[i-1]; //建構差分數列
22     }
23     cin >> l >> r >> v;
24     b[l] += v;

```

```

25     b[r+1] -= v;
26
27     for(int i=1; i<=n; i++){
28         b[i] += b[i-1];
29         cout << b[i] << ' ';
30     }
31 }

```

7.5 greedy

```

1 //貪心
2 貪心演算法的核心為，
3 採取在目前狀態下最好或最佳（即最有利）的選擇。
4 貪心演算法雖然能獲得當前最佳解，
5 但不保證能獲得最後（全域）最佳解，
6 提出想法後可以先試圖尋找有沒有能推翻原本的想法的反例，
7 確認無誤再實作。
8
9 Scarecrow
10 //problem
11 有一個 N×1 的稻田，有些稻田現在有種植作物，
12 為了避免被動物破壞，需要放置稻草人，
13 稻草人可以保護該塊稻田和左右兩塊稻田，
14 請問最少需要多少稻草人才能保護所有稻田？
15
16 //solution
17 從左到右掃描稻田，如果第 i 塊稻田有作物，
18 就把稻草人放到第 i+1 塊稻田，
19 這樣能保護第 i, i+1, i+2 塊稻田，
20 接著從第 i+3 塊稻田繼續掃描。
21
22 //code
23 #include <bits/stdc++.h>
24 using namespace std;
25 int main(){
26     string s;
27     int i, n, t, tc = 1;
28     cin >> t;
29     while (t--){
30         cin >> n >> s;
31         int nc = 0;
32         for (i = 0; i < n; i++)
33             if (s[i] == '.') i += 2, nc++;
34         cout<<"Case " << tc++ << ": " << nc << endl;
35     }
36 }
37
38 霍夫曼樹的變形題
39 //problem
40 給定 N 個數，每次將兩個數 a, b 合併成 a+b，
41 只到最後只剩一個數，合併成本為兩數和，
42 問最小合併成本為多少。
43
44 //solution
45 每次將最小的兩數合併起來。
46
47 //code
48 #include <bits/stdc++.h>
49 using namespace std;
50 int main()
51 {
52     int n, x;
53     while (cin >> n, n){
54         priority_queue<int, vector<int>, greater<int>>
55             q;
56         while (n--){
57             cin >> x;
58             q.push(x);
59         }
60         long long ans = 0;
61         while (q.size() > 1){
62             x = q.top();
63             q.pop();

```



```

63         x += q.top();
64         q.pop();
65         q.push(x);
66         ans += x;
67     }
68     cout << ans << endl;
69 }
70 }
71
72 刪數字問題
73 //problem
74 給定一個數字  $N(\leq 10^{100})$ ，需要刪除  $K$  個數字，
75 請問刪除  $K$  個數字後最小的數字為何？
76
77 //solution
78 刪除滿足第  $i$  位數大於第  $i+1$  位數的最左邊第  $i$  位數，
79 扣除高位數的影響較扣除低位數的大。
80
81 //code
82 int main()
83 {
84     string s;
85     int k;
86     cin >> s >> k;
87     for (int i = 0; i < k; ++i){
88         if ((int)s.size() == 0) break;
89         int pos = (int)s.size() - 1;
90         for (int j = 0; j < (int)s.size() - 1; ++j){
91             if (s[j] > s[j + 1]){
92                 pos = j;
93                 break;
94             }
95         }
96         s.erase(pos, 1);
97     }
98     while ((int)s.size() > 0 && s[0] == '0')
99         s.erase(0, 1);
100     if ((int)s.size()) cout << s << '\n';
101     else cout << 0 << '\n';
102 }
103
104 區間覆蓋長度
105 //problem
106 給定  $n$  條線段區間為  $[Li, Ri]$ ，
107 請問這些線段的覆蓋所覆蓋的長度？
108
109 //solution
110 先將所有區間依照左界由小到大排序，
111 左界相同依照右界由小到大排序，
112 用一個變數  $R$  紀錄目前最大可以覆蓋到的右界。
113 如果目前區間左界  $\leq R$ ，代表該區間可以和前面的線段合併。
114
115 //code
116 struct Line
117 {
118     int L, R;
119     bool operator< (const Line &rhs) const
120     {
121         if (L != rhs.L) return L < rhs.L;
122         return R < rhs.R;
123     }
124 };
125
126 int main(){
127     int n;
128     Line a[10005];
129     while (cin >> n){
130         for (int i = 0; i < n; i++){
131             cin >> a[i].L >> a[i].R;
132         }
133         sort(a, a + n);
134         int ans = 0, L = a[0].L, R = a[0].R;
135         for (int i = 1; i < n; i++){
136             if (a[i].L < R) R = max(R, a[i].R);
137             else{
138                 ans += R - L;

```

```

139         L = a[i].L;
140         R = a[i].R;
141     }
142 }
143     cout << ans + (R - L) << '\n';
144 }
145 }
146
147 最小區間覆蓋長度
148 //problem
149 給定  $n$  條線段區間為  $[Li, Ri]$ ，
150 請問最少要選幾個區間才能完全覆蓋  $[0, S]$ ？
151
152 //solution
153 先將所有區間依照左界由小到大排序，
154 對於當前區間  $[Li, Ri]$ ，要從左界  $> Ri$  的所有區間中，
155 找到有著最大的右界的區間，連接當前區間。
156
157 //problem
158 長度  $n$  的直線中有數個加熱器，
159 在  $x$  的加熱器可以讓  $[x-r, x+r]$  內的物品加熱，
160 問最少要幾個加熱器可以把  $[0, n]$  的範圍加熱。
161
162 //solution
163 對於最左邊沒加熱的點  $a$ ，選擇最遠可以加熱  $a$  的加熱器，
164 更新已加熱範圍，重複上述動作繼續尋找加熱器。
165
166 //code
167 int main(){
168     int n, r;
169     int a[1005];
170     cin >> n >> r;
171     for (int i = 1; i <= n; ++i) cin >> a[i];
172     int i = 1, ans = 0;
173     while (i <= n){
174         int R = min(i+r-1, n), L = max(i-r+1, 0);
175         int nextR = -1;
176         for (int j = R; j >= L; --j){
177             if (a[j]){
178                 nextR = j;
179                 break;
180             }
181         }
182         if (nextR == -1){
183             ans = -1;
184             break;
185         }
186         ++ans;
187         i = nextR + r;
188     }
189     cout << ans << '\n';
190 }
191
192 最多不重疊區間
193 //problem
194 給你  $n$  條線段區間為  $[Li, Ri]$ ，
195 請問最多可以選擇幾條不重疊的線段(頭尾可相連)？
196
197 //solution
198 依照右界由小到大排序，
199 每次取到一個不重疊的線段，答案 +1。
200
201 //code
202 struct Line
203 {
204     int L, R;
205     bool operator< (const Line &rhs) const {
206         return R < rhs.R;
207     }
208 };
209
210 int main(){
211     int t;
212     cin >> t;

```



```

215     Line a[30];
216     while (t--){
217         int n = 0;
218         while (cin>>a[n].L>>a[n].R, a[n].L||a[n].R)
219             ++n;
220         sort(a, a + n);
221         int ans = 1, R = a[0].R;
222         for (int i = 1; i < n; i++){
223             if (a[i].L >= R){
224                 ++ans;
225                 R = a[i].R;
226             }
227         }
228         cout << ans << '\n';
229     }
230 }

```

區間選點問題

234 //problem
235 給你 n 條線段區間為 $[Li, Ri]$ ，
236 請問至少要取幾個點才能讓每個區間至少包含一個點？

237 //solution
238 將區間依照右界由小到大排序， R =第一個區間的右界，
239 遍歷所有區段，如果當前區間左界 $>R$ ，
240 代表必須多選一個點 ($ans+=1$)，並將 R =當前區間右界。

241 //problem
242 給定 N 個座標，要在 x 軸找到最小的點，
243 讓每個座標至少和一個點距離 $\leq D$ 。

244 //solution
245 以每個點 (xi, yi) 為圓心半徑為 D 的圓 C ，
246 求出 C 和 x 軸的交點 Li, Ri ，題目轉變成區間選點問題。

```

251 //code
252 struct Line
253 {
254     int L, R;
255     bool operator<(const Line &rhs) const {
256         return R < rhs.R;
257     }
258 };
259
260 int main(){
261     int t;
262     cin >> t;
263     Line a[30];
264     while (t--){
265         int n = 0;
266         while (cin>>a[n].L>>a[n].R, a[n].L||a[n].R)
267             ++n;
268         sort(a, a + n);
269         int ans = 1, R = a[0].R;
270         for (int i = 1; i < n; i++){
271             if (a[i].L >= R){
272                 ++ans;
273                 R = a[i].R;
274             }
275         }
276         cout << ans << '\n';
277     }
278 }

```

最小化最大延遲問題

281 //problem
282 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 Ti ，
283 期限是 Di ，第 i 項工作延遲的時間為 $Li=\max(0, Fi-Di)$ ，
284 原本 Fi 為第 i 項工作的完成時間，
285 求一種工作排序使 $\max Li$ 最小。

286 //solution
287 按照到期時間從早到晚處理。

290

```

291 //code
292 struct Work
293 {
294     int t, d;
295     bool operator<(const Work &rhs) const {
296         return d < rhs.d;
297     }
298 };
299
300 int main(){
301     int n;
302     Work a[10000];
303     cin >> n;
304     for (int i = 0; i < n; ++i)
305         cin >> a[i].t >> a[i].d;
306     sort(a, a + n);
307     int maxL = 0, sumT = 0;
308     for (int i = 0; i < n; ++i){
309         sumT += a[i].t;
310         maxL = max(maxL, sumT - a[i].d);
311     }
312     cout << maxL << '\n';
313 }

```

最少延遲數量問題

314 //problem
315 給定 N 個工作，每個工作的需要處理時長為 Ti ，
316 期限是 Di ，求一種工作排序使得逾期工作數量最小。

317 //solution
318 期限越早到期的工作越先做。將工作依照到期時間從早到晚排序，
319 依序放入工作列表中，如果發現有工作預期，
320 就從目前選擇的工作中，移除耗時最長的工作。

321 上述方法為 Moore-Hodgson's Algorithm。

322 //problem
323 給定烏龜的重量和可承受重量，問最多可以疊幾隻烏龜？
324 和最少延遲數量問題是相同的問題，只要將題敘做轉換。

325 工作處理時長 \rightarrow 烏龜重量
326 工作期限 \rightarrow 烏龜可承受重量
327 多少工作不延期 \rightarrow 可以疊幾隻烏龜

```

328 //code
329 struct Work{
330     int t, d;
331     bool operator<(const Work &rhs) const {
332         return d < rhs.d;
333     }
334 };
335
336 int main(){
337     int n = 0;
338     Work a[10000];
339     priority_queue<int> pq;
340     while (cin >> a[n].t >> a[n].d)
341         ++n;
342     sort(a, a + n);
343     int sumT = 0, ans = n;
344     for (int i = 0; i < n; ++i){
345         pq.push(a[i].t);
346         sumT += a[i].t;
347         if (a[i].d < sumT){
348             int x = pq.top();
349             pq.pop();
350             sumT -= x;
351             --ans;
352         }
353     }
354     cout << ans << '\n';
355 }

```

任務調度問題

366

```

367 //problem
368 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 Ti，
369 期限是 Di，如果第 i 項工作延遲需要受到 pi 單位懲罰，
370 請問最少會受到多少單位懲罰。
371
372 //solution
373 依照懲罰由大到小排序，
374 每項工作依序嘗試可不可以放在 Di-Ti+1, Di-Ti, ..., 1, 0，
375 如果有空間就放進去，否則延後執行。
376

```

```

377 //problem
378 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 Ti，
379 期限是 Di，如果第 i 項工作在期限內完成會獲得 ai
    單位獎勵，
380 請問最多會獲得多少單位獎勵。
381

```

```

382 //solution
383 和上題相似，這題變成依照獎勵由大到小排序。
384

```

```

385 //code
386 struct Work
387 {
388     int d, p;
389     bool operator<(const Work &rhs) const {
390         return p > rhs.p;
391     }
392 };
393
394 int main(){
395     int n;
396     Work a[100005];
397     bitset<100005> ok;
398     while (cin >> n){
399         ok.reset();
400         for (int i = 0; i < n; ++i)
401             cin >> a[i].d >> a[i].p;
402         sort(a, a + n);
403         int ans = 0;
404         for (int i = 0; i < n; ++i){
405             int j = a[i].d;
406             while (j--){
407                 if (!ok[j]){
408                     ans += a[i].p;
409                     ok[j] = true;
410                     break;
411                 }
412             }
413             cout << ans << '\n';
414         }
415     }
416 }

```

417 多機調度問題

```

418 //problem
419 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 Ti，
420 有 M 台機器可執行多項工作，但不能將工作拆分，
421 最快可以在什麼時候完成所有工作？
422

```

```

423 //solution
424 將工作由大到小排序，每項工作交給最快空間的機器。
425

```

```

426 //code
427 int main(){
428     int n, m;
429     int a[10000];
430     cin >> n >> m;
431     for (int i = 0; i < n; ++i)
432         cin >> a[i];
433     sort(a, a + n, greater<int>());
434     int ans = 0;
435     priority_queue<int, vector<int>, greater<int>> > pq;
436     for (int i = 0; i < m && i < n; ++i){
437         ans = max(ans, a[i]);
438         pq.push(a[i]);
439     }
440     for (int i = m; i < n; ++i){

```

```

441         int x = pq.top();
442         pq.pop();
443         x += a[i];
444         ans = max(ans, x);
445         pq.push(x);
446     }
447     cout << ans << '\n';
448 }

```

8 動態規劃

8.1 LCS 和 LIS

```

1 //最長共同子序列(LCS)
2 給定兩序列 A,B，求最長的序列 C，
3 C 同時為 A,B 的子序列。
4
5 //最長遞增子序列(LIS)
6 給你一個序列 A，求最長的序列 B，
7 B 是一個（非）嚴格遞增序列，且為 A 的子序列。
8
9 //LCS 和 LIS 題目轉換
10 LIS 轉成 LCS
11 1. A 為原序列，B=sort(A)
12 2. 對 A,B 做 LCS
13 LCS 轉成 LIS
14 1. A, B 為原本的兩序列
15 2. 最 A 序列作編號轉換，將轉換規則套用在 B
16 3. 對 B 做 LIS
17 4. 重複的數字在編號轉換時後要變成不同的數字，
18 越早出現的數字要越小
19 5. 如果有數字在 B 裡面而不在 A 裡面，
20 直接忽略這個數字不做轉換即可

```

9 Section2

9.1 thm

- 中文測試

- $$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$