

Contents

1	Basic	1
1.1	ascii	1
1.2	limits	1
2	字串	1
2.1	最長迴文子字串	1
3	STL	1
3.1	priority_queue	1
3.2	queue	1
3.3	deque	2
3.4	map	2
3.5	unordered_map	2
3.6	set	10
3.7	multiset	8
3.8	unordered_set	8
3.9	單調隊列	8
4	sort	5
4.1	big number sort	5
4.2	bubble sort	5
5	math	5
5.1	prime factorization	5
5.2	快速幂	5
6	algorithm	5
6.1	basic	5
6.2	binarysearch	6
6.3	prefix sum	6
6.4	差分	6
6.5	greedy	6
7	動態規劃	10
7.1	LCS 和 LIS	10
8	graph	10
8.1	graph	10
9	Section2	11
9.1	thm	11

1 Basic

1.1 ascii

1	int	char	int	char	int	char
2	32		64	@	96	`
3	33	!	65	A	97	a
4	34	"	66	B	98	b
5	35	#	67	C	99	c
6	36	\$	68	D	100	d
7	37	%	69	E	101	e
8	38	&	70	F	102	f
9	39	'	71	G	103	g
10	40	(72	H	104	h
11	41)	73	I	105	i
12	42	*	74	J	106	j
13	43	+	75	K	107	k
14	44	,	76	L	108	l
15	45	-	77	M	109	m
16	46	.	78	N	110	n
17	47	/	79	O	111	o
18	48	0	80	P	112	p
19	49	1	81	Q	113	q
20	50	2	82	R	114	r
21	51	3	83	S	115	s
22	52	4	84	T	116	t
23	53	5	85	U	117	u
24	54	6	86	V	118	v
25	55	7	87	W	119	w
26	56	8	88	X	120	x
27	57	9	89	Y	121	y
28	58	:	90	Z	122	z
29	59	;	91	[123	{
30	60	<	92	\	124	
31	61	=	93]	125	}
32	62	>	94	^	126	~
33	63	?	95	_		

1.2 limits

	[Type]	[size]	[range]
1	char	1	127 to -128
2	signed char	1	127 to -128
3	unsigned char	1	0 to 255
4	short	2	32767 to -32768
5	int	4	2147483647 to -2147483648
6	unsigned int	4	0 to 4294967295
7	long	4	2147483647 to -2147483648
8	unsigned long	4	0 to 18446744073709551615
9	long long	8	
10		8	
11		9223372036854775807 to -9223372036854775808	
12	double	8	1.79769e+308 to 2.22507e-308
13	long double	16	1.18973e+4932 to 3.3621e-4932
14	float	4	3.40282e+38 to 1.17549e-38
15	unsigned long long	8	0 to 18446744073709551615
16	string	32	

2 字串

2.1 最長迴文子字串

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 #define T(x) ((x) % 2 ? s[(x) / 2] : '. ')
3 using namespace std;
4
5 string s;
6 int n;
7
8 int ex(int l, int r) {
9     int i = 0;
10    while(l - i >= 0 && r + i < n && T(l - i) == T(r + i)) i++;
11    return i;
12 }
13
14 int main() {
15     cin >> s;
16     n = 2 * s.size() + 1;
17
18     int mx = 0;
19     int center = 0;
20     vector<int> r(n);
21     int ans = 1;
22     r[0] = 1;
23     for(int i = 1; i < n; i++) {
24         int ii = center - (i - center);
25         int len = mx - i + 1;
26         if(i > mx) {
27             r[i] = ex(i, i);
28             center = i;
29             mx = i + r[i] - 1;
30         } else if(r[ii] == len) {
31             r[i] = len + ex(i - len, i + len);
32             center = i;
33             mx = i + r[i] - 1;
34         } else {
35             r[i] = min(r[ii], len);
36         }
37         ans = max(ans, r[i]);
38     }
39
40     cout << ans - 1 << "\n";
41     return 0;
42 }

```

3 STL

3.1 priority_queue

```

1 priority_queue :
   優先隊列，資料預設由大到小排序，即優先權高的資料會先被
2 宣告：
3   priority_queue <int> pq;
4 把元素 x 加進 priority_queue：
5   pq.push(x);
6 讀取優先權最高的值：
7   x = pq.top();
8   pq.pop();           //讀取後刪除
9 判斷是否為空的priority_queue：
10  pq.empty()           //回傳true
11  pq.size()            //回傳0
12 如需改變priority_queue的優先權定義：
13  priority_queue<T> pq; //預設由大到小
14  priority_queue<T, vector<T>, greater<T> > pq;
15 //改成由小到大
16  priority_queue<T, vector<T>, cmp> pq; //cmp

```

3.2 queue

```

1 queue：佇列，資料有「先進先出」(first in first out,
   FIFO)的特性。
2 就像排隊買票一樣，先排隊的客戶被服務。
3 宣告：
4   queue <int> q;
5 把元素 x 加進 queue：
6   q.push(x);
7 取值：
8   x = q.front(); //頭
9   x = q.back();  //尾
10 移除已經讀取的值：
11   q.pop();
12 判斷是否為空的queue：
13   q.empty() 回傳true
14   q.size() 回傳零
15
16 #include <iostream>
17 #include <queue>
18 using namespace std;
19
20 int main() {
21     int n;
22     while (cin >> n){
23         if (n == 0) break;
24         queue <int> q;
25         for (int i = 0; i < n; i++){
26             q.push(i+1);
27         }
28         cout << "Discarded cards:";
29         for (int i = 0; i < n-1; i++){
30             if (i != 0) cout << ', ';
31             cout << ' ' << q.front();
32             q.pop();
33             q.push(q.front());
34             q.pop();
35         }
36         cout << endl << "Remaining card: " <<
            q.front() << endl;
37     }
38 }

```

3.3 deque

```

1 deque 是 C++ 標準模板函式庫 (Standard Template
   Library, STL)
2 中的雙向佇列容器 (Double-ended Queue)，跟 vector
   相似，
3 不過在 vector
   中若是要添加新元素至開端，其時間複雜度為
   O(N)，

```

但在 deque 中則是 O(1)。同樣地，
也能在我們需要儲存更多元素的時候自動擴展空間，
讓我們不必煩惱佇列長度的問題。

```

7 dq.push_back() //在 deque 的最尾端新增元素
8 dq.push_front() //在 deque 的開頭新增元素
9 dq.pop_back() //移除 deque 最尾端的元素
10 dq.pop_front() //移除 deque 最開頭的元素
11 dq.back() //取出 deque 最尾端的元素
12 dq.front() //回傳 deque 最開頭的元素
13 dq.insert()
14 dq.insert(position, n, val)
15     position: 插入元素的 index 值
16     n: 元素插入次數
17     val: 插入的元素值
18 dq.erase()
   //刪除元素，需要使用迭代器指定刪除的元素或位置，
   同時也會返回指向刪除元素下一元素的迭代器。
19 dq.clear() //清空整個 deque 佇列。
20 dq.size() //檢查 deque 的尺寸
21 dq.empty() //如果 deque 佇列為空返回 1；
   若是存在任何元素，則返回 0
22 dq.begin() //返回一個指向 deque 開頭的迭代器
23 dq.end() //指向 deque 結尾，
   不是最後一個元素，
   而是最後一個元素的下一個位置
25

```

3.4 map

```

1 map：存放 key-value pairs 的映射資料結構，會按 key
   由小到大排序。
2 元素存取
3 operator[]：存取指定的[i]元素的資料
4
5 迭代器
6 begin()：回傳指向map頭部元素的迭代器
7 end()：回傳指向map末尾的迭代器
8 rbegin()：回傳一個指向map尾部的反向迭代器
9 rend()：回傳一個指向map頭部的反向迭代器
10
11 遍歷整個map時，利用iterator操作：
12 取key：it->first 或 (*it).first
13 取value：it->second 或 (*it).second
14
15 容量
16 empty()：檢查容器是否為空，空則回傳true
17 size()：回傳元素數量
18 max_size()：回傳可以容納的最大元素個數
19
20 修改器
21 clear()：刪除所有元素
22 insert()：插入元素
23 erase()：刪除一個元素
24 swap()：交換兩個map
25
26 查找
27 count()：回傳指定元素出現的次數
28 find()：查找一個元素
29
30 //實作範例
31 #include <bits/stdc++.h>
32 using namespace std;
33
34 int main(){
35
36     //declaration container and iterator
37     map<string, string> mp;
38     map<string, string>::iterator iter;
39     map<string, string>::reverse_iterator iter_r;
40
41     //insert element

```

```

42 mp.insert(pair<string, string>("r000",
43     "student_zero"));
44 mp["r123"] = "student_first";
45 mp["r456"] = "student_second";
46
47 //traversal
48 for(iter = mp.begin(); iter != mp.end(); iter++)
49     cout<<iter->first<<" "<<iter->second<<endl;
50 for(iter_r = mp.rbegin(); iter_r != mp.rend();
51     iter_r++)
52     cout<<iter_r->first<<"
53         "<<iter_r->second<<endl;
54
55 //find and erase the element
56 iter = mp.find("r123");
57 mp.erase(iter);
58
59 iter = mp.find("r123");
60
61 if(iter != mp.end())
62     cout<<"Find, the value is
63         "<<iter->second<<endl;
64 else
65     cout<<"Do not Find"<<endl;
66
67 return 0;
68 }
69
70 //map統計數字
71 #include<bits/stdc++.h>
72 using namespace std;
73
74 int main(){
75     ios::sync_with_stdio(0),cin.tie(0);
76     long long n,x;
77     cin>>n;
78     map <int,int> mp;
79     while(n--){
80         cin>>x;
81         ++mp[x];
82     }
83     for(auto i:mp) cout<<i.first<<" "<<i.second<<endl;
84 }

```

3.5 unordered_map

1 unordered_map：存放 key-value pairs
 的「無序」映射資料結構。
 2 用法與map相同

3.6 set

1 set：集合，去除重複的元素，資料由小到大排序。
 2 宣告：
 3 set <int> st;
 4 把元素 x 加進 set：
 5 st.insert(x);
 6 檢查元素 x 是否存在 set 中：
 7 st.count(x);
 8 刪除元素 x：
 9 st.erase(x); // 可傳入值或 iterator
 10 清空集合中的所有元素：
 11 st.clear();
 12 取值：使用 iterator
 13 x = *st.begin();
 14 // set 中的第一個元素(最小的元素)。
 15 x = *st.rbegin();
 16 // set 中的最後一個元素(最大的元素)。
 17 判斷是否為空的 set：
 18 st.empty() 回傳 true
 19 st.size() 回傳零

20 常用來搭配的 member function：
 21 st.count(x);
 22 auto it = st.find(x);
 23 // binary search, $O(\log(N))$
 24 auto it = st.lower_bound(x);
 25 // binary search, $O(\log(N))$
 26 auto it = st.upper_bound(x);
 27 // binary search, $O(\log(N))$

3.7 multiset

1 與 set 用法雷同，但會保留重複的元素，
 資料由小到大排序。
 2 宣告：
 3 multiset<int> st;
 4 刪除資料：
 5 st.erase(val); 會刪除所有值為 val 的元素。
 6 st.erase(st.find(val)); 只刪除第一個值為 val
 的元素。

3.8 unordered_set

1 unordered_set 的實作方式通常是用雜湊表(hash table)，
 2 資料插入和查詢的時間複雜度很低，為常數級別 $O(1)$ ，
 3 相對的代價是消耗較多的記憶體，空間複雜度較高，
 4 無自動排序功能。
 5
 6 初始化
 7 unordered_set<int> myunordered_set{1, 2, 3, 4, 5};
 8
 9 陣列初始化
 10 int arr[] = {1, 2, 3, 4, 5};
 11 unordered_set<int> myunordered_set(arr, arr+5);
 12
 13 插入元素
 14 unordered_set<int> myunordered_set;
 15 myunordered_set.insert(1);
 16
 17 迴圈遍歷 unordered_set 容器
 18 #include <iostream>
 19 #include <unordered_set>
 20 using namespace std;
 21
 22 int main() {
 23 unordered_set<int> myunordered_set = {3, 1};
 24 myunordered_set.insert(2);
 25 myunordered_set.insert(5);
 26 myunordered_set.insert(4);
 27 myunordered_set.insert(5);
 28 myunordered_set.insert(4);
 29
 30 for (const auto &s : myunordered_set) {
 31 cout << s << " ";
 32 }
 33 cout << "\n";
 34
 35 return 0;
 36 }
 37
 38 /*
 39 output
 40 4 5 2 1 3
 41 */
 42
 43 unordered_set 刪除指定元素
 44 #include <iostream>
 45 #include <unordered_set>
 46
 47 int main() {
 48 unordered_set<int> myunordered_set{2, 4, 6, 8};
 49
 50 myunordered_set.erase(2);

```

51     for (const auto &s : myunordered_set) {
52         cout << s << " ";
53     }
54     cout << "\n";
55     return 0;
56 }
57 /*
58 output
59 8 6 4
60 */
61
62 清空 unordered_set 元素
63 unordered_set<int> myunordered_set;
64 myunordered_set.insert(1);
65 myunordered_set.clear();
66
67 unordered_set 判斷元素是否存在
68 unordered_set<int> myunordered_set;
69 myunordered_set.insert(2);
70 myunordered_set.insert(4);
71 myunordered_set.insert(6);
72 cout << myunordered_set.count(4) << "\n"; // 1
73 cout << myunordered_set.count(8) << "\n"; // 0
74
75 判斷 unordered_set 容器是否為空
76 #include <iostream>
77 #include <unordered_set>
78
79 int main() {
80     unordered_set<int> myunordered_set;
81     myunordered_set.clear();
82
83     if (myunordered_set.empty()) {
84         cout << "empty\n";
85     } else {
86         cout << "not empty, size is "<<
87             myunordered_set.size() << "\n";
88     }
89
90     return 0;
91 }

```

3.9 單調隊列

```

1 //單調隊列
2 "如果一個選手比你小還比你強，你就可以退役了。"--單調隊列
3
4 example 1
5
6 給出一個長度為 n 的數組，
7 輸出每 k 個連續的數中的最大值和最小值。
8 //寫法一
9 #include <bits/stdc++.h>
10 #define maxn 1000100
11 using namespace std;
12 int q[maxn], a[maxn];
13 int n, k;
14
15 void getmin() {
16     // 得到這個隊列裡的最小值，直接找到最後的就行了
17     int head = 0, tail = 0;
18     for (int i = 1; i < k; i++) {
19         while (head <= tail && a[q[tail]] >= a[i])
20             tail--;
21         q[++tail] = i;
22     }
23     for (int i = k; i <= n; i++) {
24         while (head <= tail && a[q[tail]] >= a[i])
25             tail--;
26         q[++tail] = i;
27         while (q[head] <= i - k) head++;
28         cout << a[q[head]] << " ";
29     }
30 }

```

```

29
30 void getmax() { // 和上面同理
31     int head = 0, tail = 0;
32     for (int i = 1; i < k; i++) {
33         while (head <= tail && a[q[tail]] <= a[i])
34             tail--;
35         q[++tail] = i;
36     }
37     for (int i = k; i <= n; i++) {
38         while (head <= tail && a[q[tail]] <= a[i])
39             tail--;
40         q[++tail] = i;
41         while (q[head] <= i - k) head++;
42         cout << a[q[head]] << " ";
43     }
44 }
45
46 int main() {
47     cin >> n >> k; // 每 k 個連續的數
48     for (int i = 1; i <= n; i++) cin >> a[i];
49     getmin();
50     getmax();
51     cout << '\n';
52     return 0;
53 }
54
55 //寫法2
56 #include <iostream>
57 #include <cstring>
58 #include <deque>
59 using namespace std;
60 int a[1000005];
61
62 int main() {
63     ios_base::sync_with_stdio(0);
64     int n, k;
65     while (cin >> n >> k) {
66         for (int i = 0; i < n; i++) cin >> a[i];
67         deque<int> dq;
68         for (int i = 0; i < n; i++) {
69             while (dq.size() && dq.front() <= i - k)
70                 dq.pop_front();
71             while (dq.size() && a[dq.back()] > a[i])
72                 dq.pop_back();
73             dq.push_back(i);
74             if (i == k - 1) cout << a[dq.front()];
75             if (i > k - 1) cout << ' ' << a[dq.front()];
76         }
77         if (k > n) cout << a[dq.front()];
78         cout << '\n';
79         while (dq.size()) dq.pop_back();
80         for (int i = 0; i < n; i++) {
81             while (dq.size() && dq.front() <= i - k)
82                 dq.pop_front();
83             while (dq.size() && a[dq.back()] < a[i])
84                 dq.pop_back();
85             dq.push_back(i);
86             if (i == k - 1) cout << a[dq.front()];
87             if (i > k - 1) cout << ' ' << a[dq.front()];
88         }
89         if (k > n) cout << a[dq.front()];
90         cout << '\n';
91     }
92     return 0;
93 }
94
95 example 2
96
97 一個含有 n 項的數列，求出每一項前的 m
98 個數到它這個區間內的最小值。
99 若前面的數不足 m 項則從第 1
100 個數開始，若前面沒有數則輸出 0
101
102 #include <bits/stdc++.h>
103 using namespace std;

```

```

102 #define re register int
103 #define INF 0x3f3f3f3f
104 #define ll long long
105 #define maxn 2000009
106 #define maxm
107 inline ll read() {
108     ll x=0, f=1;
109     char ch=getchar();
110     while(ch<'0' || ch>'9'){
111         if(ch=='-') f=-1;
112         ch=getchar();
113     }
114     while(ch>='0' && ch<='9'){
115         x=(x<<1)+(x<<3)+(ll)(ch-'0');
116         ch=getchar();
117     }
118     return x*f;
119 }
120 int n,m,k,tot,head,tail;
121 int a[maxn],q[maxn];
122 int main() {
123     n=read(), m=read();
124     for(int i=1; i<=n; i++) a[i]=read();
125     head=1, tail=0; //起始位置為1
    //因為插入是q[++tail]所以要初始化為0
126     for(int i=1; i<=n; i++)
127         //每次隊首的元素就是當前的答案
128     {
129         cout<<a[q[head]]<<endl;
130         while(i-q[head]+1>m && head<=tail) //維護隊首
131             head++;
132         while(a[i]<a[q[tail]] && head<=tail) //維護隊尾
133             tail--;
134         q[++tail]=i;
135     }
136     return 0;
137 }

```

4 sort

4.1 big number sort

```

1 #python大數排序
2
3 while True:
4     try:
5         n = int(input())          # 有幾筆數字需要排序
6         arr = []                  # 建立空串列
7         for i in range(n):
8             arr.append(int(input())) # 依序將數字存入串列
9             # 串列排序
10        for i in arr:
11            print(i)                # 依序印出串列中每個項目
12    except:
13        break

```

4.2 bubble sort

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int main() {
5     int n;
6     cin>>n;
7     int a[n], tmp;
8     for(int i=0; i<n; i++) cin>>a[i];
9     for(int i=n-1; i>0; i--) {
10         for(int j=0; j<=i-1; j++) {
11             if( a[j]>a[j+1]) {
12                 tmp=a[j];
13                 a[j]=a[j+1];

```

```

14                 a[j+1]=tmp;
15             }
16         }
17     }
18     for(int i=0; i<n; i++) cout<<a[i]<<" ";
19 }

```

5 math

5.1 prime factorization

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int main() {
5     int n;
6     while(true) {
7         cin>>n;
8         for(int x=2; x<=n; x++) {
9             while(n%x==0) {
10                 cout<<x<<"*";
11                 n/=x;
12             }
13         }
14         cout<<"\b \n";
15     }
16     system("pause");
17     return 0;
18 }

```

5.2 快速幂

```

1 計算a^b
2 #include <iostream>
3 #define ll long long
4 using namespace std;
5
6 const ll MOD = 1000000007;
7 ll fp(ll a, ll b) {
8     int ans = 1;
9     while(b > 0) {
10         if(b & 1) ans = ans * a % MOD;
11         a = a * a % MOD;
12         b >>= 1;
13     }
14     return ans;
15 }
16
17 int main() {
18     int a, b;
19     cin>>a>>b;
20     cout<<fp(a,b);
21 }

```

6 algorithm

6.1 basic

```

1 min： 取最小值。
2 min(a, b)
3 min(list)
4 max： 取最大值。
5 max(a, b)
6 max(list)
7 min_element： 找尋最小元素
8 min_element(first, last)
9 max_element： 找尋最大元素
10 max_element(first, last)

```

```

11 sort: 排序，預設由小排到大。
12 sort(first, last)
13 sort(first, last, comp): 可自行定義比較運算子 Comp。
14 find: 尋找元素。
15 find(first, last, val)
16 lower_bound: 尋找第一個小於 x
    的元素位置，如果不存在，則回傳 last。
17 lower_bound(first, last, val)
18 upper_bound: 尋找第一個大於 x
    的元素位置，如果不存在，則回傳 last。
19 upper_bound(first, last, val)
20 next_permutation:
    將序列順序轉換成下一個字典序，如果存在回傳 true
    ，反之回傳 false。
21 next_permutation(first, last)
22 prev_permutation:
    將序列順序轉換成上一個字典序，如果存在回傳 true
    ，反之回傳 false。
23 prev_permutation(first, last)

```

6.2 binarysearch

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int binary_search(vector<int> &nums, int target) {
5     int left=0, right=nums.size()-1;
6     while(left<=right){
7         int mid=(left+right)/2;
8         if (nums[mid]>target) right=mid-1;
9         else if(nums[mid]<target) left=mid+1;
10        else return mid+1;
11    }
12    return 0;
13 }
14
15 int main() {
16     int n, k, x;
17     cin >> n >> k;
18     int a[n];
19     vector<int> v;
20     for(int i=0; i<n; i++){
21         cin >> x;
22         v.push_back(x);
23     }
24     for(int i=0; i<k; i++) cin >> a[i];
25     for(int i=0; i<k; i++){
26         cout << binary_search(v, a[i]) << endl;
27     }
28 }
29
30 lower_bound(a, a + n, k); //最左邊 ≥ k 的位置
31 upper_bound(a, a + n, k); //最左邊 > k 的位置
32 upper_bound(a, a + n, k) - 1; //最右邊 ≤ k 的位置
33 lower_bound(a, a + n, k) - 1; //最右邊 < k 的位置
34 (lower_bound, upper_bound) //等於 k 的範圍
35 equal_range(a, a+n, k);
36
37 /*
38 input
39 5 5
40 1 3 4 7 9
41 3 1 9 7 -2
42 */
43
44 /*
45 output
46 2
47 1
48 5
49 4
50 0
51 */

```

6.3 prefix sum

```

1 // 前綴和
2 陣列前n項的和。
3 b[i] = a[0] + a[1] + a[2] + ... + a[i]
4 區間和 [l, r]: b[r]-b[l-1] (要保留b[l]所以-1)
5
6 #include <bits/stdc++.h>
7 using namespace std;
8 int main(){
9     int n;
10    cin >> n;
11    int a[n], b[n];
12    for(int i=0; i<n; i++) cin >> a[i];
13    b[0] = a[0];
14    for(int i=1; i<n; i++) b[i] = b[i-1] + a[i];
15    for(int i=0; i<n; i++) cout<<b[i]<<' ';
16    cout<<'\n';
17    int l, r;
18    cin >> l >> r;
19    cout << b[r] - b[l-1]; //區間和
20 }

```

6.4 差分

```

1 // 差分
2 用途：在區間 [l, r] 加上一個數字v。
3 b[l] += v; (b[0~l] 加上v)
4 b[r+1] -= v; (b[r+1~n] 減去v (b[r] 仍保留v))
5 給的 a[] 是前綴和數列，建構 b[]，
6 因為 a[i] = b[0] + b[1] + b[2] + ... + b[i]，
7 所以 b[i] = a[i] - a[i-1]。
8 在 b[l] 加上 v，b[r+1] 減去 v，
9 最後再從 0 跑到 n 使 b[i] += b[i-1]。
10 這樣一來，b[] 是一個在某區間加上v的前綴和。
11
12 #include <bits/stdc++.h>
13 using namespace std;
14 int a[1000], b[1000];
15 //a: 前綴和數列, b: 差分數列
16 int main(){
17     int n, l, r, v;
18     cin >> n;
19     for(int i=1; i<=n; i++){
20         cin >> a[i];
21         b[i] = a[i] - a[i-1]; //建構差分數列
22     }
23     cin >> l >> r >> v;
24     b[l] += v;
25     b[r+1] -= v;
26
27     for(int i=1; i<=n; i++){
28         b[i] += b[i-1];
29         cout << b[i] << ' ';
30     }
31 }

```

6.5 greedy

```

1 //貪心
2 貪心演算法的核心為，
3 採取在目前狀態下最好或最佳（即最有利）的選擇。
4 貪心演算法雖然能獲得當前最佳解，
5 但不保證能獲得最後（全域）最佳解，
6 提出想法後可以先試圖尋找有沒有能推翻原本的想法的反例，
7 確認無誤再實作。
8
9 Scarecrow
10 //problem
11 有一個 N×1 的稻田，有些稻田現在有種植作物，
12 為了避免被動物破壞，需要放置稻草人，

```


13 稻草人可以保護該塊稻田和左右兩塊稻田，
14 請問最少需要多少稻草人才能保護所有稻田？

```
15 //solution
16 從左到右掃描稻田，如果第 i 塊稻田有作物，
17 就把稻草人放到第 i+1 塊稻田，
18 這樣能保護第 i,i+1,i+2 塊稻田，
19 接著從第 i+3 塊稻田繼續掃描。
20
21 //code
22 #include <bits/stdc++.h>
23 using namespace std;
24 int main(){
25     string s;
26     int i, n, t, tc = 1;
27     cin >> t;
28     while (t--){
29         cin >> n >> s;
30         int nc = 0;
31         for (i = 0; i < n; i++){
32             if (s[i] == '.'){i += 2, nc++;}
33         }
34         cout << "Case " << tc++ << ": " << nc << endl;
35     }
36 }
```

37 霍夫曼樹的變形題

38 //problem
39 給定 N 個數，每次將兩個數 a,b 合併成 a+b，
40 只到最後只剩一個數，合併成本為兩數和，
41 問最小合併成本為多少。

```
42 //solution
43 每次將最小的兩數合併起來。
44
45 //code
46 #include <bits/stdc++.h>
47 using namespace std;
48 int main()
49 {
50     int n, x;
51     while (cin >> n, n)
52     {
53         priority_queue<int, vector<int>, greater<int>>>
54             q;
55         while (n--){
56             cin >> x;
57             q.push(x);
58         }
59         long long ans = 0;
60         while (q.size() > 1)
61         {
62             x = q.top();
63             q.pop();
64             x += q.top();
65             q.pop();
66             q.push(x);
67             ans += x;
68         }
69         cout << ans << endl;
70     }
71 }
72
73
74
```

75 Commando War

76 //problem
77 有 n 個部下，每個部下要花 Bi 分鐘交待任務，
78 再花 Ji 分鐘執行任務，一次只能對一位部下交代任務，
79 但可以多人同時執行任務，問最少要花多少時間完成任務。

80 //solution
81 執行時間長的人先交代任務

```
82 //code
83 #include <bits/stdc++.h>
84 using namespace std;
85 struct Data{
```

```
86     int b, j;
87     bool operator<(const Data &rhs) const {
88         return j > rhs.j;
89     }
90 };
91
92 int main(){
93     int n, ti = 0;
94     Data a[1005];
95     while (cin >> n, n){
96         for (int i = 0; i < n; ++i)
97             cin >> a[i].b >> a[i].j;
98         sort(a, a + n);
99         int ans = 0, sum = 0;
100         for (int i = 0; i < n; ++i){
101             sum += a[i].b;
102             ans = max(ans, sum + a[i].j);
103         }
104         cout << "Case " << ++ti << ": " << ans << '\n';
105     }
106 }
107
108
109
```

110 刪數字問題

111 //problem
112 給定一個數字 $N(\leq 10^{100})$ ，需要刪除 K 個數字，
113 請問刪除 K 個數字後最小的數字為何？

114 //solution
115 刪除滿足第 i 位數大於第 i+1 位數的最左邊第 i 位數，
116 扣除高位數的影響較扣除低位數的大。

```
117 //code
118 int main()
119 {
120     string s;
121     int k;
122     cin >> s >> k;
123     for (int i = 0; i < k; ++i)
124     {
125         if ((int)s.size() == 0)
126             break;
127         int pos = (int)s.size() - 1;
128         for (int j = 0; j < (int)s.size() - 1; ++j)
129         {
130             if (s[j] > s[j + 1])
131             {
132                 pos = j;
133                 break;
134             }
135         }
136         s.erase(pos, 1);
137     }
138     while ((int)s.size() > 0 && s[0] == '0')
139         s.erase(0, 1);
140     if ((int)s.size())
141         cout << s << '\n';
142     else
143         cout << 0 << '\n';
144 }
145
146
147
148
```

149 區間覆蓋長度

150 //problem
151 給定 n 條線段區間為 $[Li, Ri]$ ，
152 請問這些線段的覆蓋所覆蓋的長度？

153 //solution
154 先將所有區間依照左界由小到大排序，
155 左界相同依照右界由小到大排序，
156 用一個變數 R 紀錄目前最大可以覆蓋到的右界。
157 如果目前區間左界 $\leq R$ ，代表該區間可以和前面的線段合併。

```
158 //code
159 struct Line
160 {
161     int L, R;
```

```

164     bool operator< (const Line &rhs) const
165     {
166         if (L != rhs.L)
167             return L < rhs.L;
168         return R < rhs.R;
169     }
170 };
171
172 int main(){
173     int n;
174     Line a[10005];
175     while (cin >> n){
176         for (int i = 0; i < n; i++)
177             cin >> a[i].L >> a[i].R;
178         sort(a, a + n);
179         int ans = 0, L = a[0].L, R = a[0].R;
180         for (int i = 1; i < n; i++){
181             if (a[i].L < R) R = max(R, a[i].R);
182             else{
183                 ans += R - L;
184                 L = a[i].L;
185                 R = a[i].R;
186             }
187         }
188         cout << ans + (R - L) << '\n';
189     }
190 }

```

最小區間覆蓋長度

//problem

給定 n 條線段區間為 $[Li, Ri]$ ，
請問最少要選幾個區間才能完全覆蓋 $[0, S]$?

//solution

先將所有區間依照左界由小到大排序，
對於當前區間 $[Li, Ri]$ ，要從左界 $> Ri$ 的所有區間中，
找到有著最大的右界的區間，連接當前區間。

//problem

長度 n 的直線中有數個加熱器，
在 x 的加熱器可以讓 $[x-r, x+r]$ 內的物品加熱，
問最少要幾個加熱器可以把 $[0, n]$ 的範圍加熱。

//solution

對於最左邊沒加熱的點 a ，選擇最遠可以加熱 a 的加熱器，
更新已加熱範圍，重複上述動作繼續尋找加熱器。

//code

```

213 int main(){
214     int n, r;
215     int a[1005];
216     cin >> n >> r;
217     for (int i=1; i<=n; ++i) cin>>a[i];
218     int i = 1, ans = 0;
219     while (i <= n){
220         int R=min(i+r-1, n), L=max(i-r+1, 0)
221         int nextR=-1;
222         for (int j = R; j >= L; --j){
223             if (a[j]){
224                 nextR = j;
225                 break;
226             }
227         }
228         if (nextR == -1){
229             ans = -1;
230             break;
231         }
232         ++ans;
233         i = nextR + r;
234     }
235     cout << ans << '\n';
236 }

```

最多不重疊區間

//problem

給你 n 條線段區間為 $[Li, Ri]$ ，
請問最多可以選擇幾條不重疊的線段(頭尾可相連)?

//solution

依照右界由小到大排序，
每次取到一個不重疊的線段，答案 $+1$ 。

//code

```

248 struct Line
249 {
250     int L, R;
251     bool operator< (const Line &rhs) const {
252         return R < rhs.R;
253     }
254 };
255
256 int main()
257 {
258     int t;
259     cin >> t;
260     Line a[30];
261     while (t-->0)
262     {
263         int n = 0;
264         while (cin>>a[n].L>>a[n].R, a[n].L||a[n].R)
265             ++n;
266         sort(a, a + n);
267         int ans = 1, R = a[0].R;
268         for (int i = 1; i < n; i++)
269         {
270             if (a[i].L >= R)
271             {
272                 ++ans;
273                 R = a[i].R;
274             }
275         }
276         cout << ans << '\n';
277     }
278 }

```

區間選點問題

//problem

給你 n 條線段區間為 $[Li, Ri]$ ，
請問至少要取幾個點才能讓每個區間至少包含一個點?

//solution

將區間依照右界由小到大排序， R =第一個區間的右界，
遍歷所有區段，如果當前區間左界 $> R$ ，
代表必須多選一個點 ($ans+=1$)，並將 R =當前區間右界。

//problem

給定 N 個座標，要在 x 軸找到最小的點，
讓每個座標至少和一個點距離 $\leq D$ 。

//solution

以每個點 (xi, yi) 為圓心半徑為 D 的圓 C ，
求出 C 和 x 軸的交點 Li, Ri ，題目轉變成區間選點問題。

//code

```

300 struct Line
301 {
302     int L, R;
303     bool operator< (const Line &rhs) const {
304         return R < rhs.R;
305     }
306 };
307
308 int main()
309 {
310     int t;
311     cin >> t;
312     Line a[30];
313     while (t-->0)
314     {
315

```



```

316     int n = 0;
317     while (cin >> a[n].L >> a[n].R, a[n].L || a[n].R)
318         ++n;
319     sort(a, a + n);
320     int ans = 1, R = a[0].R;
321     for (int i = 1; i < n; i++)
322     {
323         if (a[i].L >= R)
324         {
325             ++ans;
326             R = a[i].R;
327         }
328     }
329     cout << ans << '\n';
330 }
331 }

```

最小化最大延遲問題

//problem
 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 T_i ，
 期限是 D_i ，第 i 項工作延遲的時間為 $L_i = \max(0, F_i - D_i)$ ，
 原本 F_i 為第 i 項工作的完成時間，
 求一種工作排序使 $\max L_i$ 最小。

//solution
 按照到期時間從早到晚處理。

```

344 //code
345 struct Work
346 {
347     int t, d;
348     bool operator<(const Work &rhs) const {
349         return d < rhs.d;
350     }
351 };
352
353 int main()
354 {
355     int n;
356     Work a[10000];
357     cin >> n;
358     for (int i = 0; i < n; ++i)
359         cin >> a[i].t >> a[i].d;
360     sort(a, a + n);
361     int maxL = 0, sumT = 0;
362     for (int i = 0; i < n; ++i)
363     {
364         sumT += a[i].t;
365         maxL = max(maxL, sumT - a[i].d);
366     }
367     cout << maxL << '\n';
368 }

```

最少延遲數量問題

//problem
 給定 N 個工作，每個工作的需要處理時長為 T_i ，
 期限是 D_i ，求一種工作排序使得逾期工作數量最小。

//solution
 期限越早到期的工作越先做。將工作依照到期時間從早到晚排序，
 依序放入工作列表中，如果發現有工作預期，
 就從目前選擇的工作中，移除耗時最長的工作。

上述方法為 Moore-Hodgson's Algorithm。

//problem
 給定烏龜的重量和可承受重量，問最多可以疊幾隻烏龜？
 和最少延遲數量問題是相同的問題，只要將題敘做轉換。
 工作處理時長 \rightarrow 烏龜重量
 工作期限 \rightarrow 烏龜可承受重量
 多少工作不延期 \rightarrow 可以疊幾隻烏龜

```

391 //code
392 struct Work{
393     int t, d;
394     bool operator<(const Work &rhs) const {
395         return d < rhs.d;
396     }
397 };
398
399 int main()
400 {
401     int n = 0;
402     Work a[10000];
403     priority_queue<int> pq;
404     while (cin >> a[n].t >> a[n].d)
405         ++n;
406     sort(a, a + n);
407     int sumT = 0, ans = n;
408     for (int i = 0; i < n; ++i)
409     {
410         pq.push(a[i].t);
411         sumT += a[i].t;
412         if (a[i].d < sumT)
413         {
414             int x = pq.top();
415             pq.pop();
416             sumT -= x;
417             --ans;
418         }
419     }
420     cout << ans << '\n';
421 }

```

任務調度問題

//problem
 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 T_i ，
 期限是 D_i ，如果第 i 項工作延遲需要受到 p_i 單位懲罰，
 請問最少會受到多少單位懲罰。

//solution
 依照懲罰由大到小排序，
 每項工作依序嘗試可不可以放在 $D_i - T_i + 1, D_i - T_i, \dots, 1, 0$ ，
 如果有空閒就放進去，否則延後執行。

//problem
 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 T_i ，
 期限是 D_i ，如果第 i 項工作在期限內完成會獲得 a_i
 單位獎勵，
 請問最多會獲得多少單位獎勵。

//solution
 和上題相似，這題變成依照獎勵由大到小排序。

```

443 //code
444 struct Work
445 {
446     int d, p;
447     bool operator<(const Work &rhs) const {
448         return p > rhs.p;
449     }
450 };
451
452 int main()
453 {
454     int n;
455     Work a[100005];
456     bitset<100005> ok;
457     while (cin >> n)
458     {
459         ok.reset();
460         for (int i = 0; i < n; ++i)
461             cin >> a[i].d >> a[i].p;
462         sort(a, a + n);
463         int ans = 0;
464         for (int i = 0; i < n; ++i)
465         {

```

```

466         int j = a[i].d;
467         while (j--)
468             if (!ok[j])
469             {
470                 ans += a[i].p;
471                 ok[j] = true;
472                 break;
473             }
474     }
475     cout << ans << '\n';
476 }
477 }
478
479 多機調度問題
480 //problem
481 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，
482 有 M 台機器可執行多項工作，但不能將工作拆分，
483 最快可以在什麼時候完成所有工作？
484
485 //solution
486 將工作由大到小排序，每項工作交給最快空間的機器。
487
488 //code
489 int main()
490 {
491     int n, m;
492     int a[10000];
493     cin >> n >> m;
494     for (int i = 0; i < n; ++i)
495         cin >> a[i];
496     sort(a, a + n, greater<int>());
497     int ans = 0;
498     priority_queue<int, vector<int>, greater<int>>> pq;
499     for (int i = 0; i < m && i < n; ++i)
500     {
501         ans = max(ans, a[i]);
502         pq.push(a[i]);
503     }
504     for (int i = m; i < n; ++i)
505     {
506         int x = pq.top();
507         pq.pop();
508         x += a[i];
509         ans = max(ans, x);
510         pq.push(x);
511     }
512     cout << ans << '\n';
513 }

```

7 動態規劃

7.1 LCS 和 LIS

```

1 //最長共同子序列 (LCS)
2 給定兩序列 A, B，求最長的序列 C，
3 C 同時為 A, B 的子序列。
4
5 //最長遞增子序列 (LIS)
6 給你一個序列 A，求最長的序列 B，
7 B 是一個（非）嚴格遞增序列，且為 A 的子序列。
8
9 //LCS 和 LIS 題目轉換
10 LIS 轉成 LCS
11     1. A 為原序列，B=sort(A)
12     2. 對 A, B 做 LCS
13 LCS 轉成 LIS
14     1. A, B 為原本的兩序列
15     2. 最 A 序列作編號轉換，將轉換規則套用在 B
16     3. 對 B 做 LIS
17     4.

```

重複的數字在編號轉換時後要變成不同的數字，越早出現

5. 如果有數字在 B 裡面而不在 A 裡面，直接忽略這個數字不做轉換即可

8 graph

8.1 graph

```

1 #include<bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 class Node {
5 public:
6     int val;
7     vector<Node*> children;
8
9     Node() {}
10
11     Node(int _val) {
12         val = _val;
13     }
14
15     Node(int _val, vector<Node*> _children) {
16         val = _val;
17         children = _children;
18     }
19 };
20
21 struct ListNode {
22     int val;
23     ListNode *next;
24     ListNode() : val(0), next(nullptr) {}
25     ListNode(int x) : val(x), next(nullptr) {}
26     ListNode(int x, ListNode *next) : val(x),
27         next(next) {}
28 };
29
30 struct TreeNode {
31     int val;
32     TreeNode *left;
33     TreeNode *right;
34     TreeNode() : val(0), left(nullptr),
35         right(nullptr) {}
36     TreeNode(int x) : val(x), left(nullptr),
37         right(nullptr) {}
38     TreeNode(int x, TreeNode *left, TreeNode *right)
39         : val(x), left(left), right(right) {}
40 };
41
42 class ListProblem {
43     vector<int> nums={};
44 public:
45     void solve() {
46         return;
47     }
48
49     ListNode* buildList(int idx) {
50         if(idx == nums.size()) return NULL;
51         ListNode *current=new
52             ListNode(nums[idx++], current->next);
53         return current;
54     }
55
56     void deleteList(ListNode* root) {
57         if(root == NULL) return;
58         deleteList(root->next);
59         delete root;
60         return;
61     }
62 };
63
64 class TreeProblem {
65     int null = INT_MIN;
66     vector<int> nums = {}, result;
67 public:

```

```

63 void solve() {
64     return;
65 }
66
67 TreeNode* buildBinaryTreeUsingDFS(int left, int
68     right) {
69     if((left > right) || (nums[(left+right)/2] ==
70         null)) return NULL;
71     int mid = (left+right)/2;
72     TreeNode* current = new TreeNode(
73         nums[mid],
74         buildBinaryTreeUsingDFS(left,mid-1),
75         buildBinaryTreeUsingDFS(mid+1,right));
76     return current;
77 }
78
79 TreeNode* buildBinaryTreeUsingBFS() {
80     int idx = 0;
81     TreeNode* root = new TreeNode(nums[idx++]);
82     queue<TreeNode*> q;
83     q.push(root);
84     while(idx < nums.size()) {
85         if(nums[idx] != null) {
86             TreeNode* left = new
87                 TreeNode(nums[idx]);
88             q.front()->left = left;
89             q.push(left);
90         }
91         idx++;
92         if((idx < nums.size()) && (nums[idx] !=
93             null)) {
94             TreeNode* right = new
95                 TreeNode(nums[idx]);
96             q.front()->right = right;
97             q.push(right);
98         }
99         idx++;
100         q.pop();
101     }
102     return root;
103 }
104
105 Node* buildNAryTree() {
106     int idx = 2;
107     Node *root = new Node(nums.front());
108     queue<Node*> q;
109     q.push(root);
110     while(idx < nums.size()) {
111         while((idx < nums.size()) && (nums[idx]
112             != null)) {
113             Node *current = new Node(nums[idx++]);
114             q.front()->children.push_back(current);
115             q.push(current);
116         }
117         idx++;
118         q.pop();
119     }
120     return root;
121 }
122
123 void deleteBinaryTree(TreeNode* root) {
124     if(root->left != NULL)
125         deleteBinaryTree(root->left);
126     if(root->right != NULL)
127         deleteBinaryTree(root->right);
128     delete root;
129     return;
130 }
131
132 void deleteNAryTree(Node* root) {
133     if(root == NULL) return;
134     for(int i=0; i<root->children.size(); i++) {
135         deleteNAryTree(root->children[i]);
136         delete root->children[i];
137     }
138     delete root;
139 }
140
141 void inorderTraversal(TreeNode* root) {
142     if(root == NULL) return;
143     inorderTraversal(root->left);
144     cout<<root->val<< ' ';
145     inorderTraversal(root->right);
146     return;
147 }
148
149 int main() {
150     return 0;
151 }

```

9 Section2

9.1 thm

• 中文測試

$$\cdot \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$