

Contents

1	ubuntu	1
1.1	run	1
1.2	cp.sh	1
2	Basic	1
2.1	ascii	1
2.2	limits	1
3	字串	1
3.1	最長迴文子字串	1
3.2	stringstream	2
4	STL	2
4.1	priority_queue	2
4.2	deque	2
4.3	map	2
4.4	unordered_map	3
4.5	set	3
4.6	multiset	3
4.7	unordered_set	3
4.8	單調隊列	3
5	sort	3
5.1	大數排序	3
6	math	4
6.1	質數與因數	4
6.2	快速冪	4
6.3	歐拉函數	5
7	algorithm	5
7.1	basic	5
7.2	binary search	5
7.3	prefix sum	5
7.4	差分	5
7.5	greedy	5
7.6	floyd warshall	8
7.7	dinic	8
7.8	SegmentTree	9
7.9	Nim Game	9
7.10	Trie	10
7.11	SPFA	10
8	動態規劃	10
8.1	LCS 和 LIS	10
9	Section2	11
9.1	thm	11

1 ubuntu

1.1 run

```
1| ~$ bash cp.sh PA
```

1.2 cp.sh

```
1| #!/bin/bash
2| clear
3| g++ $1.cpp -DDBG -o $1
4| if [[ "$?" == "0" ]]; then
5|     echo Running
6|     ./$1 < $1.in > $1.out
7|     echo END
8| fi
```

2 Basic

2.1 ascii

int	char	int	char	int	char
32		64	@	96	`
33	!	65	A	97	a
34	"	66	B	98	b
35	#	67	C	99	c
36	\$	68	D	100	d
37	%	69	E	101	e
38	&	70	F	102	f
39	'	71	G	103	g
40	(72	H	104	h
41)	73	I	105	i
42	*	74	J	106	j
43	+	75	K	107	k
44	,	76	L	108	l
45	-	77	M	109	m
46	.	78	N	110	n
47	/	79	O	111	o
48	0	80	P	112	p
49	1	81	Q	113	q
50	2	82	R	114	r
51	3	83	S	115	s
52	4	84	T	116	t
53	5	85	U	117	u
54	6	86	V	118	v
55	7	87	W	119	w
56	8	88	X	120	x
57	9	89	Y	121	y
58	:	90	Z	122	z
59	;	91	[123	{
60	<	92	\	124	
61	=	93]	125	}
62	>	94	^	126	~
63	?	95	_		

2.2 limits

	[Type]	[size]	[range]
1	char	1	127 to -128
2	signed char	1	127 to -128
3	unsigned char	1	0 to 255
4	short	2	32767 to -32768
5	int	4	2147483647 to -2147483648
6	unsigned int	4	0 to 4294967295
7	long	4	2147483647 to -2147483648
8	unsigned long	4	0 to 18446744073709551615
9	long long	8	
10			9223372036854775807 to -9223372036854775808
11	double	8	1.79769e+308 to 2.22507e-308
12	long double	16	1.18973e+4932 to 3.3621e-4932
13	float	4	3.40282e+38 to 1.17549e-38
14	unsigned long long	8	0 to 18446744073709551615
15	string	32	

3 字串

3.1 最長迴文子字串

```
1| #include<bits/stdc++.h>
2| #define T(x) ((x)%2 ? s[(x)/2] : '. ')
3| using namespace std;
4|
5| string s;
6| int n;
7|
8| int ex(int l,int r){
9|     int i=0;
10|     while(l-i>=0&&r+i<n&&T(l-i)==T(r+i)) i++;
11|     return i;
12| }
13|
14| int main(){
15|     cin>>s;
```

```

16 n=2*s.size()+1;
17 int mx=0;
18 int center=0;
19 vector<int> r(n);
20 int ans=1;
21 r[0]=1;
22 for(int i=1;i<n;i++){
23     int ii=center-(i-center);
24     int len=mx-i+1;
25     if(i>mx){
26         r[i]=ex(i,i);
27         center=i;
28         mx=i+r[i]-1;
29     }
30     else if(r[ii]==len){
31         r[i]=len+ex(i-len,i+len);
32         center=i;
33         mx=i+r[i]-1;
34     }
35     else r[i]=min(r[ii],len);
36     ans=max(ans,r[i]);
37 }
38 cout<<ans-1<<"\n";
39 return 0;
40 }

```

3.2 stringstream

```

1 string s,word;
2 stringstream ss;
3 getline(cin,s);
4 ss<<s;
5 while(ss>>word) cout<<word<<endl;

```

4 STL

4.1 priority_queue

```

1 priority_queue: 優先隊列，資料預設由大到小排序。
2
3 讀取優先權最高的值：
4     x = pq.top();
5     pq.pop(); //讀取後刪除
6 判斷是否為空的priority_queue：
7     pq.empty() //回傳 true
8     pq.size() //回傳 0
9 如需改變priority_queue的優先權定義：
10    priority_queue<T> pq; //預設由大到小
11    priority_queue<T, vector<T>, greater<T> > pq;
12                                //改成由小到大
13    priority_queue<T, vector<T>, cmp> pq; //cmp

```

4.2 deque

```

1 deque 是 C++ 標準模板函式庫
2     (Standard Template Library, STL)
3     中的雙向佇列容器 (Double-ended Queue) ,
4     跟 vector 相似，不過在 vector
5     中若是要添加新元素至開端，
6     其時間複雜度為 O(N)，但在 deque 中則是 O(1)。
7     同樣也能在我們需要儲存更多元素的時候自動擴展空間，
8     讓我們不必煩惱佇列長度的問題。
9 dq.push_back() //在 deque 的最尾端新增元素
10 dq.push_front() //在 deque 的開頭新增元素
11 dq.pop_back() //移除 deque 最尾端的元素
12 dq.pop_front() //移除 deque 最開頭的元素
13 dq.back() //取出 deque 最尾端的元素
14 dq.front() //回傳 deque 最開頭的元素

```

```

14 dq.insert()
15 dq.insert(position, n, val)
16     position: 插入元素的 index 值
17     n: 元素插入次數
18     val: 插入的元素值
19 dq.erase()
20 //刪除元素，需要使用迭代器指定刪除的元素或位置，
21 //同時也會返回指向刪除元素下一元素的迭代器。
22 dq.clear() //清空整個 deque 佇列。
23 dq.size() //檢查 deque 的尺寸
24 dq.empty() //如果 deque 佇列為空返回 1；
25 //若是存在任何元素，則返回 0
26 dq.begin() //返回一個指向 deque 開頭的迭代器
27 dq.end() //指向 deque 結尾，
28 //不是最後一個元素，
29 //而是最後一個元素的下一個位置

```

4.3 map

```

1 map: 存放 key-value pairs 的映射資料結構，
2     會按 key 由小到大排序。
3 元素存取
4 operator[]: 存取指定的[i]元素的資料
5
6 迭代器
7 begin(): 回傳指向map頭部元素的迭代器
8 end(): 回傳指向map末尾的迭代器
9 rbegin(): 回傳一個指向map尾部的反向迭代器
10 rend(): 回傳一個指向map頭部的反向迭代器
11
12 遍歷整個map時，利用iterator操作：
13 取key: it->first 或 (*it).first
14 取value: it->second 或 (*it).second
15
16 容量
17 empty(): 檢查容器是否為空，空則回傳 true
18 size(): 回傳元素數量
19 max_size(): 回傳可以容納的最大元素個數
20
21 修改器
22 clear(): 刪除所有元素
23 insert(): 插入元素
24 erase(): 刪除一個元素
25 swap(): 交換兩個map
26
27 查找
28 count(): 回傳指定元素出現的次數
29 find(): 查找一個元素
30
31 //實作範例
32 #include <bits/stdc++.h>
33 using namespace std;
34 int main(){
35     //declaration container and iterator
36     map<string, string> mp;
37     map<string, string>::iterator iter;
38     map<string, string>::reverse_iterator iter_r;
39
40     //insert element
41     mp.insert(pair<string, string>
42         ("r000", "student_zero"));
43     mp["r123"] = "student_first";
44     mp["r456"] = "student_second";
45
46     //traversal
47     for(iter=mp.begin();iter!=mp.end();iter++){
48         cout<<iter->first<<" "
49             <<iter->second<<endl;
50     }
51     for(iter_r=mp.rbegin();iter_r!=mp.rend();iter_r++){
52         cout<<iter_r->first<<" "
53             <<iter_r->second<<endl;
54     }
55 }

```

```

52 |
53 | //find and erase the element
54 | iter=mp.find("r123");
55 | mp.erase(iter);
56 | iter=mp.find("r123");
57 | if(iter!=mp.end())
58 |     cout<<"Find, the value is "
59 |         <<iter->second<<endl;
60 | else cout<<"Do not Find"<<endl;
61 | return 0;
62 | }

```

4.4 unordered_map

1 unordered_map：存放 key-value pairs
 2 的「無序」映射資料結構。
 3 用法與map相同

4.5 set

```

1 | set： 集合，去除重複的元素，資料由小到大排序。
2 |
3 | 取值： 使用iterator
4 |     x = *st.begin();
5 |         // set中的第一個元素(最小的元素)。
6 |     x = *st.rbegin();
7 |         // set中的最後一個元素(最大的元素)。
8 |
9 | 判斷是否為空的set：
10 |     st.empty() 回傳true
11 |     st.size() 回傳零
12 |
13 | 常用來搭配的member function：
14 |     st.count(x);
15 |     auto it = st.find(x);
16 |         // binary search, O(log(N))
17 |     auto it = st.lower_bound(x);
18 |         // binary search, O(log(N))
19 |     auto it = st.upper_bound(x);
20 |         // binary search, O(log(N))

```

4.6 multiset

```

1 | 與 set 用法雷同，但會保留重複的元素。
2 | 資料由小到大排序。
3 | 宣告：
4 |     multiset<int> st;
5 | 刪除資料：
6 |     st.erase(val);
7 |         //會刪除所有值為 val 的元素。
8 |     st.erase(st.find(val));
9 |         //只刪除第一個值為 val 的元素。

```

4.7 unordered_set

```

1 | unordered_set 的實作方式通常是用雜湊表(hash table)，
2 | 資料插入和查詢的時間複雜度很低，為常數級別O(1)，
3 | 相對的代價是消耗較多的記憶體，空間複雜度較高，
4 | 無自動排序功能。
5 |
6 | unordered_set 判斷元素是否存在
7 | unordered_set<int> myunordered_set;
8 | myunordered_set.insert(2);
9 | myunordered_set.insert(4);
10 | myunordered_set.insert(6);
11 | cout << myunordered_set.count(4) << "\n"; // 1
12 | cout << myunordered_set.count(8) << "\n"; // 0

```

4.8 單調隊列

```

1 | //單調隊列
2 | "如果一個選手比你小還比你強，你就可以退役了。"--單調隊列
3 |
4 | example
5 |
6 | 給出一個長度為 n 的數組，
7 | 輸出每 k 個連續的數中的最大值和最小值。
8 |
9 | #include <bits/stdc++.h>
10 | #define maxn 1000100
11 | using namespace std;
12 | int q[maxn], a[maxn];
13 | int n, k;
14 |
15 | void getmin() {
16 |     // 得到這個隊列裡的最小值，直接找到最後的就行了
17 |     int head=0, tail=0;
18 |     for(int i=1; i<=k; i++) {
19 |         while(head<=tail&&a[q[tail]]>=a[i]) tail--;
20 |         q[++tail]=i;
21 |     }
22 |     for(int i=k; i<=n; i++) {
23 |         while(head<=tail&&a[q[tail]]>=a[i]) tail--;
24 |         q[++tail]=i;
25 |         while(q[head]<=i-k) head++;
26 |         cout<<a[q[head]]<<" ";
27 |     }
28 |     cout<<endl;
29 | }
30 |
31 | void getmax() { // 和上面同理
32 |     int head=0, tail=0;
33 |     for(int i=1; i<=k; i++) {
34 |         while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i]) tail--;
35 |         q[++tail]=i;
36 |     }
37 |     for(int i=k; i<=n; i++) {
38 |         while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i]) tail--;
39 |         q[++tail]=i;
40 |         while(q[head]<=i-k) head++;
41 |         cout<<a[q[head]]<<" ";
42 |     }
43 |     cout<<endl;
44 | }
45 |
46 | int main(){
47 |     cin>>n>>k; //每k個連續的數
48 |     for(int i=1; i<=n; i++) cin>>a[i];
49 |     getmin();
50 |     getmax();
51 |     return 0;
52 | }

```

5 sort

5.1 大數排序

```

1 | #python大數排序
2 |
3 | while True:
4 |     try:
5 |         n = int(input()) # 有幾筆數字需要排序
6 |         arr = [] # 建立空串列
7 |         for i in range(n):
8 |             arr.append(int(input())) # 依序將數字存入串列
9 |         arr.sort() # 串列排序
10 |         for i in arr:
11 |             print(i) # 依序印出串列中每個項目
12 |     except:
13 |         break

```

6 math

6.1 質數與因數

```

1 埃氏篩法
2  int n;
3  vector<int> isprime(n+1,1);
4  isprime[0]=isprime[1]=0;
5  for(int i=2;i<=n;i++){
6      if(isprime[i])
7          for(int j=i*i;j<=n;j+=i) isprime[j]=0;
8  }
9
10 歐拉篩O(n)
11 #define MAXN 47000 //sqrt(2^31)=46,340...
12 bool isPrime[MAXN];
13 int prime[MAXN];
14 int primeSize=0;
15 void getPrimes(){
16     memset(isPrime,true,sizeof(isPrime));
17     isPrime[0]=isPrime[1]=false;
18     for(int i=2;i<MAXN;i++){
19         if(isPrime[i]) prime[primeSize++]=i;
20         for(int
21             j=0;j<primeSize&&i*prime[j]<=MAXN;++j){
22             isPrime[i*prime[j]]=false;
23             if(i%prime[j]==0) break;
24         }
25     }
26
27 最大公因數 O(log(min(a,b)))
28 int GCD(int a,int b){
29     if(b==0) return a;
30     return GCD(b,a%b);
31 }
32
33 質因數分解
34 void primeFactorization(int n){
35     for(int i=0;i<(int)p.size();++i){
36         if(p[i]*p[i]>n) break;
37         if(n%p[i]) continue;
38         cout<<p[i]<<' ';
39         while(n%p[i]==0) n/=p[i];
40     }
41     if(n!=1) cout<<n<<' ';
42     cout<<'\\n';
43 }
44
45 擴展歐幾里得算法
46 //ax+by=GCD(a,b)
47 #include <bits/stdc++.h>
48 using namespace std;
49
50 int ext_euc(int a,int b,int &x,int &y){
51     if(b==0){
52         x=1,y=0;
53         return a;
54     }
55     int d=ext_euc(b,a%b,y,x);
56     y-=a/b*x;
57     return d;
58 }
59
60 int main(){
61     int a,b,x,y;
62     cin>>a>>b;
63     ext_euc(a,b,x,y);
64     cout<<x<<' '<<y<<endl;
65     return 0;
66 }
67
68
69 歌德巴赫猜想

```

```

71 solution : 把偶數 N (6≤N≤10^6) 寫成兩個質數的和。
72 #include <iostream>
73 using namespace std;
74 #define N 20000000
75 int ox[N],p[N],pr;
76 void PrimeTable(){
77     ox[0]=ox[1]=1;
78     pr=0;
79     for(int i=2;i<N;i++){
80         if(!ox[i]) p[pr++]=i;
81         for(int j=0;i*p[j]<N&&j<pr;j++)
82             ox[i*p[j]]=1;
83     }
84 }
85
86 int main(){
87     PrimeTable();
88     int n;
89     while(cin>>n,n){
90         int x;
91         for(x=1;;x+=2)
92             if(!ox[x]&&!ox[n-x]) break;
93         printf("%d = %d + %d\\n",n,x,n-x);
94     }
95 }
96
97 problem : 給定整數 N ,
98 求 N 最少可以拆成多少個質數的和。
99 如果 N 是質數,則答案為 1。
100 如果 N 是偶數(不包含2),則答案為 2 (強歌德巴赫猜想)。
101 如果 N 是奇數且 N-2 是質數,則答案為 2 (2+質數)。
102 其他狀況答案為 3 (弱歌德巴赫猜想)。
103 #include<bits/stdc++.h>
104 using namespace std;
105
106 bool isPrime(int n){
107     for(int i=2;i<n;++i){
108         if(i>n) return true;
109         if(n%i==0) return false;
110     }
111     return true;
112 }
113
114 int main(){
115     int n;
116     cin>>n;
117     if(isPrime(n)) cout<<"1\\n";
118     else if(n%2==0||isPrime(n-2)) cout<<"2\\n";
119     else cout<<"3\\n";
120 }

```

6.2 快速幂

```

1 計算a^b
2 #include<iostream>
3 #define ll long long
4 using namespace std;
5
6 const ll MOD=1000000007;
7 ll fp(ll a, ll b) {
8     int ans=1;
9     while(b>0){
10         if(b&1) ans=ans*a%MOD;
11         a=a*a%MOD;
12         b>>=1;
13     }
14     return ans;
15 }
16
17 int main() {
18     int a,b;
19     cin>>a>>b;
20     cout<<fp(a,b);
21 }

```

6.3 歐拉函數

```

1 //計算閉區間 [1,n] 中的正整數與 n 互質的個數
2
3 int phi(){
4     int ans=n;
5     for(int i=2;i*i<=n;i++){
6         if(n%i==0){
7             ans=ans-ans/i;
8             while(n%i==0) n/=i;
9         }
10    }
11    if(n>1) ans=ans-ans/n;
12    return ans;
13 }
```

7 algorithm

7.1 basic

```

1 min_element：找尋最小元素
2 min_element(first, last)
3 max_element：找尋最大元素
4 max_element(first, last)
5 sort：排序，預設由小排到大。
6 sort(first, last)
7 sort(first, last, cmp)：可自行定義比較運算子 cmp。
8 find：尋找元素。
9 find(first, last, val)
10 lower_bound：尋找第一個小於 x 的元素位置，
11     如果不存在，則回傳 last。
12 lower_bound(first, last, val)
13 upper_bound：尋找第一個大於 x 的元素位置，
14     如果不存在，則回傳 last。
15 upper_bound(first, last, val)
16 next_permutation：將序列順序轉換成下一個字典序，
17     如果存在回傳 true，反之回傳 false。
18 next_permutation(first, last)
19 prev_permutation：將序列順序轉換成上一個字典序，
20     如果存在回傳 true，反之回傳 false。
21 prev_permutation(first, last)
```

7.2 binary search

```

1 int binary_search(vector<int> &nums, int target) {
2     int left=0, right=nums.size()-1;
3     while(left<=right){
4         int mid=(left+right)/2;
5         if (nums[mid]>target) right=mid-1;
6         else if(nums[mid]<target) left=mid+1;
7         else return mid+1;
8     }
9     return 0;
10 }
11
12 lower_bound(a, a + n, k); //最左邊 ≥ k 的位置
13 upper_bound(a, a + n, k); //最左邊 > k 的位置
14 upper_bound(a, a + n, k) - 1; //最右邊 ≤ k 的位置
15 lower_bound(a, a + n, k) - 1; //最右邊 < k 的位置
16 (lower_bound, upper_bound) //等於 k 的範圍
17 equal_range(a, a+n, k);
```

7.3 prefix sum

```

1 // 前綴和
2 陣列前n項的和。
3 b[i]=a[0]+a[1]+a[2]+ ... +a[i]
4 區間和 [l, r]：b[r]-b[l-1] (要保留b[l]所以-1)
```

```

5
6 #include<bits/stdc++.h>
7 using namespace std;
8 int main(){
9     int n;
10    cin>>n;
11    int a[n],b[n];
12    for(int i=0;i<n;i++) cin>>a[i];
13    b[0]=a[0];
14    for(int i=1;i<n;i++) b[i]=b[i-1]+a[i];
15    for(int i=0;i<n;i++) cout<<b[i]<<' ';
16    cout<<'\\n';
17    int l,r;
18    cin>>l>>r;
19    cout<<b[r]-b[l-1]; //區間和
20 }
```

7.4 差分

```

1 // 差分
2 用途：在區間 [l, r] 加上一個數字v。
3 b[l] += v; (b[0~l] 加上v)
4 b[r+1] -= v; (b[r+1~n] 減去v (b[r] 仍保留v))
5 給的 a[] 是前綴和數列，建構 b[]，
6 因為 a[i] = b[0] + b[1] + b[2] + ... + b[i]，
7 所以 b[i] = a[i] - a[i-1]。
8 在 b[l] 加上 v，b[r+1] 減去 v，
9 最後再從 0 跑到 n 使 b[i] += b[i-1]。
10 這樣一來，b[] 是一個在某區間加上v的前綴和。
11
12 #include <bits/stdc++.h>
13 using namespace std;
14 int a[1000], b[1000];
15 // a: 前綴和數列, b: 差分數列
16 int main(){
17     int n, l, r, v;
18     cin >> n;
19     for(int i=1; i<=n; i++){
20         cin >> a[i];
21         b[i] = a[i] - a[i-1]; //建構差分數列
22     }
23     cin >> l >> r >> v;
24     b[l] += v;
25     b[r+1] -= v;
26
27     for(int i=1; i<=n; i++){
28         b[i] += b[i-1];
29         cout << b[i] << ' ';
30     }
31 }
```

7.5 greedy

```

1 //貪心
2 貪心演算法的核心為，
3 採取在目前狀態下最好或最佳（即最有利）的選擇。
4 貪心演算法雖然能獲得當前最佳解，
5 但不保證能獲得最後（全域）最佳解，
6 提出想法後可以先試圖尋找有沒有能推翻原本的想法的反例，
7 確認無誤再實作。
8
9
10 霍夫曼樹的變形題
11 //problem
12 給定 N 個數，每次將兩個數 a,b 合併成 a+b，
13 只到最後只剩一個數，合併成本為兩數和，
14 問最小合併成本為多少。
15
16 //solution
17 每次將最小的兩數合併起來。
18
```

```

19 //code
20 #include <bits/stdc++.h>
21 using namespace std;
22 int main()
23 {
24     int n, x;
25     while (cin >> n, n){
26         priority_queue<int, vector<int>, greater<int>>
27             q;
28         while (n--){
29             cin >> x;
30             q.push(x);
31         }
32         long long ans = 0;
33         while (q.size() > 1){
34             x = q.top();
35             q.pop();
36             x += q.top();
37             q.pop();
38             q.push(x);
39             ans += x;
40         }
41         cout << ans << endl;
42     }
43 }

```

刪數字問題

//problem

給定一個數字 $N(\leq 10^{100})$ ，需要刪除 K 個數字，
請問刪除 K 個數字後最小的數字為何？

//solution

刪除滿足第 i 位數大於第 $i+1$ 位數的最左邊第 i 位數，
扣除高位數的影響較扣除低位數的大。

//code

```

54 int main()
55 {
56     string s;
57     int k;
58     cin >> s >> k;
59     for (int i = 0; i < k; ++i){
60         if ((int)s.size() == 0) break;
61         int pos = (int)s.size() - 1;
62         for (int j = 0; j < (int)s.size() - 1; ++j){
63             if (s[j] > s[j + 1]){
64                 pos = j;
65                 break;
66             }
67         }
68         s.erase(pos, 1);
69     }
70     while ((int)s.size() > 0 && s[0] == '0')
71         s.erase(0, 1);
72     if ((int)s.size() > 0) cout << s << '\n';
73     else cout << 0 << '\n';
74 }

```

區間覆蓋長度

//problem

給定 n 條線段區間為 $[Li, Ri]$ ，
請問這些線段的覆蓋所覆蓋的長度？

//solution

先將所有區間依照左界由小到大排序，
左界相同依照右界由小到大排序，
用一個變數 R 紀錄目前最大可以覆蓋到的右界。
如果目前區間左界 $\leq R$ ，代表該區間可以和前面的線段合併。

//code

```

89 struct Line
90 {
91     int L, R;
92     bool operator<(const Line &rhs) const
93     {

```

```

94         if (L != rhs.L) return L < rhs.L;
95         return R < rhs.R;
96     }
97 };
98
99 int main(){
100     int n;
101     Line a[10005];
102     while (cin >> n){
103         for (int i = 0; i < n; i++){
104             cin >> a[i].L >> a[i].R;
105         }
106         sort(a, a + n);
107         int ans = 0, L = a[0].L, R = a[0].R;
108         for (int i = 1; i < n; i++){
109             if (a[i].L < R) R = max(R, a[i].R);
110             else{
111                 ans += R - L;
112                 L = a[i].L;
113                 R = a[i].R;
114             }
115         }
116         cout << ans + (R - L) << '\n';
117     }
118 }
119

```

最小區間覆蓋長度

//problem

給定 n 條線段區間為 $[Li, Ri]$ ，
請問最少要選幾個區間才能完全覆蓋 $[0, S]$ ？

//solution

先將所有區間依照左界由小到大排序，
對於當前區間 $[Li, Ri]$ ，要從左界 $> Ri$ 的所有區間中，
找到有著最大的右界的區間，連接當前區間。

//problem

長度 n 的直線中有數個加熱器，
在 x 的加熱器可以讓 $[x-r, x+r]$ 內的物品加熱，
問最少要幾個加熱器可以把 $[0, n]$ 的範圍加熱。

//solution

對於最左邊沒加熱的點 a ，選擇最遠可以加熱 a 的加熱器，
更新已加熱範圍，重複上述動作繼續尋找加熱器。

//code

```

140 int main(){
141     int n, r;
142     int a[1005];
143     cin >> n >> r;
144     for (int i=1; i<=n; ++i) cin>>a[i];
145     int i = 1, ans = 0;
146     while (i <= n){
147         int R=min(i+r-1, n), L=max(i-r+1, 0)
148         int nextR=-1;
149         for (int j = R; j >= L; --j){
150             if (a[j]){
151                 nextR = j;
152                 break;
153             }
154         }
155         if (nextR == -1){
156             ans = -1;
157             break;
158         }
159         ++ans;
160         i = nextR + r;
161     }
162     cout << ans << '\n';
163 }

```

最多不重疊區間

//problem

給你 n 條線段區間為 $[Li, Ri]$ ，
請問最多可以選擇幾條不重疊的線段(頭尾可相連)？


```

170
171 //solution
172 依照右界由小到大排序，
173 每次取到一個不重疊的線段，答案 +1。
174
175 //code
176 struct Line
177 {
178     int L, R;
179     bool operator<(const Line &rhs) const {
180         return R < rhs.R;
181     }
182 };
183
184 int main(){
185     int t;
186     cin >> t;
187     Line a[30];
188     while (t--){
189         int n = 0;
190         while (cin>>a[n].L>>a[n].R, a[n].L||a[n].R)
191             ++n;
192         sort(a, a + n);
193         int ans = 1, R = a[0].R;
194         for (int i = 1; i < n; i++){
195             if (a[i].L >= R){
196                 ++ans;
197                 R = a[i].R;
198             }
199         }
200         cout << ans << '\n';
201     }
202 }
203
204 區間選點問題
205 //problem
206 給你 n 條線段區間為 [Li,Ri]，
207 請問至少要取幾個點才能讓每個區間至少包含一個點？
208
209 //solution
210 將區間依照右界由小到大排序，R=第一個區間的右界，
211 遍歷所有區段，如果當前區間左界>R，
212 代表必須多選一個點 (ans+=1)，並將 R=當前區間右界。
213
214 //problem
215 給定 N 個座標，要在 x 軸找到最小的點，
216 讓每個座標至少和一個點距離 ≤ D。
217
218 //solution
219 以每個點 (xi,yi) 為圓心半徑為 D 的圓 C，
220 求出 C 和 x 軸的交點 Li,Ri，題目轉變成區間選點問題。
221
222 //code
223 struct Line
224 {
225     int L, R;
226     bool operator<(const Line &rhs) const {
227         return R < rhs.R;
228     }
229 };
230
231 int main(){
232     int t;
233     cin >> t;
234     Line a[30];
235     while (t--){
236         int n = 0;
237         while (cin>>a[n].L>>a[n].R, a[n].L||a[n].R)
238             ++n;
239         sort(a, a + n);
240         int ans = 1, R = a[0].R;
241         for (int i = 1; i < n; i++){
242             if (a[i].L >= R){
243                 ++ans;
244                 R = a[i].R;
245

```

```

246     }
247     }
248     cout << ans << '\n';
249 }
250 }
251
252 最小化最大延遲問題
253 //problem
254 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 Ti，
255 期限是 Di，第 i 項工作延遲的時間為 Li=max(0,Fi-Di)，
256 原本Fi 為第 i 項工作的完成時間，
257 求一種工作排序使 maxLi 最小。
258
259 //solution
260 按照到期時間從早到晚處理。
261
262 //code
263 struct Work
264 {
265     int t, d;
266     bool operator<(const Work &rhs) const {
267         return d < rhs.d;
268     }
269 };
270
271 int main(){
272     int n;
273     Work a[10000];
274     cin >> n;
275     for (int i = 0; i < n; ++i)
276         cin >> a[i].t >> a[i].d;
277     sort(a, a + n);
278     int maxL = 0, sumT = 0;
279     for (int i = 0; i < n; ++i){
280         sumT += a[i].t;
281         maxL = max(maxL, sumT - a[i].d);
282     }
283     cout << maxL << '\n';
284 }
285
286 最少延遲數量問題
287 //problem
288 給定 N 個工作，每個工作的需要處理時長為 Ti，
289 期限是 Di，求一種工作排序使得逾期工作數量最小。
290
291 //solution
292 期限越早到期的工作越先做。將工作依照到期時間從早到晚排序，
293 依序放入工作列表中，如果發現有工作預期，
294 就從目前選擇的工作中，移除耗時最長的工作。
295
296 上述方法為 Moore-Hodgson s Algorithm。
297
298 //problem
299 給定烏龜的重量和可承受重量，問最多可以疊幾隻烏龜？
300
301 和最少延遲數量問題是相同的問題，只要將題敘做轉換。
302
303 工作處理時長 → 烏龜重量
304 工作期限 → 烏龜可承受重量
305 多少工作不延期 → 可以疊幾隻烏龜
306
307 //code
308 struct Work{
309     int t, d;
310     bool operator<(const Work &rhs) const {
311         return d < rhs.d;
312     }
313 };
314
315 int main(){
316     int n = 0;
317     Work a[10000];
318     priority_queue<int> pq;
319

```

```

321 while(cin >> a[n].t >> a[n].d)
322     ++n;
323 sort(a, a + n);
324 int sumT = 0, ans = n;
325 for (int i = 0; i < n; ++i){
326     pq.push(a[i].t);
327     sumT += a[i].t;
328     if(a[i].d < sumT){
329         int x = pq.top();
330         pq.pop();
331         sumT -= x;
332         --ans;
333     }
334 }
335 cout << ans << '\n';
336 }

```

任務調度問題

338 **//problem**
 339 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 T_i ，
 340 期限是 D_i ，如果第 i 項工作延遲需要受到 p_i 單位懲罰，
 341 請問最少會受到多少單位懲罰。

342 **//solution**
 343 依照懲罰由大到小排序，
 344 每項工作依序嘗試可不可以放在 $D_i - T_i + 1, D_i - T_i, \dots, 1, 0$ ，
 345 如果有空間就放進去，否則延後執行。

346 **//problem**
 347 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 T_i ，
 348 期限是 D_i ，如果第 i 項工作在期限內完成會獲得 a_i
 349 單位獎勵，
 350 請問最多會獲得多少單位獎勵。

351 **//solution**
 352 和上題相似，這題變成依照獎勵由大到小排序。

```

353 //code
354 struct Work
355 {
356     int d, p;
357     bool operator <(const Work &rhs) const {
358         return p > rhs.p;
359     }
360 };
361
362 int main(){
363     int n;
364     Work a[100005];
365     bitset<100005> ok;
366     while (cin >> n){
367         ok.reset();
368         for (int i = 0; i < n; ++i)
369             cin >> a[i].d >> a[i].p;
370         sort(a, a + n);
371         int ans = 0;
372         for (int i = 0; i < n; ++i){
373             int j = a[i].d;
374             while (j--){
375                 if (!ok[j]){
376                     ans += a[i].p;
377                     ok[j] = true;
378                     break;
379                 }
380             }
381         }
382         cout << ans << '\n';
383     }
384 }

```

多機調度問題

388 **//problem**
 389 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 T_i ，
 390 有 M 台機器可執行多項工作，但不能將工作拆分，
 391 最快可以在什麼時候完成所有工作？

```

392 //solution
393 將工作由大到小排序，每項工作交給最快空閒的機器。
394 //code
395 int main(){
396     int n, m;
397     int a[10000];
398     cin >> n >> m;
399     for (int i = 0; i < n; ++i)
400         cin >> a[i];
401     sort(a, a + n, greater<int>());
402     int ans = 0;
403     priority_queue<int, vector<int>, greater<int>>> pq;
404     for (int i = 0; i < m && i < n; ++i){
405         ans = max(ans, a[i]);
406         pq.push(a[i]);
407     }
408     for (int i = m; i < n; ++i){
409         int x = pq.top();
410         pq.pop();
411         x += a[i];
412         ans = max(ans, x);
413         pq.push(x);
414     }
415     cout << ans << '\n';
416 }

```

7.6 floyd warshall

```

1 int w[n][n];
2 int d[n][n];
3 int medium[n][n];
4 // 由i點到j點的路徑，其中繼點為medium[i][j]。
5
6 void floyd_warshall(){
7     for(int i=0;i<n;i++){
8         for(int j=0;j<n;j++){
9             d[i][j]=w[i][j];
10            medium[i][j]=-1;
11            // 預設為沒有中繼點
12        }
13    }
14    for(int i=0;i<n;i++) d[i][i]=0;
15    for(int k=0;k<n;k++){
16        for(int i=0;i<n;i++){
17            for(int j=0;j<n;j++){
18                if(d[i][k]+d[k][j]<d[i][j]){
19                    d[i][j]=d[i][k]+d[k][j];
20                    medium[i][j]=k;
21                    // 由i點走到j點經過了k點
22                }
23            }
24        }
25    }
26    // 這支函式並不會印出起點和終點，必須另行印出。
27    void find_path(int s,int t){ // 印出最短路徑
28        if(medium[s][t]==-1) return; // 沒有中繼點就結束
29        find_path(s,medium[s][t]); // 前半段最短路徑
30        cout<<medium[s][t]; // 中繼點
31        find_path(medium[s][t],t); // 後半段最短路徑
32    }

```

7.7 dinic

```

1 #include <stdio.h>
2 #include <string.h>
3 #include <queue>
4 #define MAXNODE 105
5 #define oo 1e9
6 using namespace std;
7
8 int nodeNum;
9 int graph[MAXNODE][MAXNODE];
10 int levelGraph[MAXNODE];

```



```

11 bool canReachSink[MAXNODE];
12
13 bool bfs(int from, int to){
14     memset(levelGraph,0,sizeof(levelGraph));
15     levelGraph[from]=1;
16     queue<int> q;
17     q.push(from);
18     int currentNode;
19     while(!q.empty()){
20         currentNode=q.front();
21         q.pop();
22         for(int nextNode=1;nextNode<=nodeNum
23             ;++nextNode){
24             if((levelGraph[nextNode]==0)&&
25                 graph[currentNode][nextNode]>0){
26                 levelGraph[nextNode]=
27                     levelGraph[currentNode]+1;
28                 q.push(nextNode);
29             }
30             if((nextNode==to)&&
31                 (graph[currentNode][nextNode]>0))
32                 return true;
33         }
34     }
35     return false;
36 }
37
38 int dfs(int from, int to, int bottleNeck){
39     if(from == to) return bottleNeck;
40     int outFlow = 0;
41     int flow;
42     for(int nextNode=1;nextNode<=nodeNum;++nextNode){
43         if((graph[from][nextNode]>0)&&
44             (levelGraph[from]==levelGraph[nextNode]-1)&&
45             canReachSink[nextNode]){
46             flow=dfs(nextNode, to,
47                 min(graph[from][nextNode],bottleNeck));
48             graph[from][nextNode]-=flow; //貪心
49             graph[nextNode][from]+=flow; //反悔路
50             outFlow+=flow;
51             bottleNeck-=flow;
52         }
53         if(bottleNeck==0) break;
54     }
55     if(outFlow==0) canReachSink[from]=false;
56     return outFlow;
57 }
58
59 int dinic(int from, int to){
60     int maxFlow=0;
61     while(bfs(from, to)){
62         memset(canReachSink,1,sizeof(canReachSink));
63         maxFlow += dfs(from, to, oo);
64     }
65     return maxFlow;
66 }
67
68 int main(){
69     int from, to, edgeNum;
70     int NetWorkNum = 1;
71     int maxFlow;
72     while(scanf("%d",&nodeNum)!=EOF&&nodeNum!=0){
73         memset(graph, 0, sizeof(graph));
74         scanf("%d %d %d", &from, &to, &edgeNum);
75         int u, v, w;
76         for (int i = 0; i < edgeNum; ++i){
77             scanf("%d %d %d", &u, &v, &w);
78             graph[u][v] += w;
79             graph[v][u] += w;
80         }
81         maxFlow = dinic(from, to);
82         printf("Network %d\n", NetWorkNum++);
83         printf("The bandwidth is %d.\n\n", maxFlow);
84     }
85     return 0;

```

7.8 SegmentTree

```

1 struct node{
2     int val;
3     node *l,*r;
4     node(int v=0):val(v){};
5     node(node* l,node* r):l(l),r(r){pull();}
6     void pull(){val=min(l->val,r->val);}
7     //l->val就是(*l).val，注意.的優先順序比*還高
8 };
9
10 int v[N]; //原數列
11 node* build(int l,int r){
12     if(l+1==r) return new node(v[l]);
13     int mid=(l+r)/2;
14     return new node(build(l,mid),build(mid,r));
15 }
16
17 void modify(node* a,int l,int r,int pos,int k){
18     //把pos位置的值換成k
19     if(l+1==r){a->val=k;return;}
20     int mid=(l+r)/2;
21     if(pos<mid) modify(a->l,l,mid,pos,k);
22     else modify(a->r,mid,r,pos,k);
23     a->pull();
24 }
25
26 int query(node* a,int l,int r,int ql,int qr){
27     //查詢[ql,qr]範圍的最小值
28     if(r<=ql||qr<=l) return inf;
29     if(ql<=l&&r<=qr) return a->val;
30     int mid=(l+r)/2;
31     return min(query(a->l,l,mid,ql,qr),
32               query(a->r,mid,r,ql,qr));
33 }

```

7.9 Nim Game

```

1 //兩人輪流取銅板，每人每次需在某堆取一枚以上的銅板，
2 //但不能同時在兩堆取銅板，直到最後，
3 //將銅板拿光的人贏得此遊戲。
4
5 #include <bits/stdc++.h>
6 #define maxn 23+5
7 using namespace std;
8
9 int SG[maxn];
10 int visited[1000+5];
11 int pile[maxn],ans;
12
13 void calculateSG(){
14     SG[0]=0;
15     for(int i=1;i<=maxn;i++){
16         int cur=0;
17         for(int j=0;j<i;j++)
18             for(int k=0;k<=j;k++)
19                 visited[SG[j]^SG[k]]=i;
20         while(visited[cur]==i) cur++;
21         SG[i]=cur;
22     }
23 }
24
25 int main(){
26     calculateSG();
27     int Case=0,n;
28     while(cin>>n,n){
29         ans=0;
30         for(int i=1;i<=n;i++) cin>>pile[i];
31         for(int i=1;i<=n;i++) if(pile[i]&1)
32             ans^=SG[n-i];
33         cout<<"Game "<<Case<<" : ";
34         if(!ans) cout<<"-1 -1 -1\n";
35         else{
36             bool flag=0;

```

```

36     for(int i=1;i<=n;i++){
37         if(pile[i]){
38             for(int j=i+1;j<=n;j++){
39                 for(int k=j;k<=n;k++){
40                     if((SG[n-i]^SG[n-j]^SG[n-k])==ans){
41                         cout<<i-1<<" "<<j-1<<" "<<k-1<<endl;
42                         flag=1;
43                         break;
44                     }
45                 }
46             if(flag) break;
47         }
48     if(flag) break;
49 }
50 }
51 }
52 }
53 return 0;
54 }
55
56 /*
57 input
58 4 1 0 1 100
59 3 1 0 5
60 2 2 1
61 0
62 output
63 Game 1: 0 2 3
64 Game 2: 0 1 1
65 Game 3: -1 -1 -1
66 */

```

7.10 Trie

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 #define word_maxn 4000*100+5
3 #define str_maxn 300000+5
4 #define sigma_num 26
5 #define MOD 20071027
6 using namespace std;
7
8 int dp[str_maxn];
9 char S[str_maxn];
10 char wd[100+5];
11
12 struct Trie{
13     int ch[word_maxn][sigma_num];
14     int val[word_maxn];
15     int seq;
16     void init(){
17         seq=1;
18         memset(ch,0,sizeof(ch));
19     }
20     void insertion(char *s){
21         int row=0,n=strlen(s);
22         for(int i=0;i<n;i++){
23             int letter_no=s[i]-'a';
24             if(ch[row][letter_no]==0){
25                 ch[row][letter_no]=seq;
26                 memset(ch[seq],0,sizeof(ch[seq]));
27                 val[seq++]=0;
28             }
29             row=ch[row][letter_no];
30         }
31         val[row]=n;
32     }
33     void find_prefix(char *s,int len,vector<int>&vc){
34         int row=0;
35         for(int i=0;i<len;i++){
36             int letter_no=s[i]-'a';
37             if(ch[row][letter_no]==0) return;
38             row=ch[row][letter_no];
39             if(val[row]) vc.push_back(val[row]);
40         }
41     }
42 }tr;

```

```

43
44 int main(){
45     int Case=1;
46     while(cin>>S){
47         int n;
48         cin>>n;
49         tr.init();
50         for(int i=0;i<n;i++){
51             cin>>wd;
52             tr.insertion(wd);
53         }
54         memset(dp,0,sizeof(dp));
55         int N=strlen(S);
56         dp[N]=1;
57         for(int i=N-1;i>=0;i--){
58             vector<int> vc;
59             tr.find_prefix(S+i,N-i,vc);
60             for(int j=0;j<vc.size();j++){
61                 dp[i]=(dp[i]+dp[i+vc[j]])%MOD;
62             }
63             cout<<"Case " <<Case++<<" : "<<dp[0]<<endl;
64         }
65         return 0;
66     }
67
68 /*
69 input
70 abcd
71 4
72 a b cd ab
73 output
74 Case 1: 2
75 */

```

7.11 SPFA

```

1 void spfa(int s){
2     for(int i=0;i<=n;i++) dis[i]=0x3f3f3f3f;
3     dis[s]=0,vis[s]=1,q[1]=s;
4     int i,v,head=0,tail=1;
5     while(head<tail){ //隊列非空
6         head++;
7         v=q[head]; //取隊首元素
8         vis[v]=0;
9         for(i=0;i<=n;i++) //對所有頂點
10             if(a[v][i]>0&&dis[i]>dis[v]+a[v][i]){
11                 dis[i]=dis[v]+a[v][i]; //修改最短路
12                 if(vis[i]==0){
13                     tail++;
14                     q[tail]=i;
15                     vis[i]=1;
16                 }
17             }
18     }
19 }
20 }

```

8 動態規劃

8.1 LCS 和 LIS

```

1 //最長共同子序列(LCS)
2 給定兩序列 A,B ，求最長的序列 C ，
3 C 同時為 A,B 的子序列。
4
5 //最長遞增子序列 (LIS)
6 給你一個序列 A ，求最長的序列 B ，
7 B 是一個 (非) 嚴格遞增序列，且為 A 的子序列。
8
9 //LCS 和 LIS 題目轉換
10 LIS 轉成 LCS

```

```
11 | 1. A 為原序列， B=sort(A)
12 | 2. 對 A,B 做 LCS
13 | LCS 轉成 LIS
14 | 1. A, B 為原本的兩序列
15 | 2. 最 A 序列作編號轉換，將轉換規則套用在 B
16 | 3. 對 B 做 LIS
17 | 4. 重複的數字在編號轉換時後要變成不同的數字，
18 | 最早出現的數字要越小
19 | 5. 如果有數字在 B 裡面而不在 A 裡面，
20 | 直接忽略這個數字不做轉換即可
```

9 Section2

9.1 thm

- 中文測試

- $$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$