

Contents

1	字串	1	3.4	dinic	4	5	Geometry	10
1.1	最長迴文子字串	1	3.5	SCC Tarjan	4	5.1	Template	10
1.2	KMP	1	3.6	ArticulationPoints Tarjan	5	5.2	Polygon	10
1.3	Z Algorithm	1	3.7	最小樹狀圖	5	5.3	Intersection	10
2	math	1	3.8	二分圖最大匹配	5	5.4	最小圓覆蓋	10
2.1	公式	1	3.9	JosephusProblem	5	5.5	凸包	10
2.2	矩陣快速幂	2	3.10	KM	5	5.6	半平面相交	10
2.3	質數與因數	2	3.11	LCA 倍增法	6	6	DP	11
2.4	歐拉函數	2	3.12	MCMF	6	6.1	抽屜	11
2.5	乘法逆元、組合數	2	3.13	Dancing Links	7	6.2	Deque 最大差距	11
3	algorithm	3	4	DataStructure	7	6.3	LCS 和 LIS	11
3.1	三分搜	3	4.1	線段樹 1D	7	6.4	RangeDP	11
3.2	差分	3	4.2	線段樹 2D	7	6.5	stringDP	11
3.3	greedy	3	4.3	權值線段樹	8	6.6	樹 DP 有幾個 path 長度為 k	11
			4.4	Trie	8	6.7	TreeDP reroot	11
			4.5	AC Trie	9	6.8	WeightedLIS	11
			4.6	單調隊列	9			

1 字串

1.1 最長迴文子字串

```
1 #include<bits/stdc++.h>
2 #define T(x) ((x)%2 ? s[(x)/2] : '.')
3 using namespace std;
4
5 string s;
6 int n;
7
8 int ex(int l,int r){
9     int i=0;
10    while(l-i>=0&&r+i<n&&T(l-i)==T(r+i)) i++;
11    return i;
12 }
13
14 int main(){
15     cin>>s;
16     n=2*s.size()+1;
17     int mx=0;
18     int center=0;
19     vector<int> r(n);
20     int ans=1;
21     r[0]=1;
22     for(int i=1;i<n;i++){
23         int ii=center-(i-center);
24         int len=mx-i+1;
25         if(i>mx){
26             r[i]=ex(i,i);
27             center=i;
28             mx=i+r[i]-1;
29         }
30         else if(r[ii]==len){
31             r[i]=len+ex(i-len,i+len);
32             center=i;
33             mx=i+r[i]-1;
34         }
35         else r[i]=min(r[ii],len);
36         ans=max(ans,r[i]);
37     }
38     cout<<ans-1<<"\n";
39     return 0;
40 }
```

1.2 KMP

```
1 const int maxn = 1e6 + 10;
2
3 int n, m; // len(a), len(b)
4 int f[maxn]; // failure function
5 char a[maxn], b[maxn];
6
7 void failureFuntion() { // f[0] = 0
8     for(int i=1, j=0; i<m; ) {
9         if(b[i] == b[j]) f[i++] = ++j;
10        else if(j) j = f[j-1];
11        else f[i++] = 0;
12    }
13 }
```

```
14
15 int kmp() {
16     int i = 0, j = 0, res = 0;
17     while(i < n) {
18         if(a[i] == b[j]) i++, j++;
19         else if(j) j = f[j-1];
20         else i++;
21         if(j == m) {
22             res++; // 找到答案
23             j = 0; // non-overlapping
24         }
25     }
26     return res;
27 }
28
29 // Problem: 所有在b裡，前後綴相同的長度
30 // b = ababcababababababab
31 // f = 001201234123456789
32 // 前9 = 後9
33 // 前4 = 前9的後4 = 後4
34 // 前2 = 前4的後2 = 前9的後2 = 後2
35 for(int j=m; j; j=f[j-1]) {
36     // j 是答案
37 }
```

1.3 Z Algorithm

```
1 const int maxn = 1e6 + 10;
2
3 int z[maxn]; // s[0:z[i]] = s[i:i+z[i]]
4 string s;
5
6 void makeZ() { // z[0] = 0
7     for(int i=1, l=0, r=0; i<s.length(); i++) {
8         if(i<=r && z[i-l]<r-i+1) z[i] = z[i-l];
9         else {
10            z[i] = max(0, r-i+1);
11            while(i+z[i]<s.length() &&
12                s[z[i]]==s[i+z[i]]) z[i]++;
13        }
14        if(i+z[i]-1 > r) l = i, r = i+z[i]-1;
15    }
```

2 math

2.1 公式

1. Most Divisor Number

Range	最多因數數	因數個數
10 ⁹	735134400	1344
2 ³¹	2095133040	1600
10 ¹⁸	897612484786617600	103680
2 ⁶⁴	9200527969062830400	161280

2. Catlan Number

$$C_n = \frac{1}{n} \binom{2n}{n}, C_{n+1} = \frac{2(2n+1)}{n+2} C_n$$

$C = 1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430, 4862, \dots$

3. Faulhaber’s formula

$$\sum_{k=1}^n k^p = \frac{1}{p+1} \sum_{r=0}^p \binom{p+1}{r} B_r n^{p-r+1}$$

where $B_0 = 1, B_r = 1 - \sum_{i=0}^{r-1} \binom{r}{i} \frac{B_i}{r-i+1}$

也可用高斯消去法找 $deg(p+1)$ 的多項式，例：

$$\sum_{k=1}^n k^2 = a_3 n^3 + a_2 n^2 + a_1 n + a_0$$

$$\begin{bmatrix} 0^3 & 0^2 & 0^1 & 0^0 \\ 1^3 & 1^2 & 1^1 & 1^0 \\ 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ 3^3 & 3^2 & 3^1 & 3^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0^2 & 0^2 & 0^2 \\ 0^2 + 1^2 & 1^2 & 2^2 \\ 0^2 + 1^2 + 2^2 & 2^2 & 3^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 4 & 2 & 1 & 5 \\ 27 & 9 & 3 & 1 & 14 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 6 & 7 & 3 \\ 0 & 0 & 6 & 11 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1/3 \\ 1/2 \\ 1/6 \\ 0 \end{bmatrix}, \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{3} n^3 + \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{6} n$$

4. SG Function

$$SG(x) = mex\{SG(y)|x \rightarrow y\}$$

$$mex(S) = \min\{n|n \in \mathbb{N}, n \notin S\}$$

5. Fibonacci

$$\begin{bmatrix} f_{n-1} & f_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_n & f_{n+1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} f_n & f_{n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^p = \begin{bmatrix} f_{n+p} & f_{n+p+1} \end{bmatrix}, p \in \mathbb{N}$$

6. Pick’s Theorem

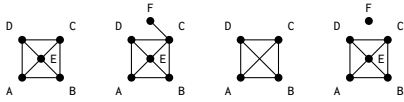
給定頂點座標均是整點（或正方形格子點）的簡單多邊形，其面積 A 和內部格點數目 i 、邊上格點數目 b 的關係為

$$A = i + \frac{b}{2} - 1$$

7. Euler's Formula

對於有 V 個點、 E 條邊、 F 個面 (含外部) 的連通平面圖

$$F + V - E = 2$$



(1) \、(2) ○；(3) ×， \overline{AC} 與 \overline{BD} 相交；(4) ×，非連通圖

2.2 矩陣快速冪

```
1 using ll = long long;
2 using mat = vector<vector<ll>>;
3 const int mod = 1e9 + 7;
4
5 mat operator*(mat A, mat B) {
6     mat res(A.size(), vector<ll>(B[0].size()));
7     for(int i=0; i<A.size(); i++) {
8         for(int j=0; j<B[0].size(); j++) {
9             for(int k=0; k<B.size(); k++) {
10                 res[i][j] += A[i][k] * B[k][j] % mod;
11                 res[i][j] %= mod;
12             }
13         }
14     }
15     return res;
16 }
17
18 mat I = ;
19 // compute matrix M^n
20 // 需先 init I 矩陣
21 mat mpow(mat& M, int n) {
22     if(n <= 1) return n ? M : I;
23     mat v = mpow(M, n>>1);
24     return (n & 1) ? v*v*M : v*v;
25 }
26
27 // 迴圈版本
28 mat mpow(mat M, int n) {
29     mat res(M.size(), vector<ll>(M[0].size()));
30     for(int i=0; i<res.size(); i++)
31         res[i][i] = 1;
32     for(; n; n>>=1) {
33         if(n & 1) res = res * M;
34         M = M * M;
35     }
36     return res;
37 }
```

2.3 質數與因數

```
1 歐拉篩O(n)
2 #define MAXN 47000 //sqrt(2^31)=46,340...
3 bool isPrime[MAXN];
4 int p[MAXN];
5 int pSize=0;
6 void getPrimes(){
7     memset(isPrime,true,sizeof(isPrime));
8     isPrime[0]=isPrime[1]=false;
9     for(int i=2;i<MAXN;i++){
10         if(isPrime[i]) p[pSize++]=i;
11         for(int j=0;j<pSize&&i*p[j]<=MAXN;j++){
12             isPrime[i*p[j]]=false;
13             if(i%p[j]==0) break;
14         }
15     }
16 }
17
18 最大公因數 O(log(min(a,b)))
19 int GCD(int a, int b){
20     if(b == 0) return a;
```

```
21     return GCD(b, a%b);
22 }
23
24 質因數分解
25 void primeFactorization(int n){
26     for(int i=0; i<p.size(); ++i) {
27         if(p[i]*p[i] > n) break;
28         if(n % p[i]) continue;
29         cout << p[i] << ' ';
30         while(n%p[i] == 0) n /= p[i];
31     }
32     if(n != 1) cout << n << ' ';
33     cout << '\n';
34 }
35
36 擴展歐幾里得算法 ax + by = GCD(a, b)
37 int ext_euc(int a, int b, int &x, int &y) {
38     if(b == 0){
39         x = 1, y = 0;
40         return a;
41     }
42     int d = ext_euc(b, a%b, y, x);
43     y -= a/b*x;
44     return d;
45 }
46 int main(){
47     int a, b, x, y;
48     cin >> a >> b;
49     ext_euc(a, b, x, y);
50     cout << x << ' ' << y << endl;
51     return 0;
52 }
53
54
55 歌德巴赫猜想
56 解：把偶數 N (6≤N≤10^6) 寫成兩個質數的和。
57 #define N 200000000
58 int ox[N], p[N], pr;
59 void PrimeTable(){
60     ox[0] = ox[1] = 1;
61     pr = 0;
62     for(int i=2;i<N;i++){
63         if(!ox[i]) p[pr++] = i;
64         for(int j=0; i*p[j]<N&&j<pr; j++)
65             ox[i*p[j]] = 1;
66     }
67 }
68
69 int main(){
70     PrimeTable();
71     int n;
72     while(cin>>n, n){
73         int x;
74         for(x=1; x+=2)
75             if(!ox[x] && !ox[n-x]) break;
76         printf("%d = %d + %d\n", n, x, n-x);
77     }
78 }
79
80 problem :
81 給定整數 N，求N最少可以拆成多少個質數的和。
82 如果N是質數，則答案為 1。
83 如果N是偶數(N!=2)，則答案為2(強歌德巴赫猜想)。
84 如果N是奇數且N-2是質數，則答案為2(2+質數)。
85 其他狀況答案為 3 (弱歌德巴赫猜想)。
86
87 bool isPrime(int n){
88     for(int i=2;i<n;++i){
89         if(i>n) return true;
90         if(n%i==0) return false;
91     }
92     return true;
93 }
94
95 int main(){
96     int n;
97     cin>>n;
98     if(isPrime(n)) cout<<"1\n";
99     else if(n%2==0||isPrime(n-2)) cout<<"2\n";
100 }
```

```
99     else cout<<"3\n";
100 }
```

2.4 歐拉函數

```
1 //計算閉區間 [1,n] 中有幾個正整數與 n 互質
2
3 int phi(){
4     int ans=n;
5     for(int i=2;i*i<=n;i++){
6         if(n%i==0){
7             ans=ans-ans/i;
8             while(n%i==0) n/=i;
9         }
10     }
11     if(n>1) ans=ans-ans/n;
12     return ans;
13 }
```

2.5 乘法逆元、組合數

$$x^{-1} \bmod m = \begin{cases} 1, & \text{if } x = 1 \\ -\left\lfloor \frac{m}{x} \right\rfloor (m \bmod x)^{-1}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (\bmod m)$$

$$= \begin{cases} 1, & \text{if } x = 1 \\ \left\lfloor \frac{m}{x} \right\rfloor (m \bmod x)^{-1}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (\bmod m)$$

若 $p \in \text{prime}$ ，根據費馬小定理，則

$$\begin{aligned} \therefore ax &\equiv 1 \pmod{p} \\ \therefore ax &\equiv a^{p-1} \pmod{p} \\ \therefore x &\equiv a^{p-2} \pmod{p} \end{aligned}$$

```
1 using ll = long long;
2 const int maxn = 2e5 + 10;
3 const int mod = 1e9 + 7;
4
5 int fact[maxn] = {1, 1}; // x! % mod
6 int inv[maxn] = {1, 1}; // x^(-1) % mod
7 int invFact[maxn] = {1, 1}; // (x!)^(-1) % mod
8
9 void build() {
10     for(int x=2; x<maxn; x++) {
11         fact[x] = (ll)x * fact[x-1] % mod;
12         inv[x] = (ll)(mod-mod/x)*inv[mod%x]%mod;
13         invFact[x] = (ll)invFact[x-1]*inv[x]%mod;
14     }
15 }
16
17 // 前提：mod 為質數
18 void build() {
19     auto qpow = [&](ll a, int b) {
20         ll res = 1;
21         for(; b; b>>=1) {
22             if(b & 1) res = res * a % mod;
23             a = a * a % mod;
24         }
25         return res;
26     };
27
28     for(int x=2; x<maxn; x++) {
29         fact[x] = (ll)x * fact[x-1] % mod;
30         invFact[x] = qpow(fact[x], mod-2);
31     }
32 }
33
34 // C(a, b) % mod
35 int comb(int a, int b) {
36     if(a < b) return 0;
37     ll x = fact[a];
38     ll y = (ll)invFact[b] * invFact[a-b] % mod;
39     return x * y % mod;
40 }
```

3 algorithm

3.1 三分搜

```

1  題意
2  給定兩射線方向和速度，問兩射線最近距離。
3  題解
4  假設  $F(t)$  為兩射線在時間  $t$  的距離， $F(t)$ 
    為二次函數，
5  可用三分查找二次函數最小值。
6  struct Point{
7      double x, y, z;
8      Point() {}
9      Point(double _x, double _y, double _z):
10         x(_x), y(_y), z(_z){}
11     friend istream& operator>>(istream& is,
12         Point& p) {
13         is >> p.x >> p.y >> p.z;
14         return is;
15     }
16     Point operator+(const Point &rhs) const{
17         return Point(x+rhs.x, y+rhs.y, z+rhs.z);
18     }
19     Point operator-(const Point &rhs) const{
20         return Point(x-rhs.x, y-rhs.y, z-rhs.z);
21     }
22     Point operator*(const double &d) const{
23         return Point(x*d, y*d, z*d);
24     }
25     Point operator/(const double &d) const{
26         return Point(x/d, y/d, z/d);
27     }
28     double dist(const Point &rhs) const{
29         double res = 0;
30         res+=(x-rhs.x)*(x-rhs.x);
31         res+=(y-rhs.y)*(y-rhs.y);
32         res+=(z-rhs.z)*(z-rhs.z);
33         return res;
34     };
35     int main(){
36         IOS; //輸入優化
37         int T;
38         cin>>T;
39         for(int ti=1; ti<=T; ++ti){
40             double time;
41             Point x1, y1, d1, x2, y2, d2;
42             cin>>time>>x1>>y1>>x2>>y2;
43             d1=(y1-x1)/time;
44             d2=(y2-x2)/time;
45             double L=0, R=1e8, m1, m2, f1, f2;
46             double ans = x1.dist(x2);
47             while(abs(L-R)>1e-10){
48                 m1=(L+R)/2;
49                 m2=(m1+R)/2;
50                 f1=((d1*m1)+x1).dist((d2*m1)+x2);
51                 f2=((d1*m2)+x1).dist((d2*m2)+x2);
52                 ans = min(ans, min(f1, f2));
53                 if(f1<f2) R=m2;
54                 else L=m1;
55             }
56             cout<<"Case "<<ti<<" ";
57             cout << fixed << setprecision(4) <<
                sqrt(ans) << '\n';
58         }
59     }

```

3.2 差分

```

1  用途：在區間  $[l, r]$  加上一個數字  $v$ 。
2   $b[l] += v$ ; ( $b[0 \sim 1]$  加上  $v$ )
3   $b[r+1] -= v$ ; ( $b[r+1 \sim n]$  減去  $v$  ( $b[r]$  仍保留  $v$ ))
4  給的  $a[]$  是前綴和數列，建構  $b[]$ ，
5  因為  $a[i] = b[0] + b[1] + b[2] + \dots + b[i]$ ，
6  所以  $b[i] = a[i] - a[i-1]$ 。
7  在  $b[l]$  加上  $v$ ， $b[r+1]$  減去  $v$ ，
8  最後再從  $0$  跑到  $n$  使  $b[i] += b[i-1]$ 。

```

```

9  這樣一來， $b[]$  是一個在某區間加上  $v$  的前綴和。
10 int a[1000], b[1000];
11 // a: 前綴和數列, b: 差分數列
12 int main(){
13     int n, l, r, v;
14     cin >> n;
15     for(int i=1; i<=n; i++){
16         cin >> a[i];
17         b[i] = a[i] - a[i-1]; //建構差分數列
18     }
19     cin >> l >> r >> v;
20     b[l] += v;
21     b[r+1] -= v;
22     for(int i=1; i<=n; i++){
23         b[i] += b[i-1];
24         cout << b[i] << ' ';
25     }
26 }

```

3.3 greedy

```

1  刪數字問題
2  //problem
3  給定一個數字  $N(\leq 10^4)$ ，需要刪除  $K$  個數字，
4  請問刪除  $K$  個數字後最小的數字為何？
5  //solution
6  刪除滿足第  $i$  位數大於第  $i+1$  位數的最左邊第  $i$ 
    位數，
7  扣除高位數的影響較扣除低位數的大。
8  //code
9  int main(){
10     string s;
11     int k;
12     cin>>s>>k;
13     for(int i=0; i<k; ++i){
14         if((int)s.size()==0) break;
15         int pos =(int)s.size()-1;
16         for(int j=0; j<(int)s.size()-1; ++j){
17             if(s[j]>s[j+1]){
18                 pos=j;
19                 break;
20             }
21         }
22         s.erase(pos, 1);
23     }
24     while((int)s.size()>0&&s[0]=='0')
25         s.erase(0, 1);
26     if((int)s.size()) cout<<s<<'\n';
27     else cout<<"0"<<'\n';
28 }
29 最小區間覆蓋長度
30 //problem
31 給定  $n$  條線段區間為  $[Li, Ri]$ ，
32 請問最少要選幾個區間才能完全覆蓋  $[0, S]$ ？
33 //solution
34 先將所有區間依照左界由小到大大排序，
35 對於當前區間  $[Li, Ri]$ ，要從左界  $> Ri$  的所有區間中，
36 找到有著最大的右界的區間，連接當前區間。
37
38 //problem
39 長度  $n$  的直線中有數個加熱器，
40 在  $x$  的加熱器可以讓  $[x-r, x+r]$  內的物品加熱，
41 問最少要幾個加熱器可以把  $[0, n]$  的範圍加熱。
42 //solution
43 對於最左邊沒加熱的點  $a$ ，選擇最遠可以加熱  $a$  的加熱器，
44 更新已加熱範圍，重複上述動作繼續尋找加熱器。
45 //code
46 int main(){
47     int n, r;
48     int a[1005];
49     cin>>n>>r;
50     for(int i=1; i<=n; ++i) cin>>a[i];
51     int i=1, ans=0;
52     while(i<=n){
53         int R=min(i+r-1, n), L=max(i-r+1, 0)
54         int nextR=-1;
55         for(int j=R; j>=L; --j){

```

```

56         if(a[j]){
57             nextR=j;
58             break;
59         }
60     }
61     if(nextR==-1){
62         ans=-1;
63         break;
64     }
65     ++ans;
66     i=nextR+r;
67 }
68     cout<<ans<<'\n';
69 }
70 最多不重疊區間
71 //problem
72 給你  $n$  條線段區間為  $[Li, Ri]$ ，
73 請問最多可以選擇幾條不重疊的線段(頭尾可相連)？
74 //solution
75 依照右界由小到大大排序，
76 每次取到一個不重疊的線段，答案 +1。
77 //code
78 struct Line{
79     int L, R;
80     bool operator<(const Line &rhs) const{
81         return R<rhs.R;
82     }
83 };
84 int main(){
85     int t;
86     cin>>t;
87     Line a[30];
88     while(t--){
89         int n=0;
90         while(cin>>a[n].L>>a[n].R, a[n].L||a[n].R)
91             ++n;
92         sort(a, a+n);
93         int ans=1, R=a[0].R;
94         for(int i=1; i<n; ++i){
95             if(a[i].L>=R){
96                 ++ans;
97                 R=a[i].R;
98             }
99         }
100         cout<<ans<<'\n';
101     }
102 }
103 最小化最大延遲問題
104 //problem
105 給定  $N$  項工作，每項工作的需要處理時長為  $Ti$ ，
106 期限是  $Di$ ，第  $i$  項工作延遲的時間為
     $Li=\max(0, Fi-Di)$ ，
107 原本  $Fi$  為第  $i$  項工作的完成時間，
108 求一種工作排序使  $\max Li$  最小。
109 //solution
110 按照到期時間從早到晚處理。
111 //code
112 struct Work{
113     int t, d;
114     bool operator<(const Work &rhs) const{
115         return d<rhs.d;
116     }
117 };
118 int main(){
119     int n;
120     Work a[10000];
121     cin>>n;
122     for(int i=0; i<n; ++i)
123         cin>>a[i].t>>a[i].d;
124     sort(a, a+n);
125     int maxL=0, sumT=0;
126     for(int i=0; i<n; ++i){
127         sumT+=a[i].t;
128         maxL=max(maxL, sumT-a[i].d);
129     }
130     cout<<maxL<<'\n';
131 }
132 最少延遲數量問題

```

```

133 //problem
134 給定 N 個工作，每個工作的需要處理時長為 Ti，
135 期限是 Di，求一種工作排序使得逾期工作數量最小。
136 //solution
137 期限越早到期的工作越先做。
138 將工作依照到期時間從早到晚排序，
139 依序放入工作列表中，如果發現有工作預期，
140 就從目前選擇的工作中，移除耗時最長的工作。
141 上述方法為 Moore-Hodgson's Algorithm。
142
143 //problem
144 給定烏龜的重量和可承受重量，問最多可以疊幾隻烏龜？
145 //solution
146 和最少延遲數量問題是相同的問題，只要將題敘做轉換。
147 工作處理時長 → 烏龜重量
148 工作期限 → 烏龜可承受重量
149 多少工作不延期 → 可以疊幾隻烏龜
150 //code
151 struct Work{
152     int t, d;
153     bool operator<(const Work &rhs)const{
154         return d<rhs.d;
155     }
156 };
157 int main(){
158     int n=0;
159     Work a[10000];
160     priority_queue<int> pq;
161     while(cin>>a[n].t>>a[n].d)
162         ++n;
163     sort(a,a+n);
164     int sumT=0,ans=n;
165     for(int i=0;i<n;++i){
166         pq.push(a[i].t);
167         sumT+=a[i].t;
168         if(a[i].d<sumT){
169             int x=pq.top();
170             pq.pop();
171             sumT-=x;
172             --ans;
173         }
174     }
175     cout<<ans<<'\n';
176 }
177
178 任務調度問題
179 //problem
180 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 Ti，
181 期限是 Di，如果第 i 項工作延遲需要受到 pi
182 單位懲罰，
183 請問最少會受到多少單位懲罰。
184 //solution
185 依照懲罰由大到小排序，
186 每項工作依序嘗試可不可以放在
187 Di-Ti+1, Di-Ti, ..., 1, 0，
188 如果有空間就放進去，否則延後執行。
189 //problem
190 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 Ti，
191 期限是 Di，如果第 i 項工作在期限內完成會獲得 ai
192 單位獎勵，
193 請問最多會獲得多少單位獎勵。
194 //solution
195 和上題相似，這題變成依照獎勵由大到小排序。
196 //code
197 struct Work{
198     int d, p;
199     bool operator<(const Work &rhs)const{
200         return p>rhs.p;
201     }
202 };
203 int main(){
204     int n;
205     Work a[100005];
206     bitset<100005> ok;
207     while(cin>>n){
208         ok.reset();
209         for(int i=0;i<n;++i)

```

```

208         cin>>a[i].d>>a[i].p;
209         sort(a,a+n);
210         int ans=0;
211         for(int i=0;i<n;++i){
212             int j=a[i].d;
213             while(j--){
214                 if(!ok[j]){
215                     ans+=a[i].p;
216                     ok[j]=true;
217                     break;
218                 }
219             }
220             cout<<ans<<'\n';
221         }
222     }

```

3.4 dinic

```

1 const int maxn = 1e5 + 10;
2 const int inf = 0x3f3f3f3f;
3 struct Edge {
4     int s, t, cap, flow;
5 };
6 int n, m, S, T;
7 int level[maxn], dfs_idx[maxn];
8 vector<Edge> E;
9 vector<vector<int>> G;
10 void init() {
11     S = 0;
12     T = n + m;
13     E.clear();
14     G.assign(maxn, vector<int>());
15 }
16 void addEdge(int s, int t, int cap) {
17     E.push_back({s, t, cap, 0});
18     E.push_back({t, s, 0, 0});
19     G[s].push_back(E.size()-2);
20     G[t].push_back(E.size()-1);
21 }
22 bool bfs() {
23     queue<int> q({S});
24     memset(level, -1, sizeof(level));
25     level[S] = 0;
26     while(!q.empty()) {
27         int cur = q.front();
28         q.pop();
29         for(int i : G[cur]) {
30             Edge e = E[i];
31             if(level[e.t]==-1 &&
32                e.cap>e.flow) {
33                 level[e.t] = level[e.s] + 1;
34                 q.push(e.t);
35             }
36         }
37     }
38     return ~level[T];
39 }
40 int dfs(int cur, int lim) {
41     if(cur==T || lim==0) return lim;
42     int result = 0;
43     for(int& i=dfs_idx[cur]; i<G[cur].size()
44        && lim; i++) {
45         Edge& e = E[G[cur][i]];
46         if(level[e.s]+1 != level[e.t])
47             continue;
48         int flow = dfs(e.t, min(lim,
49            e.cap-e.flow));
50         if(flow <= 0) continue;
51         e.flow += flow;
52         result += flow;
53         E[G[cur][i]^1].flow -= flow;
54         lim -= flow;
55     }
56     return result;
57 }
58 int dinic() { // O(V^2)E
59     int result = 0;

```

```

56 while(bfs()) {
57     memset(dfs_idx, 0, sizeof(dfs_idx));
58     result += dfs(S, inf);
59 }
60 return result;
61 }

```

3.5 SCC Tarjan

```

1 //單純考SCC，每個SCC中找成本最小的蓋，如果有多個一樣小
2 //的要數出來，因為題目要方法數
3 //注意以下程式有縮點，但沒存起來，
4 //存法就是開一個array -> ID[u] = SCCID
5 #define maxn 100005
6 #define MOD 1000000007
7 long long cost[maxn];
8 vector<vector<int>> G;
9 int SCC = 0;
10 stack<int> sk;
11 int dfn[maxn];
12 int low[maxn];
13 bool inStack[maxn];
14 int dfsTime = 1;
15 long long totalCost = 0;
16 long long ways = 1;
17 void dfs(int u) {
18     dfn[u] = low[u] = dfsTime;
19     ++dfsTime;
20     sk.push(u);
21     inStack[u] = true;
22     for (int v: G[u]) {
23         if (dfn[v] == 0) {
24             dfs(v);
25             low[u] = min(low[u], low[v]);
26         }
27         else if (inStack[v]) {
28             //屬於同個SCC且是我的back edge
29             low[u] = min(low[u], dfn[v]);
30         }
31     }
32     //如果是SCC
33     if (dfn[u] == low[u]) {
34         long long minCost = 0x3f3f3f3f;
35         int currWays = 0;
36         ++SCC;
37         while (1) {
38             int v = sk.top();
39             inStack[v] = 0;
40             sk.pop();
41             if (minCost > cost[v]) {
42                 minCost = cost[v];
43                 currWays = 1;
44             }
45             else if (minCost == cost[v]) {
46                 ++currWays;
47             }
48             if (v == u)
49                 break;
50         }
51         totalCost += minCost;
52         ways = (ways * currWays) % MOD;
53     }
54 }
55 int main() {
56     int n;
57     scanf("%d", &n);
58     for (int i = 1; i <= n; ++i)
59         scanf("%lld", &cost[i]);
60     G.assign(n + 5, vector<int>());
61     int m;
62     scanf("%d", &m);
63     int u, v;
64     for (int i = 0; i < m; ++i) {
65         scanf("%d %d", &u, &v);
66         G[u].emplace_back(v);
67     }
68     for (int i = 1; i <= n; ++i) {

```

```

69     if (dfn[i] == 0)
70         dfs(i);
71 }
72 printf("%lld %lld\n", totalCost, ways %
73     MOD);
74 return 0;

```

3.6 ArticulationPoints Tarjan

```

1 vector<vector<int>> G;
2 int N, timer;
3 bool visited[105];
4 int dfn[105]; // 第一次visit的時間
5 int low[105];
6 //最小能回到的父節點
7 //(不能是自己的parent)的visTime
8 int res;
9 //求割點數量
10 void tarjan(int u, int parent) {
11     int child = 0;
12     bool isCut = false;
13     visited[u] = true;
14     dfn[u] = low[u] = ++timer;
15     for (int v: G[u]) {
16         if (!visited[v]) {
17             ++child;
18             tarjan(v, u);
19             low[u] = min(low[u], low[v]);
20             if (parent != -1 && low[v] >=
21                 dfn[u])
22                 isCut = true;
23         }
24         else if (v != parent)
25             low[u] = min(low[u], dfn[v]);
26     }
27     //If u is root of DFS
28     //tree->有兩個以上的children
29     if (parent == -1 && child >= 2)
30         isCut = true;
31     if (isCut) ++res;
32 }
33 int main() {
34     char input[105];
35     char* token;
36     while (scanf("%d", &N) != EOF && N) {
37         G.assign(105, vector<int>());
38         memset(visited, false,
39             sizeof(visited));
40         memset(low, 0, sizeof(low));
41         memset(dfn, 0, sizeof(dfn));
42         timer = 0;
43         res = 0;
44         getchar(); // for \n
45         while (fgets(input, 105, stdin)) {
46             if (input[0] == '\0')
47                 break;
48             int size = strlen(input);
49             input[size - 1] = '\0';
50             --size;
51             token = strtok(input, " ");
52             int u = atoi(token);
53             int v;
54             while (token = strtok(NULL, " "))
55                 v = atoi(token);
56             G[u].emplace_back(v);
57             G[v].emplace_back(u);
58         }
59         tarjan(1, -1);
60         printf("%d\n", res);
61     }
62     return 0;
63 }

```

3.7 最小樹狀圖

```

1 const int maxn = 60 + 10;
2 const int inf = 0x3f3f3f3f;
3 struct Edge {
4     int s, t, cap, cost;
5 }; // cap 為類寬 (optional)
6 int n, m, c;
7 int inEdge[maxn], idx[maxn], pre[maxn],
8     vis[maxn];
9 // 對於每個點，選擇對它入度最小的那條邊
10 // 找環，如果沒有則 return;
11 // 進行縮環並更新其他點到環的距離。
12 int dirMST(vector<Edge> edges, int low) {
13     int result = 0, root = 0, N = n;
14     while(true) {
15         memset(inEdge, 0x3f, sizeof(inEdge));
16         // 找所有點的 in edge 放進 inEdge
17         // optional: low 為最小 cap 限制
18         for(const Edge& e : edges) {
19             if(e.cap < low) continue;
20             if(e.s != e.t &&
21                 e.cost < inEdge[e.t]) {
22                 inEdge[e.t] = e.cost;
23                 pre[e.t] = e.s;
24             }
25         }
26         for(int i=0; i<N; i++) {
27             if(i != root && inEdge[i] == inf)
28                 return -1; //除了root 還有點沒有 in
29                             // edge
30         }
31         int seq = inEdge[root] = 0;
32         memset(idx, -1, sizeof(idx));
33         memset(vis, -1, sizeof(vis));
34         // 找所有的 cycle，一起編號為 seq
35         for(int i=0; i<N; i++) {
36             result += inEdge[i];
37             int cur = i;
38             while(vis[cur] != i &&
39                 idx[cur] == -1) {
40                 if(cur == root) break;
41                 vis[cur] = i;
42                 cur = pre[cur];
43             }
44             if(cur != root && idx[cur] == -1) {
45                 for(int j=pre[cur]; j!=cur;
46                     j=pre[j])
47                     idx[j] = seq;
48                 idx[cur] = seq++;
49             }
50         }
51         if(seq == 0) return result; // 沒有
52                             // cycle
53         for(int i=0; i<N; i++)
54             // 沒有被縮點的點
55             if(idx[i] == -1) idx[i] = seq++;
56         // 縮點並重新編號
57         for(Edge& e : edges) {
58             if(idx[e.s] != idx[e.t])
59                 e.cost -= inEdge[e.t];
60             e.s = idx[e.s];
61             e.t = idx[e.t];
62         }
63         N = seq;
64         root = idx[root];
65     }
66 }

```

3.8 二分圖最大匹配

```

1 /* 核心：最大點獨立集 = |V| -
2     /最大匹配數|，用匈牙利演算法找出最大匹配數 */
3 vector<Student> boys;
4 vector<Student> girls;
5 vector<vector<int>> G;

```

```

5 bool used[505];
6 int p[505];
7 bool match(int i) {
8     for (int j: G[i]) {
9         if (!used[j]) {
10             used[j] = true;
11             if (p[j] == -1 || match(p[j])) {
12                 p[j] = i;
13                 return true;
14             }
15         }
16     }
17     return false;
18 }
19 void maxMatch(int n) {
20     memset(p, -1, sizeof(p));
21     int res = 0;
22     for (int i = 0; i < boys.size(); ++i) {
23         memset(used, false, sizeof(used));
24         if (match(i))
25             ++res;
26     }
27     cout << n - res << '\n';
28 }

```

3.9 JosephusProblem

```

1 //JosephusProblem，只是規定要先砍1號
2 //所以當作有n-1個人，目標的13順移成12
3 //再者從0開始比較好算，所以目標12順移成11
4 int getWinner(int n, int k) {
5     int winner = 0;
6     for (int i = 1; i <= n; ++i)
7         winner = (winner + k) % i;
8     return winner;
9 }
10 int main() {
11     int n;
12     while (scanf("%d", &n) != EOF && n)
13         --n;
14     for (int k = 1; k <= n; ++k) {
15         if (getWinner(n, k) == 11) {
16             printf("%d\n", k);
17             break;
18         }
19     }
20 }
21 return 0;
22 }

```

3.10 KM

```

1 #define maxn 505
2 int W[maxn][maxn];
3 int Lx[maxn], Ly[maxn];
4 bool S[maxn], T[maxn];
5 //L[i] = j -> S_i配給T_j, -1 for 還沒匹配
6 int L[maxn];
7 int n;
8 bool match(int i) {
9     S[i] = true;
10    for (int j = 0; j < n; ++j) {
11        // KM重點
12        // Lx + Ly >= selected_edge(x, y)
13        // 要想辦法降低Lx + Ly
14        // 所以選Lx + Ly == selected_edge(x, y)
15        if (L[i] + Ly[j] == W[i][j] &&
16            !T[j]) {
17            T[j] = true;
18            if ((L[j] == -1) || match(L[j])) {
19                L[j] = i;
20                return true;
21            }
22        }
23    }
24 }

```



```

22 }
23 return false;
24 }
25 //修改二分圖上的交錯路徑上點的權重
26 //此舉是在通過調整vertex labeling看看
27 //能不能產生出新的增廣路
28 //(KM的增廣路要求 $Lx[i] + Ly[j] == W[i][j]$ )
29 //在這裡優先從最小的diff調調看，才能保證最大權重匹配
30 void update()
31 {
32     int diff = 0x3f3f3f3f;
33     for (int i = 0; i < n; ++i) {
34         if (S[i]) {
35             for (int j = 0; j < n; ++j) {
36                 if (!T[j])
37                     diff = min(diff, Lx[i] +
38                               Ly[j] - W[i][j]);
39             }
40         }
41         for (int i = 0; i < n; ++i) {
42             if (S[i]) Lx[i] -= diff;
43             if (T[i]) Ly[i] += diff;
44         }
45     }
46 void KM()
47 {
48     for (int i = 0; i < n; ++i) {
49         L[i] = -1;
50         Lx[i] = Ly[i] = 0;
51         for (int j = 0; j < n; ++j)
52             Lx[i] = max(Lx[i], W[i][j]);
53     }
54     for (int i = 0; i < n; ++i) {
55         while(1) {
56             memset(S, false, sizeof(S));
57             memset(T, false, sizeof(T));
58             if (match(i))
59                 break;
60             else
61                 update(); //去調整vertex
62                             //labeling以增加增廣路徑
63         }
64     }
65 int main() {
66     while (scanf("%d", &n) != EOF) {
67         for (int i = 0; i < n; ++i)
68             for (int j = 0; j < n; ++j)
69                 scanf("%d", &W[i][j]);
70         KM();
71         int res = 0;
72         for (int i = 0; i < n; ++i) {
73             if (i != 0)
74                 printf(" %d", Lx[i]);
75             else
76                 printf("%d", Lx[i]);
77             res += Lx[i];
78         }
79         puts("");
80         for (int i = 0; i < n; ++i) {
81             if (i != 0)
82                 printf(" %d", Ly[i]);
83             else
84                 printf("%d", Ly[i]);
85             res += Ly[i];
86         }
87         puts("");
88         printf("%d\n", res);
89     }
90     return 0;
91 }

```

3.11 LCA 倍增法

```

1 //倍增法預處理 $O(n\log n)$ ，查詢 $O(\log n)$ ，
2 //利用lca找樹上兩點距離

```

```

3 #define maxn 100005
4 struct Edge {
5     int u, v, w;
6 };
7 vector<vector<Edge>> G; // tree
8 int fa[maxn][31]; //fa[u][i] -> u的第2^i個祖先
9 long long dis[maxn][31];
10 int dep[maxn]; //深度
11 void dfs(int u, int p) { //預處理fa
12     fa[u][0] = p; //因為u的第2^0 = 1的祖先就是p
13     dep[u] = dep[p] + 1;
14     //第2^i的祖先是(第2^(i-1)個祖先)的
15     //第2^(i-1)的祖先
16     //ex: 第8個祖先是(第4個祖先)的第4個祖先
17     for (int i = 1; i < 31; ++i) {
18         fa[u][i] = fa[fa[u][i-1]][i-1];
19         dis[u][i] = dis[fa[u][i-1]][i-1]
20             + dis[u][i-1];
21     }
22     //遍歷子節點
23     for (Edge& edge: G[u]) {
24         if (edge.v == p)
25             continue;
26         dis[edge.v][0] = edge.w;
27         dfs(edge.v, u);
28     }
29 }
30 long long lca(int x, int y) {
31     //此函數是找lca同時計算x、y的距離 -> dis(x,
32     //lca) + dis(lca, y)
33     //讓y比x深
34     if (dep[x] > dep[y])
35         swap(x, y);
36     int deltaDep = dep[y] - dep[x];
37     long long res = 0;
38     //讓y與x在同一個深度
39     for (int i = 0; deltaDep != 0; ++i,
40         deltaDep >= 1)
41         if (deltaDep & 1)
42             res += dis[y][i], y = fa[y][i];
43     if (y == x) //x = y -> x、y彼此是彼此的祖先
44         return res;
45     //往上找，一起跳，但x、y不能重疊
46     for (int i = 30; i >= 0 && y != x; --i) {
47         if (fa[x][i] != fa[y][i]) {
48             res += dis[x][i] + dis[y][i];
49             x = fa[x][i];
50             y = fa[y][i];
51         }
52     }
53     //最後發現不能跳了，此時x的第2^0 =
54     //1個祖先(或說y的第2^0 =
55     //1的祖先)即為x、y的lca
56     res += dis[x][0] + dis[y][0];
57     return res;
58 }
59 int main() {
60     int n, q;
61     while (~scanf("%d", &n) && n) {
62         int v, w;
63         G.assign(n + 5, vector<Edge>());
64         for (int i = 1; i <= n - 1; ++i) {
65             scanf("%d %d", &v, &w);
66             G[i + 1].push_back({i + 1, v + 1, w});
67             G[v + 1].push_back({v + 1, i + 1, w});
68         }
69         dfs(1, 0);
70         scanf("%d", &q);
71         int u;
72         while (q--) {
73             scanf("%d %d", &u, &v);
74             printf("%lld", lca(u + 1, v +
75                 1), (q ? ' ': '\n'));
76         }
77     }
78     return 0;
79 }

```

3.12 MCMF

```

1 #define maxn 225
2 #define INF 0x3f3f3f3f
3 struct Edge {
4     int u, v, cap, flow, cost;
5 };
6 //node size, edge size, source, target
7 int n, m, s, t;
8 vector<vector<int>> G;
9 vector<Edge> edges;
10 bool inqueue[maxn];
11 long long dis[maxn];
12 int parent[maxn];
13 long long outFlow[maxn];
14 void addEdge(int u, int v, int cap, int
15     cost) {
16     edges.emplace_back(Edge{u, v, cap, 0,
17         cost});
18     edges.emplace_back(Edge{v, u, 0, 0,
19         -cost});
20     m = edges.size();
21     G[u].emplace_back(m - 2);
22     G[v].emplace_back(m - 1);
23 }
24 //一邊求最短路的同時一邊MaxFlow
25 bool SPFA(long long& maxFlow, long long&
26     minCost) {
27     //memset(outFlow, 0x3f,
28     //sizeof(outFlow));
29     memset(dis, 0x3f, sizeof(dis));
30     memset(inqueue, false, sizeof(inqueue));
31     queue<int> q;
32     q.push(s);
33     dis[s] = 0;
34     inqueue[s] = true;
35     outFlow[s] = INF;
36     while (!q.empty()) {
37         int u = q.front();
38         q.pop();
39         inqueue[u] = false;
40         for (const int edgeIndex: G[u]) {
41             const Edge& edge =
42                 edges[edgeIndex];
43             if ((edge.cap > edge.flow) &&
44                 (dis[edge.v] > dis[u] +
45                     edge.cost)) {
46                 dis[edge.v] = dis[u] +
47                     edge.cost;
48                 parent[edge.v] = edgeIndex;
49                 outFlow[edge.v] =
50                     min(outFlow[u], (long
51                         long)(edge.cap -
52                             edge.flow));
53                 if (!inqueue[edge.v]) {
54                     q.push(edge.v);
55                     inqueue[edge.v] = true;
56                 }
57             }
58         }
59     }
60     //如果dis[t] > 0代表根本不賺還倒賠
61     if (dis[t] > 0)
62         return false;
63     maxFlow += outFlow[t];
64     minCost += dis[t] * outFlow[t];
65     //一路更新回去這次最短路流完後要維護的
66     //MaxFlow演算法相關(如反向邊等)
67     int curr = t;
68     while (curr != s) {
69         edges[parent[curr]].flow +=
70             outFlow[t];
71         edges[parent[curr] ^ 1].flow -=
72             outFlow[t];
73         curr = edges[parent[curr]].u;
74     }
75     return true;
76 }

```

```

63 long long MCMF() {
64     long long maxFlow = 0;
65     long long minCost = 0;
66     while (SPFA(maxFlow, minCost))
67         ;
68     return minCost;
69 }
70 int main() {
71     int T;
72     scanf("%d", &T);
73     for (int Case = 1; Case <= T; ++Case){
74         //總共幾個月，囤貨成本
75         int M, I;
76         scanf("%d %d", &M, &I);
77         //node size
78         n = M + M + 2;
79         G.assign(n + 5, vector<int>());
80         edges.clear();
81         s = 0;
82         t = M + M + 1;
83         for (int i = 1; i <= M; ++i) {
84             int produceCost, produceMax,
85                 sellPrice, sellMax,
86                 inventoryMonth;
87             scanf("%d %d %d %d %d",
88                 &produceCost, &produceMax,
89                 &sellPrice, &sellMax,
90                 &inventoryMonth);
91             addEdge(s, i, produceMax,
92                 produceCost);
93             addEdge(M + i, t, sellMax,
94                 -sellPrice);
95             for (int j = 0; j <=
96                 inventoryMonth; ++j) {
97                 if (i + j <= M)
98                     addEdge(i, M + i + j, INF,
99                         I * j);
100             }
101         }
102         printf("Case %d: %lld\n", Case,
103             -MCMF());
104     }
105     return 0;
106 }

```

3.13 Dancing Links

```

1 struct DLX {
2     int seq, resSize;
3     int col[maxn], row[maxn];
4     int U[maxn], D[maxn], R[maxn], L[maxn];
5     int rowHead[maxn], colSize[maxn];
6     int result[maxn];
7     DLX(int r, int c) {
8         for(int i=0; i<=c; i++) {
9             L[i] = i-1, R[i] = i+1;
10            U[i] = D[i] = i;
11        }
12        L[R[seq=c]=0]=c;
13        resSize = -1;
14        memset(rowHead, 0, sizeof(rowHead));
15        memset(colSize, 0, sizeof(colSize));
16    }
17    void insert(int r, int c) {
18        row[++seq]=r, col[seq]=c,
19        ++colSize[c];
20        U[seq]=c, D[seq]=D[c], U[D[c]]=seq,
21        D[c]=seq;
22        if(rowHead[r]) {
23            L[seq]=rowHead[r],
24            R[seq]=R[rowHead[r]];
25            L[R[rowHead[r]]]=seq,
26            R[rowHead[r]]=seq;
27        } else {
28            rowHead[r] = L[seq] = R[seq] =
29            seq;
30        }
31    }
32 }

```

```

26 }
27 void remove(int c) {
28     L[R[c]] = L[c], R[L[c]] = R[c];
29     for(int i=D[c]; i!=c; i=D[i]) {
30         for(int j=R[i]; j!=i; j=R[j]) {
31             U[D[j]] = U[j];
32             D[U[j]] = D[j];
33             --colSize[col[j]];
34         }
35     }
36 }
37 void recover(int c) {
38     for(int i=U[c]; i!=c; i=U[i]) {
39         for(int j=L[i]; j!=i; j=L[j]) {
40             U[D[j]] = D[U[j]] = j;
41             ++colSize[col[j]];
42         }
43     }
44     L[R[c]] = R[L[c]] = c;
45 }
46 bool dfs(int idx=0) { // 判斷其中一解版
47     if(R[0] == 0) {
48         resSize = idx;
49         return true;
50     }
51     int c = R[0];
52     for(int i=R[0]; i; i=R[i]) {
53         if(colSize[i] < colSize[c]) c = i;
54     }
55     remove(c);
56     for(int i=D[c]; i!=c; i=D[i]) {
57         result[idx] = row[i];
58         for(int j=R[i]; j!=i; j=R[j])
59             remove(col[j]);
60         if(dfs(idx+1)) return true;
61         for(int j=L[i]; j!=i; j=L[j])
62             recover(col[j]);
63     }
64     recover(c);
65     return false;
66 }
67 void dfs(int idx=0) { // 判斷最小 dfs
68     //depth 版
69     if(R[0] == 0) {
70         resSize = min(resSize, idx); //
71         //注意init值
72         return;
73     }
74     int c = R[0];
75     for(int i=R[0]; i; i=R[i]) {
76         if(colSize[i] < colSize[c]) c = i;
77     }
78     remove(c);
79     for(int i=D[c]; i!=c; i=D[i]) {
80         for(int j=R[i]; j!=i; j=R[j])
81             remove(col[j]);
82         dfs(idx+1);
83         for(int j=L[i]; j!=i; j=L[j])
84             recover(col[j]);
85     }
86     recover(c);
87 }

```

4 DataStructure

4.1 線段樹 1D

```

1 #define MAXN 1000
2 int data[MAXN]; //原數據
3 int st[4 * MAXN]; //線段樹
4 int tag[4 * MAXN]; //懶標
5 inline int pull(int l, int r) {
6     // 隨題目改變sum、max、min
7     // l、r是左右樹的index
8     return st[l] + st[r];
9 }
10 void build(int l, int r, int i) {
11     // 在[l, r]區間建樹，目前根的index為i
12     if (l == r) {
13         st[i] = data[l];
14         return;
15     }
16     int mid = l + ((r - l) >> 1);
17     build(l, mid, i * 2);
18     build(mid + 1, r, i * 2 + 1);
19     st[i] = pull(i * 2, i * 2 + 1);
20 }
21 int query(int ql, int qr, int l, int r, int
22     i) {
23     // [ql, qr]是查詢區間，[l, r]是當前節點包含的區間
24     if (ql <= l && r <= qr)
25         return st[i];
26     int mid = l + ((r - l) >> 1);
27     if (tag[i]) {
28         //如果當前懶標有值則更新左右節點
29         st[i * 2] += tag[i] * (mid - l + 1);
30         st[i * 2 + 1] += tag[i] * (r - mid);
31         tag[i * 2] += tag[i]; //下傳懶標至左節點
32         tag[i * 2 + 1] += tag[i]; //下傳懶標至右節點
33         tag[i] = 0;
34     }
35     int sum = 0;
36     if (ql <= mid)
37         sum += query(ql, qr, l, mid, i * 2);
38     if (qr > mid)
39         sum += query(ql, qr, mid + 1, r,
40             i * 2 + 1);
41     return sum;
42 }
43 void update(int ql, int qr, int l, int r, int
44     i, int c) {
45     // [ql, qr]是查詢區間，[l, r]是當前節點包含的區間
46     // c是變化量
47     if (ql <= l && r <= qr) {
48         st[i] += (r - l + 1) * c;
49         //求和，此需乘上區間長度
50         tag[i] += c;
51         return;
52     }
53     int mid = l + ((r - l) >> 1);
54     if (tag[i] && l != r) {
55         //如果當前懶標有值則更新左右節點
56         st[i * 2] += tag[i] * (mid - l + 1);
57         st[i * 2 + 1] += tag[i] * (r - mid);
58         tag[i * 2] += tag[i]; //下傳懶標至左節點
59         tag[i * 2 + 1] += tag[i]; //下傳懶標至右節點
60         tag[i] = 0;
61     }
62     if (ql <= mid) update(ql, qr, l, mid, i
63         * 2, c);
64     if (qr > mid) update(ql, qr, mid + 1, r,
65         i * 2 + 1, c);
66     st[i] = pull(i * 2, i * 2 + 1);
67 }
68 //如果是直接改值而不是加值，query與update中的tag與st的
69 //改值從+=改成=

```

4.2 線段樹 2D

1 //純2D segment tree 區間查詢單點修改最大最小值

```

2 #define maxn 2005 //500 * 4 + 5
3 int maxST[maxn][maxn], minST[maxn][maxn];
4 int N;
5 void modifyY(int index, int l, int r, int
    val, int yPos, int xIndex, bool
    xIsLeaf) {
6     if (l == r) {
7         if (xIsLeaf) {
8             maxST[xIndex][index] =
                minST[xIndex][index] = val;
9             return;
10        }
11        maxST[xIndex][index] =
            max(maxST[xIndex * 2][index],
                maxST[xIndex * 2 + 1][index]);
12        minST[xIndex][index] =
            min(minST[xIndex * 2][index],
                minST[xIndex * 2 + 1][index]);
13    }
14    else {
15        int mid = (l + r) / 2;
16        if (yPos <= mid)
17            modifyY(index * 2, l, mid, val,
                yPos, xIndex, xIsLeaf);
18        else
19            modifyY(index * 2 + 1, mid + 1,
                r, val, yPos, xIndex,
                xIsLeaf);
20
21        maxST[xIndex][index] =
            max(maxST[xIndex][index * 2],
                maxST[xIndex][index * 2 + 1]);
22        minST[xIndex][index] =
            min(minST[xIndex][index * 2],
                minST[xIndex][index * 2 + 1]);
23    }
24 }
25 void modifyX(int index, int l, int r, int
    val, int xPos, int yPos) {
26     if (l == r) {
27         modifyY(1, 1, N, val, yPos, index,
            true);
28     }
29     else {
30         int mid = (l + r) / 2;
31         if (xPos <= mid)
32             modifyX(index * 2, l, mid, val,
                xPos, yPos);
33         else
34             modifyX(index * 2 + 1, mid + 1,
                r, val, xPos, yPos);
35         modifyY(1, 1, N, val, yPos, index,
            false);
36     }
37 }
38 void queryY(int index, int l, int r, int
    yql, int yqr, int xIndex, int& vmax,
    int& vmin) {
39     if (yql <= l && r <= yqr) {
40         vmax = max(vmax,
            maxST[xIndex][index]);
41         vmin = min(vmin,
            minST[xIndex][index]);
42     }
43     else
44     {
45         int mid = (l + r) / 2;
46         if (yql <= mid)
47             queryY(index * 2, l, mid, yql,
                yqr, xIndex, vmax, vmin);
48         if (mid < yqr)
49             queryY(index * 2 + 1, mid + 1, r,
                yql, yqr, xIndex, vmax,
                vmin);
50     }
51 }
52 void queryX(int index, int l, int r, int
    xql, int xqr, int yql, int yqr, int&
    vmax, int& vmin) {
53     if (xql <= l && r <= xqr) {
54         queryY(1, 1, N, yql, yqr, index,
            vmax, vmin);
55     }
56     else {
57         int mid = (l + r) / 2;
58         if (xql <= mid)
59             queryX(index * 2, l, mid, xql,
                xqr, yql, yqr, vmax, vmin);
60         if (mid < xqr)
61             queryX(index * 2 + 1, mid + 1, r,
                xql, xqr, yql, yqr, vmax,
                vmin);
62     }
63 }
64 int main() {
65     while (scanf("%d", &N) != EOF) {
66         int val;
67         for (int i = 1; i <= N; ++i) {
68             for (int j = 1; j <= N; ++j) {
69                 scanf("%d", &val);
70                 modifyX(1, 1, N, val, i, j);
71             }
72         }
73         int q;
74         int vmax, vmin;
75         int xql, xqr, yql, yqr;
76         char op;
77         scanf("%d", &q);
78         while (q--) {
79             getchar(); //for \n
80             scanf("%c", &op);
81             if (op == 'q') {
82                 scanf("%d %d %d %d", &xql,
                    &yql, &xqr, &yqr);
83                 vmax = -0x3f3f3f3f;
84                 vmin = 0x3f3f3f3f;
85                 queryX(1, 1, N, xql, xqr,
                    yql, yqr, vmax, vmin);
86                 printf("%d %d\n", vmax, vmin);
87             }
88             else {
89                 scanf("%d %d %d", &xql, &yql,
                    &val);
90                 modifyX(1, 1, N, val, xql,
                    yql);
91             }
92         }
93     }
94     return 0;
95 }

```

4.3 權值線段樹

```

1 //權值線段樹 + 離散化 解決區間第k小問題
2 //其他網路上的解法: 2個heap, Treap, AVL tree
3 #define maxn 30005
4 int nums[maxn];
5 int getArr[maxn];
6 int id[maxn];
7 int st[maxn << 2];
8 void update(int index, int l, int r, int qx)
    {
9     if (l == r)
10    {
11        ++st[index];
12        return;
13    }
14
15    int mid = (l + r) / 2;
16    if (qx <= mid)
17        update(index * 2, l, mid, qx);
18    else
19        update(index * 2 + 1, mid + 1, r, qx);
20    st[index] = st[index * 2] + st[index * 2
        + 1];
21 }
22 //找區間第k個小的
23 int query(int index, int l, int r, int k) {
24     if (l == r)
25         return id[l];
26     int mid = (l + r) / 2;
27     //k比左子樹小
28     if (k <= st[index * 2])
29         return query(index * 2, l, mid, k);
30     else
31         return query(index * 2 + 1, mid + 1,
            r, k - st[index * 2]);
32 }
33 int main() {
34     int t;
35     cin >> t;
36     bool first = true;
37     while (t--) {
38         if (first)
39             first = false;
40         else
41             puts("");
42         memset(st, 0, sizeof(st));
43         int m, n;
44         cin >> m >> n;
45         for (int i = 1; i <= m; ++i) {
46             cin >> nums[i];
47             id[i] = nums[i];
48         }
49         for (int i = 0; i < n; ++i)
50             cin >> getArr[i];
51         //離散化
52         //防止m == 0
53         if (m)
54             sort(id + 1, id + m + 1);
55         int stSize = unique(id + 1, id + m +
            1) - (id + 1);
56         for (int i = 1; i <= m; ++i) {
57             nums[i] = lower_bound(id + 1, id
                + stSize + 1, nums[i]) - id;
58         }
59         int addCount = 0;
60         int getCount = 0;
61         int k = 1;
62         while (getCount < n) {
63             if (getArr[getCount] == addCount)
64             {
65                 printf("%d\n", query(1, 1,
                    stSize, k));
66                 ++k;
67                 ++getCount;
68             }
69             else {
70                 update(1, 1, stSize,
                    nums[addCount + 1]);
71                 ++addCount;
72             }
73         }
74         return 0;
75 }

```

4.4 Trie

```

1 const int maxc = 26; // 單字字符數
2 const char minc = 'a'; // 首個 ASCII
3
4 struct TrieNode {
5     int cnt;
6     TrieNode* child[maxc];
7
8     TrieNode() {
9         cnt = 0;
10        for(auto& node : child) {
11            node = nullptr;
12        }
13    }

```



```

14 };
15
16 struct Trie {
17     TrieNode* root;
18
19     Trie() { root = new TrieNode(); }
20
21     void insert(string word) {
22         TrieNode* cur = root;
23         for(auto& ch : word) {
24             int c = ch - minc;
25             if(!cur->child[c])
26                 cur->child[c] = new TrieNode();
27             cur = cur->child[c];
28         }
29         cur->cnt++;
30     }
31
32     void remove(string word) {
33         TrieNode* cur = root;
34         for(auto& ch : word) {
35             int c = ch - minc;
36             if(!cur->child[c]) return;
37             cur = cur->child[c];
38         }
39         cur->cnt--;
40     }
41
42     // 字典裡有出現 word
43     bool search(string word, bool prefix=0) {
44         TrieNode* cur = root;
45         for(auto& ch : word) {
46             int c = ch - minc;
47             if(!cur->child[c]) return false;
48         }
49         return cur->cnt || prefix;
50     }
51
52     // 字典裡有 word 的前綴為 prefix
53     bool startsWith(string prefix) {
54         return search(prefix, true);
55     }
56 };
32 }
33     val[p] = wordId;
34     cnt[p]++;
35 }
36
37 void build() {
38     queue<int> q({root});
39     while(!q.empty()) {
40         int p = q.front();
41         q.pop();
42         for(int i=0; i<maxc; i++) {
43             int& t = trie[p][i];
44             if(t) {
45                 fail[t] = p?trie[fail[p]][i]:root;
46                 q.push(t);
47             } else {
48                 t = trie[fail[p]][i];
49             }
50         }
51     }
52 }
53
54 // 要存 wordId 才要 vec
55 // 同單字重複match要把所有vis取消掉
56 int match(char* s, vector<int>& vec) {
57     int res = 0;
58     memset(vis, 0, sizeof(vis));
59     for(int p=root; *s; s++) {
60         p = trie[p][*s-minc];
61         for(int k=p; k && !vis[k]; k=fail[k]) {
62             vis[k] = true;
63             res += cnt[k];
64             if(cnt[k]) vec.push_back(val[k]);
65         }
66     }
67     return res; // 匹配到的單字量
68 }
69 };
70
71 ACTrie ac; // 建構, 初始化
72 ac.insert(s); // 加字典單字
73 // 加完字典後
74 ac.build(); // !!! 建 failure link !!!
75 ac.match(s); // 多模式匹配(加vec存編號)
29 // 和上面同理
30 void getMax() {
31     int head=0, tail=0;
32     for(int i=1; i<=n; i++) {
33         while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i]) tail--;
34         q[++tail]=i;
35     }
36     for(int i=k; i<=n; i++) {
37         while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i]) tail--;
38         q[++tail]=i;
39         while(q[head]<=i-k) head++;
40         cout<<a[q[head]]<<" ";
41     }
42     cout<<endl;
43 }
44
45 int main(){
46     cin>>n>>k; //每k個連續的數
47     for(int i=1; i<=n; i++) cin>>a[i];
48     getmin();
49     getMax();
50     return 0;
51 }

```

4.5 AC Trie

```

1 const int maxn = 1e4 + 10; // 單字字數
2 const int maxl = 50 + 10; // 單字字長
3 const int maxc = 128; // 單字字符數
4 const char minc = ' '; // 首個 ASCII
5
6 int trie[maxn*maxl][maxc]; // 原字典樹
7 int val[maxn*maxl]; // 結尾(單字編號)
8 int cnt[maxn*maxl]; // 結尾(重複個數)
9 int fail[maxn*maxl]; // failure link
10 bool vis[maxn*maxl]; // 同單字不重複
11
12 struct ACTrie {
13     int seq, root;
14
15     ACTrie() {
16         seq = 0;
17         root = newNode();
18     }
19
20     int newNode() {
21         for(int i=0; i<maxc; i++) trie[seq][i]=0;
22         val[seq] = cnt[seq] = fail[seq] = 0;
23         return seq++;
24     }
25
26     void insert(char* s, int wordId=0) {
27         int p = root;
28         for(; *s; s++) {
29             int c = *s - minc;
30             if(!trie[p][c]) trie[p][c] = newNode();
31             p = trie[p][c];

```

4.6 單調隊列

```

1 //單調隊列
2 "如果一個選手比你小還比你強，你就可以退役了。"
3
4 example
5
6 給出一個長度為 n 的數組，
7 輸出每 k 個連續的數中的最大值和最小值。
8
9 #include <bits/stdc++.h>
10 #define maxn 1000100
11 using namespace std;
12 int q[maxn], a[maxn];
13 int n, k;
14 //得到這個隊列裡的最小值，直接找到最後的就行了
15 void getmin() {
16     int head=0, tail=0;
17     for(int i=1; i<=n; i++) {
18         while(head<=tail&&a[q[tail]]>=a[i])
19             tail--;
20         q[++tail]=i;
21     }
22     for(int i=k; i<=n; i++) {
23         while(head<=tail&&a[q[tail]]>=a[i])
24             tail--;
25         q[++tail]=i;
26         while(q[head]<=i-k) head++;
27         cout<<a[q[head]]<<" ";
28     }
29     cout<<endl;
30 }

```

5 Geometry

5.1 Template

```

1 using DBL = double;
2 using TP = DBL; // 存點的型態
3
4 const DBL pi = acos(-1);
5 const DBL eps = 1e-8;
6 const TP inf = 1e30;
7 const int maxn = 5e4 + 10;
8
9 struct Vector {
10     TP x, y;
11     Vector(TP x=0, TP y=0): x(x), y(y) {}
12     DBL length();
13 };
14 using Point = Vector;
15 using Polygon = vector<Point>;
16
17 Vector operator+(Vector a, Vector b) {
18     return Vector(a.x+b.x, a.y+b.y); }
19 Vector operator-(Vector a, Vector b) {
20     return Vector(a.x-b.x, a.y-b.y); }
21 Vector operator*(Vector a, DBL b) {
22     return Vector(a.x*b, a.y*b); }
23 Vector operator/(Vector a, DBL b) {
24     return Vector(a.x/b, a.y/b); }
25
26 TP dot(Vector a, Vector b) {
27     return a.x*b.x + a.y*b.y;
28 }
29 TP cross(Vector a, Vector b) {
30     return a.x*b.y - a.y*b.x;
31 }
32 DBL Vector::length() {
33     return sqrt(dot(*this, *this));
34 }
35 DBL dis(Point a, Point b) {
36     return sqrt(dot(a-b, a-b));
37 }
38 Vector unit_normal_vector(Vector v) {
39     DBL len = v.length();
40     return Vector(-v.y/len, v.x/len);
41 }
42
43 struct Line {
44     Point p;
45     Vector v;
46     DBL ang;
47     Line(Point _p={}, Vector _v={}) {
48         p = _p;
49         v = _v;
50         ang = atan2(v.y, v.x);
51     }
52     bool operator<(const Line& l) const {
53         return ang < l.ang;
54     }
55 };
56
57 struct Circle {
58     Point o;
59     DBL r;
60     Circle(): o({0, 0}), r(0) {}
61     Circle(Point o, DBL r=0): o(o), r(r) {}
62     Circle(Point a, Point b) { // ab 直徑
63         o = (a + b) / 2;
64         r = dis(o, a);
65     }
66     Circle(Point a, Point b, Point c) {
67         Vector u = b-a, v = c-a;
68         DBL c1=dot(u, a+b)/2, c2=dot(v, a+c)/2;
69         DBL dx=c1*v.y-c2*u.y, dy=u.x*c2-v.x*c1;
70         o = Point(dx, dy) / cross(u, v);
71         r = dis(o, a);
72     }
73     bool cover(Point p) {
74         return dis(o, p) <= r;
75     }

```

76 };

5.2 Polygon

```

1 // 判斷點 (point) 是否在凸包 (p) 內
2 bool pointInConvex(Polygon& p, Point point) {
3     // 根據 TP 型態來寫，沒浮點數不用 dblcmp
4     auto dblcmp=[&](DBL v){return (v>0)-(v<0);};
5     // 不包含線上，改 '>=' 為 '<'
6     auto test = [&](Point& p0, Point& p1) {
7         return dblcmp(cross(p1-p0, point-p0))>=0;
8     };
9     p.push_back(p[0]);
10    for(int i=1; i<p.size(); i++) {
11        if(!test(p[i-1], p[i])) {
12            p.pop_back();
13            return false;
14        }
15    }
16    p.pop_back();
17    return true;
18 }
19
20 // 計算簡單多邊形的面積
21 // ! p 為排序過的點 !
22 DBL polygonArea(Polygon& p) {
23     DBL sum = 0;
24     for(int i=0, n=p.size(); i<n; i++)
25         sum += cross(p[i], p[(i+1)%n]);
26     return abs(sum) / 2.0;
27 }

```

5.3 Intersection

```

1 Point intersection(Line a, Line b) {
2     Vector u = a.p - b.p;
3     DBL t = 1.0*cross(b.v, u)/cross(a.v, b.v);
4     return a.p + a.v*t;
5 }

```

5.4 最小圓覆蓋

```

1 vector<Point> p(3); // 在圖上的點
2 Circle MEC(vector<Point>& v, int n, int d=0){
3     Circle mec;
4     if(d == 1) mec = Circle(p[0]);
5     if(d == 2) mec = Circle(p[0], p[1]);
6     if(d == 3) return Circle(p[0], p[1], p[2]);
7     for(int i=0; i<n; i++) {
8         if(mec.cover(v[i])) continue;
9         p[d] = v[i];
10        mec = MEC(v, i, d+1);
11    }
12    return mec;
13 }

```

5.5 凸包

- TP 為 Point 裡 x 和 y 的型態
- struct Point 需要加入並另外計算的 variables:
 1. ang, 該點與基準點的 atan2 值
 2. d2, 該點與基準點的 (距離)²

```

1 using TP = long long;
2 using Polygon = vector<Point>;
3
4 const TP inf = 1e9; // 座標點最大值
5
6 Polygon convex_hull(Point* p, int n) {

```

```

7     auto dblcmp = [&](DBL a, DBL b=0.0) {
8         return (a>b) - (a<b);
9     };
10    auto rmv = [&](Point a, Point b, Point c) {
11        return cross(b-a, c-b) <= 0; // 非浮點數
12        return dblcmp(cross(b-a, c-b)) <= 0;
13    };
14
15    // 選最下裡最左的當基準點，可在輸入時計算
16    TP lx = inf, ly = inf;
17    for(int i=0; i<n; i++) {
18        if(p[i].y<ly || (p[i].y==ly&&p[i].x<lx)){
19            lx = p[i].x, ly = p[i].y;
20        }
21    }
22
23    for(int i=0; i<n; i++) {
24        p[i].ang=atan2(p[i].y-ly, p[i].x-lx);
25        p[i].d2 = (p[i].x-lx)*(p[i].x-lx) +
26                (p[i].y-ly)*(p[i].y-ly);
27    }
28    sort(p, p+n, [&](Point& a, Point& b) {
29        if(dblcmp(a.ang, b.ang))
30            return a.ang < b.ang;
31        return a.d2 < b.d2;
32    });
33
34    int m = 1; // stack size
35    Point st[n] = {p[n]=p[0]};
36    for(int i=1; i<n; i++) {
37        for(; m>1&&rmv(st[m-2], st[m-1], p[i]); m--);
38        st[m++] = p[i];
39    }
40    return Polygon(st, st+m-1);
41 }

```

5.6 半平面相交

```

1 using DBL = double;
2 using TP = DBL; // 存點的型態
3 using Polygon = vector<Point>;
4
5 const int maxn = 5e4 + 10;
6
7 // Return: 能形成半平面交的凸包邊界點
8 Polygon halfplaneIntersect(vector<Line>& nar){
9     sort(nar.begin(), nar.end());
10    // DBL 跟 0 比較，沒浮點數不用
11    auto dblcmp=[&](DBL v){return (v>0)-(v<0);};
12    // p 是否在 l 的左半平面
13    auto lft = [&](Point p, Line l) {
14        return dblcmp(cross(l.v, p-l.p)) > 0;
15    };
16
17    int ql = 0, qr = 0;
18    Line L[maxn] = {nar[0]};
19    Point P[maxn];
20
21    for(int i=1; i<nar.size(); i++) {
22        for(; ql<qr&&!lft(P[qr-1], nar[i]); qr--);
23        for(; ql<qr&&!lft(P[ql], nar[i]); ql++);
24        L[++qr] = nar[i];
25        if(dblcmp(cross(L[qr].v, L[qr-1].v))==0) {
26            if(lft(nar[i].p, L[--qr])) L[qr]=nar[i];
27        }
28        if(ql < qr)
29            P[qr-1] = intersection(L[qr-1], L[qr]);
30    }
31    for(; ql<qr && !lft(P[qr-1], L[ql]); qr--);
32    if(qr-ql <= 1) return {};
33    P[qr] = intersection(L[qr], L[ql]);
34    return Polygon(P+ql, P+qr+1);
35 }

```

6 DP

6.1 抽屜

```
1 long long dp[70][70][2];
2 // 初始條件
3 dp[1][0][0] = dp[1][1][1] = 1;
4 for (int i = 2; i <= 66; ++i){
5     // i個抽屜0個安全且上方0 =
6     // (底下i - 1個抽屜且1個安全且最上面L) +
7     // (底下n - 1個抽屜0個安全且最上方為0)
8     dp[i][0][0] = dp[i-1][1][1] + dp[i-1][0][0];
9     for (int j = 1; j <= i; ++j) {
10         dp[i][j][0] =
11             dp[i-1][j+1][1] + dp[i-1][j][0];
12         dp[i][j][1] =
13             dp[i-1][j-1][1] + dp[i-1][j-1][0];
14     }
15 } //答案在 dp[n][s][0] + dp[n][s][1];
```

6.2 Deque 最大差距

```
1 /*定義dp[l][r]是l ~ r時與先手最大差異值
2 轉移式: dp[l][r] = max{a[l] - solve(l + 1,
3     r), a[r] - solve(l, r - 1)}
4 裡面用減的主要是因為求是相減且會一直換手,
5 所以正負正負...*/
6 #define maxn 3005
7 bool vis[maxn][maxn];
8 long long dp[maxn][maxn];
9 long long a[maxn];
10 long long solve(int l, int r) {
11     if (l > r) return 0;
12     if (vis[l][r]) return dp[l][r];
13     vis[l][r] = true;
14     long long res = a[l] - solve(l + 1, r);
15     res = max(res, a[r] - solve(l, r - 1));
16     return dp[l][r] = res;
17 }
18 int main() {
19     ...
20     printf("%lld\n", solve(1, n));
21 }
```

6.3 LCS 和 LIS

```
1 //LCS 和 LIS 題目轉換
2 LIS 轉成 LCS
3 1. A 為原序列, B=sort(A)
4 2. 對 A,B 做 LCS
5 LCS 轉成 LIS
6 1. A, B 為原本的兩序列
7 2. 最 A 序列作編號轉換, 將轉換規則套用在 B
8 3. 對 B 做 LIS
9 4. 重複的數字在編號轉換時要變成不同的數字,
10 越早出現的數字要越小
11 5. 如果有數字在 B 裡面而不在 A 裡面,
12 直接忽略這個數字不做轉換即可
```

6.4 RangedP

```
1 //區間dp
2 int dp[55][55];
3 // dp[i][j] -> [i,j] 切割區間中最小的cost
4 int cuts[55];
5 int solve(int i, int j) {
6     if (dp[i][j] != -1)
7         return dp[i][j];
8     //代表沒有其他切法, 只能是cuts[j] - cuts[i]
9     if (i == j - 1)
10         return dp[i][j] = 0;
11     int cost = 0x3f3f3f3f;
```

```
12 for (int m = i + 1; m < j; ++m) {
13     //枚舉區間中間切點
14     cost = min(cost, solve(i, m) +
15         solve(m, j) + cuts[j] - cuts[i]);
16 }
17 return dp[i][j] = cost;
18 }
19 int main() {
20     int l, n;
21     while (scanf("%d", &l) != EOF && l){
22         scanf("%d", &n);
23         for (int i = 1; i <= n; ++i)
24             scanf("%d", &cuts[i]);
25         cuts[0] = 0;
26         cuts[n + 1] = l;
27         memset(dp, -1, sizeof(dp));
28         printf("ans = %d.\n", solve(0, n+1));
29     }
30     return 0;
31 }
```

6.5 stringDP

Edit distance S_1 最少需要經過幾次增、刪或換字變成 S_2

$$dp[i, j] = \begin{cases} i + 1, & \text{if } j = -1 \\ j + 1, & \text{if } i = -1 \\ \min \begin{cases} dp[i-1, j-1], \\ dp[i, j-1], \\ dp[i-1, j] \end{cases} & \text{if } S_1[i] = S_2[j] \\ \min \begin{cases} dp[i-1, j-1] \end{cases} + 1, & \text{if } S_1[i] \neq S_2[j] \end{cases}$$

Longest Palindromic Subsequence

$$dp[l, r] = \begin{cases} 1 & \text{if } l = r \\ \max \begin{cases} dp[l+1, r-1] \\ \max \{ dp[l+1, r], dp[l, r-1] \} \end{cases} & \text{if } S[l] = S[r] \\ \max \{ dp[l+1, r], dp[l, r-1] \} & \text{if } S[l] \neq S[r] \end{cases}$$

6.6 樹 DP 有幾個 path 長度為 k

```
1 #define maxn 50005
2 #define maxk 505
3 //dp[u][u的child距距離u長度k的數量]
4 long long dp[maxn][maxk];
5 vector<vector<int>> G;
6 int n, k;
7 long long res = 0;
8 void dfs(int u, int p) {
9     //u自己
10     dp[u][0] = 1;
11     for (int v: G[u]) {
12         if (v == p)
13             continue;
14         dfs(v, u);
15         for (int i = 1; i <= k; ++i) {
16             //子樹v距離i - 1的等於對於u來說距離i的
17             dp[u][i] += dp[v][i - 1];
18         }
19     }
20     //統計在u子樹中距離u為k的數量
21     res += dp[u][k];
22     long long cnt = 0;
23     for (int v: G[u]) {
24         if (v == p)
25             continue; //重點算法
26         for (int x = 0; x <= k - 2; ++x) {
27             cnt +=
28                 dp[v][x] * (dp[u][k-x-1] - dp[v][k-x-2]);
29         }
30     }
31     res += cnt / 2;
32 }
33 int main() {
34     ...
35     dfs(1, -1);
36     printf("%lld\n", res);
37     return 0;
38 }
```

6.7 TreeDP reroot

```
1 /*re-root dp on tree O(n + n + n) -> O(n)*/*
2 class Solution {
3 public:
4     vector<int> sumOfDistancesInTree(int n,
5         vector<vector<int>>& edges) {
6         this->res.assign(n, 0);
7         G.assign(n + 5, vector<int>());
8         for (vector<int>& edge: edges) {
9             G[edge[0]].emplace_back(edge[1]);
10             G[edge[1]].emplace_back(edge[0]);
11         }
12         memset(this->visited, 0,
13             sizeof(this->visited));
14         this->dfs(0);
15         memset(this->visited, 0,
16             sizeof(this->visited));
17         this->res[0] = this->dfs2(0, 0);
18         memset(this->visited, 0,
19             sizeof(this->visited));
20         this->dfs3(0, n);
21         return this->res;
22     }
23 private:
24     vector<vector<int>> G;
25     bool visited[30005];
26     int subtreeSize[30005];
27     vector<int> res;
28     //求subtreeSize
29     int dfs(int u) {
30         this->visited[u] = true;
31         for (int v: this->G[u])
32             if (!this->visited[v])
33                 this->subtreeSize[u] +=
34                     this->dfs(v);
35         //自己
36         this->subtreeSize[u] += 1;
37         return this->subtreeSize[u];
38     }
39     //求res[0], 0到所有點的距離
40     int dfs2(int u, int dis) {
41         this->visited[u] = true;
42         int sum = 0;
43         for (int v: this->G[u])
44             if (!visited[v])
45                 sum += this->dfs2(v, dis + 1);
46         //要加上自己的距離
47         return sum + dis;
48     }
49     //算出所有的res
50     void dfs3(int u, int n) {
51         this->visited[u] = true;
52         for (int v: this->G[u]) {
53             if (!visited[v]) {
54                 this->res[v] = this->res[u] +
55                     n - 2 *
56                     this->subtreeSize[v];
57                 this->dfs3(v, n);
58             }
59         }
60     }
61 }
```

6.8 WeightedLIS

```
1 #define maxn 200005
2 long long dp[maxn];
3 long long height[maxn];
4 long long B[maxn];
5 long long st[maxn << 2];
6 void update(int p, int index, int l, int r,
7     long long v) {
8     if (l == r) {
9         st[index] = v;
10         return;
```

```
10 }
11 int mid = (l + r) >> 1;
12 if (p <= mid)
13     update(p, (index << 1), l, mid, v);
14 else
15     update(p, (index << 1)+1,mid+1,r,v);
16 st[index] =
17     max(st[index<<1],st[(index<<1)+1]);
18 }
19 long long query(int index, int l, int r, int
    ql, int qr) {
20     if (ql <= l && r <= qr)
21         return st[index];
22     int mid = (l + r) >> 1;
23     long long res = -1;
24     if (ql <= mid)
25         res =
26             max(res,query(index<<1,l,mid,ql,qr));
27     if (mid < qr)
28         res =
29             max(res,query((index<<1)+1,mid+1,r,ql,qr));
30     return res;
31 }
32 int main() {
33     int n;
34     scanf("%d", &n);
35     for (int i = 1; i <= n; ++i)
36         scanf("%lld", &height[i]);
37     for (int i = 1; i <= n; ++i)
38         scanf("%lld", &B[i]);
39     long long res = B[1];
40     update(height[1], 1, 1, n, B[1]);
41     for (int i = 2; i <= n; ++i) {
42         long long temp;
43         if (height[i] - 1 >= 1)
44             temp =
45                 B[i]+query(1,1,n,1,height[i]-1);
46         else
47             temp = B[i];
48         update(height[i], 1, 1, n, temp);
49         res = max(res, temp);
50     }
51     printf("%lld\n", res);
52     return 0;
53 }
```