

Contents

1	ubuntu	1
1.1	run	1
1.2	cp.sh	1
2	Basic	1
2.1	ascii	1
2.2	limits	1
3	字串	1
3.1	最長迴文子字串	1
3.2	stringstream	2
4	STL	2
4.1	priority_queue	2
4.2	queue	2
4.3	deque	2
4.4	map	3
4.5	unordered_map	3
4.6	set	3
4.7	multiset	3
4.8	unordered_set	4
4.9	單調隊列	4
5	sort	5
5.1	大數排序	18
5.2	bubble sort	5
6	math	20
6.1	質數與因數	5
6.2	prime factorization	5
6.3	快速冪	6
6.4	歐拉函數	6
7	algorithm	25
7.1	basic	7
7.2	binarysearch	7
7.3	prefix sum	7
7.4	差分	7
7.5	greedy	8
8	動態規劃	31
8.1	LCS 和 LIS	32
9	graph	33
9.1	graph	61
10	Section2	11
10.1	thm	12
11	space	12
11.1	s	12
12	reference	13
12.1	assert.cpp	13
12.2	print.cpp	13
12.3	rvec.cpp	13
12.4	sort.cpp	13
12.5	find.cpp	13
12.6	hw6.cpp	13
12.7	rectangle.cpp	13
12.8	RationalNumber.cpp	15
12.9	SortFunctionTemplate.cpp	15
12.10	inmax.cpp	16

1 ubuntu

1.1 run

```
1 | ~$ bash cp.sh PA
```

1.2 cp.sh

```
1 | #!/bin/bash
2 | clear
3 | g++ $1.cpp -DDBG -o $1
4 | if [[ "$?" == "0" ]]; then
5 |     echo Running
6 |     ./$1 < $1.in > $1.out
7 |     echo END
8 | fi
```

2 Basic

2.1 ascii

int	char	int	char	int	char
32		64	@	96	`
33	!	65	A	97	a
34	"	66	B	98	b
35	#	67	C	99	c
36	\$	68	D	100	d
37	%	69	E	101	e
38	&	70	F	102	f
39	'	71	G	103	g
40	(	72	H	104	h
41	)	73	I	105	i
42	*	74	J	106	j
43	+	75	K	107	k
44	,	76	L	108	l
45	-	77	M	109	m
46	.	78	N	110	n
47	/	79	O	111	o
48	0	80	P	112	p
49	1	81	Q	113	q
50	2	82	R	114	r
51	3	83	S	115	s
52	4	84	T	116	t
53	5	85	U	117	u
54	6	86	V	118	v
55	7	87	W	119	w
56	8	88	X	120	x
57	9	89	Y	121	y
58	:	90	Z	122	z
59	;	91	[	123	{
60	<	92	\	124	
61	=	93	]	125	}
62	>	94	^	126	~
63	?	95	-		

2.2 limits

[Type]	[size]	[range]
char	1	127 to -128
signed char	1	127 to -128
unsigned char	1	0 to 255
short	2	32767 to -32768
int	4	2147483647 to -2147483648
unsigned int	4	0 to 4294967295
long	4	2147483647 to -2147483648
unsigned long	4	0 to 18446744073709551615
long long	8	
	9223372036854775807 to -9223372036854775808	
double	8	1.79769e+308 to 2.22507e-308
long double	16	1.18973e+4932 to 3.3621e-4932
float	4	3.40282e+38 to 1.17549e-38
unsigned long long	8	0 to 18446744073709551615
string	32	

3 字串

3.1 最長迴文子字串

```
1 | #include <bits/stdc++.h>
2 | #define T(x) ((x) % 2 ? s[(x) / 2] : '. ')
3 | using namespace std;
4 |
5 | string s;
6 | int n;
7 |
8 | int ex(int l, int r) {
9 |     int i = 0;
```

```

10 while(1 - i >= 0 && r + i < n && T(1 - i) == T(r +
    i)) i++;
11 return i;
12 }
13
14 int main() {
15     cin >> s;
16     n = 2 * s.size() + 1;
17
18     int mx = 0;
19     int center = 0;
20     vector<int> r(n);
21     int ans = 1;
22     r[0] = 1;
23     for(int i = 1; i < n; i++) {
24         int ii = center - (i - center);
25         int len = mx - i + 1;
26         if(i > mx) {
27             r[i] = ex(i, i);
28             center = i;
29             mx = i + r[i] - 1;
30         } else if(r[ii] == len) {
31             r[i] = len + ex(i - len, i + len);
32             center = i;
33             mx = i + r[i] - 1;
34         } else {
35             r[i] = min(r[ii], len);
36         }
37         ans = max(ans, r[i]);
38     }
39
40     cout << ans - 1 << "\n";
41     return 0;
42 }

```

### 3.2 stringstream

```

1 string s, word;
2 stringstream ss;
3 getline(cin, s);
4 ss << s;
5 while(ss >> word)
6     cout << word << endl;

```

## 4 STL

### 4.1 priority\_queue

```

1 priority_queue: 優先隊列，資料預設由大到小排序，
    即優先權高的資料會先被取出。
2 宣告：
3     priority_queue<int> pq;
4 把元素 x 加進 priority_queue：
5     pq.push(x);
6 讀取優先權最高的值：
7     x = pq.top();
8     pq.pop(); //讀取後刪除
9 判斷是否為空的priority_queue：
10    pq.empty() //回傳 true
11    pq.size() //回傳 0
12 如需改變priority_queue的優先權定義：
13    priority_queue<T> pq; //預設由大到小
14    priority_queue<T, vector<T>, greater<T>> > pq;
15    //改成由小到大
16    priority_queue<T, vector<T>, cmp> pq; //cmp

```

### 4.2 queue

```

1 queue: 佇列，資料有「先進先出」 (first in first out,
    FIFO)的特性。
2 就像排隊買票一樣，先排隊的客戶被服務。
3 宣告：
4     queue<int> q;
5 把元素 x 加進 queue：
6     q.push(x);
7 取值：
8     x = q.front(); //頭
9     x = q.back(); //尾
10 移除已經讀取的值：
11     q.pop();
12 判斷是否為空的queue：
13     q.empty() 回傳 true
14     q.size() 回傳零
15
16 #include <iostream>
17 #include <queue>
18 using namespace std;
19
20 int main() {
21     int n;
22     while (cin >> n){
23         if (n == 0) break;
24         queue<int> q;
25         for (int i = 0; i < n; i++){
26             q.push(i+1);
27         }
28         cout << "Discarded cards:";
29         for (int i = 0; i < n-1; i++){
30             if (i != 0) cout << ', ';
31             cout << ' ' << q.front();
32             q.pop();
33             q.push(q.front());
34             q.pop();
35         }
36         cout << endl << "Remaining card: " <<
            q.front() << endl;
37     }
38 }

```

### 4.3 deque

```

1 deque 是 C++ 標準模板函式庫
2 (Standard Template Library, STL)
3 中的雙向佇列容器 (Double-ended Queue)，
4 跟 vector 相似，不過在 vector
    中若是要添加新元素至開端，
5 其時間複雜度為 O(N)，但在 deque 中則是 O(1)。
6 同樣也能在我們需要儲存更多元素的時候自動擴展空間，
7 讓我們不必煩惱佇列長度的問題。
8 dq.push_back() //在 deque 的最尾端新增元素
9 dq.push_front() //在 deque 的開頭新增元素
10 dq.pop_back() //移除 deque 最尾端的元素
11 dq.pop_front() //移除 deque 最開頭的元素
12 dq.back() //取出 deque 最尾端的元素
13 dq.front() //回傳 deque 最開頭的元素
14 dq.insert()
15 dq.insert(position, n, val)
    position: 插入元素的 index 值
    n: 元素插入次數
    val: 插入的元素值
16 dq.erase()
    //刪除元素，需要使用迭代器指定刪除的元素或位置，
    同時也會返回指向刪除元素下一元素的迭代器。
17
18 dq.clear() //清空整個 deque 佇列。
19 dq.size() //檢查 deque 的尺寸
20 dq.empty() //如果 deque 佇列為空返回 1；
    若是存在任何元素，則返回 0
21
22 dq.begin() //返回一個指向 deque 開頭的迭代器
23 dq.end() //指向 deque 結尾，
    不是最後一個元素，
24
25
26

```

27 | 而是最後一個元素的下一個位置

## 4.4 map

```

1 | map：存放 key-value pairs 的映射資料結構，
2 |   會按 key 由小到大排序。
3 | 元素存取
4 | operator[]：存取指定的[i]元素的資料
5 |
6 | 迭代器
7 | begin()：回傳指向map頭部元素的迭代器
8 | end()：回傳指向map末尾的迭代器
9 | rbegin()：回傳一個指向map尾部的反向迭代器
10 | rend()：回傳一個指向map頭部的反向迭代器
11 |
12 | 遍歷整個map時，利用iterator操作：
13 | 取key：it->first 或 (*it).first
14 | 取value：it->second 或 (*it).second
15 |
16 | 容量
17 | empty()：檢查容器是否為空，空則回傳true
18 | size()：回傳元素數量
19 | max_size()：回傳可以容納的最大元素個數
20 |
21 | 修改器
22 | clear()：刪除所有元素
23 | insert()：插入元素
24 | erase()：刪除一個元素
25 | swap()：交換兩個map
26 |
27 | 查找
28 | count()：回傳指定元素出現的次數
29 | find()：查找一個元素
30 |
31 | //實作範例
32 | #include <bits/stdc++.h>
33 | using namespace std;
34 |
35 | int main(){
36 |
37 |     //declaration container and iterator
38 |     map<string, string> mp;
39 |     map<string, string>::iterator iter;
40 |     map<string, string>::reverse_iterator iter_r;
41 |
42 |     //insert element
43 |     mp.insert(pair<string, string>("r000",
44 |                                     "student_zero"));
45 |
46 |     mp["r123"] = "student_first";
47 |     mp["r456"] = "student_second";
48 |
49 |     //traversal
50 |     for(iter = mp.begin(); iter != mp.end(); iter++)
51 |         cout<<iter->first<<" "<<iter->second<<endl;
52 |     for(iter_r = mp.rbegin(); iter_r != mp.rend();
53 |         iter_r++)
54 |         cout<<iter_r->first<<" "
55 |             <<iter_r->second<<endl;
56 |
57 |     //find and erase the element
58 |     iter = mp.find("r123");
59 |     mp.erase(iter);
60 |
61 |     iter = mp.find("r123");
62 |
63 |     if(iter != mp.end())
64 |         cout<<"Find, the value is "
65 |             <<iter->second<<endl;
66 |     else
67 |         cout<<"Do not Find"<<endl;
68 |
69 |     return 0;

```

```

66 | }
67 |
68 | //map統計數字
69 | #include<bits/stdc++.h>
70 | using namespace std;
71 |
72 | int main(){
73 |     ios::sync_with_stdio(0),cin.tie(0);
74 |     long long n,x;
75 |     cin>>n;
76 |     map <int,int> mp;
77 |     while(n--){
78 |         cin>>x;
79 |         ++mp[x];
80 |     }
81 |     for(auto i:mp) cout<<i.first<<" "<<i.second<<endl;
82 | }

```

## 4.5 unordered\_map

```

1 | unordered_map：存放 key-value pairs
2 |   的「無序」映射資料結構。
3 | 用法與map相同

```

## 4.6 set

```

1 | set： 集合，去除重複的元素，資料由小到大排序。
2 |
3 | 宣告：
4 |     set <int> st;
5 |
6 | 把元素 x 加進 set：
7 |     st.insert(x);
8 |
9 | 檢查元素 x 是否存在 set 中：
10 |     st.count(x);
11 |
12 | 刪除元素 x：
13 |     st.erase(x); // 可傳入值或iterator
14 |
15 | 清空集合中的所有元素：
16 |     st.clear();
17 |
18 | 取值： 使用iterator
19 |     x = *st.begin();
20 |         // set中的第一個元素(最小的元素)。
21 |     x = *st.rbegin();
22 |         // set中的最後一個元素(最大的元素)。
23 |
24 | 判斷是否為空的set：
25 |     st.empty() 回傳true
26 |     st.size() 回傳零
27 |
28 | 常用來搭配的member function：
29 |     st.count(x);
30 |     auto it = st.find(x);
31 |         // binary search, O(log(N))
32 |     auto it = st.lower_bound(x);
33 |         // binary search, O(log(N))
34 |     auto it = st.upper_bound(x);
35 |         // binary search, O(log(N))

```

## 4.7 multiset

```

1 | 與 set 用法雷同，但會保留重複的元素。
2 | 資料由小到大排序。
3 | 宣告：
4 |     multiset<int> st;
5 | 刪除資料：

```

```

6      st.erase(val); 會刪除所有值為 val 的元素。
7      st.erase(st.find(val)); 只刪除第一個值為 val
      的元素。

```

## 4.8 unordered\_set

```

1 unordered_set 的實作方式通常是用雜湊表(hash table)，
2 資料插入和查詢的時間複雜度很低，為常數級別O(1)，
3 相對的代價是消耗較多的記憶體，空間複雜度較高，
4 無自動排序功能。
5
6 初始化
7 unordered_set<int> myunordered_set{1, 2, 3, 4, 5};
8
9 陣列初始化
10 int arr[] = {1, 2, 3, 4, 5};
11 unordered_set<int> myunordered_set(arr, arr+5);
12
13 插入元素
14 unordered_set<int> myunordered_set;
15 myunordered_set.insert(1);
16
17 迴圈遍歷 unordered_set 容器
18 #include <iostream>
19 #include <unordered_set>
20 using namespace std;
21
22 int main() {
23     unordered_set<int> myunordered_set = {3, 1};
24     myunordered_set.insert(2);
25     myunordered_set.insert(5);
26     myunordered_set.insert(4);
27     myunordered_set.insert(5);
28     myunordered_set.insert(4);
29
30     for (const auto &s : myunordered_set) {
31         cout << s << " ";
32     }
33     cout << "\n";
34
35     return 0;
36 }
37
38 /*
39 output
40 4 5 2 1 3
41 */
42
43 unordered_set 刪除指定元素
44 #include <iostream>
45 #include <unordered_set>
46
47 int main() {
48     unordered_set<int> myunordered_set{2, 4, 6, 8};
49
50     myunordered_set.erase(2);
51     for (const auto &s : myunordered_set) {
52         cout << s << " ";
53     }
54     cout << "\n";
55
56     return 0;
57 }
58
59 /*
60 output
61 8 6 4
62 */
63 清空 unordered_set 元素
64 unordered_set<int> myunordered_set;
65 myunordered_set.insert(1);
66 myunordered_set.clear();
67
68 unordered_set 判斷元素是否存在

```

```

69 unordered_set<int> myunordered_set;
70 myunordered_set.insert(2);
71 myunordered_set.insert(4);
72 myunordered_set.insert(6);
73 cout << myunordered_set.count(4) << "\n"; // 1
74 cout << myunordered_set.count(8) << "\n"; // 0
75
76 判斷 unordered_set 容器是否為空
77 #include <iostream>
78 #include <unordered_set>
79
80 int main() {
81     unordered_set<int> myunordered_set;
82     myunordered_set.clear();
83
84     if (myunordered_set.empty()) {
85         cout << "empty\n";
86     } else {
87         cout << "not empty, size is "<<
            myunordered_set.size() << "\n";
88     }
89
90     return 0;
91 }

```

## 4.9 單調隊列

```

1 //單調隊列
2 "如果一個選手比你小還比你強，你就可以退役了。"--單調隊列
3
4 example 1
5
6 給出一個長度為 n 的數組，
7 輸出每 k 個連續的數中的最大值和最小值。
8
9 //寫法1
10 #include <bits/stdc++.h>
11 #define maxn 1000100
12 using namespace std;
13 int q[maxn], a[maxn];
14 int n, k;
15
16 void getmin() {
17     // 得到這個隊列裡的最小值，直接找到最後的就行了
18     int head = 0, tail = 0;
19     for (int i = 1; i < k; i++) {
20         while (head <= tail && a[q[tail]] >= a[i])
21             tail--;
22         q[++tail] = i;
23     }
24     for (int i = k; i <= n; i++) {
25         while (head <= tail && a[q[tail]] >= a[i])
26             tail--;
27         q[++tail] = i;
28         while (q[head] <= i - k) head++;
29         cout<<a[q[head]]<<" ";
30     }
31
32 void getmax() { // 和上面同理
33     int head = 0, tail = 0;
34     for (int i = 1; i < k; i++) {
35         while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i])tail--;
36         q[++tail] = i;
37     }
38     for (int i = k; i <= n; i++) {
39         while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i])tail--;
40         q[++tail] = i;
41         while (q[head] <= i - k) head++;
42         cout<<a[q[head]]<<" ";
43     }
44 }
45
46 int main() {
47     cin>>n>>k; //每k個連續的數

```

```

47     for (int i = 1; i <= n; i++) cin>>a[i];
48     getmin();
49     cout<<'\\n';
50     getmax();
51     cout<<'\\n';
52     return 0;
53 }
54
55 //寫法2
56 #include <iostream>
57 #include <cstring>
58 #include <deque>
59 using namespace std;
60 int a[1000005];
61
62 int main() {
63     ios_base::sync_with_stdio(0);
64     int n, k;
65     while(cin>>n>>k) {
66         for(int i=0; i<n; i++) cin >> a[i];
67         deque<int> dq;
68         for(int i=0; i<n; i++){
69             while(dq.size() && dq.front()<=i-k)
70                 dq.pop_front();
71             while(dq.size() && a[dq.back()]>a[i])
72                 dq.pop_back();
73             dq.push_back(i);
74             if(i==k-1) cout<<a[dq.front()];
75             if(i>k-1) cout<<' '<<a[dq.front()];
76         }
77         if(k>n) cout<<a[dq.front()];
78         cout<<'\\n';
79         while(dq.size()) dq.pop_back();
80         for(int i=0; i<n; i++){
81             while(dq.size() && dq.front()<=i-k)
82                 dq.pop_front();
83             while(dq.size() && a[dq.back()]<a[i])
84                 dq.pop_back();
85             dq.push_back(i);
86             if(i==k-1) cout<<a[dq.front()];
87             if(i>k-1) cout<<' '<<a[dq.front()];
88         }
89         if(k>n) cout<<a[dq.front()];
90         cout<<'\\n';
91     }
92     return 0;
93 }

```

#### example 2

一個含有  $n$  項的數列，求出每一項前的  $m$  個數到它這個區間內的最小值。

若前面的數不足  $m$  項則從第 1 個數開始，若前面沒有數則輸出 0

```

100 #include<bits/stdc++.h>
101 using namespace std;
102 #define re register int
103 #define INF 0x3f3f3f3f
104 #define ll long long
105 #define maxn 2000009
106 #define maxm
107 inline ll read() {
108     ll x=0,f=1;
109     char ch=getchar();
110     while(ch<'0' || ch>'9'){
111         if(ch=='-') f=-1;
112         ch=getchar();
113     }
114     while(ch>='0' && ch<='9'){
115         x=(x<<1)+(x<<3)+(ll)(ch-'0');
116         ch=getchar();
117     }
118     return x*f;
119 }
120 }
121 int n,m,k,tot,head,tail;

```

```

122 int a[maxn],q[maxn];
123 int main() {
124     n=read(), m=read();
125     for(int i=1;i<=n;i++) a[i]=read();
126     head=1,tail=0; //起始位置為1
127     //因為插入是q[++tail]所以要初始化為0
128     for(int i=1;i<=n;i++)
129         //每次隊首的元素就是當前的答案
130     {
131         cout<<a[q[head]]<<endl;
132         while(i-q[head]+1>m&&head<=tail) //維護隊首
133             head++;
134         while(a[i]<a[q[tail]]&&head<=tail) //維護隊尾
135             tail--;
136         q[++tail]=i;
137     }
138     return 0;
139 }

```

## 5 sort

### 5.1 大數排序

```

1 #python大數排序
2
3 while True:
4     try:
5         n = int(input())           # 有幾筆數字需要排序
6         arr = []                   # 建立空串列
7         for i in range(n):
8             arr.append(int(input())) # 依序將數字存入串列
9             arr.sort()               # 串列排序
10        for i in arr:
11            print(i)                 # 依序印出串列中每個項目
12    except:
13        break

```

### 5.2 bubble sort

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int main() {
5     int n;
6     cin>>n;
7     int a[n], tmp;
8     for(int i=0; i<n; i++) cin>>a[i];
9     for(int i=n-1; i>0; i--) {
10         for(int j=0; j<=i-1; j++) {
11             if( a[j]>a[j+1]) {
12                 tmp=a[j];
13                 a[j]=a[j+1];
14                 a[j+1]=tmp;
15             }
16         }
17     }
18     for(int i=0; i<n; i++) cout<<a[i]<<" ";
19 }

```

## 6 math

### 6.1 質數與因數

```

1 質數
2
3 埃氏篩法
4 int n;

```

```

5 vector<int> isprime(n+1,1);
6 isprime[0]=isprime[1]=0;
7 for(int i=2;i*i<=n;i++){
8     if(isprime[i])
9         for(int j=i*i;j<=n;j+=i) isprime[j]=0;
10 }

```

因數

```

16 最大公因數 O(log(min(a,b)))
17 int GCD(int a, int b)
18 {
19     if (b == 0) return a;
20     return GCD(b, a % b);
21 }

```

質因數分解

```

25 void primeFactorization(int n)
26 {
27     for (int i = 0; i < (int)p.size(); ++i)
28     {
29         if (p[i] * p[i] > n)
30             break;
31         if (n % p[i])
32             continue;
33         cout << p[i] << ' ';
34         while (n % p[i] == 0)
35             n /= p[i];
36     }
37     if (n != 1)
38         cout << n << ' ';
39     cout << '\n';
40 }

```

歌德巴赫猜想

solution : 把偶數  $N$  ( $6 \leq N \leq 10^6$ ) 寫成兩個質數的和。

```

44 #include <iostream>
45 #include <cstdio>
46 using namespace std;
47 #define N 20000000
48 int ox[N], p[N], pr;
49
50 void PrimeTable(){
51     ox[0] = ox[1] = 1;
52     pr = 0;
53     for (int i = 2; i < N; i++){
54         if (!ox[i]) p[pr++] = i;
55         for (int j = 0; i*p[j]<N&&j < pr; j++)
56             ox[i*p[j]] = 1;
57     }
58 }
59
60 int main(){
61     PrimeTable();
62     int n;
63     while (cin>>n,n){
64         int x;
65         for (x = 1;; x += 2)
66             if (!ox[x] && !ox[n - x])break;
67         printf("%d = %d + %d\n", n, x, n - x);
68     }
69 }

```

problem : 給定整數  $N$  , 求  $N$   
最少可以拆成多少個質數的和。

```

71 如果  $N$  是質數, 則答案為 1。
72 如果  $N$  是偶數(不包含2), 則答案為 2 (強歌德巴赫猜想)。
73 如果  $N$  是奇數且  $N-2$  是質數, 則答案為 2 (2+質數)。
74 其他狀況答案為 3 (弱歌德巴赫猜想)。
75 #pragma GCC optimize("O2")
76 #include <bits/stdc++.h>
77 using namespace std;
78 #define FOR(i, L, R) for(int i=L;i<(int)R;++i)
79 #define FORD(i, L, R) for(int i=L;i>(int)R;--i)

```

```

80 #define IOS
81 cin.tie(nullptr);
82 cout.tie(nullptr);
83 ios_base::sync_with_stdio(false);
84
85 bool isPrime(int n){
86     FOR(i, 2, n){
87         if (i * i > n)
88             return true;
89         if (n % i == 0)
90             return false;
91     }
92     return true;
93 }
94
95 int main(){
96     IOS;
97     int n;
98     cin >> n;
99     if(isPrime(n)) cout << "1\n";
100     else if(n%2==0||isPrime(n-2)) cout<<"2\n";
101     else cout << "3\n";
102 }

```

## 6.2 prime factorization

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int main() {
5     int n;
6     while(true) {
7         cin>>n;
8         for(int x=2; x<=n; x++) {
9             while(n%x==0) {
10                 cout<<x<<"*";
11                 n/=x;
12             }
13         }
14         cout<<"\b \n";
15     }
16     system("pause");
17     return 0;
18 }

```

## 6.3 快速幂

```

1 計算  $a^b$ 
2 #include <iostream>
3 #define ll long long
4 using namespace std;
5
6 const ll MOD = 1000000007;
7 ll fp(ll a, ll b) {
8     int ans = 1;
9     while(b > 0) {
10         if(b & 1) ans = ans * a % MOD;
11         a = a * a % MOD;
12         b >>= 1;
13     }
14     return ans;
15 }
16
17 int main() {
18     int a, b;
19     cin>>a>>b;
20     cout<<fp(a,b);
21 }

```

## 6.4 歐拉函數

```

1 //計算閉區間 [1,n] 中的正整數與 n 互質的個數
2 #include <bits/stdc++.h>
3 using namespace std;
4 int n,ans;
5
6 int phi(){
7     ans=n;
8     for(int i=2;i*i<=n;i++){
9         if(n%i==0){
10             ans=ans-ans/i;
11             while(n%i==0) n/=i;
12         }
13     }
14     if(n>1) ans=ans-ans/n;
15     return ans;
16 }
17 int main(){
18     while(cin>>n)
19         cout<<phi()<<endl;
20 }

```

## 7 algorithm

### 7.1 basic

```

1 min_element：找尋最小元素
2 min_element(first, last)
3 max_element：找尋最大元素
4 max_element(first, last)
5 sort：排序，預設由小排到大。
6 sort(first, last)
7 sort(first, last, cmp)：可自行定義比較運算子 cmp。
8 find：尋找元素。
9 find(first, last, val)
10 lower_bound：尋找第一個小於 x
   的元素位置，如果不存在，則回傳 last。
11 lower_bound(first, last, val)
12 upper_bound：尋找第一個大於 x
   的元素位置，如果不存在，則回傳 last。
13 upper_bound(first, last, val)
14 next_permutation：將序列順序轉換成下一個字典序，
   如果存在回傳 true，反之回傳 false。
15 next_permutation(first, last)
16 prev_permutation：將序列順序轉換成上一個字典序，
   如果存在回傳 true，反之回傳 false。
17 prev_permutation(first, last)

```

### 7.2 binarysearch

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int binary_search(vector<int> &nums, int target) {
5     int left=0, right=nums.size()-1;
6     while(left<=right){
7         int mid=(left+right)/2;
8         if (nums[mid]>target) right=mid-1;
9         else if (nums[mid]<target) left=mid+1;
10        else return mid+1;
11    }
12    return 0;
13 }
14
15 int main() {
16     int n, k, x;
17     cin >> n >> k;
18     int a[n];
19     vector<int> v;
20     for(int i=0 ; i<n ; i++){
21         cin >> x;
22         v.push_back(x);

```

```

23     }
24     for(int i=0 ; i<k ; i++) cin >> a[i];
25     for(int i=0 ; i<k ; i++){
26         cout << binary_search(v, a[i]) << endl;
27     }
28 }
29
30 lower_bound(a, a + n, k); //最左邊 ≥ k 的位置
31 upper_bound(a, a + n, k); //最左邊 > k 的位置
32 upper_bound(a, a + n, k) - 1; //最右邊 ≤ k 的位置
33 lower_bound(a, a + n, k) - 1; //最右邊 < k 的位置
34 (lower_bound, upper_bound) //等於 k 的範圍
35 equal_range(a, a+n, k);
36
37 /*
38 input
39 5 5
40 1 3 4 7 9
41 3 1 9 7 -2
42 */
43
44 /*
45 output
46 2
47 1
48 5
49 4
50 0
51 */

```

### 7.3 prefix sum

```

1 // 前綴和
2 陣列前n項的和。
3 b[i] = a[0] + a[1] + a[2] + ... + a[i]
4 區間和 [l, r] : b[r]-b[l-1] (要保留b[l]所以-1)
5
6 #include <bits/stdc++.h>
7 using namespace std;
8 int main(){
9     int n;
10    cin >> n;
11    int a[n], b[n];
12    for(int i=0; i<n; i++) cin >> a[i];
13    b[0] = a[0];
14    for(int i=1; i<n; i++) b[i] = b[i-1] + a[i];
15    for(int i=0; i<n; i++) cout<<b[i]<<' ';
16    cout<<'\\n';
17    int l, r;
18    cin >> l >> r;
19    cout << b[r] - b[l-1] ; //區間和
20 }

```

### 7.4 差分

```

1 // 差分
2 用途：在區間 [l, r] 加上一個數字v。
3 b[l] += v; (b[0~l] 加上v)
4 b[r+1] -= v; (b[r+1~n] 減去v (b[r] 仍保留v))
5 給的 a[] 是前綴和數列，建構 b[]，
6 因為 a[i] = b[0] + b[1] + b[2] + ... + b[i]，
7 所以 b[i] = a[i] - a[i-1]。
8 在 b[l] 加上 v，b[r+1] 減去 v，
9 最後再從 0 跑到 n 使 b[i] += b[i-1]。
10 這樣一來，b[] 是一個在某區間加上v的前綴和。
11
12 #include <bits/stdc++.h>
13 using namespace std;
14 int a[1000], b[1000];
15 // a: 前綴和數列, b: 差分數列
16 int main(){
17     int n, l, r, v;

```



```

18     cin >> n;
19     for(int i=1; i<=n; i++){
20         cin >> a[i];
21         b[i] = a[i] - a[i-1]; //建構差分數列
22     }
23     cin >> l >> r >> v;
24     b[l] += v;
25     b[r+1] -= v;
26
27     for(int i=1; i<=n; i++){
28         b[i] += b[i-1];
29         cout << b[i] << ' ';
30     }
31 }

```

## 7.5 greedy

1 //貪心  
2 貪心演算法的核心為，  
3 採取在目前狀態下最好或最佳（即最有利）的選擇。  
4 貪心演算法雖然能獲得當前最佳解，  
5 但不保證能獲得最後（全域）最佳解，  
6 提出想法後可以先試圖尋找有沒有能推翻原本的想法的反例，  
7 確認無誤再實作。

8 Scarecrow

9 //problem

10 有一個  $N \times 1$  的稻田，有些稻田現在有種植作物，  
11 為了避免被動物破壞，需要放置稻草人，  
12 稻草人可以保護該塊稻田和左右兩塊稻田，  
13 請問最少需要多少稻草人才能保護所有稻田？

14 //solution

15 從左到右掃描稻田，如果第  $i$  塊稻田有作物，  
16 就把稻草人放到第  $i+1$  塊稻田，  
17 這樣能保護第  $i, i+1, i+2$  塊稻田，  
18 接著從第  $i+3$  塊稻田繼續掃描。

19 //code

```

20 #include <bits/stdc++.h>
21 using namespace std;
22 int main(){
23     string s;
24     int i, n, t, tc = 1;
25     cin >> t;
26     while (t--){
27         cin >> n >> s;
28         int nc = 0;
29         for (i = 0; i < n; i++)
30             if (s[i] == '.' || i + 2 < n && s[i+2] == '.') nc++;
31         cout << "Case " << tc++ << ": " << nc << endl;
32     }
33 }

```

34 霍夫曼樹的變形題

35 //problem

36 給定  $N$  個數，每次將兩個數  $a, b$  合併成  $a+b$ ，  
37 只到最後只剩一個數，合併成本為兩數和，  
38 問最小合併成本為多少。

39 //solution

40 每次將最小的兩數合併起來。

41 //code

```

42 #include <bits/stdc++.h>
43 using namespace std;
44 int main()
45 {
46     int n, x;
47     while (cin >> n, n){
48         priority_queue<int, vector<int>, greater<int>>>
49             q;
50         while (n--){

```

```

51             cin >> x;
52             q.push(x);
53         }
54         long long ans = 0;
55         while (q.size() > 1){
56             x = q.top();
57             q.pop();
58             x += q.top();
59             q.pop();
60             q.push(x);
61             ans += x;
62         }
63         cout << ans << endl;
64     }
65 }

```

66 Commando War

67 //problem

68 有  $n$  個部下，每個部下要花  $B_i$  分鐘交待任務，  
69 再花  $J_i$  分鐘執行任務，一次只能對一位部下交代任務，  
70 但可以多人同時執行任務，問最少要花多少時間完成任務。

71 //solution

72 執行時間長的人先交代任務

73 //code

```

74 #include <bits/stdc++.h>
75 using namespace std;
76 struct Data{
77     int b, j;
78     bool operator<(const Data &rhs) const {
79         return j > rhs.j;
80     }
81 };
82
83 int main(){
84     int n, ti = 0;
85     Data a[1005];
86     while (cin >> n, n){
87         for (int i = 0; i < n; ++i)
88             cin >> a[i].b >> a[i].j;
89         sort(a, a + n);
90         int ans = 0, sum = 0;
91         for (int i = 0; i < n; ++i){
92             sum += a[i].b;
93             ans = max(ans, sum + a[i].j);
94         }
95         cout << "Case " << ++ti << ": " << ans << '\n';
96     }
97 }

```

98 刪數字問題

99 //problem

100 給定一個數字  $N (\leq 10^{100})$ ，需要刪除  $K$  個數字，  
101 請問刪除  $K$  個數字後最小的數字為何？

102 //solution

103 刪除滿足第  $i$  位數大於第  $i+1$  位數的最左邊第  $i$  位數，  
104 扣除高位數的影響較扣除低位數的大。

105 //code

```

106 int main()
107 {
108     string s;
109     int k;
110     cin >> s >> k;
111     for (int i = 0; i < k; ++i){
112         if ((int)s.size() == 0) break;
113         int pos = (int)s.size() - 1;
114         for (int j = 0; j < (int)s.size() - 1; ++j){
115             if (s[j] > s[j+1]){
116                 pos = j;
117                 break;
118             }
119         }
120         s.erase(pos, 1);

```



```

132     }
133     while ((int)s.size() > 0 && s[0] == '0')
134         s.erase(0, 1);
135     if ((int)s.size()) cout << s << '\n';
136     else cout << 0 << '\n';
137 }
138
139 區間覆蓋長度
140 //problem
141 給定 n 條線段區間為 [Li,Ri]，
142 請問這些線段的覆蓋所覆蓋的長度？
143
144 //solution
145 先將所有區間依照左界由小到大排序，
146 左界相同依照右界由小到大排序，
147 用一個變數 R 紀錄目前最大可以覆蓋到的右界。
148 如果目前區間左界 ≤ R，代表該區間可以和前面的線段合併。
149
150

```

```

151 //code
152 struct Line
153 {
154     int L, R;
155     bool operator<(const Line &rhs) const
156     {
157         if (L != rhs.L) return L < rhs.L;
158         return R < rhs.R;
159     }
160 };
161
162 int main(){
163     int n;
164     Line a[10005];
165     while (cin >> n){
166         for (int i = 0; i < n; i++)
167             cin >> a[i].L >> a[i].R;
168         sort(a, a + n);
169         int ans = 0, L = a[0].L, R = a[0].R;
170         for (int i = 1; i < n; i++){
171             if (a[i].L < R) R = max(R, a[i].R);
172             else{
173                 ans += R - L;
174                 L = a[i].L;
175                 R = a[i].R;
176             }
177         }
178         cout << ans + (R - L) << '\n';
179     }
180 }

```

最小區間覆蓋長度

//problem  
 給定 n 條線段區間為 [Li,Ri]，  
 請問最少要選幾個區間才能完全覆蓋 [0,S]？

//solution  
 先將所有區間依照左界由小到大排序，  
 對於當前區間 [Li,Ri]，要從左界 > Ri 的所有區間中，  
 找到有著最大的右界的區間，連接當前區間。

//problem  
 長度 n 的直線中有數個加熱器，  
 在 x 的加熱器可以讓 [x-r, x+r] 內的物品加熱，  
 問最少要幾個加熱器可以把 [0, n] 的範圍加熱。

//solution  
 對於最左邊沒加熱的點 a，選擇最遠可以加熱 a 的加熱器，  
 更新已加熱範圍，重複上述動作繼續尋找加熱器。

```

201 //code
202 int main(){
203     int n, r;
204     int a[1005];
205     cin >> n >> r;

```

```

207     for (int i=1; i<=n; ++i) cin >> a[i];
208     int i = 1, ans = 0;
209     while (i <= n){
210         int R = min(i+r-1, n), L = max(i-r+1, 0)
211         int nextR = -1;
212         for (int j = R; j >= L; --j){
213             if (a[j]){
214                 nextR = j;
215                 break;
216             }
217         }
218         if (nextR == -1){
219             ans = -1;
220             break;
221         }
222         ++ans;
223         i = nextR + r;
224     }
225     cout << ans << '\n';
226 }
227
228 最多不重疊區間
229 //problem
230 給你 n 條線段區間為 [Li,Ri]，
231 請問最多可以選擇幾條不重疊的線段(頭尾可相連)？
232
233 //solution
234 依照右界由小到大排序，
235 每次取到一個不重疊的線段，答案 +1。
236
237 //code
238 struct Line
239 {
240     int L, R;
241     bool operator<(const Line &rhs) const {
242         return R < rhs.R;
243     }
244 };
245
246 int main(){
247     int t;
248     cin >> t;
249     Line a[30];
250     while (t--){
251         int n = 0;
252         while (cin >> a[n].L >> a[n].R, a[n].L || a[n].R)
253             ++n;
254         sort(a, a + n);
255         int ans = 1, R = a[0].R;
256         for (int i = 1; i < n; i++){
257             if (a[i].L >= R){
258                 ++ans;
259                 R = a[i].R;
260             }
261         }
262         cout << ans << '\n';
263     }
264 }
265 }
266
267 區間選點問題
268 //problem
269 給你 n 條線段區間為 [Li,Ri]，
270 請問至少要取幾個點才能讓每個區間至少包含一個點？
271
272 //solution
273 將區間依照右界由小到大排序，R=第一個區間的右界，
274 遍歷所有區段，如果當前區間左界 > R，
275 代表必須多選一個點 (ans+=1)，並將 R=當前區間右界。
276
277 //problem
278 給定 N 個座標，要在 x 軸找到最小的點，
279 讓每個座標至少和一個點距離 ≤ D。
280
281 //solution

```

283 以每個點  $(x_i, y_i)$  為圓心半徑為  $D$  的圓  $C$ ，  
 284 求出  $C$  和  $x$  軸的交點  $L_i, R_i$ ，題目轉變成區間選點問題。

```
286 //code
287 struct Line
288 {
289     int L, R;
290     bool operator< (const Line &rhs) const {
291         return R < rhs.R;
292     }
293 };
294
295 int main(){
296     int t;
297     cin >> t;
298     Line a[30];
299     while (t--){
300         int n = 0;
301         while (cin >> a[n].L >> a[n].R, a[n].L || a[n].R)
302             ++n;
303         sort(a, a + n);
304         int ans = 1, R = a[0].R;
305         for (int i = 1; i < n; i++){
306             if (a[i].L >= R){
307                 ++ans;
308                 R = a[i].R;
309             }
310         }
311         cout << ans << '\n';
312     }
313 }
```

316 最小化最大延遲問題

317 //problem  
 318 給定  $N$  項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，  
 319 期限是  $D_i$ ，第  $i$  項工作延遲的時間為  $L_i = \max(0, F_i - D_i)$ ，  
 320 原本  $F_i$  為第  $i$  項工作的完成時間，  
 321 求一種工作排序使  $\max L_i$  最小。

322 //solution  
 323 按照到期時間從早到晚處理。

```
326 //code
327 struct Work
328 {
329     int t, d;
330     bool operator< (const Work &rhs) const {
331         return d < rhs.d;
332     }
333 };
334
335 int main(){
336     int n;
337     Work a[10000];
338     cin >> n;
339     for (int i = 0; i < n; ++i)
340         cin >> a[i].t >> a[i].d;
341     sort(a, a + n);
342     int maxL = 0, sumT = 0;
343     for (int i = 0; i < n; ++i){
344         sumT += a[i].t;
345         maxL = max(maxL, sumT - a[i].d);
346     }
347     cout << maxL << '\n';
348 }
```

351 最少延遲數量問題

352 //problem  
 353 給定  $N$  個工作，每個工作的需要處理時長為  $T_i$ ，  
 354 期限是  $D_i$ ，求一種工作排序使得逾期工作數量最小。

356 //solution  
 357 期限越早到期的工作越先做。將工作依照到期時間從早到晚排序  
 358 依序放入工作列表中，如果發現有工作預期，

359 就從目前選擇的工作中，移除耗時最長的工作。

360 上述方法為 Moore-Hodgson's Algorithm。

363 //problem  
 364 給定烏龜的重量和可承受重量，問最多可以疊幾隻烏龜？  
 365  
 366 和最少延遲數量問題是相同的問題，只要將題敘做轉換。

368 工作處理時長 → 烏龜重量  
 369 工作期限 → 烏龜可承受重量  
 370 多少工作不延期 → 可以疊幾隻烏龜

```
372 //code
373 struct Work{
374     int t, d;
375     bool operator< (const Work &rhs) const {
376         return d < rhs.d;
377     }
378 };
379
380 int main(){
381     int n = 0;
382     Work a[10000];
383     priority_queue<int> pq;
384     while (cin >> a[n].t >> a[n].d)
385         ++n;
386     sort(a, a + n);
387     int sumT = 0, ans = n;
388     for (int i = 0; i < n; ++i){
389         pq.push(a[i].t);
390         sumT += a[i].t;
391         if (a[i].d < sumT){
392             int x = pq.top();
393             pq.pop();
394             sumT -= x;
395             --ans;
396         }
397     }
398     cout << ans << '\n';
399 }
```

401 任務調度問題

402 //problem  
 403 給定  $N$  項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，  
 404 期限是  $D_i$ ，如果第  $i$  項工作延遲需要受到  $p_i$  單位懲罰，  
 405 請問最少會受到多少單位懲罰。

407 //solution  
 408 依照懲罰由大到小排序，  
 409 每項工作依序嘗試可不可以放在  $D_i - T_i + 1, D_i - T_i, \dots, 1, 0$ ，  
 410 如果有空閒就放進去，否則延後執行。

412 //problem  
 413 給定  $N$  項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，  
 414 期限是  $D_i$ ，如果第  $i$  項工作在期限內完成會獲得  $a_i$   
 單位獎勵，  
 415 請問最多會獲得多少單位獎勵。

417 //solution  
 418 和上題相似，這題變成依照獎勵由大到小排序。

```
420 //code
421 struct Work
422 {
423     int d, p;
424     bool operator< (const Work &rhs) const {
425         return p > rhs.p;
426     }
427 };
428
429 int main(){
430     int n;
431     Work a[100005];
432     bitset<100005> ok;
```

```

433 while (cin >> n){
434     ok.reset();
435     for (int i = 0; i < n; ++i)
436         cin >> a[i].d >> a[i].p;
437     sort(a, a + n);
438     int ans = 0;
439     for (int i = 0; i < n; ++i){
440         int j = a[i].d;
441         while (j--){
442             if (!ok[j]){
443                 ans += a[i].p;
444                 ok[j] = true;
445                 break;
446             }
447         }
448         cout << ans << '\n';
449     }
450 }

```

## 多機調度問題

453 //problem

454 給定  $N$  項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，  
 455 有  $M$  台機器可執行多項工作，但不能將工作拆分，  
 456 最快可以在什麼時候完成所有工作？

458 //solution

459 將工作由大到小排序，每項工作交給最快空閒的機器。

461 //code

```

462 int main(){
463     int n, m;
464     int a[10000];
465     cin >> n >> m;
466     for (int i = 0; i < n; ++i)
467         cin >> a[i];
468     sort(a, a + n, greater<int>());
469     int ans = 0;
470     priority_queue<int, vector<int>, greater<int>> pq;
471     for (int i = 0; i < m && i < n; ++i){
472         ans = max(ans, a[i]);
473         pq.push(a[i]);
474     }
475     for (int i = m; i < n; ++i){
476         int x = pq.top();
477         pq.pop();
478         x += a[i];
479         ans = max(ans, x);
480         pq.push(x);
481     }
482     cout << ans << '\n';
483 }

```

## 8 動態規劃

### 8.1 LCS 和 LIS

1 //最長共同子序列 (LCS)

2 給定兩序列  $A, B$ ，求最長的序列  $C$ ，  
 3  $C$  同時為  $A, B$  的子序列。

5 //最長遞增子序列 (LIS)

6 給你一個序列  $A$ ，求最長的序列  $B$ ，  
 7  $B$  是一個（非）嚴格遞增序列，且為  $A$  的子序列。

9 //LCS 和 LIS 題目轉換

10 LIS 轉成 LCS

11 1.  $A$  為原序列， $B = \text{sort}(A)$

12 2. 對  $A, B$  做 LCS

13 LCS 轉成 LIS

14 1.  $A, B$  為原本的兩序列

15 2. 最  $A$  序列作編號轉換，將轉換規則套用在  $B$

16 3. 對  $B$  做 LIS

4. 重複的數字在編號轉換時後要變成不同的數字，越早出現的數字要越小
5. 如果有數字在  $B$  裡面而不在  $A$  裡面，直接忽略這個數字不做轉換即可

## 9 graph

### 9.1 graph

```

1 #include<bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 class Node {
5 public:
6     int val;
7     vector<Node*> children;
8
9     Node() {}
10
11     Node(int _val) {
12         val = _val;
13     }
14
15     Node(int _val, vector<Node*> _children) {
16         val = _val;
17         children = _children;
18     }
19 };
20
21 struct ListNode {
22     int val;
23     ListNode *next;
24     ListNode() : val(0), next(nullptr) {}
25     ListNode(int x) : val(x), next(nullptr) {}
26     ListNode(int x, ListNode *next) : val(x),
27         next(next) {}
28 };
29
30 struct TreeNode {
31     int val;
32     TreeNode *left;
33     TreeNode *right;
34     TreeNode() : val(0), left(nullptr),
35         right(nullptr) {}
36     TreeNode(int x) : val(x), left(nullptr),
37         right(nullptr) {}
38     TreeNode(int x, TreeNode *left, TreeNode *right)
39         : val(x), left(left), right(right) {}
40 };
41
42 class ListProblem {
43     vector<int> nums={};
44 public:
45     void solve() {
46         return;
47     }
48
49     ListNode* buildList(int idx) {
50         if(idx == nums.size()) return NULL;
51         ListNode *current=new
52             ListNode(nums[idx++],current->next);
53         return current;
54     }
55
56     void deleteList(ListNode* root) {
57         if(root == NULL) return;
58         deleteList(root->next);
59         delete root;
60         return;
61     }
62 };
63
64 class TreeProblem {
65     int null = INT_MIN;

```

```

61     vector<int> nums = {}, result;
62 public:
63     void solve() {
64
65         return;
66     }
67
68     TreeNode* buildBinaryTreeUsingDFS(int left, int
        right) {
69         if((left > right) || (nums[(left+right)/2] ==
            null)) return NULL;
70         int mid = (left+right)/2;
71         TreeNode* current = new TreeNode(
            nums[mid],
72             buildBinaryTreeUsingDFS(left,mid-1),
73             buildBinaryTreeUsingDFS(mid+1,right));
74         return current;
75     }
76 }
77
78     TreeNode* buildBinaryTreeUsingBFS() {
79         int idx = 0;
80         TreeNode* root = new TreeNode(nums[idx++]);
81         queue<TreeNode*> q;
82         q.push(root);
83         while(idx < nums.size()) {
84             if(nums[idx] != null) {
85                 TreeNode* left = new
                    TreeNode(nums[idx]);
86                 q.front()->left = left;
87                 q.push(left);
88             }
89             idx++;
90             if((idx < nums.size()) && (nums[idx] !=
                null)) {
91                 TreeNode* right = new
                    TreeNode(nums[idx]);
92                 q.front()->right = right;
93                 q.push(right);
94             }
95             idx++;
96             q.pop();
97         }
98         return root;
99     }
100
101     Node* buildNaryTree() {
102         int idx = 2;
103         Node *root = new Node(nums.front());
104         queue<Node*> q;
105         q.push(root);
106         while(idx < nums.size()) {
107             while((idx < nums.size()) && (nums[idx]
                != null)) {
108                 Node *current = new Node(nums[idx++]);
109                 q.front()->children.push_back(current);
110                 q.push(current);
111             }
112             idx++;
113             q.pop();
114         }
115         return root;
116     }
117
118     void deleteBinaryTree(TreeNode* root) {
119         if(root->left != NULL)
            deleteBinaryTree(root->left);
120         if(root->right != NULL)
            deleteBinaryTree(root->right);
121         delete root;
122         return;
123     }
124
125     void deleteNaryTree(Node* root) {
126         if(root == NULL) return;
127         for(int i=0; i<root->children.size(); i++) {
128             deleteNaryTree(root->children[i]);
129             delete root->children[i];

```

```

130         }
131         delete root;
132         return;
133     }
134
135     void inorderTraversal(TreeNode* root) {
136         if(root == NULL) return;
137         inorderTraversal(root->left);
138         cout<<root->val<< ' ';
139         inorderTraversal(root->right);
140         return;
141     }
142 };
143
144 int main() {
145
146     return 0;
147 }

```

## 10 Section2

### 10.1 thm

• 中文測試

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

## 11 space

### 11.1 s

```

1 /*
2 1
3 2
4 3
5 4
6 5
7 6
8 7
9 8
10 9
11 10
12 11
13 12
14 13
15 14
16 15
17 16
18 17
19 18
20 19
21 20
22 21
23 22
24 23
25 24
26 25
27 26
28 27
29 28
30 29
31 30
32 31
33 32
34 33
35 34
36 35
37 36
38 37
39 */

```

## 12 reference

### 12.1 assert.cpp

```

1
2 template <typename T>
3 bool AssertVectorIsSorted(vector<T>& vec){
4     for(int i=0;i<(int)vec.size()-1;++i)
5         if(vec[i]>vec[i+1]) return false;
6     return true;
7 }

```

### 12.2 print.cpp

```

1 template <typename T>
2 void printvector(vector<T>& vec){
3     for(T &x:vec) cout<<x<<" ";
4     cout<<"\n";
5     return;
6 }

```

### 12.3 rvec.cpp

```

1 template <typename T = int>
2 vector<T> randomvec(int n){
3     vector<T> vec(n);
4     unsigned seed=chrono::system_clock::now()
5         .time_since_epoch().count();
6     default_random_engine generator(seed);
7     uniform_real_distribution<double>
8         distribution(0.0,200.0);
9     for(T &num:vec) num=distribution(generator);
10    return vec;

```

### 12.4 sort.cpp

```

1 #include<iostream>
2 #include<vector>
3 using namespace std;
4
5 template<typename T>
6 int partition(vector<T>& arr,int low,int high) {
7     T pivot=arr[high];
8     int i=low-1;
9     for(int j=low;j<high;j++) {
10        if(arr[j]<pivot){
11            i++;
12            swap(arr[i],arr[j]);
13        }
14    }
15    swap(arr[i+1],arr[high]);
16    return i+1;
17 }
18
19 template<typename T>
20 void quickSort(vector<T>& arr,int low,int high) {
21     if(low<high){
22         int pivotIndex=partition(arr,low,high);
23         quickSort(arr,low,pivotIndex-1);
24         quickSort(arr,pivotIndex+1,high);
25     }
26 }
27
28 template<typename T>
29 void customSort(vector<T>& arr) {
30     int n=arr.size();
31     quickSort(arr,0,n-1);
32 }
33

```

```

34 int main(){
35     vector<int> numbers={5, 2, 8, 1, 3};
36     cout<<"Before sorting: ";
37     for(const auto& num:numbers)
38         cout<<num<<" ";
39     customSort(numbers);
40     cout<<"\nAfter sorting: ";
41     for(const auto& num : numbers)
42         cout<<num<<" ";
43     return 0;
44 }

```

### 12.5 find.cpp

```

1 #include<bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int arr[10000];
5
6 int main(){
7     string s,a,b;
8     int cnt=0;
9     while(getline(cin,s)){
10        if(cnt++) cout<<endl;
11        cin>>a>>ws>>b;
12        int pos=0,i=0,r=0;
13        memset(arr,0,sizeof(arr));
14        while(1){
15            pos=s.find(a,pos);
16            if(pos==-1) break;
17            arr[i++]=pos-r;
18            r+=b.size()-a.size();
19            s.replace(pos,a.length(),b);
20            pos+=b.length();
21        }
22        if(i)
23            for(int j=0;j<i;j++){
24                if(j) cout<<" ";
25                cout<<arr[j];
26            }
27        else cout<<-1;
28        cout<<endl<<s<<endl;
29        cin>>ws;
30    }
31    return 0;
32 }

```

### 12.6 hw6.cpp

```

1 #include<iostream>
2 #include<string>
3 #include<cstring>
4 #include<algorithm>
5 using namespace std;
6
7 class HugeInt{
8 private:
9     short integer[40];
10
11 public:
12     HugeInt(const string& s){
13         memset(integer,0,sizeof(integer));
14         for(int i=0;i<s.length();i++)
15             integer[i]=s[s.length()-1-i]-'0';
16     }
17
18     HugeInt operator+(const HugeInt& other)const{
19         HugeInt result("");
20         for(int i=0;i<40;i++){
21             result.integer[i]+=
22                 integer[i]+other.integer[i];
23             if(result.integer[i]>=10){
24                 result.integer[i]-=10;

```

```

25         result.integer[i+1]++;
26     }
27 }
28 return result;
29 }
30
31 HugeInt operator-(const HugeInt& other) const{
32     HugeInt result("");
33     for(int i=0; i<40; i++){
34         result.integer[i] +=
35             integer[i] - other.integer[i];
36         if(result.integer[i] < 0){
37             result.integer[i] += 10;
38             result.integer[i+1]--;
39         }
40     }
41     return result;
42 }
43
44 HugeInt operator*(const HugeInt& other) const{
45     HugeInt result("");
46     for(int i=0; i<40; i++){
47         for(int j=0; j<40; j++){
48             result.integer[i+j] +=
49                 integer[i] * other.integer[j];
50         }
51         for(int i=0; i<40; i++){
52             result.integer[i+1] += result.integer[i] / 10;
53             result.integer[i] %= 10;
54         }
55     }
56     return result;
57 }
58
59 HugeInt operator/(const HugeInt& other) const{
60     HugeInt result("");
61     HugeInt remainder("0");
62     HugeInt num("10");
63     for(int i=39; i>=0; i--){
64         if(i==39) remainder.integer[0] = integer[i];
65         else{
66             remainder = remainder * num;
67             remainder.integer[0] = integer[i];
68         }
69         int quotient = 0;
70         while(remainder > other){
71             remainder = remainder - other;
72             quotient++;
73         }
74         if(remainder == other){
75             remainder = remainder - other;
76             quotient++;
77         }
78         result.integer[i] = quotient;
79     }
80     return result;
81 }
82
83 HugeInt operator%(const HugeInt& other) const{
84     HugeInt remainder("0");
85     HugeInt value("0");
86     HugeInt num("10");
87     for(int i=39; i>=0; i--){
88         remainder = remainder * num;
89         remainder.integer[0] = integer[i];
90         while(remainder > other){
91             remainder = remainder - other;
92         }
93         if(remainder == other) remainder = value;
94     }
95     return remainder;
96 }
97
98 bool operator>(const HugeInt& other) const{
99     for(int i=39; i>=0; i--){
100         if(integer[i] > other.integer[i])
101             return true;
102         else if(integer[i] < other.integer[i])
103             return false;
104     }

```

```

102     return false;
103 }
104
105 bool operator<(const HugeInt& other) const{
106     for(int i=39; i>=0; i--){
107         if(integer[i] < other.integer[i])
108             return true;
109         else if(integer[i] > other.integer[i])
110             return false;
111     }
112     return false;
113 }
114
115 bool operator==(const HugeInt& other) const{
116     for(int i=39; i>=0; i--){
117         if(integer[i] != other.integer[i])
118             return false;
119     }
120     return true;
121 }
122
123 bool operator>=(const HugeInt& other) const{
124     for(int i=39; i>=0; i--){
125         if(integer[i] < other.integer[i])
126             return false;
127     }
128     return true;
129 }
130
131 bool operator<=(const HugeInt& other) const{
132     for(int i=39; i>=0; i--){
133         if(integer[i] > other.integer[i])
134             return false;
135     }
136     return true;
137 }
138
139 bool operator!=(const HugeInt& other) const{
140     return !(*this == other);
141 }
142
143 friend istream& operator>>(istream& in,
144                             HugeInt& hugeInt){
145     string s;
146     in >> s;
147     hugeInt = HugeInt(s);
148     return in;
149 }
150
151 friend ostream& operator<<(ostream& out,
152                             const HugeInt& hugeInt){
153     bool isLeadingZero = true;
154     for(int i=39; i>=0; i--){
155         if(hugeInt.integer[i])
156             isLeadingZero = false;
157         if(!isLeadingZero)
158             out << hugeInt.integer[i];
159     }
160     if(isLeadingZero) out << "0";
161     return out;
162 }
163
164 void print(HugeInt a, HugeInt b){
165     if(a > b) cout << a << " > " << b << endl;
166     else if(a < b) cout << a << " < " << b << endl;
167     else cout << a << " = " << b << endl;
168     cout << a << " + " << b << " = " << a + b << endl;
169     if(a > b) cout << a << " - " << b << " = " << a - b << endl;
170     else if(a < b)
171         cout << a << " - " << b << " = " << b - a << endl;
172     else cout << a << " - " << b << " = " << a - b << endl;
173     cout << a << " * " << b << " = " << a * b << endl;
174     cout << a << " / " << b << " = " << a / b << endl;
175     cout << a << " % " << b << " = " << a % b << endl;
176 }
177
178 int main(){
179     string x, y;
180     int cnt = 0;

```

```

179 while(cin>>x>>y){
180     HugeInt x1(x);
181     if(cnt++) cout<<endl;
182     x1.print(x,y);
183 }
184 }

```

## 12.7 rectangle.cpp

```

1 #include<iostream>
2 #include<iomanip>
3 #include<algorithm>
4 #include<math.h>
5 using namespace std;
6
7 class R {
8     private:
9         double area,diagonal;
10    public:
11        R(){};
12        int length,width;
13        R(double l,double w) {
14            length=l;
15            width=w;
16        }
17        int getA(){
18            area=length*width;
19            return area;
20        }
21        double getD(){
22            diagonal=sqrt(length*length+width*width);
23            return diagonal;
24        }
25 };
26
27 bool cmp(R r1, R r2) {
28     if(r1.getA() == r2.getA())
29         return r1.getD()>r2.getD();
30     return r1.getA()<r2.getA();
31 }
32
33 int main() {
34     int n;
35     cin>>n;
36     R* r=new R[n];
37     for(int i=0;i<n;i++) {
38         int l,w;
39         cin>>l>>w;
40         r[i]=R(l,w);
41     }
42     sort(r,r+n,cmp);
43     for(int i=0;i<n;i++){
44         cout<<i+1<<" ("<<r[i].length<<","<<r[i].width;
45         cout<<") area= "<<r[i].getA();
46         cout<<fixed<<setprecision(3)
47             <<" diagonal= "<<r[i].getD()<<endl;
48     }
49     delete[] r;
50     return 0;
51 }

```

## 12.8 RationalNumber.cpp

```

1 #include<iostream>
2 #include<math.h>
3 #include<algorithm>
4 #include<vector>
5 #include<complex>
6 #include<iomanip>
7 using namespace std;
8
9 int gcd(int a,int b){
10     if(b==0) return a;

```

```

11     return gcd(b,a%b);
12 }
13
14 class Rational{
15
16 public:
17     int mol,den;
18     Rational(int m=1,int d=2){
19         mol=m;
20         den=d;
21     }
22
23     friend ostream& operator<<(ostream& os, const
24         Rational& r){
25         if(r.mol==0) os<<0;
26         else if(r.mol==1&&r.den==1) os<<1;
27         else os<<"("<<r.mol<<"/ "<<r.den<<")";
28         return os;
29     }
30
31     friend istream& operator>>(istream& is, Rational&
32         r){
33         char slash;
34         is>>r.mol>>slash>>r.den;
35         return is;
36     }
37
38     Rational operator+(const Rational& other){
39         Rational result;
40         result.mol=mol*other.den+other.mol*den;
41         result.den=den*other.den;
42         int com=gcd(result.mol,result.den);
43         result.mol/=com;
44         result.den/=com;
45         return result;
46     }
47
48     Rational operator-(const Rational& other) {
49         Rational result;
50         result.mol=mol*other.den-other.mol*den;
51         result.den=den*other.den;
52         int com=gcd(result.mol,result.den);
53         result.mol/=com;
54         result.den/=com;
55         return result;
56     }
57
58     Rational operator*(const Rational& other) {
59         Rational result;
60         result.mol=mol*other.mol;
61         result.den=den*other.den;
62         int com=gcd(result.mol,result.den);
63         result.mol/=com;
64         result.den/=com;
65         return result;
66     }
67
68     Rational operator/(const Rational& other) {
69         Rational result;
70         result.mol=mol*other.den;
71         result.den=den*other.mol;
72         int com=gcd(result.mol,result.den);
73         result.mol/=com;
74         result.den/=com;
75         return result;
76     }
77 };
78
79 int main(){
80     char op,g;
81     Rational r1,r2;
82     while(cin>>op){
83         cin>>g>>r1>>g>>r2>>g;
84         if(r1.mol%r1.den) cout<<r1;
85         else cout<<r1.mol/r1.den;
86         cout<<" "<<op<<" ";
87         if(r2.mol%r2.den) cout<<r2;

```



```

86     else cout<<r2.mol/r2.den;
87     cout<<" = ";
88     switch(op){
89         case '+':
90             cout<<r1+r2<<endl;
91             break;
92         case '-':
93             cout<<r1-r2<<endl;
94             break;
95         case '*':
96             cout<<r1*r2<<endl;
97             break;
98         case '/':
99             cout<<r1/r2<<endl;
100            break;
101     }
102 }
103 return 0;
104 }

```

## 12.9 SortFunctionTemplate.cpp

```

1  #include<iostream>
2  #include<vector>
3  using namespace std;
4
5  template<typename T>
6  int p(vector<T>& arr, int low, int high){
7      T pivot=arr[high];
8      int i=low-1;
9      for(int j=low; j<high; j++){
10         if(arr[j]<pivot){
11             i++;
12             swap(arr[i], arr[j]);
13         }
14     }
15     swap(arr[i+1], arr[high]);
16     return i+1;
17 }
18
19 template<typename T>
20 void qsort(vector<T>& arr, int low, int high){
21     if(low<high){
22         int pindex=p(arr, low, high);
23         qsort(arr, low, pindex-1);
24         qsort(arr, pindex+1, high);
25     }
26 }
27
28 template<typename T>
29 void mysort(vector<T>& arr){
30     int n=arr.size();
31     qsort(arr, 0, n-1);
32 }
33
34 template<typename T>
35 void solve(vector<T>& arr){
36     mysort(arr);
37     int cnt=0;
38     for(auto a:arr){
39         if(cnt++) cout<<" ";
40         cout<<a;
41     }
42     cout<<endl;
43     arr.clear();
44 }
45
46 int main(){
47     int n, x;
48     double d;
49     char c;
50     string s;
51     while(cin>>n){
52         vector<int> v;
53         for(int i=0; i<n; i++){
54             cin>>x;
55             v.push_back(x);

```

```

55     }
56     solve(v);
57     cin>>n;
58     vector<double> vd;
59     for(int i=0; i<n; i++){
60         cin>>d;
61         vd.push_back(d);
62     }
63     solve(vd);
64     cin>>n;
65     vector<char> vc;
66     for(int i=0; i<n; i++){
67         cin>>c;
68         vc.push_back(c);
69     }
70     solve(vc);
71     cin>>n>>ws;
72     vector<string> vs;
73     for(int i=0; i<n; i++){
74         getline(cin, s);
75         vs.push_back(s);
76     }
77     mysort(vs);
78     for(auto a:vs) cout<<a<<endl;
79     vs.clear();
80 }
81 return 0;
82 }

```

## 12.10 minmax.cpp

```

1  #include<bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3
4  int main(){
5      vector<int>
6          num={5, 3, 3, 3, 6, 6, 74, 3, -124, 246, 2456, -345};
7      sort(num.begin(), num.end());
8      pair<vector<int>::iterator, vector<int>::iterator>
9          minmaxElement=minmax_element(num.begin(), num.end());
10     cout<<"sorted vector : \n";
11     for(auto x:num) cout<<x<<" ";
12     cout<<endl;
13     cout<<*minmaxElement.first<<"
14         "<<*minmaxElement.second<<endl;

```