

Contents

1	math	1
1.1	公式	1
1.2	矩陣快速冪	1
1.3	質數與因數	1
1.4	Pisano Period	2
1.5	歐拉函數	2
1.6	乘法逆元、組合數	2
1.7	大步小步	2
1.8	高斯消去	3
2	字串	3
2.1	最長迴文子串	3
2.2	KMP	3
2.3	Z Algorithm	4
3	algorithm	4
3.1	三分搜	4
3.2	差分	4
3.3	greedy	4
3.4	dinic	5
3.5	SCC Tarjan	6
3.6	SCC Kosaraju	6
3.7	ArticulationPoints Tarjan	6
3.8	最小樹狀圖	6
3.9	二分圖最大匹配	7
3.10	Blossom Algorithm	7
3.11	Astar	7
3.12	JosephusProblem	8
3.13	KM	8
3.14	LCA 倍增法	8
3.15	LCA 樹歷平 RMQ	9
3.16	LCA 樹鍊剖分	9
3.17	MCMF	10
3.18	莫隊	10
3.19	Dancing Links	11
4	DataStructure	11
4.1	BIT	11
4.2	帶權併查集	11
4.3	ChthollyTree	11
4.4	線段樹 1D	12
4.5	線段樹 2D	12
4.6	權值線段樹	13
4.7	Trie	13
4.8	AC Trie	13
4.9	單調隊列	14
5	Geometry	14
5.1	公式	14
5.2	Template	14
5.3	Polygon	15
5.4	Intersection	15
5.5	最小圓覆蓋	15
5.6	旋轉卡尺	15
5.7	凸包	15
5.8	半平面相交	15
6	DP	16
6.1	以價值為主的背包	16
6.2	抽屜	16
6.3	Barcode	16
6.4	Deque 最大差距	16
6.5	LCS 和 LIS	16
6.6	RangeDP	16
6.7	stringDP	17
6.8	樹 DP 有幾個 path 長度為 k	17
6.9	TreeDP reroot	17
6.10	WeightedLIS	17

1 math

1.1 公式

1. Most Divisor Number

Range	最多因數數	因數個數
10^9	735134400	1344
2^{31}	2095133040	1600
10^{18}	897612484786617600	103680
2^{64}	9200527969062830400	161280

2. Catalan Number

$$C_n = \frac{1}{n} \binom{2n}{n}, C_{n+1} = \frac{2(2n+1)}{n+2} C_n$$

$$C = 1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430, 4862, \dots$$

3. Faulhaber's formula

$$\sum_{k=1}^n k^p = \frac{1}{p+1} \sum_{r=0}^p \binom{p+1}{r} B_r n^{p-r+1}$$

$$\text{where } B_0 = 1, B_r = 1 - \sum_{i=0}^{r-1} \binom{r}{i} \frac{B_i}{r-i+1}$$

也可用高斯消去法找 $deg(p+1)$ 的多項式，例：

$$\sum_{k=1}^n k^2 = a_3 n^3 + a_2 n^2 + a_1 n + a_0$$

$$\begin{bmatrix} 0^3 & 0^2 & 0^1 & 0^0 \\ 1^3 & 1^2 & 1^1 & 1^0 \\ 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ 3^3 & 3^2 & 3^1 & 3^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0^2 & 0^2 \\ a_2 & 0^2 + 1^2 \\ a_1 & 0^2 + 1^2 + 2^2 \\ a_0 & 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 4 & 2 & 1 & 5 \\ 27 & 9 & 3 & 1 & 14 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 6 & 7 & 3 \\ 0 & 0 & 6 & 11 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1/3 \\ 1/2 \\ 1/6 \\ 0 \end{bmatrix}, \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{3} n^3 + \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{6} n$$

4. Lagrange Polynomial

拉格朗日插值法：找出 n 次多項函數 $f(x)$ 的點

$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$

$$L(x) = \sum_{j=0}^n y_j l_j(x)$$

$$l_j(x) = \prod_{i=0, i \neq j}^n \frac{x - x_i}{x_j - x_i}$$

5. SG Function

$SG(x) = mex\{SG(y) | x \rightarrow y\}$

$mex(S) = \min\{n | n \in \mathbb{N}, n \notin S\}$

6. Fibonacci

$$\begin{bmatrix} f_{n-1} & f_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_n & f_{n+1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} f_n & f_{n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^p = \begin{bmatrix} f_{n+p} & f_{n+p+1} \end{bmatrix}, p \in \mathbb{N}$$

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$$

7. Pick's Theorem

給定頂點座標均是整點（或正方形格子點）的簡單多邊形，

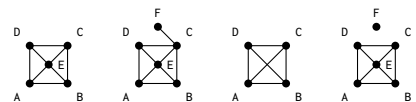
其面積 A 和內部格點數目 i 、邊上格點數目 b 的關係為

$$A = i + \frac{b}{2} - 1$$

8. Euler's Formula

對於有 V 個點、 E 條邊、 F 個面（含外部）的連通平面圖

$$F + V - E = 2$$



(1) ✓ (2) ○ (3) × \overline{AC} 與 \overline{BD} 相交 (4) × 非連通圖

9. Simpson Integral

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6} \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right]$$

1.2 矩陣快速冪

```
1 using ll = long long;
2 using mat = vector<vector<ll>>;
3 const int mod = 1e9 + 7;
4
5 mat operator*(mat A, mat B) {
6     mat res(A.size(), vector<ll>(B[0].size()));
7     for(int i=0; i<A.size(); i++) {
8         for(int j=0; j<B[0].size(); j++) {
9             for(int k=0; k<B.size(); k++) {
10                 res[i][j] += A[i][k] * B[k][j] % mod;
11                 res[i][j] %= mod;
12             }
13         }
14     }
15     return res;
16 }
17
18 mat I = ;
19 // compute matrix M^n
20 // 需先 init I 矩陣
21 mat mpow(mat& M, int n) {
22     if(n <= 1) return n ? M : I;
23     mat v = mpow(M, n>>1);
24     return (n & 1) ? v*v*M : v*v;
25 }
26
27 // 迴圈版本
28 mat mpow(mat M, int n) {
29     mat res(M.size(), vector<ll>(M[0].size()));
30     for(int i=0; i<res.size(); i++)
31         res[i][i] = 1;
32     for(; n; n>>=1) {
33         if(n & 1) res = res * M;
34         M = M * M;
35     }
36     return res;
37 }
```

1.3 質數與因數

```
1 歐拉篩 O(n)
2 #define MAXN 47000 //sqrt(2^31)=46,340...
3 bool isPrime[MAXN];
4 int p[MAXN];
5 int pSize=0;
6 void getPrimes(){
7     memset(isPrime,true,sizeof(isPrime));
8     isPrime[0]=isPrime[1]=false;
9     for(int i=2;i<MAXN;i++){
10         if(isPrime[i]) p[pSize++]=i;
11         for(int j=0;j<pSize&&i*p[j]<=MAXN;j++){
12             isPrime[i*p[j]]=false;
13             if(i%p[j]==0) break;
14         }
15     }
16 }
17
18 最大公因數 O(log(min(a,b)))
19 int GCD(int a, int b){
20     if(b == 0) return a;
21     return GCD(b, a%b);
22 }
23
24 質因數分解
25 void primeFactorization(int n){
26     for(int i=0; i<p.size(); ++i) {
27         if(p[i]*p[i] > n) break;
28         if(n % p[i]) continue;
29         cout << p[i] << ' ';
30         while(n%p[i] == 0) n /= p[i];
31     }
32     if(n != 1) cout << n << ' ';
33     cout << '\n';
34 }
```

```

35 擴展歐幾里得算法 ax + by = GCD(a, b)
36
37 int ext_euc(int a, int b, int &x, int &y) {
38     if(b == 0){
39         x = 1, y = 0;
40         return a;
41     }
42     int d = ext_euc(b, a%b, y, x);
43     y -= a/b*x;
44     return d;
45 }
46
47 int main(){
48     int a, b, x, y;
49     cin >> a >> b;
50     ext_euc(a, b, x, y);
51     cout << x << ' ' << y << endl;
52     return 0;
53 }
54
55 歌德巴赫猜想
56 解：把偶數 N (6≤N≤10^6) 寫成兩個質數的 和。
57 #define N 2000000
58 int ox[N], p[N], pr;
59 void PrimeTable(){
60     ox[0] = ox[1] = 1;
61     pr = 0;
62     for(int i=2;i<N;i++){
63         if(!ox[i]) p[pr++] = i;
64         for(int j=0; i*p[j]<N&&j<pr; j++)
65             ox[i*p[j]] = 1;
66     }
67 }
68
69 int main(){
70     PrimeTable();
71     int n;
72     while(cin>>n, n){
73         int x;
74         for(x=1;; x+=2)
75             if(!ox[x] && !ox[n-x]) break;
76         printf("%d = %d + %d\n", n, x, n-x);
77     }
78 }
79
80 problem :
81 給定整數 N，求N最少可以拆成多少個質數的 和。
82 如果N是質數，則答案為 1。
83 如果N是偶數(N!=2)，則答案為2(強歌德巴赫猜想)。
84 如果N是奇數且N-2是質數，則答案為2(2+質數)。
85 其他狀況答案為 3 (弱歌德巴赫猜想)。
86
87 bool isPrime(int n){
88     for(int i=2;i<n;++i){
89         if(i*i>n) return true;
90         if(n%i==0) return false;
91     }
92     return true;
93 }
94
95 int main(){
96     int n;
97     cin>>n;
98     if(isPrime(n)) cout<<"1\n";
99     else if(n%2==0||isPrime(n-2)) cout<<"2\n";
100    else cout<<"3\n";

```

1.4 Pisano Period

```

1 #include <cstdio>
2 #include <vector>
3 using namespace std;
4
5 /*
6  Pisano Period + 快速幂 + mod
7  Pisano Period:
8      費氏數列在mod n的情況下會有循環週期，

```

```

9      且週期的結束判斷會在fib[i - 1] == 0 &&
10         fib[i] == 1時，
11      此時循環週期長度是i - 1
12
13 所以這題是在找出循環週期後，
14 用快速幂並mod(循環週期長度)即可AC(快速幂記得mod)，
15 此外fib要mod n，也要找週期，所以用預處理的方式列表
16 */
17 #define maxn 1005
18
19 /*
20  Pisano period可證一個週期的長度會在[n, n ^ n]之間
21 */
22 //很可惜，會爆
23 // int fib[maxn][maxn * maxn];
24 //改用vector
25 vector<int> fib[maxn];
26 int period[maxn];
27
28 int qpow(int a, unsigned long long b, int
29         mod)
30 {
31     if (b == 0)
32         return a;
33     long long res = 1;
34     while (b)
35     {
36         if (b & 1)
37             res = ((a % mod) * (res % mod)) % mod;
38         a = ((a % mod) * (a % mod)) % mod;
39         b >>= 1;
40     }
41     return res;
42 }
43
44 int main()
45 {
46     int t;
47     unsigned long long a, b;
48     int n;
49
50     //注意：這裡沒算mod 1的循環長度，
51     //因為mod 1都等於0，沒有週期
52     for (int i = 2; i < maxn; ++i)
53     {
54         fib[i].emplace_back(0);
55         fib[i].emplace_back(1);
56         for (int j = 2; j < maxn * maxn; ++j)
57         {
58             fib[i].emplace_back(
59                 (fib[i][j-1]*fib[i][j-2]%i)%i
60             );
61             if (fib[i][j-1]==0&&fib[i][j]==1)
62             {
63                 period[i] = j - 1;
64                 break;
65             }
66         }
67     }
68
69     scanf("%d", &t);
70
71     while (t--)
72     {
73         scanf("%llu %llu %d", &a, &b, &n);
74         if (a == 0)
75             puts("0");
76         else if (n == 1) //當mod 1時任何數都是0，
77             //所以直接輸出0，避免我們沒算
78             //fib[1][i]的問題(Runtime
79             error)
80             printf("%d\n",
81                 fib[n][qpow(a % period[n], b,
82                     period[n])]);
83         return 0;
84     }
85 }

```

```

82 }
83
84 //計算閉區間 [1,n] 中有幾個正整數與 n 互質
85
86 int phi(){
87     int ans=n;
88     for(int i=2;i*i<=n;i++){
89         if(n%i==0){
90             ans=ans-ans/i;
91             while(n%i==0) n/=i;
92         }
93     }
94     if(n>1) ans=ans-ans/n;
95     return ans;
96 }

```

1.5 歐拉函數

1.6 乘法逆元、組合數

$$x^{-1} \bmod m = \begin{cases} 1, & \text{if } x = 1 \\ -\left\lfloor \frac{m}{x} \right\rfloor (m \bmod x)^{-1}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (\bmod m)$$

$$= \begin{cases} 1, & \text{if } x = 1 \\ (m - \left\lfloor \frac{m}{x} \right\rfloor)(m \bmod x)^{-1}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (\bmod m)$$

若 $p \in \text{prime}$ ，根據費馬小定理，則

$$\begin{aligned} \therefore ax &\equiv 1 \pmod{p} \\ \therefore ax &\equiv a^{p-1} \pmod{p} \\ \therefore x &\equiv a^{p-2} \pmod{p} \end{aligned}$$

```

1 using ll = long long;
2 const int maxn = 2e5 + 10;
3 const int mod = 1e9 + 7;
4
5 int fact[maxn] = {1, 1}; // x! % mod
6 int inv[maxn] = {1, 1}; // x^(-1) % mod
7 int invFact[maxn] = {1, 1}; // (x!)^(-1) % mod
8
9 void build() {
10     for(int x=2; x<maxn; x++) {
11         fact[x] = (ll)x * fact[x-1] % mod;
12         inv[x] = (ll)(mod-mod/x)*inv[mod%x]%mod;
13         invFact[x] = (ll)invFact[x-1]*inv[x]%mod;
14     }
15 }
16
17 // 前提：mod 為質數
18 void build() {
19     auto qpow = [&](ll a, int b) {
20         ll res = 1;
21         for(; b; b>>=1) {
22             if(b & 1) res = res * a % mod;
23             a = a * a % mod;
24         }
25         return res;
26     };
27
28     for(int x=2; x<maxn; x++) {
29         fact[x] = (ll)x * fact[x-1] % mod;
30         invFact[x] = qpow(fact[x], mod-2);
31     }
32 }
33
34 // C(a, b) % mod
35 int comb(int a, int b) {
36     if(a < b) return 0;
37     ll x = fact[a];
38     ll y = (ll)invFact[b] * invFact[a-b] % mod;
39     return x * y % mod;
40 }

```

1.7 大步小步

1 題意
 2 給定 B, N, P , 求出 L 滿足 $B^L \equiv N \pmod{P}$ 。
 3 題解
 4 餘數的循環節長度必定為 P 的因數, 因此
 $B^0, B^1, B^2, \dots, B^{(P+1)}, \dots$,
 5 也就是說如果有解則 $L < N$, 枚舉 $0, 1, 2, L-1$
 能得到結果, 但會超時。
 6 將 L 拆成 $mx+y$, 只要分別枚舉 x, y 就能得到答案,
 7 設 $m=\sqrt{P}$ 能保證最多枚舉 $2\sqrt{P}$ 次。
 8 $B^{mx+y} \equiv N \pmod{P}$
 9 $B^{mx} B^y \equiv N \pmod{P}$
 10 $B^y \equiv N(B^{(-m)})^x \pmod{P}$
 11 先求出 $B^0, B^1, B^2, \dots, B^{(m-1)}$,
 12 再枚舉 $N(B^{(-m)}), N(B^{(-m)})^2, \dots$ 查看是否有對應的
 B^y 。
 13 這種算法稱為大步小步演算法,
 14 大步指的是枚舉 x (一次跨 m 步),
 15 小步指的是枚舉 y (一次跨 1 步)。
 16 複雜度分析
 17 利用 `map/unordered_map` 存放
 $B^0, B^1, B^2, \dots, B^{(m-1)}$,
 18 枚舉 x 查詢 `map/unordered_map` 是否有對應的 B^y ,
 19 存放和查詢最多 $2\sqrt{P}$ 次, 時間複雜度為
 $O(\sqrt{P} \log \sqrt{P}) / O(\sqrt{P})$ 。

```
20 using LL = long long;
21 LL B, N, P;
22 LL fpow(LL a, LL b, LL c){
23     LL res=1;
24     for(; b >= 1;){
25         if(b&1)
26             res=(res*a)%c;
27         a=(a*a)%c;
28     }
29     return res;
30 }
31 }
32 LL BSGS(LL a, LL b, LL p){
33     a%=p, b%=p;
34     if(a==0)
35         return b==0?1:-1;
36     if(b==1)
37         return 0;
38     map<LL, LL> tb;
39     LL sq=ceil(sqrt(p-1));
40     LL inv=fpow(a, p-sq-1, p);
41     tb[1]=sq;
42     for(LL i=1, tmp=1; i<sq; ++i){
43         tmp=(tmp*a)%p;
44         if(!tb.count(tmp))
45             tb[tmp]=i;
46     }
47     for(LL i=0; i<sq; ++i){
48         if(tb.count(b)){
49             LL res=tb[b];
50             return i*sq+(res==sq?0:res);
51         }
52         b=(b*inv)%p;
53     }
54     return -1;
55 }
56 int main(){
57     IOS; //輸入優化
58     while(cin>>P>>B>>N){
59         LL ans=BSGS(B, N, P);
60         if(ans!=-1)
61             cout<<"no solution\n";
62         else
63             cout<<ans<<"\n";
64     }
65 }
```

1.8 高斯消去

• 計算 $AX = B$

• 傳入：

增廣矩陣 $M = [A|B]$

equ = 有幾個 equation

var = 有幾個 variable

• 回傳： $X = (x_0, \dots, x_{n-1})$ 的解集

• ! 無法判斷無解或無限多組解!

```
1 using DBL = double;
2 using mat = vector<vector<DBL>>;
3
4 vector<DBL> Gauss(mat& M, int equ, int var) {
5     auto dcmp = [](DBL a, DBL b=0.0) {
6         return (a > b) - (a < b);
7     };
8
9     for(int r=0, c=0; r<equ && c<var; ) {
10         int mx = r; // 找絕對值最大的 M[i][c]
11         for(int i=r+1; i<equ; i++) {
12             if(dcmp(abs(M[i][c]), abs(M[mx][c]))>=1)
13                 mx = i;
14         }
15         if(mx != r) swap(M[mx], M[r]);
16
17         if(dcmp(M[r][c]) == 0) {
18             c++;
19             continue;
20         }
21
22         for(int i=r+1; i<equ; i++) {
23             if(dcmp(M[i][c]) == 0) continue;
24             DBL t = M[i][c] / M[r][c];
25             for(int j=c; j<M[c].size(); j++) {
26                 M[i][j] -= t * M[r][j];
27             }
28         }
29         r++, c++;
30     }
31
32     vector<DBL> X(var);
33     for(int i=var-1; i>=0; i--) {
34         X[i] = M[i][var];
35         for(int j=var-1; j>i; j--) {
36             X[i] -= M[i][j] * X[j];
37         }
38         X[i] /= M[i][i];
39     }
40     return X;
41 }
```

2 字串

2.1 最長迴文子字串

```
1 #include<bits/stdc++.h>
2 #define T(x) ((x)%2 ? s[(x)/2] : '. ')
3 using namespace std;
4
5 string s;
6 int n;
7
8 int ex(int l, int r){
9     int i=l;
10    while(l-i>=0 && r+i<n && T(l-i)==T(r+i)) i++;
11    return i;
12 }
13
14 int main(){
15     cin>>s;
16     n=s.size()+1;
17     int mx=0;
18     int center=0;
19     vector<int> r(n);
20     int ans=1;
21     r[0]=1;
22     for(int i=1; i<n; i++){
23         int ii=center-(i-center);
24         int len=mx-i+1;
25         if(i>mx){
26             r[i]=ex(i, i);
27             center=i;
28             mx=i+r[i]-1;
29         }
30         else if(r[ii]==len){
31             r[i]=len+ex(i-len, i+len);
32             center=i;
33             mx=i+r[i]-1;
34         }
35         else r[i]=min(r[ii], len);
36         ans=max(ans, r[i]);
37     }
38     cout<<ans-1<<"\n";
39     return 0;
40 }
```

2.2 KMP

```
1 const int maxn = 1e6 + 10;
2
3 int n, m; // len(a), len(b)
4 int f[maxn]; // failure function
5 char a[maxn], b[maxn];
6
7 void failureFuntion() { // f[0] = 0
8     for(int i=1, j=0; i<m; ) {
9         if(b[i] == b[j]) f[i++] = ++j;
10        else if(j) j = f[j-1];
11        else f[i++] = 0;
12    }
13 }
14
15 int kmp() {
16     int i = 0, j = 0, res = 0;
17     while(i < n) {
18         if(a[i] == b[j]) i++, j++;
19         else if(j) j = f[j-1];
20         else i++;
21         if(j == m) {
22             res++; // 找到答案
23             j = 0; // non-overlapping
24         }
25     }
26     return res;
27 }
28 }
```

```

29 // Problem: 所有在b裡，前後綴相同的長度
30 // b = ababababababababab
31 // f = 001201234123456789
32 // 前9 = 後9
33 // 前4 = 前9的後4 = 後4
34 // 前2 = 前4的後2 = 前9的後2 = 後2
35 for(int j=m; j; j=f[j-1]) {
36     // j 是答案
37 }

```

2.3 Z Algorithm

```

1 const int maxn = 1e6 + 10;
2
3 int z[maxn]; // s[0:z[i]] = s[i:z[i]]
4 string s;
5
6 void makeZ() { // z[0] = 0
7     for(int i=1, l=0, r=0; i<s.length(); i++) {
8         if(i<=r && z[i-l]<r-i+1) z[i] = z[i-l];
9         else {
10             z[i] = max(0, r-i+1);
11             while(i+z[i]<s.length() &&
12                 s[z[i]]==s[i+z[i]]) z[i]++;
13         }
14         if(i+z[i]-1 > r) l = i, r = i+z[i]-1;
15     }
16 }

```

3 algorithm

3.1 三分搜

```

1 題意
2 給定兩射線方向和速度，問兩射線最近距離。
3 題解
4 假設 F(t) 為兩射線在時間 t 的距離，F(t)
5 為二次函數，
6 可用三分搜找二次函數最小值。
7 struct Point{
8     double x, y, z;
9     Point() {}
10     Point(double _x,double _y,double _z):
11         x(_x),y(_y),z(_z){}
12     friend istream& operator>>(istream& is,
13         Point& p) {
14         is >> p.x >> p.y >> p.z;
15         return is;
16     }
17     Point operator+(const Point &rhs) const{
18         return Point(x+rhs.x,y+rhs.y,z+rhs.z);
19     }
20     Point operator-(const Point &rhs) const{
21         return Point(x-rhs.x,y-rhs.y,z-rhs.z);
22     }
23     Point operator*(const double &d) const{
24         return Point(x*d,y*d,z*d);
25     }
26     Point operator/(const double &d) const{
27         return Point(x/d,y/d,z/d);
28     }
29     double dist(const Point &rhs) const{
30         double res = 0;
31         res+=(x-rhs.x)*(x-rhs.x);
32         res+=(y-rhs.y)*(y-rhs.y);
33         res+=(z-rhs.z)*(z-rhs.z);
34         return res;
35     }
36 };
37 int main(){
38     IOS; //輸入優化
39     int T;
40     cin>>T;
41     for(int ti=1;ti<=T;++ti){
42         double time;
43         Point x1,y1,d1,x2,y2,d2;
44         cin>>time>>x1>>y1>>x2>>y2;
45         d1=(y1-x1)/time;
46         d2=(y2-x2)/time;
47         double L=0,R=1e8,m1,m2,f1,f2;
48         double ans = x1.dist(x2);
49         while(abs(L-R)>1e-10){
50             m1=(L+R)/2;
51             m2=(m1+R)/2;
52             f1=((d1*m1)+x1).dist((d2*m1)+x2);
53             f2=((d1*m2)+x1).dist((d2*m2)+x2);
54             ans = min(ans,min(f1,f2));
55             if(f1<f2) R=m2;
56             else L=m1;
57         }
58         cout<<"Case "<<ti<<": ";
59         cout << fixed << setprecision(4) <<
60             sqrt(ans) << '\n';
61     }
62 }

```

3.2 差分

```

1 用途：在區間 [l, r] 加上一個數字v。
2 b[l] += v; (b[0~l] 加上v)
3 b[r+1] -= v; (b[r+1~n] 減去v (b[r] 仍保留v) )
4 給的 a[] 是前綴和數列，建構 b[]，
5 因為 a[i] = b[0] + b[1] + b[2] + ... + b[i]，
6 所以 b[i] = a[i] - a[i-1]。

```

```

7 在 b[l] 加上 v，b[r+1] 減去 v，
8 最後再從 0 跑到 n 使 b[i] += b[i-1]。
9 這樣一來，b[] 是一個在某區間加上v的前綴和。
10 int a[1000], b[1000];
11 // a: 前綴和數列, b: 差分數列
12 int main(){
13     int n, l, r, v;
14     cin >> n;
15     for(int i=1; i<=n; i++){
16         cin >> a[i];
17         b[i] = a[i] - a[i-1]; //建構差分數列
18     }
19     cin >> l >> r >> v;
20     b[l] += v;
21     b[r+1] -= v;
22     for(int i=1; i<=n; i++){
23         b[i] += b[i-1];
24         cout << b[i] << ' ';
25     }
26 }

```

3.3 greedy

```

1 刪數字問題
2 //problem
3 給定一個數字 N(≤10^100)，需要刪除 K 個數字，
4 請問刪除 K 個數字後最小的數字為何？
5 //solution
6 刪除滿足第 i 位數大於第 i+1 位數的最左邊第 i
7 位數，
8 扣除高位數的影響較扣除低位數的大。
9 //code
10 int main(){
11     string s;
12     int k;
13     cin>>s>>k;
14     for(int i=0;i<k;++i){
15         if((int)s.size()==0) break;
16         int pos =(int)s.size()-1;
17         for(int j=0;j<(int)s.size()-1;++j){
18             if(s[j]>s[j+1]){
19                 pos=j;
20                 break;
21             }
22         }
23         s.erase(pos,1);
24     }
25     while((int)s.size()>0&&s[0]=='0')
26         s.erase(0,1);
27     if((int)s.size()) cout<<s<<'\n';
28     else cout<<<0<<'\n';
29 }
30 最小區間覆蓋長度
31 //problem
32 給定 n 條線段區間為 [Li,Ri]，
33 請問最少要選幾個區間才能完全覆蓋 [0,S]？
34 //solution
35 先將所有區間依照左界由小到大排序，
36 對於當前區間 [Li,Ri]，要從左界 >Ri 的所有區間中，
37 找到有著最大的右界的區間，連接當前區間。
38 //problem
39 長度 n 的直線中有數個加熱器，
40 在 x 的加熱器可以讓 [x-r,x+r] 內的物品加熱，
41 問最少要幾個加熱器可以把 [0,n] 的範圍加熱。
42 //solution
43 對於最左邊沒加熱的點a，選擇最遠可以加熱a的加熱器，
44 更新已加熱範圍，重複上述動作繼續尋找加熱器。
45 //code
46 int main(){
47     int n, r;
48     int a[1005];
49     cin>>n>>r;
50     for(int i=1;i<=n;++i) cin>>a[i];
51     int i=1,ans=0;
52     while(i<=n){
53         int R=min(i+r-1,n),L=max(i-r+1,0)

```

```

54     int nextR=-1;
55     for(int j=R;j>=L;--j){
56         if(a[j]){
57             nextR=j;
58             break;
59         }
60     }
61     if(nextR!=-1){
62         ans=-1;
63         break;
64     }
65     ++ans;
66     i=nextR+r;
67 }
68 cout<<ans<<'\\n';
69 }
70 最多不重疊區間
71 //problem
72 給你 n 條線段區間為 [Li,Ri],
73 請問最多可以選擇幾條不重疊的線段(頭尾可相連)?
74 //solution
75 依照右界由小到大排序,
76 每次取到一個不重疊的線段, 答案 +1。
77 //code
78 struct Line{
79     int L,R;
80     bool operator<(const Line &rhs)const{
81         return R<rhs.R;
82     }
83 };
84 int main(){
85     int t;
86     cin>>t;
87     Line a[30];
88     while(t--){
89         int n=0;
90         while(cin>>a[n].L>>a[n].R,a[n].L||a[n].R){
91             ++n;
92         }
93         sort(a,a+n);
94         int ans=1,R=a[0].R;
95         for(int i=1;i<n;i++){
96             if(a[i].L>=R){
97                 ++ans;
98                 R=a[i].R;
99             }
100         }
101         cout<<ans<<'\\n';
102     }
103 }
104 最小化最大延遲問題
105 //problem
106 給定 N 項工作, 每項工作的需要處理時長為 Ti,
107 期限是 Di, 第 i 項工作延遲的時間為
108     Li=max(0,Fi-Di),
109 原本Fi 為第 i 項工作的完成時間,
110 求一種工作排序使 maxLi 最小。
111 //solution
112 按照到期時間從早到晚處理。
113 //code
114 struct Work{
115     int t, d;
116     bool operator<(const Work &rhs)const{
117         return d<rhs.d;
118     }
119 };
120 int main(){
121     int n;
122     Work a[10000];
123     cin>>n;
124     for(int i=0;i<n;++i)
125         cin>>a[i].t>>a[i].d;
126     sort(a,a+n);
127     int maxL=0,sumT=0;
128     for(int i=0;i<n;++i){
129         sumT+=a[i].t;
130         maxL=max(maxL,sumT-a[i].d);
131     }
132     cout<<maxL<<'\\n';
133 }
134 }
135 最少延遲數量問題
136 //problem
137 給定 N 個工作, 每個工作的需要處理時長為 Ti,
138 期限是 Di, 求一種工作排序使得逾期工作數量最小。
139 //solution
140 期限越早到期的工作越先做。
141 將工作依照到期時間從早到晚排序,
142 依序放入工作列表中, 如果發現有工作預期,
143 就從目前選擇的工作中, 移除耗時最長的工作。
144 上述方法為 Moore-Hodgson s Algorithm。
145 //problem
146 給定烏龜的重量和可承受重量, 問最多可以疊幾隻烏龜?
147 //solution
148 和最少延遲數量問題是相同的問題, 只要將題敘做轉換。
149 工作處理時長 → 烏龜重量
150 工作期限 → 烏龜可承受重量
151 多少工作不延期 → 可以疊幾隻烏龜
152 //code
153 struct Work{
154     int t, d;
155     bool operator<(const Work &rhs)const{
156         return d<rhs.d;
157     }
158 };
159 int main(){
160     int n=0;
161     Work a[10000];
162     priority_queue<int> pq;
163     while(cin>>a[n].t>>a[n].d){
164         ++n;
165     }
166     sort(a,a+n);
167     int sumT=0,ans=n;
168     for(int i=0;i<n;++i){
169         pq.push(a[i].t);
170         sumT+=a[i].t;
171         if(a[i].d<sumT){
172             int x=pq.top();
173             pq.pop();
174             sumT-=x;
175             --ans;
176         }
177     }
178     cout<<ans<<'\\n';
179 }
180 }
181 任務調度問題
182 //problem
183 給定 N 項工作, 每項工作的需要處理時長為 Ti,
184 期限是 Di, 如果第 i 項工作延遲需要受到 pi
185     單位懲罰,
186 請問最少會受到多少單位懲罰。
187 //solution
188 依照懲罰由大到小排序,
189 每項工作依序嘗試可不可以放在
190     Di-Ti+1,Di-Ti,...,1,0,
191 如果有空閒就放進去, 否則延後執行。
192 //problem
193 給定 N 項工作, 每項工作的需要處理時長為 Ti,
194 期限是 Di, 如果第 i 項工作在期限內完成會獲得 ai
195     單位獎勵,
196 請問最多會獲得多少單位獎勵。
197 //solution
198 和上題相似, 這題變成依照獎勵由大到小排序。
199 //code
200 struct Work{
201     int d,p;
202     bool operator<(const Work &rhs)const{
203         return p>rhs.p;
204     }
205 };
206 int main(){
207     int n;
208     Work a[100005];
209     bitset<100005> ok;
210     while(cin>>n){
211         ok.reset();
212         for(int i=0;i<n;++i)
213             cin>>a[i].d>>a[i].p;
214         sort(a,a+n);
215         int ans=0;
216         for(int i=0;i<n;++i){
217             int j=a[i].d;
218             while(j--){
219                 if(!ok[j]){
220                     ans+=a[i].p;
221                     ok[j]=true;
222                     break;
223                 }
224             }
225         }
226         cout<<ans<<'\\n';
227     }
228 }
229 }
230 }
231 }
232 }
233 }
234 }
235 }
236 }
237 }
238 }
239 }
240 }
241 }
242 }
243 }
244 }
245 }
246 }
247 }
248 }
249 }
250 }
251 }
252 }
253 }
254 }
255 }
256 }
257 }
258 }
259 }
260 }
261 }
262 }
263 }
264 }
265 }
266 }
267 }
268 }
269 }
270 }
271 }
272 }
273 }
274 }
275 }
276 }
277 }
278 }
279 }
280 }
281 }
282 }
283 }
284 }
285 }
286 }
287 }
288 }
289 }
290 }
291 }
292 }
293 }
294 }
295 }
296 }
297 }
298 }
299 }
300 }
301 }
302 }
303 }
304 }
305 }
306 }
307 }
308 }
309 }
310 }
311 }
312 }
313 }
314 }
315 }
316 }
317 }
318 }
319 }
320 }
321 }
322 }
323 }
324 }
325 }
326 }
327 }
328 }
329 }
330 }
331 }
332 }
333 }
334 }
335 }
336 }
337 }
338 }
339 }
340 }
341 }
342 }
343 }
344 }
345 }
346 }
347 }
348 }
349 }
350 }
351 }
352 }
353 }
354 }
355 }
356 }
357 }
358 }
359 }
360 }
361 }
362 }
363 }
364 }
365 }
366 }
367 }
368 }
369 }
370 }
371 }
372 }
373 }
374 }
375 }
376 }
377 }
378 }
379 }
380 }
381 }
382 }
383 }
384 }
385 }
386 }
387 }
388 }
389 }
390 }
391 }
392 }
393 }
394 }
395 }
396 }
397 }
398 }
399 }
400 }
401 }
402 }
403 }
404 }
405 }
406 }
407 }
408 }
409 }
410 }
411 }
412 }
413 }
414 }
415 }
416 }
417 }
418 }
419 }
420 }
421 }
422 }
423 }
424 }
425 }
426 }
427 }
428 }
429 }
430 }
431 }
432 }
433 }
434 }
435 }
436 }
437 }
438 }
439 }
440 }
441 }
442 }
443 }
444 }
445 }
446 }
447 }
448 }
449 }
450 }
451 }
452 }
453 }
454 }
455 }
456 }
457 }
458 }
459 }
460 }
461 }
462 }
463 }
464 }
465 }
466 }
467 }
468 }
469 }
470 }
471 }
472 }
473 }
474 }
475 }
476 }
477 }
478 }
479 }
480 }
481 }
482 }
483 }
484 }
485 }
486 }
487 }
488 }
489 }
490 }
491 }
492 }
493 }
494 }
495 }
496 }
497 }
498 }
499 }
500 }
501 }
502 }
503 }
504 }
505 }
506 }
507 }
508 }
509 }
510 }
511 }
512 }
513 }
514 }
515 }
516 }
517 }
518 }
519 }
520 }
521 }
522 }
523 }
524 }
525 }
526 }
527 }
528 }
529 }
530 }
531 }
532 }
533 }
534 }
535 }
536 }
537 }
538 }
539 }
540 }
541 }
542 }
543 }
544 }
545 }
546 }
547 }
548 }
549 }
550 }
551 }
552 }
553 }
554 }
555 }
556 }
557 }
558 }
559 }
560 }
561 }
562 }
563 }
564 }
565 }
566 }
567 }
568 }
569 }
570 }
571 }
572 }
573 }
574 }
575 }
576 }
577 }
578 }
579 }
580 }
581 }
582 }
583 }
584 }
585 }
586 }
587 }
588 }
589 }
590 }
591 }
592 }
593 }
594 }
595 }
596 }
597 }
598 }
599 }
600 }
601 }
602 }
603 }
604 }
605 }
606 }
607 }
608 }
609 }
610 }
611 }
612 }
613 }
614 }
615 }
616 }
617 }
618 }
619 }
620 }
621 }
622 }
623 }
624 }
625 }
626 }
627 }
628 }
629 }
630 }
631 }
632 }
633 }
634 }
635 }
636 }
637 }
638 }
639 }
640 }
641 }
642 }
643 }
644 }
645 }
646 }
647 }
648 }
649 }
650 }
651 }
652 }
653 }
654 }
655 }
656 }
657 }
658 }
659 }
660 }
661 }
662 }
663 }
664 }
665 }
666 }
667 }
668 }
669 }
670 }
671 }
672 }
673 }
674 }
675 }
676 }
677 }
678 }
679 }
680 }
681 }
682 }
683 }
684 }
685 }
686 }
687 }
688 }
689 }
690 }
691 }
692 }
693 }
694 }
695 }
696 }
697 }
698 }
699 }
700 }
701 }
702 }
703 }
704 }
705 }
706 }
707 }
708 }
709 }
710 }
711 }
712 }
713 }
714 }
715 }
716 }
717 }
718 }
719 }
720 }
721 }
722 }
723 }
724 }
725 }
726 }
727 }
728 }
729 }
730 }
731 }
732 }
733 }
734 }
735 }
736 }
737 }
738 }
739 }
740 }
741 }
742 }
743 }
744 }
745 }
746 }
747 }
748 }
749 }
750 }
751 }
752 }
753 }
754 }
755 }
756 }
757 }
758 }
759 }
760 }
761 }
762 }
763 }
764 }
765 }
766 }
767 }
768 }
769 }
770 }
771 }
772 }
773 }
774 }
775 }
776 }
777 }
778 }
779 }
780 }
781 }
782 }
783 }
784 }
785 }
786 }
787 }
788 }
789 }
790 }
791 }
792 }
793 }
794 }
795 }
796 }
797 }
798 }
799 }
800 }
801 }
802 }
803 }
804 }
805 }
806 }
807 }
808 }
809 }
810 }
811 }
812 }
813 }
814 }
815 }
816 }
817 }
818 }
819 }
820 }
821 }
822 }
823 }
824 }
825 }
826 }
827 }
828 }
829 }
830 }
831 }
832 }
833 }
834 }
835 }
836 }
837 }
838 }
839 }
840 }
841 }
842 }
843 }
844 }
845 }
846 }
847 }
848 }
849 }
850 }
851 }
852 }
853 }
854 }
855 }
856 }
857 }
858 }
859 }
860 }
861 }
862 }
863 }
864 }
865 }
866 }
867 }
868 }
869 }
870 }
871 }
872 }
873 }
874 }
875 }
876 }
877 }
878 }
879 }
880 }
881 }
882 }
883 }
884 }
885 }
886 }
887 }
888 }
889 }
890 }
891 }
892 }
893 }
894 }
895 }
896 }
897 }
898 }
899 }
900 }
901 }
902 }
903 }
904 }
905 }
906 }
907 }
908 }
909 }
910 }
911 }
912 }
913 }
914 }
915 }
916 }
917 }
918 }
919 }
920 }
921 }
922 }
923 }
924 }
925 }
926 }
927 }
928 }
929 }
930 }
931 }
932 }
933 }
934 }
935 }
936 }
937 }
938 }
939 }
940 }
941 }
942 }
943 }
944 }
945 }
946 }
947 }
948 }
949 }
950 }
951 }
952 }
953 }
954 }
955 }
956 }
957 }
958 }
959 }
960 }
961 }
962 }
963 }
964 }
965 }
966 }
967 }
968 }
969 }
970 }
971 }
972 }
973 }
974 }
975 }
976 }
977 }
978 }
979 }
980 }
981 }
982 }
983 }
984 }
985 }
986 }
987 }
988 }
989 }
990 }
991 }
992 }
993 }
994 }
995 }
996 }
997 }
998 }
999 }
1000 }

```

3.4 dinic

```

1 const int maxn = 1e5 + 10;
2 const int inf = 0x3f3f3f3f;
3 struct Edge {
4     int s, t, cap, flow;
5 };
6 int n, m, S, T;
7 int level[maxn], dfs_idx[maxn];
8 vector<Edge> E;
9 vector<vector<int>> G;
10 void init() {
11     S = 0;
12     T = n + m;
13     E.clear();
14     G.assign(maxn, vector<int>());
15 }
16 void addEdge(int s, int t, int cap) {
17     E.push_back({s, t, cap, 0});
18     E.push_back({t, s, 0, 0});
19     G[s].push_back(E.size()-2);
20     G[t].push_back(E.size()-1);
21 }
22 bool bfs() {
23     queue<int> q({S});
24     memset(level, -1, sizeof(level));
25     level[S] = 0;
26     while(!q.empty()) {
27         int cur = q.front();
28         q.pop();
29         for(int i : G[cur]) {
30             Edge e = E[i];
31             if(level[e.t]==-1 &&
32                 e.cap>e.flow) {
33                 level[e.t] = level[e.s] + 1;
34                 q.push(e.t);
35             }
36         }
37     }
38     return ~level[T];
39 }
40 int dfs(int cur, int lim) {
41     if(cur==T || lim==0) return lim;
42     int result = 0;
43     for(int& i=dfs_idx[cur]; i<G[cur].size()
44         && lim; i++) {
45         Edge& e = E[G[cur][i]];
46         if(level[e.s]+1 != level[e.t])
47             continue;
48         int flow = dfs(e.t, min(lim,
49             e.cap-e.flow));
50         if(flow <= 0) continue;
51         e.flow += flow;
52         result += flow;
53         E[G[cur][i]^1].flow -= flow;
54         lim -= flow;
55     }
56     return result;
57 }
58 }
59 }
60 }
61 }
62 }
63 }
64 }
65 }
66 }
67 }
68 }
69 }
70 }
71 }
72 }
73 }
74 }
75 }
76 }
77 }
78 }
79 }
80 }
81 }
82 }
83 }
84 }
85 }
86 }
87 }
88 }
89 }
90 }
91 }
92 }
93 }
94 }
95 }
96 }
97 }
98 }
99 }
100 }
101 }
102 }
103 }
104 }
105 }
106 }
107 }
108 }
109 }
110 }
111 }
112 }
113 }
114 }
115 }
116 }
117 }
118 }
119 }
120 }
121 }
122 }
123 }
124 }
125 }
126 }
127 }
128 }
129 }
130 }
131 }
132 }
133 }
134 }
135 }
136 }
137 }
138 }
139 }
140 }
141 }
142 }
143 }
144 }
145 }
146 }
147 }
148 }
149 }
150 }
151 }
152 }
153 }
154 }
155 }
156 }
157 }
158 }
159 }
160 }
161 }
162 }
163 }
164 }
165 }
166 }
167 }
168 }
169 }
170 }
171 }
172 }
173 }
174 }
175 }
176 }
177 }
178 }
179 }
180 }
181 }
182 }
183 }
184 }
185 }
186 }
187 }
188 }
189 }
190 }
191 }
192 }
193 }
194 }
195 }
196 }
197 }
198 }
199 }
200 }
201 }
202 }
203 }
204 }
205 }
206 }
207 }
208 }
209 }
210 }
211 }
212 }
213 }
214 }
215 }
216 }
217 }
218 }
219 }
220 }
221 }
222 }
223 }
224 }
225 }
226 }
227 }
228 }
229 }
230 }
231 }
232 }
233 }
234 }
235 }
236 }
237 }
238 }
239 }
240 }
241 }
242 }
243 }
244 }
245 }
246 }
247 }
248 }
249 }
250 }
251 }
252 }
253 }
254 }
255 }
256 }
257 }
258 }
259 }
260 }
261 }
262 }
263 }
264 }
265 }
266 }
267 }
268 }
269 }
270 }
271 }
272 }
273 }
274 }
275 }
276 }
277 }
278 }
279 }
280 }
281 }
282 }
283 }
284 }
285 }
286 }
287 }
288 }
289 }
290 }
291 }
292 }
293 }
294 }
295 }
296 }
297 }
298 }
299 }
300 }
301 }
302 }
303 }
304 }
305 }
306 }
307 }
308 }
309 }
310 }
311 }
312 }
313 }
314 }
315 }
316 }
317 }
318 }
319 }
320 }
321 }
322 }
323 }
324 }
325 }
326 }
327 }
328 }
329 }
330 }
331 }
332 }
333 }
334 }
335 }
336 }
337 }
338 }
339 }
340 }
341 }
342 }
343 }
344 }
345 }
346 }
347 }
348 }
349 }
350 }
351 }
352 }
353 }
354 }
355 }
356 }
357 }
358 }
359 }
360 }
361 }
362 }
363 }
364 }
365 }
366 }
367 }
368 }
369 }
370 }
371 }
372 }
373 }
374 }
375 }
376 }
377 }
378 }
379 }
380 }
381 }
382 }
383 }
384 }
385 }
386 }
387 }
388 }
389 }
390 }
391 }
392 }
393 }
394 }
395 }
396 }
397 }
398 }
399 }
400 }
401 }
402 }
403 }
404 }
405 }
406 }
407 }
408 }
409 }
410 }
411 }
412 }
413 }
414 }
415 }
416 }
417 }
418 }
419 }
420 }
421 }
422 }
423 }
424 }
425 }
426 }
427 }
428 }
429 }
430 }
431 }
432 }
433 }
434 }
435 }
436 }
437 }
438 }
439 }
440 }
441 }
442 }
443 }
444 }
445 }
446 }
447 }
448 }
449 }
450 }
451 }
452 }
453 }
454 }
455 }
456 }
457 }
458 }
459 }
460 }
461 }
462 }
463 }
464 }
465 }
466 }
467 }
468 }
469 }
470 }
471 }
472 }
473 }
474 }
475 }
476 }
477 }
478 }
479 }
480 }
481 }
482 }
483 }
484 }
485 }
486 }
487 }
488 }
489 }
490 }
491 }
492 }
493 }
494 }
495 }
496 }
497 }
498 }
499 }
500 }
501 }
502 }
503 }
504 }
505 }
506 }
507 }
508 }
509 }
510 }
511 }
512 }
513 }
514 }
515 }
516 }
517 }
518 }
519 }
520 }
521 }
522 }
523 }
524 }
525 }
526 }
527 }
528 }
529 }
530 }
531 }
532 }
533 }
534 }
535 }
536 }
537 }
538 }
539 }
540 }
541 }
542 }
543 }
544 }
545 }
546 }
547 }
548 }
549 }
550 }
551 }
552 }
553 }
554 }
555 }
556 }
557 }
558 }
559 }
560 }
561 }
562 }
563 }
564 }
565 }
566 }
567 }
568 }
569 }
570 }
571 }
572 }
573 }
574 }
575 }
576 }
577 }
578 }
579 }
580 }
581 }
582 }
583 }
584 }
585 }
586 }
587 }
588 }
589 }
590 }
591 }
592 }
593 }
594 }
595 }
596 }
597 }
598 }
599 }
600 }
601 }
602 }
603 }
604 }
605 }
606 }
607 }
608 }
609 }
610 }
611 }
612 }
613 }
614 }
615 }
616 }
617 }
618 }
619 }
620 }
621 }
622 }
623 }
624 }
625 }
626 }
627 }
628 }
629 }
630 }
631 }
632 }
633 }
634 }
635 }
636 }
637 }
638 }
639 }
640 }
641 }
642 }
643 }
644 }
645 }
646 }
647 }
648 }
649 }
650 }
651 }
652 }
653 }
654 }
655 }
656 }
657 }
658 }
659 }
660 }
661 }
662 }
663 }
664 }
665 }
666 }
667 }
668 }
669 }
670 }
671 }
672 }
673 }
674 }
675 }
676 }
677 }
678 }
679 }
680 }
681 }
682 }
683 }
684 }
685 }
686 }
687 }
688 }
689 }
690 }
691 }
692 }
693 }
694 }
695 }
696 }
697 }
698 }
699 }
700 }
701 }
702 }
703 }
704 }
705 }
706 }
707 }
708 }
709 }
710 }
711 }
712 }
713 }
714 }
715 }
716 }
717 }
718 }
719 }
720 }
721 }
722 }
723 }
724 }
725 }
726 }
727 }
728 }
729 }
730 }
731 }
732 }
733 }
734 }
735 }
736 }
737 }
738 }
739 }
740 }
741 }
742 }
743 }
744 }
745 }
746 }
747 }
748 }
749 }
750 }
751 }
752 }
753 }
754 }
755 }
756 }
757 }
758 }
759 }
760 }
761 }
762 }
763 }
764 }
765 }
766 }
767 }
768 }
769 }
770 }
771 }
772 }
773 }
774 }
775 }
776 }
777 }
778 }
779 }
780 }
781 }
782 }
783 }
784 }
785 }
786 }
787 }
788 }
789 }
790 }
791 }
792 }
793 }
794 }
795 }
796 }
797 }
798 }
799 }
800 }
801 }
802 }
803 }
804 }
805 }
806 }
807 }
808 }
809 }
810 }
811 }
812 }
813 }
814 }
815 }
816 }
817 }
818 }
819 }
820 }
821 }
822 }
823 }
824 }
825 }
826 }
827 }
828 }
829 }
830 }
831 }
832 }
833 }
834 }
835 }
836 }
837 }
838 }
839 }
840 }
841 }
842 }
843 }
844 }
845 }
846 }
847 }
848 }
849 }
850 }
851 }
852 }
853 }
854 }
855 }
856 }
857 }
858 }
859 }
860 }
861 }
862 }
863 }
864 }
865 }
866 }
867 }
868 }
869 }
870 }
871 }
872 }
873 }
874 }
875 }
876 }
877 }
878 }
879 }
880 }
881 }
882 }
883 }
884 }
885 }
886 }
887 }
888 }
889 }
890 }
891 }
892 }
893 }
894 }
895 }
896 }
897 }
898 }
899 }
900 }
901 }
902 }
903 }
904 }
905 }
906 }
907 }
908 }
909 }
910 }
911 }
912 }
913 }
914 }
915 }
916 }
917 }
918 }
919 }
920 }
921 }
922 }
923 }
924 }
925 }
926 }
927 }
928 }
929 }
930 }
931 }
932 }
933 }
934 }
935 }
936 }
937 }
938 }
939 }
940 }
941 }
942 }
943 }
944 }
945 }
946 }
947 }
948 }
949 }
950 }
951 }
952 }
953 }
954 }
955 }
956 }
957 }
958 }
959 }
960 }
961 }
962 }
963 }
964 }
965 }
966 }
967 }
968 }
969 }
970 }
971 }
972 }
973 }
974 }
975 }
976 }
977 }
978 }
979 }
980 }
981 }
982 }
983 }
984 }
985 }
986 }
987 }
988 }
989 }
990 }
991 }
992 }
993 }
994 }
995 }
996 }
997 }
998 }
999 }
1000 }

```



```

54 int dinic() { // O((V^2)E)
55     int result = 0;
56     while(bfs()) {
57         memset(dfs_idx, 0, sizeof(dfs_idx));
58         result += dfs(S, inf);
59     }
60     return result;
61 }

```

```

67     }
68     for (int i = 1; i <= n; ++i) {
69         if (dfn[i] == 0)
70             dfs(i);
71     }
72     printf("%lld %lld\n", totalCost, ways %
73           MOD);
74     return 0;
75 }

```

3.5 SCC Tarjan

```

1 //單純考SCC，每個SCC中找成本最小的蓋，如果有多個一樣小
2 //的要數出來，因為題目要方法數
3 //注意以下程式有縮點，但沒存起來，
4 //存法就是開一個array -> ID[u] = SCCID
5 #define maxn 100005
6 #define MOD 1000000007
7 long long cost[maxn];
8 vector<vector<int>> G;
9 int SCC = 0;
10 stack<int> sk;
11 int dfn[maxn];
12 int low[maxn];
13 bool inStack[maxn];
14 int dfsTime = 1;
15 long long totalCost = 0;
16 long long ways = 1;
17 void dfs(int u) {
18     dfn[u] = low[u] = dfsTime;
19     ++dfsTime;
20     sk.push(u);
21     inStack[u] = true;
22     for (int v: G[u]) {
23         if (dfn[v] == 0) {
24             dfs(v);
25             low[u] = min(low[u], low[v]);
26         }
27         else if (inStack[v]) {
28             //屬於同個SCC且是我的back edge
29             low[u] = min(low[u], dfn[v]);
30         }
31     }
32     //如果是SCC
33     if (dfn[u] == low[u]) {
34         long long minCost = 0x3f3f3f3f;
35         int currWays = 0;
36         ++SCC;
37         while (1) {
38             int v = sk.top();
39             inStack[v] = 0;
40             sk.pop();
41             if (minCost > cost[v]) {
42                 minCost = cost[v];
43                 currWays = 1;
44             }
45             else if (minCost == cost[v]) {
46                 ++currWays;
47             }
48             if (v == u)
49                 break;
50         }
51         totalCost += minCost;
52         ways = (ways * currWays) % MOD;
53     }
54 }
55 int main() {
56     int n;
57     scanf("%d", &n);
58     for (int i = 1; i <= n; ++i)
59         scanf("%lld", &cost[i]);
60     G.assign(n + 5, vector<int>());
61     int m;
62     scanf("%d", &m);
63     int u, v;
64     for (int i = 0; i < m; ++i) {
65         scanf("%d %d", &u, &v);
66         G[u].emplace_back(v);

```

3.6 SCC Kosaraju

```

1 //做兩次dfs, O(V + E)
2 //g 是原圖, g2 是反圖
3 //s是dfs離開的節點
4 void dfs1(int u) {
5     vis[u] = true;
6     for (int v: g[u])
7         if (!vis[v]) dfs1(v);
8     s.push_back(u);
9 }
10 void dfs2(int u) {
11     group[u] = sccCnt;
12     for (int v: g2[u])
13         if (!group[v]) dfs2(v);
14 }
15 void kosaraju() {
16     sccCnt = 0;
17     for (int i = 1; i <= n; ++i)
18         if (!vis[i]) dfs1(i);
19     for (int i = n; i >= 1; --i)
20         if (!group[s[i]]) {
21             ++sccCnt;
22             dfs2(s[i]);
23         }
24 }
25 }
26 }

```

3.7 ArticulationPoints Tarjan

```

1 vector<vector<int>> G;
2 int N, timer;
3 bool visited[105];
4 int dfn[105]; // 第一次visit的時間
5 int low[105];
6 //最小能回到的父節點
7 //(不能是自己的parent)的visTime
8 int res;
9 //求割點數量
10 void tarjan(int u, int parent) {
11     int child = 0;
12     bool isCut = false;
13     visited[u] = true;
14     dfn[u] = low[u] = ++timer;
15     for (int v: G[u]) {
16         if (!visited[v]) {
17             ++child;
18             tarjan(v, u);
19             low[u] = min(low[u], low[v]);
20             if (parent != -1 && low[v] >=
21                   dfn[u])
22                 isCut = true;
23         }
24         else if (v != parent)
25             low[u] = min(low[u], dfn[v]);
26     }
27     //If u is root of DFS
28     //tree->有兩個以上的children
29     if (parent == -1 && child >= 2)
30         isCut = true;
31     if (isCut) ++res;
32 }
33 int main() {

```

```

32 char input[105];
33 char* token;
34 while (scanf("%d", &N) != EOF && N) {
35     G.assign(105, vector<int>());
36     memset(visited, false,
37           sizeof(visited));
38     memset(low, 0, sizeof(low));
39     memset(dfn, 0, sizeof(dfn));
40     timer = 0;
41     res = 0;
42     getchar(); // for \n
43     while (fgets(input, 105, stdin)) {
44         if (input[0] == '\0')
45             break;
46         int size = strlen(input);
47         input[size - 1] = '\0';
48         --size;
49         token = strtok(input, " ");
50         int u = atoi(token);
51         int v;
52         while (token = strtok(NULL, " ")) {
53             v = atoi(token);
54             G[u].emplace_back(v);
55             G[v].emplace_back(u);
56         }
57     }
58     tarjan(1, -1);
59     printf("%d\n", res);
60     return 0;
61 }

```

3.8 最小樹狀圖

```

1 const int maxn = 60 + 10;
2 const int inf = 0x3f3f3f3f;
3 struct Edge {
4     int s, t, cap, cost;
5 }; // cap 為頻寬 (optional)
6 int n, m, c;
7 int inEdge[maxn], idx[maxn], pre[maxn],
8   vis[maxn];
9 // 對於每個點，選擇對它入度最小的那條邊
10 // 找環，如果沒有則 return;
11 // 進行縮環並更新其他點到環的距離。
12 int dirMST(vector<Edge> edges, int low) {
13     int result = 0, root = 0, N = n;
14     while(true) {
15         memset(inEdge, 0x3f, sizeof(inEdge));
16         // 找所有點的 in edge 放進 inEdge
17         // optional: low 為最小 cap 限制
18         for(const Edge& e: edges) {
19             if(e.cap < low) continue;
20             if(e.s!=e.t &&
21                 e.cost<inEdge[e.t]) {
22                 inEdge[e.t] = e.cost;
23                 pre[e.t] = e.s;
24             }
25         }
26         for(int i=0; i<N; i++) {
27             if(i!=root && inEdge[i]==inf)
28                 return -1; //除了root 還有點沒有 in
29                             // edge
30         }
31         int seq = inEdge[root] = 0;
32         memset(idx, -1, sizeof(idx));
33         memset(vis, -1, sizeof(vis));
34         // 找所有的 cycle 一起編號為 seq
35         for(int i=0; i<N; i++) {
36             result += inEdge[i];
37             int cur = i;
38             while(vis[cur]!=i &&
39                   idx[cur]==-1) {
40                 idx[cur]=i;
41                 if(cur == root) break;
42                 vis[cur] = i;
43                 cur = pre[cur];

```

```

39     }
40     if(cur!=root && idx[cur]==-1) {
41         for(int j=pre[cur]; j!=cur;
42             j=pre[j])
43             idx[j] = seq;
44         idx[cur] = seq++;
45     }
46     if(seq == 0) return result; // 沒有
47     cycle
48     for(int i=0; i<N; i++)
49         // 沒有被縮點的點
50         if(idx[i] == -1) idx[i] = seq++;
51     // 縮點並重新編號
52     for(Edge& e : edges) {
53         if(idx[e.s] != idx[e.t])
54             e.cost -= inEdge[e.t];
55         e.s = idx[e.s];
56         e.t = idx[e.t];
57     }
58     N = seq;
59     root = idx[root];
60 }

```

3.9 二分圖最大匹配

```

1  /* 核心：最大點獨立集 = |V| -
2     /最大匹配數/，用匈牙利演算法找出最大匹配數 */
3  vector<Student> boys;
4  vector<Student> girls;
5  vector<vector<int>> G;
6  bool used[505];
7  int p[505];
8  bool match(int i) {
9      for(int j: G[i]) {
10         if (!used[j]) {
11             used[j] = true;
12             if (p[j] == -1 || match(p[j])) {
13                 p[j] = i;
14                 return true;
15             }
16         }
17     }
18     return false;
19 }
20 void maxMatch(int n) {
21     memset(p, -1, sizeof(p));
22     int res = 0;
23     for(int i = 0; i < boys.size(); ++i) {
24         memset(used, false, sizeof(used));
25         if (match(i)) ++res;
26     }
27     cout << n - res << '\n';
28 }

```

3.10 Blossom Algorithm

```

1  const int maxn = 500 + 10;
2
3  struct Edge { int s, t; };
4
5  int n;
6  int base[maxn], match[maxn], p[maxn], inq[maxn];
7  bool vis[maxn], flower[maxn];
8  vector<Edge> G[maxn];
9  queue<int> q;
10
11 int lca(int a, int b) {
12     memset(vis, 0, sizeof(vis));
13     while(1) {
14         a = base[a];
15         vis[a] = true;

```

```

16         if(match[a] == -1) break;
17         a = p[match[a]];
18     }
19     while(1) {
20         b = base[b];
21         if(vis[b]) return b;
22         b = p[match[b]];
23     }
24     return -1;
25 }
26
27 void set_path(int x, int father) {
28     int tmp;
29     while(x != father) {
30         tmp = match[x];
31         flower[base[x]] = flower[base[tmp]] = 1;
32         tmp = p[tmp];
33         if(base[tmp] != father) p[tmp] = match[x];
34         x = tmp;
35     }
36 }
37
38 void blossom(int x, int y) {
39     memset(flower, 0, sizeof(flower));
40     int father = lca(x, y);
41     set_path(x, father);
42     set_path(y, father);
43     if(base[x] != father) p[x] = y;
44     if(base[y] != father) p[y] = x;
45     for(int i=1; i<=n; i++) {
46         if(!flower[base[i]]) continue;
47         base[i] = father;
48         if(!inq[i]) {
49             q.push(i);
50             inq[i] = true;
51         }
52     }
53 }
54
55 bool bfs(int root) {
56     int cur, y, nxt;
57     q = queue<int>();
58     q.push(root);
59     memset(inq, 0, sizeof(inq));
60     memset(p, -1, sizeof(p));
61     for(int i=1; i<=n; i++) base[i] = i;
62
63     while(!q.empty()) {
64         cur = q.front();
65         q.pop();
66         inq[cur] = false;
67
68         for(auto e : G[cur]) {
69             if(base[e.s] == base[e.t]) continue;
70             if(match[e.s] == e.t) continue;
71             if(e.t == root ||
72                (~match[e.t] && ~p[match[e.t]])) {
73                 blossom(cur, e.t);
74             } else if(p[e.t] == -1) {
75                 p[e.t] = cur;
76                 if(match[e.t] == -1) {
77                     cur = e.t;
78                     while(cur != -1) {
79                         y = p[cur];
80                         nxt = match[y];
81                         match[cur] = y;
82                         match[y] = cur;
83                         cur = nxt;
84                     }
85                     return true;
86                 } else {
87                     q.push(match[e.t]);
88                     inq[match[e.t]] = true;
89                 }
90             }
91         }
92     }
93     return false;

```

```

94 }
95
96 int maxMatch() {
97     int res = 0;
98     memset(match, -1, sizeof(match));
99     for(int i=1; i<=n; i++) {
100         if(match[i]==-1 && bfs(i)) res++;
101     }
102     return res;
103 }

```

3.11 Astar

```

1  /*A*求k短路
2     f(x) = g(x) + h(x)
3     g(x) 是實際cost, h(x) 是估計cost
4     在此h(x)用所有點到終點的最短距離，則當用Astar找點
5     當該點cnt[u] == k時即得到該點的第k短路
6  */
7  #define maxn 105
8  struct Edge {
9      int u, v, w;
10 };
11 struct Item_pqH {
12     int u, w;
13     bool operator <(const Item_pqH& other)
14         const {
15         return this->w > other.w;
16     }
17 };
18 struct Item_astar {
19     int u, g, f;
20     bool operator <(const Item_astar& other)
21         const {
22         return this->f > other.f;
23     }
24 };
25 vector<vector<Edge>> G;
26 //反向圖，用於建h(u)
27 vector<vector<Edge>> invertG;
28 int h[maxn];
29 bool visited[maxn];
30 int cnt[maxn];
31 //用反向圖去求出每一點到終點的最短距離，並以此當作h(u)
32 void dijkstra(int s, int t) {
33     memset(visited, 0, sizeof(visited));
34     priority_queue<Item_pqH> pq;
35     pq.push({s, 0});
36     h[s] = 0;
37     while (!pq.empty()) {
38         Item_pqH curr = pq.top();
39         pq.pop();
40         visited[curr.u] = true;
41         for (Edge& edge: invertG[curr.u]) {
42             if (!visited[edge.v]) {
43                 if (h[edge.v] > h[curr.u] +
44                     edge.w) {
45                     h[edge.v] = h[curr.u] +
46                         edge.w;
47                     pq.push({edge.v,
48                             h[edge.v]});
49                 }
50             }
51         }
52     }
53 }
54
55 int Astar(int s, int t, int k) {
56     memset(cnt, 0, sizeof(cnt));
57     priority_queue<Item_astar> pq;
58     pq.push({s, 0, h[s]});
59     while (!pq.empty()) {
60         Item_astar curr = pq.top();
61         pq.pop();
62         ++cnt[curr.u];
63         //終點出現k次，此時即可得k短路
64         if (cnt[t] == k)
65             return curr.g;

```

```

60     for (Edge& edge: G[curr.u]) {
61         if (cnt[edge.v] < k) {
62             pq.push({edge.v, curr.g +
63                 edge.w, curr.g + edge.w
64                 + h[edge.v]});
65         }
66     }
67 }
68 int main() {
69     int n, m;
70     while (scanf("%d %d", &n, &m) && (n != 0
71         && m != 0)) {
72         G.assign(n + 5, vector<Edge>());
73         invertG.assign(n + 5, vector<Edge>());
74         int s, t, k;
75         scanf("%d %d %d", &s, &t, &k);
76         int u, v, w;
77         for (int i = 0; i < m; ++i) {
78             scanf("%d %d %d", &u, &v, &w);
79             G[u].emplace_back(Edge{u, v, w});
80             invertG[v].emplace_back(Edge{v,
81                 u, w});
82         }
83         memset(h, 0x3f, sizeof(h));
84         dijkstra(t, s);
85         printf("%d\n", Astar(s, t, k));
86     }
87     return 0;
88 }

```

3.12 JosephusProblem

```

1 //JosephusProblem, 只是規定要先砍 1 號
2 //所以當作有 n - 1 個人, 目標的 13 順移成 12
3 //再者從 0 開始比較好算, 所以目標 12 順移成 11
4
5 // O(n)
6 int getWinner(int n, int k) {
7     int winner = 0;
8     for (int i = 1; i <= n; ++i)
9         winner = (winner + k) % i;
10    return winner;
11 }
12
13 int main() {
14     int n;
15     while (scanf("%d", &n) != EOF && n){
16         --n;
17         for (int k = 1; k <= n; ++k){
18             if (getWinner(n, k) == 11){
19                 printf("%d\n", k);
20                 break;
21             }
22         }
23     }
24     return 0;
25 }
26
27 // O(k log(n))
28 int josephus(int n, int k) {
29     if (n == 1) return 0;
30     if (k == 1) return n - 1;
31     if (k > n) return (josephus(n-1,k)+k)%n;
32     int res = josephus(n - n / k, k);
33     res -= n % k;
34     if (res < 0)
35         res += n; // mod n
36     else
37         res += res / (k - 1); // 还原位置
38     return res;
39 }

```

3.13 KM

```

1 #define maxn 505
2 int W[maxn][maxn];
3 int Lx[maxn], Ly[maxn];
4 bool S[maxn], T[maxn];
5 //L[i] = j -> S_i配給T_j, -1 for 還沒匹配
6 int L[maxn];
7 int n;
8 bool match(int i) {
9     S[i] = true;
10    for (int j = 0; j < n; ++j) {
11        // KM重點
12        // Lx + Ly >= selected_edge(x, y)
13        // 要想辦法降低 Lx + Ly
14        // 所以選 Lx + Ly == selected_edge(x, y)
15        if (Lx[i] + Ly[j] == W[i][j] &&
16            !T[j]) {
17            T[j] = true;
18            if ((L[j] == -1) || match(L[j])) {
19                L[j] = i;
20                return true;
21            }
22        }
23    }
24    return false;
25 }
26 //修改二分圖上的交錯路徑上點的權重
27 //此舉是在通過調整 vertex labeling 看看
28 //能不能產生出新的增廣路
29 //KM的增廣路要求 Lx[i] + Ly[j] == W[i][j]
30 //在這裡優先從最小的 diff 調調看, 才能保證最大權重匹配
31 void update() {
32     int diff = 0x3f3f3f3f;
33     for (int i = 0; i < n; ++i) {
34         if (S[i]) {
35             for (int j = 0; j < n; ++j) {
36                 if (!T[j])
37                     diff = min(diff, Lx[i] +
38                         Ly[j] - W[i][j]);
39             }
40         }
41         for (int i = 0; i < n; ++i) {
42             if (S[i]) Lx[i] -= diff;
43             if (T[i]) Ly[i] += diff;
44         }
45     }
46 }
47 void KM() {
48     for (int i = 0; i < n; ++i) {
49         L[i] = -1;
50         Lx[i] = Ly[i] = 0;
51         for (int j = 0; j < n; ++j)
52             Lx[i] = max(Lx[i], W[i][j]);
53     }
54     for (int i = 0; i < n; ++i) {
55         while(1) {
56             memset(S, false, sizeof(S));
57             memset(T, false, sizeof(T));
58             if (match(i))
59                 break;
60             else
61                 update(); //去調整 vertex
62                             // labeling 以增加增廣路徑
63         }
64     }
65 }
66 int main() {
67     while (scanf("%d", &n) != EOF) {
68         for (int i = 0; i < n; ++i)
69             for (int j = 0; j < n; ++j)
70                 scanf("%d", &W[i][j]);
71         KM();
72         int res = 0;
73         for (int i = 0; i < n; ++i) {
74             if (i != 0)

```

```

74             printf(" %d", Lx[i]);
75             else
76                 printf(" %d", Lx[i]);
77             res += Lx[i];
78         }
79         puts("");
80         for (int i = 0; i < n; ++i) {
81             if (i != 0)
82                 printf(" %d", Ly[i]);
83             else
84                 printf(" %d", Ly[i]);
85             res += Ly[i];
86         }
87         puts("");
88         printf("%d\n", res);
89     }
90     return 0;
91 }

```

3.14 LCA 倍增法

```

1 //倍增法預處理 O(n log n), 查詢 O(log n),
2 //利用 lca 找樹上任兩點距離
3 #define maxn 100005
4 struct Edge {
5     int u, v, w;
6 };
7 vector<vector<Edge>> G; // tree
8 int fa[maxn][31]; // fa[u][i] -> u 的第 2^i 個祖先
9 long long dis[maxn][31];
10 int dep[maxn]; // 深度
11 void dfs(int u, int p) { // 預處理 fa
12     fa[u][0] = p; // 因為 u 的第 2^0 = 1 的祖先就是 p
13     dep[u] = dep[p] + 1;
14     // 第 2^i 的祖先是 (第 2^(i-1) 個祖先) 的
15     // 第 2^(i-1) 的祖先
16     // ex: 第 8 個祖先是 (第 4 個祖先) 的第 4 個祖先
17     for (int i = 1; i < 31; ++i) {
18         fa[u][i] = fa[fa[u][i-1]][i-1];
19         dis[u][i] = dis[fa[u][i-1]][i-1]
20             + dis[u][i-1];
21     }
22     // 遍歷子節點
23     for (Edge& edge: G[u]) {
24         if (edge.v == p)
25             continue;
26         dis[edge.v][0] = edge.w;
27         dfs(edge.v, u);
28     }
29 }
30 long long lca(int x, int y) {
31     // 此函數是找 lca 同時計算 x、y 的距離 -> dis(x,
32     // lca) + dis(lca, y)
33     // 讓 y 比 x 深
34     if (dep[x] > dep[y])
35         swap(x, y);
36     int deltaDep = dep[y] - dep[x];
37     long long res = 0;
38     // 讓 y 與 x 在同一個深度
39     for (int i = 0; deltaDep != 0; ++i,
40         deltaDep >>= 1)
41         if (deltaDep & 1)
42             res += dis[y][i], y = fa[y][i];
43     if (y == x) // x = y -> x、y 彼此是彼此的祖先
44         return res;
45     // 往上找, 一起跳, 但 x、y 不能重疊
46     for (int i = 30; i >= 0 && y != x; --i) {
47         if (fa[x][i] != fa[y][i]) {
48             res += dis[x][i] + dis[y][i];
49             x = fa[x][i];
50             y = fa[y][i];
51         }
52     }
53     // 最後發現不能跳了, 此時 x 的第 2^0 =
54     // 1 個祖先 (或說 y 的第 2^0 =
55     // 1 的祖先) 即為 x、y 的 lca
56     res += dis[x][0] + dis[y][0];

```



```

52     return res;
53 }
54 int main() {
55     int n, q;
56     while (~scanf("%d", &n) && n) {
57         int v, w;
58         G.assign(n + 5, vector<Edge>());
59         for (int i = 1; i <= n - 1; ++i) {
60             scanf("%d %d", &v, &w);
61             G[i + 1].push_back({i + 1, v + 1, w});
62             G[v + 1].push_back({v + 1, i + 1, w});
63         }
64         dfs(1, 0);
65         scanf("%d", &q);
66         int u;
67         while (q--) {
68             scanf("%d %d", &u, &v);
69             printf("%lld%c", lca(u + 1, v + 1), (q) ? ' ' : '\n');
70         }
71     }
72     return 0;
73 }

```

3.15 LCA 樹壓平 RMQ

```

1 //樹壓平求LCA RMQ(sparse table
   O(nlogn)建立, O(1)查詢), 求任意兩點距離,
2 //如果用笛卡兒樹可以壓到O(n)建立, O(1)查詢
3 //理論上可以過, 但遇到直鏈的case dfs深度會stack
   overflow
4 #define maxn 100005
5 struct Edge {
6     int u, v, w;
7 };
8 int dep[maxn], pos[maxn];
9 long long dis[maxn];
10 int st[maxn * 2][32]; //sparse table
11 int realLCA[maxn * 2][32];
   //最小深度對應的節點, 及真正的LCA
12 int Log[maxn]; //取代std::log2
13 int tp; // timestamp
14 vector<vector<Edge>> G; // tree
15 void calLog() {
16     Log[1] = 0;
17     Log[2] = 1;
18     for (int i = 3; i < maxn; ++i)
19         Log[i] = Log[i / 2] + 1;
20 }
21 void buildST() {
22     for (int j = 0; Log[tp]; ++j) {
23         for (int i = 0; i + (1 << j) - 1 < tp; ++i) {
24             if (st[i - 1][j] < st[i - 1][j + (1 << i - 1)]) {
25                 st[i][j] = st[i - 1][j];
26                 realLCA[i][j] = realLCA[i - 1][j];
27             }
28             else {
29                 st[i][j] = st[i - 1][j + (1 << i - 1)];
30                 realLCA[i][j] = realLCA[i - 1][j + (1 << i - 1)];
31             }
32         }
33     }
34 } // O(nlogn)
35 int query(int l, int r) { // [l, r] min
   depth即為lca的深度
36     int k = Log[r - l + 1];
37     if (st[l][k] < st[r - (1 << k) + 1][k])
38         return realLCA[l][k];
39     else
40         return realLCA[r - (1 << k) + 1][k];
41 }
42 void dfs(int u, int p) { //euler tour
43     pos[u] = tp;

```

```

44     st[tp][0] = dep[u];
45     realLCA[tp][0] = dep[u];
46     ++tp;
47     for (int i = 0; i < G[u].size(); ++i) {
48         Edge& edge = G[u][i];
49         if (edge.v == p) continue;
50         dep[edge.v] = dep[u] + 1;
51         dis[edge.v] = dis[edge.u] + edge.w;
52         dfs(edge.v, u);
53         st[tp++][0] = dep[u];
54     }
55 }
56 long long getDis(int u, int v) {
57     if (pos[u] > pos[v])
58         swap(u, v);
59     int lca = query(pos[u], pos[v]);
60     return dis[u] + dis[v] - 2 *
        dis[query(pos[u], pos[v])];
61 }
62 int main() {
63     int n, q;
64     calLog();
65     while (~scanf("%d", &n) && n) {
66         int v, w;
67         G.assign(n + 5, vector<Edge>());
68         tp = 0;
69         for (int i = 1; i <= n - 1; ++i) {
70             scanf("%d %d", &v, &w);
71             G[i].push_back({i, v, w});
72             G[v].push_back({v, i, w});
73         }
74         dfs(0, -1);
75         buildST();
76         scanf("%d", &q);
77         int u;
78         while (q--) {
79             scanf("%d %d", &u, &v);
80             printf("%lld%c", getDis(u, v),
                (q) ? ' ' : '\n');
81         }
82     }
83     return 0;
84 }

```

3.16 LCA 樹鍊剖分

```

1 #define maxn 5005
2 //LCA, 用來練習樹鍊剖分
3 //題意: 給定樹, 找兩點的中點,
4 //若中點不存在(路徑為even), 就是中間的兩個點
5 int dfn[maxn];
6 int parent[maxn];
7 int depth[maxn];
8 int subtreeSize[maxn];
9 //樹鍊的頂點
10 int top[maxn];
11 //將dfn轉成node編碼
12 int dfnToNode[maxn];
13 //重兒子
14 int hson[maxn];
15 int dfsTime = 1;
16 //tree
17 vector<vector<int>> G;
18 //處理parent、depth、subtreeSize、dfnToNode
19 void dfs1(int u, int p) {
20     parent[u] = p;
21     hson[u] = -1;
22     subtreeSize[u] = 1;
23     for (int v: G[u]) {
24         if (v != p) {
25             depth[v] = depth[u] + 1;
26             dfs1(v, u);
27             subtreeSize[u] += subtreeSize[v];
28             if (hson[u] == -1 ||
                subtreeSize[hson[u]] <
                subtreeSize[v]) {
29                 hson[u] = v;

```

```

30     }
31 }
32 }
33 }
34 //實際剖分 <- 參數t是top的意思
35 //t初始應為root本身
36 void dfs2(int u, int t) {
37     top[u] = t;
38     dfn[u] = dfsTime;
39     dfnToNode[dfn[u]] = u;
40     ++dfsTime;
41     //葉子點 -> 沒有重兒子
42     if (hson[u] == -1)
43         return;
44     //優先對重兒子dfs, 才能保證同一重鍊dfn連續
45     dfs2(hson[u], t);
46     for (int v: G[u]) {
47         if (v != parent[u] && v != hson[u])
48             dfs2(v, v);
49     }
50 }
51 //不斷跳鍊, 當跳到同一條鍊時, 深度小的即為LCA
52 //跳鍊時優先鍊頂深度大的跳
53 int LCA(int u, int v) {
54     while (top[u] != top[v]) {
55         if (depth[top[u]] > depth[top[v]])
56             u = parent[top[u]];
57         else
58             v = parent[top[v]];
59     }
60     return (depth[u] > depth[v]) ? v : u;
61 }
62 int getK_parent(int u, int k) {
63     while (k-- && (u != -1))
64         u = parent[u];
65     return u;
66 }
67 int main() {
68     int n;
69     while (scanf("%d", &n) && n) {
70         dfsTime = 1;
71         G.assign(n + 5, vector<int>());
72         int u, v;
73         for (int i = 1; i < n; ++i) {
74             scanf("%d %d", &u, &v);
75             G[u].emplace_back(v);
76             G[v].emplace_back(u);
77         }
78         dfs1(1, -1);
79         dfs2(1, 1);
80         int q;
81         scanf("%d", &q);
82         for (int i = 0; i < q; ++i) {
83             scanf("%d %d", &u, &v);
84             //先得到LCA
85             int lca = LCA(u, v);
86             //計算路徑長(經過的邊)
87             int dis = depth[u] + depth[v] - 2
                * depth[lca];
88             //讓v比u深或等於
89             if (depth[u] > depth[v])
90                 swap(u, v);
91             if (u == v) {
92                 printf("The fleas meet at
                    %d.\n", u);
93             }
94             else if (dis % 2 == 0) {
95                 //路徑長是even -> 有中點
96                 printf("The fleas meet at
                    %d.\n", getK_parent(v,
                        dis / 2));
97             }
98             else {
99                 //路徑長是odd -> 沒有中點
100                 if (depth[u] == depth[v]) {
101                     int x = getK_parent(u, dis
                        / 2);

```

```

102         int y = getK_parent(v, dis / 2);
103         if (x > y)
104             swap(x, y);
105         printf("The fleas jump forever between %d and %d.\n", x, y);
106     }
107     else {
108         //技巧: 讓深的點v往上dis / 2步 = y,
109         //這個點的parent設為x
110         //此時的x、y就是答案要的中點兩點
111         //主要是往下不好找, 所以改用深的點
112         int y = getK_parent(v, dis / 2);
113         int x = getK_parent(y, 1);
114         if (x > y)
115             swap(x, y);
116         printf("The fleas jump forever between %d and %d.\n", x, y);
117     }
118 }
119 }
120 }
121 return 0;
122 }

```

3.17 MCMF

```

1 #define maxn 225
2 #define INF 0x3f3f3f3f
3 struct Edge {
4     int u, v, cap, flow, cost;
5 };
6 //node size, edge size, source, target
7 int n, m, s, t;
8 vector<vector<int>> G;
9 vector<Edge> edges;
10 bool inqueue[maxn];
11 long long dis[maxn];
12 int parent[maxn];
13 long long outFlow[maxn];
14 void addEdge(int u, int v, int cap, int cost) {
15     edges.emplace_back(Edge{u, v, cap, 0, cost});
16     edges.emplace_back(Edge{v, u, 0, 0, -cost});
17     m = edges.size();
18     G[u].emplace_back(m - 2);
19     G[v].emplace_back(m - 1);
20 }
21 //一邊求最短路的同時一邊MaxFlow
22 bool SPFA(long long &maxFlow, long long &minCost) {
23     // memset(outFlow, 0x3f, sizeof(outFlow));
24     memset(dis, 0x3f, sizeof(dis));
25     memset(inqueue, false, sizeof(inqueue));
26     queue<int> q;
27     q.push(s);
28     dis[s] = 0;
29     inqueue[s] = true;
30     outFlow[s] = INF;
31     while (!q.empty()) {
32         int u = q.front();
33         q.pop();
34         inqueue[u] = false;
35         for (const int edgeIndex: G[u]) {
36             const Edge& edge = edges[edgeIndex];
37             if ((edge.cap > edge.flow) && (dis[edge.v] > dis[u] + edge.cost)) {

```

```

38                 dis[edge.v] = dis[u] + edge.cost;
39                 parent[edge.v] = edgeIndex;
40                 outFlow[edge.v] = min(outFlow[u], (long long)(edge.cap - edge.flow));
41                 if (!inqueue[edge.v]) {
42                     q.push(edge.v);
43                     inqueue[edge.v] = true;
44                 }
45             }
46         }
47     }
48     //如果dis[t] > 0代表根本不賺還倒賠
49     if (dis[t] > 0)
50         return false;
51     maxFlow += outFlow[t];
52     minCost += dis[t] * outFlow[t];
53     //一路更新回去這次最短路流完後要維護的
54     //MaxFlow演算法相關(如反向邊等)
55     int curr = t;
56     while (curr != s) {
57         edges[parent[curr]].flow += outFlow[t];
58         edges[parent[curr] ^ 1].flow -= outFlow[t];
59         curr = edges[parent[curr]].u;
60     }
61     return true;
62 }
63 long long MCMF() {
64     long long maxFlow = 0;
65     long long minCost = 0;
66     while (SPFA(maxFlow, minCost))
67         ;
68     return minCost;
69 }
70 int main() {
71     int T;
72     scanf("%d", &T);
73     for (int Case = 1; Case <= T; ++Case) {
74         //總共幾個月, 囤貨成本
75         int M, I;
76         scanf("%d %d", &M, &I);
77         //node size
78         n = M + M + 2;
79         G.assign(n + 5, vector<int>());
80         edges.clear();
81         s = 0;
82         t = M + M + 1;
83         for (int i = 1; i <= M; ++i) {
84             int produceCost, produceMax, sellPrice, sellMax, inventoryMonth;
85             scanf("%d %d %d %d %d", &produceCost, &produceMax, &sellPrice, &sellMax, &inventoryMonth);
86             addEdge(s, i, produceMax, produceCost);
87             addEdge(M + i, t, sellMax, -sellPrice);
88             for (int j = 0; j <= inventoryMonth; ++j) {
89                 if (i + j <= M)
90                     addEdge(i, M + i + j, INF, I * j);
91             }
92         }
93         printf("Case %d: %lld\n", Case, -MCMF());
94     }
95     return 0;
96 }

```

3.18 莫隊

```

1 /*利用prefix前綴XOR和
2 如果要求[x, y]的XOR和只要回答prefix[y] ^ prefix[x - 1]即可在O(1)回答
3 同時維護cnt[i]代表[x, y]XOR和 == i的個數
4 如此我們知道[l, r]可以快速知道[l - 1, r], [l + 1, r], [l, r - 1], [l, r + 1]的答案
5 就符合Mo's algorithm的思維O(N * sqrt(n))
6 每次轉移為O(1), 具體轉移方法在下面*/
7 #define maxn 100005
8 //在此prefix[i]是[1, i]的XOR和
9 int prefix[maxn];
10 //log_2(1000000) = 19.931568569324174087221916576937...
11 //所以開到1 << 20
12 //cnt[i]代表的是有符合nums[x, y] such that nums[x] ^ nums[x + 1] ^ ... ^ nums[y] == i
13 //的個數
14 long long cnt[1 << 20];
15 //塊大小 -> sqrt(n)
16 int sqrtQ;
17 struct Query {
18     int l, r, id;
19     bool operator < (const Query& other) const {
20         if (this->l / sqrtQ != other.l / sqrtQ)
21             return this->l < other.l;
22         //奇偶排序(優化)
23         if (this->l / sqrtQ & 1)
24             return this->r < other.r;
25         return this->r > other.r;
26     }
27 };
28 Query queries[maxn];
29 long long ans[maxn];
30 long long res = 0;
31 int k;
32 void add(int x) {
33     res += cnt[k ^ prefix[x]];
34     ++cnt[prefix[x]];
35 }
36 void sub(int x) {
37     --cnt[prefix[x]];
38     res -= cnt[k ^ prefix[x]];
39 }
40 int main() {
41     int n, m;
42     scanf("%d %d %d", &n, &m, &k);
43     sqrtQ = sqrt(n);
44     for (int i = 1; i <= n; ++i) {
45         scanf("%d", &prefix[i]);
46         prefix[i] ^= prefix[i - 1];
47     }
48     for (int i = 1; i <= m; ++i) {
49         scanf("%d %d", &queries[i].l, &queries[i].r);
50         //減1是因為prefix[i]是[1, i]的前綴XOR和, 所以題目問[l, r]我們要回答[l - 1, r]的答案
51         --queries[i].l;
52         queries[i].id = i;
53     }
54     sort(queries + 1, queries + m + 1);
55     int l = 1, r = 0;
56     for (int i = 1; i <= m; ++i) {
57         while (l < queries[i].l)
58             sub(l);
59         ++l;
60     }
61     while (l > queries[i].l) {
62         --l;
63         add(l);
64     }
65     while (r < queries[i].r) {
66         ++r;

```

```

67         add(r);
68     }
69     while (r > queries[i].r) {
70         sub(r);
71         --r;
72     }
73     ans[queries[i].id] = res;
74 }
75 for (int i = 1; i <= m; ++i){
76     printf("%lld\n", ans[i]);
77 }
78 return 0;
79 }

```

3.19 Dancing Links

```

1 struct DLX {
2     int seq, resSize;
3     int col[maxn], row[maxn];
4     int U[maxn], D[maxn], R[maxn], L[maxn];
5     int rowHead[maxn], colSize[maxn];
6     int result[maxn];
7     DLX(int r, int c) {
8         for(int i=0; i<=c; i++) {
9             L[i] = i-1, R[i] = i+1;
10            U[i] = D[i] = i;
11        }
12        L[R[seq=c]=0]=c;
13        resSize = -1;
14        memset(rowHead, 0, sizeof(rowHead));
15        memset(colSize, 0, sizeof(colSize));
16    }
17    void insert(int r, int c) {
18        row[++seq]=r, col[seq]=c,
19        ++colSize[c];
20        U[seq]=c, D[seq]=D[c], U[D[c]]=seq,
21        D[c]=seq;
22        if(rowHead[r]) {
23            L[seq]=rowHead[r],
24            R[seq]=R[rowHead[r]];
25            L[R[rowHead[r]]]=seq,
26            R[rowHead[r]]=seq;
27        } else {
28            rowHead[r] = L[seq] = R[seq] =
29            seq;
30        }
31    }
32    void remove(int c) {
33        L[R[c]] = L[c], R[L[c]] = R[c];
34        for(int i=D[c]; i!=c; i=D[i]) {
35            for(int j=R[i]; j!=i; j=R[j]) {
36                U[D[j]] = U[j];
37                D[U[j]] = D[j];
38                --colSize[col[j]];
39            }
40        }
41    }
42    void recover(int c) {
43        for(int i=U[c]; i!=c; i=U[i]) {
44            for(int j=L[i]; j!=i; j=L[j]) {
45                U[D[j]] = D[U[j]] = j;
46                ++colSize[col[j]];
47            }
48        }
49        L[R[c]] = R[L[c]] = c;
50    }
51    bool dfs(int idx=0) { // 判斷其中一解版
52        if(R[0] == 0) {
53            resSize = idx;
54            return true;
55        }
56        int c = R[0];
57        for(int i=R[0]; i; i=R[i]) {
58            if(colSize[i] < colSize[c]) c = i;
59        }
60        remove(c);
61        for(int i=D[c]; i!=c; i=D[i]) {

```

```

57        result[idx] = row[i];
58        for(int j=R[i]; j!=i; j=R[j])
59            remove(col[j]);
60        if(dfs(idx+1)) return true;
61        for(int j=L[i]; j!=i; j=L[j])
62            recover(col[j]);
63    }
64    recover(c);
65    return false;
66 }
67 void dfs(int idx=0) { // 判斷最小 dfs
68     depth 版
69     if(R[0] == 0) {
70         resSize = min(resSize, idx); //
71         注意init值
72         return;
73     }
74     int c = R[0];
75     for(int i=R[0]; i; i=R[i]) {
76         if(colSize[i] < colSize[c]) c = i;
77     }
78     remove(c);
79     for(int i=D[c]; i!=c; i=D[i]) {
80         for(int j=R[i]; j!=i; j=R[j])
81             remove(col[j]);
82         dfs(idx+1);
83         for(int j=L[i]; j!=i; j=L[j])
84             recover(col[j]);
85     }
86     recover(c);
87 }

```

4 DataStructure

4.1 BIT

```

1 template <class T> class BIT {
2 private:
3     int size;
4     vector<T> bit;
5     vector<T> arr;
6
7 public:
8     BIT(int sz=0):
9         size(sz), bit(sz+1), arr(sz) {}
10
11     /** Sets the value at index idx to val. */
12     void set(int idx, T val) {
13         add(idx, val - arr[idx]);
14     }
15
16     /** Adds val to the element at index idx. */
17     void add(int idx, T val) {
18         arr[idx] += val;
19         for (++idx; idx<=size; idx+=(idx & -idx))
20             bit[idx] += val;
21     }
22
23     /** The sum of all values in [0, idx]. */
24     T pre_sum(int idx) {
25         T total = 0;
26         for (++idx; idx>0; idx--=(idx & -idx))
27             total += bit[idx];
28         return total;
29     }
30 };

```

4.2 帶權併查集

- $val[x]$ 為 x 到 $p[x]$ 的距離 (隨題目變化更改)
- $merge(u, v, w)$

$$u \xrightarrow{w} v$$

$$pu = pv \text{ 時, } val[v] - val[u] \neq w \text{ 代表有誤}$$
- 若 $[l, r]$ 的總和為 w , 則應呼叫 $merge(l-1, r, w)$

```

1 const int maxn = 2e5 + 10;
2
3 int p[maxn], val[maxn];
4
5 int findP(int x) {
6     if(p[x] == -1) return x;
7     int par = findP(p[x]);
8     val[x] += val[p[x]]; //依題目更新val[x]
9     return p[x] = par;
10 }
11
12 void merge(int u, int v, int w) {
13     int pu = findP(u);
14     int pv = findP(v);
15     if(pu == pv) {
16         // 理論上 val[v]-val[u] == w
17         // 依題目判斷 error 的條件
18         return;
19     }
20     val[pv] = val[u] - val[v] + w;
21     p[pv] = pu;
22 }

```

4.3 ChthollyTree

```

1 //重點: 要求輸入資料隨機, 否則可能被卡時間
2 struct Node {
3     long long l, r;
4     mutable long long val;
5     Node(long long l, long long r, long long
        val)
6         : l(l), r(r), val(val){}
7     bool operator < (const Node& other)
8         const{
9         return this->l < other.l;
10    }
11 set<Node> chthollyTree;
12 //將[l, r] 拆成 [l, pos - 1], [pos, r]
13 set<Node>::iterator split(long long pos) {
14     //找第一個左端點大於等於pos的區間
15     set<Node>::iterator it =
        chthollyTree.lower_bound(Node(pos,
16         0, 0));
17     //運氣很好直接找到左端點是pos的區間
18     if (it != chthollyTree.end() && it->l ==
        pos)
19         return it;
20     //到這邊代表找到的是第一個左端點大於pos的區間
21     //it - 1即可找到左端點等於pos的區間
22     //(不會是別的, 因為沒有重疊的區間)
23     --it;
24     long long l = it->l, r = it->r;
25     long long val = it->val;
26     chthollyTree.erase(it);
27     chthollyTree.insert(Node(l, pos - 1,
        val));
28     //回傳左端點是pos的區間iterator
29     return chthollyTree.insert(Node(pos, r,
        val)).first;
30 }
31 //區間賦值
32 void assign(long long l, long long r, long
    long val) {
33     //<注意>
34     //end與begin的順序不能調換, 因為end的split可能會改
35     //因為end可以在原本begin的區間中
36     set<Node>::iterator end = split(r + 1),
        begin = split(l);
37     //begin到end全部刪掉
38     chthollyTree.erase(begin, end);
39     //填回去[l, r]的區間
40     chthollyTree.insert(Node(l, r, val));
41 }
42 //區間加值(直接一個個區間去加)
43 void add(long long l, long long r, long long
    val) {
44     set<Node>::iterator end = split(r + 1);
45     set<Node>::iterator begin = split(l);
46     for (set<Node>::iterator it = begin; it
        != end; ++it)
47         it->val += val;
48 }
49 //查詢區間第k小 -> 直接把每個區間丟去vector排序
50 long long getKthSmallest(long long l, long
    long r, long long k) {
51     set<Node>::iterator end = split(r + 1);
52     set<Node>::iterator begin = split(l);
53     //pair -> first: val, second: 區間長度
54     vector<pair<long long, long long>> vec;
55     for (set<Node>::iterator it = begin; it
        != end; ++it) {
56         vec.push_back({it->val, it->r - it->l
            + 1});
57     }
58     sort(vec.begin(), vec.end());
59     for (const pair<long long, long long>&
        p: vec) {
60         k -= p.second;
61         if (k <= 0)
62             return p.first;
63     }
64     //不應該跑到這

```

```

64     return -1;
65 }
66 //快速幕
67 long long qpow(long long x, long long n,
    long long mod) {
68     long long res = 1;
69     x %= mod;
70     while (n)
71     {
72         if (n & 1)
73             res = res * x % mod;
74         n >>= 1;
75         x = x * x % mod;
76     }
77     return res;
78 }
79 //區間n次方和
80 long long sumOfPow(long long l, long long r,
    long long total, long long mod) {
81     long long total = 0;
82     set<Node>::iterator end = split(r + 1);
83     set<Node>::iterator begin = split(l);
84     for (set<Node>::iterator it = begin; it
        != end; ++it)
85     {
86         total = (total + qpow(it->val, n,
            mod) * (it->r - it->l + 1)) %
            mod;
87     }
88     return total;
89 }

```

4.4 線段樹 1D

```

1 #define MAXN 1000
2 int data[MAXN]; //原數據
3 int st[4 * MAXN]; //線段樹
4 int tag[4 * MAXN]; //懶標
5 inline int pull(int l, int r) {
6     // 隨題目改變sum、max、min
7     // l、r是左右樹的index
8     return st[l] + st[r];
9 }
10 void build(int l, int r, int i) {
11     // 在[l, r]區間建樹, 目前根的index為i
12     if (l == r) {
13         st[i] = data[l];
14         return;
15     }
16     int mid = l + ((r - l) >> 1);
17     build(l, mid, i * 2);
18     build(mid + 1, r, i * 2 + 1);
19     st[i] = pull(i * 2, i * 2 + 1);
20 }
21 int qry(int ql, int qr, int l, int r, int i) {
22     // [ql,qr]是查詢區間, [l,r]是當前節點包含的區間
23     if (ql <= l && r <= qr)
24         return st[i];
25     int mid = l + ((r - l) >> 1);
26     if (tag[i]) {
27         //如果當前懶標有值則更新左右節點
28         st[i * 2] += tag[i] * (mid - l + 1);
29         st[i * 2 + 1] += tag[i] * (r - mid);
30         tag[i * 2] += tag[i];
31         tag[i * 2 + 1] += tag[i];
32         tag[i] = 0;
33     }
34     int sum = 0;
35     if (ql <= mid)
36         sum += query(ql, qr, l, mid, i * 2);
37     if (qr > mid)
38         sum += query(ql, qr, mid + 1, r, i * 2 + 1);
39     return sum;
40 }
41 void update(
42     int ql, int qr, int l, int r, int i, int c) {
43     // [ql,qr]是查詢區間, [l,r]是當前節點包含的區間

```

```

44 // c是變化量
45 if (ql <= l && r <= qr) {
46     st[i] += (r - l + 1) * c;
47     //求和,此需乘上區間長度
48     tag[i] += c;
49     return;
50 }
51 int mid = l + ((r - l) >> 1);
52 if (tag[i] && l != r) {
53     //如果當前懶標有值則更新左右節點
54     st[i * 2] += tag[i] * (mid - l + 1);
55     st[i * 2 + 1] += tag[i] * (r - mid);
56     tag[i * 2] += tag[i]; //下傳懶標至左節點
57     tag[i * 2 + 1] += tag[i]; //下傳懶標至右節點
58     tag[i] = 0;
59 }
60 if (ql <= mid) update(ql, qr, l, mid, i
    * 2, c);
61 if (qr > mid) update(ql, qr, mid + 1, r,
    i * 2 + 1, c);
62 st[i] = pull(i * 2, i * 2 + 1);
63 }
64 //如果是直接改值而不是加值, query與update中的tag與st的
    //改值從+=改成=

```

4.5 線段樹 2D

```

1 //純2D segment tree 區間查詢單點修改最大最小值
2 #define maxn 2005 //500 * 4 + 5
3 int maxST[maxn][maxn], minST[maxn][maxn];
4 int N;
5 void modifyY(int index, int l, int r, int
    val, int yPos, int xIndex, bool
    xIsLeaf) {
6     if (l == r) {
7         if (xIsLeaf) {
8             maxST[xIndex][index] =
                minST[xIndex][index] = val;
9             return;
10        }
11        maxST[xIndex][index] =
            max(maxST[xIndex * 2][index],
                maxST[xIndex * 2 + 1][index]);
12        minST[xIndex][index] =
            min(minST[xIndex * 2][index],
                minST[xIndex * 2 + 1][index]);
13    }
14    else {
15        int mid = (l + r) / 2;
16        if (yPos <= mid)
17            modifyY(index * 2, l, mid, val,
                yPos, xIndex, xIsLeaf);
18        else
19            modifyY(index * 2 + 1, mid + 1,
                r, val, yPos, xIndex,
                xIsLeaf);
20    }
21    maxST[xIndex][index] =
        max(maxST[xIndex][index * 2],
            maxST[xIndex][index * 2 + 1]);
22    minST[xIndex][index] =
        min(minST[xIndex][index * 2],
            minST[xIndex][index * 2 + 1]);
23 }
24 }
25 void modifyX(int index, int l, int r, int
    val, int xPos, int yPos) {
26     if (l == r) {
27         modifyY(1, 1, N, val, yPos, index,
            true);
28     }
29     else {
30         int mid = (l + r) / 2;
31         if (xPos <= mid)
32             modifyX(index * 2, l, mid, val,
                xPos, yPos);
33         else

```

```

34     modifyX(index * 2 + 1, mid + 1,
35           r, val, xPos, yPos);
36     modifyY(1, 1, N, val, yPos, index,
37           false);
38 }
39 void queryY(int index, int l, int r, int
40   yql, int yqr, int xIndex, int& vmax,
41   int &vmin) {
42   if (yql <= 1 && r <= yqr) {
43     vmax = max(vmax,
44       maxST[xIndex][index]);
45     vmin = min(vmin,
46       minST[xIndex][index]);
47   }
48   else
49   {
50     int mid = (l + r) / 2;
51     if (yql <= mid)
52       queryY(index * 2, l, mid, yql,
53         yqr, xIndex, vmax, vmin);
54     if (mid < yqr)
55       queryY(index * 2 + 1, mid + 1, r,
56         yql, yqr, xIndex, vmax,
57         vmin);
58   }
59 }
60 void queryX(int index, int l, int r, int
61   xql, int xqr, int yql, int yqr, int&
62   vmax, int& vmin) {
63   if (xql <= 1 && r <= xqr) {
64     queryY(1, 1, N, yql, yqr, index,
65       vmax, vmin);
66   }
67   else {
68     int mid = (l + r) / 2;
69     if (xql <= mid)
70       queryX(index * 2, l, mid, xql,
71         xqr, yql, yqr, vmax, vmin);
72     if (mid < xqr)
73       queryX(index * 2 + 1, mid + 1, r,
74         xql, xqr, yql, yqr, vmax,
75         vmin);
76   }
77 }
78 int main() {
79   while (scanf("%d", &N) != EOF) {
80     int val;
81     for (int i = 1; i <= N; ++i) {
82       for (int j = 1; j <= N; ++j) {
83         scanf("%d", &val);
84         modifyX(1, 1, N, val, i, j);
85       }
86     }
87     int q;
88     int vmax, vmin;
89     int xql, xqr, yql, yqr;
90     char op;
91     scanf("%d", &q);
92     while (q--) {
93       getchar(); //for \n
94       scanf("%c", &op);
95       if (op == 'q') {
96         scanf("%d %d %d %d", &xql,
97           &yql, &xqr, &yqr);
98         vmax = -0x3f3f3f3f;
99         vmin = 0x3f3f3f3f;
100        queryX(1, 1, N, xql, xqr,
101          yql, yqr, vmax, vmin);
102        printf("%d %d\n", vmax, vmin);
103      }
104      else {
105        scanf("%d %d %d", &xql, &yql,
106          &val);
107        modifyX(1, 1, N, val, xql,
108          yql);
109      }
110    }
111  }

```

4.6 權值線段樹

```

1 //權值線段樹 + 離散化 解決區間第k小問題
2 //其他網路上的解法: 2個heap, Treap, AVL tree
3 #define maxn 30005
4 int nums[maxn];
5 int getArr[maxn];
6 int id[maxn];
7 int st[maxn << 2];
8 void update(int index, int l, int r, int qx)
9 {
10   if (l == r)
11   {
12     ++st[index];
13     return;
14   }
15   int mid = (l + r) / 2;
16   if (qx <= mid)
17     update(index * 2, l, mid, qx);
18   else
19     update(index * 2 + 1, mid + 1, r, qx);
20   st[index] = st[index * 2] + st[index * 2
21     + 1];
22 }
23 //找區間第k個小的
24 int query(int index, int l, int r, int k) {
25   if (l == r)
26     return id[l];
27   int mid = (l + r) / 2;
28   //k比左子樹小
29   if (k <= st[index * 2])
30     return query(index * 2, l, mid, k);
31   else
32     return query(index * 2 + 1, mid + 1,
33       r, k - st[index * 2]);
34 }
35 int main() {
36   int t;
37   cin >> t;
38   bool first = true;
39   while (t--) {
40     if (first)
41       first = false;
42     else
43       puts("");
44     memset(st, 0, sizeof(st));
45     int m, n;
46     cin >> m >> n;
47     for (int i = 1; i <= m; ++i) {
48       cin >> nums[i];
49       id[i] = nums[i];
50     }
51     for (int i = 0; i < n; ++i)
52       cin >> getArr[i];
53     //離散化
54     //防止m == 0
55     if (m)
56       sort(id + 1, id + m + 1);
57     int stSize = unique(id + 1, id + m +
58       1) - (id + 1);
59     for (int i = 1; i <= m; ++i) {
60       nums[i] = lower_bound(id + 1, id
61         + stSize + 1, nums[i]) - id;
62     }
63     int addCount = 0;
64     int getCount = 0;
65     int k = 1;
66     while (getCount < n) {
67       if (getArr[getCount] == addCount)
68       {
69         printf("%d\n", query(1, 1,
70           stSize, k));

```

```

65     ++k;
66     ++getCount;
67   }
68   else {
69     update(1, 1, stSize,
70       nums[addCount + 1]);
71     ++addCount;
72   }
73 }
74 return 0;
75 }

```

4.7 Trie

```

1 const int maxc = 26; // 單字字符數
2 const char minc = 'a'; // 首個 ASCII
3
4 struct TrieNode {
5   int cnt;
6   TrieNode* child[maxc];
7
8   TrieNode() {
9     cnt = 0;
10    for(auto& node : child) {
11      node = nullptr;
12    }
13  }
14 };
15
16 struct Trie {
17   TrieNode* root;
18
19   Trie() { root = new TrieNode(); }
20
21   void insert(string word) {
22     TrieNode* cur = root;
23     for(auto& ch : word) {
24       int c = ch - minc;
25       if(!cur->child[c])
26         cur->child[c] = new TrieNode();
27       cur = cur->child[c];
28     }
29     cur->cnt++;
30   }
31
32   void remove(string word) {
33     TrieNode* cur = root;
34     for(auto& ch : word) {
35       int c = ch - minc;
36       if(!cur->child[c]) return;
37       cur = cur->child[c];
38     }
39     cur->cnt--;
40   }
41
42   // 字典裡有出現 word
43   bool search(string word, bool prefix=0) {
44     TrieNode* cur = root;
45     for(auto& ch : word) {
46       int c = ch - minc;
47       if(!cur->child[c]) return false;
48     }
49     return cur->cnt || prefix;
50   }
51
52   // 字典裡有 word 的前綴為 prefix
53   bool startsWith(string prefix) {
54     return search(prefix, true);
55   }
56 };

```

4.8 AC Trie

4.9 單調隊列

```

1 //單調隊列
2 "如果一個選手比你小還比你強，你就可以退役了。"
3
4 example
5
6 給出一個長度為 n 的數組，
7 輸出每 k 個連續的數中的最大值和最小值。
8
9 #include <bits/stdc++.h>
10 #define maxn 1000100
11 using namespace std;
12 int q[maxn], a[maxn];
13 int n, k;
14 //得到這個隊列裡的最小值，直接找到最後的就行了
15 void getmin() {
16     int head=0,tail=0;
17     for(int i=1;i<k;i++) {
18         while(head<=tail&&a[q[tail]]>=a[i])
19             tail--;
20         q[++tail]=i;
21     }
22     for(int i=k;i<=n;i++) {
23         while(head<=tail&&a[q[tail]]>=a[i])
24             tail--;
25         q[++tail]=i;
26         while(q[head]<=i-k) head++;
27         cout<<a[q[head]]<<" ";
28     }
29 // 和上面同理
30 void getmax() {
31     int head=0,tail=0;
32     for(int i=1;i<k;i++) {
33         while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i])tail--;
34         q[++tail]=i;
35     }
36     for(int i=k;i<=n;i++) {
37         while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i])tail--;
38         q[++tail]=i;
39         while(q[head]<=i-k) head++;
40         cout<<a[q[head]]<<" ";
41     }
42     cout<<endl;
43 }
44
45 int main(){
46     cin>>n>>k; //每k個連續的數
47     for(int i=1;i<=n;i++) cin>>a[i];
48     getmin();
49     getmax();
50     return 0;
51 }
```

```

52 }
53
54 // 要存 wordId 才要 vec
55 // 同單字重複match要把所有vis取消掉
56 int match(char* s, vector<int>& vec) {
57     int res = 0;
58     memset(vis, 0, sizeof(vis));
59     for(int p=root; *s; s++) {
60         p = trie[p][*s-minc];
61         for(int k=p; k && !vis[k]; k=fail[k]) {
62             vis[k] = true;
63             res += cnt[k];
64             if(cnt[k]) vec.push_back(val[k]);
65         }
66     }
67     return res; // 匹配到的單字量
68 }
69 };
70
71 ACTrie ac; // 建構，初始化
72 ac.insert(s); // 加字典單字
73 // 加完字典後
74 ac.build(); // !!! 建 failure link !!!
75 ac.match(s); // 多模式匹配(加vec存編號)
```

5 Geometry

5.1 公式

1. Circle and Line

點 $P(x_0, y_0)$ 到直線 $L: ax + by + c = 0$ 的距離

$$d(P, L) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

兩平行直線

$L_1: ax + by + c_1 = 0$ 與 $L_2: ax + by + c_2 = 0$

的距離

$$d(L_1, L_2) = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

2. Triangle

設三角形頂點為 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$

點 A, B, C 的對邊長分別為 a, b, c

三角形面積為 Δ

重心為 (G_x, G_y) ，內心為 (I_x, I_y) ，

外心為 (O_x, O_y) 和垂心為 (H_x, H_y)

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$G_x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, G_y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

$$I_x = \frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a + b + c}, I_y = \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a + b + c}$$

$$O_x = \frac{\begin{vmatrix} x_1^2 + y_1^2 & x_2^2 + y_2^2 & x_3^2 + y_3^2 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}}{4\Delta}, O_y = \frac{\begin{vmatrix} x_1^2 + y_1^2 & x_2^2 + y_2^2 & x_3^2 + y_3^2 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}}{4\Delta}$$

$$H_x = -\frac{\begin{vmatrix} x_2x_3 + y_2y_3 & y_1 & 1 \\ x_1x_3 + y_1y_3 & y_2 & 1 \\ x_1x_2 + y_1y_2 & y_3 & 1 \end{vmatrix}}{2\Delta}$$

$$H_y = -\frac{\begin{vmatrix} x_1 & x_2x_3 + y_2y_3 & 1 \\ x_2 & x_1x_3 + y_1y_3 & 1 \\ x_3 & x_1x_2 + y_1y_2 & 1 \end{vmatrix}}{2\Delta}$$

任意三角形，重心、外心、垂心共線

$$G_x = \frac{2}{3}O_x + \frac{1}{3}H_x, G_y = \frac{2}{3}O_y + \frac{1}{3}H_y$$

5.2 Template

```

1 using DBL = double;
2 using TP = DBL; // 存點的型態
3
4 const DBL pi = acos(-1);
5 const DBL eps = 1e-8;
6 const TP inf = 1e30;
7 const int maxn = 5e4 + 10;
8
9 struct Vector {
10     TP x, y;
11     Vector(TP x=0, TP y=0): x(x), y(y) {}
12     DBL length();
13 };
14 using Point = Vector;
15 using Polygon = vector<Point>;
16
17 Vector operator+(Vector a, Vector b) {
18     return Vector(a.x+b.x, a.y+b.y); }
19 Vector operator-(Vector a, Vector b) {
20     return Vector(a.x-b.x, a.y-b.y); }
21 Vector operator*(Vector a, DBL b) {
22     return Vector(a.x*b, a.y*b); }
23 Vector operator/(Vector a, DBL b) {
24     return Vector(a.x/b, a.y/b); }
25
26 TP dot(Vector a, Vector b) {
27     return a.x*b.x + a.y*b.y;
28 }
29 TP cross(Vector a, Vector b) {
```

```

30 return a.x*b.y - a.y*b.x;
31 }
32 DBL Vector::length() {
33     return sqrt(dot(*this, *this));
34 }
35 DBL dis(Point a, Point b) {
36     return sqrt(dot(a-b, a-b));
37 }
38 Vector unit_normal_vector(Vector v) {
39     DBL len = v.length();
40     return Vector(-v.y/len, v.x/len);
41 }
42
43 struct Line {
44     Point p;
45     Vector v;
46     DBL ang;
47     Line(Point _p={}, Vector _v={}) {
48         p = _p;
49         v = _v;
50         ang = atan2(v.y, v.x);
51     }
52     bool operator<(const Line& l) const {
53         return ang < l.ang;
54     }
55 };
56
57 struct Segment {
58     Point s, e;
59     Segment(): s({0, 0}), e({0, 0}) {}
60     Segment(Point s, Point e): s(s), e(e) {}
61     DBL length() { return dis(s, e); }
62 };
63
64 struct Circle {
65     Point o;
66     DBL r;
67     Circle(): o({0, 0}), r(0) {}
68     Circle(Point o, DBL r=0): o(o), r(r) {}
69     Circle(Point a, Point b) { // ab 直徑
70         o = (a + b) / 2;
71         r = dis(o, a);
72     }
73     Circle(Point a, Point b, Point c) {
74         Vector u = b-a, v = c-a;
75         DBL c1=dot(u, a+b)/2, c2=dot(v, a+c)/2;
76         DBL dx=c1*v.y-c2*u.y, dy=u.x*c2-v.x*c1;
77         o = Point(dx, dy) / cross(u, v);
78         r = dis(o, a);
79     }
80     bool cover(Point p) {
81         return dis(o, p) <= r;
82     }
83 };

```

5.3 Polygon

```

1 // 判斷點 (point) 是否在凸包 (p) 內
2 bool pointInConvex(Polygon& p, Point point) {
3     // 根據 TP 型態來寫，沒浮點數不用 dblcmp
4     auto dblcmp=[&](DBL v){return (v>0)-(v<0);};
5     // 不包含線上，改 '>=' 為 '>'
6     auto test = [&](Point& p0, Point& p1) {
7         return dblcmp(cross(p1-p0, point-p0))>=0;
8     };
9     p.push_back(p[0]);
10    for(int i=1; i<p.size(); i++) {
11        if(!test(p[i-1], p[i])) {
12            p.pop_back();
13            return false;
14        }
15    }
16    p.pop_back();
17    return true;
18 }
19
20 // 計算簡單多邊形的面積

```

```

21 // ! p 為排序過的點 !
22 DBL polygonArea(Polygon& p) {
23     DBL sum = 0;
24     for(int i=0, n=p.size(); i<n; i++)
25         sum += cross(p[i], p[(i+1)%n]);
26     return abs(sum) / 2.0;
27 }

```

5.4 Intersection

```

1 // 除 intersection(Line a, Line b) 之外，
2 // 皆尚未丟 online judge
3
4 int dcmp(DBL a, DBL b=0.0) {
5     return (a > b) - (a < b);
6 }
7
8 bool hasIntersection(Point p, Segment s) {
9     return dcmp(cross(p-s.s, s.s-s.e))==0&&
10        dcmp(dot(p.x-s.s.x, p.x-s.e.x))<=0&&
11        dcmp(dot(p.y-s.s.y, p.y-s.e.y))<=0;
12 }
13
14 bool hasIntersection(Point p, Line l) {
15     return dcmp(cross(p-l.p, l.v)) == 0;
16 }
17
18 DBL dis(Line l, Point p) {
19     DBL t = cross(p, l.v) + cross(l.v, l.p);
20     return abs(t) / sqrt(dot(l.v, l.v));
21 }
22
23 Point intersection(Line a, Line b) {
24     Vector u = a.p - b.p;
25     DBL t = 1.0*cross(b.v, u)/cross(a.v, b.v);
26     return a.p + a.v*t;
27 }
28
29 // 返回 p 在 l 上的垂足(投影點)
30 Point getPedal(Line l, Point p) {
31     DBL len = dot(p-l.p, l.v) / dot(l.v, l.v);
32     return l.p + l.v * len;
33 }

```

5.5 最小圓覆蓋

```

1 vector<Point> p(3); // 在圖上的點
2 Circle MEC(vector<Point>& v, int n, int d=0){
3     Circle mec;
4     if(d == 1) mec = Circle(p[0]);
5     if(d == 2) mec = Circle(p[0], p[1]);
6     if(d == 3) return Circle(p[0], p[1], p[2]);
7     for(int i=0; i<n; i++) {
8         if(mec.cover(v[i])) continue;
9         p[d] = v[i];
10        mec = MEC(v, i, d+1);
11    }
12    return mec;
13 }

```

5.6 旋轉卡尺

```

1 // 回傳凸包內最遠兩點的距離
2 int longest_distance(Polygon& p) {
3     auto test = [&](Line l, Point a, Point b) {
4         return cross(l.v, a-l.p)<=cross(l.v, b-l.p);
5     };
6     if(p.size() <= 2) {
7         return cross(p[0]-p[1], p[0]-p[1]);
8     }
9     int mx = 0;
10    for(int i=0, j=1, n=p.size(); i<n; i++) {

```

```

11        Line l(p[i], p[(i+1)%n] - p[i]);
12        for(;test(l, p[j], p[(j+1)%n]);j=(j+1)%n);
13        mx = max({
14            mx,
15            dot(p[(i+1)%n]-p[j], p[(i+1)%n]-p[j]),
16            dot(p[i]-p[j], p[i]-p[j])
17        });
18    }
19    return mx;
20 }

```

5.7 凸包

- TP 為 Point 裡 x 和 y 的型態
- struct Point 需要加入並另外計算的 variables:
 1. ang, 該點與基準點的 atan2 值
 2. d2, 該點與基準點的 (距離)²
- 注意計算 d2 的型態範圍限制

```

1 using TP = long long;
2 using Polygon = vector<Point>;
3
4 const TP inf = 1e9; // 座標點最大值
5
6 Polygon convex_hull(Point* p, int n) {
7     auto dblcmp = [&](DBL a, DBL b=0.0) {
8         return (a>b) - (a<b);
9     };
10    auto rmv = [&](Point a, Point b, Point c) {
11        return cross(b-a, c-b) <= 0; // 非浮點數
12        return dblcmp(cross(b-a, c-b)) <= 0;
13    };
14
15    // 選最下裡最左的當基準點，可在輸入時計算
16    TP lx = inf, ly = inf;
17    for(int i=0; i<n; i++) {
18        if(p[i].y<ly || (p[i].y==ly&&p[i].x<lx)){
19            lx = p[i].x, ly = p[i].y;
20        }
21    }
22
23    for(int i=0; i<n; i++) {
24        p[i].ang=atan2(p[i].y-ly,p[i].x-lx);
25        p[i].d2 = (p[i].x-lx)*(p[i].x-lx) +
26                (p[i].y-ly)*(p[i].y-ly);
27    }
28    sort(p, p+n, [&](Point& a, Point& b) {
29        if(dblcmp(a.ang, b.ang))
30            return a.ang < b.ang;
31        return a.d2 < b.d2;
32    });
33
34    int m = 1; // stack size
35    Point st[n] = {p[n]=p[0]};
36    for(int i=1; i<=n; i++) {
37        for(;m>1&&rmv(st[m-2],st[m-1],p[i]);m--);
38        st[m++] = p[i];
39    }
40    return Polygon(st, st+m-1);
41 }

```

5.8 半平面相交

```

1 using DBL = double;
2 using TP = DBL; // 存點的型態
3 using Polygon = vector<Point>;
4
5 const int maxn = 5e4 + 10;
6
7 // Return: 能形成半平面交的凸包邊界點
8 Polygon halfplaneIntersect(vector<Line>& nar){
9     sort(nar.begin(), nar.end());
10    // DBL 跟 0 比較，沒浮點數不用

```

```

11 auto dblcmp=[](DBL v){return (v>0)-(v<0)};
12 // p 是否在 l 的左半平面
13 auto lft = [&](Point p, Line l) {
14     return dblcmp(cross(l.v, p-l.p)) > 0;
15 };
16
17 int ql = 0, qr = 0;
18 Line L[maxn] = {nar[0]};
19 Point P[maxn];
20
21 for(int i=1; i<nar.size(); i++) {
22     for(; ql<qr&&!lft(P[qr-1], nar[i]); qr--);
23     for(; ql<qr&&!lft(P[ql], nar[i]); ql++);
24     L[++qr] = nar[i];
25     if(dblcmp(cross(L[qr].v, L[qr-1].v))==0) {
26         if(lft(nar[i].p, L[--qr])) L[qr]=nar[i];
27     }
28     if(ql < qr)
29         P[qr-1] = intersection(L[qr-1], L[qr]);
30 }
31 for(; ql<qr && !lft(P[qr-1], L[ql]); qr--);
32 if(qr-ql <= 1) return {};
33 P[qr] = intersection(L[qr], L[ql]);
34 return Polygon(P+ql, P+qr+1);
35 }

```

6 DP

6.1 以價值為主的背包

```

1 /*w 變得太大所以一般的01背包解法變得不可能
2 觀察題目w變成10^9
3 而v_i變成10^3
4 N不變10^2
5 試著湊湊看dp狀態
6 dp[maxn][maxv]是可接受的複雜度
7 剩下的是轉移式，轉移式變成
8 dp[i][j] = w ->
9     當目前只考慮到第i個商品時，達到獲利j時最少的weight
10    = w
11 所以答案是dp[n][1 ~ maxv]找價值最大且裝的下的*/
12 #define maxn 105
13 #define maxv 100005
14 long long dp[maxn][maxv];
15 long long weight[maxn];
16 long long v[maxn];
17 int main() {
18     int n;
19     long long w;
20     scanf("%d %lld", &n, &w);
21     for (int i = 1; i <= n; ++i) {
22         scanf("%lld %lld", &weight[i], &v[i]);
23     }
24     memset(dp, 0x3f, sizeof(dp));
25     dp[0][0] = 0;
26     for (int i = 1; i <= n; ++i) {
27         for (int j = 0; j <= maxv; ++j) {
28             if (j - v[i] >= 0)
29                 dp[i][j] = dp[i-1][j-v[i]] + weight[i];
30             dp[i][j] = min(dp[i-1][j], dp[i][j]);
31         }
32     }
33     long long res = 0;
34     for (int j = maxv-1; j >= 0; --j) {
35         if (dp[n][j] <= w) {
36             res = j;
37             break;
38         }
39     }
40     printf("%lld\n", res);
41     return 0;
42 }

```

6.2 抽屜

```

1 long long dp[70][70][2];
2 // 初始條件
3 dp[1][0][0] = dp[1][1][1] = 1;
4 for (int i = 2; i <= 66; ++i){
5     // i個抽屜0個安全且上方0 =
6     // (底下i-1個抽屜且1個安全且最上面L) +
7     // (底下n-1個抽屜0個安全且最上方為0)
8     dp[i][0][0]=dp[i-1][1][1]+dp[i-1][0][0];
9     for (int j = 1; j <= i; ++j) {
10         dp[i][j][0] =
11             dp[i-1][j+1][1]+dp[i-1][j][0];
12         dp[i][j][1] =
13             dp[i-1][j-1][1]+dp[i-1][j-1][0];
14     }
15 } //答案在 dp[n][s][0] + dp[n][s][1];

```

6.3 Barcode

```

1 int N, K, M;
2 long long dp[55][55];
3 // n -> 目前剩多少units
4 // k -> 目前剩多少bars

```

```

5 // m -> 1 bar最多多少units
6 long long dfs(int n, int k) {
7     if (k == 1) {
8         return (n <= M);
9     }
10    if (dp[n][k] != -1)
11        return dp[n][k];
12    long long result = 0;
13    for (int i = 1; i < min(M+1, n); ++i)
14        { // < min(M+1, n)是因為n不能==0
15            result += dfs(n-i, k-1);
16        }
17    return dp[n][k] = result;
18 }
19 int main() {
20     while (scanf("%d %d %d", &N, &K, &M) !=
21             EOF) {
22         memset(dp, -1, sizeof(dp));
23         printf("%lld\n", dfs(N, K));
24     }
25     return 0;
26 }

```

6.4 Deque 最大差距

```

1 /*定義dp[l][r]是l ~ r時與先手最大差異值
2 轉移式: dp[l][r] = max{a[l] - solve(l+1,
3             r), a[r] - solve(l, r-1)}
4 裡面用減的主要是因為求的是相減且會一直換手，
5 所以正負正負...*/
6 #define maxn 3005
7 bool vis[maxn][maxn];
8 long long dp[maxn][maxn];
9 long long a[maxn];
10 long long solve(int l, int r) {
11     if (l > r) return 0;
12     if (vis[l][r]) return dp[l][r];
13     vis[l][r] = true;
14     long long res = a[l] - solve(l+1, r);
15     res = max(res, a[r] - solve(l, r-1));
16     return dp[l][r] = res;
17 }
18 int main() {
19     ...
20     printf("%lld\n", solve(1, n));
21 }

```

6.5 LCS 和 LIS

```

1 //LCS 和 LIS 題目轉換
2 LIS 轉成 LCS
3 1. A 為原序列，B=sort(A)
4 2. 對 A,B 做 LCS
5 LCS 轉成 LIS
6 1. A, B 為原本的兩序列
7 2. 最 A 序列作編號轉換，將轉換規則套用在 B
8 3. 對 B 做 LIS
9 4. 重複的數字在編號轉換時後要變成不同的數字，
10    越早出現的數字要越小
11 5. 如果有數字在 B 裡面而不在 A 裡面，
12    直接忽略這個數字不做轉換即可

```

6.6 RangeDP

```

1 //區間dp
2 int dp[55][55];
3 // dp[i][j] -> [i,j] 切割區間中最小的cost
4 int cuts[55];
5 int solve(int i, int j) {
6     if (dp[i][j] != -1)
7         return dp[i][j];
8     //代表沒有其他切法，只能是cuts[j] - cuts[i]

```

```

9   if (i == j - 1)
10      return dp[i][j] = 0;
11   int cost = 0x3f3f3f3f;
12   for (int m = i + 1; m < j; ++m) {
13       //枚舉區間中間切點
14       cost = min(cost, solve(i, m) +
15                 solve(m, j) + cuts[j] - cuts[i]);
16   }
17   return dp[i][j] = cost;
18 }
19 int main() {
20     int l, n;
21     while (scanf("%d", &l) != EOF && l) {
22         scanf("%d", &n);
23         for (int i = 1; i <= n; ++i)
24             scanf("%d", &cuts[i]);
25         cuts[0] = 0;
26         cuts[n + 1] = 1;
27         memset(dp, -1, sizeof(dp));
28         printf("ans = %d.\n", solve(0, n + 1));
29     }
30     return 0;
31 }

```

6.7 stringDP

Edit distance S_1 最少需要經過幾次增、刪或換字變成 S_2

$$dp[i, j] = \begin{cases} i + 1, & \text{if } j = -1 \\ j + 1, & \text{if } i = -1 \\ dp[i - 1, j - 1], & \text{if } S_1[i] = S_2[j] \\ \min \begin{cases} dp[i, j - 1] \\ dp[i - 1, j] \\ dp[i - 1, j - 1] \end{cases} + 1, & \text{if } S_1[i] \neq S_2[j] \end{cases}$$

Longest Palindromic Subsequence

$$dp[l, r] = \begin{cases} 1 & \text{if } l = r \\ dp[l + 1, r - 1] & \text{if } S[l] = S[r] \\ \max\{dp[l + 1, r], dp[l, r - 1]\} & \text{if } S[l] \neq S[r] \end{cases}$$

6.8 樹 DP 有幾個 path 長度為 k

```

1 #define maxn 50005
2 #define maxk 505
3 //dp[u][u的child且距離u長度k的數量]
4 long long dp[maxn][maxk];
5 vector<vector<int>>> G;
6 int n, k;
7 long long res = 0;
8 void dfs(int u, int p) {
9     //u自己
10    dp[u][0] = 1;
11    for (int v: G[u]) {
12        if (v == p)
13            continue;
14        dfs(v, u);
15        for (int i = 1; i <= k; ++i) {
16            //子樹v距離i - 1的等於對於u來說距離i的
17            dp[u][i] += dp[v][i - 1];
18        }
19    }
20    //統計在u子樹中距離u為k的數量
21    res += dp[u][k];
22    long long cnt = 0;
23    for (int v: G[u]) {
24        if (v == p)
25            continue; //重點算法
26        for (int x = 0; x <= k - 2; ++x) {
27            cnt +=
28                dp[v][x] * (dp[u][k - x - 1] - dp[v][k - x - 2]);
29        }
30    }
31    res += cnt / 2;
32 }
33 int main() {

```

```

34 ...
35 dfs(1, -1);
36 printf("%lld\n", res);
37 return 0;
38 }

```

6.9 TreeDP reroot

```

1 /*re-root dp on tree O(n + n + n) -> O(n)*
2 class Solution {
3 public:
4     vector<int> sumOfDistancesInTree(int n,
5     vector<vector<int>>& edges) {
6         this->res.assign(n, 0);
7         G.assign(n + 5, vector<int>());
8         for (vector<int>& edge: edges) {
9             G[edge[0]].emplace_back(edge[1]);
10            G[edge[1]].emplace_back(edge[0]);
11        }
12        memset(this->visited, 0,
13               sizeof(this->visited));
14        this->dfs(0);
15        memset(this->visited, 0,
16               sizeof(this->visited));
17        this->res[0] = this->dfs2(0, 0);
18        memset(this->visited, 0,
19               sizeof(this->visited));
20        this->dfs3(0, n);
21        return this->res;
22    }
23 private:
24     vector<vector<int>> G;
25     bool visited[30005];
26     int subtreeSize[30005];
27     vector<int> res;
28     //求subtreeSize
29     int dfs(int u) {
30         this->visited[u] = true;
31         for (int v: this->G[u])
32             if (!this->visited[v])
33                 this->subtreeSize[u] +=
34                     this->dfs(v);
35         //自己
36         this->subtreeSize[u] += 1;
37         return this->subtreeSize[u];
38     }
39     //求res[0], 0到所有點的距離
40     int dfs2(int u, int dis) {
41         this->visited[u] = true;
42         int sum = 0;
43         for (int v: this->G[u])
44             if (!visited[v])
45                 sum += this->dfs2(v, dis + 1);
46         //要加上自己的距離
47         return sum + dis;
48     }
49     //算出所有的res
50     void dfs3(int u, int n) {
51         this->visited[u] = true;
52         for (int v: this->G[u]) {
53             if (!visited[v]) {
54                 this->res[v] = this->res[u] +
55                     n - 2 *
56                     this->subtreeSize[v];
57                 this->dfs3(v, n);
58             }
59         }
60     }
61 }

```

6.10 Weighted LIS

```

1 #define maxn 200005
2 long long dp[maxn];

```

```

3 long long height[maxn];
4 long long B[maxn];
5 long long st[maxn << 2];
6 void update(int p, int index, int l, int r,
7             long long v) {
8     if (l == r) {
9         st[index] = v;
10        return;
11    }
12    int mid = (l + r) >> 1;
13    if (p <= mid)
14        update(p, (index << 1), l, mid, v);
15    else
16        update(p, (index << 1) + 1, mid + 1, r, v);
17    st[index] =
18        max(st[index << 1], st[(index << 1) + 1]);
19 }
20 long long query(int index, int l, int r, int
21                ql, int qr) {
22     if (ql <= l && r <= qr)
23         return st[index];
24     int mid = (l + r) >> 1;
25     long long res = -1;
26     if (ql <= mid)
27         res =
28             max(res, query(index << 1, l, mid, ql, qr));
29     if (mid < qr)
30         res =
31             max(res, query((index << 1) + 1, mid + 1, r, ql, qr));
32     return res;
33 }
34 int main() {
35     int n;
36     scanf("%d", &n);
37     for (int i = 1; i <= n; ++i)
38         scanf("%lld", &height[i]);
39     for (int i = 1; i <= n; ++i)
40         scanf("%lld", &B[i]);
41     long long res = B[1];
42     update(height[1], 1, 1, n, B[1]);
43     for (int i = 2; i <= n; ++i) {
44         long long temp;
45         if (height[i] - 1 >= 1)
46             temp =
47                 B[i] + query(1, 1, n, 1, height[i] - 1);
48         else
49             temp = B[i];
50         update(height[i], 1, 1, n, temp);
51         res = max(res, temp);
52     }
53     printf("%lld\n", res);
54     return 0;
55 }

```