# Contents



# 1 ubuntu

## 1.1 run

```
~$ bash cp.sh PA
```

## 1.2 cp.sh

```
#!/bin/bash
clear
g++ $1.cpp -DDBG -o $1
if [[ "$?" == "0" ]]; then
        echo Running
        ./$1 < $1.in > $1.out
        echo END
fi
```

# 2 Basic

## 2.1 ascii

| int | char | int | char | int | char |
|---|---|---|---|---|---|
| 32 | | 64 | @ | 96 | ` |
| 33 | ! | 65 | A | 97 | a |
| 34 | " | 66 | B | 98 | b |
| 35 | # | 67 | C | 99 | c |
| 36 | $ | 68 | D | 100 | d |
| 37 | % | 69 | E | 101 | e |
| 38 | & | 70 | F | 102 | f |
| 39 | ' | 71 | G | 103 | g |
| 40 | ( | 72 | H | 104 | h |
| 41 | ) | 73 | I | 105 | i |
| 42 | * | 74 | J | 106 | j |
| 43 | + | 75 | K | 107 | k |
| 44 | , | 76 | L | 108 | l |
| 45 | - | 77 | M | 109 | m |
| 46 | . | 78 | N | 110 | n |
| 47 | / | 79 | O | 111 | o |
| 48 | 0 | 80 | P | 112 | p |
| 49 | 1 | 81 | Q | 113 | q |
| 50 | 2 | 82 | R | 114 | r |
| 51 | 3 | 83 | S | 115 | s |
| 52 | 4 | 84 | T | 116 | t |
| 53 | 5 | 85 | U | 117 | u |
| 54 | 6 | 86 | V | 118 | v |
| 55 | 7 | 87 | W | 119 | w |
| 56 | 8 | 88 | X | 120 | x |
| 57 | 9 | 89 | Y | 121 | y |
| 58 | : | 90 | Z | 122 | z |
| 59 | ; | 91 | [ | 123 | { |
| 60 | < | 92 | \ | 124 | \| |
| 61 | = | 93 | ] | 125 | } |
| 62 | > | 94 | ^ | 126 | ~ |
| 63 | ? | 95 | _ | | |

## 2.2 limits

```
[Type]             [size]       [range]
char                 1         127 to -128
signed char          1         127 to -128
unsigned char        1         0 to 255
short                2         32767 to -32768
int                  4         2147483647 to -2147483648
unsigned int         4         0 to 4294967295
long                 4         2147483647 to -2147483648
unsigned long        4         0 to 18446744073709551615
long long            8
            9223372036854775807 to -9223372036854775808
double               8      1.79769e+308 to 2.22507e-308
long double          16    1.18973e+4932 to 3.3621e-4932
float                4        3.40282e+38 to 1.17549e-38
unsigned long long   8         0 to 18446744073709551615
string               32
```

# 3 字串

## 3.1 最長迴文子字串

```
#include <bits/stdc++.h>
#define T(x) ((x) % 2 ? s[(x) / 2] : '.')
using namespace std;

string s;
int n;

int ex(int l, int r) {
  int i = 0;
  while(l - i >= 0 && r + i < n && T(l - i) == T(r +
      i)) i++;
  return i;
}

int main() {
  cin >> s;
  n = 2 * s.size() + 1;

  int mx = 0;
  int center = 0;
  vector<int> r(n);
  int ans = 1;
  r[0] = 1;
```

```
  for(int i = 1; i < n; i++) {
    int ii = center - (i - center);
    int len = mx - i + 1;
    if(i > mx) {
      r[i] = ex(i, i);
      center = i;
      mx = i + r[i] - 1;
    } else if(r[ii] == len) {
      r[i] = len + ex(i - len, i + len);
      center = i;
      mx = i + r[i] - 1;
    } else {
      r[i] = min(r[ii], len);
    }
    ans = max(ans, r[i]);
  }

  cout << ans - 1 << "\n";
  return 0;
}
```

### 3.2 stringstream

```
string s,word;
stringstream ss;
getline(cin,s);
ss<<s;
while(ss>>word)
    cout<<word<<endl;
```

## 4 STL

### 4.1 priority_queue

```
priority_queue： 優先隊列，資料預設由大到小排序。

讀取優先權最高的值：
    x = pq.top();
    pq.pop();                   //讀取後刪除
判斷是否為空的priority_queue：
    pq.empty()                  //回傳true
    pq.size()                   //回傳0
如需改變priority_queue的優先權定義：
    priority_queue<T> pq;       //預設由大到小
    priority_queue<T, vector<T>, greater<T> > pq;
                                //改成由小到大
    priority_queue<T, vector<T>, cmp> pq;   //cmp
```

### 4.2 queue

```
queue：佇列，資料有「先進先出」 (first in first out, FIFO)的特性。
就像排隊買票一樣，先排隊的客戶被服務。

取值：
    x = q.front(); //頭
    x = q.back();  //尾
移除已經讀取的值：
    q.pop();
判斷是否為空的queue：
    q.empty() 回傳true
    q.size() 回傳零
```

### 4.3 deque

```
deque 是 C++ 標準模板函式庫
     (Standard Template Library, STL)
    中的雙向佇列容器 (Double-ended Queue) ，
    跟 vector 相似，不過在 vector
        中若是要添加新元素至開端，
    其時間複雜度為 O(N)，但在 deque 中則是 O(1)。
    同樣也能在我們需要儲存更多元素的時候自動擴展空間，
    讓我們不必煩惱佇列長度的問題。
dq.push_back()  //在 deque 的最尾端新增元素
dq.push_front() //在 deque 的開頭新增元素
dq.pop_back()   //移除 deque 最尾端的元素
dq.pop_front()  //移除 deque 最開頭的元素
dq.back()       //取出 deque 最尾端的元素
dq.front()      //回傳 deque 最開頭的元素
dq.insert()
dq.insert(position, n, val)
    position: 插入元素的 index 值
    n: 元素插入次數
    val: 插入的元素值
dq.erase()
    //刪除元素，需要使用迭代器指定刪除的元素或位置，
    同時也會返回指向刪除元素下一元素的迭代器。
dq.clear()      //清空整個 deque 佇列。
dq.size()       //檢查 deque 的尺寸
dq.empty()      //如果 deque 佇列為空返回 1；
                  若是存在任何元素，則返回0
dq.begin()      //返回一個指向 deque 開頭的迭代器
dq.end()        //指向 deque 結尾，
                  不是最後一個元素，
                  而是最後一個元素的下一個位置
```

### 4.4 map

```
map：存放 key-value pairs 的映射資料結構，
     會按 key 由小到大排序。
元素存取
operator[]：存取指定的[i]元素的資料

迭代器
begin()：回傳指向map頭部元素的迭代器
end()：回傳指向map末尾的迭代器
rbegin()：回傳一個指向map尾部的反向迭代器
rend()：回傳一個指向map頭部的反向迭代器

遍歷整個map時，利用iterator操作：
取key：it->first 或 (*it).first
取value：it->second 或 (*it).second

容量
empty()：檢查容器是否為空，空則回傳true
size()：回傳元素數量
max_size()：回傳可以容納的最大元素個數

修改器
clear()：刪除所有元素
insert()：插入元素
erase()：刪除一個元素
swap()：交換兩個map

查找
count()：回傳指定元素出現的次數
find()：查找一個元素

//實作範例
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

int main(){

    //declaration container and iterator
```

```
    map<string, string> mp;
    map<string, string>::iterator iter;
    map<string, string>::reverse_iterator iter_r;

    //insert element
    mp.insert(pair<string, string>("r000",
        "student_zero"));

    mp["r123"] = "student_first";
    mp["r456"] = "student_second";

    //traversal
    for(iter = mp.begin(); iter != mp.end(); iter++)
        cout<<iter->first<<" "<<iter->second<<endl;
    for(iter_r = mp.rbegin(); iter_r != mp.rend();
        iter_r++)
        cout<<iter_r->first<<"
            "<<iter_r->second<<endl;

    //find and erase the element
    iter = mp.find("r123");
    mp.erase(iter);

    iter = mp.find("r123");

    if(iter != mp.end())
       cout<<"Find, the value is
           "<<iter->second<<endl;
    else
       cout<<"Do not Find"<<endl;

    return 0;
}

//map統計數字
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

int main(){
  ios::sync_with_stdio(0),cin.tie(0);
  long long n,x;
  cin>>n;
  map <int,int> mp;
  while(n--){
    cin>>x;
    ++mp[x];
  }
  for(auto i:mp) cout<<i.first<<" "<<i.second<<endl;
}
```

## 4.5 unordered_map

```
unordered_map：存放 key-value pairs
               的「無序」映射資料結構。
用法與map相同
```

## 4.6 set

```
set： 集合，去除重複的元素，資料由小到大排序。

取值： 使用iterator
    x = *st.begin();
            // set中的第一個元素(最小的元素)。
    x = *st.rbegin();
            // set中的最後一個元素(最大的元素)。

判斷是否為空的set：
    st.empty() 回傳true
    st.size() 回傳零

常用來搭配的member function：
    st.count(x);
    auto it = st.find(x);
        // binary search, O(log(N))
    auto it = st.lower_bound(x);
        // binary search, O(log(N))
    auto it = st.upper_bound(x);
        // binary search, O(log(N))
```

## 4.7 multiset

```
與 set 用法雷同，但會保留重複的元素。
資料由小到大排序。
宣告：
    multiset<int> st;
刪除資料：
    st.erase(val);
    //會刪除所有值為 val 的元素。
    st.erase(st.find(val));
    //只刪除第一個值為 val 的元素。
```

## 4.8 unordered_set

```
unordered_set 的實作方式通常是用雜湊表(hash table)，
資料插入和查詢的時間複雜度很低，為常數級別O(1)，
相對的代價是消耗較多的記憶體，空間複雜度較高，
無自動排序功能。

初始化
unordered_set<int> myunordered_set{1, 2, 3, 4, 5};

陣列初始化
int arr[] = {1, 2, 3, 4, 5};
unordered_set<int> myunordered_set(arr, arr+5);

插入元素
unordered_set<int> myunordered_set;
myunordered_set.insert(1);

迴圈遍歷 unordered_set 容器
#include <iostream>
#include <unordered_set>
using namespace std;

int main() {
    unordered_set<int> myunordered_set = {3, 1};
    myunordered_set.insert(2);
    myunordered_set.insert(5);
    myunordered_set.insert(4);
    myunordered_set.insert(5);
    myunordered_set.insert(4);

    for (const auto &s : myunordered_set) {
        cout << s << " ";
    }
    cout << "\n";

    return 0;
}

/*
output
4 5 2 1 3
*/

unordered_set 刪除指定元素
#include <iostream>
#include <unordered_set>

int main() {
    unordered_set<int> myunordered_set{2, 4, 6, 8};

    myunordered_set.erase(2);
    for (const auto &s : myunordered_set) {
```

```
        cout << s << " ";
    }
    cout << "\n";

    return 0;
}
/*
output
8 6 4
*/

清空 unordered_set 元素
unordered_set<int> myunordered_set;
myunordered_set.insert(1);
myunordered_set.clear();

unordered_set 判斷元素是否存在
unordered_set<int> myunordered_set;
myunordered_set.insert(2);
myunordered_set.insert(4);
myunordered_set.insert(6);
cout << myunordered_set.count(4) << "\n"; // 1
cout << myunordered_set.count(8) << "\n"; // 0

判斷 unordered_set 容器是否為空
#include <iostream>
#include <unordered_set>

int main() {
    unordered_set<int> myunordered_set;
    myunordered_set.clear();

    if (myunordered_set.empty()) {
        cout << "empty\n";
    } else {
        cout << "not empty, size is "<<
            myunordered_set.size() <<"\n";
    }

    return 0;
}
```

## 4.9 單調隊列

```
//單調隊列
"如果一個選手比你小還比你強，你就可以退役了。"--單調隊列

example 1

給出一個長度為 n 的數組，
輸出每 k 個連續的數中的最大值和最小值。

//寫法1
#include <bits/stdc++.h>
#define maxn 1000100
using namespace std;
int q[maxn], a[maxn];
int n, k;

void getmin() {
    // 得到這個隊列裡的最小值，直接找到最後的就行了
    int head = 0, tail = 0;
    for (int i = 1; i < k; i++) {
        while (head <= tail && a[q[tail]] >= a[i])
            tail--;
        q[++tail] = i;
    }
    for (int i = k; i <= n; i++) {
        while (head <= tail && a[q[tail]] >= a[i])
            tail--;
        q[++tail] = i;
        while (q[head] <= i - k) head++;
        cout<<a[q[head]]<<" ";
    }
}

void getmax() {  // 和上面同理
    int head = 0, tail = 0;
    for (int i = 1; i < k; i++) {
        while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i])tail--;
        q[++tail] = i;
    }
    for (int i = k; i <= n; i++) {
        while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i])tail--;
        q[++tail] = i;
        while (q[head] <= i - k) head++;
        cout<<a[q[head]]<<" ";
    }
}

int main() {
    cin>>n>>k;  //每k個連續的數
    for (int i = 1; i <= n; i++) cin>>a[i];
    getmin();
    cout<<'\n';
    getmax();
    cout<<'\n';
    return 0;
}

//寫法2
#include <iostream>
#include <cstring>
#include <deque>
using namespace std;
int a[1000005];

int main() {
    ios_base::sync_with_stdio(0);
    int n, k;
    while(cin>>n>>k) {
        for(int i=0; i<n; i++) cin >> a[i];
        deque<int> dq;
        for(int i=0; i<n; i++){
            while(dq.size() && dq.front()<=i-k)
                dq.pop_front();
            while(dq.size() && a[dq.back()]>a[i])
                dq.pop_back();
            dq.push_back(i);
            if(i==k-1) cout<<a[dq.front()];
            if(i>k-1) cout<<' '<<a[dq.front()];
        }
        if(k>n) cout<<a[dq.front()];
        cout<<'\n';
        while(dq.size()) dq.pop_back();
        for(int i=0; i<n; i++){
            while(dq.size() && dq.front()<=i-k)
                dq.pop_front();
            while(dq.size() && a[dq.back()]<a[i])
                dq.pop_back();
            dq.push_back(i);
            if(i==k-1) cout<<a[dq.front()];
            if(i>k-1)  cout<<' '<<a[dq.front()];
        }
        if(k>n) cout<<a[dq.front()];
        cout<<'\n';
    }
    return 0;
}


example 2

一個含有 n 項的數列，求出每一項前的 m
    個數到它這個區間內的最小值。
若前面的數不足 m 項則從第 1
    個數開始，若前面沒有數則輸出 0

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
#define re register int
#define INF 0x3f3f3f3f
```

```cpp
#define ll long long
#define maxn 2000009
#define maxm
inline ll read() {
    ll x=0,f=1;
    char ch=getchar();
    while(ch<'0'||ch>'9'){
    if(ch=='-') f=-1;
    ch=getchar();
  }
    while(ch>='0'&&ch<='9'){
    x=(x<<1)+(x<<3)+(ll)(ch-'0');
    ch=getchar();
  }
    return x*f;
}
int n,m,k,tot,head,tail;
int a[maxn],q[maxn];
int main() {
    n=read(), m=read();
    for(int i=1;i<=n;i++) a[i]=read();
    head=1,tail=0;//起始位置為1
        因為插入是q[++tail]所以要初始化為0
    for(int i=1;i<=n;i++)
      //每次隊首的元素就是當前的答案
    {
        cout<<a[q[head]]<<endl;
        while(i-q[head]+1>m&&head<=tail)//維護隊首
            head++;
        while(a[i]<a[q[tail]]&&head<=tail)//維護隊尾
            tail--;
        q[++tail]=i;
    }
    return 0;
}
```

# 5 sort

## 5.1 大數排序

```python
#python大數排序

while True:
  try:
    n = int(input())           # 有幾筆數字需要排序
    arr = []                   # 建立空串列
    for i in range(n):
      arr.append(int(input())) # 依序將數字存入串列
    arr.sort()                 # 串列排序
    for i in arr:
      print(i)               # 依序印出串列中每個項目
  except:
    break
```

# 6 math

## 6.1 質數與因數

```
質數

埃氏篩法
int n;
vector<int> isprime(n+1,1);
isprime[0]=isprime[1]=0;
for(int i=2;i*i<=n;i++){
    if(isprime[i])
        for(int j=i*i;j<=n;j+=i) isprime[j]=0;
}

歐拉篩O(n)
#define MAXN 47000 // sqrt(2^31) = 46,340...

bool isPrime[MAXN];
int prime[MAXN];
int primeSize = 0;

void getPrimes(){
    memset(isPrime, true, sizeof(isPrime));
    isPrime[0] = isPrime[1] = false;
    for (int i = 2; i < MAXN; i++){
        if (isPrime[i]) prime[primeSize++] = i;
        for (int j = 0; j < primeSize && i * prime[j]
            <= MAXN; ++j){
            isPrime[i * prime[j]] = false;
            if (i % prime[j] == 0) break;
        }
    }
}



因數

最大公因數 O(log(min(a,b)))
int GCD(int a, int b)
{
    if (b == 0) return a;
    return GCD(b, a % b);
}

質因數分解

void primeFactorization(int n)
{
    for (int i = 0; i < (int)p.size(); ++i)
    {
        if (p[i] * p[i] > n)
            break;
        if (n % p[i])
            continue;
        cout << p[i] << ' ';
        while (n % p[i] == 0)
            n /= p[i];
    }
    if (n != 1)
        cout << n << ' ';
    cout << '\n';
}

歌德巴赫猜想
solution : 把偶數 N (6≤N≤10^6) 寫成兩個質數的和。
#include <iostream>
#include <cstdio>
using namespace std;
#define N 20000000
int ox[N], p[N], pr;

void PrimeTable(){
    ox[0] = ox[1] = 1;
    pr = 0;
    for (int i = 2; i < N; i++){
        if (!ox[i]) p[pr++] = i;
        for (int j = 0;i*p[j]<N&&j < pr; j++)
            ox[i*p[j]] = 1;
    }
}

int main(){
    PrimeTable();
    int n;
        while (cin>>n,n){
            int x;
            for (x = 1;; x += 2)
                if (!ox[x] && !ox[n - x])break;
            printf("%d = %d + %d\n", n, x, n - x);
    }
```

```
}
problem : 給定整數 N，求 N
    最少可以拆成多少個質數的和。
如果 N 是質數，則答案為 1。
如果 N 是偶數(不包含2)，則答案為 2 (強歌德巴赫猜想)。
如果 N 是奇數且 N-2 是質數，則答案為 2 (2+質數)。
其他狀況答案為 3 (弱歌德巴赫猜想)。
#pragma GCC optimize("O2")
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
#define FOR(i, L, R) for(int i=L;i<(int)R;++i)
#define FORD(i, L, R) for(int i=L;i>(int)R;--i)
#define IOS
    cin.tie(nullptr);
    cout.tie(nullptr);
    ios_base::sync_with_stdio(false);

bool isPrime(int n){
    FOR(i, 2, n){
        if (i * i > n)
            return true;
        if (n % i == 0)
            return false;
    }
    return true;
}

int main(){
    IOS;
    int n;
    cin >> n;
    if(isPrime(n)) cout << "1\n";
    else if(n%2==0||isPrime(n-2)) cout<<"2\n";
    else cout << "3\n";
}
```

## 6.2 prime factorization

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

int main() {
  int n;
  while(true) {
    cin>>n;
    for(int x=2; x<=n; x++) {
      while(n%x==0) {
        cout<<x<<"*";
        n/=x;
      }
    }
    cout<<"\b \n";
  }
  system("pause");
  return 0;
}
```

## 6.3 快速冪

```
計算a^b
#include <iostream>
#define ll long long
using namespace std;

const ll MOD = 1000000007;
ll fp(ll a, ll b) {
  int ans = 1;
  while(b > 0) {
    if(b & 1) ans = ans * a % MOD;
    a = a * a % MOD;
    b >>= 1;
  }
  return ans;
}

int main() {
  int a, b;
  cin>>a>>b;
  cout<<fp(a,b);
}
```

## 6.4 歐拉函數

```
//計算閉區間 [1,n] 中的正整數與 n 互質的個數
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int n,ans;

int phi(){
    ans=n;
    for(int i=2;i*i<=n;i++)
        if(n%i==0){
            ans=ans-ans/i;
            while(n%i==0) n/=i;
        }
    if(n>1) ans=ans-ans/n;
    return ans;
}

int main(){
  while(cin>>n)
      cout<<phi()<<endl;
}
```

# 7 algorithm

## 7.1 basic

```
min_element：找尋最小元素
min_element(first, last)
max_element：找尋最大元素
max_element(first, last)
sort：排序，預設由小排到大。
sort(first, last)
sort(first, last, cmp)：可自行定義比較運算子 cmp 。
find：尋找元素。
find(first, last, val)
lower_bound：尋找第一個小於 x 的元素位置，
             如果不存在，則回傳 last 。
lower_bound(first, last, val)
upper_bound：尋找第一個大於 x 的元素位置，
             如果不存在，則回傳 last 。
upper_bound(first, last, val)
next_permutation：將序列順序轉換成下一個字典序，
                  如果存在回傳 true，反之回傳 false。
next_permutation(first, last)
prev_permutation：將序列順序轉換成上一個字典序，
                  如果存在回傳 true，反之回傳 false。
prev_permutation(first, last)
```

## 7.2 binarysearch

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

int binary_search(vector<int> &nums, int target) {
    int left=0, right=nums.size()-1;
    while(left<=right){
        int mid=(left+right)/2;
        if (nums[mid]>target) right=mid-1;
        else if(nums[mid]<target) left=mid+1;
        else return mid+1;
```

```
    }
    return 0;
}

int main() {
  int n, k, x;
  cin >> n >> k;
  int a[n];
  vector<int> v;
  for(int i=0 ; i<n ; i++){
    cin >> x;
    v.push_back(x);
  }
  for(int i=0 ; i<k ; i++) cin >> a[i];
  for(int i=0 ; i<k ; i++){
    cout << binary_search(v, a[i]) << endl;
  }
}

lower_bound(a, a + n, k);      //最左邊 ≥ k 的位置
upper_bound(a, a + n, k);      //最左邊 > k 的位置
upper_bound(a, a + n, k) - 1; //最右邊 ≤ k 的位置
lower_bound(a, a + n, k) - 1; //最右邊 < k 的位置
(lower_bound, upper_bound)    //等於 k 的範圍
equal_range(a, a+n, k);

/*
input
5 5
1 3 4 7 9
3 1 9 7 -2
*/

/*
output
2
1
5
4
0
*/
```

## 7.3 prefix sum

```
// 前綴和
陣列前n項的和。
b[i] = a[0] + a[1] + a[2] + … + a[i]
區間和 [l, r]：b[r]-b[l-1] (要保留b[l]所以-1)

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int main(){
    int n;
    cin >> n;
    int a[n], b[n];
    for(int i=0; i<n; i++) cin >> a[i];
    b[0] = a[0];
    for(int i=1; i<n; i++) b[i] = b[i-1] + a[i];
    for(int i=0;i<n;i++) cout<<b[i]<<' ';
    cout<<'\n';
    int l, r;
    cin >> l >> r;
    cout << b[r] - b[l-1] ; //區間和
}
```

## 7.4 差分

```
// 差分
用途：在區間 [l, r] 加上一個數字v。
b[l] += v; (b[0~l] 加上v)
b[r+1] -= v; (b[r+1~n] 減去v (b[r] 仍保留v) )
給的 a[] 是前綴和數列，建構 b[]，
因為 a[i] = b[0] + b[1] + b[2] + … + b[i]，
所以 b[i] = a[i] - a[i-1]。
在 b[l] 加上 v，b[r+1] 減去 v，
最後再從 0 跑到 n 使 b[i] += b[i-1]。
這樣一來，b[] 是一個在某區間加上v的前綴和。

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int a[1000], b[1000];
// a: 前綴和數列, b: 差分數列
int main(){
    int n, l, r, v;
    cin >> n;
    for(int i=1; i<=n; i++){
        cin >> a[i];
        b[i] = a[i] - a[i-1]; //建構差分數列
    }
    cin >> l >> r >> v;
    b[l] += v;
    b[r+1] -= v;

    for(int i=1; i<=n; i++){
        b[i] += b[i-1];
        cout << b[i] << ' ';
    }
}
```

## 7.5 greedy

```
//貪心
貪心演算法的核心為，
採取在目前狀態下最好或最佳（即最有利）的選擇。
貪心演算法雖然能獲得當前最佳解，
但不保證能獲得最後（全域）最佳解，
提出想法後可以先試圖尋找有沒有能推翻原本的想法的反例，
確認無誤再實作。

Scarecrow
//problem
有一個 N×1 的稻田，有些稻田現在有種植作物，
為了避免被動物破壞，需要放置稻草人，
稻草人可以保護該塊稻田和左右兩塊稻田，
請問最少需要多少稻草人才能保護所有稻田?

//solutoin
從左到右掃描稻田，如果第 i 塊稻田有作物，
就把稻草人放到第 i+1 塊稻田，
這樣能保護第 i,i+1,i+2 塊稻田，
接著從第 i+3 塊稻田繼續掃描。

//code
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int main(){
    string s;
    int i, n, t, tc = 1;
    cin >> t;
    while (t--){
        cin >> n >> s;
        int nc = 0;
        for (i = 0; i < n; i++)
            if (s[i] == '.')i += 2, nc++;
        cout<<"Case "<<tc++<<": "<<nc<<endl;
    }
}

霍夫曼樹的變形題
//problem
給定 N 個數，每次將兩個數 a,b 合併成 a+b，
只到最後只剩一個數，合併成本為兩數和，
問最小合併成本為多少。

//solution
```

每次將最小的兩數合併起來。

```
//code
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int main()
{
    int n, x;
    while (cin >> n, n){
        priority_queue<int,vector<int>,greater<int>>
            q;
        while (n--){
            cin >> x;
            q.push(x);
        }
        long long ans = 0;
        while (q.size() > 1){
            x = q.top();
            q.pop();
            x += q.top();
            q.pop();
            q.push(x);
            ans += x;
        }
        cout << ans << endl;
    }
}
```

刪數字問題

```
//problem
給定一個數字 N(≤10^100)，需要刪除 K 個數字，
請問刪除 K 個數字後最小的數字為何?

//solution
刪除滿足第 i 位數大於第 i+1 位數的最左邊第 i 位數，
扣除高位數的影響較扣除低位數的大。

//code
int main()
{
    string s;
    int k;
    cin >> s >> k;
    for (int i = 0; i < k; ++i){
        if ((int)s.size() == 0) break;
        int pos = (int)s.size() - 1;
        for (int j = 0; j < (int)s.size() - 1; ++j){
            if (s[j] > s[j + 1]){
                pos = j;
                break;
            }
        }
        s.erase(pos, 1);
    }
    while ((int)s.size() > 0 && s[0] == '0')
        s.erase(0, 1);
    if ((int)s.size()) cout << s << '\n';
    else cout << 0 << '\n';
}
```

區間覆蓋長度

```
//problem
給定 n 條線段區間為 [Li,Ri]，
請問這些線段的覆蓋所覆蓋的長度?

//solution
先將所有區間依照左界由小到大排序，
左界相同依照右界由小到大排序，
用一個變數 R 紀錄目前最大可以覆蓋到的右界。
如果目前區間左界 ≤R，代表該區間可以和前面的線段合併。

//code
struct Line
{
    int L, R;
    bool operator<(const Line &rhs) const
    {
        if (L != rhs.L) return L < rhs.L;
        return R < rhs.R;
    }
};

int main(){
    int n;
    Line a[10005];
    while (cin >> n){
        for (int i = 0; i < n; i++)
            cin >> a[i].L >> a[i].R;
        sort(a, a + n);
        int ans = 0, L = a[0].L, R = a[0].R;
        for (int i = 1; i < n; i++){
            if (a[i].L < R) R = max(R, a[i].R);
            else{
                ans += R - L;
                L = a[i].L;
                R = a[i].R;
            }
        }
        cout << ans + (R - L) << '\n';
    }
}
```

最小區間覆蓋長度

```
//problem
給定 n 條線段區間為 [Li,Ri]，
請問最少要選幾個區間才能完全覆蓋 [0,S]?

//solution
先將所有區間依照左界由小到大排序，
對於當前區間 [Li,Ri]，要從左界 >Ri 的所有區間中，
找到有著最大的右界的區間，連接當前區間。

//problem
長度 n 的直線中有數個加熱器，
在 x 的加熱器可以讓 [x-r,x+r] 內的物品加熱，
問最少要幾個加熱器可以把 [0,n] 的範圍加熱。

//solution
對於最左邊沒加熱的點a，選擇最遠可以加熱a的加熱器，
更新已加熱範圍，重複上述動作繼續尋找加熱器。

//code
int main(){
    int n, r;
    int a[1005];
    cin >> n >> r;
    for (int i=1;i<=n;++i) cin>>a[i];
    int i = 1, ans = 0;
    while (i <= n){
        int R=min(i+r-1, n), L=max(i-r+1, 0)
        int nextR=-1;
        for (int j = R; j >= L; --j){
            if (a[j]){
                nextR = j;
                break;
            }
        }
        if (nextR == -1){
            ans = -1;
            break;
        }
        ++ans;
        i = nextR + r;
    }
    cout << ans << '\n';
}
```

最多不重疊區間

```
//problem
```

給你 n 條線段區間為 [Li,Ri]，
請問最多可以選擇幾條不重疊的線段(頭尾可相連)?

//solution
依照右界由小到大排序，
每次取到一個不重疊的線段，答案 +1。

//code
```
struct Line
{
    int L, R;
    bool operator<(const Line &rhs) const {
         return R < rhs.R;
        }
};

int main(){
    int t;
    cin >> t;
    Line a[30];
    while (t--){
        int n = 0;
        while (cin>>a[n].L>>a[n].R, a[n].L||a[n].R)
            ++n;
        sort(a, a + n);
        int ans = 1, R = a[0].R;
        for (int i = 1; i < n; i++){
            if (a[i].L >= R){
                ++ans;
                R = a[i].R;
            }
        }
        cout << ans << '\n';
    }
}
```

區間選點問題
//problem
給你 n 條線段區間為 [Li,Ri]，
請問至少要取幾個點才能讓每個區間至少包含一個點?

//solution
將區間依照右界由小到大排序，R=第一個區間的右界，
遍歷所有區段，如果當前區間左界>R ，
代表必須多選一個點 (ans+=1)，並將 R=當前區間右界。

//problem
給定 N 個座標，要在 x 軸找到最小的點，
讓每個座標至少和一個點距離 ≤ D。

//solution
以每個點 (xi,yi) 為圓心半徑為 D 的圓 C，
求出 C 和 x 軸的交點 Li,Ri，題目轉變成區間選點問題。

//code
```
struct Line
{
    int L, R;
    bool operator<(const Line &rhs) const {
        return R < rhs.R;
        }
};

int main(){
    int t;
    cin >> t;
    Line a[30];
    while (t--){
        int n = 0;
        while (cin>>a[n].L>>a[n].R, a[n].L||a[n].R)
            ++n;
        sort(a, a + n);
        int ans = 1, R = a[0].R;
        for (int i = 1; i < n; i++){
            if (a[i].L >= R){
                ++ans;
                R = a[i].R;
            }
        }
        cout << ans << '\n';
    }
}
```

最小化最大延遲問題
//problem
給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 Ti，
期限是 Di，第 i 項工作延遲的時間為 Li=max(0,Fi-Di)，
原本Fi 為第 i 項工作的完成時間，
求一種工作排序使 maxLi 最小。

//solution
按照到期時間從早到晚處理。

//code
```
struct Work
{
    int t, d;
    bool operator<(const Work &rhs) const {
        return d < rhs.d;
        }
};

int main(){
    int n;
    Work a[10000];
    cin >> n;
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        cin >> a[i].t >> a[i].d;
    sort(a, a + n);
    int maxL = 0, sumT = 0;
    for (int i = 0; i < n; ++i){
        sumT += a[i].t;
        maxL = max(maxL, sumT - a[i].d);
    }
    cout << maxL << '\n';
}
```

最少延遲數量問題
//problem
給定 N 個工作，每個工作的需要處理時長為 Ti，
期限是 Di，求一種工作排序使得逾期工作數量最小。

//solution
期限越早到期的工作越先做。將工作依照到期時間從早到晚排序，
依序放入工作列表中，如果發現有工作預期，
就從目前選擇的工作中，移除耗時最長的工作。

上述方法為 Moore-Hodgson s Algorithm。

//problem
給定烏龜的重量和可承受重量，問最多可以疊幾隻烏龜?

和最少延遲數量問題是相同的問題，只要將題敘做轉換。

工作處裡時長 → 烏龜重量
工作期限 → 烏龜可承受重量
多少工作不延期 → 可以疊幾隻烏龜

//code
```
struct Work{
    int t, d;
    bool operator<(const Work &rhs) const {
        return d < rhs.d;
        }
};

int main(){
    int n = 0;
```

```
    Work a[10000];
    priority_queue<int> pq;
    while(cin >> a[n].t >> a[n].d)
        ++n;
    sort(a, a + n);
    int sumT = 0, ans = n;
    for (int i = 0; i < n; ++i){
        pq.push(a[i].t);
        sumT += a[i].t;
        if(a[i].d<sumT){
            int x = pq.top();
            pq.pop();
            sumT -= x;
            --ans;
        }
    }
    cout << ans << '\n';
}
```

任務調度問題
//problem
給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 Ti，
期限是 Di，如果第 i 項工作延遲需要受到 pi 單位懲罰，
請問最少會受到多少單位懲罰。

//solution
依照懲罰由大到小排序，
每項工作依序嘗試可不可以放在 Di-Ti+1,Di-Ti,...,1,0，
如果有空閒就放進去，否則延後執行。

//problem
給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 Ti，
期限是 Di，如果第 i 項工作在期限內完成會獲得 ai
    單位獎勵，
請問最多會獲得多少單位獎勵。

//solution
和上題相似，這題變成依照獎勵由大到小排序。

```
//code
struct Work
{
    int d, p;
    bool operator<(const Work &rhs) const {
        return p > rhs.p;
        }
};

int main(){
    int n;
    Work a[100005];
    bitset<100005> ok;
    while (cin >> n){
        ok.reset();
        for (int i = 0; i < n; ++i)
            cin >> a[i].d >> a[i].p;
        sort(a, a + n);
        int ans = 0;
        for (int i = 0; i < n; ++i){
            int j = a[i].d;
            while (j--)
                if (!ok[j]){
                    ans += a[i].p;
                    ok[j] = true;
                    break;
                }
        }
        cout << ans << '\n';
    }
}
```

多機調度問題
//problem
給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 Ti，
有 M 台機器可執行多項工作，但不能將工作拆分，
最快可以在什麼時候完成所有工作?

//solution
將工作由大到小排序，每項工作交給最快空閒的機器。

```
//code
int main(){
    int n, m;
    int a[10000];
    cin >> n >> m;
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        cin >> a[i];
    sort(a, a + n,greater<int>());
    int ans = 0;
    priority_queue<int,vector<int>,greater<int>>pq;
    for (int i = 0; i < m && i < n; ++i){
        ans = max(ans, a[i]);
        pq.push(a[i]);
    }
    for (int i = m; i < n; ++i){
        int x = pq.top();
        pq.pop();
        x += a[i];
        ans = max(ans, x);
        pq.push(x);
    }
    cout << ans << '\n';
}
```

# 8 動態規劃

## 8.1 LCS 和 LIS

```
//最長共同子序列(LCS)
給定兩序列 A,B ，求最長的序列 C ，
 C 同時為 A,B 的子序列。

//最長遞增子序列 (LIS)
 給你一個序列 A ，求最長的序列 B ，
  B 是一個 (非) 嚴格遞增序列，且為 A 的子序列。

//LCS 和 LIS 題目轉換
LIS 轉成 LCS
    1. A 為原序列， B=sort(A)
    2. 對 A,B 做 LCS
LCS 轉成 LIS
    1. A, B 為原本的兩序列
    2. 最 A 序列作編號轉換，將轉換規則套用在 B
    3. 對 B 做 LIS
    4. 重複的數字在編號轉換時後要變成不同的數字，
       越早出現的數字要越小
    5. 如果有數字在 B 裡面而不在 A 裡面，
       直接忽略這個數字不做轉換即可
```

# 9 Section2

## 9.1 thm

- 中文測試
- $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$