

Contents

1	ubuntu	1
1.1	run . . . . .	1
1.2	cp.sh . . . . .	1
2	Basic	1
2.1	ascii . . . . .	1
2.2	limits . . . . .	1
3	字串	1
3.1	最長迴文子字串 . . . . .	1
3.2	stringstream . . . . .	2
4	STL	2
4.1	priority_queue . . . . .	2
4.2	deque . . . . .	2
4.3	map . . . . .	2
4.4	unordered_map . . . . .	3
4.5	set . . . . .	3
4.6	multiset . . . . .	3
4.7	unordered_set . . . . .	3
4.8	單調隊列 . . . . .	3
5	sort	4
5.1	大數排序 . . . . .	4
6	math	4
6.1	質數與因數 . . . . .	4
6.2	prime factorization . . . . .	5
6.3	快速冪 . . . . .	5
6.4	歐拉函數 . . . . .	5
7	algorithm	5
7.1	basic . . . . .	5
7.2	binarysearch . . . . .	5
7.3	prefix sum . . . . .	6
7.4	差分 . . . . .	6
7.5	greedy . . . . .	6
7.6	floydwarshall . . . . .	9
7.7	dinic . . . . .	9
8	動態規劃	10
8.1	LCS 和 LIS . . . . .	10
9	Section2	10
9.1	thm . . . . .	10

1 ubuntu

1.1 run

```
1| ~$ bash cp.sh PA
```

1.2 cp.sh

```
1|#!/bin/bash
2|clear
3|g++ $1.cpp -DDBG -o $1
4|if [[ "$?" == "0" ]]; then
5|    echo Running
6|    ./$1 < $1.in > $1.out
7|    echo END
8|fi
```

2 Basic

2.1 ascii

1	int	char	int	char	int	char
2	32		64	@	96	`
3	33	!	65	A	97	a
4	34	"	66	B	98	b
5	35	#	67	C	99	c
6	36	\$	68	D	100	d
7	37	%	69	E	101	e

8	38	&	70	F	102	f
9	39	'	71	G	103	g
10	40	(	72	H	104	h
11	41	)	73	I	105	i
12	42	*	74	J	106	j
13	43	+	75	K	107	k
14	44	,	76	L	108	l
15	45	-	77	M	109	m
16	46	.	78	N	110	n
17	47	/	79	O	111	o
18	48	0	80	P	112	p
19	49	1	81	Q	113	q
20	50	2	82	R	114	r
21	51	3	83	S	115	s
22	52	4	84	T	116	t
23	53	5	85	U	117	u
24	54	6	86	V	118	v
25	55	7	87	W	119	w
26	56	8	88	X	120	x
27	57	9	89	Y	121	y
28	58	:	90	Z	122	z
29	59	;	91	[	123	{
30	60	<	92	\	124	
31	61	=	93	]	125	}
32	62	>	94	^	126	~
33	63	?	95	-		

2.2 limits

	[Type]	[size]	[range]
1	char	1	127 to -128
2	signed char	1	127 to -128
3	unsigned char	1	0 to 255
4	short	2	32767 to -32768
5	int	4	2147483647 to -2147483648
6	unsigned int	4	0 to 4294967295
7	long	4	2147483647 to -2147483648
8	unsigned long	4	0 to 18446744073709551615
9	long long	8	
10			9223372036854775807 to -9223372036854775808
11	double	8	1.79769e+308 to 2.22507e-308
12	long double	16	1.18973e+4932 to 3.3621e-4932
13	float	4	3.40282e+38 to 1.17549e-38
14	unsigned long long	8	0 to 18446744073709551615
15	string	32	

3 字串

3.1 最長迴文子字串

```
1| #include <bits/stdc++.h>
2| #define T(x) ((x) % 2 ? s[(x) / 2] : '. ')
3| using namespace std;
4|
5| string s;
6| int n;
7|
8| int ex(int l, int r) {
9|     int i = 0;
10|     while(l - i >= 0 && r + i < n && T(l - i) == T(r + i)) i++;
11|     return i;
12| }
13|
14| int main() {
15|     cin >> s;
16|     n = 2 * s.size() + 1;
17|
18|     int mx = 0;
19|     int center = 0;
20|     vector<int> r(n);
21|     int ans = 1;
```

```

22 | r[0] = 1;
23 | for(int i = 1; i < n; i++) {
24 |     int ii = center - (i - center);
25 |     int len = mx - i + 1;
26 |     if(i > mx) {
27 |         r[i] = ex(i, i);
28 |         center = i;
29 |         mx = i + r[i] - 1;
30 |     } else if(r[ii] == len) {
31 |         r[i] = len + ex(i - len, i + len);
32 |         center = i;
33 |         mx = i + r[i] - 1;
34 |     } else {
35 |         r[i] = min(r[ii], len);
36 |     }
37 |     ans = max(ans, r[i]);
38 | }
39 |
40 | cout << ans - 1 << "\n";
41 | return 0;
42 | }

```

## 3.2 stringstream

```

1 | string s, word;
2 | stringstream ss;
3 | getline(cin, s);
4 | ss << s;
5 | while(ss >> word)
6 |     cout << word << endl;

```

# 4 STL

## 4.1 priority\_queue

```

1 | priority_queue: 優先隊列，資料預設由大到小排序。
2 |
3 | 讀取優先權最高的值：
4 |     x = pq.top();
5 |     pq.pop(); //讀取後刪除
6 | 判斷是否為空的priority_queue：
7 |     pq.empty() //回傳 true
8 |     pq.size() //回傳 0
9 | 如需改變priority_queue的優先權定義：
10 |     priority_queue<T> pq; //預設由大到小
11 |     priority_queue<T, vector<T>, greater<T>> > pq;
12 | //改成由小到大
13 |     priority_queue<T, vector<T>, cmp> pq; //cmp

```

## 4.2 deque

```

1 | deque 是 C++ 標準模板函式庫
2 |     (Standard Template Library, STL)
3 |     中的雙向佇列容器 (Double-ended Queue)，
4 |     跟 vector 相似，不過在 vector
5 |     中若是要添加新元素至開端，
6 |     其時間複雜度為 O(N)，但在 deque 中則是 O(1)。
7 |     同樣也能在我們需要儲存更多元素的時候自動擴展空間，
8 |     讓我們不必煩惱佇列長度的問題。
9 | dq.push_back() //在 deque 的最尾端新增元素
10 | dq.push_front() //在 deque 的開頭新增元素
11 | dq.pop_back() //移除 deque 最尾端的元素
12 | dq.pop_front() //移除 deque 最開頭的元素
13 | dq.back() //取出 deque 最尾端的元素
14 | dq.front() //回傳 deque 最開頭的元素
15 | dq.insert(position, n, val)

```

```

16 | position: 插入元素的 index 值
17 | n: 元素插入次數
18 | val: 插入的元素值
19 | dq.erase()
20 | //刪除元素，需要使用迭代器指定刪除的元素或位置，
21 | //同時也會返回指向刪除元素下一元素的迭代器。
22 | dq.clear() //清空整個 deque 佇列。
23 | dq.size() //檢查 deque 的尺寸
24 | dq.empty() //如果 deque 佇列為空返回 1；
25 | //若是存在任何元素，則返回 0
26 | dq.begin() //返回一個指向 deque 開頭的迭代器
27 | dq.end() //指向 deque 結尾，
28 | //不是最後一個元素，
29 | //而是最後一個元素的下一個位置

```

## 4.3 map

```

1 | map: 存放 key-value pairs 的映射資料結構，
2 |     會按 key 由小到大排序。
3 | 元素存取
4 | operator[]: 存取指定的[i]元素的資料
5 |
6 | 迭代器
7 | begin(): 回傳指向map頭部元素的迭代器
8 | end(): 回傳指向map末尾的迭代器
9 | rbegin(): 回傳一個指向map尾部的反向迭代器
10 | rend(): 回傳一個指向map頭部的反向迭代器
11 |
12 | 遍歷整個map時，利用iterator操作：
13 | 取key: it->first 或 (*it).first
14 | 取value: it->second 或 (*it).second
15 |
16 | 容量
17 | empty(): 檢查容器是否為空，空則回傳 true
18 | size(): 回傳元素數量
19 | max_size(): 回傳可以容納的最大元素個數
20 |
21 | 修改器
22 | clear(): 刪除所有元素
23 | insert(): 插入元素
24 | erase(): 刪除一個元素
25 | swap(): 交換兩個map
26 |
27 | 查找
28 | count(): 回傳指定元素出現的次數
29 | find(): 查找一個元素
30 |
31 | //實作範例
32 | #include <bits/stdc++.h>
33 | using namespace std;
34 | int main(){
35 |     //declaration container and iterator
36 |     map<string, string> mp;
37 |     map<string, string>::iterator iter;
38 |     map<string, string>::reverse_iterator iter_r;
39 |
40 |     //insert element
41 |     mp.insert(pair<string, string>("r000",
42 |         "student_zero"));
43 |     mp["r123"] = "student_first";
44 |     mp["r456"] = "student_second";
45 |
46 |     //traversal
47 |     for(iter = mp.begin(); iter != mp.end(); iter++){
48 |         cout << iter->first << " " << iter->second << endl;
49 |     }
50 |     for(iter_r = mp.rbegin(); iter_r != mp.rend();
51 |         iter_r++){
52 |         cout << iter_r->first << "
53 |         " << iter_r->second << endl;
54 |     }
55 |
56 |     //find and erase the element

```

```

52 |     iter = mp.find("r123");
53 |     mp.erase(iter);
54 |     iter = mp.find("r123");
55 |     if(iter != mp.end())
56 |         cout<<"Find, the value is
           "<<iter->second<<endl;
57 |     else
58 |         cout<<"Do not Find"<<endl;
59 |     return 0;
60 | }

```

## 4.4 unordered\_map

1 unordered\_map：存放 key-value pairs  
 2 的「無序」映射資料結構。  
 3 用法與map相同

## 4.5 set

1 set：集合，去除重複的元素，資料由小到大排序。  
 2  
 3 取值：使用iterator  
 4 x = \*st.begin();  
 5 // set中的第一個元素(最小的元素)。  
 6 x = \*st.rbegin();  
 7 // set中的最後一個元素(最大的元素)。  
 8  
 9 判斷是否為空的set：  
 10 st.empty() 回傳true  
 11 st.size() 回傳零  
 12  
 13 常用來搭配的member function：  
 14 st.count(x);  
 15 auto it = st.find(x);  
 16 // binary search, O(log(N))  
 17 auto it = st.lower\_bound(x);  
 18 // binary search, O(log(N))  
 19 auto it = st.upper\_bound(x);  
 20 // binary search, O(log(N))

## 4.6 multiset

1 與 set 用法雷同，但會保留重複的元素。  
 2 資料由小到大排序。  
 3 宣告：  
 4 multiset<int> st;  
 5 刪除資料：  
 6 st.erase(val);  
 7 //會刪除所有值為 val 的元素。  
 8 st.erase(st.find(val));  
 9 //只刪除第一個值為 val 的元素。

## 4.7 unordered\_set

1 unordered\_set 的實作方式通常是用雜湊表(hash table)，  
 2 資料插入和查詢的時間複雜度很低，為常數級別O(1)，  
 3 相對的代價是消耗較多的記憶體，空間複雜度較高，  
 4 無自動排序功能。

5 初始化  
 6 unordered\_set<int> myunordered\_set{1, 2, 3, 4, 5};  
 7  
 8 陣列初始化  
 9 int arr[] = {1, 2, 3, 4, 5};  
 10 unordered\_set<int> myunordered\_set(arr, arr+5);  
 11  
 12 插入元素  
 13

```

14 unordered_set<int> myunordered_set;
15 myunordered_set.insert(1);
16
17 迴圈遍歷 unordered_set 容器
18 #include <iostream>
19 #include <unordered_set>
20 using namespace std;
21 int main() {
22     unordered_set<int> myunordered_set = {3, 1};
23     myunordered_set.insert(2);
24     myunordered_set.insert(5);
25     myunordered_set.insert(4);
26     myunordered_set.insert(5);
27     myunordered_set.insert(4);
28     for (const auto &s : myunordered_set)
29         cout << s << " ";
30     cout << "\n";
31     return 0;
32 }
33
34 /*
35 output
36 4 5 2 1 3
37 */
38
39 unordered_set 刪除指定元素
40 #include <iostream>
41 #include <unordered_set>
42 int main() {
43     unordered_set<int> myunordered_set{2, 4, 6, 8};
44     myunordered_set.erase(2);
45     for (const auto &s : myunordered_set)
46         cout << s << " ";
47     cout << "\n";
48     return 0;
49 }
50 /*
51 output
52 8 6 4
53 */
54
55 清空 unordered_set 元素
56 unordered_set<int> myunordered_set;
57 myunordered_set.insert(1);
58 myunordered_set.clear();
59
60 unordered_set 判斷元素是否存在
61 unordered_set<int> myunordered_set;
62 myunordered_set.insert(2);
63 myunordered_set.insert(4);
64 myunordered_set.insert(6);
65 cout << myunordered_set.count(4) << "\n"; // 1
66 cout << myunordered_set.count(8) << "\n"; // 0
67
68 判斷 unordered_set 容器是否為空
69 #include <iostream>
70 #include <unordered_set>
71
72 int main() {
73     unordered_set<int> myunordered_set;
74     myunordered_set.clear();
75     if(myunordered_set.empty())
76         cout<<"empty\n";
77     else
78         cout<<"not empty, size is
           "<<myunordered_set.size()<<"\n";
79     return 0;
80 }

```

## 4.8 單調隊列

```

1 //單調隊列
2 "如果一個選手比你小還比你強，你就可以退役了。"--單調隊列
3
4 example

```

```

5 |
6 | 給出一個長度為 n 的數組，
7 | 輸出每 k 個連續的數中的最大值和最小值。
8 |
9 | #include <bits/stdc++.h>
10 | #define maxn 1000100
11 | using namespace std;
12 | int q[maxn], a[maxn];
13 | int n, k;
14 |
15 | void getmin() {
16 |     // 得到這個隊列裡的最小值，直接找到最後的就行了
17 |     int head=0, tail=0;
18 |     for(int i=1; i<k; i++) {
19 |         while(head<=tail&&a[q[tail]]>=a[i]) tail--;
20 |         q[++tail]=i;
21 |     }
22 |     for(int i=k; i<=n; i++) {
23 |         while(head<=tail&&a[q[tail]]>=a[i]) tail--;
24 |         q[++tail]=i;
25 |         while(q[head]<=i-k) head++;
26 |         cout<<a[q[head]]<<" ";
27 |     }
28 |     cout<<endl;
29 | }
30 |
31 | void getmax() { // 和上面同理
32 |     int head=0, tail=0;
33 |     for(int i=1; i<k; i++) {
34 |         while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i]) tail--;
35 |         q[++tail]=i;
36 |     }
37 |     for(int i=k; i<=n; i++) {
38 |         while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i]) tail--;
39 |         q[++tail]=i;
40 |         while(q[head]<=i-k) head++;
41 |         cout<<a[q[head]]<<" ";
42 |     }
43 |     cout<<endl;
44 | }
45 |
46 | int main(){
47 |     cin>>n>>k; //每k個連續的數
48 |     for(int i=1; i<=n; i++) cin>>a[i];
49 |     getmin();
50 |     getmax();
51 |     return 0;
52 | }

```

## 5 sort

### 5.1 大數排序

```

1 | #python大數排序
2 |
3 | while True:
4 |     try:
5 |         n = int(input())           # 有幾筆數字需要排序
6 |         arr = []                   # 建立空串列
7 |         for i in range(n):
8 |             arr.append(int(input())) # 依序將數字存入串列
9 |         arr.sort()                  # 串列排序
10 |        for i in arr:
11 |            print(i)                # 依序印出串列中每個項目
12 |    except:
13 |        break

```

## 6 math

### 6.1 質數與因數

```

1 | 質數
2 |
3 | 埃氏篩法
4 | int n;
5 | vector<int> isprime(n+1,1);
6 | isprime[0]=isprime[1]=0;
7 | for(int i=2; i*i<=n; i++){
8 |     if(isprime[i])
9 |         for(int j=i*i; j<=n; j+=i) isprime[j]=0;
10 | }
11 |
12 | 歐拉篩O(n)
13 | #define MAXN 47000 // sqrt(2^31) = 46,340...
14 | bool isPrime[MAXN];
15 | int prime[MAXN];
16 | int primeSize = 0;
17 | void getPrimes(){
18 |     memset(isPrime, true, sizeof(isPrime));
19 |     isPrime[0] = isPrime[1] = false;
20 |     for (int i = 2; i < MAXN; i++){
21 |         if (isPrime[i]) prime[primeSize++] = i;
22 |         for (int j = 0; j < primeSize && i * prime[j]
23 |             <= MAXN; ++j){
24 |             isPrime[i * prime[j]] = false;
25 |             if (i % prime[j] == 0) break;
26 |         }
27 |     }
28 | }
29 |
30 | 因數
31 |
32 | 最大公因數 O(log(min(a,b)))
33 | int GCD(int a, int b)
34 | {
35 |     if (b == 0) return a;
36 |     return GCD(b, a % b);
37 | }
38 |
39 | 質因數分解
40 |
41 | void primeFactorization(int n){
42 |     for(int i=0; i<(int)p.size(); ++i){
43 |         if(p[i] * p[i] > n) break;
44 |         if(n % p[i]) continue;
45 |         cout << p[i] << ' ';
46 |         while(n % p[i] == 0) n /= p[i];
47 |     }
48 |     if(n!=1) cout<<n<<' ';
49 |     cout<<'\n';
50 | }
51 |
52 | 歌德巴赫猜想
53 | solution : 把偶數 N (6≤N≤10^6) 寫成兩個質數的和。
54 | #include <iostream>
55 | #include <cstdio>
56 | using namespace std;
57 | #define N 20000000
58 | int ox[N], p[N], pr;
59 | void PrimeTable(){
60 |     ox[0] = ox[1] = 1;
61 |     pr = 0;
62 |     for (int i = 2; i < N; i++){
63 |         if (!ox[i]) p[pr++] = i;
64 |         for (int j = 0; i*p[j]<N&&j < pr; j++)
65 |             ox[i*p[j]] = 1;
66 |     }
67 | }
68 |
69 | int main(){
70 |     PrimeTable();
71 |     int n;
72 |     while (cin>>n,n){
73 |         int x;
74 |         for (x = 1;; x += 2)
75 |             if (!ox[x] && !ox[n - x])break;
76 |         printf("%d = %d + %d\n", n, x, n - x);

```

```

77     }
78 }
79 problem : 給定整數 N，求 N
          最少可以拆成多少個質數的和。
80 如果 N 是質數，則答案為 1。
81 如果 N 是偶數(不包含2)，則答案為 2 (強歌德巴赫猜想)。
82 如果 N 是奇數且 N-2 是質數，則答案為 2 (2+質數)。
83 其他狀況答案為 3 (弱歌德巴赫猜想)。
84 #pragma GCC optimize("O2")
85 #include <bits/stdc++.h>
86 using namespace std;
87 #define FOR(i, L, R) for(int i=L;i<(int)R;++i)
88 #define FORD(i, L, R) for(int i=L;i>(int)R;--i)
89 #define IOS
90     cin.tie(nullptr);
91     cout.tie(nullptr);
92     ios_base::sync_with_stdio(false);
93
94 bool isPrime(int n){
95     FOR(i, 2, n){
96         if (i * i > n)
97             return true;
98         if (n % i == 0)
99             return false;
100     }
101     return true;
102 }
103
104 int main(){
105     IOS;
106     int n;
107     cin >> n;
108     if(isPrime(n)) cout << "1\n";
109     else if(n%2==0||isPrime(n-2)) cout<<"2\n";
110     else cout << "3\n";
111 }

```

## 6.2 prime factorization

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int main() {
5     int n;
6     while(true) {
7         cin>>n;
8         for(int x=2; x<=n; x++) {
9             while(n%x==0) {
10                 cout<<x<<"*";
11                 n/=x;
12             }
13         }
14         cout<<"\b \n";
15     }
16     system("pause");
17     return 0;
18 }

```

## 6.3 快速冪

```

1 計算a^b
2 #include <iostream>
3 #define ll long long
4 using namespace std;
5
6 const ll MOD = 1000000007;
7 ll fp(ll a, ll b) {
8     int ans = 1;
9     while(b > 0) {
10         if(b & 1) ans = ans * a % MOD;
11         a = a * a % MOD;
12         b >>= 1;
13     }

```

```

14     return ans;
15 }
16
17 int main() {
18     int a, b;
19     cin>>a>>b;
20     cout<<fp(a,b);
21 }

```

## 6.4 歐拉函數

```

1 //計算閉區間 [1,n] 中的正整數與 n 互質的個數
2 #include <bits/stdc++.h>
3 using namespace std;
4 int n,ans;
5
6 int phi(){
7     ans=n;
8     for(int i=2;i*i<=n;i++){
9         if(n%i==0){
10             ans=ans-ans/i;
11             while(n%i==0) n/=i;
12         }
13     }
14     if(n>1) ans=ans-ans/n;
15     return ans;
16 }
17
18 int main(){
19     while(cin>>n)
20         cout<<phi()<<endl;

```

## 7 algorithm

### 7.1 basic

```

1 min_element：找尋最小元素
2 min_element(first, last)
3 max_element：找尋最大元素
4 max_element(first, last)
5 sort：排序，預設由小排到大。
6 sort(first, last)
7 sort(first, last, cmp)：可自行定義比較運算子 cmp。
8 find：尋找元素。
9 find(first, last, val)
10 lower_bound：尋找第一個小於 x 的元素位置，
11     如果不存在，則回傳 last。
12 lower_bound(first, last, val)
13 upper_bound：尋找第一個大於 x 的元素位置，
14     如果不存在，則回傳 last。
15 upper_bound(first, last, val)
16 next_permutation：將序列順序轉換成下一個字典序，
17     如果存在回傳 true，反之回傳 false。
18 next_permutation(first, last)
19 prev_permutation：將序列順序轉換成上一個字典序，
20     如果存在回傳 true，反之回傳 false。
21 prev_permutation(first, last)

```

### 7.2 binarysearch

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int binary_search(vector<int> &nums, int target) {
5     int left=0, right=nums.size()-1;
6     while(left<=right){
7         int mid=(left+right)/2;
8         if (nums[mid]>target) right=mid-1;
9         else if(nums[mid]<target) left=mid+1;

```

```

10     else return mid+1;
11 }
12 return 0;
13 }
14
15 int main() {
16     int n, k, x;
17     cin >> n >> k;
18     int a[n];
19     vector<int> v;
20     for(int i=0 ; i<n ; i++){
21         cin >> x;
22         v.push_back(x);
23     }
24     for(int i=0 ; i<k ; i++) cin >> a[i];
25     for(int i=0 ; i<k ; i++){
26         cout << binary_search(v, a[i]) << endl;
27     }
28 }
29
30 lower_bound(a, a + n, k);    //最左邊 ≥ k 的位置
31 upper_bound(a, a + n, k);    //最左邊 > k 的位置
32 upper_bound(a, a + n, k) - 1; //最右邊 ≤ k 的位置
33 lower_bound(a, a + n, k) - 1; //最右邊 < k 的位置
34 (lower_bound, upper_bound)   //等於 k 的範圍
35 equal_range(a, a+n, k);
36
37 /*
38 input
39 5 5
40 1 3 4 7 9
41 3 1 9 7 -2
42 */
43
44 /*
45 output
46 2
47 1
48 5
49 4
50 0
51 */

```

### 7.3 prefix sum

```

1 // 前綴和
2 陣列前n項的和。
3 b[i] = a[0] + a[1] + a[2] + ... + a[i]
4 區間和 [l, r] : b[r]-b[l-1] (要保留b[l]所以-1)
5
6 #include <bits/stdc++.h>
7 using namespace std;
8 int main(){
9     int n;
10    cin >> n;
11    int a[n], b[n];
12    for(int i=0; i<n; i++) cin >> a[i];
13    b[0] = a[0];
14    for(int i=1; i<n; i++) b[i] = b[i-1] + a[i];
15    for(int i=0; i<n; i++) cout<<b[i]<<' ';
16    cout<<'\n';
17    int l, r;
18    cin >> l >> r;
19    cout << b[r] - b[l-1] ; //區間和
20 }

```

### 7.4 差分

```

1 // 差分
2 用途：在區間 [l, r] 加上一個數字v。
3 b[l] += v; (b[0~l] 加上v)
4 b[r+1] -= v; (b[r+1~n] 減去v (b[r] 仍保留v) )

```

```

5 給的 a[] 是前綴和數列，建構 b[]，
6 因為 a[i] = b[0] + b[1] + b[2] + ... + b[i]，
7 所以 b[i] = a[i] - a[i-1]。
8 在 b[l] 加上 v，b[r+1] 減去 v，
9 最後再從 0 跑到 n 使 b[i] += b[i-1]。
10 這樣一來，b[] 是一個在某區間加上v的前綴和。
11
12 #include <bits/stdc++.h>
13 using namespace std;
14 int a[1000], b[1000];
15 // a: 前綴和數列, b: 差分數列
16 int main(){
17     int n, l, r, v;
18     cin >> n;
19     for(int i=1; i<=n; i++){
20         cin >> a[i];
21         b[i] = a[i] - a[i-1]; //建構差分數列
22     }
23     cin >> l >> r >> v;
24     b[l] += v;
25     b[r+1] -= v;
26
27     for(int i=1; i<=n; i++){
28         b[i] += b[i-1];
29         cout << b[i] << ' ';
30     }
31 }

```

### 7.5 greedy

```

1 //貪心
2 貪心演算法的核心為，
3 採取在目前狀態下最好或最佳（即最有利）的選擇。
4 貪心演算法雖然能獲得當前最佳解，
5 但不保證能獲得最後（全域）最佳解，
6 提出想法後可以先試圖尋找有沒有能推翻原本的想法的反例，
7 確認無誤再實作。
8
9 Scarecrow
10 //problem
11 有一個 N×1 的稻田，有些稻田現在有種植作物，
12 為了避免被動物破壞，需要放置稻草人，
13 稻草人可以保護該塊稻田和左右兩塊稻田，
14 請問最少需要多少稻草人才能保護所有稻田？
15
16 //solution
17 從左到右掃描稻田，如果第 i 塊稻田有作物，
18 就把稻草人放到第 i+1 塊稻田，
19 這樣能保護第 i, i+1, i+2 塊稻田，
20 接著從第 i+3 塊稻田繼續掃描。
21
22 //code
23 #include <bits/stdc++.h>
24 using namespace std;
25 int main(){
26     string s;
27     int i, n, t, tc = 1;
28     cin >> t;
29     while (t--){
30         cin >> n >> s;
31         int nc = 0;
32         for (i = 0; i < n; i++)
33             if (s[i] == '.') i += 2, nc++;
34         cout<<"Case " <<tc++<<" : " <<nc<<endl;
35     }
36 }
37
38 霍夫曼樹的變形題
39 //problem
40 給定 N 個數，每次將兩個數 a, b 合併成 a+b，
41 只到最後只剩一個數，合併成本為兩數和，
42 問最小合併成本為多少。
43

```



44 //solution  
45 每次將最小的兩數合併起來。

```
46 //code
47 #include <bits/stdc++.h>
48 using namespace std;
49 int main()
50 {
51     int n, x;
52     while (cin >> n, n){
53         priority_queue<int, vector<int>, greater<int>>
54             q;
55         while (n--){
56             cin >> x;
57             q.push(x);
58         }
59         long long ans = 0;
60         while (q.size() > 1){
61             x = q.top();
62             q.pop();
63             x += q.top();
64             q.pop();
65             q.push(x);
66             ans += x;
67         }
68         cout << ans << endl;
69     }
70 }
71
```

72 刪數字問題

73 //problem  
74 給定一個數字  $N(\leq 10^{100})$ ，需要刪除  $K$  個數字，  
75 請問刪除  $K$  個數字後最小的數字為何？

76 //solution  
77 刪除滿足第  $i$  位數大於第  $i+1$  位數的最左邊第  $i$  位數，  
78 扣除高位數的影響較扣除低位數的大。

```
79 //code
80 int main()
81 {
82     string s;
83     int k;
84     cin >> s >> k;
85     for (int i = 0; i < k; ++i){
86         if ((int)s.size() == 0) break;
87         int pos = (int)s.size() - 1;
88         for (int j = 0; j < (int)s.size() - 1; ++j){
89             if (s[j] > s[j + 1]){
90                 pos = j;
91                 break;
92             }
93         }
94         s.erase(pos, 1);
95     }
96     while ((int)s.size() > 0 && s[0] == '0')
97         s.erase(0, 1);
98     if ((int)s.size()) cout << s << '\n';
99     else cout << 0 << '\n';
100 }
101
```

102 區間覆蓋長度

103 //problem  
104 給定  $n$  條線段區間為  $[Li, Ri]$ ，  
105 請問這些線段的覆蓋所覆蓋的長度？

106 //solution  
107 先將所有區間依照左界由小到大排序，  
108 左界相同依照右界由小到大排序，  
109 用一個變數  $R$  紀錄目前最大可以覆蓋到的右界。  
110 如果目前區間左界  $\leq R$ ，代表該區間可以和前面的線段合併。

```
111 //code
112 struct Line
113 {
114
```

```
115     int L, R;
116     bool operator< (const Line &rhs) const
117     {
118         if (L != rhs.L) return L < rhs.L;
119         return R < rhs.R;
120     }
121 };
122
123 int main(){
124     int n;
125     Line a[10005];
126     while (cin >> n){
127         for (int i = 0; i < n; i++)
128             cin >> a[i].L >> a[i].R;
129         sort(a, a + n);
130         int ans = 0, L = a[0].L, R = a[0].R;
131         for (int i = 1; i < n; i++){
132             if (a[i].L < R) R = max(R, a[i].R);
133             else{
134                 ans += R - L;
135                 L = a[i].L;
136                 R = a[i].R;
137             }
138         }
139         cout << ans + (R - L) << '\n';
140     }
141 }
142
```

143 最小區間覆蓋長度

144 //problem  
145 給定  $n$  條線段區間為  $[Li, Ri]$ ，  
146 請問最少要選幾個區間才能完全覆蓋  $[0, S]$ ？

147 //solution  
148 先將所有區間依照左界由小到大排序，  
149 對於當前區間  $[Li, Ri]$ ，要從左界  $> Ri$  的所有區間中，  
150 找到有著最大的右界的區間，連接當前區間。

151 //problem  
152 長度  $n$  的直線中有數個加熱器，  
153 在  $x$  的加熱器可以讓  $[x-r, x+r]$  內的物品加熱，  
154 問最少要幾個加熱器可以把  $[0, n]$  的範圍加熱。

155 //solution  
156 對於最左邊沒加熱的點  $a$ ，選擇最遠可以加熱  $a$  的加熱器，  
157 更新已加熱範圍，重複上述動作繼續尋找加熱器。

```
158 //code
159 int main(){
160     int n, r;
161     int a[1005];
162     cin >> n >> r;
163     for (int i=1; i<=n; ++i) cin>>a[i];
164     int i = 1, ans = 0;
165     while (i <= n){
166         int R=min(i+r-1, n), L=max(i-r+1, 0)
167         int nextR=-1;
168         for (int j = R; j >= L; --j){
169             if (a[j]){
170                 nextR = j;
171                 break;
172             }
173         }
174         if (nextR == -1){
175             ans = -1;
176             break;
177         }
178         ++ans;
179         i = nextR + r;
180     }
181     cout << ans << '\n';
182 }
183
```

184 最多不重疊區間

```

195 //problem
196 給你 n 條線段區間為 [Li,Ri]，
197 請問最多可以選擇幾條不重疊的線段(頭尾可相連)?
198
199 //solution
200 依照右界由小到大排序，
201 每次取到一個不重疊的線段，答案 +1。
202
203 //code
204 struct Line
205 {
206     int L, R;
207     bool operator< (const Line &rhs) const {
208         return R < rhs.R;
209     }
210 };
211
212 int main(){
213     int t;
214     cin >> t;
215     Line a[30];
216     while (t--){
217         int n = 0;
218         while (cin>>a[n].L>>a[n].R, a[n].L||a[n].R)
219             ++n;
220         sort(a, a + n);
221         int ans = 1, R = a[0].R;
222         for (int i = 1; i < n; i++){
223             if (a[i].L >= R){
224                 ++ans;
225                 R = a[i].R;
226             }
227         }
228         cout << ans << '\n';
229     }
230 }
231
232 區間選點問題
233 //problem
234 給你 n 條線段區間為 [Li,Ri]，
235 請問至少要取幾個點才能讓每個區間至少包含一個點?
236
237 //solution
238 將區間依照右界由小到大排序，R=第一個區間的右界，
239 遍歷所有區段，如果當前區間左界>R，
240 代表必須多選一個點 (ans+=1)，並將 R=當前區間右界。
241
242 //problem
243 給定 N 個座標，要在 x 軸找到最小的點，
244 讓每個座標至少和一個點距離 ≤ D。
245
246 //solution
247 以每個點 (xi,yi) 為圓心半徑為 D 的圓 C，
248 求出 C 和 x 軸的交點 Li,Ri，題目轉變成區間選點問題。
249
250 //code
251 struct Line
252 {
253     int L, R;
254     bool operator< (const Line &rhs) const {
255         return R < rhs.R;
256     }
257 };
258
259 int main(){
260     int t;
261     cin >> t;
262     Line a[30];
263     while (t--){
264         int n = 0;
265         while (cin>>a[n].L>>a[n].R, a[n].L||a[n].R)
266             ++n;
267         sort(a, a + n);
268         int ans = 1, R = a[0].R;
269         for (int i = 1; i < n; i++){

```

```

271             if (a[i].L >= R){
272                 ++ans;
273                 R = a[i].R;
274             }
275         }
276         cout << ans << '\n';
277     }
278 }
279
280
281 最小化最大延遲問題
282 //problem
283 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 Ti，
284 期限是 Di，第 i 項工作延遲的時間為 Li=max(0,Fi-Di)，
285 原本Fi 為第 i 項工作的完成時間，
286 求一種工作排序使 maxLi 最小。
287
288 //solution
289 按照到期時間從早到晚處理。
290
291 //code
292 struct Work
293 {
294     int t, d;
295     bool operator< (const Work &rhs) const {
296         return d < rhs.d;
297     }
298 };
299
300 int main(){
301     int n;
302     Work a[10000];
303     cin >> n;
304     for (int i = 0; i < n; ++i)
305         cin >> a[i].t >> a[i].d;
306     sort(a, a + n);
307     int maxL = 0, sumT = 0;
308     for (int i = 0; i < n; ++i){
309         sumT += a[i].t;
310         maxL = max(maxL, sumT - a[i].d);
311     }
312     cout << maxL << '\n';
313 }
314
315 最少延遲數量問題
316 //problem
317 給定 N 個工作，每個工作的需要處理時長為 Ti，
318 期限是 Di，求一種工作排序使得逾期工作數量最小。
319
320 //solution
321 期限越早到期的工作越先做。將工作依照到期時間從早到晚排序，
322 依序放入工作列表中，如果發現有工作預期，
323 就從目前選擇的工作中，移除耗時最長的工作。
324
325 上述方法為 Moore-Hodgson's Algorithm。
326
327 //problem
328 給定烏龜的重量和可承受重量，問最多可以疊幾隻烏龜?
329
330 和最少延遲數量問題是相同的問題，只要將題敘做轉換。
331
332 工作處理時長 → 烏龜重量
333 工作期限 → 烏龜可承受重量
334 多少工作不延期 → 可以疊幾隻烏龜
335
336 //code
337 struct Work{
338     int t, d;
339     bool operator< (const Work &rhs) const {
340         return d < rhs.d;
341     }
342 };
343
344 int main(){

```



```

346     int n = 0;
347     Work a[10000];
348     priority_queue<int> pq;
349     while(cin >> a[n].t >> a[n].d)
350         ++n;
351     sort(a, a + n);
352     int sumT = 0, ans = n;
353     for (int i = 0; i < n; ++i){
354         pq.push(a[i].t);
355         sumT += a[i].t;
356         if(a[i].d < sumT){
357             int x = pq.top();
358             pq.pop();
359             sumT -= x;
360             --ans;
361         }
362     }
363     cout << ans << '\n';
364 }
365
366 任務調度問題
367 //problem
368 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，
369 期限是  $D_i$ ，如果第  $i$  項工作延遲需要受到  $p_i$  單位懲罰，
370 請問最少會受到多少單位懲罰。
371
372 //solution
373 依照懲罰由大到小排序，
374 每項工作依序嘗試可不可以放在  $D_i - T_i + 1, D_i - T_i, \dots, 1, 0$ ，
375 如果有空間就放進去，否則延後執行。
376
377 //problem
378 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，
379 期限是  $D_i$ ，如果第  $i$  項工作在期限內完成會獲得  $a_i$ 
    單位獎勵，
380 請問最多會獲得多少單位獎勵。
381
382 //solution
383 和上題相似，這題變成依照獎勵由大到小排序。
384
385 //code
386 struct Work
387 {
388     int d, p;
389     bool operator<(const Work &rhs) const {
390         return p > rhs.p;
391     }
392 };
393
394 int main(){
395     int n;
396     Work a[100005];
397     bitset<100005> ok;
398     while (cin >> n){
399         ok.reset();
400         for (int i = 0; i < n; ++i)
401             cin >> a[i].d >> a[i].p;
402         sort(a, a + n);
403         int ans = 0;
404         for (int i = 0; i < n; ++i){
405             int j = a[i].d;
406             while (j--){
407                 if (!ok[j]){
408                     ans += a[i].p;
409                     ok[j] = true;
410                     break;
411                 }
412             }
413         }
414         cout << ans << '\n';
415     }
416 }
417
418 多機調度問題
419 //problem
420 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，
    有 M 台機器可執行多項工作，但不能將工作拆分，

```

```

421 最快可以在什麼時候完成所有工作？
422
423 //solution
424 將工作由大到小排序，每項工作交給最快空閒的機器。
425
426 //code
427 int main(){
428     int n, m;
429     int a[10000];
430     cin >> n >> m;
431     for (int i = 0; i < n; ++i)
432         cin >> a[i];
433     sort(a, a + n, greater<int>());
434     int ans = 0;
435     priority_queue<int, vector<int>, greater<int>> pq;
436     for (int i = 0; i < m && i < n; ++i){
437         ans = max(ans, a[i]);
438         pq.push(a[i]);
439     }
440     for (int i = m; i < n; ++i){
441         int x = pq.top();
442         pq.pop();
443         x += a[i];
444         ans = max(ans, x);
445         pq.push(x);
446     }
447     cout << ans << '\n';
448 }

```

## 7.6 floydwarshall

```

1  int w[n][n];
2  int d[n][n];
3  int medium[n][n];
4  // 由i點到j點的路徑，其中繼點為medium[i][j]。
5
6  void floyd_warshall(){
7      for (int i=0; i<n; i++){
8          for (int j=0; j<n; j++){
9              d[i][j] = w[i][j];
10             medium[i][j]=-1;
11             // 預設為沒有中繼點
12         }
13     }
14     for(int i=0; i<n; i++) d[i][i]=0;
15     for(int k=0; k<n; k++){
16         for(int i=0; i<n; i++){
17             for(int j=0; j<n; j++){
18                 if(d[i][k]+d[k][j]<d[i][j]){
19                     d[i][j]=d[i][k]+d[k][j];
20                     medium[i][j]=k;
21                     // 由i點走到j點經過了k點
22                 }
23             }
24         }
25     }
26     // 這支函式並不會印出起點和終點，必須另行印出。
27     void find_path(int s, int t){ // 印出最短路徑
28         if (medium[s][t] == -1) return; // 沒有中繼點就結束
29         find_path(s, medium[s][t]); // 前半段最短路徑
30         cout << medium[s][t]; // 中繼點
31         find_path(medium[s][t], t); // 後半段最短路徑
32     }
33 }

```

## 7.7 dinic

```

1  #include <stdio.h>
2  #include <string.h>
3  #include <queue>
4  #define MAXNODE 105
5  #define oo 1e9
6  using namespace std;
7
8  int nodeNum;

```

```

9  int graph[MAXNODE][MAXNODE];
10 int levelGraph[MAXNODE];
11 bool canReachSink[MAXNODE];
12
13 bool bfs(int from, int to){
14     memset(levelGraph,0,sizeof(levelGraph));
15     levelGraph[from]=1;
16     queue<int> q;
17     q.push(from);
18     int currentNode;
19     while(!q.empty()){
20         currentNode=q.front();
21         q.pop();
22         for(int
23             nextNode=1;nextNode<=nodeNum;++nextNode){
24             if((levelGraph[nextNode]==0)&&
25                 graph[currentNode][nextNode]>0){
26                 levelGraph[nextNode]=levelGraph[currentNode];
27                 q.push(nextNode);
28             }
29             if((nextNode==to)&&(graph[currentNode][nextNode]>0))
30                 return true;
31         }
32     }
33     return false;
34 }
35 int dfs(int from, int to, int bottleNeck){
36     if(from == to) return bottleNeck;
37     int outFlow = 0;
38     int flow;
39     for(int nextNode=1;nextNode<=nodeNum;++nextNode){
40         if((graph[from][nextNode]>0)&&
41             (levelGraph[from]==levelGraph[nextNode]-1)&&
42             canReachSink[nextNode]){
43             flow=dfs(nextNode,to,min(graph[from][nextNode],bottleNeck));
44             graph[from][nextNode]-=flow; //貪心
45             graph[nextNode][from]+=flow; //反悔路
46             outFlow+=flow;
47             bottleNeck-=flow;
48         }
49         if(bottleNeck==0) break;
50     }
51     if(outFlow==0) canReachSink[from]=false;
52     return outFlow;
53 }
54 int dinic(int from, int to){
55     int maxFlow=0;
56     while(bfs(from, to)){
57         memset(canReachSink,1,sizeof(canReachSink));
58         maxFlow += dfs(from, to, oo);
59     }
60     return maxFlow;
61 }
62
63 int main(){
64     int from, to, edgeNum;
65     int NetWorkNum = 1;
66     int maxFlow;
67     while(scanf("%d",&nodeNum)!=EOF&&nodeNum!=0){
68         memset(graph, 0, sizeof(graph));
69         scanf("%d %d %d", &from, &to, &edgeNum);
70         int u, v, w;
71         for (int i = 0; i < edgeNum; ++i){
72             scanf("%d %d %d", &u, &v, &w);
73             graph[u][v] += w;
74             graph[v][u] += w;
75         }
76         maxFlow = dinic(from, to);
77         printf("Network %d\n", NetWorkNum++);
78         printf("The bandwidth is %d.\n", maxFlow);
79     }
80     return 0;
81 }

```

## 8 動態規劃

### 8.1 LCS 和 LIS

```

1 //最長共同子序列(LCS)
2 給定兩序列 A,B ，求最長的序列 C ，
3  C 同時為 A,B 的子序列。
4
5 //最長遞增子序列 (LIS)
6 給你一個序列 A ，求最長的序列 B ，
7  B 是一個 (非) 嚴格遞增序列，且為 A 的子序列。
8
9 //LCS 和 LIS 題目轉換
10 LIS 轉成 LCS
11     1. A 為原序列， B=sort(A)
12     2. 對 A,B 做 LCS
13 LCS 轉成 LIS
14     1. A, B 為原本的兩序列
15     2. 最 A 序列作編號轉換，將轉換規則套用在 B
16     3. 對 B 做 LIS
17     4. 重複的數字在編號轉換時後要變成不同的數字，
18         越早出現的數字要越小
19     5. 如果有數字在 B 裡面而不在 A 裡面，
20         直接忽略這個數字不做轉換即可

```

## 9 Section2

### 9.1 thm

- 中文測試
- $$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$