

Contents

1	ubuntu	1
1.1	run . . . . .	1
1.2	cp.sh . . . . .	1
2	Basic	1
2.1	ascii . . . . .	1
2.2	limits . . . . .	1
3	字串	1
3.1	最長迴文子字串 . . . . .	1
3.2	stringstream . . . . .	2
4	STL	2
4.1	priority_queue . . . . .	2
4.2	deque . . . . .	2
4.3	map . . . . .	2
4.4	unordered_map . . . . .	3
4.5	set . . . . .	3
4.6	multiset . . . . .	3
4.7	unordered_set . . . . .	3
4.8	單調隊列 . . . . .	3
5	sort	3
5.1	大數排序 . . . . .	3
6	math	4
6.1	質數與因數 . . . . .	4
6.2	快速冪 . . . . .	4
6.3	歐拉函數 . . . . .	5
7	algorithm	5
7.1	basic . . . . .	5
7.2	binary search . . . . .	5
7.3	prefix sum . . . . .	5
7.4	差分 . . . . .	5
7.5	greedy . . . . .	5
7.6	floyd warshall . . . . .	7
7.7	dinic . . . . .	7
7.8	SegmentTree . . . . .	8
7.9	Nim Game . . . . .	8
7.10	Trie . . . . .	8
7.11	SPFA . . . . .	8
8	動態規劃	9
8.1	LCS 和 LIS . . . . .	9
9	Section2	10
9.1	thm . . . . .	10

1 ubuntu

1.1 run

```
1| ~$ bash cp.sh PA
```

1.2 cp.sh

```
1| #!/bin/bash
2| clear
3| g++ $1.cpp -DDBG -o $1
4| if [[ "$?" == "0" ]]; then
5|     echo Running
6|     ./$1 < $1.in > $1.out
7|     echo END
8| fi
```

2 Basic

2.1 ascii

1	int	char	int	char	int	char
2	32		64	@	96	`
3	33	!	65	A	97	a
4	34	"	66	B	98	b
5	35	#	67	C	99	c
6	36	\$	68	D	100	d
7	37	%	69	E	101	e
8	38	&	70	F	102	f
9	39	'	71	G	103	g
10	40	(	72	H	104	h
11	41	)	73	I	105	i
12	42	*	74	J	106	j
13	43	+	75	K	107	k
14	44	,	76	L	108	l
15	45	-	77	M	109	m
16	46	.	78	N	110	n
17	47	/	79	O	111	o
18	48	0	80	P	112	p
19	49	1	81	Q	113	q
20	50	2	82	R	114	r
21	51	3	83	S	115	s
22	52	4	84	T	116	t
23	53	5	85	U	117	u
24	54	6	86	V	118	v
25	55	7	87	W	119	w
26	56	8	88	X	120	x
27	57	9	89	Y	121	y
28	58	:	90	Z	122	z
29	59	;	91	[	123	{
30	60	<	92	\	124	
31	61	=	93	]	125	}
32	62	>	94	^	126	~
33	63	?	95	_		

2.2 limits

	[Type]	[size]	[range]
1	char	1	127 to -128
2	signed char	1	127 to -128
3	unsigned char	1	0 to 255
4	short	2	32767 to -32768
5	int	4	2147483647 to -2147483648
6	unsigned int	4	0 to 4294967295
7	long	4	2147483647 to -2147483648
8	unsigned long	4	0 to 18446744073709551615
9	long long	8	
10			9223372036854775807 to -9223372036854775808
11	double	8	1.79769e+308 to 2.22507e-308
12	long double	16	1.18973e+4932 to 3.3621e-4932
13	float	4	3.40282e+38 to 1.17549e-38
14	unsigned long long	8	0 to 18446744073709551615
15	string	32	

3 字串

3.1 最長迴文子字串

```
1| #include<bits/stdc++.h>
2| #define T(x) ((x)%2 ? s[(x)/2] : '. ')
3| using namespace std;
4|
5| string s;
6| int n;
7|
8| int ex(int l,int r){
9|     int i=0;
10|     while(l-i>=0&&r+i<n&&T(l-i)==T(r+i)) i++;
11|     return i;
12| }
13|
14| int main(){
15|     cin>>s;
```

```

16 n=2*s.size()+1;
17 int mx=0;
18 int center=0;
19 vector<int> r(n);
20 int ans=1;
21 r[0]=1;
22 for(int i=1;i<n;i++){
23     int ii=center-(i-center);
24     int len=mx-i+1;
25     if(i>mx){
26         r[i]=ex(i,i);
27         center=i;
28         mx=i+r[i]-1;
29     }
30     else if(r[ii]==len){
31         r[i]=len+ex(i-len,i+len);
32         center=i;
33         mx=i+r[i]-1;
34     }
35     else r[i]=min(r[ii],len);
36     ans=max(ans,r[i]);
37 }
38 cout<<ans-1<<"\n";
39 return 0;
40 }

```

### 3.2 stringstream

```

1 string s,word;
2 stringstream ss;
3 getline(cin,s);
4 ss<<s;
5 while(ss>>word) cout<<word<<endl;

```

## 4 STL

### 4.1 priority\_queue

```

1 priority_queue: 優先隊列，資料預設由大到小排序。
2
3 讀取優先權最高的值：
4     x = pq.top();
5     pq.pop(); //讀取後刪除
6 判斷是否為空的priority_queue：
7     pq.empty() //回傳 true
8     pq.size() //回傳 0
9 如需改變priority_queue的優先權定義：
10    priority_queue<T> pq; //預設由大到小
11    priority_queue<T, vector<T>, greater<T> > pq;
12                                //改成由小到大
13    priority_queue<T, vector<T>, cmp> pq; //cmp

```

### 4.2 deque

```

1 deque 是 C++ 標準模板函式庫
2     (Standard Template Library, STL)
3     中的雙向佇列容器 (Double-ended Queue)，
4     跟 vector 相似，不過在 vector
5     中若是要添加新元素至開端，
6     其時間複雜度為 O(N)，但在 deque 中則是 O(1)。
7     同樣也能在我們需要儲存更多元素的時候自動擴展空間，
8     讓我們不必煩惱佇列長度的問題。
9 dq.push_back() //在 deque 的最尾端新增元素
10 dq.push_front() //在 deque 的開頭新增元素
11 dq.pop_back() //移除 deque 最尾端的元素
12 dq.pop_front() //移除 deque 最開頭的元素
13 dq.back() //取出 deque 最尾端的元素
14 dq.front() //回傳 deque 最開頭的元素

```

```

14 dq.insert()
15 dq.insert(position, n, val)
16     position: 插入元素的 index 值
17     n: 元素插入次數
18     val: 插入的元素值
19 dq.erase()
20 //刪除元素，需要使用迭代器指定刪除的元素或位置，
21 //同時也會返回指向刪除元素下一元素的迭代器。
22 dq.clear() //清空整個 deque 佇列。
23 dq.size() //檢查 deque 的尺寸
24 dq.empty() //如果 deque 佇列為空返回 1；
25 //若是存在任何元素，則返回 0
26 dq.begin() //返回一個指向 deque 開頭的迭代器
27 dq.end() //指向 deque 結尾，
28 //不是最後一個元素，
29 //而是最後一個元素的下一個位置

```

### 4.3 map

```

1 map: 存放 key-value pairs 的映射資料結構，
2     會按 key 由小到大排序。
3 元素存取
4 operator[]: 存取指定的[i]元素的資料
5
6 迭代器
7 begin(): 回傳指向map頭部元素的迭代器
8 end(): 回傳指向map末尾的迭代器
9 rbegin(): 回傳一個指向map尾部的反向迭代器
10 rend(): 回傳一個指向map頭部的反向迭代器
11
12 遍歷整個map時，利用iterator操作：
13 取key: it->first 或 (*it).first
14 取value: it->second 或 (*it).second
15
16 容量
17 empty(): 檢查容器是否為空，空則回傳 true
18 size(): 回傳元素數量
19 max_size(): 回傳可以容納的最大元素個數
20
21 修改器
22 clear(): 刪除所有元素
23 insert(): 插入元素
24 erase(): 刪除一個元素
25 swap(): 交換兩個map
26
27 查找
28 count(): 回傳指定元素出現的次數
29 find(): 查找一個元素
30
31 //實作範例
32 #include <bits/stdc++.h>
33 using namespace std;
34 int main(){
35     //declaration container and iterator
36     map<string, string> mp;
37     map<string, string>::iterator iter;
38     map<string, string>::reverse_iterator iter_r;
39
40     //insert element
41     mp.insert(pair<string, string>
42         ("r000", "student_zero"));
43     mp["r123"] = "student_first";
44     mp["r456"] = "student_second";
45
46     //traversal
47     for(iter=mp.begin();iter!=mp.end();iter++){
48         cout<<iter->first<<" "
49             <<iter->second<<endl;
50     }
51     for(iter_r=mp.rbegin();iter_r!=mp.rend();iter_r++){
52         cout<<iter_r->first<<" "
53             <<iter_r->second<<endl;
54     }
55 }

```

```

52 |
53 | //find and erase the element
54 | iter=mp.find("r123");
55 | mp.erase(iter);
56 | iter=mp.find("r123");
57 | if(iter!=mp.end())
58 |     cout<<"Find, the value is "
59 |         <<iter->second<<endl;
60 | else cout<<"Do not Find"<<endl;
61 | return 0;
62 | }

```

## 4.4 unordered\_map

unordered\_map：存放 key-value pairs  
的「無序」映射資料結構。  
用法與map相同

## 4.5 set

```

1 | set： 集合，去除重複的元素，資料由小到大排序。
2 |
3 | 取值： 使用iterator
4 |     x = *st.begin();
5 |         // set中的第一個元素(最小的元素)。
6 |     x = *st.rbegin();
7 |         // set中的最後一個元素(最大的元素)。
8 |
9 | 判斷是否為空的set：
10 |     st.empty() 回傳true
11 |     st.size() 回傳零
12 |
13 | 常用來搭配的member function：
14 |     st.count(x);
15 |     auto it = st.find(x);
16 |         // binary search, O(log(N))
17 |     auto it = st.lower_bound(x);
18 |         // binary search, O(log(N))
19 |     auto it = st.upper_bound(x);
20 |         // binary search, O(log(N))

```

## 4.6 multiset

```

1 | 與 set 用法雷同，但會保留重複的元素。
2 | 資料由小到大排序。
3 | 宣告：
4 |     multiset<int> st;
5 | 刪除資料：
6 |     st.erase(val);
7 |         //會刪除所有值為 val 的元素。
8 |     st.erase(st.find(val));
9 |         //只刪除第一個值為 val 的元素。

```

## 4.7 unordered\_set

```

1 | unordered_set 的實作方式通常是用雜湊表(hash table)，
2 | 資料插入和查詢的時間複雜度很低，為常數級別O(1)，
3 | 相對的代價是消耗較多的記憶體，空間複雜度較高，
4 | 無自動排序功能。
5 |
6 | unordered_set 判斷元素是否存在
7 | unordered_set<int> myunordered_set;
8 | myunordered_set.insert(2);
9 | myunordered_set.insert(4);
10 | myunordered_set.insert(6);
11 | cout << myunordered_set.count(4) << "\n"; // 1
12 | cout << myunordered_set.count(8) << "\n"; // 0

```

## 4.8 單調隊列

```

1 | //單調隊列
2 | "如果一個選手比你小還比你強，你就可以退役了。"--單調隊列
3 |
4 | example
5 |
6 | 給出一個長度為 n 的數組，
7 | 輸出每 k 個連續的數中的最大值和最小值。
8 |
9 | #include <bits/stdc++.h>
10 | #define maxn 1000100
11 | using namespace std;
12 | int q[maxn], a[maxn];
13 | int n, k;
14 |
15 | void getmin() {
16 |     // 得到這個隊列裡的最小值，直接找到最後的就行了
17 |     int head=0, tail=0;
18 |     for(int i=1; i<=k; i++) {
19 |         while(head<=tail&&a[q[tail]]>=a[i]) tail--;
20 |         q[++tail]=i;
21 |     }
22 |     for(int i=k; i<=n; i++) {
23 |         while(head<=tail&&a[q[tail]]>=a[i]) tail--;
24 |         q[++tail]=i;
25 |         while(q[head]<=i-k) head++;
26 |         cout<<a[q[head]]<<" ";
27 |     }
28 |     cout<<endl;
29 | }
30 |
31 | void getmax() { // 和上面同理
32 |     int head=0, tail=0;
33 |     for(int i=1; i<=k; i++) {
34 |         while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i]) tail--;
35 |         q[++tail]=i;
36 |     }
37 |     for(int i=k; i<=n; i++) {
38 |         while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i]) tail--;
39 |         q[++tail]=i;
40 |         while(q[head]<=i-k) head++;
41 |         cout<<a[q[head]]<<" ";
42 |     }
43 |     cout<<endl;
44 | }
45 |
46 | int main(){
47 |     cin>>n>>k; //每k個連續的數
48 |     for(int i=1; i<=n; i++) cin>>a[i];
49 |     getmin();
50 |     getmax();
51 |     return 0;
52 | }

```

## 5 sort

### 5.1 大數排序

```

1 | #python大數排序
2 |
3 | while True:
4 |     try:
5 |         n = int(input()) # 有幾筆數字需要排序
6 |         arr = [] # 建立空串列
7 |         for i in range(n):
8 |             arr.append(int(input())) # 依序將數字存入串列
9 |         arr.sort() # 串列排序
10 |         for i in arr:
11 |             print(i) # 依序印出串列中每個項目
12 |     except:
13 |         break

```

## 6 math

### 6.1 質數與因數

```

1 埃氏篩法
2 int n;
3 vector<int> isprime(n+1,1);
4 isprime[0]=isprime[1]=0;
5 for(int i=2;i<=n;i++){
6     if(isprime[i])
7         for(int j=i*i;j<=n;j+=i) isprime[j]=0;
8 }
9
10 歐拉篩 O(n)
11 #define MAXN 47000 //sqrt(2^31)=46,340...
12 bool isPrime[MAXN];
13 int prime[MAXN];
14 int primeSize=0;
15 void getPrimes(){
16     memset(isPrime,true,sizeof(isPrime));
17     isPrime[0]=isPrime[1]=false;
18     for(int i=2;i<MAXN;i++){
19         if(isPrime[i]) prime[primeSize++]=i;
20         for(int
21             j=0;j<primeSize&&i*prime[j]<=MAXN;++j){
22             isPrime[i*prime[j]]=false;
23             if(i%prime[j]==0) break;
24         }
25     }
26
27 最大公因數 O(log(min(a,b)))
28 int GCD(int a,int b){
29     if(b==0) return a;
30     return GCD(b,a%b);
31 }
32
33 質因數分解
34 void primeFactorization(int n){
35     for(int i=0;i<(int)p.size();++i){
36         if(p[i]*p[i]>n) break;
37         if(n%p[i]) continue;
38         cout<<p[i]<<' ';
39         while(n%p[i]==0) n/=p[i];
40     }
41     if(n!=1) cout<<n<<' ';
42     cout<<'\n';
43 }
44
45 擴展歐幾里得算法
46 //ax+by=GCD(a,b)
47 #include <bits/stdc++.h>
48 using namespace std;
49
50 int ext_euc(int a,int b,int &x,int &y){
51     if(b==0){
52         x=1,y=0;
53         return a;
54     }
55     int d=ext_euc(b,a%b,y,x);
56     y-=a/b*x;
57     return d;
58 }
59
60 int main(){
61     int a,b,x,y;
62     cin>>a>>b;
63     ext_euc(a,b,x,y);
64     cout<<x<<' '<<y<<endl;
65     return 0;
66 }
67
68
69 歌德巴赫猜想

```

```

71 solution : 把偶數 N (6≤N≤10^6) 寫成兩個質數的和。
72 #include <iostream>
73 using namespace std;
74 #define N 2000000
75 int ox[N],p[N],pr;
76 void PrimeTable(){
77     ox[0]=ox[1]=1;
78     pr=0;
79     for(int i=2;i<N;i++){
80         if(!ox[i]) p[pr++]=i;
81         for(int j=0;i*p[j]<N&&j<pr;j++)
82             ox[i*p[j]]=1;
83     }
84 }
85
86 int main(){
87     PrimeTable();
88     int n;
89     while(cin>>n,n){
90         int x;
91         for(x=1;;x+=2)
92             if(!ox[x]&&!ox[n-x]) break;
93         printf("%d = %d + %d\n",n,x,n-x);
94     }
95 }
96
97 problem : 給定整數 N ,
98 求 N 最少可以拆成多少個質數的和。
99 如果 N 是質數,則答案為 1。
100 如果 N 是偶數(不包含2),則答案為 2 (強歌德巴赫猜想)。
101 如果 N 是奇數且 N-2 是質數,則答案為 2 (2+質數)。
102 其他狀況答案為 3 (弱歌德巴赫猜想)。
103 #include<bits/stdc++.h>
104 using namespace std;
105
106 bool isPrime(int n){
107     for(int i=2;i<n;++i){
108         if(i*i>n) return true;
109         if(n%i==0) return false;
110     }
111     return true;
112 }
113
114 int main(){
115     int n;
116     cin>>n;
117     if(isPrime(n)) cout<<"1\n";
118     else if(n%2==0||isPrime(n-2)) cout<<"2\n";
119     else cout<<"3\n";
120 }

```

### 6.2 快速幂

```

1 計算 a^b
2 #include<iostream>
3 #define ll long long
4 using namespace std;
5
6 const ll MOD=1000000007;
7 ll fp(ll a, ll b) {
8     int ans=1;
9     while(b>0){
10         if(b&1) ans=ans*a%MOD;
11         a=a*a%MOD;
12         b>>=1;
13     }
14     return ans;
15 }
16
17 int main() {
18     int a,b;
19     cin>>a>>b;
20     cout<<fp(a,b);
21 }

```

## 6.3 歐拉函數

```

1 //計算閉區間 [1,n] 中的正整數與 n 互質的個數
2
3 int phi(){
4     int ans=n;
5     for(int i=2;i*i<=n;i++){
6         if(n%i==0){
7             ans=ans-ans/i;
8             while(n%i==0) n/=i;
9         }
10    }
11    if(n>1) ans=ans-ans/n;
12    return ans;
13 }

```

## 7 algorithm

### 7.1 basic

```

1 min_element：找尋最小元素
2 min_element(first, last)
3 max_element：找尋最大元素
4 max_element(first, last)
5 sort：排序，預設由小排到大。
6 sort(first, last)
7 sort(first, last, cmp)：可自行定義比較運算子 cmp。
8 find：尋找元素。
9 find(first, last, val)
10 lower_bound：尋找第一個小於 x 的元素位置，
11     如果不存在，則回傳 last。
12 lower_bound(first, last, val)
13 upper_bound：尋找第一個大於 x 的元素位置，
14     如果不存在，則回傳 last。
15 upper_bound(first, last, val)
16 next_permutation：將序列順序轉換成下一個字典序，
17     如果存在回傳 true，反之回傳 false。
18 next_permutation(first, last)
19 prev_permutation：將序列順序轉換成上一個字典序，
20     如果存在回傳 true，反之回傳 false。
21 prev_permutation(first, last)

```

### 7.2 binary search

```

1 int binary_search(vector<int> &nums, int target) {
2     int left=0, right=nums.size()-1;
3     while(left<=right){
4         int mid=(left+right)/2;
5         if (nums[mid]>target) right=mid-1;
6         else if(nums[mid]<target) left=mid+1;
7         else return mid+1;
8     }
9     return 0;
10 }
11
12 lower_bound(a, a + n, k); //最左邊 ≥ k 的位置
13 upper_bound(a, a + n, k); //最左邊 > k 的位置
14 upper_bound(a, a + n, k) - 1; //最右邊 ≤ k 的位置
15 lower_bound(a, a + n, k) - 1; //最右邊 < k 的位置
16 (lower_bound, upper_bound) //等於 k 的範圍
17 equal_range(a, a+n, k);

```

### 7.3 prefix sum

```

1 // 前綴和
2 陣列前n項的和。
3 b[i]=a[0]+a[1]+a[2]+ ... +a[i]
4 區間和 [l, r]：b[r]-b[l-1] (要保留b[l]所以-1)

```

```

5
6 #include<bits/stdc++.h>
7 using namespace std;
8 int main(){
9     int n;
10    cin>>n;
11    int a[n],b[n];
12    for(int i=0;i<n;i++) cin>>a[i];
13    b[0]=a[0];
14    for(int i=1;i<n;i++) b[i]=b[i-1]+a[i];
15    for(int i=0;i<n;i++) cout<<b[i]<<' ';
16    cout<<'\\n';
17    int l,r;
18    cin>>l>>r;
19    cout<<b[r]-b[l-1]; //區間和
20 }

```

### 7.4 差分

```

1 // 差分
2 用途：在區間 [l, r] 加上一個數字v。
3 b[l] += v; (b[0~l] 加上v)
4 b[r+1] -= v; (b[r+1~n] 減去v (b[r] 仍保留v))
5 給的 a[] 是前綴和數列，建構 b[]，
6 因為 a[i] = b[0] + b[1] + b[2] + ... + b[i]，
7 所以 b[i] = a[i] - a[i-1]。
8 在 b[l] 加上 v，b[r+1] 減去 v，
9 最後再從 0 跑到 n 使 b[i] += b[i-1]。
10 這樣一來，b[] 是一個在某區間加上v的前綴和。
11
12 #include <bits/stdc++.h>
13 using namespace std;
14 int a[1000], b[1000];
15 // a: 前綴和數列, b: 差分數列
16 int main(){
17     int n, l, r, v;
18     cin >> n;
19     for(int i=1; i<=n; i++){
20         cin >> a[i];
21         b[i] = a[i] - a[i-1]; //建構差分數列
22     }
23     cin >> l >> r >> v;
24     b[l] += v;
25     b[r+1] -= v;
26
27     for(int i=1; i<=n; i++){
28         b[i] += b[i-1];
29         cout << b[i] << ' ';
30     }
31 }

```

### 7.5 greedy

```

1 //貪心
2 貪心演算法的核心為，
3 採取在目前狀態下最好或最佳（即最有利）的選擇。
4 貪心演算法雖然能獲得當前最佳解，
5 但不保證能獲得最後（全域）最佳解，
6 提出想法後可以先試圖尋找有沒有能推翻原本的想法的反例，
7 確認無誤再實作。
8
9
10 刪數字問題
11 //problem
12 給定一個數字 N(≤10^100)，需要刪除 K 個數字，
13 請問刪除 K 個數字後最小的數字為何？
14
15 //solution
16 刪除滿足第 i 位數大於第 i+1 位數的最左邊第 i 位數，
17 扣除高位數的影響較扣除低位數的大。
18

```

```

19 //code
20 int main(){
21     string s;
22     int k;
23     cin>>s>>k;
24     for(int i=0;i<k;++i){
25         if((int)s.size()==0) break;
26         int pos =(int)s.size()-1;
27         for(int j=0;j<(int)s.size()-1;++j){
28             if(s[j]>s[j+1]){
29                 pos=j;
30                 break;
31             }
32         }
33         s.erase(pos,1);
34     }
35     while((int)s.size()>0&&s[0]=='0')
36         s.erase(0,1);
37     if((int)s.size()) cout<<s<<'\n';
38     else cout<<0<<'\n';
39 }

```

最小區間覆蓋長度

**//problem**  
 給定  $n$  條線段區間為  $[Li, Ri]$ ，  
 請問最少要選幾個區間才能完全覆蓋  $[0, S]$ ?

**//solution**  
 先將所有區間依照左界由小到大排序，  
 對於當前區間  $[Li, Ri]$ ，要從左界  $> Ri$  的所有區間中，  
 找到有著最大的右界的區間，連接當前區間。

**//problem**  
 長度  $n$  的直線中有數個加熱器，  
 在  $x$  的加熱器可以讓  $[x-r, x+r]$  內的物品加熱，  
 問最少要幾個加熱器可以把  $[0, n]$  的範圍加熱。

**//solution**  
 對於最左邊沒加熱的點  $a$ ，選擇最遠可以加熱  $a$  的加熱器，  
 更新已加熱範圍，重複上述動作繼續尋找加熱器。

**//code**

```

61 int main(){
62     int n, r;
63     int a[1005];
64     cin>>n>>r;
65     for(int i=1;i<=n;++i) cin>>a[i];
66     int i=1, ans=0;
67     while(i<=n){
68         int R=min(i+r-1, n), L=max(i-r+1, 0);
69         int nextR=-1;
70         for(int j=R; j>=L; --j){
71             if(a[j]){
72                 nextR=j;
73                 break;
74             }
75         }
76         if(nextR==-1){
77             ans=-1;
78             break;
79         }
80         ++ans;
81         i=nextR+r;
82     }
83     cout<<ans<<'\n';
84 }

```

最多不重疊區間

**//problem**  
 給你  $n$  條線段區間為  $[Li, Ri]$ ，  
 請問最多可以選擇幾條不重疊的線段(頭尾可相連)?

**//solution**  
 依照右界由小到大排序，

每次取到一個不重疊的線段，答案  $+1$ 。

```

95 //code
96 struct Line{
97     int L, R;
98     bool operator< (const Line &rhs) const{
99         return R<rhs.R;
100     }
101 };
102
103 int main(){
104     int t;
105     cin>>t;
106     Line a[30];
107     while(t--){
108         int n=0;
109         while(cin>>a[n].L>>a[n].R, a[n].L||a[n].R)
110             ++n;
111         sort(a, a+n);
112         int ans=1, R=a[0].R;
113         for(int i=1; i<n; i++){
114             if(a[i].L>=R){
115                 ++ans;
116                 R=a[i].R;
117             }
118         }
119         cout<<ans<<'\n';
120     }
121 }

```

最小化最大延遲問題

**//problem**  
 給定  $N$  項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，  
 期限是  $D_i$ ，第  $i$  項工作延遲的時間為  $Li = \max(0, Fi - Di)$ ，  
 原本  $Fi$  為第  $i$  項工作的完成時間，  
 求一種工作排序使  $\max Li$  最小。

**//solution**  
 按照到期時間從早到晚處理。

```

133 //code
134 struct Work{
135     int t, d;
136     bool operator< (const Work &rhs) const{
137         return d<rhs.d;
138     }
139 };
140
141 int main(){
142     int n;
143     Work a[10000];
144     cin>>n;
145     for(int i=0; i<n; ++i)
146         cin>>a[i].t>>a[i].d;
147     sort(a, a+n);
148     int maxL=0, sumT=0;
149     for(int i=0; i<n; ++i){
150         sumT+=a[i].t;
151         maxL=max(maxL, sumT-a[i].d);
152     }
153     cout<<maxL<<'\n';
154 }

```

最少延遲數量問題

**//problem**  
 給定  $N$  個工作，每個工作的需要處理時長為  $T_i$ ，  
 期限是  $D_i$ ，求一種工作排序使得逾期工作數量最小。

**//solution**  
 期限越早到期的工作越先做。將工作依照到期時間從早到晚排序，  
 依序放入工作列表中，如果發現有工作預期，  
 就從目前選擇的工作中，移除耗時最長的工作。

上述方法為 Moore-Hodgson's Algorithm。



```

171
172 //problem
173 給定烏龜的重量和可承受重量，問最多可以疊幾隻烏龜？
174
175 //solution
176 和最少延遲數量問題是相同的問題，只要將題敘做轉換。
177 工作處理時長 → 烏龜重量
178 工作期限 → 烏龜可承受重量
179 多少工作不延期 → 可以疊幾隻烏龜

```

```

180
181 //code
182 struct Work{
183     int t, d;
184     bool operator<(const Work &rhs)const{
185         return d<rhs.d;
186     }
187 };
188
189 int main(){
190     int n=0;
191     Work a[10000];
192     priority_queue<int> pq;
193     while(cin>>a[n].t>>a[n].d)
194         ++n;
195     sort(a,a+n);
196     int sumT=0,ans=n;
197     for(int i=0;i<n;++i){
198         pq.push(a[i].t);
199         sumT+=a[i].t;
200         if(a[i].d<sumT){
201             int x=pq.top();
202             pq.pop();
203             sumT-=x;
204             --ans;
205         }
206     }
207     cout<<ans<<'\n';
208 }

```

任務調度問題

```

211 //problem
212 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，
213 期限是  $D_i$ ，如果第  $i$  項工作延遲需要受到  $p_i$  單位懲罰，
214 請問最少會受到多少單位懲罰。

```

```

215 //solution
216 依照懲罰由大到小排序，
217 每項工作依序嘗試可不可以放在  $D_i - T_i + 1, D_i - T_i, \dots, 1, 0$ ，
218 如果有空間就放進去，否則延後執行。

```

```

221 //problem
222 給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為  $T_i$ ，
223 期限是  $D_i$ ，如果第  $i$  項工作在期限內完成會獲得  $a_i$ 
    單位獎勵，
224 請問最多會獲得多少單位獎勵。

```

```

225 //solution
226 和上題相似，這題變成依照獎勵由大到小排序。

```

```

227 //code
228 struct Work{
229     int d,p;
230     bool operator<(const Work &rhs)const{
231         return p>rhs.p;
232     }
233 };
234
235
236 int main(){
237     int n;
238     Work a[100005];
239     bitset<100005> ok;
240     while(cin>>n){
241         ok.reset();
242         for(int i=0;i<n;++i)
243             cin>>a[i].d>>a[i].p;
244     }

```

```

245     sort(a,a+n);
246     int ans=0;
247     for(int i=0;i<n;++i){
248         int j=a[i].d;
249         while(j--){
250             if(!ok[j]){
251                 ans+=a[i].p;
252                 ok[j]=true;
253                 break;
254             }
255         }
256         cout<<ans<<'\n';
257     }
258 }

```

## 7.6 floyd warshall

```

1 int w[n][n];
2 int d[n][n];
3 int medium[n][n];
4 // 由i點到j點的路徑，其中繼點為medium[i][j]。
5
6 void floyd_warshall(){
7     for(int i=0;i<n;i++){
8         for(int j=0;j<n;j++){
9             d[i][j]=w[i][j];
10            medium[i][j]=-1;
11            // 預設為沒有中繼點
12        }
13    }
14    for(int i=0;i<n;i++) d[i][i]=0;
15    for(int k=0;k<n;k++){
16        for(int i=0;i<n;i++){
17            for(int j=0;j<n;j++){
18                if(d[i][k]+d[k][j]<d[i][j]){
19                    d[i][j]=d[i][k]+d[k][j];
20                    medium[i][j]=k;
21                    // 由i點走到j點經過了k點
22                }
23            }
24        }
25    }
26    // 這支函式並不會印出起點和終點，必須另行印出。
27    void find_path(int s,int t){ // 印出最短路徑
28        if(medium[s][t]==-1) return; // 沒有中繼點就結束
29        find_path(s,medium[s][t]); // 前半段最短路徑
30        cout<<medium[s][t]; // 中繼點
31        find_path(medium[s][t],t); // 後半段最短路徑
32    }

```

## 7.7 dinic

```

1 #include <stdio.h>
2 #include <string.h>
3 #include <queue>
4 #define MAXNODE 105
5 #define oo 1e9
6 using namespace std;
7
8 int nodeNum;
9 int graph[MAXNODE][MAXNODE];
10 int levelGraph[MAXNODE];
11 bool canReachSink[MAXNODE];
12
13 bool bfs(int from, int to){
14     memset(levelGraph,0,sizeof(levelGraph));
15     levelGraph[from]=1;
16     queue<int> q;
17     q.push(from);
18     int currentNode;
19     while(!q.empty()){
20         currentNode=q.front();
21         q.pop();
22         for(int nextNode=1;nextNode<=nodeNum

```

```

23         ;++nextNode){
24         if((levelGraph[nextNode]==0)&&
25             graph[currentNode][nextNode]>0){
26             levelGraph[nextNode]=
27                 levelGraph[currentNode]+1;
28             q.push(nextNode);
29         }
30         if((nextNode==to)&&
31             (graph[currentNode][nextNode]>0))
32             return true;
33     }
34     return false;
35 }
36 int dfs(int from, int to, int bottleNeck){
37     if(from == to) return bottleNeck;
38     int outFlow = 0;
39     int flow;
40     for(int nextNode=1;nextNode<=nodeNum;++nextNode){
41         if((graph[from][nextNode]>0)&&
42             (levelGraph[from]==levelGraph[nextNode]-1)&&
43             canReachSink[nextNode]){
44             flow=dfs(nextNode, to,
45                 min(graph[from][nextNode],bottleNeck));
46             graph[from][nextNode]-=flow; //貪心
47             graph[nextNode][from]+=flow; //反悔路
48             outFlow+=flow;
49             bottleNeck-=flow;
50         }
51         if(bottleNeck==0) break;
52     }
53     if(outFlow==0) canReachSink[from]=false;
54     return outFlow;
55 }
56 }
57 int dinic(int from, int to){
58     int maxFlow=0;
59     while(bfs(from, to)){
60         memset(canReachSink,1,sizeof(canReachSink));
61         maxFlow += dfs(from, to, oo);
62     }
63     return maxFlow;
64 }
65 }
66 int main(){
67     int from, to, edgeNum;
68     int NetWorkNum = 1;
69     int maxFlow;
70     while(scanf("%d",&nodeNum)!=EOF&&nodeNum!=0){
71         memset(graph, 0, sizeof(graph));
72         scanf("%d %d %d", &from, &to, &edgeNum);
73         int u, v, w;
74         for (int i = 0; i < edgeNum; ++i){
75             scanf("%d %d %d", &u, &v, &w);
76             graph[u][v] += w;
77             graph[v][u] += w;
78         }
79         maxFlow = dinic(from, to);
80         printf("Network %d\n", NetWorkNum++);
81         printf("The bandwidth is %d.\n\n", maxFlow);
82     }
83     return 0;
84 }
85 }

```

## 7.8 SegmentTree

```

1 struct node{
2     int val;
3     node *l,*r;
4     node(int v=0):val(v){};
5     node(node* l,node* r):l(l),r(r){pull();}
6     void pull(){val=min(l->val,r->val);}
7     //l->val就是(*l).val，注意.的優先順序比*還高
8 };
9

```

```

10 int v[N]; //原數列
11 node* build(int l,int r){
12     if(l+1==r) return new node(v[l]);
13     int mid=(l+r)/2;
14     return new node(build(l,mid),build(mid,r));
15 }
16
17 void modify(node* a,int l,int r,int pos,int k){
18     //把pos位置的值換成k
19     if(l+1==r){a->val=k;return;}
20     int mid=(l+r)/2;
21     if(pos<mid) modify(a->l,l,mid,pos,k);
22     else modify(a->r,mid,r,pos,k);
23     a->pull();
24 }
25
26 int query(node* a,int l,int r,int ql,int qr){
27     //查詢[ql,qr]範圍的最小值
28     if(r<=ql||qr<=l) return inf;
29     if(ql<=l&&r<=qr) return a->val;
30     int mid=(l+r)/2;
31     return min(query(a->l,l,mid,ql,qr),
32               query(a->r,mid,r,ql,qr));
33 }

```

## 7.9 Nim Game

```

1 //兩人輪流取銅板，每人每次需在某堆取一枚以上的銅板，
2 //但不能同時在兩堆取銅板，直到最後，
3 //將銅板拿光的人贏得此遊戲。
4
5 #include <bits/stdc++.h>
6 #define maxn 23+5
7 using namespace std;
8
9 int SG[maxn];
10 int visited[1000+5];
11 int pile[maxn],ans;
12
13 void calculateSG(){
14     SG[0]=0;
15     for(int i=1;i<=maxn;i++){
16         int cur=0;
17         for(int j=0;j<i;j++){
18             for(int k=0;k<=j;k++){
19                 visited[SG[j]^SG[k]]=i;
20                 while(visited[cur]==i) cur++;
21                 SG[i]=cur;
22             }
23         }
24     }
25
26 int main(){
27     calculateSG();
28     int Case=0,n;
29     while(cin>>n,n){
30         ans=0;
31         for(int i=1;i<=n;i++) cin>>pile[i];
32         for(int i=1;i<=n;i++) if(pile[i]&1)
33             ans^=SG[n-i];
34         cout<<"Game "<<Case<<": ";
35         if(!ans) cout<<"-1 -1 -1\n";
36         else{
37             bool flag=0;
38             for(int i=1;i<=n;i++){
39                 if(pile[i]){
40                     for(int j=i+1;j<=n;j++){
41                         for(int k=j;k<=n;k++){
42                             if((SG[n-i]^SG[n-j]^SG[n-k])==ans){
43                                 cout<<i-1<<" "<<j-1<<" "<<k-1<<endl;
44                                 flag=1;
45                                 break;
46                             }
47                         }
48                     }
49                     if(flag) break;
50                 }
51             }
52         }
53     }
54 }

```



```

48         if(flag) break;
49     }
50 }
51 }
52 }
53 return 0;
54 }
55
56 /*
57 input
58 4 1 0 1 100
59 3 1 0 5
60 2 2 1
61 0
62 output
63 Game 1: 0 2 3
64 Game 2: 0 1 1
65 Game 3: -1 -1 -1
66 */

```

## 7.10 Trie

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 #define word_maxn 4000*100+5
3 #define str_maxn 300000+5
4 #define sigma_num 26
5 #define MOD 20071027
6 using namespace std;
7
8 int dp[str_maxn];
9 char S[str_maxn];
10 char wd[100+5];
11
12 struct Trie{
13     int ch[word_maxn][sigma_num];
14     int val[word_maxn];
15     int seq;
16     void init(){
17         seq=1;
18         memset(ch,0,sizeof(ch));
19     }
20     void insertion(char *s){
21         int row=0,n=strlen(s);
22         for(int i=0;i<n;i++){
23             int letter_no=s[i]-'a';
24             if(ch[row][letter_no]==0){
25                 ch[row][letter_no]=seq;
26                 memset(ch[seq],0,sizeof(ch[seq]));
27                 val[seq++]=0;
28             }
29             row=ch[row][letter_no];
30         }
31         val[row]=n;
32     }
33     void find_prefix(char *s,int len,vector<int>&vc){
34         int row=0;
35         for(int i=0;i<len;i++){
36             int letter_no=s[i]-'a';
37             if(ch[row][letter_no]==0) return;
38             row=ch[row][letter_no];
39             if(val[row]) vc.push_back(val[row]);
40         }
41     }
42 }tr;
43
44 int main(){
45     int Case=1;
46     while(cin>>S){
47         int n;
48         cin>>n;
49         tr.init();
50         for(int i=0;i<n;i++){
51             cin>>wd;
52             tr.insertion(wd);
53         }
54         memset(dp,0,sizeof(dp));

```

```

55         int N=strlen(S);
56         dp[N]=1;
57         for(int i=N-1;i>=0;i--){
58             vector<int> vc;
59             tr.find_prefix(S+i,N-i,vc);
60             for(int j=0;j<vc.size();j++){
61                 dp[i]=(dp[i]+dp[i+vc[j]])%MOD;
62             }
63             cout<<"Case " <<Case++<<" : " <<dp[0]<<endl;
64         }
65         return 0;
66     }
67
68     /*
69     input
70     abcd
71     4
72     a b cd ab
73     output
74     Case 1: 2
75     */

```

## 7.11 SPFA

```

1 void spfa(int s){
2     for(int i=0;i<=n;i++) dis[i]=0x3f3f3f3f;
3     dis[s]=0,vis[s]=1,q[1]=s;
4     int i,v,head=0,tail=1;
5     while(head<tail){ //隊列非空
6         head++;
7         v=q[head]; //取隊首元素
8         vis[v]=0;
9         for(i=0;i<=n;i++) //對所有頂點
10             if(a[v][i]>0&&dis[i]>dis[v]+a[v][i]){
11                 dis[i]=dis[v]+a[v][i]; //修改最短路
12                 if(vis[i]==0){
13                     tail++;
14                     q[tail]=i;
15                     vis[i]=1;
16                 }
17             }
18     }
19 }
20 }

```

## 8 動態規劃

### 8.1 LCS 和 LIS

```

1 //最長共同子序列 (LCS)
2 給定兩序列 A,B ，求最長的序列 C ，
3 C 同時為 A,B 的子序列。
4
5 //最長遞增子序列 (LIS)
6 給你一個序列 A ，求最長的序列 B ，
7 B 是一個 (非) 嚴格遞增序列，且為 A 的子序列。
8
9 //LCS 和 LIS 題目轉換
10 LIS 轉成 LCS
11 1. A 為原序列， B=sort(A)
12 2. 對 A,B 做 LCS
13 LCS 轉成 LIS
14 1. A, B 為原本的兩序列
15 2. 最 A 序列作編號轉換，將轉換規則套用在 B
16 3. 對 B 做 LIS
17 4. 重複的數字在編號轉換時後要變成不同的數字，
18 越早出現的數字要越小
19 5. 如果有數字在 B 裡面而不在 A 裡面，
20 直接忽略這個數字不做轉換即可

```

## 9 Section2

### 9.1 thm

- 中文測試

- $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$