Contents

1 字串

1.1 最長迴文子字串

```cpp
#include<bits/stdc++.h>
#define T(x) ((x)%2 ? s[(x)/2] : '.')
using namespace std;

string s;
int n;

int ex(int l,int r){
  int i=0;
  while(l-i>=0&&r+i<n&&T(l-i)==T(r+i)) i++;
  return i;
}

int main(){
  cin>>s;
  n=2*s.size()+1;
  int mx=0;
  int center=0;
  vector<int> r(n);
  int ans=1;
  r[0]=1;
  for(int i=1;i<n;i++){
    int ii=center-(i-center);
    int len=mx-i+1;
    if(i>mx){
      r[i]=ex(i,i);
      center=i;
      mx=i+r[i]-1;
    }
    else if(r[ii]==len){
      r[i]=len+ex(i-len,i+len);
      center=i;
      mx=i+r[i]-1;
    }
    else r[i]=min(r[ii],len);
    ans=max(ans,r[i]);
  }
  cout<<ans-1<<"\n";
  return 0;
}
```

1.2 KMP

```cpp
#define maxn 1000005
int nextArr[maxn];
void getNextArr(const string& s) {
  nextArr[0] = 0;
  int prefixLen = 0;
  for (int i = 1; i < s.size(); ++i) {
    prefixLen = nextArr[i - 1];
    //如果不一樣就在之前算過的prefix中
    //搜有沒有更短的前後綴
    while (prefixLen>0 && s[prefixLen]!=s[i])
      prefixLen = nextArr[prefixLen - 1];
    //一樣就繼承之前的前後綴長度+1
    if (s[prefixLen] == s[i])
      ++prefixLen;
    nextArr[i] = prefixLen;
  }
  for (int i = 0; i < s.size() - 1; ++i) {
    vis[nextArr[i]] = true;
  }
}
```

2 math

2.1 SG

- $SG(x) = mex\{SG(y)|x \to y\}$
- $mex(S) = \min\{n|n \in \mathbb{N}, n \notin S\}$

2.2 質數與因數

```cpp
歐拉篩O(n)
#define MAXN 47000 //sqrt(2^31)=46,340...
bool isPrime[MAXN];
int prime[MAXN];
int primeSize=0;
void getPrimes(){
    memset(isPrime,true,sizeof(isPrime));
    isPrime[0]=isPrime[1]=false;
    for(int i=2;i<MAXN;i++){
        if(isPrime[i]) prime[primeSize++]=i;
        for(int
             j=0;j<primeSize&&i*prime[j]<=MAXN;++j
            isPrime[i*prime[j]]=false;
            if(i%prime[j]==0) break;
        }
    }
}

最大公因數 O(log(min(a,b)))
int GCD(int a, int b){
    if(b == 0) return a;
    return GCD(b, a%b);
}

質因數分解
void primeFactorization(int n){
  for(int i=0; i<p.size(); ++i) {
    if(p[i]*p[i] > n) break;
    if(n % p[i]) continue;
    cout << p[i] << ' ';
    while(n%p[i] == 0) n /= p[i];
  }
  if(n != 1) cout << n << ' ';
  cout << '\n';
}

擴展歐幾里得算法 ax + by = GCD(a, b)
int ext_euc(int a, int b, int &x, int &y) {
  if(b == 0){
    x = 1, y = 0;
    return a;
  }
  int d = ext_euc(b, a%b, y, x);
  y -= a/b*x;
  return d;
}
int main(){
  int a, b, x, y;
  cin >> a >> b;
  ext_euc(a, b, x, y);
  cout << x << ' ' << y << endl;
  return 0;
}



歌德巴赫猜想
解: 把偶數 N (6≤N≤10^6) 寫成兩個質數的和。
#define N 20000000
int ox[N], p[N], pr;
void PrimeTable(){
  ox[0] = ox[1] = 1;
  pr = 0;
  for(int i=2;i<N;i++){
    if(!ox[i]) p[pr++] = i;
    for(int j=0; i*p[j]<N&&j<pr; j++)
      ox[i*p[j]] = 1;
  }
}
int main(){
  PrimeTable();
  int n;
  while(cin>>n, n){
    int x;
    for(x=1;; x+=2)
      if(!ox[x] && !ox[n-x]) break;
    printf("%d = %d + %d\n", n, x, n-x);
  }
}

problem :
給定整數 N，求N最少可以拆成多少個質數的和。
如果N是質數，則答案為 1。
如果N是偶數(N!=2)，則答案為2(強歌德巴赫猜想)。
如果N是奇數且N-2是質數，則答案為2(2+質數)。
其他狀況答案為 3 (弱歌德巴赫猜想)。

bool isPrime(int n){
  for(int i=2;i<n;++i){
    if(i*i>n) return true;
    if(n%i==0) return false;
  }
  return true;
}
int main(){
  int n;
  cin>>n;
  if(isPrime(n)) cout<<"1\n";
  else if(n%2==0||isPrime(n-2)) cout<<"2\n";
  else cout<<"3\n";
}
```

2.3 歐拉函數

```cpp
//計算閉區間 [1,n] 中有幾個正整數與 n 互質

int phi(){
    int ans=n;
    for(int i=2;i*i<=n;i++)
        if(n%i==0){
            ans=ans-ans/i;
            while(n%i==0) n/=i;
        }
    if(n>1) ans=ans-ans/n;
```

```
    return ans;
}
```

3 algorithm

3.1 三分搜

```
  題意
給定兩射線方向和速度，問兩射線最近距離。
  題解
假設 F(t) 為兩射線在時間 t 的距離，F(t) 為二次函數，
可用三分搜找二次函數最小值。
struct Point{
    double x, y, z;
    Point() {}
    Point(double _x,double _y,double _z):
        x(_x),y(_y),z(_z){}
    friend istream& operator>>(istream& is,
         Point& p) {
        is >> p.x >> p.y >> p.z;
        return is;
    }
    Point operator+(const Point &rhs) const{
        return Point(x+rhs.x,y+rhs.y,z+rhs.z);
    }
    Point operator-(const Point &rhs) const{
        return Point(x-rhs.x,y-rhs.y,z-rhs.z);
    }
    Point operator*(const double &d) const{
        return Point(x*d,y*d,z*d);
    }
    Point operator/(const double &d) const{
        return Point(x/d,y/d,z/d);
    }
    double dist(const Point &rhs) const{
        double res = 0;
        res+=(x-rhs.x)*(x-rhs.x);
        res+=(y-rhs.y)*(y-rhs.y);
        res+=(z-rhs.z)*(z-rhs.z);
        return res;
    }
};
int main(){
    IOS;    //輸入優化
    int T;
    cin>>T;
    for(int ti=1;ti<=T;++ti){
        double time;
        Point x1,y1,d1,x2,y2,d2;
        cin>>time>>x1>>y1>>x2>>y2;
        d1=(y1-x1)/time;
        d2=(y2-x2)/time;
        double L=0,R=1e8,m1,m2,f1,f2;
        double ans = x1.dist(x2);
        while(abs(L-R)>1e-10){
            m1=(L+R)/2;
            m2=(m1+R)/2;
            f1=((d1*m1)+x1).dist((d2*m1)+x2);
            f2=((d1*m2)+x1).dist((d2*m2)+x2);
            ans = min(ans,min(f1,f2));
            if(f1<f2) R=m2;
            else L=m1;
        }
        cout<<"Case "<<ti<<": ";
        cout << fixed << setprecision(4) <<
             sqrt(ans) << '\n';
    }
}
```

3.2 差分

```
用途：在區間 [l, r] 加上一個數字v。
b[l] += v; (b[0~l] 加上v)
b[r+1] -= v; (b[r+1~n] 減去v (b[r] 仍保留v) )
給的 a[] 是前綴和數列，建構 b[]，
因為 a[i] = b[0] + b[1] + b[2] + … + b[i]，
所以 b[i] = a[i] - a[i-1]。
在 b[l] 加上 v，b[r+1] 減去 v，
最後再從 0 跑到 n 使 b[i] += b[i-1]。
這樣一來，b[] 是一個在某區間加上v的前綴和。
int a[1000], b[1000];
// a: 前綴和數列, b: 差分數列
int main(){
    int n, l, r, v;
    cin >> n;
    for(int i=1; i<=n; i++){
        cin >> a[i];
        b[i] = a[i] - a[i-1]; //建構差分數列
    }
    cin >> l >> r >> v;
    b[l] += v;
    b[r+1] -= v;
    for(int i=1; i<=n; i++){
        b[i] += b[i-1];
        cout << b[i] << ' ';
    }
}
```

3.3 greedy

```
刪數字問題
//problem
給定一個數字 N(≤10^100)，需要刪除 K 個數字，
請問刪除 K 個數字後最小的數字為何?
//solution
刪除滿足第 i 位數大於第 i+1 位數的最左邊第 i 位數，
扣除高位數的影響較扣除低位數的大。
//code
int main(){
    string s;
    int k;
    cin>>s>>k;
    for(int i=0;i<k;++i){
        if((int)s.size()==0) break;
        int pos =(int)s.size()-1;
        for(int j=0;j<(int)s.size()-1;++j){
            if(s[j]>s[j+1]){
                pos=j;
                break;
            }
        }
        s.erase(pos,1);
    }
    while((int)s.size()>0&&s[0]=='0')
        s.erase(0,1);
    if((int)s.size()) cout<<s<<'\n';
    else cout<<0<<'\n';
}
最小區間覆蓋長度
//problem
給定 n 條線段區間為 [Li,Ri]，
請問最少要選幾個區間才能完全覆蓋 [0,S]?
//solution
先將所有區間依照左界由小到大排序，
對於當前區間 [Li,Ri]，要從左界 >Ri 的所有區間中，
找到有著最大的右界的區間，連接當前區間。

//problem
長度 n 的直線中有數個加熱器，
在 x 的加熱器可以讓 [x-r,x+r] 內的物品加熱，
問最少要幾個加熱器可以把 [0,n] 的範圍加熱。
//solution
對於最左邊沒加熱的點a，選擇最遠可以加熱a的加熱器，
更新已加熱範圍，重複上述動作繼續尋找加熱器。
//code
int main(){
    int n, r;
    int a[1005];
    cin>>n>>r;
    for(int i=1;i<=n;++i) cin>>a[i];
    int i=1,ans=0;
    while(i<=n){
        int R=min(i+r-1,n),L=max(i-r+1,0)
        int nextR=-1;
        for(int j=R;j>=L;--j){
            if(a[j]){
                nextR=j;
                break;
            }
        }
        if(nextR==-1){
            ans=-1;
            break;
        }
        ++ans;
        i=nextR+r;
    }
    cout<<ans<<'\n';
}
最多不重疊區間
//problem
給你 n 條線段區間為 [Li,Ri]，
請問最多可以選擇幾條不重疊的線段(頭尾可相連)?
//solution
依照右界由小到大排序，
每次取到一個不重疊的線段，答案 +1。
//code
struct Line{
    int L,R;
    bool operator<(const Line &rhs)const{
        return R<rhs.R;
    }
};
int main(){
    int t;
    cin>>t;
    Line a[30];
    while(t--){
        int n=0;
        while(cin>>a[n].L>>a[n].R,a[n].L||a[n].R)
            ++n;
        sort(a,a+n);
        int ans=1,R=a[0].R;
        for(int i=1;i<n;i++){
            if(a[i].L>=R){
                ++ans;
                R=a[i].R;
            }
        }
        cout<<ans<<'\n';
    }
}
最小化最大延遲問題
//problem
給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 Ti，
期限是 Di，第 i 項工作延遲的時間為 Li=max(0,Fi-Di)，
原本Fi 為第 i 項工作的完成時間，
求一種工作排序使 maxLi 最小。
//solution
按照到期時間從早到晚處理。
//code
struct Work{
    int t, d;
    bool operator<(const Work &rhs)const{
        return d<rhs.d;
        }
};
int main(){
    int n;
    Work a[10000];
    cin>>n;
    for(int i=0;i<n;++i)
        cin>>a[i].t>>a[i].d;
    sort(a,a+n);
    int maxL=0,sumT=0;
    for(int i=0;i<n;++i){
        sumT+=a[i].t;
        maxL=max(maxL,sumT-a[i].d);
    }
```

```
    cout<<maxL<<'\n';
}
最少延遲數量問題
//problem
給定 N 個工作，每個工作的需要處理時長為 Ti，
期限是 Di，求一種工作排序使得逾期工作數量最小。
//solution
期限越早到期的工作越先做。
將工作依照到期時間從早到晚排序，
依序放入工作列表中，如果發現有工作預期，
就從目前選擇的工作中，移除耗時最長的工作。
上述方法為 Moore-Hodgson s Algorithm。

//problem
給定烏龜的重量和可承受重量，問最多可以疊幾隻烏龜?
//solution
和最少延遲數量問題是相同的問題，只要將題敘做轉換。
工作處裡時長 → 烏龜重量
工作期限 → 烏龜可承受重量
多少工作不延期 → 可以疊幾隻烏龜
//code
struct Work{
    int t, d;
    bool operator<(const Work &rhs)const{
        return d<rhs.d;
        }
};
int main(){
    int n=0;
    Work a[10000];
    priority_queue<int> pq;
    while(cin>>a[n].t>>a[n].d)
        ++n;
    sort(a,a+n);
    int sumT=0,ans=n;
    for(int i=0;i<n;++i){
        pq.push(a[i].t);
        sumT+=a[i].t;
        if(a[i].d<sumT){
            int x=pq.top();
            pq.pop();
            sumT-=x;
            --ans;
        }
    }
    cout<<ans<<'\n';
}

任務調度問題
//problem
給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 Ti，
期限是 Di，如果第 i 項工作延遲需要受到 pi
     單位懲罰，
請問最少會受到多少單位懲罰。
//solution
依照懲罰由大到小排序，
每項工作依序嘗試可不可以放在
     Di-Ti+1,Di-Ti,...,1,0，
如果有空閒就放進去，否則延後執行。

//problem
給定 N 項工作，每項工作的需要處理時長為 Ti，
期限是 Di，如果第 i 項工作在期限內完成會獲得 ai
     單位獎勵，
請問最多會獲得多少單位獎勵。
//solution
和上題相似，這題變成依照獎勵由大到小排序。
//code
struct Work{
    int d,p;
    bool operator<(const Work &rhs)const{
        return p>rhs.p;
        }
};
int main(){
    int n;
    Work a[100005];
    bitset<100005> ok;
    while(cin>>n){
        ok.reset();
        for(int i=0;i<n;++i)
            cin>>a[i].d>>a[i].p;
        sort(a,a+n);
        int ans=0;
        for(int i=0;i<n;++i){
            int j=a[i].d;
            while(j--)
                if(!ok[j]){
                    ans+=a[i].p;
                    ok[j]=true;
                    break;
                }
        }
        cout<<ans<<'\n';
    }
}
```

3.4 dinic

```
const int maxn = 1e5 + 10;
const int inf = 0x3f3f3f3f;
struct Edge {
    int s, t, cap, flow;
};
int n, m, S, T;
int level[maxn], dfs_idx[maxn];
vector<Edge> E;
vector<vector<int>> G;
void init() {
    S = 0;
    T = n + m;
    E.clear();
    G.assign(maxn, vector<int>());
}
void addEdge(int s, int t, int cap) {
    E.push_back({s, t, cap, 0});
    E.push_back({t, s, 0, 0});
    G[s].push_back(E.size()-2);
    G[t].push_back(E.size()-1);
}
bool bfs() {
    queue<int> q({S});
    memset(level, -1, sizeof(level));
    level[S] = 0;
    while(!q.empty()) {
        int cur = q.front();
        q.pop();
        for(int i : G[cur]) {
            Edge e = E[i];
            if(level[e.t]==-1 &&
                 e.cap>e.flow) {
                level[e.t] = level[e.s] + 1;
                q.push(e.t);
            }
        }
    }
    return ~level[T];
}
int dfs(int cur, int lim) {
    if(cur==T || lim==0) return lim;
    int result = 0;
    for(int& i=dfs_idx[cur]; i<G[cur].size()
         && lim; i++) {
        Edge& e = E[G[cur][i]];
        if(level[e.s]+1 != level[e.t])
            continue;
        int flow = dfs(e.t, min(lim,
            e.cap-e.flow));
        if(flow <= 0) continue;
        e.flow += flow;
        result += flow;
        E[G[cur][i]^1].flow -= flow;
        lim -= flow;
    }
    return result;
}
int dinic() {// O((V^2)E)
    int result = 0;
    while(bfs()) {
        memset(dfs_idx, 0, sizeof(dfs_idx));
        result += dfs(S, inf);
    }
    return result;
}
```

3.5 SCC Tarjan

```
//單純考SCC，每個SCC中找成本最小的蓋，如果有多個一樣小
//的要數出來，因為題目要方法數
//注意以下程式有縮點，但沒存起來，
//存法就是開一個array -> ID[u] = SCCID
#define maxn 100005
#define MOD 1000000007
long long cost[maxn];
vector<vector<int>> G;
int SCC = 0;
stack<int> sk;
int dfn[maxn];
int low[maxn];
bool inStack[maxn];
int dfsTime = 1;
long long totalCost = 0;
long long ways = 1;
void dfs(int u) {
    dfn[u] = low[u] = dfsTime;
    ++dfsTime;
    sk.push(u);
    inStack[u] = true;
    for (int v: G[u]) {
        if (dfn[v] == 0) {
            dfs(v);
            low[u] = min(low[u], low[v]);
        }
        else if (inStack[v]) {
            //屬於同個SCC且是我的back edge
            low[u] = min(low[u], dfn[v]);
        }
    }
    //如果是SCC
    if (dfn[u] == low[u]) {
        long long minCost = 0x3f3f3f3f;
        int currWays = 0;
        ++SCC;
        while (1) {
            int v = sk.top();
            inStack[v] = 0;
            sk.pop();
            if (minCost > cost[v]) {
                minCost = cost[v];
                currWays = 1;
            }
            else if (minCost == cost[v]) {
                ++currWays;
            }
            if (v == u)
                break;
        }
        totalCost += minCost;
        ways = (ways * currWays) % MOD;
    }
}
int main() {
    int n;
    scanf("%d", &n);
    for (int i = 1; i <= n; ++i)
        scanf("%lld", &cost[i]);
    G.assign(n + 5, vector<int>());
    int m;
    scanf("%d", &m);
    int u, v;
    for (int i = 0; i < m; ++i) {
        scanf("%d %d", &u, &v);
```

```
        G[u].emplace_back(v);
    }
    for (int i = 1; i <= n; ++i) {
        if (dfn[i] == 0)
            dfs(i);
    }
    printf("%lld %lld\n", totalCost, ways %
         MOD);
    return 0;
}
```

3.6 ArticulationPoints Tarjan

```
vector<vector<int>> G;
int N, timer;
bool visited[105];
int dfn[105]; // 第一次visit的時間
int low[105];
//最小能回到的父節點
//(不能是自己的parent)的visTime
int res;
//求割點數量
void tarjan(int u, int parent) {
    int child = 0;
    bool isCut = false;
    visited[u] = true;
    dfn[u] = low[u] = ++timer;
    for (int v: G[u]) {
        if (!visited[v]) {
            ++child;
            tarjan(v, u);
            low[u] = min(low[u], low[v]);
            if (parent != -1 && low[v] >=
                 dfn[u])
                isCut = true;
        }
        else if (v != parent)
            low[u] = min(low[u], dfn[v]);
    }
    //If u is root of DFS
         tree->有兩個以上的children
    if (parent == -1 && child >= 2)
        isCut = true;
    if (isCut) ++res;
}
int main() {
    char input[105];
    char* token;
    while (scanf("%d", &N) != EOF && N) {
        G.assign(105, vector<int>());
        memset(visited, false,
             sizeof(visited));
        memset(low, 0, sizeof(low));
        memset(dfn, 0, sizeof(visited));
        timer = 0;
        res = 0;
        getchar(); // for \n
        while (fgets(input, 105, stdin)) {
            if (input[0] == '0')
                break;
            int size = strlen(input);
            input[size - 1] = '\0';
            --size;
            token = strtok(input, " ");
            int u = atoi(token);
            int v;
            while (token = strtok(NULL, " "))
                 {
                v = atoi(token);
                G[u].emplace_back(v);
                G[v].emplace_back(u);
            }
        }
        tarjan(1, -1);
        printf("%d\n", res);
    }
    return 0;
}
```

3.7 最小樹狀圖

```
const int maxn = 60 + 10;
const int inf = 0x3f3f3f3f;
struct Edge {
    int s, t, cap, cost;
}; // cap 為頻寬 (optional)
int n, m, c;
int inEdge[maxn], idx[maxn], pre[maxn],
     vis[maxn];
// 對於每個點，選擇對它入度最小的那條邊
// 找環，如果沒有則 return;
// 進行縮環並更新其他點到環的距離。
int dirMST(vector<Edge> edges, int low) {
    int result = 0, root = 0, N = n;
    while(true) {
        memset(inEdge, 0x3f, sizeof(inEdge));
        // 找所有點的 in edge 放進 inEdge
        // optional: low 為最小 cap 限制
        for(const Edge& e : edges) {
            if(e.cap < low) continue;
            if(e.s!=e.t &&
                 e.cost<inEdge[e.t]) {
                inEdge[e.t] = e.cost;
                pre[e.t] = e.s;
            }
        }
        for(int i=0; i<N; i++) {
            if(i!=root && inEdge[i]==inf)
                return -1;//除了root 還有點沒有in
                     edge
        }
        int seq = inEdge[root] = 0;
        memset(idx, -1, sizeof(idx));
        memset(vis, -1, sizeof(vis));
        // 找所有的 cycle，一起編號為 seq
        for(int i=0; i<N; i++) {
            result += inEdge[i];
            int cur = i;
            while(vis[cur]!=i &&
                 idx[cur]==-1) {
                if(cur == root) break;
                vis[cur] = i;
                cur = pre[cur];
            }
            if(cur!=root && idx[cur]==-1) {
                for(int j=pre[cur]; j!=cur;
                     j=pre[j])
                    idx[j] = seq;
                idx[cur] = seq++;
            }
        }
        if(seq == 0) return result; // 沒有
             cycle
        for(int i=0; i<N; i++)
            // 沒有被縮點的點
            if(idx[i] == -1) idx[i] = seq++;
        // 縮點並重新編號
        for(Edge& e : edges) {
            if(idx[e.s] != idx[e.t])
                e.cost -= inEdge[e.t];
            e.s = idx[e.s];
            e.t = idx[e.t];
        }
        N = seq;
        root = idx[root];
    }
}
```

3.8 二分圖最大匹配

```
/* 核心：最大點獨立集 = |V| -
     |最大匹配數|，用匈牙利演算法找出最大匹配數 */
vector<Student> boys;
vector<Student> girls;
vector<vector<int>> G;
bool used[505];
int p[505];
bool match(int i) {
    for (int j: G[i]) {
        if (!used[j]) {
            used[j] = true;
            if (p[j] == -1 || match(p[j])) {
                p[j] = i;
                return true;
            }
        }
    }
    return false;
}
void maxMatch(int n) {
    memset(p, -1, sizeof(p));
    int res = 0;
    for (int i = 0; i < boys.size(); ++i) {
        memset(used, false, sizeof(used));
        if (match(i))
            ++res;
    }
    cout << n - res << '\n';
}
```

3.9 JosephusProblem

```
//JosephusProblem，只是規定要先砍1號
//所以當作有n - 1個人，目標的13順移成12
//再者從0開始比較好算，所以目標12順移成11
int getWinner(int n, int k) {
    int winner = 0;
    for (int i = 1; i <= n; ++i)
        winner = (winner + k) % i;
    return winner;
}
int main() {
    int n;
    while (scanf("%d", &n) != EOF && n){
        --n;
        for (int k = 1; k <= n; ++k){
            if (getWinner(n, k) == 11){
                printf("%d\n", k);
                break;
            }
        }
    }
    return 0;
}
```

3.10 KM

```
#define maxn 505
int W[maxn][maxn];
int Lx[maxn], Ly[maxn];
bool S[maxn], T[maxn];
//L[i] = j -> S_i配給T_j, -1 for 還沒匹配
int L[maxn];
int n;
bool match(int i) {
    S[i] = true;
    for (int j = 0; j < n; ++j) {
        // KM重點
        // Lx + Ly >= selected_edge(x, y)
        // 要想辦法降低Lx + Ly
        // 所以選Lx + Ly == selected_edge(x, y)
        if (Lx[i] + Ly[j] == W[i][j] &&
             !T[j]) {
            T[j] = true;
            if ((L[j] == -1) || match(L[j])) {
                L[j] = i;
```

```
                return true;
            }
        }
    }
    return false;
}
//修改二分圖上的交錯路徑上點的權重
//此舉是在通過調整vertex labeling看看
//能不能產生出新的增廣路
//(KM的增廣路要求Lx[i] + Ly[j] == W[i][j])
//在這裡優先從最小的diff調調看，才能保證最大權重匹配
void update()
{
    int diff = 0x3f3f3f3f;
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        if (S[i]) {
            for (int j = 0; j < n; ++j) {
                if (!T[j])
                    diff = min(diff, Lx[i] +
                         Ly[j] - W[i][j]);
            }
        }
    }
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        if (S[i]) Lx[i] -= diff;
        if (T[i]) Ly[i] += diff;
    }
}
void KM()
{
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        L[i] = -1;
        Lx[i] = Ly[i] = 0;
        for (int j = 0; j < n; ++j)
            Lx[i] = max(Lx[i], W[i][j]);
    }
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        while(1) {
            memset(S, false, sizeof(S));
            memset(T, false, sizeof(T));
            if (match(i))
                break;
            else
                update(); //去調整vertex
                     labeling以增加增廣路徑
        }
    }
}
int main() {
    while (scanf("%d", &n) != EOF) {
        for (int i = 0; i < n; ++i)
            for (int j = 0; j < n; ++j)
                scanf("%d", &W[i][j]);
        KM();
        int res = 0;
        for (int i = 0; i < n; ++i) {
            if (i != 0)
                printf(" %d", Lx[i]);
            else
                printf("%d", Lx[i]);
            res += Lx[i];
        }
        puts("");
        for (int i = 0; i < n; ++i) {
            if (i != 0)
                printf(" %d", Ly[i]);
            else
                printf("%d", Ly[i]);
            res += Ly[i];
        }
        puts("");
        printf("%d\n", res);
    }
    return 0;
}
```

3.11 LCA 倍增法

```
//倍增法預處理O(nlogn)，查詢O(logn)，
//利用lca找樹上任兩點距離
#define maxn 100005
struct Edge {
  int u, v, w;
};
vector<vector<Edge>> G; // tree
int fa[maxn][31]; //fa[u][i] -> u的第2^i個祖先
long long dis[maxn][31];
int dep[maxn];//深度
void dfs(int u, int p) {//預處理fa
    fa[u][0] = p; //因為u的第2^0 = 1的祖先就是p
    dep[u] = dep[p] + 1;
    //第2^i的祖先是(第2^(i - 1)個祖先)的
    //第2^(i - 1)的祖先
    //ex: 第8個祖先是 (第4個祖先)的第4個祖先
    for (int i = 1; i < 31; ++i) {
        fa[u][i] = fa[fa[u][i - 1]][i - 1];
        dis[u][i] = dis[fa[u][i - 1]][i - 1]
             + dis[u][i - 1];
    }
    //遍歷子節點
    for (Edge& edge: G[u]) {
        if (edge.v == p)
            continue;
        dis[edge.v][0] = edge.w;
        dfs(edge.v, u);
    }
}
long long lca(int x, int y) {
    //此函數是找lca同時計算x、y的距離 -> dis(x,
         lca) + dis(lca, y)
    //讓y比x深
    if (dep[x] > dep[y])
        swap(x, y);
    int deltaDep = dep[y] - dep[x];
    long long res = 0;
    //讓y與x在同一個深度
    for (int i = 0; deltaDep != 0; ++i,
         deltaDep >>= 1)
        if (deltaDep & 1)
            res += dis[y][i], y = fa[y][i];
    if (y == x) //x = y -> x、y彼此是彼此的祖先
        return res;
    //往上找，一起跳，但x、y不能重疊
    for (int i = 30; i >= 0 && y != x; --i) {
        if (fa[x][i] != fa[y][i]) {
            res += dis[x][i] + dis[y][i];
            x = fa[x][i];
            y = fa[y][i];
        }
    }
    //最後發現不能跳了，此時x的第2^0 =
         1個祖先(或說y的第2^0 =
         1的祖先)即為x、y的lca
    res += dis[x][0] + dis[y][0];
    return res;
}
int main() {
  int n, q;
  while (~scanf("%d", &n) && n) {
    int v, w;
    G.assign(n + 5, vector<Edge>());
        for (int i = 1; i <= n - 1; ++i) {
      scanf("%d %d", &v, &w);
      G[i + 1].push_back({i + 1, v + 1, w});
      G[v + 1].push_back({v + 1, i + 1, w});
    }
        dfs(1, 0);
        scanf("%d", &q);
        int u;
        while (q--) {
            scanf("%d %d", &u, &v);
            printf("%lld%c", lca(u + 1, v +
                 1), (q) ? ' ' : '\n');
        }
  }
  return 0;
}
```

3.12 MCMF

```
#define maxn 225
#define INF 0x3f3f3f3f
struct Edge {
    int u, v, cap, flow, cost;
};
//node size, edge size, source, target
int n, m, s, t;
vector<vector<int>> G;
vector<Edge> edges;
bool inqueue[maxn];
long long dis[maxn];
int parent[maxn];
long long outFlow[maxn];
void addEdge(int u, int v, int cap, int
     cost) {
    edges.emplace_back(Edge{u, v, cap, 0,
         cost});
    edges.emplace_back(Edge{v, u, 0, 0,
         -cost});
    m = edges.size();
    G[u].emplace_back(m - 2);
    G[v].emplace_back(m - 1);
}
//一邊求最短路的同時一邊MaxFLow
bool SPFA(long long& maxFlow, long long&
     minCost) {
    // memset(outFlow, 0x3f,
         sizeof(outFlow));
    memset(dis, 0x3f, sizeof(dis));
    memset(inqueue, false, sizeof(inqueue));
    queue<int> q;
    q.push(s);
    dis[s] = 0;
    inqueue[s] = true;
    outFlow[s] = INF;
    while (!q.empty()) {
        int u = q.front();
        q.pop();
        inqueue[u] = false;
        for (const int edgeIndex: G[u]) {
            const Edge& edge =
                 edges[edgeIndex];
            if ((edge.cap > edge.flow) &&
                 (dis[edge.v] > dis[u] +
                 edge.cost)) {
                dis[edge.v] = dis[u] +
                     edge.cost;
                parent[edge.v] = edgeIndex;
                outFlow[edge.v] =
                     min(outFlow[u], (long
                     long)(edge.cap -
                     edge.flow));
                if (!inqueue[edge.v]) {
                    q.push(edge.v);
                    inqueue[edge.v] = true;
                }
            }
        }
    }
    //如果dis[t] > 0代表根本不賺還倒賠
    if (dis[t] > 0)
        return false;
    maxFlow += outFlow[t];
    minCost += dis[t] * outFlow[t];
    //一路更新回去這次最短路流完後要維護的
    //MaxFlow演算法相關(如反向邊等)
    int curr = t;
    while (curr != s) {
        edges[parent[curr]].flow +=
             outFlow[t];
```

```
        edges[parent[curr] ^ 1].flow -=
            outFlow[t];
        curr = edges[parent[curr]].u;
    }
    return true;
}
long long MCMF() {
    long long maxFlow = 0;
    long long minCost = 0;
    while (SPFA(maxFlow, minCost))
        ;
    return minCost;
}
int main() {
    int T;
    scanf("%d", &T);
    for (int Case = 1; Case <= T; ++Case){
        //總共幾個月，囤貨成本
        int M, I;
        scanf("%d %d", &M, &I);
        //node size
        n = M + M + 2;
        G.assign(n + 5, vector<int>());
        edges.clear();
        s = 0;
        t = M + M + 1;
        for (int i = 1; i <= M; ++i) {
            int produceCost, produceMax,
                sellPrice, sellMax,
                inventoryMonth;
            scanf("%d %d %d %d %d",
                &produceCost, &produceMax,
                &sellPrice, &sellMax,
                &inventoryMonth);
            addEdge(s, i, produceMax,
                produceCost);
            addEdge(M + i, t, sellMax,
                -sellPrice);
            for (int j = 0; j <=
                inventoryMonth; ++j) {
                if (i + j <= M)
                    addEdge(i, M + i + j, INF,
                        I * j);
            }
        }
        printf("Case %d: %lld\n", Case,
            -MCMF());
    }
    return 0;
}
```

3.13 Dancing Links

```
struct DLX {
    int seq, resSize;
    int col[maxn], row[maxn];
    int U[maxn], D[maxn], R[maxn], L[maxn];
    int rowHead[maxn], colSize[maxn];
    int result[maxn];
    DLX(int r, int c) {
        for(int i=0; i<=c; i++) {
            L[i] = i-1, R[i] = i+1;
            U[i] = D[i] = i;
        }
        L[R[seq=c]=0]=c;
        resSize = -1;
        memset(rowHead, 0, sizeof(rowHead));
        memset(colSize, 0, sizeof(colSize));
    }
    void insert(int r, int c) {
        row[++seq]=r, col[seq]=c,
            ++colSize[c];
        U[seq]=c, D[seq]=D[c], U[D[c]]=seq,
            D[c]=seq;
        if(rowHead[r]) {
            L[seq]=rowHead[r],
                R[seq]=R[rowHead[r]];
            L[R[rowHead[r]]]=seq,
                R[rowHead[r]]=seq;
        } else {
            rowHead[r] = L[seq] = R[seq] =
                seq;
        }
    }
    void remove(int c) {
        L[R[c]] = L[c], R[L[c]] = R[c];
        for(int i=D[c]; i!=c; i=D[i]) {
            for(int j=R[i]; j!=i; j=R[j]) {
                U[D[j]] = U[j];
                D[U[j]] = D[j];
                --colSize[col[j]];
            }
        }
    }
    void recover(int c) {
        for(int i=U[c]; i!=c; i=U[i]) {
            for(int j=L[i]; j!=i; j=L[j]) {
                U[D[j]] = D[U[j]] = j;
                ++colSize[col[j]];
            }
        }
        L[R[c]] = R[L[c]] = c;
    }
    bool dfs(int idx=0) { // 判斷其中一解版
        if(R[0] == 0) {
            resSize = idx;
            return true;
        }
        int c = R[0];
        for(int i=R[0]; i; i=R[i]) {
            if(colSize[i] < colSize[c]) c = i;
        }
        remove(c);
        for(int i=D[c]; i!=c; i=D[i]) {
            result[idx] = row[i];
            for(int j=R[i]; j!=i; j=R[j])
                remove(col[j]);
            if(dfs(idx+1)) return true;
            for(int j=L[i]; j!=i; j=L[j])
                recover(col[j]);
        }
        recover(c);
        return false;
    }
    void dfs(int idx=0) { // 判斷最小 dfs
        depth 版
        if(R[0] == 0) {
            resSize = min(resSize, idx); //
                注意init值
            return;
        }
        int c = R[0];
        for(int i=R[0]; i; i=R[i]) {
            if(colSize[i] < colSize[c]) c = i;
        }
        remove(c);
        for(int i=D[c]; i!=c; i=D[i]) {
            for(int j=R[i]; j!=i; j=R[j])
                remove(col[j]);
            dfs(idx+1);
            for(int j=L[i]; j!=i; j=L[j])
                recover(col[j]);
        }
        recover(c);
    }
};
```

4 DataStructure

4.1 線段樹 1D

```
#define MAXN 1000
int data[MAXN]; //原數據
int st[4 * MAXN]; //線段樹
int tag[4 * MAXN]; //懶標
inline int pull(int l, int r) {
// 隨題目改變sum、max、min
// l、r是左右樹的index
    return st[l] + st[r];
}
void build(int l, int r, int i) {
// 在[l, r]區間建樹，目前根的index為i
    if (l == r) {
        st[i] = data[l];
        return;
    }
    int mid = l + ((r - l) >> 1);
    build(l, mid, i * 2);
    build(mid + 1, r, i * 2 + 1);
    st[i] = pull(i * 2, i * 2 + 1);
}
int query(int ql, int qr, int l, int r, int
    i) {
// [ql, qr]是查詢區間,[l, r]是當前節點包含的區間
    if (ql <= l && r <= qr)
        return st[i];
    int mid = l + ((r - l) >> 1);
    if (tag[i]) {
        //如果當前懶標有值則更新左右節點
        st[i * 2] += tag[i] * (mid - l + 1);
        st[i * 2 + 1] += tag[i] * (r - mid);
        tag[i * 2] += tag[i];//下傳懶標至左節點
        tag[i*2+1] += tag[i];//下傳懶標至右節點
        tag[i] = 0;
    }
    int sum = 0;
    if (ql <= mid)
        sum += query(ql, qr, l, mid, i * 2);
    if (qr > mid)
        sum += query(ql, qr, mid + 1, r,
            i*2+1);
    return sum;
}
void update(int ql,int qr,int l,int r,int
    i,int c) {
// [ql, qr]是查詢區間,[l, r]是當前節點包含的區間
// c是變化量
    if (ql <= l && r <= qr) {
        st[i] += (r - l + 1) * c;
            //求和,此需乘上區間長度
        tag[i] += c;
        return;
    }
    int mid = l + ((r - l) >> 1);
    if (tag[i] && l != r) {
        //如果當前懶標有值則更新左右節點
        st[i * 2] += tag[i] * (mid - l + 1);
        st[i * 2 + 1] += tag[i] * (r - mid);
        tag[i * 2] += tag[i];//下傳懶標至左節點
        tag[i*2+1] += tag[i];//下傳懶標至右節點
        tag[i] = 0;
    }
    if (ql <= mid) update(ql, qr, l, mid, i
        * 2, c);
    if (qr > mid) update(ql, qr, mid+1, r,
        i*2+1, c);
    st[i] = pull(i * 2, i * 2 + 1);
}
//如果是直接改值而不是加值，query與update中的tag與st的
//改值從+=改成=
```

4.2 線段樹 2D

```
//純2D segment tree 區間查詢單點修改最大最小值
#define maxn 2005 //500 * 4 + 5
int maxST[maxn][maxn], minST[maxn][maxn];
int N;
void modifyY(int index, int l, int r, int
    val, int yPos, int xIndex, bool
    xIsLeaf) {
    if (l == r) {
        if (xIsLeaf) {
```

```
            maxST[xIndex][index] =
                minST[xIndex][index] = val;
            return;
        }
        maxST[xIndex][index] =
            max(maxST[xIndex * 2][index],
            maxST[xIndex * 2 + 1][index]);
        minST[xIndex][index] =
            min(minST[xIndex * 2][index],
            minST[xIndex * 2 + 1][index]);
    }
    else {
        int mid = (l + r) / 2;
        if (yPos <= mid)
            modifyY(index * 2, l, mid, val,
                yPos, xIndex, xIsLeaf);
        else
            modifyY(index * 2 + 1, mid + 1,
                r, val, yPos, xIndex,
                xIsLeaf);

        maxST[xIndex][index] =
            max(maxST[xIndex][index * 2],
            maxST[xIndex][index * 2 + 1]);
        minST[xIndex][index] =
            min(minST[xIndex][index * 2],
            minST[xIndex][index * 2 + 1]);
    }
}
void modifyX(int index, int l, int r, int
    val, int xPos, int yPos) {
    if (l == r) {
        modifyY(1, 1, N, val, yPos, index,
            true);
    }
    else {
        int mid = (l + r) / 2;
        if (xPos <= mid)
            modifyX(index * 2, l, mid, val,
                xPos, yPos);
        else
            modifyX(index * 2 + 1, mid + 1,
                r, val, xPos, yPos);
        modifyY(1, 1, N, val, yPos, index,
            false);
    }
}
void queryY(int index, int l, int r, int
    yql, int yqr, int xIndex, int& vmax,
    int &vmin) {
    if (yql <= l && r <= yqr) {
        vmax = max(vmax,
            maxST[xIndex][index]);
        vmin = min(vmin,
            minST[xIndex][index]);
    }
    else
    {
        int mid = (l + r) / 2;
        if (yql <= mid)
            queryY(index * 2, l, mid, yql,
                yqr, xIndex, vmax, vmin);
        if (mid < yqr)
            queryY(index * 2 + 1, mid + 1, r,
                yql, yqr, xIndex, vmax,
                vmin);
    }
}
void queryX(int index, int l, int r, int
    xql, int xqr, int yql, int yqr, int&
    vmax, int& vmin) {
    if (xql <= l && r <= xqr) {
        queryY(1, 1, N, yql, yqr, index,
            vmax, vmin);
    }
    else {
        int mid = (l + r) / 2;
        if (xql <= mid)
            queryX(index * 2, l, mid, xql,
                xqr, yql, yqr, vmax, vmin);
        if (mid < xqr)
            queryX(index * 2 + 1, mid + 1, r,
                xql, xqr, yql, yqr, vmax,
                vmin);
    }
}
int main() {
    while (scanf("%d", &N) != EOF) {
        int val;
        for (int i = 1; i <= N; ++i) {
            for (int j = 1; j <= N; ++j) {
                scanf("%d", &val);
                modifyX(1, 1, N, val, i, j);
            }
        }
        int q;
        int vmax, vmin;
        int xql, xqr, yql, yqr;
        char op;
        scanf("%d", &q);
        while (q--) {
            getchar(); //for \n
            scanf("%c", &op);
            if (op == 'q') {
                scanf("%d %d %d %d", &xql,
                    &yql, &xqr, &yqr);
                vmax = -0x3f3f3f3f;
                vmin = 0x3f3f3f3f;
                queryX(1, 1, N, xql, xqr,
                    yql, yqr, vmax, vmin);
                printf("%d %d\n", vmax, vmin);
            }
            else {
                scanf("%d %d %d", &xql, &yql,
                    &val);
                modifyX(1, 1, N, val, xql,
                    yql);
            }
        }
    }
    return 0;
}
```

4.3 權值線段樹

```
//權值線段樹 + 離散化 解決區間第k小問題
//其他網路上的解法: 2個heap，Treap，AVL tree
#define maxn 30005
int nums[maxn];
int getArr[maxn];
int id[maxn];
int st[maxn << 2];
void update(int index, int l, int r, int qx)
    {
    if (l == r)
    {
        ++st[index];
        return;
    }

    int mid = (l + r) / 2;
    if (qx <= mid)
        update(index * 2, l, mid, qx);
    else
        update(index * 2 + 1, mid + 1, r, qx);
    st[index] = st[index * 2] + st[index * 2
        + 1];
}
//找區間第k個小的
int query(int index, int l, int r, int k) {
    if (l == r)
        return id[l];
    int mid = (l + r) / 2;
    //k比左子樹小
    if (k <= st[index * 2])
        return query(index * 2, l, mid, k);
    else
        return query(index * 2 + 1, mid + 1,
            r, k - st[index * 2]);
}
int main() {
    int t;
    cin >> t;
    bool first = true;
    while (t--) {
        if (first)
            first = false;
        else
            puts("");
        memset(st, 0, sizeof(st));
        int m, n;
        cin >> m >> n;
        for (int i = 1; i <= m; ++i) {
            cin >> nums[i];
            id[i] = nums[i];
        }
        for (int i = 0; i < n; ++i)
            cin >> getArr[i];
        //離散化
        //防止m == 0
        if (m)
            sort(id + 1, id + m + 1);
        int stSize = unique(id + 1, id + m +
            1) - (id + 1);
        for (int i = 1; i <= m; ++i) {
            nums[i] = lower_bound(id + 1, id
                + stSize + 1, nums[i]) - id;
        }
        int addCount = 0;
        int getCount = 0;
        int k = 1;
        while (getCount < n) {
            if (getArr[getCount] == addCount)
                {
                printf("%d\n", query(1, 1,
                    stSize, k));
                ++k;
                ++getCount;
            }
            else {
                update(1, 1, stSize,
                    nums[addCount + 1]);
                ++addCount;
            }
        }
    }
    return 0;
}
```

4.4 Trie

```
const int maxn = 300000 + 10;
const int mod = 20071027;
int dp[maxn];
int mp[4000*100 + 10][26];
char str[maxn];
struct Trie {
    int seq;
    int val[maxn];
    Trie() {
        seq = 0;
        memset(val, 0, sizeof(val));
        memset(mp, 0, sizeof(mp));
    }
    void insert(char* s, int len) {
        int r = 0;
        for(int i=0; i<len; i++) {
            int c = s[i] - 'a';
            if(!mp[r][c]) mp[r][c] = ++seq;
            r = mp[r][c];
        }
        val[r] = len;
```

```
        return;
    }
    int find(int idx, int len) {
        int result = 0;
        for(int r=0; idx<len; idx++) {
            int c = str[idx] - 'a';
            if(!(r = mp[r][c])) return result;
            if(val[r])
                result = (result + dp[idx +
                    1]) % mod;
        }
        return result;
    }
};
int main() {
    int n, tc = 1;
    while(~scanf("%s%d", str, &n)) {
        Trie tr;
        int len = strlen(str);
        char word[100+10];
        memset(dp, 0, sizeof(dp));
        dp[len] = 1;
        while(n--) {
            scanf("%s", word);
            tr.insert(word, strlen(word));
        }
        for(int i=len-1; i>=0; i--)
            dp[i] = tr.find(i, len);
        printf("Case %d: %d\n", tc++, dp[0]);
    }
    return 0;
}
/****Input****
 * abcd
 * 4
 * a b cd ab
 *************
 ****Output***
 * Case 1: 2
 **************/
```

4.5 單調隊列

```
//單調隊列
"如果一個選手比你小還比你強，你就可以退役了。"

example

給出一個長度為 n 的數組，
輸出每 k 個連續的數中的最大值和最小值。

#include <bits/stdc++.h>
#define maxn 1000100
using namespace std;
int q[maxn], a[maxn];
int n, k;
//得到這個隊列裡的最小值，直接找到最後的就行了
void getmin() {
    int head=0,tail=0;
    for(int i=1;i<k;i++) {
        while(head<=tail&&a[q[tail]]>=a[i])
            tail--;
        q[++tail]=i;
    }
    for(int i=k; i<=n;i++) {
        while(head<=tail&&a[q[tail]]>=a[i])
            tail--;
        q[++tail]=i;
        while(q[head]<=i-k) head++;
        cout<<a[q[head]]<<" ";
    }
    cout<<endl;
}
// 和上面同理
void getmax() {
    int head=0,tail=0;
    for(int i=1;i<k;i++) {
        while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i])tail--;
        q[++tail]=i;
    }
    for(int i=k;i<=n;i++) {
        while(head<=tail&&a[q[tail]]<=a[i])tail--;
        q[++tail]=i;
        while(q[head]<=i-k) head++;
        cout<<a[q[head]]<<" ";
    }
    cout<<endl;
}

int main(){
    cin>>n>>k; //每k個連續的數
    for(int i=1;i<=n;i++) cin>>a[i];
    getmin();
    getmax();
    return 0;
}
```

5 geometry

5.1 intersection

```
using LL = long long;

struct Point2D {
    LL x, y;
};

struct Line2D {
    Point2D s, e;
    LL a, b, c;           // L: ax + by = c
    Line2D(Point2D s, Point2D e): s(s), e(e)
        {
        a = e.y - s.y;
        b = s.x - e.x;
        c = a * s.x + b * s.y;
    }
};

// 用克拉馬公式求二元一次解
Point2D intersection2D(Line2D l1, Line2D l2)
    {
    LL D  = l1.a * l2.b - l2.a * l1.b;
    LL Dx = l1.c * l2.b - l2.c * l1.b;
    LL Dy = l1.a * l2.c - l2.a * l1.c;

    if(D) {         // intersection
        double x = 1.0 * Dx / D;
        double y = 1.0 * Dy / D;
    } else {
        if(Dx || Dy) // Parallel lines
        else         // Same line
    }
}
```

5.2 半平面相交

```
// Q: 給定一張凸包(已排序的點)，
// 找出圖中離凸包外最遠的距離

const int maxn = 100 + 10;
const double eps = 1e-7;

struct Vector {
    double x, y;
    Vector(double x=0.0, double y=0.0):
        x(x), y(y) {}

    Vector operator+(Vector v) {
        return Vector(x+v.x, y+v.y);
    }
    Vector operator-(Vector v) {
        return Vector(x-v.x, y-v.y);
    }
    Vector operator*(double val) {
        return Vector(x*val, y*val);
    }
    double dot(Vector v) { return x*v.x +
        y*v.y; }
    double cross(Vector v) { return x*v.y -
        y*v.x; }
    double length() { return
        sqrt(dot(*this)); }
    Vector unit_normal_vector() {
        double len = length();
        return Vector(-y/len, x/len);
    }
};

using Point = Vector;

struct Line {
    Point p;
    Vector v;
    double ang;
    Line(Point p={}, Vector v={}): p(p),
        v(v) {
        ang = atan2(v.y, v.x);
    }
    bool operator<(const Line& l) const {
        return ang < l.ang;
    }
    Point intersection(Line l) {
        Vector u = p - l.p;
        double t = l.v.cross(u) /
            v.cross(l.v);
        return p + v*t;
    }
};

int n, m;
Line narrow[maxn];  // 要判斷的直線
Point poly[maxn];   //
    能形成半平面交的凸包邊界點

// return true if point p is on the left of
    line l
bool onLeft(Point p, Line l) {
    return l.v.cross(p-l.p) > 0;
}

int halfplaneIntersection() {
    int l, r;
    Line L[maxn];       // 排序後的向量隊列
    Point P[maxn];      // s[i] 跟 s[i-1]
        的交點

    L[l=r=0] = narrow[0]; // notice: narrow
        is sorted
    for(int i=1; i<n; i++) {
        while(l<r && !onLeft(P[r-1],
            narrow[i])) r--;
        while(l<r && !onLeft(P[l],
            narrow[i])) l++;

        L[++r] = narrow[i];
        if(l < r) P[r-1] =
            L[r-1].intersection(L[r]);
    }

    while(l<r && !onLeft(P[r-1], L[l])) r--;
    if(r-l <= 1) return 0;

    P[r] = L[r].intersection(L[l]);

    int m=0;
    for(int i=l; i<=r; i++) {
        poly[m++] = P[i];
    }

    return m;
}
```

```
Point pt[maxn];
Vector vec[maxn];
Vector normal[maxn];// normal[i] = vec[i] 的單位法向量

double bsearch(double l=0.0, double r=1e4) {
    if(abs(r-l) < eps) return l;

    double mid = (l + r) / 2;

    for(int i=0; i<n; i++) {
        narrow[i] = Line(pt[i]+normal[i]*mid, vec[i]);
    }

    if(halfplaneIntersection())
        return bsearch(mid, r);
    else return bsearch(l, mid);
}

int main() {
    while(~scanf("%d", &n) && n) {
        for(int i=0; i<n; i++) {
            double x, y;
            scanf("%lf%lf", &x, &y);
            pt[i] = {x, y};
        }
        for(int i=0; i<n; i++) {
            vec[i] = pt[(i+1)%n] - pt[i];
            normal[i] = vec[i].unit_normal_vector();
        }

        printf("%.6lf\n", bsearch());
    }
    return 0;
}
```

5.3 凸包

```
//Q：平面上給定多個區域，由多個座標點所形成，再給定多點(x,y)，判斷有落點的區域(destroyed)的面積總和。
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int maxn = 500 + 10;
const int maxCoordinate = 500 + 10;

struct Point {
    int x, y;
};

int n;
bool destroyed[maxn];
Point arr[maxn];
vector<Point> polygons[maxn];

void scanAndSortPoints() {
    int minX = maxCoordinate, minY = maxCoordinate;
    for(int i=0; i<n; i++) {
        int x, y;
        scanf("%d%d", &x, &y);
        arr[i] = (Point){x, y};
        if(y < minY || (y == minY && x < minX)) {
    //  If there are floating points, use:
    //  if(y<minY || (abs(y-minY)<eps && x<minX)) {
            minX = x, minY = y;
        }
    }
    sort(arr, arr+n, [minX, minY](Point& a, Point& b){
        double theta1 = atan2(a.y - minY, a.x - minX);
        double theta2 = atan2(b.y - minY, b.x - minX);
        return theta1 < theta2;
    });
    return;
}

//  returns cross product of u(AB) x v(AC)
int cross(Point& A, Point& B, Point& C) {
    int u[2] = {B.x - A.x, B.y - A.y};
    int v[2] = {C.x - A.x, C.y - A.y};
    return (u[0] * v[1]) - (u[1] * v[0]);
}

// size of arr = n >= 3
// st = the stack using vector, m = index of the top
vector<Point> convex_hull() {
    vector<Point> st(arr, arr+3);
    for(int i=3, m=2; i<n; i++, m++) {
        while(m >= 2) {
            if(cross(st[m], st[m-1], arr[i]) < 0)
                break;
            st.pop_back();
            m--;
        }
        st.push_back(arr[i]);
    }
    return st;
}

bool inPolygon(vector<Point>& vec, Point p) {
    vec.push_back(vec[0]);
    for(int i=1; i<vec.size(); i++) {
        if(cross(vec[i-1], vec[i], p) < 0) {
            vec.pop_back();
            return false;
        }
    }
    vec.pop_back();
    return true;
}

      1 | x1  x2  x3  x4  x5        xn |
A = - |   x   x   x   x   x ... x   |
      2 | y1  y2  y3  y4  y5        yn |
double calculateArea(vector<Point>& v) {
    v.push_back(v[0]);       // make v[n] = v[0]
    double result = 0.0;
    for(int i=1; i<v.size(); i++)
        result += v[i-1].x*v[i].y - v[i-1].y*v[i].x;
    v.pop_back();
    return result / 2.0;
}

int main() {
    int p = 0;
    while(~scanf("%d", &n) && (n != -1)) {
        scanAndSortPoints();
        polygons[p++] = convex_hull();
    }

    int x, y;
    double result = 0.0;
    while(~scanf("%d%d", &x, &y)) {
        for(int i=0; i<p; i++) {
            if(inPolygon(polygons[i], (Point){x, y}))
                destroyed[i] = true;
        }
    }
    for(int i=0; i<p; i++) {
        if(destroyed[i])
            result += calculateArea(polygons[i]);
    }
    printf("%.2lf\n", result);
    return 0;
}
```

6 DP

6.1 抽屜

```
long long dp[70][70][2];
// 初始條件
dp[1][0][0] = dp[1][1][1] = 1;
for (int i = 2; i <= 66; ++i){
    // i個抽屜0個安全且上方0 = (底下i - 1個抽屜且1個安全且最上面L) + (底下n - 1個抽屜0個安全且最上方為0)
    dp[i][0][0] = dp[i - 1][1][1] + dp[i - 1][0][0];
    for (int j = 1; j <= i; ++j) {
        dp[i][j][0] = dp[i - 1][j + 1][1] + dp[i - 1][j][0];
        dp[i][j][1] = dp[i - 1][j - 1][1] + dp[i - 1][j - 1][0];
    }
}//答案在 dp[n][s][0] + dp[n][s][1];
```

6.2 Deque 最大差距

```
/*定義dp[l][r]是l ~ r時與先手最大差異值
  轉移式:
  dp[l][r] = max{a[l] - solve(l + 1, r), a[r] - solve(l, r - 1)}
  裡面用減的主要是因為求的是相減且會一直換手，
  所以正負正負...*/
#define maxn 3005
bool vis[maxn][maxn];
long long dp[maxn][maxn];
long long a[maxn];
long long solve(int l, int r) {
    if (l > r)
        return 0;
    if (vis[l][r])
        return dp[l][r];
    vis[l][r] = true;
    long long res = a[l] - solve(l + 1, r);
    res = max(res, a[r] - solve(l, r - 1));
    return dp[l][r] = res;
}
int main() {
    ...
    printf("%lld\n", solve(1, n));
}
```

6.3 LCS 和 LIS

```
//最長共同子序列(LCS)
給定兩序列 A,B ，求最長的序列 C ，
 C 同時為 A,B 的子序列。
//最長遞增子序列 (LIS)
 給你一個序列 A ，求最長的序列 B ，
  B 是一個 (非) 嚴格遞增序列，且為 A 的子序列。
//LCS 和 LIS 題目轉換
LIS 轉成 LCS
    1. A 為原序列， B=sort(A)
    2. 對 A,B 做 LCS
LCS 轉成 LIS
    1. A, B 為原本的兩序列
    2. 最 A 序列作編號轉換，將轉換規則套用在 B
    3. 對 B 做 LIS
    4. 重複的數字在編號轉換時後要變成不同的數字，
       越早出現的數字要越小
    5. 如果有數字在 B 裡面而不在 A 裡面，
       直接忽略這個數字不做轉換即可
```

6.4 RangeDP

```cpp
//區間dp
int dp[55][55]; // dp[i][j] -> [i, j]切割區間中最小的cost
int cuts[55];
int solve(int i, int j) {
    if (dp[i][j] != -1)
        return dp[i][j];
    //代表沒有其他切法，只能是cuts[j] - cuts[i]
    if (i == j - 1)
        return dp[i][j] = 0;
    int cost = 0x3f3f3f3f;
    for (int m = i + 1; m < j; ++m) {
        //枚舉區間中間切點
        cost = min(cost, solve(i, m) +
             solve(m, j) + cuts[j] - cuts[i]);
    }
    return dp[i][j] = cost;
}
int main() {
    int l;
    int n;
    while (scanf("%d", &l) != EOF && l){
        scanf("%d", &n);
        for (int i = 1; i <= n; ++i)
            scanf("%d", &cuts[i]);
        cuts[0] = 0;
        cuts[n + 1] = l;
        memset(dp, -1, sizeof(dp));
        printf("The minimum cutting is
             %d.\n", solve(0, n + 1));
    }
    return 0;
}
```

6.5 stringDP

Edit distance S_1 最少需要經過幾次增、刪或換字變成 S_2

$$dp[i][j] = \begin{cases} i+1 & \text{if} j = -1 \\ j+1 & \text{if} i = -1 \\ dp[i-1][j-1] & \text{if} S_1[i] = S_2[j] \\ \min\left\{\begin{matrix} dp[i][j-1] \\ dp[i-1][j] \\ dp[i-1][j-1] \end{matrix}\right\} + 1 & \text{if} S_1[i] \neq S_2[j] \end{cases}$$

Longest Palindromic Subsequence

$$dp[l][r] = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad l = r \\ dp[l+1][r-1] & \text{if} \quad S[l] = S[r] \\ \max\{dp[l+1][r], dp[l][r-1]\} & \text{if} \quad S[l] \neq S[r] \end{cases}$$

6.6 TreeDP 有幾個 path 長度為 k

```cpp
#define maxn 50005
#define maxk 505
//dp[u][u的child且距離u長度k的數量]
long long dp[maxn][maxk];
vector<vector<int>> G;
int n, k;
long long res = 0;
void dfs(int u, int p) {
    //u自己
    dp[u][0] = 1;
    for (int v: G[u]) {
        if (v == p)
            continue;
        dfs(v, u);
        for (int i = 1; i <= k; ++i) {
            //子樹v距離i - 1的等於對於u來說距離i的
            dp[u][i] += dp[v][i - 1];
        }
    }
    //統計在u子樹中距離u為k的數量
    res += dp[u][k];
    long long cnt = 0;
    for (int v: G[u]) {
        if (v == p)
            continue; //重點算法
        for (int x = 0; x <= k - 2; ++x) {
            cnt += dp[v][x] * (dp[u][k - x -
                 1] - dp[v][k - x - 2]);
        }
    }
    res += cnt / 2;
}
int main() {
    ...
    dfs(1, -1);
    printf("%lld\n", res);
    return 0;
}
```

6.7 TreeDP reroot

```cpp
/*re-root dp on tree O(n + n + n) -> O(n)*/
class Solution {
public:
    vector<int> sumOfDistancesInTree(int n,
         vector<vector<int>>& edges) {
        this->res.assign(n, 0);
        G.assign(n + 5, vector<int>());
        for (vector<int>& edge: edges) {
            G[edge[0]].emplace_back(edge[1]);
            G[edge[1]].emplace_back(edge[0]);
        }
        memset(this->visited, 0,
             sizeof(this->visited));
        this->dfs(0);
        memset(this->visited, 0,
             sizeof(this->visited));
        this->res[0] = this->dfs2(0, 0);
        memset(this->visited, 0,
             sizeof(this->visited));
        this->dfs3(0, n);
        return this->res;
    }
private:
    vector<vector<int>> G;
    bool visited[30005];
    int subtreeSize[30005];
    vector<int> res;
    //求subtreeSize
    int dfs(int u) {
        this->visited[u] = true;
        for (int v: this->G[u]) {
            if (!this->visited[v]) {
                this->subtreeSize[u] +=
                     this->dfs(v);
            }
        }
        //自己
        this->subtreeSize[u] += 1;
        return this->subtreeSize[u];
    }
    //求res[0], 0到所有點的距離
    int dfs2(int u, int dis) {
        this->visited[u] = true;
        int sum = 0;
        for (int v: this->G[u]) {
            if (!visited[v]) {
                sum += this->dfs2(v, dis + 1);
            }
        }
        //要加上自己的距離
        return sum + dis;
    }
    //算出所有的res
    void dfs3(int u, int n) {
        this->visited[u] = true;
        for (int v: this->G[u]) {
            if (!visited[v]) {
                this->res[v] = this->res[u] +
                     n - 2 *
                     this->subtreeSize[v];
                this->dfs3(v, n);
            }
        }
    }
};
```

6.8 WeightedLIS

```cpp
#define maxn 200005
long long dp[maxn];
long long height[maxn];
long long B[maxn];
long long st[maxn << 2];
void update(int p, int index, int l, int r,
     long long v) {
    if (l == r) {
        st[index] = v;
        return;
    }
    int mid = (l + r) >> 1;
    if (p <= mid)
        update(p, (index << 1), l, mid, v);
    else
        update(p, (index << 1) + 1, mid + 1,
             r, v);
    st[index] = max(st[index << 1],
         st[(index << 1) + 1]);
}
long long query(int index, int l, int r, int
     ql, int qr) {
    if (ql <= l && r <= qr)
        return st[index];
    int mid = (l + r) >> 1;
    long long res = -1;
    if (ql <= mid)
        res = max(res, query(index << 1, l,
             mid, ql, qr));
    if (mid < qr)
        res = max(res, query((index << 1) +
             1, mid + 1, r, ql, qr));
    return res;
}
int main() {
    int n;
    scanf("%d", &n);
    for (int i = 1; i <= n; ++i)
        scanf("%lld", &height[i]);
    for (int i = 1; i <= n; ++i)
        scanf("%lld", &B[i]);
    long long res = B[1];
    update(height[1], 1, 1, n, B[1]);
    for (int i = 2; i <= n; ++i) {
        long long temp;
        if (height[i] - 1 >= 1)
            temp = B[i] + query(1, 1, n, 1,
                 height[i] - 1);
        else
            temp = B[i];
        update(height[i], 1, 1, n, temp);
        res = max(res, temp);
    }
    printf("%lld\n", res);
    return 0;
}
```