

目录

第一章集合与常用逻辑用语	5
集合部分	5
常用逻辑用语部分	6
第二章函数	9
函数的性质（基础）	9
函数的性质（拔高）	9
指对幂函数	10
函数的零点	11
函数图像	12
第三章导数	14
导切线方程	14
构造函数	15
单调性、极值、最值	15
其他	15
主观题（理）	16
主观题（文）	21
第四章三角函数与解三角形	27
三角函数基本内容	27
图像的平移	27
三角函数图像及其性质	28
解三角形（客观题）	30
解三角形（主观题）	30
第五章平面向量	36
模长问题	36
平行垂直问题	36
夹角问题	36
线性表示	37
向量与三角	37
最值问题	37
第六章数列	39

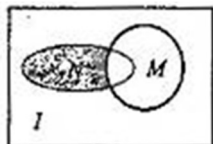
等差数列	39
等比数列	40
数列求通项	40
数列求和	41
综合	41
主观题	42
第七章不等式	47
第八章立体几何.....	50
空间几何体的三视图.....	50
空间几何体及其表面积和体积.....	53
外接球问题	54
点、直线、面位置关系.....	56
解答题（理）	56
第九章圆锥曲线.....	63
客观题（圆）	63
客观题（椭圆）	64
客观题（双曲线）	64
客观题（抛物线）	66
客观题（综合）	67
主观题（定值、定点问题）	68
主观题（最值、范围问题）	71
主观题（向量与圆锥曲线）	74
主观题（其他）	76
第十章概率统计.....	78
客观题统计	78
客观题回归直线方程.....	78
客观题几何概型.....	79
客观题古典概型.....	80
客观题排列组合.....	80
客观题二项式定理.....	81
主观题（理科）	82
第十一章程序框图.....	93

第十二章复数	97
第十三章不等式选讲	99
第十四章坐标系与参数方程	104
参考答案	110

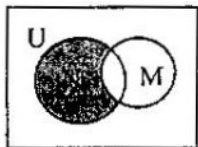
第一章集合与常用逻辑用语

集合部分

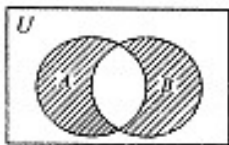
1. (2012 文科二模) 已知集合 $M = \{x | y = \sqrt{3-x^2}\}$, $N = \{x | |x+1| \leq 2\}$, 全集 $I = R$ 则右图中阴影部分表示的集合为:



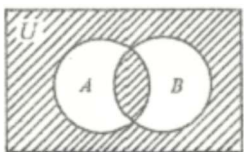
2. (2012 理科二模) 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-4}}$ 的定义域为 M , $N = \{x | \log_2(x-1) < 1\}$, 全集 $U = R$, 则图中阴影部分表示的集合为:



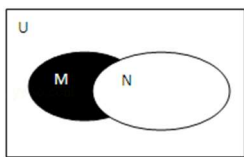
3. (2013 理科二模) 已知全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4\}$, 则下图阴影部分表示的集合为:



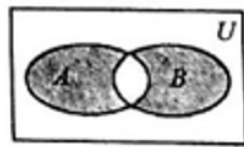
4. (2013 文科二模) 已知全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4\}$, 则下图阴影部分表示的集合为:



5. (2015 理科一模) 已知全集 $U = R$, 集合 $M = \{x | (x-1)(x+3) < 0\}$, $N = \{x | |x| \leq 1\}$, 则下图阴影部分表示的集合是:



6. (2017 三模) 已知全集 $U = R$, 集合 $A = \{x | x(x+2) < 0\}$, $B = \{x | |x| \leq 1\}$, 则下图阴影部分表示的集合是:



7. (2018 文科三模) 已知集合 $A = \{x | x^2 - 1 < 0\}$, $B = \{x | x > \frac{2}{3}\}$, 则 $A \cap B =$
8. (2012 理科三模) 已知集合 $A = \{x | \lg x \leq 1\}$, $B = \{x | 2^x \leq 4\}$, 则 $A \cap B =$
9. (2013 文科一模) 已知集合 $A = \{y | y = \log_2 x, x \geq 1\}$, $B = \{y | y = \frac{1}{x}, x > 1\}$, 则 $A \cap B =$
10. (2013 理科一模) 设集合 $A = \{y | y = \ln x, x \geq 1\}$, $B = \{y | y = 1 - 2^x, x \in R\}$, 则 $A \cap B =$
11. (2014 文科一模) 已知集合 $M = \{x | -1 < x < 1\}$, $N = \{x | 3^x > 1\}$, 则 $M \cap N =$
12. (2014 理科三模) 已知 $M = \{y | y = x^2\}$, $N = \{y | x^2 + y^2 = 2\}$, 则 $M \cap N =$
13. (2015 文科一模) 已知集合 $A = \{x | y = \sqrt{1-x}\}$, $B = \{y | y = x^2\}$, 则 $A \cap B =$
14. (2015 文科二模) 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$, 则 $A \cap B =$
15. (2016 文科三模) 已知集合 $A = \{1, 2, \frac{1}{2}\}$, 集合 $B = \{y | y = x^2, x \in A\}$, 则 $A \cap B =$
16. (2017 文科一模) 已知集合 $A = \{x | y = \lg(x-1)\}$, $B = \{x | |x| < 2\}$, 则 $A \cap B =$
17. (2017 理科一模) 已知集合 $A = \{x | y = \lg(x+1)\}$, $B = \{x | |x| < 2\}$, 则 $A \cap B =$
18. (2018 理科一模) 已知集合 $A = \{y | y = \log_2 x, x > 2\}$, $B = \{y | y = (\frac{1}{2})^x, x < 1\}$, 则 $A \cap B =$
19. (2018 文科一模) 已知集合 $A = \{y | y = \log_2 x, x > 1\}$, B

$$= \{x \mid y = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}\}, \text{ 则 } A \cap B =$$

20. (2017 文科二模) 已知 $A = \{1, 2, 4\}, B = \{y \mid y = \log_2 x, x \in A\}$, 则 $A \cup B =$

21. (2014 理科一模) 已知 $U = \{y \mid y = \log_2 x, x > 1\}, P = \{y \mid y = \frac{1}{x}, x > 2\}$, 则 $\complement_U P =$

22. (2012 文科一模) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{2, 5\}, B = \{4, 5\}$, 则 $\complement_U (A \cup B) =$

23. (2018 理科三模) 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 < 0\}, B = \{x \mid 2x - 3 > 0\}$, 则 $A \cap \complement_R B =$

24. (2016 理科三模) 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x-1| < 3\}, B = \{x \mid x^2 + 2x - 3 \geq 0\}$, 则 $A \cap \complement_R B =$

25. (2017 理科二模) 已知全集 $U = \mathbb{R}, A = \{0, 1, 2, 3\}, B = \{y \mid y = 2^x, x \in A\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$

26. (2012 文科三模) 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, A = \{2, 4, 5, 7\}, B = \{3, 4, 5\}$, 则 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) =$

27. (2016 理科一模) 已知全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $A = \{0, 1, 3\}$, 集合 $B = \{2, 6\}$, 则 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) =$

28. (2014 文科三模) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}, B = \{x \mid x = 2a, a \in A\}$, 则 $\complement_U (A \cup B) =$

29. (2014 文科二模) 已知集合 $A = \{x \mid x - \frac{1}{x} = 0, x \in \mathbb{R}\}$, 则满足 $A \cup B = \{-1, 0, 1\}$ 的集合 B 的个数是:

30. (2018 文科二模) 设集合 $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}, B = \mathbb{N}$, 则集合 $A \cap B$ 的子集的个数是:

31. (2016 理科二模) 已知集合 $A = \{x \mid \log_2(x-1) < 2\}, B = \{x \mid a < x < 6\}$, 且 $A \cap B = \{x \mid 2 < x < b\}$, 则 $a + b =$

32. (2018 理科二模) 设 U 为全集, 集合 A, B, C 满足 $A \subseteq C, B \subseteq \complement_U C$, 则下列结论中不成立的是 ()

- A. $A \cap B = \emptyset$ B. $(\complement_U A) \supseteq B$
C. $(\complement_U B) \cap A = A$ D. $A \cup (\complement_U B) = U$

33. (2014 理科二模) 已知集合 $M = \{-1, 0, 1\}, N = \{x \mid x = ab, a, b \in M, a \neq b\}$, 则集合 M, N 的关系是 ()

- A. $M = N$ B. $M \subsetneq N$ C. $N \subsetneq M$ D. $M \cap N = \emptyset$

34. (2016 文科一模) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $M = \{3, 4, 5\}, N = \{1, 2, 5\}$, 则集合 $\{1, 2\}$ 可以表示为 ()

- A. $M \cap N$ B. $(\complement_U M) \cap N$
C. $M \cap (\complement_U N)$ D. $(\complement_U M) \cap (\complement_U N)$

35. (2015 理科二模) 已知 i 为虚数单位, 集合 $A = \{1, 2, zi\}, B = \{1, 3\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, 则复数 $z =$

常用逻辑用语部分

1. (2012 文科二模) 下列命题为正确的是:

- A. 若命题 P 为真命题, 命题 q 为假命题, 则命题 “ $p \wedge q$ ” 为真命题
B. 命题 “若 $xy = 0$, 则 $x = 0$ ” 的否命题为 “若 $xy = 0$, 则 $x \neq 0$ ”
C. “ $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ” 是 “ $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ” 的充分不必要条件
D. 命题 “ $\forall x \in \mathbb{R}, 2^x > 0$ ” 的否定是 “ $\exists x_0 \in \mathbb{R}, 2^{x_0} \leq 0$ ”

2. (2012 理科二模) 下列判断错误的是:

- A. “ $am^2 < bm^2$ ” 是 “ $a < b$ ” 的充分不必要条件
B. 命题 “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^3 - x^2 - 1 \leq 0$ ” 的否定为 “ $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^3 - x_0^2 - x_0 > 0$ ”
C. 若 p, q 均为假命题, 则 $p \wedge q$ 为假命题
D. 若 $\xi \sim B(4, 0.25)$, 则 $D\xi = 1$

3. (2013 文科一模) 下列说法正确的是 ()

- A. 若命题 p, q 都是真命题, 则命题 “ $p \wedge q$ ” 为真命题
B. 命题 “若 $xy = 0$, 则 $x = 0$ 或 $y = 0$ ” 的否命题为 “若 $xy \neq 0$, 则 $x \neq 0$ 或 $y \neq 0$ ”
C. 命题 “ $\forall x \in R, 2^x > 0$ ” 的否定是 “ $\exists x_0 \in R, 2^{x_0} \geq 0$ ”
D. “ $x = -1$ ” 是 “ $x^2 - 5x - 6 = 0$ ” 的必要不充分条件

4. (2013 理科一模) 下列有关命题的说法正确的是 ()

- A. 命题 “若 $x^2 = 1$, 则 $x = 1$ ” 的否命题为: “若 $x^2 = 1$, 则 $x \neq 1$ ”
B. “ $x = -1$ ” 是 “ $x^2 - 5x - 6 = 0$ ” 的必要不充分条件
C. 命题 “ $\exists x \in R$, 使得 $x^2 + x + 1 < 0$ ” 的否定是: “ $\forall x \in R$, 均有 $x^2 + x + 1 < 0$ ”
D. 命题 “若 $x = y$, 则 $\sin x = \sin y$ ” 的逆否命题为真命题

5. (2014 文科一模) 下列命题中, 真命题是 ()

- A. $\exists x \in [0, \frac{\pi}{2}], \sin x + \cos x \geq 2$
B. $\forall x \in (3, +\infty), x^2 > 2x + 1$
C. $\exists x \in R, x^2 + x = -1$
D. $\forall x \in (\frac{\pi}{2}, \pi), \tan x > \sin x$

6. (2016 三模) 下列命题错误的是 ()

- A. 命题 “若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 $x = y = 0$ ” 的逆否命题为 “若 x, y 中至少有一个不为 0, 则 $x^2 + y^2 \neq 0$ ”
B. 若命题 $p: \exists x_0 \in R, x_0 + 1 \leq 0$, 则 $\neg p: \forall x \in R, x + 1 > 0$
C. $\triangle ABC$ 中, $\sin A > \sin B$ 是 $A > B$ 的充要条件
D. 若向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$, 则 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为钝角

7. (2018 理科二模) 下列命题中错误的是 ()

- A. 若命题 $p: \exists x_0 \in R$, 使得 $x_0^2 \leq 0$, 则 $\neg p: \forall x \in R$, 都有 $x^2 > 0$
B. 若随机变量 $X \sim N(2, \sigma^2)$, 则 $P(X > 2) = 0.5$
C. 设函数 $f(x) = x^2 - 2^x$, 则函数 $f(x)$ 有两个不同的零点
D. “ $a > b$ ” 是 “ $a + c > b + c$ ” 的充分必要条件

8. (2015 文科二模) 下列命题中的假命题是:

- A. $\exists x_0 \in R, \lg x_0 = 1$ B. $\exists x_0 \in R, \sin x_0 = 0$
C. $\forall x \in R, x^3 > 0$ D. $\forall x \in R, 2^x > 0$

9. (2015 理科二模) 下列命题中的假命题是:

- A. $\forall x \in R, e^x > 0$ B. $\forall x \in R, x^2 \geq 0$
C. $\exists x_0 \in R, \sin x_0 = 2$ D. $\exists x_0 \in R, 2^{x_0} > x_0^2$

10. (2012 文科三模) 已知命题:

- ① 若 $a + b$ 不是偶数, 则 a, b 不都是偶数。② “菱形的两条对角线互相垂直” 的逆命题; ③ “若 $a > b$, 则 $a + c > b + c$ ” 的逆否命题; ④ “若 $a + b \neq 3$, 则 $a \neq 1$ 或 $b \neq 2$ ” 的否命题。

上述命题中真命题的个数为:

11. (2012 理科三模) 下列说法中错误的个数是:

- ① 一个命题的逆命题为真, 它的否命题也一定为真;
② 命题 “ $\forall x \in R, x^2 - x \leq 0$ ” 的否定是 “ $\exists x \in R, x^2 - x \geq 0$ ”;
③ “矩形的两条对角线相等” 的逆命题是真命题;
④ “ $x \neq 3$ ” 是 “ $|x| \neq 3$ ” 成立的充分条件。

12. (2016 文科一模) 对于下列四个命题

- $p_1: \exists x_0 \in (0, +\infty), (\frac{1}{2})^{x_0} < (\frac{1}{3})^{x_0}$;
 $p_2: \exists x_0 \in (0, 1), \log_{\frac{1}{2}} x_0 > \log_{\frac{1}{3}} x_0$;
 $p_3: \forall x \in (0, +\infty), (\frac{1}{2})^x < \log_{\frac{1}{2}} x$;
 $p_4: \forall x \in (0, \frac{1}{3}), (\frac{1}{2})^x < \log_{\frac{1}{3}} x$ 。

其中的真命题是:

13. (2017 理科一模) 已知 $D = \{(x, y) \mid \begin{cases} x + y - 2 \leq 0, \\ x - y + 2 \leq 0, \\ 3x - y + 6 \geq 0 \end{cases}\}$,

给出下列四个命题:

- $P_1: \forall (x, y) \in D, x + y + 1 \geq 0, P_2: \forall (x, y) \in D, 2x - y + 2 \leq 0,$

$P_3: \exists(x, y) \in D, \frac{y+1}{x-1} \leq -4, P_4: \exists(x, y) \in D, x^2 + y^2 \leq 2$, 其中真命题的是:

14. (2018 理科三模) “ $a^2 + b^2 = 1$ ” 是 “ $a \sin \theta + b \cos \theta \leq 1$ 恒成立” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

15. (2018 文科二模) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n 则 “ $a_1 > 0$ ” 是 “ $S_3 > S_2$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 既不充分也不必要条件 D. 充要条件

16. (2017 文科三模) 已知 $p: a > |b|, q: a^2 > b^2$, 则下列结论正确的是 ()

- A. p 是 q 的充分不必要条件
B. p 是 q 的必要不充分条件
C. p 是 q 的既不充分也不必要条件
D. p 是 q 的充要条件

17. (2014 文科二模) 设非零实数 a, b , 则 “ $a^2 + b^2 \geq 2ab$ ” 是 “ $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ ” 成立的: 条件

18. (2018 文科三模) 设命题 p : 函数 $y = \sin 2x$ 的最小正周期为 π ; 命题 q : 函数 $y = \cos x$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称, 则下列结论正确的是 ()

- A. p 为假 B. $\neg q$ 为假
C. $p \vee q$ 为假 D. $p \wedge q$ 为假

19. (2018 一模) 已知命题 $p: \exists x_0 \in R, x_0^2 - x_0 + 1 \geq 0$; 命题 q : 若 $a < b$, 则 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 则下列为真命题的是:

- A. $p \wedge q$ B. $p \wedge \neg q$ C. $\neg p \wedge q$ D. $\neg p \wedge \neg q$

20. (2017 文科二模) 若命题 “ $\forall x \in (0, +\infty), x + \frac{1}{x} \geq m$ ” 是假命题, 则实数 m 的取值范围是:

21. (2014 理科一模) 命题 $p: \exists x_0 \in R, e^{x_0} - mx = 0, q: \forall x \in R, x^2 + mx + 1 \geq 0$, 若 $p \vee (\neg q)$ 为假命题, 则实数 m 的取值范围是:

第二章函数

函数的性质（基础）

1. (2013 文科一模) 下列函数中, 在 $(0,1)$ 上单调递减的是 ()

A. $y = |x-1|$ B. $y = (x+1)^2$

C. $y = x^{\frac{1}{2}}$ D. $y = 2^{x+1}$

2. (2016 理科二模) 下列函数中, 在其定义域内既是奇函数又是单调递增的函数是 ()

A. $y = -\frac{1}{x}$ B. $y = 3^{-x} - 3^x$

C. $y = x|x|$ D. $y = x^3 - x$

3. (2018 文科二模) 下列函数中, 既是奇函数又在 $(0, +\infty)$ 上单调递增的函数是 ()

A. $y = e^x + e^{-x}$ B. $y = \ln(|x|+1)$

C. $y = \frac{\sin x}{|x|}$ D. $y = x - \frac{1}{x}$

4. (2016 文科二模) 下列函数中, 既是偶函数, 又在 $(0, +\infty)$ 单调递增的函数是 ()

A. $y = -x^2$ B. $y = 2^{-|x|}$ C. $y = \left|\frac{1}{x}\right|$ D. $y = \lg|x|$

5. (2014 文科二模) 下列函数中, 既是偶函数又在 $(0, +\infty)$ 上单调递增的函数是 ()

A. $y = 2x^3$ B. $y = |x|+1$

C. $y = -x^2 + 4$ D. $y = 2^{-|x|}$

6. (2012 理科一模) 下列函数中, 既是偶函数又在 $(0, +\infty)$ 内单调递减的函数是 ()

A. $y = x^2$ B. $y = |x|+1$ C. $y = -\lg|x|$ D. $y = 2^{|x|}$

7. (2012 文科二模) 设 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 3^x - 2x + a$, 则 $f(-2) =$

8. (2014 理科一模) 若函数 $f(x)$ 同时具有以下两个性质:

① $f(x)$ 是偶函数; ② 对 $\forall x \in R$, 都有 $f(\frac{\pi}{4} + x) = f(\frac{\pi}{4} - x)$,

则 $f(x)$ 的解析式可以是 ()

A. $f(x) = \cos x$ B. $f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{2})$

C. $f(x) = \sin(4x + \frac{\pi}{2})$ D. $f(x) = \cos 6x$

函数的性质（拔高）

1. (2014 三模) 若函数 $f(x) = x^3 + (b - |a|)x^2 + (a^2 - 4b)x$ 是奇函数, 则 $f'(0)$ 的最小值是:

2. (2016 文科二模) 若函数 $f(x) = \frac{tx^2 + 2x + t^2 + \sin x}{x^2 + t}$ 的最大值为 M , 最小值为 N , 且 $M + N = 4$, 则实数 $t =$

3. (2016 理科二模) 若 $f(x) = \frac{2tx^2 + \sqrt{2}t \sin(x + \frac{\pi}{4}) + x}{2x^2 + \cos x}$ 的最大值为 a , 最小值为 b , 且 $a + b = 2$, 则实数 $t =$

4. (2018 文科一模) 已知定义在 R 上的函数满足 $f(x) + f(-x) = 4x^2 + 2$, 设 $g(x) = f(x) - 2x^2$, 若 $g(x)$ 的最大值和最小值分别为 M, m , 则 $M + m =$

5. (2016 理科一模) 设函数 $f(x) = e^x + x - 2, g(x) = \ln x + x^2 - 3$, 若实数 a, b 满足 $f(a) = g(b) = 0$, 则 ()

- A. $f(b) < 0 < g(a)$ B. $g(a) < 0 < f(b)$
C. $0 < g(a) < f(b)$ D. $f(b) < g(a) < 0$

6. (2013 理科二模) “求方程 $(\frac{3}{5})^x + (\frac{4}{5})^x = 1$ 的解” 有如下思路: 设 $f(x) = (\frac{3}{5})^x + (\frac{4}{5})^x$, 则 $f(x)$ 在 R 上单调递减,

且 $f(2) = 1$, 所以原方程有唯一解 $x = 2$, 类比上述解题思路, 不等式 $x^6 - (x+2) > (x+2)^3 - x^2$ 的解集是:

7. (2013 文科二模) 已知函数 $f(x) = \ln x, 0 < x_1 < x_2 < \frac{1}{e}$,

则下列结论正确的是 ()

- A. $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] < 0$
B. $f(\frac{x_1 + x_2}{2}) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$
C. $x_1 f(x_2) > x_2 f(x_1)$ D. $x_2 f(x_2) > x_1 f(x_1)$

8. (2016 文科一模) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(-x), & x < 0 \end{cases}$, 若

$f(a) > f(-a)$, 则实数 a 的取值范围是:

9. (2015 理科一模) 已知定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 满足

$f(\frac{3}{2} - x) = f(x), f(-2) = -3$, 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,

且 $a_1 = -1, S_n = 2a_n + n, n \in N^*$, 则 $f(a_5) + f(a_6) =$

10. (2012 理科三模) 已知函数 $f(x+1)$ 是偶函数, 且 $x > 1$ 时, $f'(x) < 0$ 恒成立, 又 $f(4) = 0$, 则 $(x+3)f(x+4) < 0$ 的解集为:

11. (2017 三模) 已知函数 $f(x)$ 是偶函数, $f(x+1)$ 是奇

函数, 且对 $\forall x_1, x_2 \in [0, 1]$, 且 $x_1 \neq x_2$ 时, 都有 $(x_1 - x_2) \cdot$

$[f(x_1) - f(x_2)] < 0$, 设 $a = f(\frac{82}{11}), b = -f(\frac{50}{9}), c = f(\frac{24}{7})$,

则下列结论正确的是 ()

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $b > c > a$ D. $c > a > b$

指对幂函数

1. (2015 理科三模) 已知 $a > b > 1, c < 0$, 下列结论正确的是 ()

- A. $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$ B. $a^c < b^c$
C. $\log_a b > \log_b a$ D. $\tan a > \tan b$

2. (2018 二模) 已知 $a = 2^{1.1}, b = 5^{0.4}, c = \ln \frac{5}{2}$, 则 ()

- A. $b > c > a$ B. $a > c > b$
C. $b > a > c$ D. $a > b > c$

3. (2018 三模) 若 $0 < a < b < 1$, 则 $a^b, b^a, \log_b a, \log_{\frac{1}{a}} b$ 的大小关系为 ()

- A. $a^b > b^a > \log_b a > \log_{\frac{1}{a}} b$ B. $b^a > a^b > \log_{\frac{1}{a}} b > \log_b a$
C. $\log_b a > a^b > b^a > \log_{\frac{1}{a}} b$ D. $\log_b a > b^a > a^b > \log_{\frac{1}{a}} b$

4. (2018 文科三模) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} a \cdot 2^x, & x \geq 0 \\ 2^{-x}, & x < 0 \end{cases}$, 若

$f[f(-1)] = -1$, 则实数 $a =$

5. (2015 文科三模) 若不等式 $2^x(x-a) > 1$ 在 $(0, +\infty)$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是:

6. (2014 文科三模) 已知函数: $f(x) = x^2, g(x) = 2^x, h(x) = \log_2 x$, 当 $a \in (4, +\infty)$ 时, 下列选项正确的是 ()

- A. $f(a) > g(a) > h(a)$ B. $g(a) > f(a) > h(a)$
C. $g(a) > h(a) > f(a)$ D. $f(a) > h(a) > g(a)$

7. (2018 文科三模) 设不等式组 $\begin{cases} 3x + y \geq 10 \\ x + 3y \leq 6 \end{cases}$ 表示的平面区域为 D , 若在区域 D 上存在函数 $y = \log_a x, a > 1$ 图象上的点, 则实数 a 的取值范围是:

8. (2018 理科二模) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |x+2|, & -3 \leq x < 0 \\ \log_a x, & x > 0 \end{cases}$

($a > 0, a \neq 1$), 若函数 $f(x)$ 的图像上有且只有一对点关于 y 轴对称, 则实数 a 的取值范围是:

9. (2015 理科三模) 已知 $x, y > 0$, 且 $\log_2(x-2y) + \log_2(x+2y) = 2$, 则 $z = x - y$ 的最小值为:

函数的零点

1. (2015 文科一模) 已知实数 $a > 1, 0 < b < 1$, 则函数 $f(x) = a^x + x - b$ 的零点所在的区间是 ()

- A. $(-2, -1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, 2)$

2. (2015 理科一模) 已知实数 a, b 满足 $2^a = 3, 3^b = 2$, 则函数 $f(x) = a^x + x - b$ 的零点所在的区间是 ()

- A. $(-2, -1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, 2)$

3. (2016 理科三模) 已知 $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的单调函数, 且对任意的 $x > 0$, 都有 $f[f(x) - \log_2 x] = 3$, 则方程 $f(x) - f'(x) = 2$ 的解所在的区间是 ()

- A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(\frac{1}{2}, 1)$ C. $(1, 2)$ D. $(2, 3)$

4. (2013 文科二模) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{|x-4|}, & x \neq 4 \\ a, & x = 4 \end{cases}$, 若

函数 $y = f(x) - 2$ 有 3 个零点, 则实数 $a =$

5. (2016 文科三模) 函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 且满足 $f(x) = f(x+2)$ 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = 2x$, 若在区间 $[-2, 3]$ 上方程 $ax + 2a - f(x) = 0$ 恰有四个不相等的实数根, 则实数 a 的取值范围是:

6. (2014 文科二模) 已知定义在 R 上的函数 $y = f(x)$ 满足 $f(x) = f(x+2)$, 当 $-1 < x \leq 1$ 时, $f(x) = x^3$, 若函数 $g(x) = f(x) - \log_a |x|$ 至少有 6 个零点, 则 a 的取值范围是:

7. (2017 文科二模) 已知 $f(x) = x^2 e^x$, 若函数 $g(x) = f^2(x) - kf(x) + 1$ 恰有三个零点, 则 $k =$

8. (2017 理科二模) 已知 $f(x) = x^2 e^x$, 若函数 $g(x) = f^2(x) - kf(x) + 1$ 恰有四个零点, 则实数 $k \in$

9. (2016 文科二模) 已知函数 $f(x) = |\log_2 |x-1||$, 且关于 x 的方程 $[f(x)]^2 + af(x) + 2b = 0$ 有 6 个不同的实数解, 若最小的实数解为 -1 , 则 $a + b =$

10. (2012 理科一模) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ \log_2 x, & x > 0 \end{cases}$, 则

函数 $y = f[f(x)+1]$ 的零点个数是:

11. (2016 理科一模) 若函数 $f(x) = x^2 + \frac{2}{x} - a \ln x (a > 0)$

有唯一零点 x_0 , 且 $m < x_0 < n$ (m, n 为相邻整数), 则 $m+n =$

12. (2013 理科二模) 函数 $f(x) = (\frac{1}{2})^{|x-1|} + 2 \cos \pi x (-2 \leq x \leq 4)$ 的所有零点之和为:

13. (2015 理科三模) 定义在 R 上的奇函数 $f(x)$, 当 $x \geq 0$

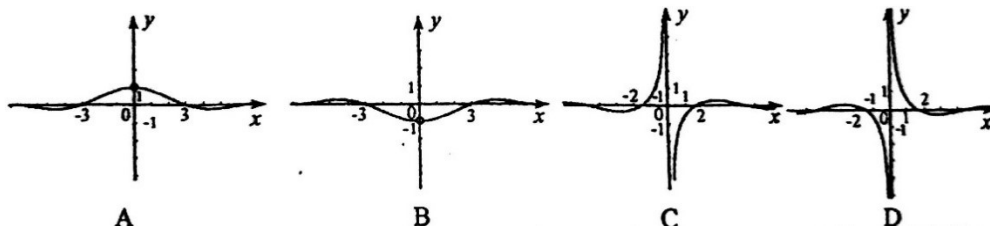
时, $f(x) = \begin{cases} |x-3|-1, & x > 1 \\ \log_2(x+1), & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$, 则函数 $g(x) = f(x) - m$

($0 < m < 1$) 的所有零点之和为:

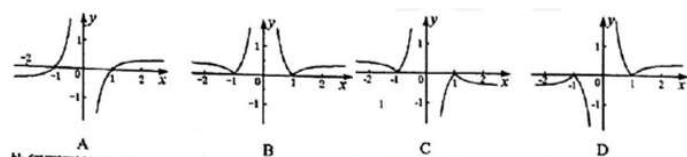
14. (2014 理科二模) 已知定义在 R 上的函数满足: $f(x)$

$= \begin{cases} x^2 + 2, & x \in [0, 1) \\ 2 - x^2, & x \in [-1, 0) \end{cases}$, 且 $f(x+2) = f(x), g(x) = \frac{2x+5}{x+2}$,

则方程 $f(x) = g(x)$ 在区间 $[-7, 3]$ 上的所有实数根之和为:



3. (2017 文数二模) 函数 $f(x) = \frac{\ln|x|}{|x|}$ 的图象大致为 ()



4. (2017 理数二模) 函数 $f(x) = \frac{\ln|x-1|}{|1-x|}$ 的图象大致为 ()

15. (2013 理科一模) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^3, & -1 < x \leq 0 \\ f(x-1)+1, & x > 0 \end{cases}$,

若函数 $g(x) = f(x) - x$ 的零点按从小到大的顺序排列成一个数列, 则该数列的通项公式为:

16. (2012 文科二模) 已知函数 $f(x) = |\log_3(x-1)| - (\frac{1}{3})^x$

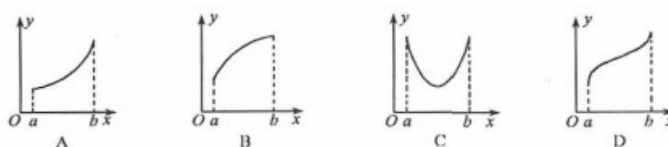
有两个零点 x_1, x_2 , 则 ()

- A. $x_1 x_2 < 1$ B. $x_1 x_2 > x_1 + x_2$
C. $x_1 x_2 = x_1 + x_2$ D. $x_1 x_2 < x_1 + x_2$

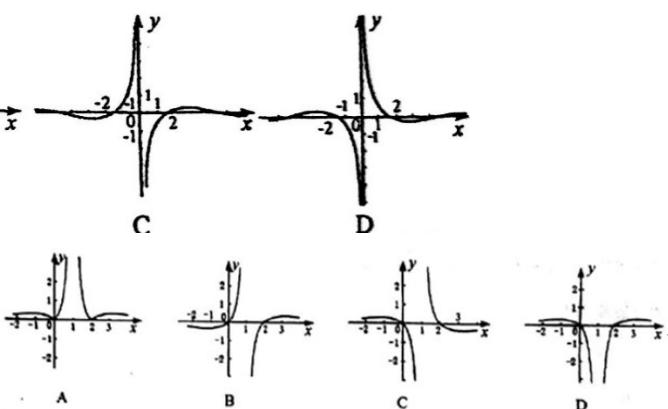
函数图像

1. (2015 二模) 已知函数 $f(x)$ 的导函数在 (a, b) 上的图象

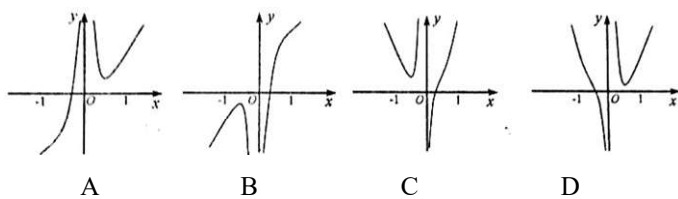
关于直线 $x = \frac{a+b}{2}$ 对称, 则函数 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的图象可能是:



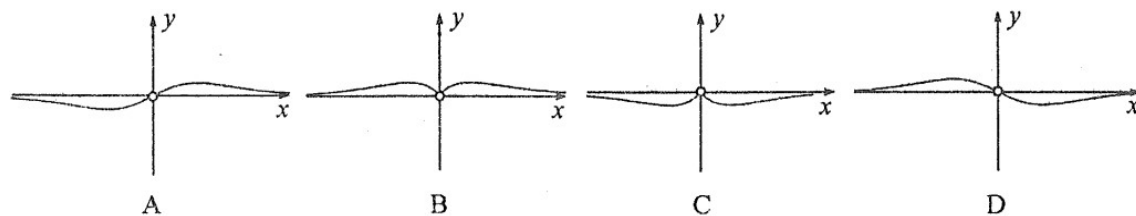
2. (2017 理科一模) 函数 $f(x) = \frac{\cos x}{x}$ 的图象大致为 ()



5. (2018 理科一模) 函数 $y = x^2 + \frac{\ln|x|}{x}$ 的图像大致为:



6. (2018 文科一模) 函数 $f(x) = \frac{2^x \cdot x^2}{4^x - 1}$ 的图像大致为:



第三章导数

导切线方程

1. (2018 文科一模) 函数 $y = e^x + \sin x$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程是:
2. (2016 理科一模) 已知函数 $f(x) = x - 4\ln x$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为:
3. (2015 文科一模) 函数 $f(x) = xe^x$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程是:
4. (2013 理科一模) 函数 $f(x) = x^2 + 3xf'(1)$, 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程为:
5. (2013 文科一模) 已知 $a \in R$, 函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + (a-3)x$ 的导函数是偶函数, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为:
6. (2015 文科三模) 已知函数 $y = \frac{\ln x}{x}$ 在点 $(m, f(m))$ 处的切线平行于 x 轴, 则实数 $m =$
7. (2012 文科三模) 设函数 $f(x) = g(x) + x^2$, 曲线 $y = g(x)$ 在点 $(1, g(1))$ 处的切线方程为 $y = 2x + 1$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处切线的斜率为:
8. (2017 文科三模) 已知过点 $P(2, -2)$ 的直线 l 与曲线

$y = \frac{1}{3}x^3 - x$ 相切, 则直线 l 的方程为:

9. (2016 文科三模) 曲线 $f(x) = x \ln x$ 在点 $P(1, 0)$ 处的切线 l 与坐标轴围成的三角形的外接圆方程是:

10. (2014 年文科一模) 已知方程 $\frac{|\sin x|}{x} = k$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个不同的解 α, β , 且 $\alpha < \beta$, 则下面结论正确的是:

A. $\sin \alpha = \alpha \cos \beta$ B. $\sin \alpha = -\alpha \cos \beta$
C. $\cos \alpha = \beta \sin \beta$ D. $\sin \beta = -\beta \sin \alpha$

11. (2014 年理科一模) 已知方程 $\frac{|\sin x|}{x} = k$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个不同的解 α, β , 且 $\alpha < \beta$, 则下面结论正确的是 ()

A. $\sin 2\alpha = 2\alpha \cos^2 \alpha$ B. $\cos 2\alpha = 2\alpha \sin^2 \alpha$
C. $\sin 2\beta = 2\beta \cos^2 \beta$ D. $\cos 2\beta = 2\beta \sin^2 \beta$

12. (2016 年文科一模) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2ax, g(x) = 3a^2 \ln x + b$, 设两曲线 $y = f(x), y = g(x)$ 有公共点, 且在该点处的切线相同, 则当 $a > 0$ 时, 实数 b 的最大值是:

13. (2017 年理科一模) 函数 $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2ax (a > 0)$ 与 $g(x) = a^2 \ln x + b$ 有公共点, 且在公共点处的切线方程相同, 则实数 b 的最大值为:

构造函数

1. (2014 理科二模) 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足:
 $f(-x) + f(x) = x^2$, 当 $x < 0$ 时, $f'(x) < x$, 则不等式

$f(x) + \frac{1}{2} \geq f(1-x) + x$ 的解集为:

2. (2012 理科二模) 已知 $y = f(x)$ 是 R 上的可导函数,
 当 $x \neq 0$ 时, $f'(x) + \frac{f(x)}{x} > 0$, 则关于函数 $g(x) = f(x) + \frac{1}{x}$
 的零点的个数为:

3. (2015 理科二模) 已知函数 $f(x)$ 定义域为 $(0, +\infty)$, 且
 满足 $f(x) + xf'(x) = \frac{\ln x}{x}$, $f(e) = \frac{1}{e}$, 则下列结论正确的是:

- A. $f(x)$ 有极大值无极小值
- B. $f(x)$ 有极小值无极大值
- C. $f(x)$ 既有极大值又有极小值
- D. $f(x)$ 没有极值

4. (2018 理科三模) 设函数 $f(x)$ 满足 $2x^2 f(x) + x^3 f'(x)$
 $= e^x$, $f(2) = \frac{e^2}{8}$, 则 $x \geq 2$ 时, $f(x)$ 的最小值为:

5. (2018 文科三模) 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x + (x-t)^2}{x}$, 若
 对任意的 $x \in [1, 2]$, $f'(x) \cdot x + f(x) > 0$ 恒成立, 则实数 t 的
 取值范围是:

6. (2015 文科二模) 下列不等式正确的是:

- A. $\sin 1 < 2 \sin \frac{1}{2} < 3 \sin \frac{1}{3}$
- B. $3 \sin \frac{1}{3} < 2 \sin \frac{1}{2} < \sin 1$

- C. $\sin 1 < 3 \sin \frac{1}{3} < 2 \sin \frac{1}{2}$
- D. $2 \sin \frac{1}{2} < \sin 1 < 3 \sin \frac{1}{3}$

单调性、极值、最值

1. (2017 理科二模) 已知函数 $f(x) = (2a-1)x - \frac{1}{2} \cos 2x -$
 $a(\sin x + \cos x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围
 为:

2. (2015 文科二模) 已知 $f'(x) = a(x+1)(x-a)$ 是函数
 $f(x)$ 的导函数, 若 $f(x)$ 在 $x = a$ 处取得极大值, 则实数 a
 的取值范围是:

3. (2012 文科三模) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x^3 + 3x^2 + 1, & x \leq 0 \\ e^{ax}, & x > 0 \end{cases}$
 在 $[-2, 2]$ 上的最大值为 2, 则实数 $a \in$

4. (2016 理科二模) 已知函数 $f(x) = \ln \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$, $g(x) = e^{x-2}$,
 若 $f(n) = g(m)$ 成立, 则 $n - m$ 最小值为:

5. (2014 理科三模) 已知 $(b+a^2-3\ln a)^2 + |c-d+2| = 0$,
 则 $(a-c)^2 + (b-d)^2$ 的最小值为:

其他

1. (2015 理科二模) 已知 $0 \leq x \leq 1$, 若 $\left| \frac{1}{2}x^3 - ax \right| \leq 1$ 恒成
 立, 则实数 a 的取值范围是:

2. (2017 文科一模) 已知函数 $f(x) = \frac{f'(1)}{e}e^x + \frac{f(0)}{2}x^2 - x$, 若存在实数 m 使得不等式 $f(m) \leq 2n^2 - n$ 成立, 则实数 n 的取值范围为:

3. (2015 文科一模) 已知函数 $f(x) = \ln x + \tan \alpha$, $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ 的导函数为 $f'(x)$, 若使得 $f'(x_0) = f(x_0)$ 成立的 $x_0 < 1$, 则实数 α 的取值范围为:

4. (2018 理科一模) 设函数 $f(x) = x^2 - x \ln x + 2$, 若存在在区间 $[a, b] \subseteq [\frac{1}{2}, +\infty)$, 使 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的值域为 $[k(a+2), k(b+2)]$, 则 k 的取值范围是:

5. (2015 理科三模) $\int_{-1}^1 (x + \sqrt{1-x^2}) dx =$

6. (2017 理科三模) $\int_{-1}^1 (\sqrt{1-x^2} + \sin x) dx =$

7. (2018 理科三模) 由曲线 $y = \sqrt{x}$ 与直线 $y = x$ 所围成的图形的面积是:

8. (2015 理科二模) 在直角坐标平面内, 由曲线 $xy = 1$, $y = x$, $x = 3$ 所围成的封闭图形面积为:

主观题 (理)

1. (2018 理科一模) 已知 $f(x) = a(x-1)$, $g(x) = (ax-1)e^x$

(1) 证明: 存在唯一实数 a , 使得直线 $y = f(x)$ 和曲线 $y = g(x)$ 相切。

(2) 若不等式 $f(x) > g(x)$ 有且只有两个整数解, 求 a 的范围。

2. (2018 理科二模) 已知 $f(x) = \ln(ax+b) + x^2$ ($a \neq 0$).

(I) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程 $y = x$, 求函数 $f(x)$ 的极值;

(II) 若 $f(x) \leq x^2 + x$ 恒成立, 求 ab 的最大值.

3. (2018 理科三模) 已知函数 $f(x) = \ln(x+2a) - ax, a > 0$ 的最大值为 $M(a)$

(1) 若关于 a 的方程 $M(a) = m$ 的两个实根为 a_1, a_2 , 证明: $4a_1a_2 < 1$;

(2) 当 $a > 2$ 时, 证明: 函数 $g(x) = |f(x)| + x$ 在函数 $f(x)$ 的最小零点 x_0 处取得极小值。

4. (2017 理科一模) 若函数 $f(x) = 2\ln x + ax - \frac{4f'(2)}{x}$ 在 $x=2$ 处的切线过点 $(-4, 2\ln 2)$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若不等式 $\frac{2\ln x}{1-x^2} > m - \frac{1}{x}$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

5. (2017 理科二模) 已知函数 $f(x) = (mx^2 - x + m)e^{-x}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $m > 0$ 时, 证明: 不等式 $f(x) \leq \frac{m}{x}$ 在 $(0, 1 + \frac{1}{m}]$ 上恒成立.

6. (2017 理科三模) $f(x) = x^2 - 2x + 1, g(x) = 2a\ln(x-1)$.

(1) 求函数 $h(x) = f(x) - g(x)$ 的极值;

(2) 当 $a > 0$ 时, 若存在实数 k, m 使得不等式 $g(x) \leq kx + m \leq f(x)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

7. (2016 理科一模) 设函数 $f(x) = x^2 + bx - a \ln x$.

(1) 若 $x=2$ 是函数 $f(x)$ 的极值点, 1 和 x_0 是函数 $f(x)$ 的两个不同零点, 且 $x_0 \in (n, n+1), n \in \mathbb{N}$, 求 n

(2) 若对任意 $b \in [-2, -1]$, 都存在 $x \in (1, e)$, 使得 $f(x) < 0$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

8. (2016 理科二模) 已知函数 $f(x) = e^x - ax^2 - bx - 1$

(1) 若对任意 $a \in [0, 1]$, 总存在 $x \in [1, 2]$, 使得 $f(x) \leq 0$ 成立, 求 b 的最小值;

(2) 若 $f(1) = 0$, 函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 内有零点, 求 a 的取值范围.

9. (2016 理科三模) 已知函数 $f(x) = xe^{tx} - e^x + 1$, 其中 $t \in \mathbb{R}, e$ 是自然对数的底数.

(1) 若方程 $f(x) = 1$ 无实数根, 求实数 t 的取值范围;

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内为减函数, 求实数 t 的取值范围.

10. (2015 理科一模) 已知函数 $f(x) = x^2 + a(x + \ln x)$

(1) 若当 $a = -1$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $f(x) > \frac{a}{2}(e+1)$, 求 a 的取值范围.

11. (2015 理科二模) 已知函数 $f(x) = \ln x - ax (a \in R)$ 有两个不相等的零点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$

- (1) 求 a 的取值范围;
- (2) 证明: $\frac{x_2}{x_1}$ 是 a 的减函数;
- (3) 证明: $x_1 \cdot x_2$ 是 a 的减函数;

12. (2015 理科三模) 已知 $f(x) = \frac{kx - x \ln x + 1}{e^x} (k \in R)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线为 $2x + my - 4 = 0 (m \in R)$.

- (1) 求 k 的值;
- (2) 设 $g(x) = (x+1)f(x)$, 求证: $g(x) < 2$.

13. (2014 理科一模) 已知 $f(x) = (2-a)(x-1) - 2 \ln x$,

$$g(x) = \frac{ex}{e^x}.$$

- (1) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{1}{2})$ 无零点, 求实数 a 的最小值;
- (2) 若对任意给定的 $x_0 \in (0, e]$, 在 $(0, e]$ 上方程 $f(x) = g(x_0)$ 总存在两个不等的实根, 求实数 a 的取值范围.

14. (2014 理科二模) 设函数 $f(x) = x^2 + a \ln(x+1)$

- (1) 若函数 $y = f(x)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上是单调递增函数, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 若函数 $y = f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$, 求证: $0 < \frac{f(x_2)}{x_1} < -\frac{1}{2} + \ln 2$

15. (2014 理科三模) 已知 $f(x) = x \ln x, g(x) = k(x-1)$

(1) 若 $f(x) \geq g(x)$ 恒成立, 求实数 k 的值;

(2) 若方程 $f(x) = g(x)$ 有一根为 $x_1 (x_1 > 1)$, 方程 $f'(x) = g'(x)$ 的根为 x_0 , 是否存在实数 k , 使 $\frac{x_1}{x_0} = k$? 若存在, 求出所有满足条件的 k 值; 若不存在, 说明理由. 不存在

16. (2013 理科一模) 已知函数 $f(x) = (2-a)(x-1) - 2 \ln x, g(x) = xe^{1-x}$

(1) 若不等式 $f(x) > 0$ 对于一切 $x \in (0, \frac{1}{2})$ 恒成立, 求 a 的最小值;

(2) 若对任意的 $x_0 \in (0, e]$, 在 $(0, e]$ 上总存在两个不同的 $x_i (i=1, 2)$, 使 $f(x_i) = g(x_0)$ 成立, 求 a 的取值范围.

17. (2013 理科二模) 已知函数 $f(x) = a + \ln(x+1)$ 的图象与 $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + bx$ 的图象在交点 $(0, 0)$ 处有公共切线。

(1) 证明: 不等式 $f(x) \leq g(x)$ 对一切 $x \in (-1, +\infty)$ 恒成立;

(11) 设 $-1 < x_1 < x_2$, 当 $x \in (x_1, x_2)$ 时, 证明: $\frac{f(x) - f(x_1)}{x - x_1} > \frac{f(x) - f(x_2)}{x - x_2}$ 。

18. (2012 理科一模) 已知函数 $f(x) = 2 \ln x + k(x - \frac{1}{x})$

(1) 当 $k = -1$ 时, 求函数 $y = f(x)$ 的单调区间;

(2) 如果对所有的 $x > 0$ 且 $x \neq 1$ 都有 $\frac{1}{x^2 - 1} f(x) < 0$ 成立, 求实数 k 的取值范围.

19. (2012 理科二模) 已知函数 $f(x) = e^x + ax - 1$

- (1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
(2) 若对所有的 $x \geq 0$ 都有 $f(x) \geq f(-x)$, 常数 a 的取值范围.

20. (2012 理科三模) 已知 $f(x) = \begin{cases} ax - \ln(-x), & x \in [-e, 0) \\ ax + \ln x, & x \in (0, e] \end{cases}$,

$a < 0$

(I) 若 $f(x)$ 在区间 $(0, e]$ 上的最大值为 -3 , 求实数 a 的值;

(II) 设 $\varphi(x) = \frac{\ln|x|}{|x|}$, $x \in [-e, 0) \cup (0, e]$, 求证: 当 $a = -1$ 时,

$$|f(x)| > \varphi(x) + \frac{1}{2}$$

主观题 (文)

1. (2018 文科一模) (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - ax^2 + (2-a)x$, $g(x) = \frac{x}{e^x} - 2$

- (1) 求函数 $f(x)$ 的极值;
(2) 若对任意给定的 $x_0 \in (0, e]$, 方程 $f(x) = g(x_0)$ 在 $(0, e]$ 上总有两个不相等的实数根, 求实数 a 的取值范围.

2. (2018 文科二模) 已知函数 $f(x) = m \ln x - e^{-x}$, $m \neq 0$

(I) 若函数 $f(x)$ 是单调函数, 求实数 m 的取值范围;

(II) 证明: 对于所有的正实数 a, b , 当 $a > b$ 时, 都有 $e^{1-a} - e^{1-b} > 1 - \frac{a}{b}$.

3. (2018 文科三模) 已知函数 $f(x) = e^{x-2a} - \ln x$

(1) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $a \leq 1$ 时, 证明 $f(x) > 0$ 。

4. (2017 文科一模) 若函数 $f(x) = 2 \ln x + ax + \frac{1}{x}$ 在 $x = 2$

处的切线过点 $(-4, 2 \ln 2)$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若不等式 $\frac{2 \ln x}{1-x^2} > m - \frac{1}{x}$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

5. (2017 文科二模) 已知函数 $f(x) = e^x - ax^2 - 2x (a \in R)$.

(1) 当 $a = 0$ 时, 求 $f(x)$ 的最小值;

(2) 当 $a < \frac{e}{2} - 1$ 时, 证明: 不等式 $f(x) > \frac{e}{2} - 1$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立.

6. (2017 文科三模) 已知 $f(x) = x^2 + 1, g(x) = 2a \ln x + 1$

(1) 求函数 $h(x) = f(x) - g(x)$ 的极值;

(2) 当 $a = e$ 时, 是否存在实数 k, m , 使得不等式 $g(x) \leq kx + m \leq f(x)$ 恒成立? 若存在, 请求出实数 k, m 的值; 若不存在, 请说明理由。

7. (2016 文科一模) 已知函数 $f(x) = 2\ln x - x^2 + ax$.

(1) 若函数 $f(x)$ 的图象在 $x=2$ 处切线的斜率为 -1 , 且不等式 $f(x) \geq 2x + m$ 在 $[\frac{1}{e}, e]$ 上有解, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若函数 $f(x)$ 的图象与 x 轴有两个不同的交点

$A(x_1, 0), B(x_2, 0)$, 且 $0 < x_1 < x_2$, 求证: $f'(\frac{x_1 + x_2}{2}) < 0$ (其中 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数).

8. (2016 文科二模) 设函数 $f(x) = x^2 + bx - a\ln x$.

(1) 若 $x=2$ 是函数 $f(x)$ 的极值点, 1 和 x_0 是函数 $f(x)$ 的两个不同零点, 且 $x_0 \in (n, n+1), n \in \mathbb{N}$, 求 n ;

(2) 若对任意 $b \in [-2, -1]$, 都存在 $x \in (1, e)$, 使得 $f(x) < 0$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

9. (2016 文科三模) 函数 $f(x) = \frac{x^2}{2} + ax + 2\ln x, (a \in \mathbb{R})$ 在 $x=2$ 处取得极值.

(1) 求实数 a 的值及函数 $f(x)$ 单调区间;

(2) 方程 $f(x) = m$ 有三个实数 $x_1, x_2, x_3, (x_1 < x_2 < x_3)$, 求证: $x_3 - x_1 < 2$

10. (2015 文科一模) 已知函数 $f(x) = (x^2 - ax + a)e^x - x^2$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调递增, 求 a 的取值范围;

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极小值, 求 a 的取值范围.

11. (2015 文科二模) 已知函数 $f(x) = \ln x - ax (a \in R)$ 有两个不相等的零点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$

(1) 求 a 的取值范围;

(2) 判断 $\frac{2}{x_1 + x_2}$ 与 a 的大小关系, 并证明你的结论;

12. (2015 文科三模) 已知 $f(x) = \frac{kx - x \ln x + 1}{e^x} (k \in R)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线为 $2x + my - 4 = 0 (m \in R)$

(1) 求 k 的值;

(2) 求证: $f(x) < 2$.

13. (2014 文科一模) 已知 $f(x) = (2-a)(x-1) - 2 \ln x$

(1) 当 $a=1$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{1}{2})$ 无零点, 求 a 的最小值.

14. (2014 文科二模) 已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{a}{x}$

(1) 若 $f(x)$ 在 $[1, e]$ 上的最小值为 $\frac{3}{2}$, 求 a 的值;

(2) 若 $f(x) < x^2$ 在 $(1, +\infty)$ 上恒成立, 求 a 的取值范围.

15. (2014 文科三模) 设函数 $f(x) = \frac{x}{\ln x} - ax$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上为减函数, 求实数 a 的最小值;

(2) 若存在 $x_1, x_2 \in [e, e^2]$, 使得 $f(x_1) \leq f'(x_2) + a$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

16. (2013 文科一模) 已知函数 $f(x) = \ln x - x$

(1) 若不等式 $xf(x) \geq -2x^2 + ax - 12$ 对一切 $x > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围

(2) 若关于 x 的方程 $f(x) - x^3 + 2ex^2 - bx = 0$ 恰有一解 (e 为自然对数的底数), 求实数 b 的值.

17. (2013 文科二模) 已知函数 $f(x) = x \ln x$

(1) 设 $g(x) = f(x) - ax$, 若不等式 $g(x) \geq -1$ 对一切 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(2) 设 $0 < x_1 < x_2$, 若实数 x_0 满足 $f'(x_0) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$,

证明: $x_1 < x_0 < x_2$

18. (2012 文科一模) 已知函数 $f(x) = 2 \ln x + k(x - \frac{1}{x})$

(1) 当 $k = -1$ 时, 求函数 $y = f(x)$ 的单调区间;

(2) 证明: 当 $k \leq -1$ 时, 对所有的 $x > 0, x \neq 1$ 都有

$\frac{f(x)}{x^2 - 1} < 0$ 成立.

19. (2012 文科二模) 已知函数 $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$

(1) 若函数在区间 $(a, a + \frac{1}{2})$, $a > 0$ 上存在极值点, 求实数

a 的取值范围;

(2) 当 $x \geq 1$ 时, 不等式 $f(x) \geq \frac{k}{x+1}$ 恒成立, 求实数 k 的

取值范围.

20. (2012 文科三模) 已知函数 $f(x) = \ln x + \frac{a}{x}$, $a \in R$

(1) 当 $a < 0$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $f(x)$ 在 $[1, e]$ 上的最小值是 $\frac{3}{2}$, 求 a 的值。

第四章三角函数与解三角形

三角函数基本内容

1. (2014 文科一模) 已知 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\cos 4\alpha =$
2. (2017 理科二模) 已知 $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = -\frac{3}{5}, 0 < \alpha < \pi$, 则 $\sin 2\alpha =$
3. (2015 理科二模) 已知 $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2}, \alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, 则 $\tan \alpha =$
4. (2012 文科二模) 已知 $\sin(\pi - \alpha) = -2\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha)$, 则 $\sin \alpha \cdot \cos \alpha =$
5. (2014 文科二模) 若 $\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos(\frac{\pi}{6} - \alpha) =$
6. (2018 文科三模) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $4\cos^2 \frac{A}{2} - \cos 2(B + C) = \frac{7}{2}$, 则角 $A =$
7. (2016 文科三模) 已知函数 $y = \sin(\pi x + \varphi) - 2\cos(\pi x + \varphi), (0 < \varphi < \pi)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称, 则 $\sin 2\varphi =$

图像的平移

1. (2017 文科二模) 将函数 $f(x) = \cos 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到 $g(x)$ 的图象, 若 $g(x)$ 在 $(-2m, -\frac{\pi}{6})$ 和

$(3m, \frac{5\pi}{6})$ 上都单调递减, 则实数 m 的取值范围为:

2. (2016 文科二模) 将函数 $y = \sin x - \sqrt{3}\cos x$ 的图象沿 x 轴向右平移 a 个单位 ($a > 0$), 所得图象关于 y 轴对称, 则 a 的值可以是 ()

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $-\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$

3. (2015 理科一模) 已知 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi), \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ 的最小正周期是 π , 若将其图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后得到的图象关于原点对称, 则函数 $f(x)$ 的图象 ()

A. 关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称 B. 关于直线 $x = \frac{5\pi}{12}$ 对称
C. 关于点 $(\frac{\pi}{12}, 0)$ 对称 D. 关于点 $(\frac{5\pi}{12}, 0)$ 对称

4. (2014 理科三模) 将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 再向上平移 1 个单位后得到的函数对应的表达式为 $y = 2\cos^2 x$, 则函数 $f(x)$ 的表达式可以是 ()

A $y = 2\sin x$ B $y = 2\cos x$ C $y = \sin 2x$ D $y = 2\cos x$

5. (2014 文科三模) 为得到函数 $y = \sin 2x$ 的图象, 只需把函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的图像 ()

A 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位 B 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位
C 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位 D 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位

6. (2018 文科三模) 已知函数 $f(x) = 2\cos(\frac{\pi x}{3} + \varphi)$ 的一个对称中心是 $(2, 0)$, 且 $f(1) > f(3)$, 要得到函数 $f(x)$ 的图象, 可将函数 $y = 2\cos\frac{\pi x}{3}$ 的图象 ()

- A. 向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{1}{2}$ 个单位长度 D. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

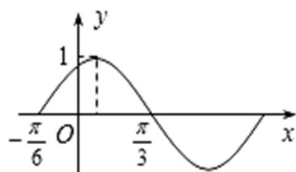
7. (2013 理科一模) 已知函数 $f(x) = \sin x - \sqrt{3}\cos x$ 的图象向左平移 $m, m > 0$ 个单位, 若所得的曲线关于 y 轴对称, 则实数 m 的最小值是:

8. (2013 文科一模) 函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi), \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ 的最小正周期是 π , 若其图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后得到的函数为奇函数, 则函数 $f(x)$ 的图象 ()

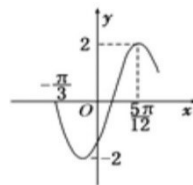
- A. 关于点 $(\frac{\pi}{12}, 0)$ 对称 B. 关于点 $(\frac{5\pi}{12}, 0)$ 对称
C. 关于直线 $x = \frac{5\pi}{12}$ 对称 D. 关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称

三角函数图像及其性质

1. (2016 理科一模) 设函数 $f(x) = A(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的部分图像, 若 $x_1, x_2 \in (-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$, 且 $f(x_1) = f(x_2)$, 则 $f(x_1 + x_2) =$



2. (2015 理科三模) 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的部分图像如图所示, 则 $f(\pi) =$



3. (2016 文科一模) 已知 $f(x) = 2\sin(2x + \varphi) (|\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 图象过点 $(0, \sqrt{3})$, 则 $f(x)$ 图象的一个对称中心是 ()

- A. $(-\frac{\pi}{3}, 0)$ B. $(-\frac{\pi}{6}, 0)$
C. $(\frac{\pi}{6}, 0)$ D. $(\frac{\pi}{12}, 0)$

4. (2012 文科三模) 函数 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 图象的一条对称轴方程是 ()

- A. $x = \frac{\pi}{12}$ B. $x = \frac{\pi}{6}$ C. $x = \frac{5\pi}{12}$ D. $x = \frac{\pi}{3}$

5. (2015 文科一模) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{4}), \omega > 0$ 的最小正周期为 π , 则函数 $f(x)$ 的图象 ()

- A. 关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称 B. 关于直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 对称
C. 关于点 $(\frac{\pi}{4}, 0)$ 对称 D. 关于点 $(\frac{\pi}{8}, 0)$ 对称

6. (2014 文科一模) 已知函数 $f(x) = \sin(2x + \alpha)$ 在 $x = \frac{\pi}{12}$ 时有极大值, 则 α 的一个可能值是 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $-\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $-\frac{\pi}{6}$

7. (2012 理科三模) 函数 $y = 2\sin^2(\frac{\pi}{4} - x) - 1$ 是 ()

A. 最小正周期为 π 的奇函数

B. 最小正周期为 π 的偶函数

C. 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的奇函数

D. 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的偶函数

8. (2012 理科一模) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{6}) (\omega > 0)$

在 $(0, \frac{4\pi}{3})$ 上单调递增, 在 $(\frac{4\pi}{3}, 2\pi)$ 上单调递减, 则 $\omega =$

9. (2016 理科三模) 若 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$, ($A > 0, \omega > 0$) 的图象与直线 $y = b$ ($0 < b < A$) 的三个相邻交点的横坐标分别是 2, 4, 8, 则 $f(x)$ 的单调递增区间是:

10. (2018 理科一模) 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$, 若 $f(\frac{\pi}{4}) = 2, f(\pi) = 0$, 在 $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3})$ 上具有单调性, 那么 ω 的取值共有 () 个

11. (2017 文科一模) 若 $f(x) = \sin \omega x - \sqrt{3} \cos \omega x$, ($\omega > 0$) 在 $(0, \pi)$ 上有且仅有两个零点, 则实数 ω 的取值范围为:

12. (2017 理科一模) 若 $f(x) = \sin \omega x - \sqrt{3} \cos \omega x$, ($\omega > 0$), 若方程 $f(x) = -1$ 在 $(0, \pi)$ 上有且只有四个实数根, 则实数 ω 的取值范围为:

13. (2016 理科二模) 若函数 $f(x)$ 同时满足以下三个性质: ① $f(x)$ 的最小正周期为 π ; ② 对任意的 $x \in R$, 都有 $f(-x) + f(x - \frac{\pi}{4}) = 0$; ③ $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ 上是减函数, 则 $f(x)$ 的解析式可能是 ()

A. $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$ B. $f(x) = \sin 2x$

C. $f(x) = \tan(x + \frac{\pi}{8})$ D. $f(x) = \cos 2x$

14. (2018 理科三模) 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象过点 $B(0, -1)$, 且在 $(\frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{3})$ 上单调, 若 $f(x)$ 的图象向左平移 π 个单位之后可与原图象重合, 当 $x_1, x_2 \in (-\frac{17\pi}{12}, -\frac{2\pi}{3})$, 且 $x_1 \neq x_2$ 时, $f(x_1) = f(x_2)$, 则 $f(x_1 + x_2) =$

15. (2018 理科二模) 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$), 其图象与直线 $y = -2$ 相邻两个交点的距离为 π , 若 $f(x) > 0$ 对 $\forall x \in (-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3})$ 恒成立, 则 φ 的取值范围是:

16. (2018 文科二模) 若函数 $f(x) = a \sin x - \sqrt{3} \cos x$ 的一条对称轴为 $x = -\frac{\pi}{6}$, 且 $f(x_1) \cdot f(x_2) = -4$, 则 $|x_1 + x_2|$ 的最小值为:

17. (2017 理科二模) 已知 $f(x) = (2a-1)x - \frac{1}{2} \cos 2x - a(\sin x + \cos x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围为:

解三角形（客观题）

1. (2013 理科二模) 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 若 $a = \sqrt{2}b$, $\sin B = \sin C$, 则 $B =$

2. (2016 理科二模) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 若 $\frac{a}{\sin B} + \frac{b}{\sin A} = 2c$, 则 $C =$

3. (2012 理科三模) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $a = 2$, $\sin B + \sin C = \sqrt{3} \sin A$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{4}{3} \sin A$, 则 $A =$

4. (2014 年二模) 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $A = \frac{\pi}{3}$, $a = \sqrt{3}$, 则 $b^2 + c^2$ 的取值范围是:

5. (2015 理科二模) 已知 $\triangle ABC$ 中, $\cos A = \frac{3}{5}$, $\cos B = \frac{4}{5}$, $BC = 4$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为:

6. (2016 文科二模) 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $B = C$ 且 $7a^2 + b^2 + c^2 = 4\sqrt{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积的最大值为:

7. (2012 理科一模) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a + b + c = 10$, $\cos C = \frac{7}{8}$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值是:

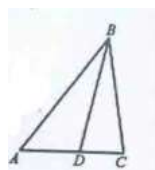
8. (2014 文科二模) 已知 $\triangle ABC$ 的三边分别为 a, b, c , 面积 $S = (a - b + c)(a + b - c)$, $b + c = 8$, 则 S 的最大值为:

9. (2017 文科二模) 已知点 O 是 $\triangle ABC$ 的内心, $\angle BAC = 60^\circ$, $BC = 1$, 则 $\triangle BOC$ 面积的最大值为:

10. (2017 理科二模) 已知点 O 是 $\triangle ABC$ 的内心, $\angle BAC = 30^\circ$, $BC = 1$, 则 $\triangle BOC$ 面积的最大值为:

解三角形（主观题）

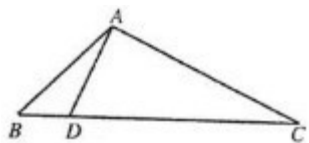
1. (2015 年三模) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $A = \frac{\pi}{3}$, $AB = 8$, 点 D 在 AC 上, 且 $\cos \angle BDC = \frac{1}{7}$



(1) 求 $\sin \angle ABD$;

(2) 若 $\triangle BCD$ 的面积为 $4\sqrt{3}$, 求 BC 。

2. (2014 年三模) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin \angle BAC = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $AB = 3\sqrt{2}, BD = \sqrt{3}$, 已知点 D 在 BC 上, 且 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.



- (1) 求 AD 的长;
- (2) 求 $\cos C$ 。

3. (2018 理科三模) 已知 $\triangle ABC$ 的内切圆面积为 π , 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $(2b - c) \cos A = a \cos C$

- (1) 求角 A ;
- (2) 当 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 的值最小时, 求 $\triangle ABC$ 的面积

4. (2018 文科一模) 若 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\frac{a}{\cos C \sin B} = \frac{b}{\sin B} + \frac{c}{\cos C}$

- (1) 求角 B ;
- (2) 若 $b = \sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积的最大值。

5. (2014 文科一模) 已知 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\triangle ABC$ 的外接圆的半径为 $\sqrt{2}$, 且 $a \sin A - c \sin C = (a - b) \sin B$

- (1) 求 C ;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积 S 的最大值.

6. (2018 理科一模) 若 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别

为 a, b, c , 且 $\frac{a}{\cos C \sin B} = \frac{b}{\sin B} + \frac{c}{\cos C}$

(1) 求 $\sin(A+B) + \sin A \cos A + \cos(A-B)$ 的最大值;

(2) 若 $b = \sqrt{2}$, 当 $\triangle ABC$ 的面积最大时, $\triangle ABC$ 的周长;

7. (2017 年一模) 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边, $a = 2b \cos B, b \neq c$,

(1) 证明: $A = 2B$;

(2) 若 $a^2 + c^2 = b^2 + 2ac \sin C$, 求 A 。

8. (2012 文科二模) $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别

为 a, b, c , 若 $b^2 + c^2 = a^2 + bc$

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $2 \sin^2 \frac{B}{2} + 2 \sin^2 \frac{C}{2} = 1$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状。

9. (2017 年三模) 已知向量 $\vec{m} = (\sqrt{3} \sin \frac{x}{3}, \cos \frac{x}{3}), \vec{n} = (\cos \frac{x}{3}, \cos \frac{x}{3}), f(x) = \vec{m} \cdot \vec{n}$ 。

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期和单调增区间;

(2) 若 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边, 且

$a = 2, (2a - b) \cos C = c \cos B, f(A) = \frac{3}{2}$, 求 c 。

10. (2012 理科二模) $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 设向量 $\vec{m} = (c-a, b-a), \vec{n} = (a+b, c)$, 若 $\vec{m} \perp \vec{n}$

- (1) 求角 B 的大小;
- (2) 求 $\sin A + \sin C$ 的取值范围。

11. (2012 理科一模) 在 $\triangle ABC$ 中, 记 $\angle BAC = x, \triangle ABC$ 的面积为 S , 且 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8, 4 \leq S \leq 4\sqrt{3}$ 。

- (1) 求实数 x 的取值范围;
- (2) 求函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x$ 的最大值和最小值。

12. (2016 年一模) 已知 a, b, c 分别为锐角 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边, 且 $\sqrt{3}a = 2c \sin A$

- (1) 求角 C ;
- (2) 若 $c = \sqrt{7}$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 求 $a+b$ 的值。

13. (2013 文科一模) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $(2c-a)\cos B - b\cos A = 0$

- (1) 若 $b = 7, a+c = 13$ 求此三角形的面积;
- (2) 求 $\sqrt{3} \sin A + \sin(C - \frac{\pi}{6})$ 的取值范围。

14. (2015 年一模) 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的角 A, B, C

所对的边, 且 $c=2, C=\frac{\pi}{3}$

(1) 若 $\triangle ABC$ 的面积等于 $\sqrt{3}$, 求 a, b ;

(2) 若 $\sin C + \sin(B-A) = 2\sin 2A$, 求 A 的值。

15. (2016 文科三模) 已知 $\triangle ABC$ 是斜三角形, 内角 A, B, C 所对的边的长分别为 a, b, c , 若 $c\sin A = \sqrt{3}a\cos C$.

(1) 求角 C ;

(2) 若 $c = \sqrt{21}$, 且 $\sin C + \sin(B-A) = 5\sin 2A$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

16. (2016 理科三模) 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的三个内

角 A, B, C 的对边, 且 $2a\sin(C+\frac{\pi}{3}) = \sqrt{3}b$

(1) 求角 A 的值;

(2) 若 $AB=3, AC$ 边上的中线 BD 的长为 $\sqrt{13}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

17. (2014 理科一模) 已知 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 面积 $S, a\cos C + \sqrt{3}c\sin A - b - c = 0$.

(1) 求角 A 的值;

(2) 若 $a = \sqrt{3}$, 求 $\frac{\sqrt{3}}{3}S + \sqrt{3}\cos B\cos C$ 取最大值时 S 的值。

18. (2018 文科二模) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $a \tan A = \sqrt{3}(c \cos B + b \cos C)$ 。

(I) 求角 A ；

(II) 若点 D 满足 $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$ ，且 $BD = 3$ ，求 $2b + c$ 的取值范围。

第五章平面向量

模长问题

1. (2014 文科三模) 若向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2$, 且 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则 $|\vec{a}+\vec{b}|=$

2. (2015 文科一模) 已知 \vec{a}, \vec{b} 是夹角为 45° 的两个单位向量, 则 $|\sqrt{2}\vec{a}-\vec{b}|=$

3. (2016 文科三模) 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=3, \vec{a}, \vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则 $|2\vec{a}-\vec{b}|=$

4. (2014 理科三模) 已知向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 120° , 若向量 $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$, 且 $\vec{c} \perp \vec{a}$, 则 $\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}=$

5. (2017 二模) 已知 $\vec{a}=(2,1), \vec{b}=(-1,1)$, 则 \vec{a} 在 \vec{b} 方向上的投影为:

平行垂直问题

1. (2015 文科二模) 已知 $\vec{a}=(1,-2), \vec{b}=(x,2)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $|\vec{b}|=$

2. (2017 一模) 已知 $\vec{a}=(1,-1), \vec{b}=(t,1)$, 若 $(\vec{a}+\vec{b}) \perp (\vec{a}-\vec{b})$, 则实数 $t=$

3. (2012 文科一模) 已知向量 $\vec{a}=(1,n), \vec{b}=(-1,n)$, 若 $2\vec{a}+\vec{b}$ 垂直, 则 $n=$

4. (2015 理科二模) 已知 $\vec{a}=(x,2), \vec{b}=(2,-1)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $|\vec{a}-\vec{b}|=$

5. (2017 理科一模) 已知 $\vec{a}=(1,\cos \alpha), \vec{b}=(\sin \alpha,1)$, 且 $0 < \alpha < \pi$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $\alpha=$

6. (2017 文科一模) 已知 $\vec{a}=(1,\cos \alpha), \vec{b}=(\sin \alpha,1)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $\sin 2\alpha=$

夹角问题

1. (2013 文科一模) 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=\sqrt{2}$, $(\vec{a}-\vec{b}) \perp \vec{a}$, 向量 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为:

2. (2015 理科一模) 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $(2\vec{a}-\vec{b})(\vec{a}+\vec{b})=6$, 且 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=1$, 则 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为:

3. (2016 文科二模) 非零向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}|=\sqrt{2}|\vec{b}|$, 且 $(\vec{a}-\vec{b}) \perp (2\vec{a}+3\vec{b})$, 则 \vec{a}, \vec{b} 夹角的大小为:

4. (2012 理科一模) 已知非零向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$, 向量 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为 120° , 且 $|\vec{b}|=2|\vec{a}|$, 则向量 \vec{a}, \vec{c} 的夹角为:

5. (2018 文科二模) 已知非零向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = \sqrt{2}|\vec{b}|$, 且 $(\vec{a} - \vec{b}) \perp (\vec{a} + 3\vec{b})$, 则向量 \vec{a}, \vec{b} 的夹角的余弦值为:

线性表示

1. (2018 文科一模) 在正方形 $ABCD$ 中, M, N 分别是 BC, CD 的中点, 若 $\vec{AC} = \lambda \vec{AM} + \mu \vec{AN}$, 则实数 $\lambda + \mu =$

向量与三角

1. (2014 理科一模) 已知 O 是锐角 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心, 且 $\angle A = \theta$, 若 $\frac{\cos B}{\sin C} \vec{AB} + \frac{\cos C}{\sin B} \vec{AC} = 2m \vec{AO}$, 则实数 $m =$ (用 θ 表示)

2. (2016 理科三模) 已知 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 1, 圆心为 O , 且 $3\vec{OA} + 4\vec{OB} + 5\vec{OC} = \vec{0}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为:

3. (2016 理科一模) 在锐角 $\triangle ABC$ 中已知 $|\vec{AB} - \vec{AC}| = 2, B = \frac{\pi}{3}$, 则 $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ 的取值范围是:

4. (2018 理科二模) 在 $\triangle ABC$ 中, $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$, 且 $\vec{GA} \cdot \vec{GB} = 0$, 若 $\frac{m}{\tan C} = \frac{\tan A + \tan B}{\tan A \tan B}$, 则实数 $m =$

最值问题

1. (2012 文科三模) 已知向量 $\vec{a} = (\cos \theta, \sin \theta), \vec{b} = (\sqrt{3}, 1)$, 则 $|\vec{a} - \vec{b}|$ 的最大值为:

2. (2014 文科二模) 已知 $\vec{a} = (\cos \theta, \sin \theta), \vec{b} = (\sqrt{3}, -1)$, 则 $|\vec{a} - \vec{b}|$ 的最大值与最小值的和为:

3. (2016 文科一模) 已知非零向量 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为 60° , 且 $|\vec{a} - \vec{b}| = 1$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 的最大值是:

4. (2014 理科二模) $\triangle ABC$ 中, 过中线 AD 的中点 E 作直线分别与边 AB, AC 交于 M, N 两点, 若 $\vec{AM} = x \vec{AB}, \vec{AN} = y \vec{AC}$, 则 $4x + y$ 的最小值是:

5. (2018 文科三模) 已知 \vec{a}, \vec{b} 是单位向量, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 若向量 \vec{c} 满足 $|\vec{c} - \vec{a} - \vec{b}| = 1$, 则 $|\vec{c}|$ 的最大值是:

6. (2017 文科三模) 已知点 M, N 是平面区域 $\begin{cases} 2x - y - 4 \leq 0 \\ x - 2y + 4 \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \end{cases}$ 内的两个动点, $\vec{a} = (1, 2)$, 则 $\vec{MN} \cdot \vec{a}$ 的最大值为:

7. (2016 理科二模) 已知圆 $C: x^2 + y^2 = 1$, 点 $P(x_0, y_0)$ 在直线 $l: 3x + 2y - 4 = 0$ 上, 若在圆 C 上总存在两个不同的点 A, B , 使 $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OP}$, 则 x_0 的取值范围是:

8. (2013 文科二模) 向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足: $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = \sqrt{2}, \vec{b}$ 在 \vec{a} 方向上的投影为 $\frac{1}{2}, (\vec{a} - \vec{c}) \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = 0$, 则 $|\vec{c}|$ 的最大值是:

9. (2013 理科二模) 向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ 满足: $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=\sqrt{2}, \vec{b}$ 的最大值是:

在 \vec{a} 方向上的投影为 $\frac{1}{2}, (\vec{a}-\vec{c}) \cdot (\vec{b}-\vec{c})=0, |\vec{c}-\vec{d}|=1$, 则 $|\vec{d}|$

第六章数列

等差数列

1. (2015 文科一模) 在单调递增的等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若

$$a_3 = 1, a_2 a_4 = \frac{3}{4}, \text{ 则 } a_1 =$$

2. (2017 文科一模) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,

$$2(a_1 + a_3 + a_5) + 3(a_8 + a_{10}) = 36, \text{ 则 } a_6 =$$

3. (2012 文科二模) 若 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,

$$\text{且 } S_8 - S_3 = 10, \text{ 则 } S_{11} =$$

4. (2016 理科三模) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,

$$\text{若 } 2a_6 = 6 + a_7, \text{ 则 } S_9 =$$

5. (2012 理科一模) 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, S_n 是它

$$\text{的前 } n \text{ 项和, 若 } a_1 = 2, S_3 = 12, \text{ 则 } S_4 =$$

6. (2017 理科一模) 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,

$$\text{且 } 2(a_1 + a_3 + a_5) + 3(a_8 + a_{10}) = 36, \text{ 则 } S_{11} =$$

7. (2014 文科二模) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 有 $3(a_3 + a_5) +$

$$2(a_7 + a_{10} + a_{13}) = 48, \text{ 则此数列的前 } 13 \text{ 项和为:}$$

8. (2018 文科一模) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,

$$\text{若 } a_2 + a_3 + a_{10} = 9, \text{ 则 } S_9 =$$

9. (2014 文科一模) 已知数列 $\{a_n\}$, 若点 $(n, a_n), n \in N^+$ 在

经过点 $(8, 4)$ 的定直线 l 上, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 15 项和 $S_{15} =$

10. (2017 理科二模) 已知 S_n 是等差数列 a_n 的前 n 项和,

且 $S_3 = 2a_1$, 则下列结论错误的是 ()

A. $a_4 = 0$

B. $S_4 = S_3$

C. $S_7 = 0$

D. a_n 是递减数列

11. (2014 理科一模) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为

$$S_n, a_4 + a_7 + a_{10} = 9, S_{14} - S_3 = 77, \text{ 则使 } S_n \text{ 取得最小值时}$$

$$n =$$

12. (2017 文科三模) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 点

$$(n, S_n) (n \in N^*) \text{ 在函数 } y = x^2 - 10x \text{ 的图象上, 等差数列}$$

$$\{b_n\} \text{ 满足 } b_n + b_{n+1} = a_n (n \in N^*), \text{ 其前 } n \text{ 项和为 } T_n, \text{ 则下}$$

列结论正确的是 ()

A. $S_n < 2T_n$

B. $b_4 = 0$

C. $T_7 > b_7$

D. $T_5 = T_6$

13. (2016 理科二模) 已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,

$$\text{若 } \{a_n\} \text{ 和 } \{\sqrt{S_n}\} \text{ 都是等差数列, 且公差相等, 则 } S_{100} =$$

14. (2016 文科二模) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,

$$\text{且满足 } S_{17} > 0, S_{18} < 0, \text{ 则 } \frac{S_1}{a_1}, \frac{S_2}{a_2}, \dots, \frac{S_{15}}{a_{15}} \text{ 中最大的项为:}$$

15. (2014 文科三模) 设等差数列 $\{a_n\}$ 满足

$$\frac{(\sin a_3 \cos a_6)^2 - (\cos a_3 \sin a_6)^2}{\sin(a_4 + a_5)} = 1, \text{ 公差 } d \in (-1, 0), \text{ 若}$$

当且仅当 $n = 9$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 取得最大值,

则首项 a_1 的取值范围是:

等比数列

- (2012 文科三模) 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_3 a_5 a_7 = 27$, 则 $\frac{a_7^2}{a_9} =$
- (2018 理科一模) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 a_5 a_8 = -8, S_3 = a_2 + 3a_1$, 则 $a_1 =$
- (2015 理科二模) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n a_{n+1} = 4^n (n \in N^*)$, 则其公比 $q =$
- (2015 理科一模) 在单调递减等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_3 = 1, a_2 + a_4 = \frac{5}{2}$, 则 $a_1 =$
- (2017 文科二模) 已知公比 $q \neq 1$ 的等比数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和 $S_n, a_1 = 1, S_3 = 3a_3$, 则 $S_5 =$
- (2016 文科一模) 各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 S_n , 若 $S_n = 2, S_{3n} = 14$, 则 $S_{4n} =$
- (2018 文科三模) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = 3, a_2 + a_3 = 6$, 则 $a_8 =$
- (2012 理科三模) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,

若 $S_{2n} = 4(a_1 + a_3 + \cdots + a_{2n-1}), a_1 a_2 a_3 = 8$, 则 $a_5 =$

- (2017 理科三模) 已知 $\{a_n\}$ 的前 n 和为 S_n , 点 $(n, S_n + 3), (n \in N^*)$ 在函数 $y = 3 \times 2^x$ 的图像上, 等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n + b_{n+1} = a_n$, 其前 n 项和为 T_n , 则下列结论正确的是 ()
 $A. S_n = 2T_n$ $B. T_n = 2b_n + 1$ $C. T_n > a_n$ $D. T_n < b_{n+1}$

- (2016 理科一模) 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, q = 2$, 前 n 项和为 S_n , 下列结论正确的是 ()
 $A. \exists n_0 \in N^*, a_{n_0} + a_{n_0+2} = 2a_{n_0+1}$
 $B. \forall n \in N^*, a_n \cdot a_{n+1} \leq a_{n+2}$
 $C. \forall n \in N^*, S_n < a_{n+1}$
 $D. \exists n_0 \in N^*, a_{n_0} + a_{n_0+3} = a_{n_0+1} + a_{n_0+2}$

数列求通项

- (2015 文科一模) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_1 = -1, S_n = 2a_n + n, n \in N^+$, 则 $a_n =$
- (2018 理科三模) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n , 若 $a_1 = 1, S_n = \frac{1}{3} a_{n+1}$, 则 $a_7 =$
- (2018 理科一模) 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 0, a_n - a_{n-1} - 1 = 2(n-1) (n \in N^*, n \geq 2)$, 且 $b_n = n \cdot \sqrt{a_{n+1} + 1} \cdot (\frac{8}{11})^{n-1}$, 则数列 $\{b_n\}$ 的最大项为第 () 项
- (2015 理科二模) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_n - a_{n+1} = \frac{2a_n a_{n+1}}{n(n+1)}$, 则 $a_n =$

5. (2018 理科三模) 已知数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 满足 $b_{n+1}a_n + b_n$

$$a_{n+1} = (-2)^n + 1, b_n = \frac{3 + (-1)^{n-1}}{2}, \text{ 且 } a_1 = 2, \text{ 则 } a_{2n} =$$

6. (2015 文科二模) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_n - a_{n+1} = na_n a_{n+1} (n \in N^*)$, 则 $a_n =$

7. (2014 文科一模) 在数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 1, a_{n+2} = \frac{1}{a_n + 1}, a_{100} = a_{96}$, 则 $a_9 + a_{10} =$

8. (2014 理科一模) 在数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 1, a_{n+2} = \frac{1}{a_n + 1}, a_{100} = a_{96}$, 则 $a_{15} + a_{16} =$

数列求和

1. (2016 文科三模) 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, 且对任意的 $n \in N^+$ 都有 $a_{n+1} = a_1 + a_n + n$, 则 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 的前 100 项和为:

2. (2013 文科一模) 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{1}{n^2 + n}, n \in N^+$, 其前 n 项和 $S_n = \frac{9}{10}$, 则直线 $\frac{x}{n+1} + \frac{y}{n} = 1$ 与坐标轴所围成三角形的面积为:

3. (2017 文科一模) 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + n - 1 (n \in N^*)$, 其前 n 项和 $S_n =$

4. (2017 理科一模) 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = -1, a_{n+1} = 2a_n + 3n - 1 (n \in N^+)$, 则其前 n 项和 $S_n =$

5. (2016 理科一模) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_n - (-1)^n a_{n-1} = n, n \geq 2$, 记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则 $S_{40} =$

6. (2014 理科三模) 若数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 满足 $b_{n+1}a_n + b_na_{n+1} = (-1)^n + 1, b_n = \frac{3 + (-1)^{n-1}}{2}, n \in N^*$, 且 $a_1 = 2$, 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $S_{61} =$

7. (2014 文科三模) 若数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 满足 $b_{n+1}a_n + b_na_{n+1} = (-1)^n + 1, b_n = \begin{cases} 2, n \text{ 为奇数}, \\ 1, n \text{ 为偶数}, \end{cases} n \in N^*$, 且 $a_1 = 2$, 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $S_{21} =$

8. (2018 文科一模) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = a_n - a_{n-1} (n \in N^*, n \geq 2), a_1 = 2018, a_2 = 2017, S_n$ 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则 $S_{100} =$

9. (2018 文科二模) 数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{2}{a_n + 1}, a_n = \frac{b_n + 2}{b_n - 1}$, 则数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为:

综合

1. (2016 文科三模) 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3, a_{n+1} - 3a_n = 0, b_n = \log_3 a_n$, 则数列 $\{b_n\}$ 的通项公式 $b_n =$

2. (2014 理科三模) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2^{n+1} - 2$, 等差数列 $\{b_n\}$ 中, $b_2 = a_2, b_{n+2} = b_n + 4, n \in N^*$, 则 $b_n =$

3. (2014 文科三模) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, 各项都是正数, 且 $a_1, \frac{1}{2}a_3, a_2$ 成等差数列, 则 $\frac{a_6 + a_7}{a_5 + a_6} =$

4. (2016 理科三模) 已知 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_n + a_{n+1} = (\frac{1}{4})^n$, $S_n = a_1 + 4a_2 + 4^2a_3 + \cdots + 4^{n-1}a_n$, 则 $5S_n - 4^n a_n =$

5. (2015 理科一模) 已知定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(\frac{3}{2}-x) = f(x), f(-2) = -3$, 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = -1, S_n = 2a_n + n, n \in N^*$, 则 $f(a_5) + f(a_6) =$

6. (2013 文科一模) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (3-a)x-3, & x \leq 7 \\ a^{x-6}, & x > 7 \end{cases}$, 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = f(n), n \in N^+$, 且 $\{a_n\}$ 是递增数列, 则实数 a 的取值范围是:

7. (2014 理科二模) 已知函数 $f(x) = \cos x$, 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n = \frac{\pi}{2n} \sum_{i=1}^n f[\frac{(i-1)\pi}{2n}]$, 数列 $\{b_n\}$ 中, $b_n = \frac{\pi}{2n} \sum_{i=1}^n f(\frac{i\pi}{2n}), n \in N^+$, 则下列说法正确的是 ()

- A. $\{a_n\}$ 是递增数列且 $a_n > 1, \{b_n\}$ 是递减数列且 $b_n > 1$
- B. $\{a_n\}$ 是递增数列且 $a_n < 1, \{b_n\}$ 是递增数列且 $b_n > 1$
- C. $\{a_n\}$ 是递增数列且 $a_n < 1, \{b_n\}$ 是递减数列且 $b_n < 1$
- D. $\{a_n\}$ 是递减数列且 $a_n > 1, \{b_n\}$ 是递增数列且 $b_n < 1$

主观题

1. (2012 文科三模) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, S_{10} = 100$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $a_n = \log_2 b_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 5 项和。

2. (2016 文科二模) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 首项为 a_1 , 且 $\frac{1}{2}, a_n, S_n$ 成等差数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = (\log_2 a_{2n+1}) \times (\log_2 a_{2n+3})$, 求数列 $\{\frac{1}{b_n}\}$ 的前 n 项和。

3. (2018 理科二模) 已知数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = (n-1)2^{n+1} + 2$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 且 $\log_2 a_n \cdot \log_2 a_{n+2} = \frac{1}{b_n}$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求 T_n

4. (2015 文科二模) 已知公比 $q > 0$ 的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 1, S_3 = 7$, 数列 $\{b_n\}$ 中 $b_1 = 0, b_3 = 1$

(1) 若数列 $\{a_n + b_n\}$ 是等比数列, 求 a_n, b_n 。

(2) 在 (1) 的条件下, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

5. (2012 文科一模) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = 2^n + c$

(1) 求实数 c 的值和数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = S_n + 2n + 1$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n

6. (2012 理科三模) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, a_1 + a_2 + a_3 = 12$

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 若 $b_n = a_n \cdot 3^n$, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 。

7. (2015 理科二模) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 1, S_3 = 9$, 数列 $\{b_n\}$ 中 $b_1 = 1, b_3 = 20$

(1) 若数列 $\{\frac{b_n}{a_n}\}$ 是公比 $q > 0$ 的等比数列, 求 a_n, b_n ;

(2) 在 (1) 的条件下, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

8. (2014 文科二模) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公差 $d \neq 0$, 且 $S_3 + S_5 = 50, a_1, a_4, a_{13}$ 成等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $\{\frac{b_n}{a_n}\}$ 是首项为 1, 公比为 3 的等比数列, 求数列

$\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

9. (2013 理科二模) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2$, 等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_1, 2b_3 = b_4$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $c_n = a_n \cdot b_n (n \in N^*)$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

10. (2017 文科二模) 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和

$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = a_n + a_{n+1}, n \in N^*$.

(1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $c_n = 2^{a_n} \cdot (b_n - 1), n \in N^*$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

11. (2013 文科二模) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2^{n+1} - 2$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = a_n \cdot \log_2 a_n (n \in N^*)$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

12. (2017 理科二模) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2^{n+1} - 2$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = a_n + a_{n+1}, n \in N^*$.

(1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $c_n = \log_2 a_n, n \in N^*$, 求数列 $\{b_n \cdot c_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

13. (2018 文科三模) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{2}, a_{n+1} =$

$$\frac{a_n}{2a_n + 1}$$

(1) 证明数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 是等差数列, 并求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{1}{2^n \cdot a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前项和

14. (2016 理科二模) 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_1 = 2, 4S_n = a_n \cdot a_{n+1}$, 数列 $\{b_n\}$ 中, $b_1 = \frac{1}{4}, b_{n+1} = \frac{nb_n}{(n+1) - b_n}$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $c_n = \frac{a_n}{2^{\frac{1}{3b_n} + \frac{2}{3}}}$, 求 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n ;

15. (2014 理科二模) 已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足

$$a_{n+1}^2 = 2a_n^2 + a_n a_{n+1}, n \in N^+, \text{ 且 } a_2 + a_4 = 2a_3 + 4.$$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{na_n}{(2n+1) \cdot 2^n}$ 是否存在正整数 $m, n, (1 < m < n)$, 使得 b_1, b_m, b_n 成等比数列? 若存在, 求出所有的 m, n 的值, 若不存在, 请说明理由.

第七章不等式

1. (2012 一模) 若实数 x, y 满足不等式组
$$\begin{cases} x+y \geq 2 \\ 2x-y \leq 4 \\ x-y \geq 0 \end{cases}$$

则 $z = 2x + 3y$ 的最小值是:

2. (2016 二模) 若变量 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} x-y \geq -1 \\ x+y \leq 4 \\ y \geq 2 \end{cases}$$

则目标函数 $z = 2x + 4y$ 的最大值为:

3. (2017 理科二模) 已知实数 x, y 满足
$$\begin{cases} 3x+y-7 \geq 0 \\ x+3y-13 \leq 0 \\ x-y-1 \leq 0 \end{cases}$$

则 $z = |2x - 3y + 4|$ 的最大值为:

4. (2017 文科二模) 已知实数 x, y 满足
$$\begin{cases} 3x+y-7 \geq 0 \\ x+3y-13 \leq 0 \\ x-y-1 \leq 0 \end{cases}$$

则 $z = |2x + y|$ 的最大值为:

5. (2015 理科二模) 已知实数 x, y 满足
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x+3y \leq 4 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
, 则

$z = \frac{x+y+1}{x}$ 最小值为:

6. (2015 文科二模) 已知实数 x, y 满足
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x+3y \leq 4 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
, 则

$z = \frac{y+1}{x}$ 最小值为:

7. (2014 二模) 设 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq x \\ 4x+3y \leq 12 \end{cases}$$
, 则

$\frac{x+2y+3}{x+1}$ 取值范围是:

8. (2014 二模) 设实数 x, y 满足不等式组
$$\begin{cases} x+y \leq 2 \\ y-x \leq 2 \\ y \geq 1 \end{cases}$$

$\frac{y}{x+3}$ 的取值范围是:

9. (2017 理科一模) 已知 $D = \{(x, y) \mid \begin{cases} x+y-2 \leq 0 \\ x-y+2 \leq 0 \\ 3x-y+6 \geq 0 \end{cases}\}$, 给

出下列四个命题:

$P_1: \forall (x, y) \in D, x+y+1 \geq 0, P_2: \forall (x, y) \in D, 2x-y+2 \leq 0,$

$P_3: \exists (x, y) \in D, \frac{y+1}{x-1} \leq -4, P_4: \exists (x, y) \in D, x^2+y^2 \leq 2$, 其中

真命题的是:

10. (2016 三模) 已知 x, y 满足约束
$$\begin{cases} xy \geq 0 \\ x^2+y^2 \leq 4 \\ x+y-1 \leq 0 \end{cases}$$
, 则

$z = 2x + y$ 的最小值是:

11. (2017 文科一模) 已知 x, y 满足条件
$$\begin{cases} 3x+y+3 \geq 0 \\ 2x-y+2 \leq 0 \\ x+2y-4 \leq 0 \end{cases}$$

则 $z = x^2 + y^2$ 的取值范围为:

12. (2017 理科三模) 已知 x, y 满足 $\begin{cases} 4x - y - 8 \leq 0 \\ 2x - 3y + 6 \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \end{cases}$, 若

$x^2 + 2y^2 \geq m$ 恒成立, 则实数 m 的最大值为:

13. (2017 文科三模) 点 M, N 是平面区域 $\begin{cases} 2x - y - 4 \leq 0 \\ x - 2y + 4 \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \end{cases}$

内的两个动点, $\vec{a} = (1, 2)$, 则 $\overrightarrow{MN} \cdot \vec{a}$ 的最大值为:

14. (2013 一模) 若 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x + 3y - 3 \geq 0 \\ 2x - y - 3 \leq 0 \\ x - my + 1 \geq 0 \end{cases}$, 且

$x + y$ 的最大值为 9, 则实数 $m =$

15. (2015 一模) 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ -2x + y + c \geq 0 \end{cases}$, 若

目标函数 $z = 3x + y$ 的最小值为 5, 其最大值为:

16. (2016 一模) 已知 x, y 满足约束 $\begin{cases} x + y - 1 \leq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x - a \geq 0 \end{cases}$, 若

$\left| \frac{y}{x-2} \right| \leq \frac{1}{2}$, 则实数 a 的取值范围是:

17. (2012 二模) 若 x, y 满足 $\begin{cases} 3x - 5y + 6 \geq 0 \\ 2x + 3y - 15 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$, 当且仅当

$x = y = 3$ 时, $z = ax + y$ 取得最大值, 则 a 的取值范围是:

- A. $(-\frac{2}{3}, \frac{3}{5})$ B. $(-\infty, -\frac{3}{5}) \cup (\frac{2}{3}, +\infty)$

C. $(-\frac{3}{5}, \frac{2}{3})$

D. $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (\frac{3}{5}, +\infty)$

18. (2013 二模) 已知实数 a, b 满足 $\begin{cases} 0 \leq a \leq 4 \\ 0 \leq b \leq 4 \end{cases}$, x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2 - 2x + b - a + 3 = 0$ 的两个实根, 则不等式 $0 < x_1 < 1 < x_2$ 成立的概率是:

19. (2016 二模) 设 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x + y - 6 \leq 0 \\ 2x - y - 1 \leq 0 \\ 3x - y - 2 \geq 0 \end{cases}$, 若

$z = ax + y$ 的最大值为 $2a + 4$, 最小值为 $a + 1$, 则实数 a 的取值范围为:

- A. $[-1, 2]$ B. $[-2, 1]$ C. $[-3, -2]$ D. $[-3, 1]$

20. (2016 一模) 设不等式组 $\begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ x - 2y \geq -4 \\ 3x - y \leq 3 \end{cases}$ 所表示的平面

区域为 M , 若函数 $y = k(x+1) + 1$ 的图象经过区域 M , 则实数 k 的取值范围是:

21. (2018 文科二模) 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} y \geq 0 \\ x + y \leq 0 \\ 2x + y + 2 \leq 0 \end{cases}$, 若

$ax - y + 1 - a \geq 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是:

22. (2018 理科二模) 已知不等式组 $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - 2y - 2 \leq 0 \\ 2x - y + 2 \geq 0 \end{cases}$, 表

示的平面区域为 D , 若存在点 $P(x_0, y_0) \in D$, 使得

$y_0 = 2x_0 + \frac{mx_0}{|x_0|}$, 则实数 m 的取值范围是:

23. (2014 三模) 已知 $x > 0, y > 0, x + 2y + 2xy = 8$, 则 $x + 2y$ 的最小值是:

24. (2013 一模) x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y \geq 1 \\ x - y \geq -1 \\ 2x - y \leq 2 \end{cases}$, 若目标

函数 $z = ax + by (a, b > 0)$ 的最大值为 7, 则 $\frac{3}{a} + \frac{4}{b}$ 的最小值为:

25. (2018 理科一模) 已知不等式 $ax - 2by \leq 2$ 在平面区域 $\{(x, y) | |x| \leq 1 \text{ 且 } |y| \leq 1\}$ 上恒成立, 若 $a + b$ 的最大值和最小值分别为 M 和 m , 则 $M \cdot m =$

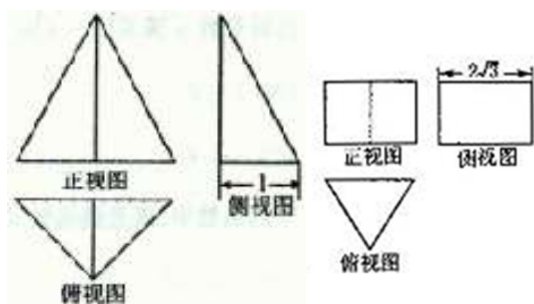
26. (2018 文科一模) 若不等式 $ax - 2by \leq 2$ 在平面区域 $\{(x, y) | |x| \leq 1 \text{ 且 } |y| \leq 1\}$ 上恒成立, 则动点 $P(a, b)$ 所形成的平面区域的面积为:

第八章立体几何

空间几何体的三视图

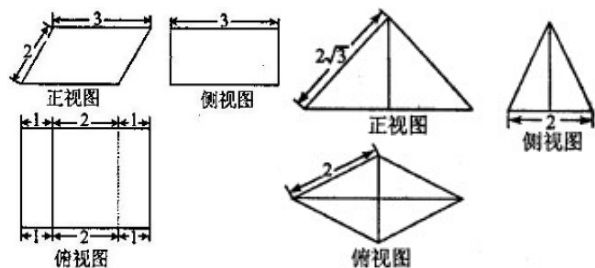
1. (2012 一模) 已知某三棱锥的三视图如图所示, 其中正视图是等边三角形, 侧视图是直角三角形, 俯视图是等腰直角三角形, 则此三棱锥的体积等于:

2. (2012 文数二模) 一个体积为 $12\sqrt{3}$ 的几何体的三视图如图所示, 其中正视图和侧视图为矩形, 俯视图为正三角形, 则这个几何体的侧视图的面积为:



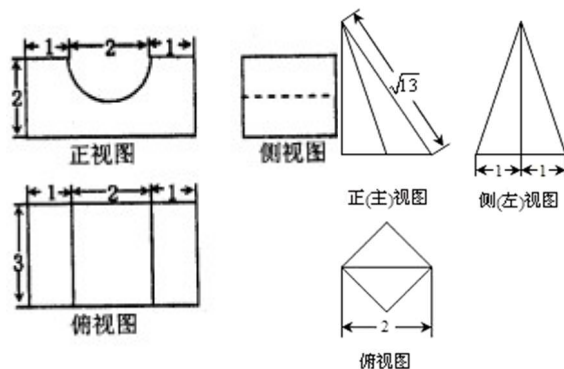
3. (2012 理数二模) 如图, 某几何体的正视图是平行四边形, 俯视图和侧视图都是矩形, 则该几何体的体积为:

4. (2012 文数三模) 如图, 某几何体的正视图、侧视图、俯视图分别是等边三角形、等腰三角形和菱形, 则该几何体的体积为:



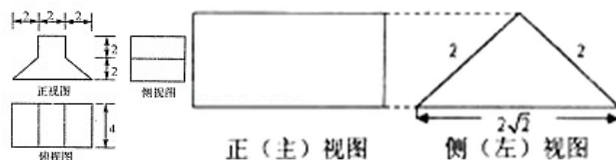
5. (2012 理数三模) 已知某几何体的三视图如图所示, 其中正视图中半圆的直径为 2, 则该几何体的体积为:

6. (2013 一模) 一个四棱锥的底面为正方形, 其三视图如图所示, 则这个四棱锥的体积是:



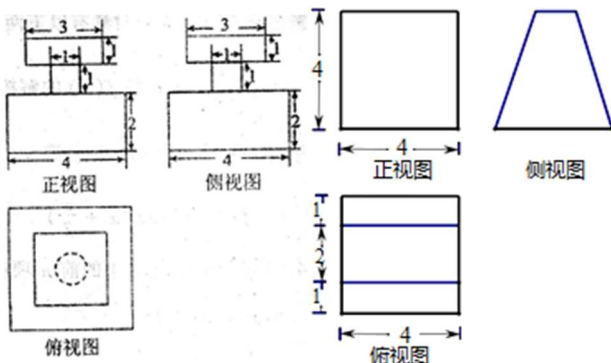
7. (2013 二模) 某几何体的三视图 (图中单位: cm) 如图所示, 则此何体的体积是:

8. (2014 文数一模) 如图是一个几何体的正 (主) 视图和侧 (左) 视图, 其俯视图是面积为 $8\sqrt{2}$ 的矩形, 则该几何体的表面积是:



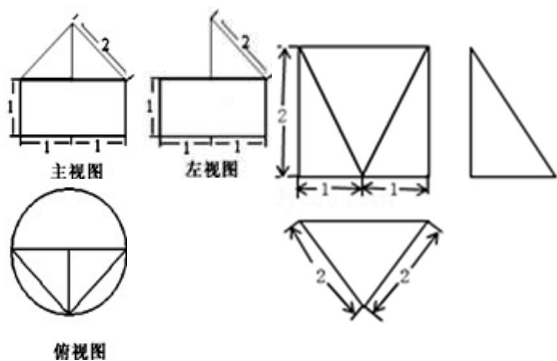
9. (2014 理数一模) 一个几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积为:

10. (2014 文数二模) 一个空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为:



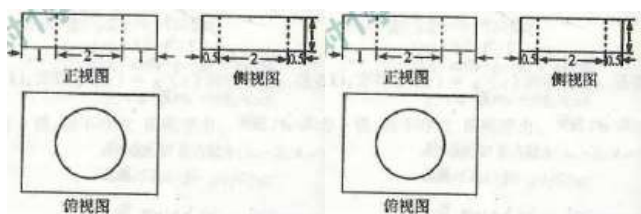
11. (2014 理数二模) 一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积 (单位: cm^3) 为:

12. (2015 文数一模) 已知某空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积是:



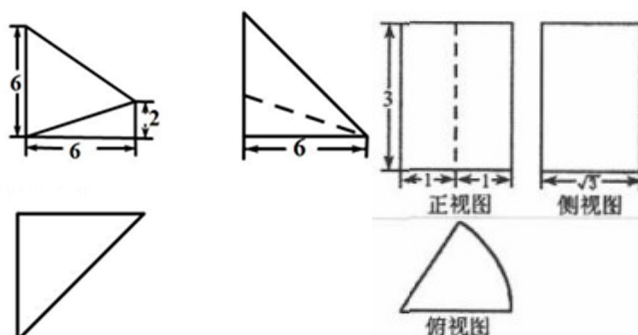
13. (2014 理数三模) 一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为:

14. (2014 文数三模) 一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为:



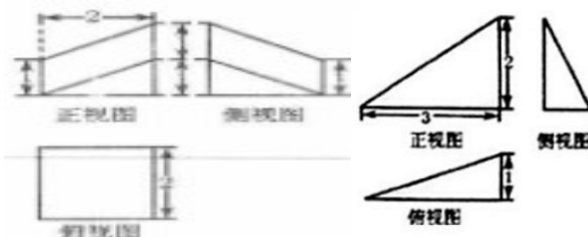
15. (2015 理数一模) 已知某空间几何体的三视图如右图所示, 则该几何体的体积是:

16. (2015 文数二模) 已知某几何体的三视图如图所示, 其中俯视图是扇形, 则该几何体的体积为:



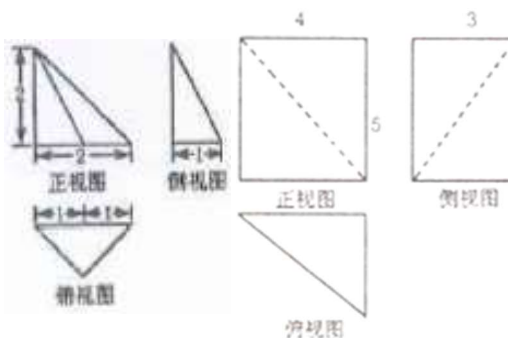
17. (2015 理数二模) 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为:

18. (2015 文数三模) 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体最长棱的棱长为:



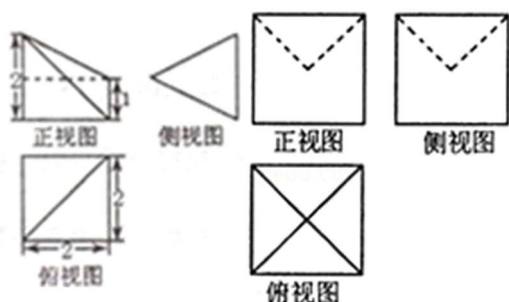
19. (2015 理数三模) 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为:

20. (2016 文数一模) 某空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积等于:



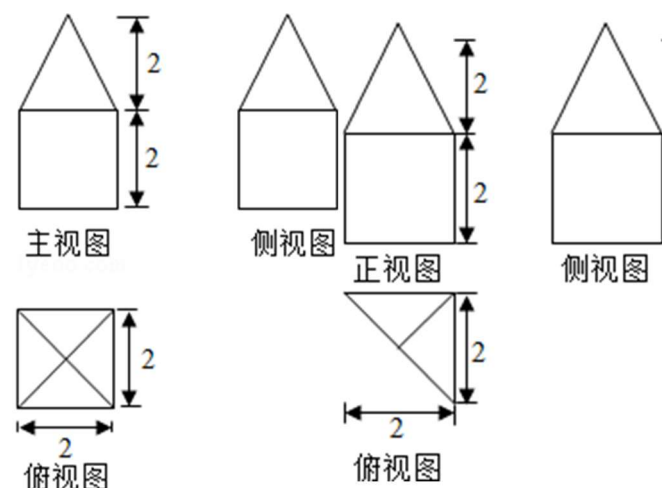
21. (2016 理数一模) 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积是:

22. (2016 理数一模) 某几何体的三视图如图所示, 图中的四边形都是边长为 2 的正方形, 两条虚线互相垂直, 则该几何体的体积是:



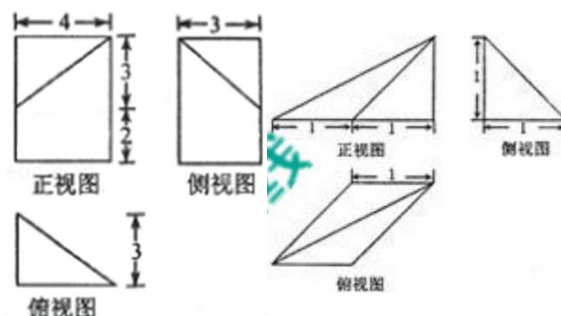
23. (2016 文数三模) 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积是:

24. (2016 理数三模) 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积是:



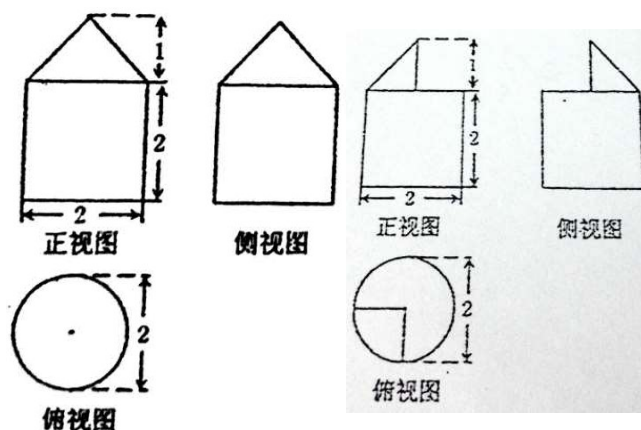
25. (2016 理数二模) 若某几何体的三视图如图所示, 则此几何体的体积等于:

26. (2017 文数二模) 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为:



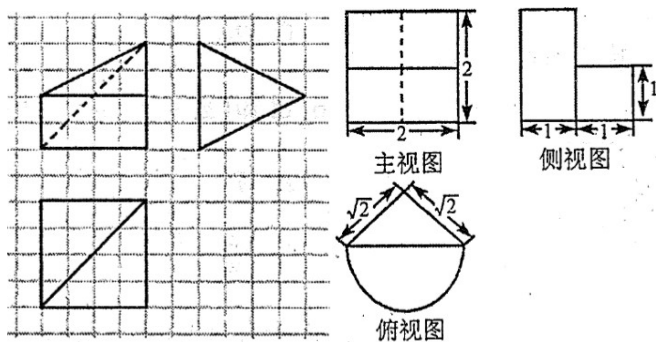
27. (2017 文数一模) 某几何体的三视图如右图所示, 则该几何体的表面积为:

28. (2017 理数一模) 某几何体的三视图如右图所示, 则该几何体的表面积为:

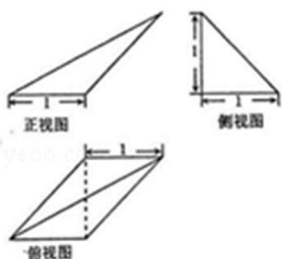


29. (2018 理科三模) 下图是某四棱锥的三视图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 则该四棱锥的外接球的表面积为:

30. (2018 文科三模) 如图所示是某几何体的三视图, 则这个几何体的体积是:

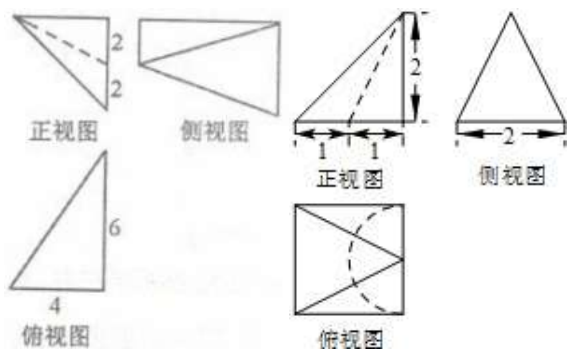


31. (2017 理数二模) 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为:



32. (2018 理科二模) 一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积等于:

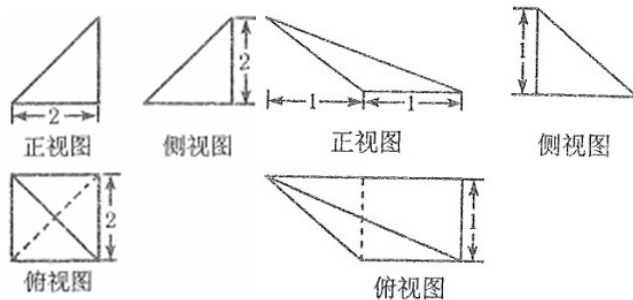
33. (2018 文科二模) 某空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为:



34. (2018 理科一模) 某空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积是:

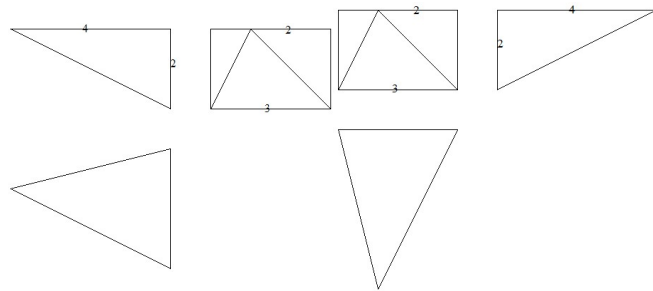
35. (2018 文科一模) 某多面体的三视图如图所示, 则该

多面体的各棱中, 最长棱的长度为:



36. (2017 文数三模) 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体中最长的棱长为:

37. (2017 理数三模) 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体中最长的棱长为:



空间几何体及其表面积和体积

1. (2012 理数二模) 在四面体 $ABCD$ 中, 设 $AB=1, CD=\sqrt{3}$, 直线 AB, CD 之间的距离为 2, 夹角为 60° , 则四面体 $ABCD$ 的体积为:

2. (2014 文数二模) 半径为 R 的球 O 中有一内接圆柱, 当圆柱的侧面积最大时, 球的表面积与该圆柱的侧面积之差是:

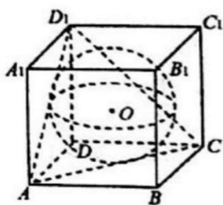
3. (2014 理数三模) 在正三棱锥 $P-ABC$ 中, 有一半球的底面在三棱锥的底面所在平面内, 正三棱锥的三个侧

面都与该半球相切，如果半球的半径等于 1，则正三棱锥的体积最小时，正三棱锥的高等于：

4. (2018 文科一模) 三棱锥 $D-ABC$ 中， $CD \perp$ 底面 ABC , $\triangle ABC$ 为等边三角形，若 $AE \parallel CD$, $AB = CD = AE = 2$ ，则三棱锥 $D-ABC$ 与三棱锥 $E-ABC$ 的公共部分构成的几何体体积为：

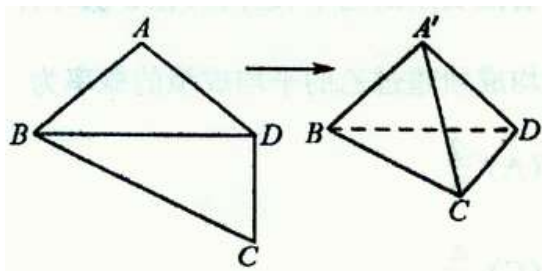
5. (2016 文数三模) 棱长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，若与 D_1B 平行的平面截正方体所得的截面面积为 S ，则 S 的取值范围是：

6. (2015 文数三模) 已知球 O 是棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的内切球，则平面 ACD_1 截球 O 的截面面积为：



外接球问题

1. (2012 文数一模) 如图，平面四边形 $ABCD$ 中， $AB = AD = CD = 1$, $BD = \sqrt{2}$, $BD \perp CD$ ，将其沿对角线 BD 折成四面体 $A'-BCD$ ，使平面 $A'BD \perp$ 平面 BCD ，若四面体 $A'-BCD$ 顶点在同一个球面上，则该球的表面积为：



2. (2012 理数一模) 一个正方体的各顶点均在同一个球

的球面上，若该球的体积为 $4\sqrt{3}\pi$ ，则该正方体的表面积是：

3. (2012 文数二模) 一个四棱柱的各个顶点都在一个直径为 $2cm$ 的球面上，如果四棱柱的地面为边长是 $1cm$ 的正方形，侧棱于底面垂直，那么该四棱柱的表面积为：

4. (2012 文数三模) 点 A, B, C, D 均在同一球面上，其中 $\triangle ABC$ 是正三角形， $AD \perp$ 平面 ABC , $AD = 2AB = 6$ ，则该球的体积为：

5. (2012 理数三模) 在三棱锥 $A-BCD$ 中， $AB = CD = 6$, $AC = BD = AD = BC = 5$ ，则该三棱锥的外接球的表面积为：

6. (2013 文数一模) 在三棱锥 $P-ABC$ 中， $\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形， $PA = PB = PC$ ，且 PA, PB, PC 两两互相垂直，则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为：

7. (2013 理数一模) 在平行四边形 $ABCD$ 中， $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$, $2|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{BD}|^2 = 6$ ，若将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折成直二面 $A-BD-C$ ，则三棱锥 $A-BCD$ 外接球的表面积为：

8. (2014 文数一模) 已知球的直径 $SC = 4$, A, B 是该球球面上的两点， $AB = \sqrt{3}$, $\angle ASC = \angle BSC = 30^\circ$ ，则棱锥 $S-ABC$ 的体积为：

9. (2014 理数一模) 在三棱锥 $S-ABC$ 中， $AB \perp BC$, $AB = BC = \sqrt{2}$, $SA = SC = 2$ ，二面角 $S-AC-B$ 的余弦值是

$-\frac{\sqrt{3}}{3}$, 若 S, A, B, C 都在同一球面上, 则该球的表面积是:

10. (2014 理数二模) 已知一个四面体的每个面都是有两条边长为 3, 一条边长为 2 的三角形, 则该四面体的外接球的表面积为:

11. (2014 文数三模) 已知 A, B, C, D 是同一个球面上的四个点, 其中 $\triangle ABC$ 是正三角形, 若 $AD \perp$ 平面 ABC , $AD = 2AB = 6$, 则该球的体积为:

12. (2015 理数一模) 已知在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \perp AD, CD \perp AD, AB = 2AD = 2CD = 2$, 将直角梯形 $ABCD$ 沿 AC 折叠成三棱锥 $D-ABC$, 当三棱锥 $D-ABC$ 的体积取最大值时, 其外接球的体积为:

13. (2015 理数三模) 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点在以 O 为球心的球面上, 且 $\cos A = \frac{2\sqrt{2}}{3}, BC = 1, AC = 3$, 三棱锥 $O-ABC$ 的体积为 $\frac{\sqrt{14}}{6}$, 则球 O 的表面积为:

14. (2016 文数一模) 已知三棱锥 $S-ABC$, 满足 $SA \perp SB, SB \perp SC, SC \perp SA$, 且 $SA = SB = SC$, 若该三棱锥外接球的半径为 $\sqrt{3}$, Q 是外接球上一动点, 则点 Q 到平面 ABC 的距离的最大值为:

15. (2016 理数一模) 在三棱锥 $A-BCD$ 中, 底面 BCD 为边长为 2 的正三角形, 顶点 A 在底面 BCD 上的射影为 $\triangle BCD$ 的中心, 若 E 为 BC 的中点, 且直线 AE 与底面 BCD 所成角的正切值为 $2\sqrt{2}$, 则三棱锥 $A-BCD$ 外接球

的表面积为:

16. (2016 理数一模) 若正三棱柱的所有棱长均为 a , 且其体积为 $2\sqrt{3}$, 则此三棱柱外接球的表面积是:

17. (2016 理数二模) 已知三棱锥 $S-ABC$ 中, 底面 ABC 为边长等于 $\sqrt{3}$ 的等边三角形, SA 垂直于底面 $ABC, SA = 1$, 那么三棱锥 $S-ABC$ 的外接球的表面积为:

18. (2017 文数一模) 已知三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB \perp$ 面 $BCD, BC \perp CD, BC = CD = 1, AB = \sqrt{2}$, 则该三棱锥外接球的体积为:

19. (2017 理数一模) 已知三棱锥 $A-BCD$ 中, $CD \perp BC, AB = AD = \sqrt{2}, BC = 1, CD = \sqrt{3}$, 则该三棱锥外接球的体积为:

20. (2017 文数二模) 已知三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB = AC = BC = 2, BD = CD = \sqrt{2}$, 点 E 是 BC 的中点, 点 A 在平面 BCD 上的射影恰好为 DE 的中点, 则该三棱锥外接球的表面积为:

21. (2018 理科二模) 已知球 O 是正三棱锥 $A-BCD$ 的外接球, $BC = 3, AB = 2\sqrt{3}$, 点 E 在线段 BD 上, 且 $BD = 3BE$, 过点 E 作球 O 的截面, 则所得截面中面积最小的截面圆的面积是:

22. (2018 理科一模) 三棱锥 $D-ABC$ 中, $CD \perp$ 底面 $ABC, \triangle ABC$ 为等边三角形, 若 $AE \parallel CD, AB = CD = AE$

$=2$ ，则三棱锥 $D-ABC$ 与三棱锥 $E-ABC$ 的公共部分构成的几何体的外接球的体积为：

23. (2018 文科二模) 已知菱形 $ABCD$ 中， $AB=6\sqrt{3}$ ， $\angle BAD=60^\circ$ ，沿对角线 BD 折成二面角 $A-BD-C$ 为 60° 的四面体，则四面体 $ABCD$ 的外接球的表面积为：

点、直线、面位置关系

1. (2013 文数二模) 已知 m, n 是两条不同的直线， α, β 是两个不同的平面，则下列命题中的真命题是 ()

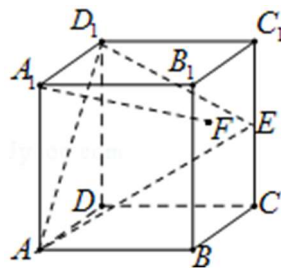
- A. 若 $m//\alpha, n//\beta, \alpha//\beta$ ，则 $m//n$
- B. 若 $m\perp\alpha, n//\beta, \alpha//\beta$ ，则 $m\perp n$
- C. 若 $m\perp\alpha, n\perp\beta, \alpha\perp\beta$ ，则 $m//n$
- D. 若 $m//\alpha, n//\beta, \alpha\perp\beta$ ，则 $m\perp n$

2. (2015 文数二模) 已知平面 $\alpha//\beta$ ，且 α 与 β 的距离为 $d(d>0)$ ， $m\subset\alpha$ ，则在 β 内与直线 m 的距离为 $2d$ 的直线共有 ()

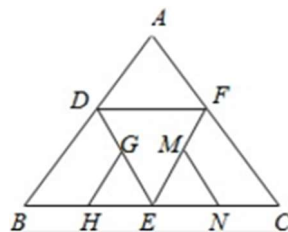
- A. 0 条
- B. 1 条
- C. 2 条
- D. 无数条

3. (2015 理数二模) 已知长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中， $AA'=AB=2$ ，若棱 AB 上存在点 P ，使得 $D'P\perp PC$ ，则 AD 的取值范围是：

4. (2016 理数三模) 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E 是棱 CC_1 的中点， F 是侧面 CBB_1C_1 内的动点，且 $A_1F//$ 平面 D_1AE ，则 A_1F 与平面 CBB_1C_1 所成角的正切值的取值范围是：

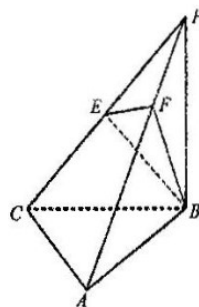


5. (2018 理科三模) 如图是正四面体的平面展开图， G, H, M, N 分别是 DE, BE, EF, EC 的中点，在这个正四面体中：① DE 与 MN 平行；② BD 与 MN 为异面直线；③ GH 与 MN 成 60° 角；④ DE 与 MN 垂直。以上四个命题中，正确命题个数是：



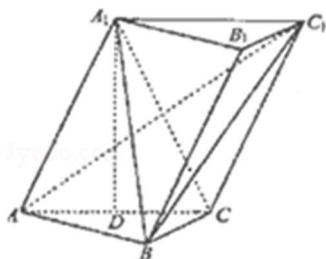
解答题 (理)

1. (2012 理数二模) 如图三棱锥 $P-ABC$ 中 $PA\perp$ 底面 ABC ， $\angle BCA=90^\circ$ ， $PB=BC=CA=2$ ， E 为 PC 的中点，点 F 在 PA 上，且 $2PF=FA$ 。



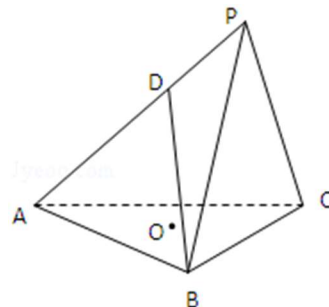
- (1) 求证：平面 $PAC\perp$ 平面 BEF ；
- (2) 求平面 ABC 于平面 BEF 所成角的平面角 (锐角) 的余弦值。

2. (2013 理数一模) 已知斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = 90^\circ, AC = BC = 2$, 点 D 为 AC 的中点, $A_1D \perp$ 平面 $ABC, A_1B \perp AC_1$ 。



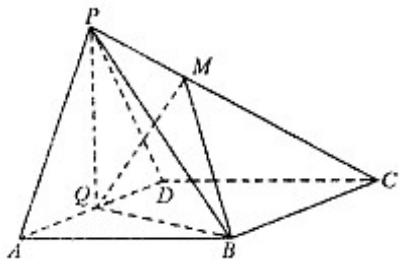
- (1) 求证: $AC_1 \perp A_1C$;
- (2) 求二面角 $A-A_1B-C$ 的余弦值。

4. (2014 理数二模) 三棱锥 $P-ABC$, 底面 ABC 为边长为 $2\sqrt{3}$ 的正三角形, 平面 $PBC \perp$ 平面 $ABC, PB = PC = 2, D$ 为 AP 上一点, $AD = 2DP, O$ 为底面三角形中心。



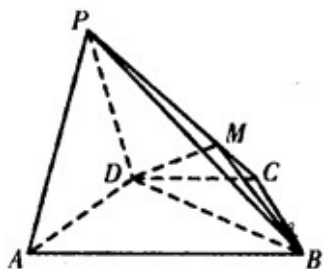
- (1) 求证: $DO \parallel$ 面 PBC ;
- (2) 求证: $BD \perp AC$;
- (3) 设 M 为 PC 中点, 求二面角 $M-BD-O$ 的余弦值。

3. (2013 理数二模) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是菱形, $\angle BAD = 60^\circ, Q$ 为 AD 的中点, $PA = PD = AD = 2$, 点 M 在线段 PC 上, 且 $PM = tPC$ 。



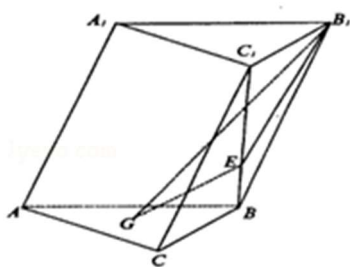
- (1) 试确定实数 t 的值, 使 $PA \parallel$ 平面 BMQ ;
- (2) 在 (1) 的条件下, 若 $PQ \perp$ 平面 $ABCD$, 求二面角 $M-BQ-C$ 的大小。

5. (2014 理数三模) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, $\triangle PAD$ 是等边三角形, $BD = 2AD = 8$, $AB = 4\sqrt{5}$ 。



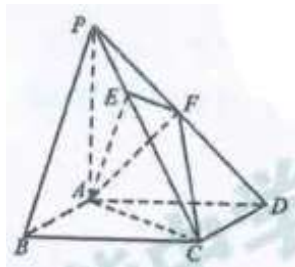
- (I) 设 M 是 PC 上的一点, 证明: 平面 $MBD \perp$ 平面 PAD ;
(II) 求二面角 $A-PB-D$ 的余弦值。

6. (2015 理数一模) 如图, 在斜三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, 侧面 $A'B'BA \perp$ 底面 ABC , 侧棱 AA' 与底面 ABC 的所成角为 60° , $AA' = 2$, 底面 ABC 是边长为 2 的正三角形, 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 点 E 在 BC' 上, 且 $BE = \frac{1}{3}BC'$ 。



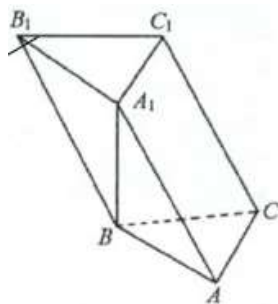
- (1) 求证: $GE \parallel$ 平面 $A'B'BA$;
(2) 求平面 $B'GE$ 与底面 ABC 所成锐角二面角的余弦值。

7. (2015 理数三模) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AP = AD$, 点 E 在 PC 上, 且 $PE = \frac{1}{2}EC$, 点 F 是 PD 的中点。



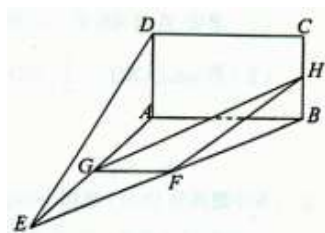
- (1) 求证: $PC \perp$ 平面 AEF ;
(2) 求二面角 $C-AF-E$ 的余弦值。

8. (2016 理数二模) 如图, 在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $A_1B \perp AC$, 且 $A_1B = AC = 5$, $AA_1 = BC = 13$, 且 $AB = 12$ 。



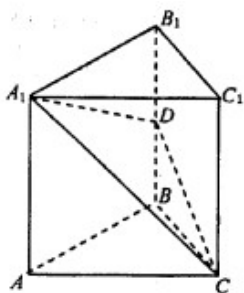
- (1) 求证: 平面 $ABB_1A_1 \perp$ 平面 ACC_1A_1 ;
(2) 求二面角 $A-BB_1-C$ 的正切值的大小。

9. (2012 理数一模) 如图, 矩形 $ABCD$ 所在的平面与平面 AEB 垂直, 且 $\angle BAE = 120^\circ$, $AE = AB = 4$, $AD = 2$, F, G, H 分别为 BE, AE, BC 的中点。



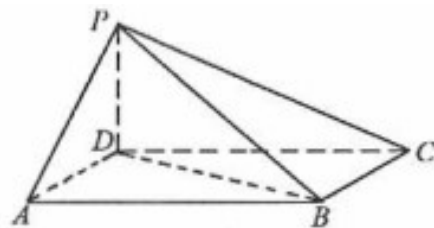
- (1) 求证: $DE \parallel$ 平面 FGH ;
- (2) 若点 P 在线段 GF 上, 且二面角 $D-BP-A$ 的大小为 $\frac{\pi}{4}$, 试确定点 P 的位置。

10. (2012 理数三模) 如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧棱 $B_1B \perp$ 平面 ABC , 底面 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $\angle B = 90^\circ$, D 为棱 BB_1 上一点, 且平面 $DA_1C \perp$ 平面 AA_1C_1C 。



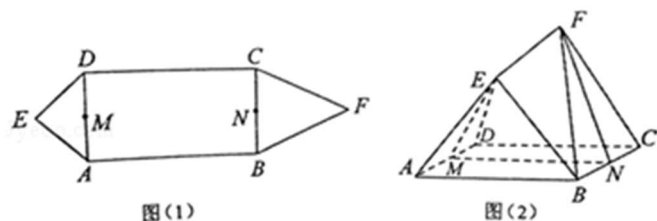
- (I) 求证: D 点为棱 BB_1 的中点;
- (II) 若二面角 $A-A_1D-C$ 的平面角为 60° , 求 $\frac{AA_1}{AB}$ 的值。

11. (2015 理数二模) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是平行四边形, $DAB = 60^\circ$, $AB = 2AD = 2$, $PD \perp$ 平面 $ABCD$



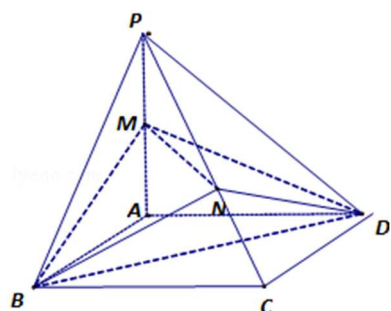
- (1) 求证: $AD \perp PB$;
- (2) 若 BD 与平面 PBC 的所成角为 30° , 求二面角 $P-BC-D$ 的余弦值。

12. (2017 理数二模)如图(1)在平面六边形 $ABCDEF$, 四边形 $ABCD$ 是矩形, 且 $AB = 4, BC = 2, AE = DE = \sqrt{2}, BF = CF = \sqrt{5}$, 点 M, N 分别是 AD, BC 的中点, 分别沿直线 AD, BC 将 $\triangle DEF, \triangle BCF$ 翻折成如图(2)的空间几何体 $ABCDEF$.



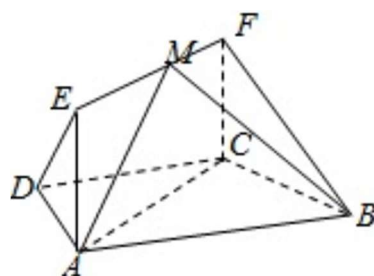
- (1) 利用下面的结论 1 或结论 2, 证明: E, F, M, N 四点共面;
- 结论 1: 过空间一点作已知直线的垂面, 有且只有一个;
- 结论 2: 过平面内一条直线作该平面的垂面, 有且只有一个.
- (2) 若二面角 $E-AD-B$ 和二面角 $F-BC-A$ 都是 60° , 求二面角 $A-BE-F$ 的余弦值.

13. (2016 理数三模)在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, 且 $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 点 M 是棱 PA 的中点.



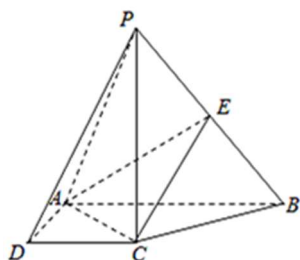
- (1) 若 $PA = 4$, 求点 C 到平面 BMD 的距离;
- (2) 过直线 BD 且垂直于直线 PC 的平面交 PC 于点 N , 如果三棱锥 $N-BCD$ 的体积取到最大值, 求此时二面角 $M-ND-B$ 的大小的余弦值.

14. (2018 理科三模)如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle BCD = 120^\circ$, 四边形 $ACEF$ 为矩形, $CF \perp$ 平面 $ABCD$, $AD = CD = BC = CF$, 点 M 是线段 EF 的中点.



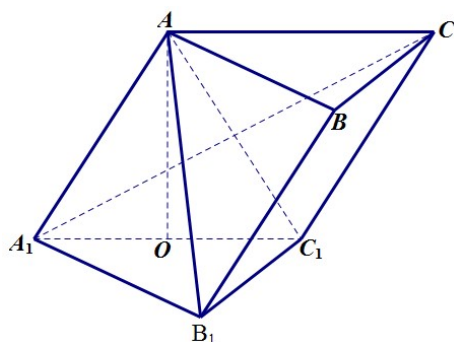
- (1) 求证: $EF \perp$ 平面 BCF ;
- (2) 求平面 MAB 与平面 FCB 所成角的锐二面角的余弦值.

15. (2016 理数一模) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PC \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是直角梯形, $AB \perp AD$, $AB \parallel CD$, $AB = 2AD = 2CD = 2$, E 是 PB 上的一点。



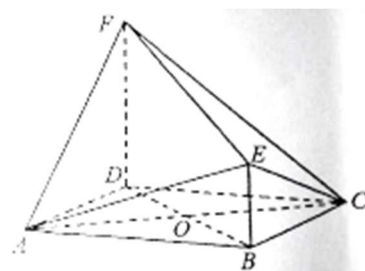
- (1) 求证: 平面 $EAC \perp$ 平面 PBC ;
 (2) 若二面角 $P-AC-E$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$,
 求直线 PA 与平面 EAC 所成角的正弦值。

16. (2014 理数一模) 如图, 在斜三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, 点 O 是 $A'C'$ 的中点, $AO \perp$ 平面 $A'B'C'$, 已知 $\angle BCA = 90^\circ$, $AA' = AC = BC = 2$ 。



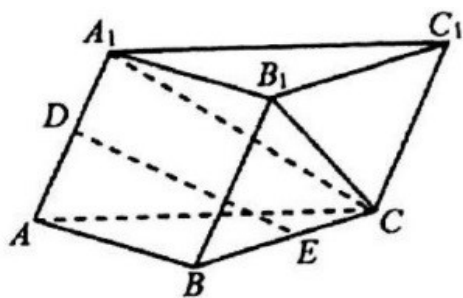
- (1) 求证: $AB' \perp A'C$;
 (2) 求 $A'C'$ 与平面 $AA'B'$ 所成角的正弦值。

17. (2017 理数一模) 如图, 在几何体 $ABCDEF$ 中, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $BE \perp$ 平面 $ABCD$, $DF \parallel BE$, $DF = 2BE = 2$, $EF = 3$



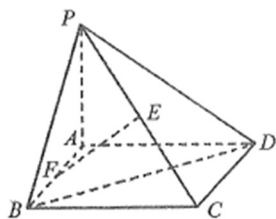
- (1) 证明: 平面 $ACF \perp$ 平面 $BEFD$;
 (2) 若二面角 $A-EF-C$ 是直二面角, 求 AE 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值。

18. (2017 理数三模) 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧面 $ACC_1A_1 \perp$ 底面 ABC , $\angle A_1AC = 60^\circ$, $AC = 2AA_1 = 4$, 点 D, E 分别是 AA_1, BC 的中点。



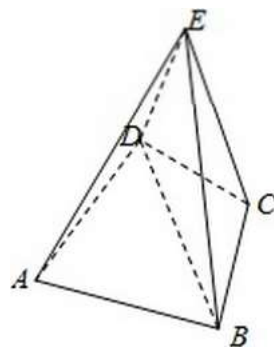
- (I) 证明: $DE \parallel$ 平面 A_1B_1C ;
(II) 若 $AB = 2, \angle BAC = 60^\circ$, 求直线 DE 与平面 ABB_1A_1 所成角的正弦值。

19. (2018 理科一模) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形, $PA \perp BD$



- (I) 求证: $PB = PD$
(II) 若 E, F 分别为 PC, AB 的中点, $EF \perp$ 平面 PCD , 求直线 PB 与平面 PCD 所成角的大小。

20. (2018 理科二模) 如图, 在四棱锥 $E-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是圆内接四边形, $CB = CD = CE = 1, AB = AD = AE = \sqrt{3}, EC \perp BD$



- (I) 求证: 平面 $BED \perp$ 平面 $ABCD$.
(II) 若点 P 在侧面 ABE 内运动, 且 $DP \parallel$ 平面 BEC , 求直线 DP 与平面 ABE 所成角的正弦值的最大值。

第九章圆锥曲线

客观题(圆)

1. (2017 文科三模) 已知方程 $x^2 + y^2 - 2x + 2y + F = 0$ 表示半径为 2 的圆, 则实数 $F =$

2. (2012 文科三模) 直线 $y = \sqrt{3}x$ 被圆 $x^2 + y^2 - 4y = 0$ 所截得的弦长为:

3. (2012 理科三模) 过原点且倾斜角为 60° 的直线被圆 $x^2 + y^2 - 4y = 0$ 所截得的弦长为:

4. (2012 二模) 已知圆心为 $(0,1)$ 的圆 C 与直线 $4x - 3y - 2 = 0$ 相交于 A, B 两点, 且 $|AB| = 6$, 则圆 C 的方程为:

5. (2013 二模) 若点 $P(1,1)$ 是圆 $x^2 + (y-3)^2 = 9$ 的弦 AB 的中点, 则直线 AB 的方程为:

6. (2014 文科一模) 已知 P 是直线 $3x + 4y + 8 = 0$ 上的动点, C 是圆 $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ 的圆心, 那么 $|PC|$ 的最小值是:

7. (2014 理科一模) 已知 P 是直线 $3x + 4y + 8 = 0$ 上的动点, PA, PB 是圆 $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ 的切线, A, B 是切点, C 是圆心, 那么四边形 $PACB$ 的面积的最小值是:

8. (2015 文科一模) 已知 AB 是圆 $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$ 内过点 $E(1,0)$ 的最短弦, 则 $|AB| =$

9. (2015 理科一模) 已知在圆 $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$ 内, 过点 $E(1,0)$ 的最长弦和最短弦分别是 AC, BD , 则四边形 $ABCD$ 的面积为:

10. (2015 文科二模) 已知点 $A(-1,0), B(1,0)$, 若圆 $(x-2)^2 + y^2 = r^2$ 上存在点 P , 使得 $\angle APB = 90^\circ$, 则实数 r 的取值范围为:

11. (2015 理科二模) 已知点 $A(-a,0), B(a,0)$, 若圆 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$ 上存在点 P 使得 $\angle APB = 90^\circ$, 则正数 a 的取值范围为:

12. (2016 文科一模) 已知圆 $C: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 2$, 若等边 $\triangle PAB$ 的一边 AB 为圆 C 的一条弦, 则 $|PC|$ 的最大值为:

13. (2016 理科一模) 圆心在曲线 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 上, 且与直线 $2x + y + 1 = 0$ 相切的面积最小的圆的方程为:

14. (2016 理科二模) 已知圆 $C: x^2 + y^2 = 1$, 点 $P(x_0, y_0)$ 在直线 $l: 3x + 2y - 4 = 0$ 上, 若在圆 C 上总存在两个不同的点 A, B , 使 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OP}$, 则 x_0 的取值范围是:

15. (2016 三模) 曲线 $f(x) = x \ln x$ 在点 $P(1,0)$ 处的切线 l 与坐标轴围成的三角形的外接圆方程是:

16. (2017 一模) 已知圆 $C: (x-2)^2 + y^2 = 1$, 直线 $l: y = kx$, 在 $[-1, 1]$ 上随机选取一个数 k , 则事件 “直线 l 与圆 C 相离” 发生的概率为:

客观题 (椭圆)

1. (2014 二模) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点 F, C 与过原点的直线相交于 A, B 两点, 连结 AF, BF , 若 $|AB| = 10, |AF| = 6, \cos \angle ABF = \frac{4}{5}$, 则的离心率为:

2. (2015 文科三模) 已知过点 $M(1, -1)$, 斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线与椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 相交于 A, B 两个不同点, 若点 M 是 AB 的中点, 则该椭圆的离心率为:

3. (2018 文科二模) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的半焦距为 c , 原点 O 到经过两点 $(c, 0), (0, b)$ 的直线的距离为 $\frac{c}{2}$, 则椭圆的离心率为:

4. (2018 理科二模) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别是 A, B , 左、右焦点分别是 F_1, F_2 , 若 $|AF_1|, |F_1F_2|, |F_2B|$, 成等比数列, 则椭圆的离心率为:

5. (2015 理科三模) 已知过点 $M(1, -1)$ 的直线 l 与椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 相交于 A, B 两点, 若点 M 是 AB 的中点, 则直线 l 的方程为:

6. (2017 理科三模) 已知过点 $A(-2, 0)$ 的直线与 $x = 2$ 相交于点 C , 过点 $B(2, 0)$ 的直线与 $x = -2$ 相交于点 D , 若直线 CD 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 相切, 则直线 AC 与 BD 的交点 M 的轨迹方程为:

客观题 (双曲线)

1. (2016 文科一模) 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$, 则其渐近线方程为:

2. (2017 文科一模) 已知双曲线经过点 $(2\sqrt{2}, 1)$, 其一条渐近线方程为 $y = \frac{1}{2}x$, 则该双曲线的标准方程为:

3. (2017 理科一模) 已知双曲线经过点 $(1, 2\sqrt{2})$, 其一条渐近线方程为 $y = 2x$, 则该双曲线的标准方程为:

4. (2014 理科二模) 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的顶点到渐近线的距离为:

5. (2018 文科一模) 若双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的离心率为 2, 则 $b =$

6. (2012 一模) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$, 过其右焦点且垂直于实轴的直线与双曲线交于 M, N 两点, O 为坐标原点, 若 $OM \perp ON$, 则双曲线的离心率为:

7. (2012 文科二模) 已知点 F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$) 的左右焦点, 过 F_1 且垂直于 x 轴的直线与双曲线交于 A, B 两点, 若 $\triangle ABF_2$ 是锐角三角形, 则该双曲线的离心率的取值范围是

8. (2012 文科三模) 已知 P 点是以 F_1, F_2 为焦点的双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上的一点, 若 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0, \tan \angle PF_1F_2 = 2$, 则此双曲线的离心率等于:

9. (2018 理科一模) 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 的右焦点为 F , 过点 F 向双曲线的一条渐近线引垂线, 垂足为 M , 交另一条渐近线于 N , 若 $2\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{FN}$, 则双曲线的离心率 $e =$

10. (2014 理科一模) 设 P 在双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 上, F_1, F_2 是该双曲线的两个焦点, $\angle F_1PF_2 = 90^\circ$, 且 $\triangle F_1PF_2$ 的三条边长成等差数列, 则此双曲线的离心率是:

11. (2013 理科二模) 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{1}{n^2 + n}, n \in \mathbb{N}^+$, 其前 n 项和 $S_n = \frac{9}{10}$, 则双曲线 $\frac{x^2}{n+1} - \frac{y^2}{n} = 1$ 的渐近线方程为:

12. (2018 理科二模) 设点 P 为双曲线 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$ 上一点, F_1, F_2 分别是双曲线的左、右焦点, 若 $|PF_1| = 2|PF_2|$, 则 $\cos \angle PF_2F_1 =$

13. (2018 文科二模) 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 上一点 $M(-3, 4)$ 关于一条渐近线的对称点恰为双曲线的右焦点 F_2 , 则该双曲线的标准方程为:

14. (2013 理科二模) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 O 为双曲线的中心, 点 P 在双曲线右支上, $\triangle PF_1F_2$ 内切圆的圆心为 Q , 圆 Q 与 x 轴相切于点 A , 过 F_2 作直线 PQ 的垂线, 垂足为 B , 则下列结论成立的是:
A. $|OA| > |OB|$ B. $|OA| < |OB|$
C. $|OA| = |OB|$ D. $|OA|, |OB|$ 大小关系不确定

15. (2014 理科三模) 设 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 的两个焦点, P 是双曲线 C 上一点, 若 $|PF_1| + |PF_2| = 6a$, 且 $\triangle PF_1F_2$ 的最小内角为 30° , 则该双曲线的离心率是:

16. (2015 文科一模) 已知点 F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 的左、右两焦点, 若双曲线左支上存在点 P 与点 F_2 关于直线 $y = \frac{b}{a}x$ 对称, 则双曲线的离心率为:

17. (2018 三模) 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 的实轴长为 16, 左焦点为 F, M 是双曲线 C 的一条渐近线上的点, 且 $OM \perp MF, O$ 为坐标原点, 若 $S_{\triangle OMF} = 16$, 则双曲线 C 的离心率为:

18. (2015 理科一模) 已知点 O 为双曲线 C 的对称中心, 过点 O 的两条直线 l_1, l_2 的夹角为 60° , 直线 l_1 与双曲线 C 相交于点 A_1, B_1 , 直线 l_2 与双曲线 C 相交于点 A_2, B_2 , 若使 $|A_1B_1| = |A_2B_2|$ 成立的直线 l_1, l_2 有且只有一对, 则双曲线 C 离心率的取值范围是:

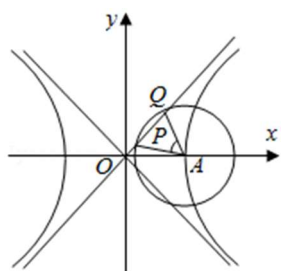
19. (2015 文科二模) 已知 F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$) 的左、右焦点, 过 F_1 的直线 l 与双曲线的左右两支分别交于点 A, B , 若 $|AB| = |AF_2|$, $\angle F_1AF_2 = 90^\circ$, 则双曲线的离心率为:

20. (2014 文科三模) 设 F_1, F_2 是双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ 的左、右焦点, 若双曲线右支上存在一点 P , 使 $(\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OF_2}) \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$ (O 是坐标原点), 则 ΔF_1PF_2 的面积是:

21. (2015 理科二模) 已知 F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$) 的左、右焦点, 点 P 在双曲线的右支上, 且 $\overrightarrow{F_1P} \cdot (\overrightarrow{OF_1} + \overrightarrow{OP}) = 0$ (O 为坐标原点), 若 $|\overrightarrow{F_1P}| = \sqrt{2}|\overrightarrow{F_2P}|$, 则该双曲线的离心率为:

22. (2016 文科三模) 设 F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$) 的左、右焦点, P 是双曲线右支上一点, 满足 $(\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OF_2}) \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$ (O 为坐标原点), 且 $3|\overrightarrow{PF_1}| = 4|\overrightarrow{PF_2}|$, 则双曲线的离心率为:

23. (2016 文科二模) 如图, 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$) 的右顶点为 A , O 为坐标原点, 以 A 为圆心的圆与双曲线 C 的某渐近线交于两点 P, Q , 若 $\angle PAQ = 60^\circ$ 且 $\overrightarrow{OQ} = 3\overrightarrow{OP}$, 则双曲线 C 的离心率为:



24. (2016 理科二模) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$) 与函数 $y = \sqrt{x}$ 的图象交于点 P , 若函数 $y = \sqrt{x}$ 的图象在点 P 处的切线过双曲线左焦点 $F(-1, 0)$, 则双曲线的离心率是:

客观题 (抛物线)

1. (2012 理科一模) 倾斜角为 60° 的直线 l 经过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点, 且与抛物线相交于 A, B 两点 (点 A 在 x 轴上方), 则 $\frac{|AF|}{|BF|} =$

2. (2017 文科一模) 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过焦点 F 的直线交抛物线焦点于 A, B 两点, O 为坐标原点, 若 $|AB| = 6$, 则三角形 AOB 的面积为:

3. (2017 理科一模) 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过焦点 F 的直线交抛物线于 A, B 两点, O 为坐标原点, 若 ΔAOB 的面积为 $\sqrt{6}$, 则 $|AB| =$

4. (2018 三模) 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线为 l , P 是 l 上一点, 直线 PF 与抛物线交于 M, N 两点, 若 $\overrightarrow{PF} = 3\overrightarrow{MF}$, 则 $|MN| =$

5. (2012 文科二模) 抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点为 F , 点 P 是该抛物线上的动点, 若 $|PF| = 2$, 则 P 点坐标为:

6. (2012 理科二模) 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的弦 AB 的中点的横坐标为 2, 则 $|AB|$ 的最大值为:

7. (2012 理科三模) 已知经过点 $(-2, 0)$ 的直线 l 与抛物线 $y^2 = 8x$ 相交于 A, B 两点, F 为抛物线的焦点, 若 $|FA| = 2|FB|$, 则直线 l 的斜率的绝对值等于:

8. (2013 理科二模) 抛物线 $y = x^2$ 上的点到直线 $x + y + 1 = 0$ 的最短距离为:

9. (2014 理科一模) 过 x 轴上点 $P(a, 0)$ 的直线与抛物线 $y^2 = 8x$ 交于 A, B 两点, 若 $\frac{1}{|AP|^2} + \frac{1}{|BP|^2}$ 为定值, 则 $a =$

10. (2014 文科二模) 已知 P 是抛物线 $y^2 = 2x$ 上动点, $A(\frac{7}{2}, 4)$, 若点 P 到 y 轴距离为 d_1 , 点 P 到点 A 的距离为 d_2 , 则 $d_1 + d_2$ 的最小值是:

11. (2014 三模) 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 点 A, B 在抛物线上, 且 $\angle AFB = \frac{2\pi}{3}$, 弦 AB 的中点 M 在准线 l 上的射影为 M' , 则 $\frac{|MM'|}{|AB|}$ 的最大值为:

12. (2015 三模) 已知点 F 是抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 点 $M(2, y_0)$ 在该抛物线上, 若 $|MF| = 4$, 则点 M 到坐标原点 O 的距离为:

13. (2018 理科一模) 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 准线为 l , A, B 是抛物线上的两个动点, 且满足 $\angle AFB = 60^\circ$, 设线段 AB 的中点 M 在 l 上的投影为 N , 则:

- A. $|AB| \geq 2|MN|$ B. $2|AB| \geq 3|MN|$
C. $|AB| \geq 3|MN|$ D. $|AB| \geq |MN|$

14. (2018 文科一模) 抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点为 F , 设 A, B 是抛物线上的两个动点, $|AF| + |BF| = \frac{2\sqrt{3}}{3}|AB|$, 则 $\angle AFB$ 的最大值为:

客观题 (综合)

1. (2012 文科二模) 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 1)$ 的焦点 F 恰为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 的右焦点, 且两曲线交点的连线过点 F , 则双曲线的离心率为:

2. (2013 一模) 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 的一个焦点, 经过两曲线交点的直线恰过点 F , 则该双曲线的离心率为:

3. (2016 理科三模) 双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 与抛物线 $C_2: y^2 = 2px (p > 0)$ 相交于 A, B 两点, 公共弦 AB 恰过它们公共焦点 F , 则双曲线的一条渐近线的倾斜角所在的区间可能是:

- A. $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$ B. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3})$ C. $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4})$ D. $(0, \frac{\pi}{6})$

4. (2013 文科二模) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 的右焦点是抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点, 则该双曲线的渐近线方程是:

5. (2017 二模) 已知双曲线 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的右焦点是抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 直线 $y = kx + m$ 与抛物线交于 A, B 两个不同的点, 点 $M(2, 2)$ 是 AB 的中点, 则 $\triangle OAB$ (O 为坐标原点) 的面积是:

6. (2014 文科一模) 设 $M(x_0, y_0)$ 为抛物线 $C: x^2 = 8y$ 上一点, F 为抛物线 C 的焦点, 以 F 为圆心、 $|FM|$ 为半径的圆和抛物线 C 的准线相交, 则 y_0 的取值范围是:

7. (2014 文科一模) 过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 的左焦点 $F(-c, 0), c > 0$, 作圆: $x^2 + y^2 = \frac{a^2}{4}$ 的切线, 切点为 E , 延长 FE 交双曲线右支于点 P , 若 $\overrightarrow{OE} = \frac{\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OP}}{2}$, 则双曲线的离心率为:

8. (2016 文科二模) 若抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线经过椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 的一个焦点, 则该抛物线的准线方程为:

9. (2015 三模) 已知点 P, Q 分别在圆 $(x-4)^2 + y^2 = 3$ 和椭圆 $\frac{y^2}{9} + x^2 = 1$ 上, 则 $|PQ|$ 的最大值为:

10. (2017 三模) 已知点 P 在抛物线 $y = x^2$ 上, 点 Q 在圆 $(x-4)^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = 1$ 上, 则 $|PQ|$ 的最小值为:

主观题 (定值、定点问题)

1. (2018 文科二模) 已知以点 $C(0, 1)$ 为圆心的动圆 C 与 y 轴负半轴交于点 A , 其弦 AB 的中点 D 恰好落在 x 轴上.

(1) 求点 B 的轨迹 E 的方程;

(2) 过直线 $y = -1$ 上一点 P 作曲线 E 的两条切线, 切点分别为 M, N , 求证: 直线 MN 过定点.

2. (2017 文科三模) 已知动圆 C 经过点 $(1, 0)$, 且与直线 $x = -1$ 相切, 设圆心 C 的轨迹 E .

(1) 求曲线 E 的方程;

(2) 若直线 $l: y = kx + m (m \neq 0)$ 与曲线 E 相交于 A, B 两个不同点, 以 AB 为直径圆经过原点, 证明: 直线 l 必过一个定点.

3. (2017 理科三模) 已知动点 C 到 $F(1,0)$ 的距离比到直线 $x=-2$ 的距离小 1, 动点 C 的轨迹为 E .

(I) 求曲线 E 的方程;

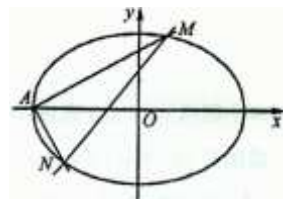
(II) 若直线 $l: y=kx+m(km<0)$ 与曲线 E 相交于 A, B 两个不同点, 且 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 5$, 证明: 直线 l 经过一个定点.

4. (2012 理科三模) 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ 经过点 $M(2,2)$, C 在点 M 处的切线交 x 轴于点 N , 直线 l_1 经过点 N 且垂直于 x 轴.

(1) 求线段 ON 的长;

(2) 设不经过点 M 和 N 的动直线 $l_2: x=my+b$ 交 C 于点 A 和 B , 交 l_1 于点 E , 若直线 MA, ME, MB 的斜率依次成等差数列, 试问: l_2 是否过定点? 请说明理由.

5. (2012 理科一模) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a>b>0)$, 其右焦点为 $(1,0)$, 点 $P(1, \frac{3}{2})$ 在椭圆 E 上.



(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 过椭圆 E 的左顶点 A 作两条互相垂直的直线分别与椭圆 E 交于 (不同于点 A 的) M, N 两点, 试判断直线 MN 与 x 轴的交点是否为定点, 若是, 求出定点坐标; 若不是, 请说明理由.

6. (2015 三模) 已知定圆 $M: (x+1)^2 + y^2 = 16$, 动圆 N 过点 $D(1,0)$, 且与圆 M 相切, 记圆心 N 的轨迹为曲线 C .

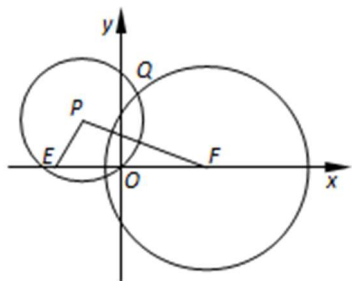
(1) 求曲线 C 的方程;

(2) 已知点 $P(x, y), (x>0)$ 在圆 $E: x^2 + y^2 = 3$ 上, 过点 P 作圆 E 的切线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两个不同的点, 求证: $\triangle ABD$ 的周长为定值.

7. (2015 理科二模) 已知动点 A 在椭圆 $C: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上, 动点 B 在直线 $x = -2$ 上, 且满足 $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$ (O 为坐标原点), 椭圆 C 上点 $M(\frac{\sqrt{3}}{2}, 3)$ 到两焦点距离之和为 $4\sqrt{3}$

- (1) 求椭圆 C 方程;
- (2) 判断直线 AB 与圆 $x^2 + y^2 = 3$ 的位置关系, 并证明你的结论.

8. (2014 三模) 如图, 已知 $O(0,0), E(-\sqrt{3},0), F(\sqrt{3},0)$, 圆 $F: (x-\sqrt{3})^2 + y^2 = 5$, 动点 P 满足 $|PE| + |PF| = 4$, 以 P 为圆心, OP 为半径的圆 P 与圆 F 的一个公共点为 Q .

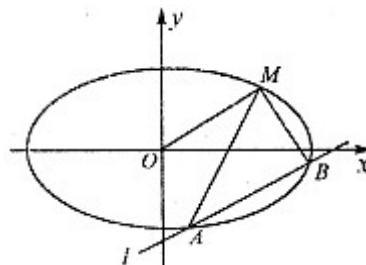


- (I) 求点 P 的轨迹方程;
- (II) 证明: 点 Q 到直线 PF 的距离为定值, 并求此定值.

9. (2013 文科二模) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过 $A(2,0)$ 和 $B(1, \frac{3}{2})$ 两点, O 为坐标原点.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 若以点 O 为端点的两条射线与椭圆 C 分别相交于点 M, N , 且 $\overrightarrow{OM} \perp \overrightarrow{ON}$, 证明: 点 O 到直线 MN 的距离为定值.

10. (2013 理科二模) 如图, 已知椭圆的中心在坐标原点, 焦点在 x 轴上, 长轴长是短轴长的 2 倍, 且经过点 $M(2,1)$, 平行于 OM 的直线 l 在 y 轴上的截距为 m , 直线 l 与椭圆相交于 A, B 两个不同点.



- (1) 求实数 m 的取值范围;
- (2) 证明: 直线 MA, MB 与 x 轴围成的三角形是等腰三角形.

11. (2018 理科一模) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 右焦点为 $F_2(1, 0)$, 点 $B(1, \frac{3}{2})$ 在椭圆 C 上。

(1) 求椭圆方程;

(2) 若直线 $l: y = k(x - 4) (k \neq 0)$ 与椭圆 C 交于 M, N 两点, 已知直线 A_1M 与 A_2N 相交于点 G , 证明: 点 G 在定直线上, 并求出定直线的方程。

12. (2018 理科二模) 已知平面曲线 C 上任意一点到点 $F(0, 1)$ 和直线 $y = -1$ 的距离相等, 过直线 $y = -1$ 上一点 P 作曲线 C 的两条切线, 切点分别为 A, B 。

(I) 求证: 直线 AB 过定点 F

(II) 若直线 PF 交曲线 C 于 D, E 两点, $\overrightarrow{DF} = \lambda \overrightarrow{FE}, \overrightarrow{DP} = \mu \overrightarrow{PE}$, 求 $\lambda + \mu$ 的值。

主观题 (最值、范围问题)

1. (2012 文科一模) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 其焦点为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 直线 $l: x + 2y - 2 = 0$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A, B 。

(1) 若点 A 是椭圆 E 的一个顶点, 求椭圆的方程;

(2) 若线段 AB 上存在点 P , 满足 $|PF_1| + |PF_2| = 2a$, 求 a 的取值范围。

2. (2015 文科二模) 已知动点 A 在椭圆 $C: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上, 动点 B 在直线 $x = -2$ 上, 且满足 $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$ (O 为坐标原点), 椭圆 C 上点 $M(\frac{\sqrt{3}}{2}, 3)$ 到两焦点距离之和为 $4\sqrt{3}$

(1) 求椭圆 C 方程;

(2) 求 $|AB|$ 取最小值时点 A 的坐标。

3. (2015 文科一模) 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别是点 F_1, F_2 , 其离心率 $e = \frac{1}{2}$, 点 P 为椭圆上的一个动点, ΔPF_1F_2 面积的最大值为 $4\sqrt{3}$ 。

(1) 求椭圆的方程;

(2) 若 A, B, C, D 是椭圆上不重合的四个点, AC, BD 相交于点 $F_1, \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$, 求 $|\overrightarrow{AC}| + |\overrightarrow{BD}|$ 的取值范围。

4. (2015 理科一模) 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点为 F_1, F_2 , 其离心率为 $e = \frac{1}{2}$, 点 P 为椭圆上的一个动点, ΔPF_1F_2 内切圆面积的最大值为 $\frac{4\pi}{3}$ 。

(1) 求 a, b 的值;

(2) 若 A, B, C, D 是椭圆上不重合的四个点, 且满足 $\overrightarrow{F_1A} // \overrightarrow{F_1C}, \overrightarrow{F_1B} // \overrightarrow{F_1D}, \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$, 求 $|\overrightarrow{AC}| + |\overrightarrow{BD}|$ 的取值范围。

5. (2018 文科三模) 已知抛物线 $C_1: y^2 = 8x$ 的焦点也是椭圆 $C_2: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点, 点 $P(0, 2)$ 在椭圆短轴 CD 上, 且 $\overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PD} = -1$ 。

(1) 求椭圆 C_2 的方程;

(2) 设 Q 为椭圆 C_2 上的一个不在 x 轴上的动点, O 为坐标原点, 过椭圆的右焦点 F_2 作 OQ 的平行线, 交曲线 C_2 于 M, N 两点, 求 ΔQMN 面积的最大值。

6. (2016 文科一模) 已知椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{3} = 1 (a > 0)$ 的一个焦点为 $F(-1, 0)$, 左右顶点分别为 A, B , 经过点 F 的直线 l 与椭圆 M 交于 C, D 两点。

(1) 当直线 l 的倾斜角为 45° 时, 求线段 CD 的长;

(2) 记 ΔABD 与 ΔABC 的面积分别为 S_1, S_2 , 求 $|S_1 - S_2|$ 的最大值。

7. (2016 理科一模) 已知椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 点 A, B, F

分别为椭圆的右顶点, 上顶点和右焦点, 且 $S_{\triangle ABF} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 已知直线 $l: y = kx + m$ 被圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 所截得的弦长为 $2\sqrt{3}$, 若直线 l 与椭圆 C 交于 M, N 两点, 求 $\triangle OMN$ 面积的最大值。

8. (2016 文科二模) 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心

率 $e = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 直线 $y = x$ 与椭圆交于 A, B 两点, C 为椭圆的右

顶点, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \frac{3}{2}$

(1) 求椭圆的方程;

(2) 若椭圆上存在两点 E, F 使 $\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \lambda \overrightarrow{OA}, \lambda \in (0, 2)$, 求 $\triangle OEF$ 面积的最大值。

9. (2016 理科二模) 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心

率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 过焦点且垂直于长轴的弦长为 $\sqrt{2}$ 。

(1) 已知点 A, B 是椭圆上两点, 点 C 为椭圆的上顶点, $\triangle ABC$ 的重心恰好是椭圆的右焦点 F , 求 A, B 所在直线的斜率;

(2) 过椭圆的右焦点 F 作直线 l_1, l_2 , 直线 l_1 与椭圆分别交于点 M, N , 直线 l_2 与椭圆分别交于点 P, Q , 且 $|MP|^2 + |NQ|^2 = |NP|^2 + |MQ|^2$, 求四边形 $MPNQ$ 的面积 S 最小时直线 l_1 的方程。

10. (2013 一模) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心

率为 $\frac{1}{2}$, 点 F_1, F_2 分别是椭圆 C 的左, 右焦点, 以原点为圆

心, 椭圆 C 的短半轴为半径的圆与直线 $x - y + \sqrt{6} = 0$ 相切。

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若过点 F_2 的直线 l 与椭圆 C 相交于点 M, N 两点, 求使 $\triangle F_1MN$ 面积最大时直线 l 的方程。

11. (2012 文科三模) 已知与曲线 $C: x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ 相切的直线 l 分别交 x, y 轴于 $A(a, 0), B(0, b)$ 两点, 且 $a > 2, b > 2, O$ 为坐标原点.

- (1) 求线段 AB 中点的轨迹方程;
- (2) 求 $\triangle AOB$ 面积的最小值.

2. (2018 理科三模) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点为 $(\sqrt{3}, 0)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 不过原点的直线 l 与椭圆 C 相交于 M, N 两点, 设直线 OM , 直线 l , 直线 ON 的斜率分别为 k_1, k, k_2 , 且 k_1, k, k_2 成等比数列.

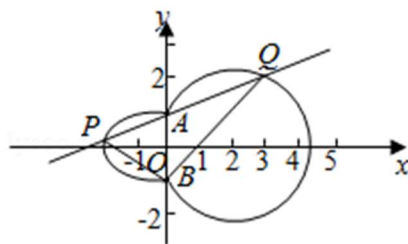
- (1) 求 $k_1 \cdot k_2$ 的值;
- (2) 若点 D 在椭圆 C 上, 满足 $\overrightarrow{OD} = \lambda \overrightarrow{OM} + \mu \overrightarrow{ON}, (\lambda^2 + \mu^2 = 1, \lambda \cdot \mu \neq 0)$ 的直线是否存在? 若存在, 求出直线 l 的方程; 若不存在, 请说明理由.

主观题 (向量与圆锥曲线)

1. (2018 文科一模) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左顶点为 A , 右焦点为 $F_2(2, 0)$, 点 $B(2, -\sqrt{2})$ 在椭圆 C 上.

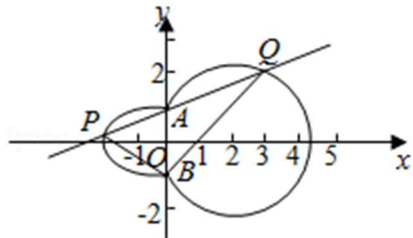
- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 若直线 $y = kx (k \neq 0)$ 与椭圆 C 交于 E, F 两点, 直线 AE, AF 分别与 y 轴交于点 M, N , 在 x 轴上, 是否存在点 P , 使得无论非零实数 k 怎么变化, 总有 $\angle MPN$ 为直角? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

3. (2017 文科二模) 如图, 曲线 C 由左半椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0, x \leq 0)$ 和圆 $N: (x-2)^2 + y^2 = 5$ 在 y 轴右侧的部分连接而成, A, B 是 M 与 N 的公共点, 点 P, Q (均异于点 A, B) 分别是 M, N 上的动点.



- (1) 若 $|PQ|$ 的最大值为 $4 + \sqrt{5}$, 求半椭圆 M 的方程;
- (2) 若直线 PQ 过点 A , 且 $\overrightarrow{AQ} + 2\overrightarrow{AP} = \mathbf{0}, \overrightarrow{BP} \perp \overrightarrow{BQ}$, 求半椭圆 M 的离心率.

4. (2017 理科二模) 如图, 曲线 C 由左半椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0, x \leq 0)$ 和圆 $N: (x-2)^2 + y^2 = 5$ 在 y 轴右侧的部分连接而成, A, B 是 M 与 N 的公共点, 点 P, Q (均异于点 A, B) 分别是 M, N 上的动点.



- (1) 若 $|PQ|$ 的最大值为 $4 + \sqrt{5}$, 求半椭圆 M 的方程;
(2) 若直线 PQ 过点 A , 且 $\overrightarrow{AQ} = -2\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{BP} \perp \overrightarrow{BQ}$, 求半椭圆 M 的离心率.

5. (2014 一模) 已知中心在原点 O , 左右焦点分别为 F_1, F_2 的椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 焦距为 $2\sqrt{2}$, A, B 是椭圆上两点.

- (1) 若直线 AB 与以原点为圆心的圆相切, 且 $OA \perp OB$, 求此圆的方程;
(2) 动点 P 满足: $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB}$, 直线 OA, OB 的斜率的乘积为 $-\frac{1}{3}$, 求动点 P 的轨迹方程.

6. (2016 文科三模) 已知点 P 是圆 $F_1: (x+1)^2 + y^2 = 16$ 上任意一点 (F_1 是圆心), 点 F_2 与点 F_1 关于原点对称, 线段 PF_2 的中垂线 m 分别与 PF_1, PF_2 交于 M, N 两点.

- (1) 求点 M 的轨迹 C 的方程;
(2) 直线 l 经过 F_2 , 与抛物线 $y^2 = 4x$ 交于 A_1, A_2 两点, 与 C 交于 B_1, B_2 两点, 当以 B_1B_2 为直径的圆经过 F_1 时, 求 $|A_1A_2|$

7. (2012 文科二模) 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 $F_2(3, 0)$, 离心率为 e

- (1) 若 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 求椭圆的方程;
(2) 设直线 $y = kx$ 与椭圆相交于 A, B 两点, M, N 分别为线段 AF_2, BF_2 的中点, 若坐标原点 O 在以 MN 为直径的圆上, 且 $\frac{\sqrt{2}}{2} < e \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 k 的取值范围.

8. (2012 理科二模) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 以原点为圆心, 椭圆的短半轴长为半径的圆与直线 $x - y + \sqrt{6} = 0$ 相切

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 已知点 $P(4, 0)$, A, B 是椭圆 C 上关于 x 轴对称的任意两个不同的点, 连接 PB 交椭圆 C 于另一点 E , 直线 AE 与 x 轴相交于点 Q , 过点 Q 的直线与椭圆 C 交于 M, N 两点, 求 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}$ 的取值范围。

9. (2012 理科三模) 已知两定点 $F_1(-\sqrt{2}, 0), F_2(\sqrt{2}, 0)$, 点 P 的轨迹是曲线 E , 且满足条件 $|\overrightarrow{PF_2}| - |\overrightarrow{PF_1}| = 2$, 直线 $y = kx - 1$ 与曲线 E 交于 A, B 两点。

- (I) 求实数 k 的取值范围;
- (II) 如果 $|AB| = 6\sqrt{3}$, 且曲线 E 上存在点 C , 使得 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = m\overrightarrow{OC}$, 求点 C 的坐标。

主观题 (其他)

1. (2017 文科一模) 已知直线 $l: y = kx + m$ 与椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 相交于 A, P 两点, 与 x 轴 y 轴分别相交于点 N 和点 M , 且 $PM = MN$, 点 Q 是点 P 关于 x 轴的对称点, QM 的延长线交椭圆于点 B , 过点 A, B 分别作 x 轴的垂线, 垂足分别为 A_1, B_1 。

- (1) 若椭圆 C 的左、右焦点与其短轴的一个端点是正三角形的三个顶点, 点 $D(1, \frac{3}{2})$ 在椭圆 C 上, 求椭圆 C 的方程;
- (2) 当 $k = \frac{1}{2}$ 时, 若点 N 平分线段 A_1B_1 , 求椭圆 C 的离心率。

2. (2017 理科一模) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点与其短轴的一个端点是正三角形的三个顶点, 点 $D(1, \frac{3}{2})$ 在椭圆 C 上, 直线 $l: y = kx + m$ 与椭圆交于 A, P 两点, 与 x 轴 y 轴分别相交于点 N 和点 M , 且 $PM = MN$, 点 Q 是点 P 关于 x 轴的对称点, QM 的延长线交椭圆于点 B , 过点 A, B 分别作 x 轴的垂线, 垂足分别为 A_1, B_1 。

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 是否存在直线 l , 使得点 N 平分线段 A_1B_1 ? 若存在, 请求出直线 l 的方程; 若不存在, 请说明理由。

3. (2014 文科二模) 已知点 $E(-2,0), F(2,0)$, 曲线 C 上的动点 M 满足 $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = -3$, 定点 $A(2,1)$, 由曲线 C 外一点 $P(a,b)$ 向曲线 C 引切线 PQ , 切点为 Q , 且满足 $|PQ| = |PA|$

- (1) 求曲线 C 的方程;
- (2) 若以 P 为圆心所作的圆 P 与曲线 C 有公共点, 试求半径取最小值时圆 P 的标准方程.

4. (2014 理科二模) 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 直线 l_1 与抛物线交于不同的两点 A, B , 直线 l_2 与抛物线交于不同的两点 C, D

- (1) 当 l_1 过 F 时, 在 l_1 上取不同于 F 的点 P , 使得 $\frac{FA}{FB} = \frac{PA}{PB}$, 求点 P 的轨迹方程;
- (2) 若 l_1 与 l_2 相交于点 Q , 且倾斜角互补时, $|QA| \cdot |QB| = a|QC| \cdot |QD|$, 求实数 a 的值.

第十章概率统计

客观题统计

1. (2015 三模) 某学校高一、高二、高三年级分别有 350, 450, 400 名学生, 为了解学生的身体健康状况, 现采用分层抽样的方法从中抽取部分学生进行调查, 若某高一年级抽取了 14 名学生, 则所抽取样本中的学生人数为:

2. (2014 文科三模) 某学校有高一学生 340 人, 高二学生 380 人, 高三学生 360 人, 现调查学生的视力情况, 决定采用分层抽样的方法抽取一个容量为 54 的样本, 则需从高三学生中抽取 () 人.

3. (2012 文科三模) 将一个容量为 m 的样本分成 3 组, 已知第一组的频数为 10, 第二、三组的频率分别为 0.35, 0.45, 则 $m =$

4. (2012 文科一模) 右图表示的是甲、乙两人在 5 次综合测评中成绩的茎叶图, 其中一个数字被污损, 则甲的平均成绩超过乙的平均成绩的概率为:

甲				乙		
9	8		8	3	3	7
2	1	0	9	**		9

5. (2016 文科一模) 下图是某样本数据的茎叶图, 则该样本的中位数、众数、极差分别是:

1	2	5				
2	0	2	3	3		
3	1	2	4	4	8	9
4	5	5	5	7		

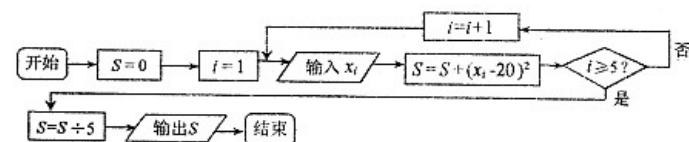
6. (2012 文科二模) 某校高一年级开设了丰富多彩的校本课程, 现从甲、乙两班个随机抽取了 5 名学生校本课程的学分, 统计如下表, s_1, s_2 分别表示甲、乙两班抽取的 5 名学生学分

的标准差, 则

甲	8	11	14	15	22
乙	6	7	10	23	24

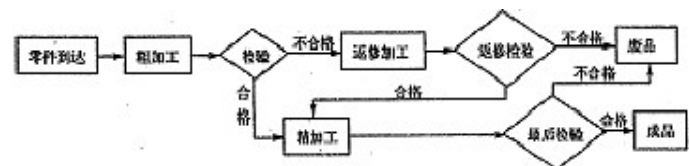
- A. $s_1 > s_2$ B. $s_1 < s_2$
C. $s_1 = s_2$ D. s_1, s_2 大小不确定

7. (2013 理科二模) 设 $x_1 = 18, x_2 = 19, x_3 = 20, x_4 = 21, x_5 = 22$ 将这 5 个数依次输入下面的程序框图运行, 则输出 S 的值及其统计意义分别是:



- A. $S = 2$, 这 5 个数据的方差
B. $S = 2$, 这 5 个数据的平均数
C. $S = 10$, 这 5 个数据的方差
D. $S = 10$, 这 5 个数据的平均数

8. (2013 文科二模) 如图是某种零件加工过程的流程图:



已知在一次这种零件的加工过程中: 到达的 1000 个零件有 99.4% 的零件进入精加工工序, 所有零件加工完后, 共得到 10 个废品, 则精加工工序产生的废品数为:

客观题回归直线方程

1. (2013 理科二模) 某农场给某种农作物施肥量 x (单位: 吨) 与其产量 y (单位: 吨) 的统计数据如下表: 根据上表, 得到回归直线方程 $\hat{y} = 9.4x + \hat{a}$, 当施肥量 $x = 6$ 时, 该农作物的预报产量是:

施肥量 x	2	3	4	5
产量 y	26	39	49	54

2. (2013 文科二模) 某厂采用节能降耗技术后生产某产品的产量 x (吨) 与消耗的标准煤 y (吨) 如下表所示:

x	3	4	5	6
y	2.5	3	a	4.5

根据上表, 得到线性回归方程为 $\hat{y} = 0.7x + 0.35$, 则实数 $a =$

3. (2015 理科三模) 已知某设备的使用年限 x (年) 和所支出的维修费用 y (万元) 的统计表如下,

x	2	3	4	5	6
y	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0

由上表可得线性回归方程 $\hat{y} = 1.23x + \hat{a}$, 若规定当维修费用 $y > 12$ 时该设备必须报废, 据此模型预报该设备使用年限的最大值为:

4. (2015 文科三模) 已知某设备的使用年限 x (年) 和所支出的维修费用 y (万元) 的统计表如下,

x	2	3	4	5	6
y	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0

由上表可得线性回归方程 $\hat{y} = 1.23x + \hat{a}$, 据此模型预报该设备使用 9 年时的维修费用为:

5. (2017 三模) 已知某产品的广告费用 x (单位: 万元) 与销售额 y (单位: 万元) 具有线性相关关系, 其统计数据如下表:

x	3	4	5	6
y	25	30	40	45

由上表可得线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$, 据此模型预报广告费用为 8 万元时的销售额是:

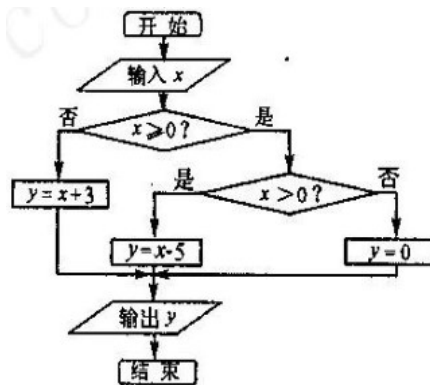
客观题几何概型

1. (2013 文科一模) 已知函数 $f(x) = \log_2 x$, 若在 $[1, 4]$ 上随机取一个实数 x_0 , 则使得 $f(x_0) \geq 1$ 成立的概率为:

2. (2014 文科二模) 在区间 $[-2, 4]$ 上随机地取一个数 x , 若 x 满足 $2|x| < a$ 的概率为 $\frac{2}{3}$, 则实数 $a =$

3. (2015 文科三模) 已知函数 $f(x) = \sqrt{x}$, 若在 $[0, 9]$ 上任取一个实数 m , 则不等式 $1 \leq f(m) \leq 2$ 成立的概率是:

4. (2012 理科二模) 如图, 是一个算法的程序框图, 在集合 $A = \{x | -10 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{R}\}$ 中, 随机抽取一个数值作为 x 输入, 则输出的 y 值落在区间 $(-5, 3)$ 内的概率为:



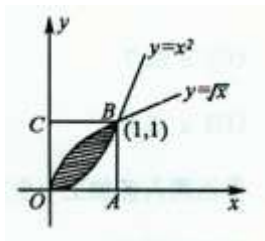
5. (2014 文科三模) 设不等式组 $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \end{cases}$ 表示的平面区域为 D , 在区域 D 内随机取一个点, 则此点到坐标原点的距离不大于 1 的概率是:

6. (2018 文科三模) 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$, 直线 $l: 3x - 4y + 12 = 0$, 在圆 C 内任取一点 P , 则 P 到直线的距离大于 2 的概率为:

7. (2012 理科三模) 如图, $EFGH$ 是以 O 为圆心, 半径为 1 的圆内接正方形, 将一颗豆子随机地扔到该圆内, 用 A 表示事件“豆子落在正方形 $EFGH$ 内”, B 表示事件“豆子落在扇形 HOE (阴影部分) 内”, 则 $P(B|A) =$



8. (2012 理科一模) 从如图所示的正方形 $OABC$ 区域内任取一个点 $M(x, y)$, 则点 M 取自阴影部分的概率是:



9. (2016 理科二模) 在区间 $[0,1]$ 上随机抽取两个数 x, y , 则事件 “ $xy \geq \frac{1}{2}$ ” 发生的概率为:

客观题古典概型

- (2012 文科三模) 4 张卡片上分别写有数字 1,2,3,4, 从这 4 张卡片中随机抽取 2 张, 则取出的 2 张卡片上的数字之和为奇数的概率是:
- (2014 文科一模) 在五个数字 1,2,3,4,5 中, 若随机取出三个数字, 则剩下两个数字的和是奇数的概率是:
- (2015 文科一模) 某袋中有编号为 1,2,3,4,5,6 的 6 个小球 (小球除编号外完全相同), 甲先从袋中摸出一个球, 记下编号后放回, 乙再从袋中摸出一个球, 记下编号, 则甲、乙两人所摸出球的编号不同的概率是:
- (2016 文科三模) 已知 5 件产品中有 2 件次品, 其余为合格品, 现从这 5 件产品中任取 2 件, 恰有一件次品的概率为:
- (2018 文科二模) 某班从 3 名男生和 2 名女生中任意取 2 名学生参加活动, 则抽到 2 名学生性别相同的概率为:

6. (2017 三模) 现采用随机模拟的方法估计某运动员射击击中目标的概率, 先由计算器给出 0 到 9 之间取整数的随机数, 指定 0,1,2,3 表示没有击中目标, 4,5,6,7,8,9 表示击中目标, 以 4 个随机数为一组, 代表射击 4 次的结果, 经随机模拟产生了 20 组如下的随机数:

7527 0293 7140 9857 0347 4373 8636 6947 1417 4698
0371 6233 2616 8045 6011 3661 9597 7424 7610 4281
根据以上数据估计该运动员射击 4 次至少击中 3 次的概率为:

7. (2012 理科一模) 甲乙两人各加工一个零件, 若加工为一等品的概率分别是 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{4}$, 两个零件是否加工为一等品相互独立, 则这两个零件中恰有一个一等品的概率为:

8. (2017 理科三模) 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(3,1)$, 且 $P(X \geq 4) = 0.1587$, 则 $P(2 < X < 4) =$

客观题排列组合

- (2012 理科三模) 今有甲乙丙三项任务, 甲需 2 人承担, 乙丙各需 1 人承担, 现从 10 人中选派 4 人承担这三项任务, 不同的选派方法有: 种
- (2012 理科二模) 设 a_1, a_2, \dots, a_n 是 $1, 2, \dots, n$ 的一个排列, 把排在 a_i 的左边且比 a_i 小的数的个数称为 a_i 的顺序数 $i = 1, 2, \dots, n$ 。如在排列 6,4,5,3,2,1 中, 5 的顺序数为 1, 3 的顺序数为 0, 则在 1 至 8 这八个数构成的全排列中, 同时满足 8 的顺序数为 2, 7 的顺序数为 3, 5 的顺序数为 3 的不同排列种数为:
- (2013 理科一模) 将 5 名同学分配到 A,B,C 三个宿舍中, 每个宿舍至少安排 1 名学生, 其中甲同学不能分配到 A 宿舍, 那么不同的分配方案有: 种

4. (2013 理科二模) 现有 1 位教师, 2 位男学生, 3 位女学生共 6 人站成一排照相, 若男学生站两端, 3 位女学生中有且只有两位相邻, 则不同排法的种数是:

5. (2014 理科一模) 有 5 本不同的教科书, 其中语文书 2 本, 数学书 2 本, 物理书 1 本, 若将其并排摆放在书架的同一层上, 则同一科目书都不相邻的放法种数是:

6. (2014 理科二模) 某校从 6 名教师中选派 3 名教师同时去 3 个边远地区支教, 每地 1 人, 其中甲和乙不同去, 甲和丙只能同去或同不去, 则不同的选派方案共有 _____ 种.

7. (2015 理科三模) 某公司安排 6 位员工在“五一劳动节(5 月 1 日到 3 日)”假期值班, 每天安排 2 人, 每人值班 1 天, 若 6 位员工中甲不在 1 日值班, 乙不在 3 日值班, 则不同的安排方法种数为:

8. (2016 理科一模) 现有 12 张不同的卡片, 其中红色、黄色、蓝色、绿色卡片各三张, 从中任取 3 张, 要求这 3 张卡片不能是同一种颜色, 且红色卡片至多 1 张, 不同的取法种数:

9. (2016 理科三模) 已知 A, B 两个小孩和甲、乙、丙三个大人排队, A 不排两端, 3 个大人有且只要两个相邻, 则不同的排法种数有:

10. (2018 理科三模) 要从甲、乙等 8 人中选 4 人在座谈会上发言, 若甲、乙都被选中, 且他们发言中间恰好间隔一人, 那么不同的发言顺序共有: _____ 种

11. (2018 理科一模) 某人在微信群中发了一个 7 元“拼手气”红包, 被甲、乙、丙三人抢完, 若三人均领到整数元, 且每人至少领到 1 元, 则甲领取的钱数不少于其他任何人的

概率是:

12. (2018 理科二模) 某校组织高一年级 8 个班级的 8 支篮球队进行单循环比赛(每支球队与其他 7 支球队各比赛一场), 计分规则是: 胜一局得 2 分, 负一局得 0 分, 平局双方各得 1 分, 下面关于这 8 支球队的得分叙述正确的是 ().

A. 可能有两支球队得分都是 14 分

B. 各支球队最终得分总和为 56 分

C. 各支球队中最高得分不少于 8 分

D. 得奇数分的球队必有奇数个

客观题二项式定理

1. (2014 理科二模) 二项式 $(2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^6$ 的展开式中的常数项为:

2. (2012 理科三模) 若 $(x^2 - \frac{1}{ax})^6$ 的二项展开式中 x^3 项的系数为 $\frac{5}{2}$, 则实数 $a =$

3. (2016 理科二模) 已知 $(\sqrt{x} - \frac{a}{x})^6$ 的展开式中含 $x^{\frac{3}{2}}$ 的项的系数为 30, 则实数 $a =$

4. (2018 理科三模) 已知展开式 $(x-1)(ax+1)^6$ 中 x^2 的系数为 0, 则正实数 $a =$

5. (2018 理科一模) 在多项式 $(1+2x)^6(1+y)^5$ 的展开式中, xy^3 的系数为:

6. (2017 理科二模) $(2x + \frac{1}{x} - 1)^5$ 的展开式中常数项是:

7. (2018 理科二模) $(x^2 + 2x + y)^5$ 的展开式中含有 $x^5 y^2$ 的项的系数是:

8. (2012 理科一模) 已知 $(x^2 + \frac{1}{x})^n$ 的展开式的各项系数和为 32, 则展开式中 x 的系数为:

9. (2016 理科三模) $(x + \frac{a}{x})(2x - \frac{1}{x})^5$ 的展开式中各项系数的和为 2, 则该展开式中常数项为:

10. (2015 理科一模) 已知 $(2x - \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 展开式的二项式系数之和为 64, 则其展开式中常数项是:

11. (2012 理科二模) 设 $(5x - \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^n$ 的展开式的各项系数之和为 M , 二项式系数之和为 N , 若 $M - N = 240$, 则展开式中的常数项为:

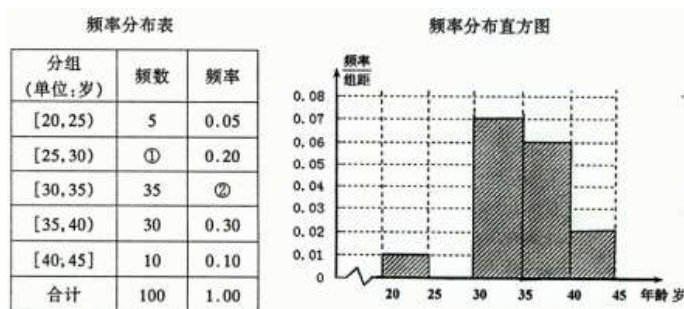
12. (2014 理科三模) 设 $(5x - \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式的各项系数之和为 M , 二项式系数之和为 N , 若 $M - N = 240$, 则 $n =$

13. (2013 理科二模) 已知 $(1 + mx)^6 = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_6 x^6$, 若 $a_1 + a_2 + \dots + a_6 = 63$, 则实数 $m =$

14. (2016 理科一模) 若 $(a + x)(1 + x)^4$ 的展开式中, x 的奇数次幂的系数和为 32, 则展开式中 x^3 的系数为:

主观题 (理科)

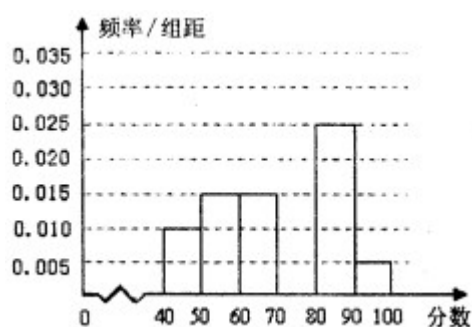
1. (2012 理科一模) 为增强市民的节能环保意识, 某市面向全市征召义务宣传志愿者, 从符合条件的 500 名志愿者中随机抽取 100 名志愿者的年龄情况如下表所示:



(1) 频率分布表中的①、②处应填什么数据? 并在答题卡中补全频率分布直方图, 再根据频率分布直方图估计这 500 名志愿者中年龄在 $[30, 35)$ 岁的人数;

(2) 在抽出的 100 名志愿者中按年龄采用分层抽样法抽取 20 人参加中心广场的宣传活动, 再从这 20 人中选取 2 名志愿者担任主要负责人, 记这 2 名志愿者中“年龄低于 30 岁”的人数为 X , 求 X 的分布列及数学期望。

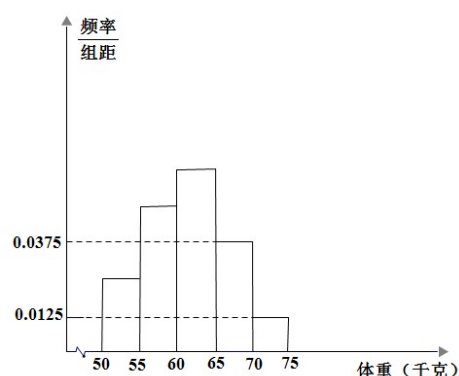
2. (2012 理科三模) 某校从参加某次知识竞赛的同学中, 选取 60 名同学的成绩 (百分制且均为整数) 分成 6 组后, 得到部分频率分布直方图 (如图), 观察图形中的信息, 回答下列问题.



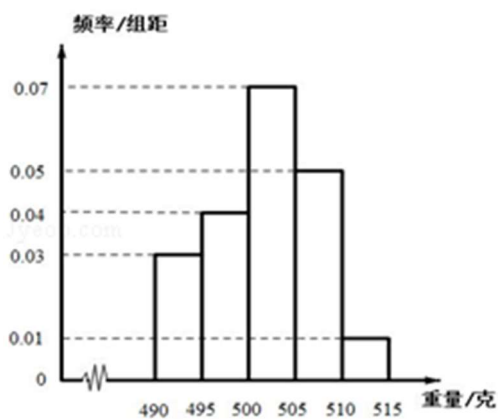
(I) 求分数在 $[70, 80]$ 内的频率, 补全这个频率分布直方图, 并从频率分布直方图中, 估计本次考试的平均分;

(II) 若从 60 名学生中随机抽取 2 人, 抽到的学生成绩在 $[40, 70]$ 记 0 分, 在 $[70, 100]$ 记 1 分, 用 X 表示抽取结束后的总记分, 求 X 的分布列和数学期望.

3. (2013 理科一模) 为了解某校高三毕业班报考体育专业学生的体重 (单位: 千克) 情况, 将从该市某学校抽取的样本数据整理后得到如下频率分布直方图, 已知图中从左至右前 3 个小组的频率之比为 $1:2:3$, 其中第 2 小组的频数为 12.



- (1) 求该校报考体育专业学生的总人数 n ;
- (2) 若用这所学校的样本数据来估计该市的总体情况, 现从该市报考体育专业的学生中任选 3 人, 设 ξ 表示体重超过 60 千克的学生人数, 求 ξ 的分布列和数学期望.



4. (2015 理科一模)某工厂为了检查一条流水线的生产情况,从该流水线上随机抽取 40 件产品,测量这些产品的重量(单位:克),整理后得到如下的频率分布直方图(其中重量的分组区间分别为: $(490, 495]$, $(495, 500]$, $(500, 505]$, $(505, 510]$, $(510, 515]$)

(1) 若从这 40 件产品中任取两件,设 X 为重量超过 505 克的产品数量,求随机变量 X 的分布列;

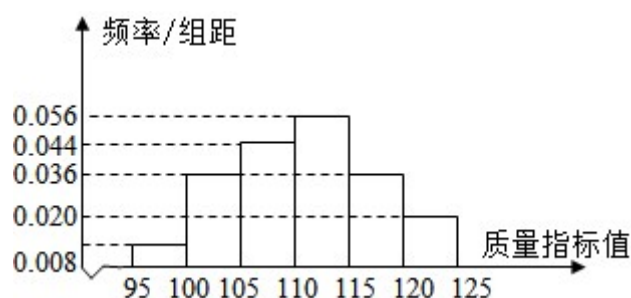
(2) 若将该样本分布近似看作总体分布,现从该流水线上任取 5 件产品,求恰有两件产品的重量超过 505 克的概率.

5. (2018 理科二模)按照国家质量标准:某种工业产品的质量指标值落在 $[100, 120)$ 内,则为合格品,否则为不合格品.某企业有甲、乙两套设备生产这种产品,为了检测这两套设备的生产质量情况,随机从两套设备生产的大量产品中各抽取了 50 件产品作为样本,对规定的质量指标值进行检测.表 1 是甲套设备的样本频数分布表,图 1 是乙套设备的样本频率分布直方图.

表 1: 甲套设备的样本频数分布表

质量指标值	$[95, 100)$	$[100, 105)$	$[105, 110)$
频数	1	4	19
质量指标值	$[110, 115)$	$[115, 120)$	$[120, 125]$
频数	20	5	1

图 1: 乙套设备的样本频率分布直方图



(I) 填写下面列联表,并根据列联表判断是否有 90% 的把握认为这种产品的质量指标值与甲、乙两套设备的选择有关;

	甲套设备	乙套设备	合计
合格品			
不合格品			
合计			

(II) 根据表 1 和图 1, 对甲、乙两套设备的优劣进行比较;

(III) 将频率视为概率,若从甲套设备生产的大量产品中,随机抽取 3 件产品,记抽到的不合格品的个数为 X ,求 X 的期望 $E(X)$.

附:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.050	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

$$K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

6. (2012 理科二模) 为调查某社区居民的业余生活状况, 研究这一社区居民在 20:00–22:00 时间段的休闲方式与性别的关系, 随机调查该社区 80 人, 得到如下的数据表

	看电视	看书	合计
男	10	50	60
女	10	10	20
合计	20	60	80

(1) 讲此样本的频率估计为总体的概率, 碎觉调查 3 名在该社区的男性, 设调查的 3 人在这一时段以看书为休闲方式的人是为随机变量 X , 求 X 的分布列和数学期望;

(2) 根据以上数据, 能否有 99% 的把握认为 “在 20:00–22:00 时间段居民的休闲方式与性别有关系”。

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)};$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.01
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

7. (2013 理科二模) 为了解某市民众对政府出台楼市限购令的情况, 在该市随机抽取了 50 名市民进行调查, 他们月收入 (单位: 百元) 的频数分布及对楼市限购令赞成的人数如下表:

月收入	[15,25)	[25,35)	[35,45)
频数	5	10	15
赞成人数	4	8	12

月收入	[45,55)	[55,65)	[65,75]
频数	10	5	5
赞成人数	5	2	1

将月收入不低于 55 的人群称为 “高收入族”, 月收入低于 55 的人群称为 “非高收入族”。

(1) 根据已知条件完成下面的 2×2 列联表, 问能否在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为非高收入族赞成楼市限购令?

	非高收入族	高收入族	总计
赞成	29	3	32
不赞成	11	7	18
总计	40	10	50

(2) 现从月收入在 [15,25) 和 [25,35) 的两组人群中各随机抽取两人进行问卷调查, 记参加问卷调查的 4 人中不赞成荤掌楼市限购令的人数为 ξ , 求随机变量 ξ 的分布列和数学期望。

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.025	0.010	0.005
k_0	3.841	5.024	6.635	7.879

8. (2014 理科一模)某园艺师培育了两种珍稀树苗 A 与 B ，株数分别为 12 与 18，现将这 30 株树苗的高度编写成如下茎叶图 (单位: cm):

A					B			
			9	15	7	7	8	9
		8	9	16	1	2	4	5
6	8	5	0	17	2	3	4	5
7	4	2	1	18	0	1		
			1	19				

在这 30 株树苗中，树高在 175cm 以上 (包括 175cm) 定义为“生长良好”，树高在 175cm 以下 (不包括 175cm) 定义为“非生长良好”，且只有“ B 生长良好”的才可以出售。

(1) 对于这 30 株树苗，如果用分层抽样的方法从“生长良好”和“非生长良好”中共抽取 5 株，再从这 5 株中任选 2 株，那么至少有一株“生长良好”的概率是多少？

(2) 若从所有“生长良好”中选 3 株，用 X 表示所选中的树苗中能出售的株数，试写出 X 的分布列，并求 X 的数学期望。

9. (2014 理科二模)中国航母“辽宁舰”是中国第一艘航母，“辽宁”号以 4 台蒸汽轮机为动力，为保证航母的动力安全性，科学家对蒸汽轮机进行了 170 余项技术改进，增加了某项新技术，该项新技术要进入试用阶段前必须对其中的三项不同指标甲、乙、丙进行通过量化检测.假如该项新技术的指标甲、乙、丙独立通过检测合格的概率分别为 $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ ，指标甲、乙、丙合格分别记为 4 分、2 分、4 分；若某项指标不合格，则该项指标记 0 分，各项指标检测结果互不影响.

(1) 求该项技术量化得分不低于 8 分的概率；

(2) 记该项新技术的三个指标中被检测合格的指标个数为随机变量 X ，求 X 的分布列与数学期望.

10. (2014 理科三模) 某高中为了推进新课程改革, 满足不同层次学生的需求, 决定从高一年级开始, 在每周的周一、周三、周五的课外活动期间同时开设数学、物理、化学、生物和信息技术辅导讲座, 每位有兴趣的同学可以在期间的任何一天参加任何一门科目的辅导讲座, 也可以放弃任何一门科目的辅导讲座. (规定: 各科达到预先设定的人数时称为满座, 否则称为不满座) 根据统计数据, 各学科讲座各天的满座的概率如下表:

	信息技术	生物	化学	物理	数学
周一	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
周三	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$
周五	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

- (1) 求数学辅导讲座在周一、周三、周五都不满座的概率;
- (2) 设周三各辅导讲座满座的科目数为 ξ , 求随机变量 ξ 的分布列和数学期望.

11. (2015 理科二模) 已知正三棱锥 $S-ABC$ 的侧棱 SA, SB, SC 两两互相垂直, D, E, F 分别是它们的中点, $SA = SB = SC = 2$, 现从 A, B, C, D, E, F 六个点中任取三个点, 加上点 S , 把这四个点每两个点相连后得到一个“空间体”, 记这个“空间体”的体积为 X (若点 S 与所取三点在同一平面内, 则规定 $X = 0$).

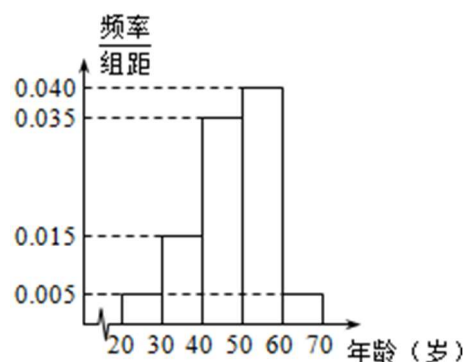
- (1) 求事件 “ $X = 0$ ” 的概率;
- (2) 求随机变量 X 的分布列及数学期望.

12. (2016 理科一模) 在某娱乐节目的一期比赛中, 有 6 位歌手 (1 至 6 号) 登台演出, 由现场的百家大众媒体投票选出最受欢迎的歌手, 各家媒体独立地在投票器上选出 3 位出彩候选人, 其中媒体甲是 1 号歌手的歌迷, 他必选 1 号, 另在 2 号至 6 号中随机的选 2 名; 媒体乙不欣赏 2 号歌手, 他必不选 2 号; 媒体丙对 6 位歌手的演唱没有偏爱, 因此在 1 至 6 号歌手中随机的选出 3 名.

- (1) 求媒体甲选中 3 号且媒体乙未选中 3 号歌手的概率;
- (2) X 表示 3 号歌手得到媒体甲、乙、丙的票数之和, 求 X 的分布列及数学期望.

13. (2016 理科二模) 近几年来, 我国地区经常出现雾霾天气, 某学校为了学生的健康, 对课间操活动做了如下规定: 课间操时间若有雾霾则停止组织集体活动, 若无雾霾则组织集体活动. 预报得知, 这一地区在未来一周从周一到周五 5 天的课间操时间出现雾霾的概率是: 前 3 天均为 50%, 后 2 天均为 80%, 且每一天出现雾霾与否是相互独立的。

- (1) 求未来一周 5 天至少一天停止组织集体活动的概率;
- (2) 求未来一周 5 天不需要停止组织集体活动的天数 X 的分布列;
- (3) 用 η 表示该校未来一周 5 天停止组织集体活动的天数, 记 “函数 $f(x) = x^2 - \eta x - 1$ 在区间 $(3, 5)$ 上有且只有一个零点” 为事件 A , 求事件 A 发生的概率。



(I) 根据已知条件完成下面的 2×2 列联表, 能否在犯错误的概率不超过 0.05 的前提下认为广场舞迷与性别有关?

	广场舞迷	非广场舞迷	合计
男	15	30	45
女	30	25	55
合计	45	55	100

(II) 将所抽样本中年龄不小于 60 岁的广场舞迷称为 “超级广场舞迷”, 现从广场舞迷中随机抽取 2 名市民, 求其中超级广场舞迷人数 ξ 的分布列与期望

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.025	0.010	0.005
k_0	3.841	5.024	6.635	7.879

14. (2015 理科三模) 跳广场舞是现代广大市民喜爱的户外健身运动, 某健身运动公司为了了解本地区市民对跳广场舞的热衷程度, 随机抽取了 100 名跳广场舞的市民, 统计其年龄 (单位: 岁) 并整理得到如下的频率分布直方图 (其中年龄的分组区间分别为: $[20, 30)$, $[30, 40)$, $[40, 50)$, $[50, 60)$, $[60, 70]$, 其中女性市民有 55 名, 将所抽样本中年龄不小于 50 岁跳广场舞的市民称为 “广场舞迷”, 已知其中有 30 名女性广场舞迷.

15. (2016 理科三模) 某校为调查高中生选修课的选修倾向与性别关系, 随机抽取 50 名学生, 得到如表的数据表:

	倾向“平面几何选讲”	倾向“坐标系与参数方程”	倾向“不等式选讲”	合计
男生	16	4	6	26
女生	4	8	12	24
合计	20	12	18	50

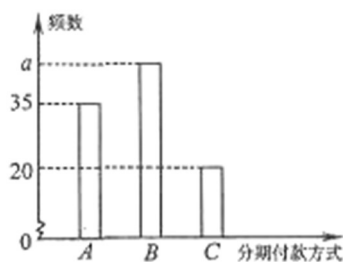
(1) 根据表中提供的数据, 选择可直观判断“选课倾向与性别有关系”的两种, 作为选课倾向的变量的取值, 并分析哪两种选择倾向与性别有关系的把握大;

(2) 在抽取的 50 名学生中, 按照分层抽样的方法, 从倾向“平面几何选讲”与倾向“坐标系与参数方程”的学生中抽取 8 人进行问卷, 若从这 8 人中任选 3 人, 记倾向“平面几何选讲”的人数减去与倾向“坐标系与参数方程”的人数的差为 ξ , 求 ξ 的分布列及数学期望.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(k^2 \leq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

16. (2017 理科一模) 某知名品牌汽车深受消费者喜爱, 但价格昂贵. 某汽车经销商退出 A, B, C 三种分期付款销售该品牌汽车, 并对近期 100 位采用上述分期付款的客户进行统计分析, 得到如下的柱状图. 已知从 A, B, C 三种分期付款销售中, 该经销商每销售此品牌汽车 1 辆所获得的利润分别是 1 万元, 2 万元, 3 万元. 现甲乙两人从该汽车经销商处, 采用上述分期付款各购买此品牌汽车一辆. 以这 100 位客户所采用的分期付款方式的频率代替 1 位客户采用相应分期付款方式的概率.



(1) 求甲乙两人采用不同分期付款方式的概率;

(2) 记 X (单位: 万元) 为该汽车经销商从甲乙两人购车中所获得的利润, 求 X 的分布列和期望.

17. (2017 理科二模) 某商城举行有奖促销活动, 顾客购买一定金额的商品后即可抽奖, 抽奖规则如下:

(1) 抽奖方案有以下两种, 方案 a : 从装有 2 个红球、3 个白球 (仅颜色不同) 的甲袋中随机摸出 2 个球, 若都是红球, 则获得奖金 30 元; 否则, 没有奖金, 兑奖后将摸出的球放回甲袋中, 方案 b : 从装有 3 个红球、2 个白球 (仅颜色相同) 的乙袋中随机摸出 2 个球, 若都是红球, 则获得奖金 15 元; 否则, 没有奖金, 兑奖后将摸出的球放回乙袋中.

(2) 抽奖条件是, 顾客购买商品的金额买 100 元, 可根据方案 a 抽奖一次; 满 150 元, 可根据方案 b 抽奖一次 (例如某顾客购买商品的金额为 260 元, 则该顾客可以根据方案 a 抽奖两次或方案 b 抽奖一次或方案 a, b 各抽奖一次). 已知顾客 A 在该商场购买商品的金额为 350 元.

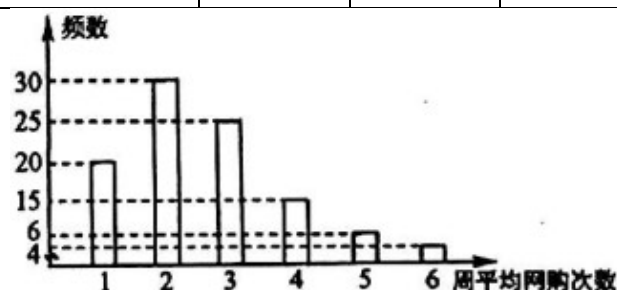
(1) 若顾客 A 只选择方案 a 进行抽奖, 求其所获奖金的期望值;

(2) 要使所获奖金的期望值最大, 顾客 A 应如何抽奖.

购次数不小于 4 次的市民称为网购迷, 且已知其中有 5 名市民的年龄超过 40 岁.

(I) 根据已知条件完成下面的 2×2 列联表, 能否在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为网购迷与年龄不超过 40 岁有关?

	网购迷	非网购迷	合计
年龄不超过 40 岁			
年龄超过 40 岁			
合计			



(II) 若从网购迷中任意选取 2 名, 求其中年龄超过 40 岁的市民人数 ε 的分布列与期望.

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)};$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.01
k_0	2.072	2.706	3.814	6.635

18. (2017 理科三模) 网购是当前民众购物的新方式, 某公司为改进营销方式, 随机调查了 100 名市民, 统计其周平均网购的次数, 并整理得到如下的频数分布直方图. 这 100 名市民中, 年龄不超过 40 岁的有 65 人, 将所抽样本中周平均网

19. (2018 理科一模) 某校倡导为特困学生募捐, 要求在自动购水机处每购买一瓶矿泉水, 便自觉向捐款箱中至少投入一元钱。现统计了连续 5 天的售出矿泉水箱数和收入情况, 列表如下:

售出水量 x (单位: 箱)	7	6	6	5	6
收入 y (单位: 元)	165	142	148	125	150

学校计划将捐款以奖学金的形式奖励给品学兼优的特困生, 规定: 特困生综合考核前 20 名, 获一等奖学金 500 元; 综合考核 21–50 名, 获二等奖学金 300 元; 综合考核 50 名以后的不获得奖学金

(1) 若 x 与 y 成线性相关, 则某天售出 9 箱水时, 预计收入为多少元?

(2) 甲乙两名学生获一等奖学金的概率均为 $\frac{2}{5}$, 获二等奖学金的概率均为 $\frac{1}{3}$, 不获得奖学金的概率均为 $\frac{4}{15}$, 已知甲乙两名学生获得哪个等级的奖学金相互独立的, 求甲乙两名学生所获得奖学金之和 X 的分布列及数学期望;

附: 回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$, 其中 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} =$

$$\bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

20.（2018 理科三模）按照我国《机动车交通事故责任强制保险条例》规定，交强险是车主必须为机动车购买的险种，若普通7座以下私家车投保交强险第一年的费用（基准保费）统一为 a 元，在下一年续保时，实行的是保费浮动机制，保

费与上一、二、三个年度车辆发生道路交通事故的情况相关，发生交通事故的次数越多，费率也就越高，具体浮动情况如下表：

交强险浮动因素和浮动费率比率表		
投保类型	浮动因素	浮动比率
A_1	上一个年度未发生有责任道路交通事故	下浮 10%
A_2	上两个年度未发生有责任道路交通事故	下浮 20%
A_3	上三个及以上年度未发生有责任道路交通事故	下浮 30%
A_4	上一个年度发生一次有责任不涉及死亡的道路交通事故	0%
A_5	上一个年度发生两次及两次以上有责任不涉及死亡的道路交通事故	上浮 10%
A_6	上一个年度发生有责任道路交通死亡事故	上浮 30%

某机构为了研究某一品牌普通7座以下的私家车的投保情况，随机抽取了80辆车龄已满三年的该品牌同型号私家车在下一年续保时的情况，统计得到了下面的表格：

类型	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
数量	20	10	10	20	15	5

以这80辆该品牌车的投保类型的频率代替一辆车投保类型的概率，完成下列问题：

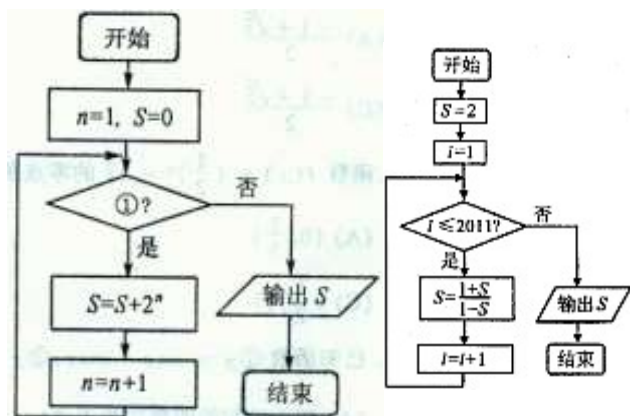
- （1）某家庭有一辆该品牌车且车龄刚满三年，记 X 为该车在第四年续保时的费用，求 X 的分布列；
- （2）某销售商专门销售这一品牌的二手车，且将下一年的交强险保费高于基准保费的车辆记为事故车。
- ①若该销售商购进三辆（车龄已满三年）该品牌二手车，求这三辆车中至少有2辆事故车的概率；
- ②假设购进一辆事故车亏损4000元，一辆非事故车盈利8000元，若该销售商一次购进100辆（车龄已满三年）该品牌二手车，求其获得利润的期望值。

第十一章程序框图

1. (2012 文科一模) 若右图表示的程序框图输出的 S 是 62, 则条件①可以是 ()

- A. $n \leq 4$ B. $n \leq 5$ C. $n \leq 6$ D. $n \leq 7$

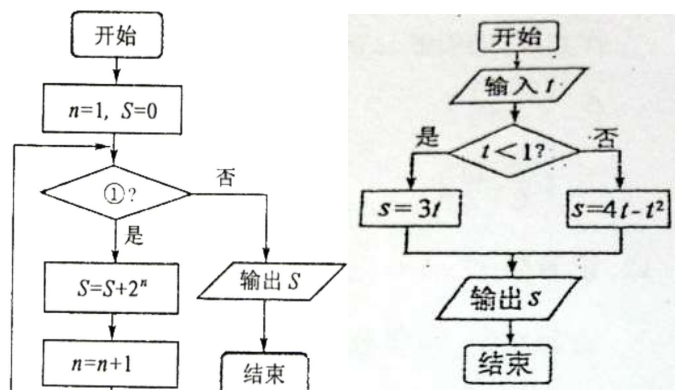
2. (2012 理科三模) 已知某程序框图如图所示, 则该程序运行后输出的 S 的值是:



3. (2012 理科一模) 若右边表示的程序框图输出的 S 是 126, 则条件①可以是 ()

- A. $n \leq 5$ B. $n \leq 6$ C. $n \leq 7$ D. $n \leq 8$

4. (2017 理科一模) 执行右面的程序框图, 已知输出的 $s \in [0, 4]$, 若输入的 $t \in [m, n]$, 则实数 $n - m$ 的最大值为:



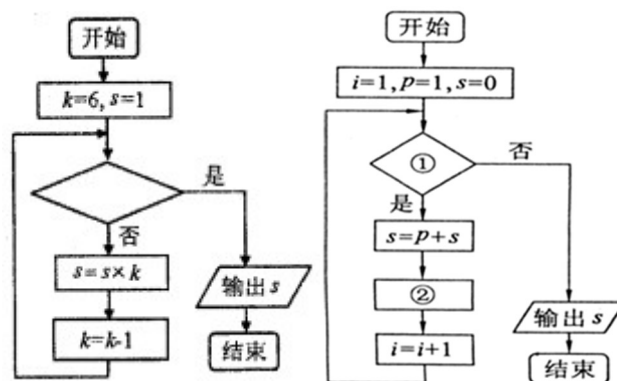
5. (2012 文科三模) 执行右边的程序框图, 若输出的 $S = 360$, 则判断框中可填入的关于 k 的判断条件是 ()

- A. $k < 2?$ B. $k < 3?$ C. $k < 4?$ D. $k < 5?$

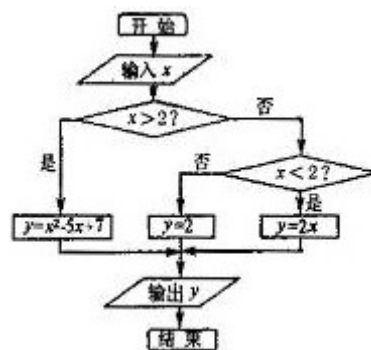
6. (2014 理科一模) 给出 30 个数: 1, 2, 4, 7, 11, 16, ..., 要计算这 30 个数的和, 右图给出了该问题的程序框图, 那么框

图中判断①处和执行框②处可以分别填入:

- A. $i \leq 30?$ 和 $p = p + i - 1$ B. $i \leq 31?$ 和 $p = p + i + 1$
C. $i \leq 31?$ 和 $p = p + i$ D. $i \leq 30?$ 和 $p = p + i$

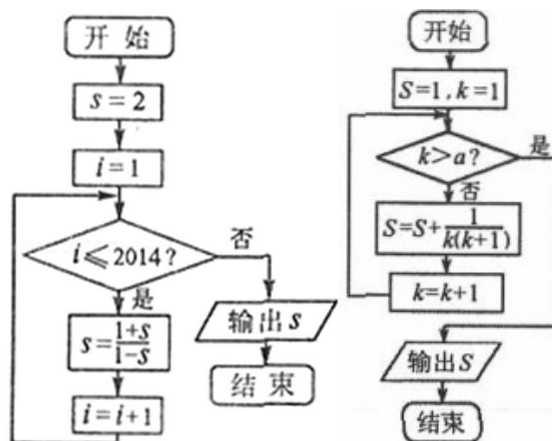


7. (2012 文科二模) 如图所示的程序框图, 若输出的结果 y 的值为 1, 则输入的 x 的值的集合为:

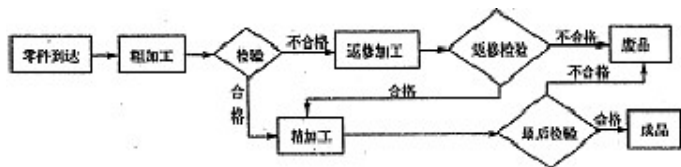


8. (2014 理科二模) 某程序框图如图所示, 该程序运行后输出的 S 为:

9. (2015 文科二模) 执行右圈所示的程序框图, 若 $a = 7$, 则输出的 $S =$

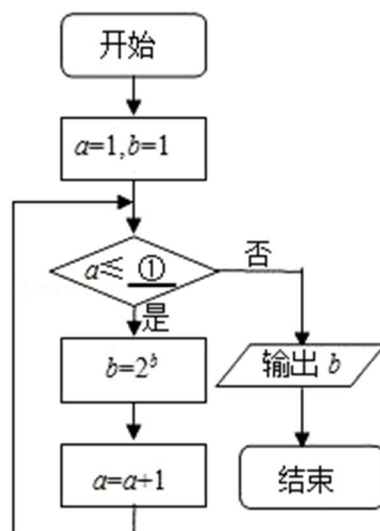


10. (2013 文科二模) 如图是某种零件加工过程的流程图:



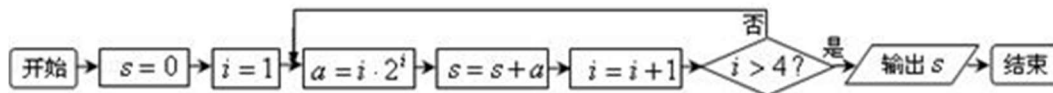
已知在一次这种零件的加工过程中；到达的1000个零件有99.4%的零件进入精加工工序，所有零件加工完后，共得到10个废品，则精加工工序产生的废品数为：

11. (2013 文科一模) 执行如图所示的程序框图，若输出的 b 的值为16，则图中判断框内①处应填 ()

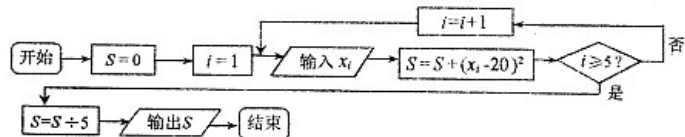


A.4 B.3 C.2 D.5

12. (2013 理科一模) 执行如图所示的程序框图，则输出的 $S =$

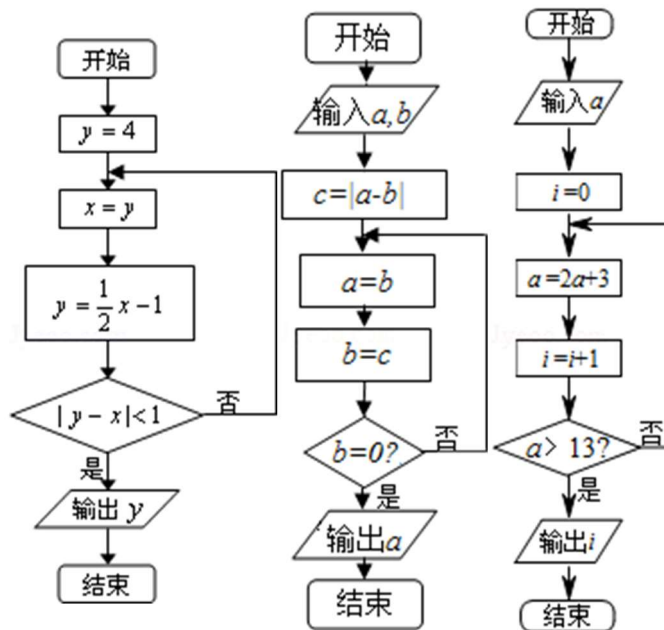


13. (2013 理科二模) 设 $x_1=18, x_2=19, x_3=20, x_4=21, x_5=22$ 将这5个数依次输入下面的程序框图运行，则输出 S 的值及其统计意义分别是：



A. $S=2$ ，这5个数据的方差
B. $S=2$ ，这5个数据的平均数
C. $S=10$ ，这5个数据的方差
D. $S=10$ ，这5个数据的平均数

14. (2014 文科二模) 执行如图所示的程序框图，其输出的结果是：



15. (2016 文科二模) 行如图所示的程序框图，若输入 $a=390, b=156$ ，则输出 $a =$

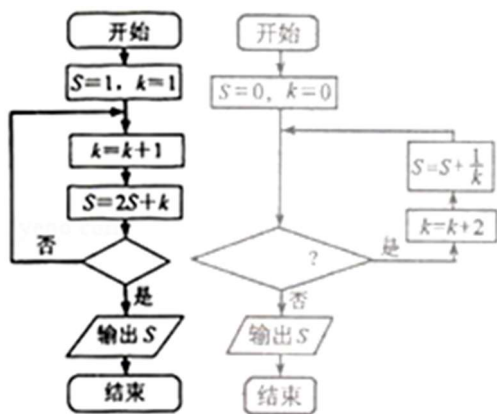
16. (2016 理科二模) 执行如图所示的程序框图，若输出的结果为2，则输入的正整数 a 的可能取值的集合是：

17. (2015 文科一模) 某程序框如图所示，若输出的 $S=57$ ，则判断框内应为 ()

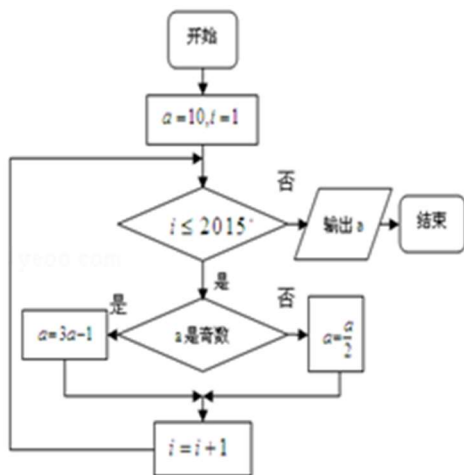
A. $k \geq 7$ B. $k > 7$ C. $k \leq 8$ D. $k < 8$

18. (2016 文科一模) 执行如图所示的程序框图，若输出的 $S = \frac{25}{24}$ ，则判断框内填入的条件可以是 ()

A. $k > 6?$ B. $k > 5?$ C. $k > 4?$ D. $k > 3?$



19. (2015 理科一模) 执行如图所示程序框图, 则输出 $a =$



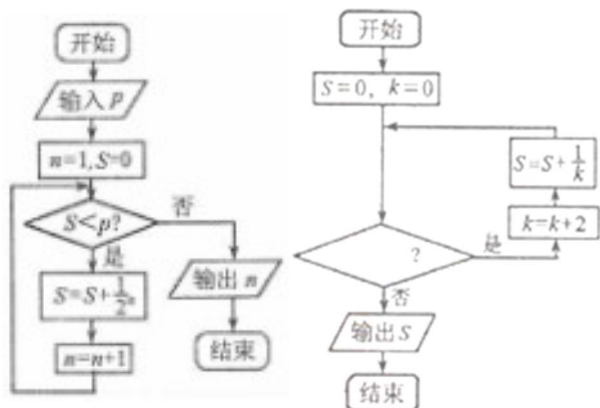
20. (2015 理科二模) 执行右图所示的程序框图, 若 $P = \frac{11}{12}$,

则输出的 $n =$

21. (2016 理科一模) 执行如图所示的程序框图, 若输出的

$S = \frac{25}{24}$, 则判断框内填入的条件可以是:

A. $k \geq 7$ B. $k > 7$ C. $k \leq 8$ D. $k < 8$

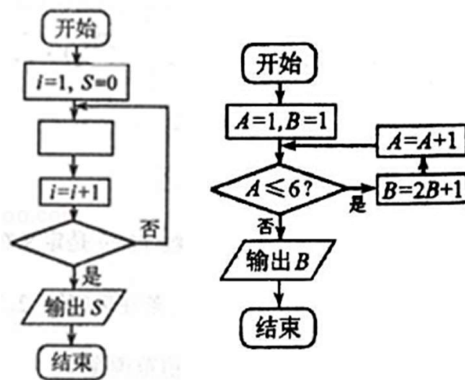


22. (2017 文科三模) 执行右面的程序框图, 则输出的 $B =$

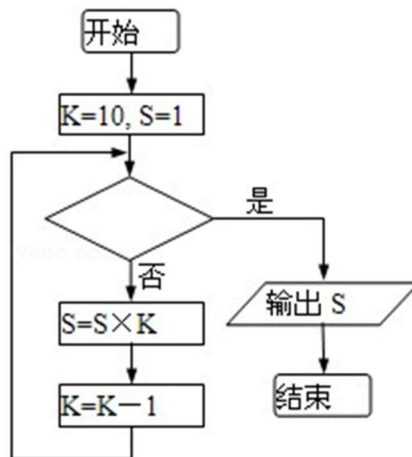
23. (2016 三模) 若用如图的程序框图求数列 $\{\frac{n+1}{n}\}$ 的前 100 项和, 则赋值框和判断框中可分别填入 ()

A. $S = S + \frac{i+1}{i}, i \geq 100?$ B. $S = S + \frac{i+1}{i}, i \geq 101?$

C. $S = S + \frac{i}{i-1}, i \geq 100?$ D. $S = S + \frac{i}{i-1}, i \geq 101?$

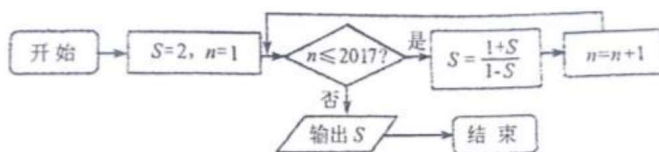


24. (2014 文科一模) 如图是一算法的程序框图, 若输出结果为 $S = 720$, 则在判断框中应填入的条件是 ()



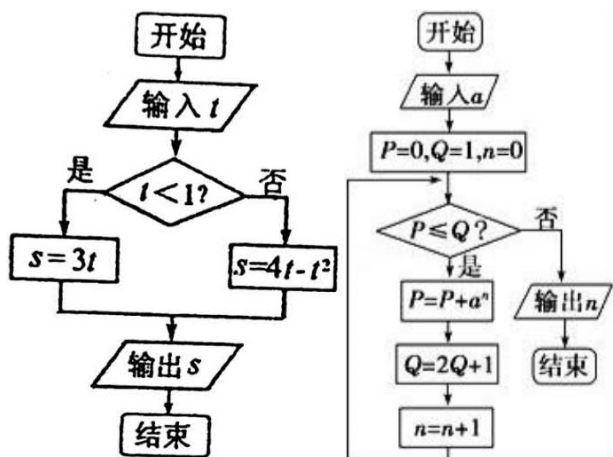
A. $k \leq 6?$ B. $k \leq 7?$ C. $k \leq 8?$ D. $k \leq 9?$

25. (2017 文科二模) 执行如图的程序框图, 则输出的 $S =$



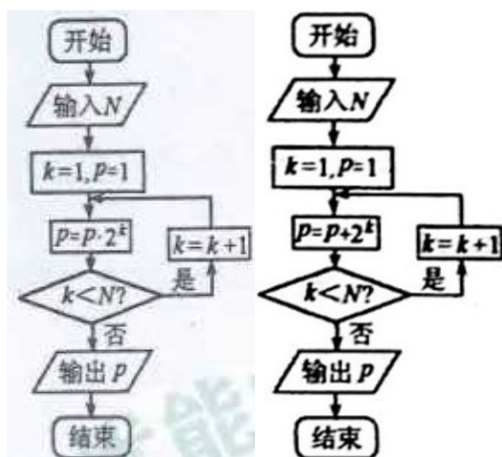
26. (2017 文科一模) 执行右面的程序框图, 已知输出的 $s \in [0, 4]$ 。若输入的 $t \in [0, m]$, 则实数 m 的最大值为:

27. (2017 理科三模) 执行右边的程序框图, 如果输入的 $a=3$, 则输出的 $n=$



28. (2015 理科三模) 执行如图所示的程序框图, 若 $N=5$, 则输出的 $p=$

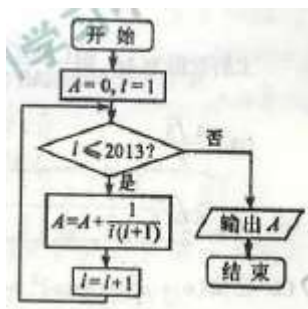
29. (2015 文科三模) 执行如图所示的程序框图, 若 $N=5$, 则输出的 $p=$



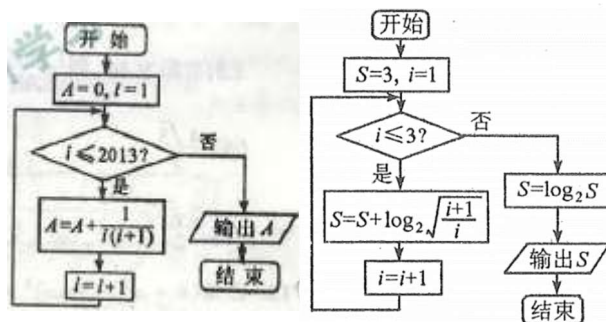
30. (2017 理科二模) 执行如图的程序框图, 则输出的 $S=$



31. (2014 三模) 如图所示的程序框图运行的结果是:



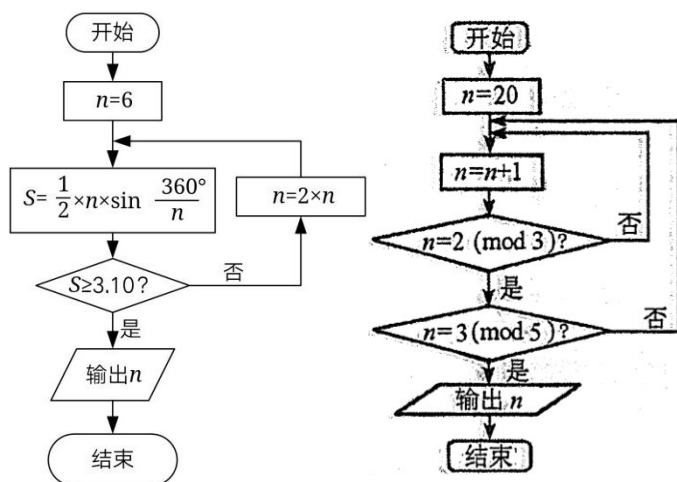
32. (2018 一模) 执行如图所示的程序框图, 输出 S 的值为:



33. (2018 二模) 公元 263 年左右, 我国数学家刘徽发现当圆内接正多边形的边数无限增加时, 多边形面积可无限逼近圆的面积, 并创立了“割圆术”, 利用“割圆术”, 刘徽得到了圆周率精确到小数点后两位的近似值 3.14, 这就是著名的“徽率”, 如图是利用刘徽的“割圆术”思想设计的一个程序框图, 则输出 $n=$

(参考数据: $\sin 15^\circ \approx 0.2588, \sin 7.5^\circ \approx 0.1305$)

34. (2018 三模) 中国古代数学著作《孙子算经》中有这样一道算术题: “今有物不知其数, 三三数之余二, 五五数之余三, 问物几何?” 人们把此类题目称为“中国剩余定理”, 若正整数 n 除以正整数 m 后的余数为 r , 则记为 $n = r \pmod{m}$, 例如 $11 = 2 \pmod{3}$ 。现将该问题设计一个程序框图, 执行该程序框图, 则输出的 $n=$



第十二章复数

1. (2018 文科二模) $\frac{(2+i)(1-i)^2}{1-2i} =$

2. (2014 文科一模) 复数 $\frac{2i}{1-2i} =$

3. (2012 文科三模) 计算 $\frac{4-3i}{1-2i} =$

4. (2015 文科一模) 计算: $\frac{2i}{1+i} =$

5. (2017 文科一模) 复数 $\frac{2-i}{i} =$

6. (2015 理科一模) 已知 $(1+i)z = 2i$, 则复数 $z =$

7. (2016 文科一模) 已知 i 是虚数单位, 则复数 $\frac{5+3i}{4-i} =$

8. (2012 文科一模) 已知复数 z 满足 $(1-i)z = 2$, 则 $z =$

9. (2018 文科三模) 已知复数 z 满足 $i \cdot z = \frac{4+3i}{1+2i}$, 则复数 z

在复平面内对应的点在: 第 象限

10. (2012 理科一模) 在复平面内, 复数 $\frac{i}{1+i}$ 的共轭复数对

应的点位于: 第 象限

11. (2012 文科二模) 复数 $z = \frac{i}{1+i}$ 在复数平面上对应的点

位于: 第 象限

12. (2014 文科二模) 复数 $z = 2-3i$ 对应的点 z 在复平面的: 第 象限

13. (2013 文科二模) 在复平面内, 表示复数 $\frac{1+i}{2-i}$ (其中 i 为虚数单位) 的点位于: 第 象限

14. (2014 理科二模) 若复数 z 满足 $(z-3)(2-i) = 5$, i 为虚数单位, 则在复平面内 z 对应的点在: 第 象限

15. (2015 文科二模) 已知 $(1-2i)z = 5$ (i 为虚数单位), 则复数 z 在复平面内对应的点所在象限为: 第 象限

16. (2015 理科三模) 复数 $z = \frac{2}{1+i}$ 在复平面内对应的点所在的象限为: 第 象限

17. (2017 理科一模) 已知 $zi = 2-i$, 则复数 z 在复平面内对应的点的坐标是:

18. (2017 文科二模) 已知 $\frac{z}{(1+i)^2} = 1-i$ (i 为虚数单位),

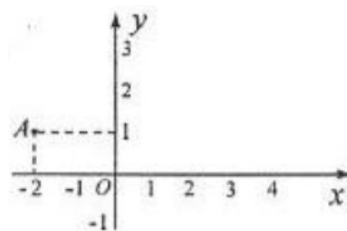
则复数 z 在复平面内对应的点的坐标是:

19. (2017 理科三模) 已知 i 是虚数单位, 复数 z 满足

$\frac{z}{2+z} = i$, 则复数 z 在复平面内对应的点的坐标是:

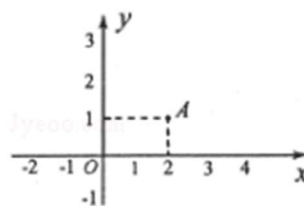
20. (2016 文科二模) 如图, 在复平面内, 表示复数 z 的点

为 A , 则复数 $\frac{z}{1-2i}$ 的对应点在: 第 象限



21. (2016 理科二模) 如图, 在复平面内, 表示复数 z 的点

为 A , 则复数 $\frac{z}{1-2i}$ 的共轭复数是:



22. (2018 理科一模) 若复数 $z = \frac{1+mi}{1+i}$ 在复平面内对应的点在第四象限, 则实数 m 的取值范围是:

23. (2012 理科二模) 若复数 $z = \frac{x+3i}{1-i}$, $x \in \mathbb{R}$ 是实数, 则 $x =$

24. (2013 文科一模) 复数 $\frac{i}{1-i}$ 的共轭复数为:

25. (2018 文科一模) 设复数 z 满足 $\frac{1-z}{1+z} = i$, 则 z 的共轭复数为:

26. (2012 理科三模) 已知复数 $z_1 = m+2i$, $z_2 = 2+i$, 若 $z_1 \cdot z_2$ 为纯虚数, 则实数 $m =$

27. (2018 理科二模) 若复数 $\frac{a-i}{2+i}$ 的实部与虚部相等, 则实数 $a =$

28. (2013 理科一模) 若复数 $\frac{a-2i}{1+2i}$ ($a \in \mathbb{R}$, i 为虚数单位)

是纯虚数，则实数 $a =$

29. (2013 理科二模) 复数 $(\frac{\sqrt{2}i}{1-i})^2$ (其中 i 为虚数单位) 的虚部等于:

30. (2014 文科三模) 复数 $\frac{2-3i}{1-i}$ 的实部和虚部的和是: 2

31. (2015 理科二模) 已知 i 为虚数单位, 集合 $A = \{1, 2, zi\}, B = \{1, 3\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, 则复数 $z =$

32. (2014 理科一模) 复数 $\frac{2+i}{1-2i}$ 的共轭复数是:

33. (2016 理科一模) 已知 i 是虚数单位, 则复数 $\frac{5+3i}{4-i}$ 的共轭复数是:

34. (2017 理科二模) 已知 $\frac{1-i}{z} = (1+i)^2$ (i 为虚数单位), 则复数 z 的共轭复数为:

35. (2015 文科三模) 若复数 $z = \frac{a+i}{1+i}$ 为纯虚数, 则实数 $a =$

36. (2016 理科三模) 如果复数 $\frac{2-bi}{1+2i}$ (其中 i 为虚数单位, b 为实数) 的实部和虚部互为相反数, 那么 $b =$

37. (2018 理科三模) 若 $(-1+2i)z = -5i$, 则 $|z| =$

38. (2014 理科三模) 已知复数 $z = \frac{\sqrt{3}+i}{(1-i)^2}$, 则 $|z| =$

39. (2017 文科三模) 已知 i 是虚数单位, 复数 z 满足 $(1-i)z = i$, 则 $|z| =$

40. (2016 文科三模) 已知复数 $z = \frac{5+3i}{1-i}$, 则下列说法正确的是 ()

A. z 的虚部为 $4i$

B. z 的共轭复数为 $1-4i$

C. $|z| = 5$

D. z 在复平面内对应的点在第二象限

第十三章不等式选讲

1. (2012 一模) 设函数 $f(x) = |2x - a| + 2a$

(1) 若不等式 $f(x) \leq 6$ 的解集为 $\{x | -6 \leq x \leq 4\}$, 求实数 a 的值;

(2) 在 (1) 的条件下, 若不等式 $f(x) \leq (k^2 - 1)x - 5$ 的解集非空, 求实数 k 的取值范围。

2. (2012 二模) 已知函数 $f(x), g(x)$ 的图像关于原点对称, 且 $f(x) = -x^2 + 2x$

(1) 解关于 x 的不等式 $g(x) \geq f(x) - |x - 1|$;

(2) 如果对于 $\forall x \in R$, 不等式 $g(x) + c \leq f(x) - |x - 1|$ 恒成立, 求实数 c 的取值范围。

3. (2012 三模) 已知函数 $f(x) = |x - a|$

(1) 若不等式 $f(x) \leq m$ 的解集为 $\{x | -1 \leq x \leq 5\}$, 求实数 a, m 的值;

(2) 当 $a = 2$ 时, 解关于 x 的不等式 $f(x) + t \geq f(x + 2t)$, ($t \geq 0$)

4. (2013 一模) 已知函数 $f(x) = |2x + 1| + |2x - 3|$

(1) 求不等式 $f(x) \leq 6$ 的解集;

(2) 若关于 x 的不等式 $f(x) < |a - 1|$ 的解集非空, 求实数 a 的取值范围。

5. (2013 二模) 设函数 $f(x) = |x + 1| + |x - a| (a > 0)$.

- (1) 当 $a=2$ 时, 解不等式 $f(x) \leq 4$;
- (2) 若不等式 $f(x) \leq 4$ 对一切 $x \in [a, 2]$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围。

6. (2014 一模) 已知函数 $f(x) = |2x+1| - |x-3|$
- (1) 解不等式 $f(x) \leq 4$;
- (2) 若存在 x 使得 $f(x) + a \leq 0$ 成立, 求实数 a 的取值范围。

7. (2014 二模) 设 $f(x) = |x+1| - |x-2|$

- (1) 若不等式 $f(x) \leq a$ 的解集为 $(-\infty, \frac{1}{2}]$ 求 a 的值;
- (2) 若 $\exists x \in R, f(x) + 4m < m^2$, 求 m 的取值范围.

8. (2014 三模) 已知函数 $f(x) = |2x-a| + |x-1|$.
- (1) 当 $a=3$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 2$ 的解集;
- (2) 若 $f(x) \geq 5-x$ 对 $\forall x \in R$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

9. (2015 一模) 已知函数 $f(x) = |2x-1| + |x-a|$

(1) 当 $a=3$ 时, 解不等式 $f(x) \leq 4$;

(2) 若 $f(x) = |x-1+a|$, 求 x 的取值范围.

10. (2015 二模) 已知函数 $f(x) = |x+a| + \left|x + \frac{1}{a}\right|$ ($a > 0$)

(1) 当 $a=2$ 时, 求不等式 $f(x) > 3$ 的解集;

(2) 证明: $f(m) + f\left(-\frac{1}{m}\right) \geq 4$

11. (2015 三模) 已知函数 $f(x) = |2x-a| + |x+1|$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) > 2x+2$ 的解集;

(2) 若不等式 $f(x) > 2x+2$ 的解集为 R , 求实数 a 的取值范围.

12. (2016 一模) 已知函数 $f(x) = |2x-a| + |2x+3|$, $g(x) = |x-1| + 2$

(1) 解不等式 $|g(x)| < 5$;

(2) 若对任意的 $x_1 \in R$, 都有 $x_2 \in R$, 使得 $f(x_1) = g(x_2)$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

13. (2016 二模) 设函数 $f(x) = |2x+1| + |x-a|$, $a \in R$

(1) 当 $a=2$ 时, 求不等式 $f(x) < 4$ 的解集.

(2) 当 $a < -\frac{1}{2}$ 时, 对于 $\forall x \in (-\infty, -\frac{1}{2}]$, 都有 $f(x) + x \geq 3$ 成立, 求 a 的取值范围.

14. (2016 三模) 已知函数 $f(x) = |x-1|$

(1) 解不等式 $f(x-1) + f(x+3) \geq 6$;

(2) 若 $|a|, |b| < 1$, 且 $a \neq 0$, 求证: $f(ab) > |a|f(\frac{b}{a})$

15. (2017 一模) 已知函数 $f(x) = |x-a| + \frac{1}{2a} (a \neq 0)$

(1) 若不等式 $f(x) - f(x+m) \leq 1$ 恒成立, 求实数 m 的最大值;

(2) 当 $a < \frac{1}{2}$ 时, 函数 $g(x) = f(x) + |2x-1|$ 有零点, 求实数 a 的取值范围.

16. (2017 二模) 已知 $f(x) = |x+m| + |2x-1| (m > 0)$

(1) 当 $m=1$ 时, 解不等式 $f(x) \geq 3$;

(2) 当 $x \in [m, 2m^2]$ 时, 不等式 $\frac{1}{2}f(x) \leq |x+1|$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

17. (2017 三模) 已知 $f(x) = 2|x+a| + \left|x - \frac{1}{a}\right| (a \neq 0)$.

(1) 当 $a=1$ 时, 解不等式 $f(x) < 4$;

(2) 求函数 $g(x) = f(x) + f(-x)$ 的最小值。

18. (2018 理科一模) 已知函数 $f(x) = |x+m| + |2x-1|$ 。

(1) 当 $m = -1$ 时, 求不等式 $f(x) \leq 2$ 的解集;

(2) 若 $f(x) \leq |2x+1|$ 的解集包含 $[\frac{3}{4}, 2]$, 求 m 的取值范围。

19. (2018 二模) 已知实数 $a^2 + 4b^2 = 4$

(I) 求证: $a\sqrt{1+b^2} \leq 2$

(II) 若对任意 $a, b \in R$, $|x+1| - |x-3| \leq ab$ 恒成立, 求实数 x 的取值范围.

20. (2018 三模) 设函数 $f(x) = |x+2| + |x-1|$

(1) 求 $f(x)$ 的最小值及取得最小值时 x 的取值范围;

(2) 若关于 x 的不等式 $f(x) + ax - 1 > 0$ 的解集为 R , 求实数 a 的取值范围。

第十四章坐标系与参数方程

极坐标

1. (2013 二模) 平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(2,0)$ 在曲线 C_1 :

$$\begin{cases} x = a \cos \varphi \\ y = \sin \varphi \end{cases} (a > 0, \varphi \text{ 为参数}) \text{ 上, 以原点 } O \text{ 为极点, } x \text{ 轴的}$$

正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为:

$$\rho = a \cos \theta.$$

(1) 求曲线 C_2 的普通方程;

(2) 已知点 M, N 的极坐标分别为 $(\rho_1, \theta), (\rho_2, \theta + \frac{\pi}{2})$, 若点

M, N 都在曲线 C_1 上, 求 $\frac{1}{\rho_1^2} + \frac{1}{\rho_2^2}$ 的值。

3. (2015 一模) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为

$$\begin{cases} x = 1 + \sqrt{3} \cos \theta \\ y = \sqrt{3} \sin \theta \end{cases} \text{ (其中 } \theta \text{ 为参数), 点 } M \text{ 是曲线 } C_1 \text{ 上的动点,}$$

点 P 在曲线 C_2 上, 且满足 $\overline{OP} = 2\overline{OM}$

(1) 求曲线 C_2 的普通方程;

(2) 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,

射线 $\theta = \frac{\pi}{3}$, 与曲线 C_1, C_2 分别交于 A, B 两点, 求 $|AB|$

2. (2014 一模) 在平面直角坐标系中, 曲线 C_1 的参数方程

$$\text{为 } \begin{cases} x = a \cos \varphi \\ y = b \sin \varphi \end{cases} (a > b > 0, \varphi \text{ 为参数}), \text{ 且曲线 } C_1 \text{ 上的点}$$

$M(2, \sqrt{3})$ 对应的参数 $\varphi = \frac{\pi}{3}$, 且以 O 为极点, x 轴的正半轴

为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 是圆心在极轴上且经过极点的

圆, 射线 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 与曲线 C_2 交于点 $D(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$ 。

(1) 求曲线 C_1 的普通方程, C_2 的极坐标方程;

(2) 若 $A(\rho_1, \theta), B(\rho_2, \theta + \frac{\pi}{2})$ 是曲线 C_1 上的两点, 求 $\frac{1}{\rho_1^2} +$

$\frac{1}{\rho_2^2}$ 的值。

4. (2017 一模) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为

$$\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos \varphi \\ y = \sin \varphi \end{cases}, \text{ 其中 } \varphi \text{ 为参数, 曲线 } C_2: x^2 + y^2 - 2y = 0, \text{ 以}$$

原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 射线 $l: \theta = \alpha (\rho \geq 0)$ 与曲线 C_1, C_2 分别交于点 A, B (均异于原点 O)

(1) 求曲线 C_1, C_2 的极坐标方程;

(2) 当 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 时, 求 $|OA|^2 + |OB|^2$ 的取值范围;

5. (2017 三模) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程

$$\begin{cases} x = 2 + \cos \varphi \\ y = 2 \sin \varphi \end{cases} \quad (\varphi \text{ 为参数}), \text{ 以原点 } O \text{ 为极点, } x \text{ 轴的正}$$

半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 4 \sin \theta$

(1) 求曲线 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程;

(2) 已知曲线 C_3 的极坐标方程为 $\theta = \alpha (0 < \alpha < \pi, \rho \in \mathbb{R})$, 点 A 是曲线 C_3 与 C_1 的交点, 点 B 是曲线 C_3 与 C_2 的交点, 且 A, B 均异于原点 O , 且 $|AB| = 4\sqrt{2}$, 求实数 α 的值.

6. (2018 文科二模) 已知点 P 是曲线 $C_1: (x-2)^2 + y^2 = 4$ 上的动点, 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 以极点 O 为中心, 将点 P 逆时针旋转 90° 得到点 Q , 设点 Q 的轨迹方程为曲线 C_2

(I) 求曲线 C_1, C_2 的极坐标方程;

(II) 射线 $\theta = \frac{\pi}{3} (\rho > 0)$ 与曲线 C_1, C_2 分别交于 A, B 两点, 定点 $M(2, 0)$, 求 $\triangle MAB$ 的面积.

7. (2018 三模) 在平面直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的参数方

$$\begin{cases} x = 3 \cos \varphi \\ y = 3 + 3 \sin \varphi \end{cases} \quad (\varphi \text{ 为参数}), \text{ 以 } O \text{ 为极点, } x \text{ 轴的非负}$$

半轴为极轴建立极坐标系

(1) 求圆 C 的普通方程;

(2) 直线 l 的极坐标方程是 $2\rho \sin(\theta - \frac{\pi}{6}) = 4\sqrt{3}$, 射线 $OM: \theta = \frac{5\pi}{6}$ 与圆 C 的交点为 P , 与直线 l 的交点为 Q , 求线段 PQ 的长.

椭圆参数方程

1. (2012 一模) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知曲线 $C_1: x^2 + y^2 = 1$, 以平面直角坐标系 xOy 的原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴, 取相同的单位长度建立极坐标系, 已知直线 $l: \rho(2\cos\theta + \sin\theta) = 6$

(1) 将曲线 C_1 上的所有点的横坐标和纵坐标分别伸长为原来的 $\sqrt{3}$ 倍和 2 倍后得到曲线 C_2 , 试写出直线 l 的直角坐标方程和曲线 C_2 的参数方程;

(2) 在曲线 C_2 上求一点 P , 使点 P 到直线 l 的距离最大, 并求出此最大值.

2. (2016 三模) 在直角坐标系 xOy 中, 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系, 已知曲线

$$C_1: \begin{cases} x = -4 + \cos t \\ y = 3 + \sin t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}), \quad C_2: \begin{cases} x = 8 \cos \theta \\ y = 3 \sin \theta \end{cases} \quad (\theta \text{ 为参数}).$$

(1) 化 C_1, C_2 的方程为普通方程, 并说明它们分别表示什么曲线;

(2) 若 C_1 上的点 P 对应的参数为 $t = \frac{\pi}{2}$, Q 为 C_2 上的动点, 求 PQ 中点 M 到直线 $C_3: \rho(\cos\theta - 2\sin\theta) = 7$ 距离的最小值.

3. (2017 二模) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程

$$\text{为 } \begin{cases} x = 2\cos\varphi \\ y = \sin\varphi \end{cases} \quad (\text{其中 } \varphi \text{ 为参数}), \text{ 以原点 } O \text{ 为极点, } x \text{ 轴的}$$

正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为

$$\rho(\tan\alpha \cdot \cos\theta - \sin\theta) = 1 \quad (\alpha \text{ 为常数}, 0 < \alpha < \pi, \text{ 且 } \alpha \neq \frac{\pi}{2}),$$

点 A, B (A 在 x 轴下方) 是曲线 C_1 与 C_2 的两个不同交点.

(1) 求曲线 C_1 普通方程和 C_2 的直角坐标方程;

(2) 求 $|AB|$ 的最大值及此时点 B 的坐标.

直线参数方程

1. (2012 二模) 在直角坐标平面内, 以坐标原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴, 建立极坐标系, 已知点 D 的极坐标为 $(1, \frac{3\pi}{2})$, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = \frac{2}{1 - \cos \theta}$

- (1) 求点 D 的直角坐标和曲线 C 的直角坐标方程;
- (2) 若经过点 D 的直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $|DA| \cdot |DB|$ 的最小值。

2. (2012 三模) 已知直线 l 经过点 $P(1, 1)$, 倾斜角 $\alpha = \frac{\pi}{6}$

- (1) 写出直线 l 的参数方程;
- (2) 设直线 l 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 相交于两点 A, B , 求点 P 到 A, B 两点的距离之积。

3. (2013 一模) 在直角坐标系中, 以原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建坐标系, 已知曲线 $C: \rho \sin^2 \theta = 2a \cos \theta, a > 0$,

已知过点 $P(-2, -4)$ 的直线 L 的参数方程为:
$$\begin{cases} x = -2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = -4 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases},$$

直线 L 与曲线 C 分别交于 M, N

- (1) 写出曲线 C 和直线 L 的普通方程;
- (2) 若 $|PM|, |MN|, |PN|$ 成等比数列, 求 a 的值。

4. (2015 二模) 已知平面直角坐标系 xOy 中, 过点 $P(-1, -2)$

的直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + t \cos 45^\circ \\ y = -2 + t \sin 45^\circ \end{cases}$ (t 为参数), 以原

点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho \sin \theta \tan \theta = 2a (a > 0)$, 直线 l 与曲线 C 相交于不同的两点 M, N 。

- (1) 求曲线 C 和直线 l 的普通方程;
- (2) 若 $|PM| = |MN|$, 求实数 a 的值。

5. (2016 一模) 在平面直角坐标系 xOy 中, 以 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中, 直线 l 的极坐标方程为

$$\theta = \frac{\pi}{4}, \text{ 曲线 } C \text{ 的参数方程为 } \begin{cases} x = \sqrt{2} \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases}.$$

(1) 写出直线 l 与曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 过点 M 平行于直线 l 的直线与曲线 C 交于 A, B 两点, 若 $|MA| \cdot |MB| = \frac{8}{3}$, 求 M 点轨迹的直角坐标方程。

6. (2016 二模) 在平面直角坐标系 xOy 中, 设倾斜角为 α 的直线 l 的方程 $\begin{cases} x = 2 + t \cos \alpha \\ y = \sqrt{3} + t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数), 以 O 为极点, x 轴

的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为

$$\rho^2 = \frac{4}{1 + 3 \sin^2 \theta}, \text{ 直线 } l \text{ 与曲线 } C \text{ 相交于不同的两点 } A, B.$$

(1) 若 $\alpha = \frac{\pi}{3}$, 求线段 AB 中点 M 的直角坐标;

(2) 若 $|PA| \cdot |PB| = |OP|^2$, 其中 $P(2, \sqrt{3})$, 求直线 l 的斜率。

7. (2018 理科一模) 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 过

点 $P(a, 1)$, 参数方程为 $\begin{cases} x = a + \sqrt{2}t \\ y = 1 + \sqrt{2}t \end{cases}$ (t 为参数, $a \in \mathbb{R}$), 以

O 为极点, 极轴为 x 轴非负半轴建立平面直角坐标系, 曲线

C_2 的极坐标方程为: $\rho \cos^2 \theta + 4 \cos \theta - \rho = 0$

(1) 写出曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的直角坐标方程

(2) 已知曲线 C_1 和曲线 C_2 交于 A, B 两点, 且 $|PA| = 2|PB|$, 求实数 a 的值。

圆的问题

1. (2014 二模) 已知在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t - 3 \\ y = \sqrt{3}t \end{cases}$ (t 为参数), 在极坐标系 (与直角坐标系 xOy

取相同的长度单位, 且以原点 O 为极点, 以 x 轴正半轴为极

轴) 中, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 - 4\rho \cos \theta + 3 = 0$

(1) 求直线 l 普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 设点 P 是曲线 C 上的一个动点, 求它到直线 l 的距离的取值范围。

2. (2014 三模) 已知曲线 $C_1: \begin{cases} x = -2 + \cos t \\ y = 1 + \sin t \end{cases}$ (t 为参数),

$$C_2: \begin{cases} x = 4 \cos \theta \\ y = 3 \sin \theta \end{cases} (\theta \text{ 为参数})$$

(1) 求曲线 C_1, C_2 的普通方程, 并说明它们分别表示什么曲线;

(2) 若过曲线 C_2 的左顶点且倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ 的直线 l 交曲线 C_1 于 A, B 两点, 求 $|AB|$.

3. (2015 三模) 已知直角坐标系 xOy 中, 圆 $C_1: x^2 + y^2 = 4$, 圆 $C_2: x^2 + (y-2)^2 = 4$

(1) 以 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求圆 C_1, C_2 的极坐标方程及其交点的极坐标;

(2) 求圆 C_1 与 C_2 公共弦的参数方程.

参考答案

第一章集合与常用逻辑用语

集合部分

1. $\{1, 3, 4\}$
2. $\{0, 2\}$
3. $\{x | -3 \leq x < -\sqrt{3}\}$
4. $\{x | 1 < x \leq 2\}$
5. $(-3, -1)$
6. $(-2, -1) \cup [0, 1]$
7. $A \cap B = (\frac{2}{3}, 1)$
8. $A \cap B = (0, 2]$
9. $A \cap B = (0, 1)$
10. $A \cap B = [0, 1)$
11. $M \cap N = \{x | 0 < x < 1\}$
12. $M \cap N = [0, \sqrt{2}]$
13. $A \cap B = [0, 1]$
14. $A \cap B = \{0, 1\}$
15. $A \cap B = \{1\}$
16. $A \cap B = (1, 2)$
17. $A \cap B = (-1, 2)$
18. $A \cap B = (1, +\infty)$
19. $A \cap B = (0, \frac{1}{2})$
20. $A \cup B = \{0, 1, 2, 4\}$
21. $\complement_U P = [\frac{1}{2}, +\infty)$
22. $\complement_U (A \cup B) = \{1, 3\}$
23. $A \cap \complement_R B = (1, \frac{3}{2}]$
24. $A \cap \complement_R B = \{-1, 0\}$
25. $(\complement_U A) \cap B = \{4, 8\}$
26. $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \{1, 2, 3, 6, 7\}$
27. $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{5, 4\}$
28. $\complement_U (A \cup B) = \{3, 5\}$
29. 4

30. 8
31. $a + b = 7$
32. D
33. C
34. B
35. $z = -4i$

常用逻辑用语部分

1. D
2. D
3. A
4. D
5. B
6. D
7. C
8. C
9. C
10. 2
11. 3
12. p_2, p_4
13. P_2, P_4
14. A
15. D
16. A
17. 必要不充分条件
18. D
19. B
20. $(2, +\infty)$
21. $[0, 2]$

第二章函数

函数的性质（基础）

1. A
2. C
3. D
4. D
5. B
6. C
7. $f(-2) = -4$
8. C

函数的性质（拔高）

1. -4

2. $t = 2$

3. $t = 1$

4. $M + m = 2$

5. B

6. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

7. C

8. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

9. $f(a_5) + f(a_6) = 3$

10. $(-6, -3) \cup (0, +\infty)$

11. B

指对幂函数

1. B

2. D

3. D

4. $a = -\frac{1}{4}$

5. $(-\infty, -1]$

6. $[3, +\infty)$

7. B

8. $(0, 1) \cup (1, 3)$

9. $\sqrt{3}$

函数的零点

1. B

2. B

3. C

4. $a = 2$

5. $(\frac{2}{5}, \frac{2}{3})$

6. $(0, \frac{1}{5}) \cup [5, +\infty)$

7. $k = \frac{4}{e^2} + \frac{e^2}{4}$

8. $k \in (\frac{4}{e^2} + \frac{e^2}{4}, +\infty)$

9. $a + b = -1$

10. 4

11. $m + n = 5$

12. 6

13. $2^m - 1$

14. -11

15. $a_n = n - 1$

16. D

函数图像

1. D

2. D

3. A

4. D

5. C

6. A

第三章导数

导切线方程

1. $2x - y + 1 = 0$

2. $3x + y - 4 = 0$

3. $y = 2ex - e$

4. $x - y - 4 = 0$

5. $3x + y = 0$

6. $m = e$

7. 4

8. $y = -x$ 或 $y = 8x - 18$

9. $(x - \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2}$

10. B

11. C

12. $\frac{3}{2}e^{\frac{2}{3}}$

13. $\frac{1}{2e^2}$

构造函数

1. $(-\infty, \frac{1}{2}]$

2. 0

3. D

4. $\frac{e^2}{8}$

5. $(-\infty, \frac{3}{2})$

6. A

单调性、极值、最值

1. $[1, +\infty)$

2. $(-1, 0)$

3. B

4. $(1+\frac{1}{2e}, +\infty)$

5. $a \in (-\infty, \frac{1}{2} \ln 2]$

6. $\ln 2$

7. 8

其他

1. $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$

2. $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [1, +\infty)$

3. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$

4. $(1, \frac{9+2\ln 2}{10}]$

5. $\frac{\pi}{2}$

6. $\frac{\pi}{2}$

7. $\frac{1}{6}$

8. $4 - \ln 3$

主观题(理)

1. 证明: (1) 设切点为 (x_0, y_0) , 则 $y_0 = a(x_0 - 1) = (ax_0 - 1)e^{x_0}$, $a(x_0 e^{x_0} - x_0 + 1) = e^{x_0}$ ①, 由 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 相切, 可得: $a = g'(x_0) = (a + ax_0 - 1e^{x_0})$, $a(x_0 e^{x_0} + e^{x_0} - 1) = e^{x_0}$ ② $\Rightarrow x_0 e^{x_0} - x_0 + 1 = x_0 e^{x_0} + e^{x_0} - 1 \Leftrightarrow e^{x_0} + x_0 - 2 = 0$, 令 $h(x) = e^x + x - 2$, $h'(x) = e^x + 1 > 0$, 所以 $h(x)$ 单增. 又因为 $h(0) = -1 < 0$, $h(1) = e - 1 > 0$, 所以存在唯一实数 x_0 , 使得 $e^{x_0} + x_0 - 2 = 0$, 且 $x_0 \in (0, 1)$. 所以只存在唯一实数 a , 使①②成立, 即存在唯一实数 a 使得 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 相切.

(2) 令 $f(x) > g(x)$, 即 $a(x-1) > (ax-1)e^x$, 所以 $a(x - \frac{x-1}{e^x}) < 1$, 令 $m(x) = x - \frac{x-1}{e^x}$, 则 $m'(x) = \frac{e^x + x - 2}{e^x}$, 由 (1) 可知, $m(x)$ 在 $(-\infty, x_0)$ 上单减, 在 $(x_0, +\infty)$ 单增, 且 $x_0 \in (0, 1)$, 故当 $x \leq 0$ 时, $m(x) \geq m(0) = 1$, 当 $x \geq 1$ 时, $m(x) \geq m(1) = 1$,

①当 $a < 0$ 时, 因为要求整数解, 所以 $m(x)$ 在 $x \in Z$ 时, $m(x) \geq 1$, 所以 $am(x) < 1$ 有无穷多整数解, 舍去;

②当 $0 < a < 1$ 时, $m(x) < \frac{1}{a}$, 又 $\frac{1}{a} > 1, m(0) = m(1) = 1$, 所以

两个整数解为 0, 1, 即 $\begin{cases} m(2) \geq \frac{1}{a} \\ m(-1) \geq \frac{1}{a} \end{cases} \Rightarrow a \in [\frac{e^2}{2e^2-1}, 1)$;

③当 $a \geq 1$ 时, $m(x) < \frac{1}{a}$, 因为 $\frac{1}{a} \leq 1, m(x)$ 在 $x \in Z$ 内大于或等于 1, 所以 $m(x) < \frac{1}{a}$ 无整数解, 舍去. 综上, $a \in [\frac{e^2}{2e^2-1}, 1)$

2. (I) $a = -1, b = 2, f(x) = \ln(-x+2) + x^2$,

$$f'(x) = \frac{1}{x-2} + 2x = \frac{2x^2 - 4x + 1}{x-2} = \frac{-2x^2 + 4x - 1}{2-x}$$

令 $f'(x) = 0$, 解得 $x_1 = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, x_2 = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$,

函数 $f(x)$ 的极小值为 $f(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) = \ln(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}) + \frac{3}{2} - \sqrt{2}$,

函数 $f(x)$ 的极大值为 $f(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}) = \ln(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}) + \frac{3}{2} + \sqrt{2}$.

(II) 设 $g(x) = f(x) - (x^2 + x)$, 则 $g(x) = \ln(ax+b) - x$, 依题意 $g(x) \leq 0$ 恒成立,

① $a < 0$ 时, 显然不符合题意,

② $a > 0$ 时, $g'(x) = \frac{a}{ax+b} - 1 = \frac{-a(x - \frac{a-b}{a})}{ax+b}$ ($ax+b > 0$), 当 $-\frac{b}{a} < x < \frac{a-b}{a}$ 时, $g'(x) > 0$; 当 $x > \frac{a-b}{a}$ 时, $g'(x) < 0$, $g(x)$

在其定义域 $(-\frac{b}{a}, +\infty)$ 上有最大值, 最大值为 $g(\frac{a-b}{a})$, 由

$g(x) \leq 0$, 得 $g(\frac{a-b}{a}) = \ln a - \frac{a-b}{a} \leq 0 \Rightarrow b \leq a - a \ln a, \therefore ab \leq$

$a^2 - a^2 \ln a$, 设 $h(a) = a^2 - a^2 \ln a, h'(a) = a(1 - 2 \ln a)$, 则当

$0 < a < \sqrt{e}$ 时, $h'(a) > 0$, 当 $a > \sqrt{e}$ 时, $h'(a) < 0$, 可得 $h(a)$

在区间 $(0, \sqrt{e})$ 上为增函数, 在区间 $(\sqrt{e}, +\infty)$ 上为减函数,

$\therefore h(a)$ 的最大值为 $h(\sqrt{e}) = \frac{e}{2}$, 当 $a = \sqrt{e}, b = \frac{\sqrt{e}}{2}$ 时, ab 取

最大值为 $\frac{e}{2}$, 综合①②得, ab 最大值为 $\frac{e}{2}$.

3. 略

4. (1) $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减; (2) $m \leq 0$.

5. 略

6. (1) 略; (2) $(0, e]$

7. (1) $n=3$; (2) $a>1$

8. (1) $e-1$; (2) $(e-2, 1)$

9. (1) $t < 1 - \frac{1}{e}$; (2) $t \leq \frac{1}{2}$

10. (1) 略; (2) $(-\frac{2e^2}{e+1}, 0]$

11. (1) $(0, \frac{1}{e})$; (2) 略; (3) 略

12. (1) $k=1$; (2) 略

13. (1) $a_{\min} = 2 - 4\ln 2$; (2) $a \in (-\infty, 2 - \frac{3}{e-1})$

14. (1) $[-4, +\infty)$; (2) $0 < \frac{f(x_2)}{x_1} < -\frac{1}{2} + \ln 2$

15. (1) $k=1$; (2) 不存在

16. (1) $2 - 4\ln 2$; (2) $a \in (-\infty, 2 - \frac{3}{e-1})$

17. 略

18. (1) 略; (2) $(-\infty, -1]$

19. (1) 略; (2) $[-1, +\infty)$

20. (1) $a = -e^2$; (2) 略

主观题 (文)

1. (1) $f'(x) = \frac{1}{x} - 2ax + (2-a) = \frac{(2x+1)(-ax+1)}{x}$

①当 $a \leq 0$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增, $f(x)$ 无极大值; ②当 $a > 0$ 时, 令 $f'(x) > 0$, 解得 $0 < x < \frac{1}{a}$, 故 $f(x)$ 在

$(0, \frac{1}{a})$ 递增, $(\frac{1}{a}, +\infty)$ 递减, $f(\frac{1}{a})_{\text{极大}} = \ln \frac{1}{a} + \frac{1}{a} - 1$

(2) $g(x) = \frac{x}{e^x} - 2$, $g'(x) = \frac{1-x}{e^x}$, 可得: $g(x) \in (-2, \frac{1}{e} - 2]$ 。

依题意: $\begin{cases} 0 < \frac{1}{a} < e \\ f(\frac{1}{a}) > g(x)_{\max}, \text{ 由 } f(e) = 1 - ae^2 + 2e - ea \leq -2 \\ f(e) \leq -2 \end{cases}$

$\Rightarrow a \geq \frac{3+2e}{e^2+e}$, 由 $f(\frac{1}{a}) = \ln \frac{1}{a} + \frac{1}{a} - 1 > \frac{1}{e} - 2 \Rightarrow \ln a - \frac{1}{a} + \frac{1}{e}$

< 1 , 令 $h(a) = \ln a - \frac{1}{a} + \frac{1}{e}$, 可知 $h(a)$ 单增, 且 $h(e) = 1$, 则

$\ln a - \frac{1}{a} + \frac{1}{e} < 1 \Rightarrow a \in (0, e)$, 综上所述, $a \in [\frac{3+2e}{e^2+e}, e)$

答案: (I) 当 $m > 0$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增;

当 $m \leq -\frac{1}{e}$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减..

2. (I) 当 $m > 0$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增; 当 $m \leq -\frac{1}{e}$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减.

(II) 由 (1) 可知: $m = -\frac{1}{e}$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减.

当 $a > b > 0$ 时, $f(b) > f(a) \Leftrightarrow -\frac{1}{e} \ln b - e^{-b} > -\frac{1}{e} \ln a - e^{-a}$,

化简得: $e^{1-a} - e^{1-b} > \ln b - \ln a$, 要证 $e^{1-a} - e^{1-b} > 1 - \frac{a}{b}$, 只

要证 $\ln b - \ln a > 1 - \frac{a}{b}$, 即证 $\ln \frac{b}{a} > 1 - \frac{a}{b}$, 令 $t = \frac{b}{a}$ ($0 < t < 1$),

则只要证 $h(t) = \ln t + \frac{1}{t} - 1 > 0$ (显然成立)

3. (1) $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 单调递减, 在 $(1, +\infty)$ 单调递增

4. (1) $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减; (2) $m \leq 0$.

5. (1) $2 - 2\ln 2$; (2) 略

6. (1) 略; (2) $k = 2\sqrt{e}, m = 1 - e$

7. (1) $m \leq -1$; (2) 略

8. (1) $n=3$; (2) $a > 1$

9. (1) $a = -3$; (2) 略

10. (1) $a \leq 0$; (2) $a < 0$

11. (1) $a \in (0, \frac{1}{e})$; (2) $\frac{2}{x_1 + x_2} < a$

12. (1) $k=1$; (2) 略

13. (1) 略; (2) $a_{\min} = 2 - 4\ln 2$

14. (1) $a = -\sqrt{e}$; (2) $a \geq -1$

15. (I) $\frac{1}{4}$; (II) $a \geq \frac{1}{2} - \frac{1}{4e^2}$

16. (1) $a \in (-\infty, 7 + \ln 3]$; (2) $b = e^2 + \frac{1}{e} - 1$

17. (1) $(-\infty, 1]$; (2) 略

18. 略

19. (1) $(\frac{1}{2}, 1)$; (2) $k \leq 2$

20. (1) 略; (2) $a = \sqrt{e}$

第四章三角函数与解三角形

三角函数基本内容

1. $\cos 4\alpha = -\frac{1}{8}$
2. $\sin 2\alpha = -\frac{24}{25}$
3. $\tan \alpha = 1$
4. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{2}{5}$
5. $\cos(\frac{\pi}{6} - \alpha) = \frac{1}{3}$
6. $A = \frac{\pi}{3}$
7. $\sin 2\varphi = -\frac{4}{5}$

图像的平移

1. $[\frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{18})$
2. A
3. B
4. C
5. D
6. A
7. $\frac{5\pi}{6}$
8. C

三角函数图像及其性质

1. $f(x_1 + x_2) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $f(\pi) = -\sqrt{3}$
3. B
4. C
5. B
6. A
7. A
8. $\omega = \frac{1}{2}$
9. $[6k, 6k+3], k \in \mathbb{Z}$
10. 9
11. $(\frac{4}{3}, \frac{7}{3}]$

12. $(\frac{7}{2}, \frac{25}{6}]$

13. A

14. $f(x_1 + x_2) = -1$

15. $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$

16. $\frac{2\pi}{3}$

17. $[1, +\infty)$

解三角形（客观题）

1. $B = 45^\circ$
2. $C = \frac{\pi}{2}$
3. $A = 60^\circ$
4. $(3, 6]$
5. 6
6. $\frac{\sqrt{5}}{5}$
7. $\sqrt{15}$
8. $\frac{64}{17}$
9. $\frac{\sqrt{3}}{12}$
10. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3} - 2 - \sqrt{2}}{4}$

解三角形（主观题）

1. (1) $\sin \angle ABD = \frac{3\sqrt{3}}{14}$; (2) 7
2. (1) 3; (2) $\frac{\sqrt{6}}{3}$
3. (1) $A = \frac{\pi}{3}$; (2) $S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{3}$
4. (1) $B = \frac{\pi}{4}$; (2) $S_{\max} = \frac{\sqrt{2}+1}{2}$
5. (1) $C = \frac{\pi}{3}$; (2) $S_{\max} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$
6. (1) $B = \frac{\pi}{4}$, 当且仅的 $A = \frac{\pi}{4}$ 时, 上式的最大值为 $\frac{5}{2}$ 。
(2) $L = a + b + c = 2\sqrt{2 + \sqrt{2}} + \sqrt{2}$ 。
7. (1) 略; (2) $A = \frac{\pi}{4}$

8. (1) $A = \frac{\pi}{3}$; (2) 等边

9. (1) $f(x) = \sin(\frac{2x}{3} + \frac{\pi}{6}) + \frac{1}{2}$, $f(x)$ 的最小正周期为 3π ; 单

调增区间为 $[-\pi + 3k\pi, \frac{\pi}{2} + 3k\pi], (k \in \mathbb{Z})$; (2) $c = \sqrt{3}$

10. (1) $B = \frac{\pi}{3}$; (2) $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3}]$

11. (1) $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$; (2) $f(x)_{\max} = \sqrt{3}, f(x)_{\min} = 1$

12. (1) $C = 60^\circ$; (2) 5

13. (1) $S = 10\sqrt{3}$; (2) (1, 2]

14. (1) $a = b = 2$; (2) $A = \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}$

15. (1) $C = \frac{\pi}{3}$; (2) $S_{\triangle ABC} = \frac{5}{4}\sqrt{3}$

16. (1) $A = \frac{\pi}{3}$; (2) $S_{\triangle ABC} = 6\sqrt{3}$

17. (1) $A = \frac{\pi}{3}$; (2) $B = \frac{\pi}{3}, S = \frac{3}{4}\sqrt{3}$

18. (I) $\tan A = \sqrt{3}, A = \frac{\pi}{3}$; (II) $3 < 2b + c \leq 6$

第五章平面向量

模长问题

1. $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{7}$

2. $|\sqrt{2}\vec{a} - \vec{b}| = 1$

3. $|2\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{13}$

4. $\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|} = \frac{1}{2}$

5. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

平行垂直问题

1. $|\vec{b}| = \sqrt{5}$

2. $t = -1$

3. $n = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

4. $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{10}$

5. $\alpha = \frac{3\pi}{4}$

6. $\sin 2\alpha = -1$

夹角问题

1. 45°

2. 120°

3. 135°

4. 90°

5. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

线性表示

1. $\lambda + \mu = \frac{4}{3}$

向量与三角

1. $m = \sin \theta$

2. $\frac{6}{5}$

3. (0, 12)

4. $m = \frac{1}{2}$

最值问题

1. 3

2. 4

3. $\sqrt{3}$

4. $\sqrt{2} + 1$

5. $\frac{9}{4}$

6. 10

7. $(0, \frac{24}{13})$

8. $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

9. $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

第六章数列

等差数列

1. $a_1 = 0$

2. $a_6 = 3$

3. $S_{11} = 22$

4. $S_9 = 54$

5. $S_4 = 20$

6. $S_{11} = 33$

7. 52
8. $S_9 = 27$
9. $S_{15} = 60$
10. D
11. $n = 5$
12. D
13. $S_{100} = 2500$
14. $\frac{S_9}{a_9}$
15. $(\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2})$

等比数列

1. 3
2. $a_1 = -\frac{1}{2}$
3. $q = 2$
4. $a_1 = 2$
5. $S_5 = \frac{11}{16}$
6. $S_{4n} = 30$
7. $a_8 = 128$
8. $a_5 = 54$
9. D
10. C

数列求通项

1. $a_n = 1 - 2^n$
2. $a_7 = 3 \times 4^5$
3. 6
4. $a_n = \frac{n}{3n-2}$
5. $a_{2n} = \frac{1-4^n}{2}$
6. $a_n = \frac{2}{n^2 - n + 2}$
7. $a_9 + a_{10} = \frac{1 \pm 4\sqrt{5}}{8}$
8. $a_{15} + a_{16} = \frac{4 \pm 17\sqrt{5}}{34}$

数列求和

1. $\frac{200}{101}$
2. 45
3. $S_n = 2^{n+1} - \frac{n(n+1)}{2} - 2$
4. $S_n = 2^{n+1} - 4 - \frac{3n^2 + 7n}{2}$
5. $S_{40} = 440$
6. $S_{61} = 527$
7. $S_{21} = 77$
8. $S_{100} = 2016$
9. $4(2^n - 1)$

综合

1. $b_n = n$
2. $b_n = 2n$
3. $\frac{a_6 + a_7}{a_5 + a_6} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
4. $5S_n - 4^n a_n = n$
5. $f(a_5) + f(a_6) = 3$
6. (2, 3)
7. D

主观题

1. (1) $a_n = 2n - 1$; (2) $T_5 = 682$
2. (1) $a_n = 2^{n-2}$; (2) $T_n = \frac{n}{2n+1}$
3. (I) $a_n = 2^n$; (II) $T_n = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2})$
4. (1) $a_n = 2^{n-1}, b_n = 2n - 1 - 2^{n-1}$; (2) $T_n = n^2 - 2^n + 1$
5. (1) $c = -1, a_n = 2^{n-1}$; (2) $T_n = 2^{n+1} + n^2 + n - 2$
6. (I) $a_n = 2n$; (II) $S_n = \frac{(2n-1)3^{n+1} + 3}{2}$
7. (1) $a_n = 2n - 1, b_n = (2n - 1) \cdot 2^{n-1}$; (2) $T_n = (2n - 1) \cdot 2^n + 3$
8. (1) $a_n = 2n + 1$; (2) $T_n = n \cdot 3^n$
9. (1) $a_n = 2n - 1, b_n = 2^{n-1}$; (2) $T_n = (2n - 3) \cdot 2^n + 3$
10. (1) $b_n = 2n + 1$; (2) $T_n = (n - 1) \cdot 2^{n+2} + 4$
11. (1) $a_n = 2^n$; (2) $T_n = (n - 1)2^{n+1} + 2$
12. (1) $b_n = 3 \cdot 2^n$; (2) $T_n = 3(n - 1) \cdot 2^{n+1} + 6$

13. (1) $a_n = \frac{1}{2n}$; (2) $S_n = 4 - \frac{2+n}{2^{n-1}}$

14. (1) $a_n = 2n$; (2) $T_n = 2 - \frac{2+n}{2^n}$

15. (1) $a_n = 2^n$; (2) $m = 2, n = 12$

第七章不等式

1. 4

2. 13

3. 6

4. 5

5. 2

6. 1

7. $[3, 11]$

8. $[\frac{1}{4}, \frac{2}{3}]$

9. P_2, P_4

10. $-2\sqrt{5}$

11. $[\frac{4}{5}, 13]$

12. $\frac{8}{3}$

13. 10

14. $m = 1$

15. 10

16. $[0, 1]$

17. C

18. $\frac{3}{32}$

19. B

20. $[-\frac{1}{2}, 1]$

21. $(-\infty, -1]$

22. $[-4, 2)$

23. 4

24. 7

25. -4

26. 4

第八章立体几何

空间几何体的三视图

1. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. $6\sqrt{3}$

3. $9\sqrt{3}$

4. $2\sqrt{3}$

5. $24 - \frac{3\pi}{2}$

6. 2

7. $48cm^3$

8. $20 + 8\sqrt{2}$

9. $(41 + \frac{\pi}{4})cm^3$

10. $48 + 8\sqrt{17}$

11. $\pi + \frac{\sqrt{3}}{3}$

12. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

13. 38

14. $12 - \pi$

15. 48

16. 2π

17. 4

18. $\sqrt{14}$

19. $3 + \sqrt{3} + \sqrt{2}$

20. 20

21. $\frac{8}{3}$

22. $\frac{20}{3}$

23. $\frac{32}{3}cm^3$

24. $\frac{16}{3}cm^3$

25. 24

26. $\frac{1}{3}$

27. $(5 + \sqrt{2})\pi$

28. $\frac{(23 + \sqrt{2})\pi}{4} + 1$

29. 41π

30. $2 + \frac{\pi}{2}$

31. $\frac{1}{6}$

32. 24

33. $\frac{8-\pi}{3}$

34. $\frac{4}{3}$

35. $\sqrt{6}$

36. $2\sqrt{6}$

37. $2\sqrt{6}$

空间几何体及其表面积和体积

1. $\frac{1}{2}$

2. $2\pi R^2$

3. $\sqrt{3}$

4. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

5. $(0, \frac{\sqrt{6}}{2}a^2)$

6. $\frac{\pi}{6}$

外接球问题

1. 24

2. $2+4\sqrt{2}$

3. $\frac{28\pi}{3}$

4. 6π

5. 5π

6. $32\sqrt{3}\pi$

7. $32\sqrt{3}\pi$

8. 43π

9. 6π

10. $\sqrt{3}$

11. 6π

12. 11π

13. 3π

14. $\frac{4\pi}{3}$

15. 16π

16. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

17. 6π

18. $\frac{4}{3}\pi$

19. $\frac{4\pi}{3}$

20. $\frac{60}{11}\pi$

21. 2π

22. $\frac{32\sqrt{3}}{27}\pi$

23. 156π

点、直线、面位置关系

1. B

2. D

3. $(0,1]$

4. $[2, 2\sqrt{2}]$

5. 3

解答题（理）

1. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. $\frac{\sqrt{7}}{7}$

3. (1) $t = \frac{1}{3}$; (2) 60°

4. $\frac{\sqrt{31}}{31}$

5. $\frac{2\sqrt{19}}{19}$

6. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

7. $\frac{1}{3}$

8. $\frac{13}{12}$

9. P 与 F 重合

10. $\frac{AA_1}{AB} = \sqrt{2}$

11. $-\frac{2\sqrt{7}}{7}$

12. $-\frac{\sqrt{238}}{17}$

13. (1) $d = \frac{2}{\sqrt{3}}$; (2) $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{7}}$

14. $\frac{2\sqrt{19}}{19}$

15. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

16. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

17. $\frac{1}{2}$

18. $\frac{2\sqrt{330}}{55}$

19. 30°

20. $\frac{\sqrt{42}}{7}$

第九章圆锥曲线

客观题（圆）

1. $F = -2$

2. $2\sqrt{3}$

3. $2\sqrt{3}$

4. $x^2 + (y-1)^2 = 10$

5. $2x - y - 1 = 0$

6. 3

7. $2\sqrt{2}$

8. $|AB| = 2\sqrt{3}$

9. $2\sqrt{15}$

10. (1,3)

11. [4,6]

12. $2\sqrt{2}$

13. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$

14. $(0, \frac{24}{13})$

15. $(x - \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2}$

16. $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$

客观题（椭圆）

1. $\frac{5}{7}$

2. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

5. $3x - 4y - 7 = 0$

6. $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 (y \neq 0)$

客观题（双曲线）

1. $y = \pm\sqrt{2}x$

2. $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$

3. $\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$

4. $\frac{12}{5}$

5. $b = \sqrt{3}$

6. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

7. $(1, 1+\sqrt{2})$

8. $\sqrt{5}$

9. $e = \frac{2}{3}\sqrt{3}$

10. 5

11. $y = \pm \frac{3\sqrt{10}}{10}x$

12. $\cos \angle PF_2F_1 = -\frac{\sqrt{2}}{4}$

13. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{20} = 1$

14. C

15. $\sqrt{3}$

16. $\sqrt{5}$

17. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

18. $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 2]$

19. $\sqrt{6} + \sqrt{3}$

20. 4

21. $\sqrt{6} + \sqrt{3}$

22. 5

23. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

24. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

客观题（抛物线）

1. 3

2. $\sqrt{6}$

3. 6

4. $|MN| = \frac{16}{3}$

5. $(\pm 2, 1)$

6. 6

7. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

8. $\frac{3}{8}\sqrt{2}$

9. $a = 4$

10. $\frac{9}{2}$

11. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

12. $2\sqrt{5}$

13. D

14. $\frac{2\pi}{3}$

客观题（综合）

1. $\sqrt{2} + 1$

2. $1 + \sqrt{2}$

3. A

4. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$

5. $2\sqrt{3}$

6. $(2, +\infty)$

7. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

8. $x = -2$

9. $4\sqrt{3}$

10. $\frac{3\sqrt{5}}{2} - 1$

主观题（定值、定点问题）

1. (I) 点 B 的轨迹 E 的方程为 $x^2 = 4y (y \neq 0)$

(II) 设 $P(t, -1)$, 则切线方程为 $y + 1 = k(x - t)$, 联立直线与

曲线方程 $\begin{cases} y + 1 = k(x - t) \\ x^2 = 4y \end{cases} \Rightarrow x^2 - 4kx + 4kt + 4 = 0$, 由相切可

得: $\Delta = 16k^2 - 4(4kt + 4) = 0 \Rightarrow k^2 - kt - 1 = 0 \Rightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$,

代入 $x^2 - 4kx + 4kt + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4kx + 4k^2 = 0$, 即:

$(x - 2k)^2 = 0, x = 2k$, 则切点 $M(2k_1, k_1^2), N(2k_2,$

$k_2^2), k_{MN} = \frac{k_2^2 - k_1^2}{2k_2 - 2k_1} = \frac{k_1 + k_2}{2}, y - k_1^2 = \frac{k_1 + k_2}{2}(x - 2k_1)$, 当

$x = 0$ 时, $y = \frac{k_1 + k_2}{2}(-2k_1) - k_1^2 = \frac{-2k_1k_2}{2} = -k_1k_2 = 1$, 所以过

定点 $(0, 1)$

2. (1) $y^2 = 4x$; (2) $(4, 0)$ 。

3. (1) $y^2 = 4x$; (2) $(5, 0)$ 。

4. (1) $|ON| = 2$; (2) $(2, 0)$

5. (1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$; (2) $(-\frac{2}{7}, 0)$

6. (1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$; (2) 略

7. (1) $\frac{y^2}{12} + \frac{x^2}{3} = 1$; (2) 相切

8. (I) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$; (II) 1.

9. (1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$; (2) 略

10. (1) $(-2, 0) \cup (0, 2)$; (2) $k_{MA} + k_{MB} = 0$

11. (1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

(2) 由椭圆对称性知 G 在 $x = x_0$ 上, 假设直线 l 过椭圆上顶

点, 则 $M(0, \sqrt{3}), \therefore k = -\frac{\sqrt{3}}{4}, N(\frac{8}{5}, \frac{3\sqrt{3}}{5}), l_{AM}: y = \frac{\sqrt{3}}{2}(x + 2),$

$l_{AN}: y = -\frac{3\sqrt{3}}{2}(x - 2), \therefore G(1, \frac{3\sqrt{3}}{2})$, 所以 G 在定直线 $x = 1$ 上。

当 M 不在椭圆顶点时，联立 $\begin{cases} y = k(x-4) \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases}$ 得：

$(3+4k^2)x^2 - 32k^2x + 64k^2 - 12 = 0$ ，设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ ，

所以 $x_1 + x_2 = \frac{32k^2}{3+4k^2}, x_1 \cdot x_2 = \frac{64k^2 - 12}{3+4k^2}, l_{AM} : y = \frac{y_1}{x_1 + 2}(x +$

$2), l_{AN} : y = \frac{y_2}{x_2 - 2}(x - 2)$ ，当 $x = 1$ 时， $\frac{3y_1}{x_1 + 2} = \frac{-y_2}{x_2 - 2}$ 得：

$2x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 8 = 0, \therefore 2 \cdot \frac{64k^2 - 12}{3+4k^2} - 5 \cdot \frac{32k^2}{3+4k^2} + \frac{8(3+4k^2)}{3+4k^2} = 0$ 显然成立，所以 G 在定直线 $x = 1$ 上。

12. (I) 由抛物线的定义可知焦点在 y 轴上，设 $x^2 = 2py$ ，

由 $\frac{p}{2} = 1$ 知 $p = 2$ ，所以 $C: x^2 = 4y$ ，设 $P(x_0, -1), A(x_1, y_1),$

$B(x_2, y_2)$ ，则过 P 点的直线为 $y + 1 = k(x - x_0)$ ，联立方程组：

$\begin{cases} y + 1 = k(x - x_0) \\ x^2 = 4y \end{cases}$ 得 $x^2 - 4kx + 4kx_0 + 4 = 0$ ，由过 P 点的直线

与 C 相切可知： $\Delta = 16k^2 - 16kx_0 - 16 = 0$ ，由 $C: x^2 = 4y$ 可知

$y' = \frac{1}{2}x$ ，设切线 PA, PB 的斜率分别为 k_1, k_2 ，则 $k_1 = \frac{1}{2}x_1$ ，

$k_2 = \frac{1}{2}x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 + k_2 = \frac{x_1 + x_2}{2} = x_0 \\ k_1 \cdot k_2 = \frac{x_1 \cdot x_2}{4} = -1 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2x_0 \\ x_1 \cdot x_2 = -4 \end{cases}$ ，此时直线

$AB: y - \frac{x_1^2}{4} = \frac{\frac{x_2^2}{4} - \frac{x_1^2}{4}}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ ，化简整理可得： $2(y - 1) = x_0x$ ，

显然过定点 $(0, 1)$ 。

(II) 设 $D(x_3, y_3), E(x_4, y_4)$ ，由 $\overrightarrow{DF} = \lambda \overrightarrow{FE}, \overrightarrow{DP} = \mu \overrightarrow{PE}$ 得

$\begin{cases} (-x_3, 1 - y_3) = \lambda(x_4, y_4 - 1) \\ (x_0 - x_3, -1 - y_3) = \mu(x_4 - x_0, y_4 + 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{x_3}{x_4} \\ \mu = \frac{x_0 - x_3}{x_4 - x_0} \end{cases}, \therefore \lambda + \mu =$

$-\frac{x_3}{x_4} + \frac{x_0 - x_3}{x_4 - x_0} = \frac{x_0(x_3 + x_4) - 2x_3x_4}{x_4(x_4 - x_0)}$ ，由题可知直线 PF 的斜率

存在，故 PF 的方程为 $y - 1 = \frac{2x}{-x_0}$ ，即 $y = -\frac{2x}{x_0} + 1$ ，代入

$x^2 = 4y$ 中得： $x^2 + \frac{8}{x_0}x - 4 = 0, \therefore x_3 + x_4 = -\frac{8}{x_0}, x_3 \cdot x_4 = -4, \therefore$

$\lambda + \mu = \frac{-x_0 \cdot \frac{8}{x_0} - 2 \cdot (-4)}{x_4(x_4 - x_0)} = 0$

主观题（最值、范围问题）

1. (1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$; (2) $[\frac{2}{\sqrt{3}}, 2]$

2. (1) $\frac{y^2}{12} + \frac{x^2}{3} = 1$; (2) $(\pm\sqrt{2}, \pm 2)$

3. (1) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$; (2) $[\frac{96}{7}, 14]$

4. (1) $a = 4, b = 2\sqrt{3}$; (2) $[\frac{96}{7}, 14]$

5. (1) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$; (2) $\frac{10}{3}$

6. (1) $|CD| = \frac{12}{7}\sqrt{2}$; (2) $|S_1 - S_2|_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

7. (1) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$; (2) $k = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时， S 取得最大值 1

8. (1) $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$; (2) 当 $\lambda = \sqrt{2}$ 时 $S_{\triangle OEF}$ 取得最大值 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. (1) $k_{AB} = \frac{3}{2}$; (2) $x - y - 1 = 0, x + y - 1 = 0$

10. (1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$; (2) $x = 1$

11. (1) $2xy - 2x - 2y + 1 = 0, x > 1$;

(2) $a = b = 2 + \sqrt{2}, S = 3 + 2\sqrt{2}$

主观题（向量与圆锥曲线）

1. (1) $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$;

(2) 假设存在点 P ，设 $P(x_0, 0), E(x_1, y_1)$ ，则 $F(-x_1, -y_1)$ ，

$\begin{cases} y = kx \\ \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1 \end{cases} \Rightarrow (1 + 2k^2) \cdot x^2 - 8 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{1 + 2k^2}}, y_1 =$

$\frac{2\sqrt{2}k}{\sqrt{1 + 2k^2}}, \therefore A(-2\sqrt{2}, 0), \therefore l_{AE} : y = \frac{k(x + 2\sqrt{2})}{1 + \sqrt{1 + 2k^2}}, \therefore$

$M(0, \frac{2\sqrt{2}k}{1 + \sqrt{1 + 2k^2}})$ ，同理可得 $N(0, \frac{2\sqrt{2}k}{1 - \sqrt{1 + 2k^2}})$ ，则 $\overrightarrow{PM} =$

$(-x_0, \frac{2\sqrt{2}k}{1 + \sqrt{1 + 2k^2}}), \overrightarrow{PN} = (-x_0, \frac{2\sqrt{2}k}{1 - \sqrt{1 + 2k^2}}), \overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN} = 0$

$\Rightarrow x_0^2 - 4 = 0 \Rightarrow x_0 = \pm 2$ ，存在点 P ，使得无论非零实数 k 怎

么变化，总有 $\angle MPN$ 为直角，点 P 坐标为 $(2, 0)$ 或 $(-2, 0)$

2. (1) $\frac{1}{4}$; (2) 不存在

3. (1) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 (-2 \leq x \leq 0)$; (2) $e = \frac{\sqrt{10}}{4}$

4. (1) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 (-2 \leq x \leq 0)$; (2) $e = \frac{\sqrt{6}}{3}$

5. (1) $x^2 + y^2 = \frac{3}{4}$; (2) $\frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{10} = 1 (x \neq \pm 3\sqrt{3})$

6. (1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$; (2) $|A_1 A_2| = \frac{64}{9}$

7. (1) $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$; (2) $k^2 > \frac{1}{8}$

8. (1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$; (2) $[-4, -\frac{5}{4}]$

9. (I) $(-\sqrt{2}, -1)$; (II) $(-\sqrt{5}, 2)$

主观题(其他)

1. (1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$; (2) $e = \frac{1}{2}$

2. (1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ (2) 直线 l 的方程为 $y = \pm \frac{1}{2}x \pm \frac{\sqrt{21}}{7}$

3. (1) $x^2 + y^2 = 1$; (2) $(x - \frac{6}{5})^2 + (y - \frac{3}{5})^2 = (\frac{3}{5}\sqrt{5} - 1)^2$

4. (1) $x = -1, (y \neq 0)$; (2) $a = 1$

第十章概率统计

客观题统计

1. 48

2. 18

3. $m = 50$

4. $\frac{4}{5}$

5. 33, 45, 35

6. B

7. A

8. 4

客观题回归直线方程

1. 65.5

2. $a = 4$

3. 9

4. 11.5

5. 59.5

客观题几何概型

1. $\frac{2}{3}$

2. $a = 4$

3. $\frac{1}{3}$

4. 0.8

5. $\frac{\pi}{4}$

6. $\frac{3\pi+2}{4\pi}$

7. $\frac{1}{4}$

8. $\frac{1}{3}$

9. $\frac{1}{2}(1 - \ln 2)$

客观题古典概型

1. $\frac{2}{3}$

2. 0.6

3. $\frac{5}{6}$

4. 0.6

5. $\frac{2}{5}$

6. 0.4

7. $\frac{5}{12}$

8. $P(2 < X < 4) = 0.6826$

客观题排列组合

1. 2520 种

2. 144

3. 100 种

4. 24

5. 48

6. 42

7. 42

8. 189

9. 48

10. 120 种

11. $\frac{2}{5}$

12. B

客观题二项式定理

1. -160

2. $a = -2$

3. $a = -5$

4. $a = \frac{2}{5}$

5. 120

6. -161

7. 60

8. 10

9. 40

10. 60

11. -20

12. $n = 4$

13. $m = 1$ 或 -3

14. 18

主观题（理科）

1. (1) 20, 0.35, 175; (2) $EX = \frac{21}{38} \times 0 + \frac{15}{38} \times 1 + \frac{1}{19} \times 2 = \frac{1}{2}$

2. (I) $x = 0.3, \bar{x} = 71$;

(II) $EX = 0 \times \frac{46}{295} + 1 \times \frac{144}{295} + 2 \times \frac{105}{295} = \frac{354}{295} = \frac{6}{5}$

3. (1) $n = 48$;

(2) $E\xi = 0 \times \frac{27}{512} + 1 \times \frac{135}{512} + 2 \times \frac{225}{512} + 3 \times \frac{125}{512} = \frac{15}{8}$

4. (1) 随机变量 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{63}{130}$	$\frac{28}{65}$	$\frac{11}{130}$

(2) $P(Y=2) = C_5^2 \times 0.3^2 \times 0.7^3 = 0.3087$

5. (I) 由题意,

	甲套设备	乙套设备	合计
合格品	48	43	91
不合格品	2	7	9
合计	50	50	100

将列联表中的数据代入公式得: $K^2 \approx 3.053 > 2.706$, 故有 90% 的把握认为这种产品的质量指标值与甲、乙两套设备的选择有关.

(II) 根据表 1, 甲合格率 $P_1 = \frac{48}{50} = 0.96$; 根据图 1 乙合格率 $P_2 = \frac{43}{50} = 0.86$, 则 $P_1 > P_2$, 而且, 甲套设备生产的产品质

量指标主要集中在 [105, 115) 之间, 乙套设备生产的产品质量指标值与甲套设备相比较为分散, 因此, 可以认为甲套设备生产的合格率更高, 且质量指标值更为稳定, 从而甲套设备优于乙套设备.

(III) 甲的合格率为 $P_1 = \frac{24}{25}$, 分布列如下:

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{15625}$	$\frac{72}{15625}$	$\frac{1728}{15625}$	$\frac{13824}{15625}$

$E(X) = \frac{3}{25}$

6. (1) $EX = 0 \times \frac{1}{216} + 1 \times \frac{5}{72} + 2 \times \frac{25}{72} + 3 \times \frac{125}{216} = \frac{5}{2}$

(2) $K^2 = \frac{80}{9} \approx 8.889 > 6.635$

7. (1)

	非高收入族	高收入族	总计
赞成	29	3	32
不赞成	11	7	18
总计	40	10	50

$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} = 6.272 < 6.635$, 不可。

(2) $E\xi = 0 \times \frac{28}{75} + 1 \times \frac{104}{225} + 2 \times \frac{7}{45} + 3 \times \frac{2}{225} = \frac{4}{5}$

8. (1) $P(A) = \frac{7}{10}$;

(2) $EX = 0 \times \frac{14}{55} + 1 \times \frac{28}{55} + 2 \times \frac{12}{55} + 3 \times \frac{1}{55} = 1$

9. (1) $P = \frac{3}{8}$; (2) $EX = 0 \times \frac{1}{24} + 1 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{11}{24} + 3 \times \frac{1}{4} = \frac{23}{12}$

10. (1) $\frac{1}{18}$; (2) $E(\xi) = \frac{1}{48} \times 0 + \frac{1}{8} \times 1 + \frac{7}{24} \times 2 + \frac{1}{3} \times 3 + \frac{3}{16} \times$

$4 + \frac{1}{24} \times 5 = \frac{8}{3}$

11. (1) $P(X=0) = \frac{3}{5}$;

(2) $EX = 0 \times \frac{3}{5} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{20} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{20} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{20} + \frac{4}{3} \times \frac{1}{20} = \frac{9}{40}$

12. (1) $P = \frac{4}{25}$; (2) $EX = (0+3) \times \frac{3}{25} + (1+2) \times \frac{19}{50} = \frac{3}{2}$

13. (1) $P = \frac{199}{200}$;

(2) 不需要停止组织集体活动的天数 X 的分布列是:

X	0	1	2	3	4	5
P	$\frac{2}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{73}{200}$	$\frac{43}{200}$	$\frac{11}{200}$	$\frac{1}{200}$

(3) $P = \frac{129}{200}$

14. (1)

	广场舞迷	非广场舞迷	合计
男	15	30	45
女	30	25	55
合计	45	55	100

$k \approx 4.5 > 3.841$, 广场舞迷与性别有关

(2) $E\xi = \frac{26}{33} \times 0 + \frac{20}{99} \times 1 + \frac{1}{99} \times 2 = \frac{2}{9}$

15. (1) 选倾向“坐标系与参数方程”与倾向“不等式选讲”, $k = 0$, 所以这两种选择与性别无关; 选倾向“坐标系与参数方程”与倾向“平面几何选讲”, $K^2 \approx 6.969 > 6.635$, 因此有 99% 的把握认为选倾向“坐标系与参数方程”与倾向“平面几何选讲”与性别有关; 选倾向“平面几何选讲”与倾向“不等式选讲”, $K^2 \approx 8.464 > 7.879$, 因此有 99.5% 的把握认为选倾向“平面几何选讲与倾向“不等式选讲”与性别有关, 综上所述, 选倾向“平面几何选讲与倾向“不等式选讲”与性别有关的把握最大;

(2) ξ 的分布列如下:

ξ	-3	-1	1	3
P	$\frac{1}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{30}{56}$	$\frac{10}{56}$

$E\xi = -3 \times \frac{1}{56} - \frac{15}{56} + \frac{30}{56} + 3 \times \frac{10}{56} = \frac{3}{4}$

16. (1) 0.635; (2) $E(x) = 0.1225 \times 2 + 0.315 \times 3 + 0.3425 \times$

$4 + 0.18 \times 5 + 0.04 \times 6 = 3.7$

17. (1) 9; (2) 要使所获奖金的期望值最大, 顾客 A 应按方案 a 抽奖两次, 按方案 b 抽奖一次

18. (I) 由题意可得列联表如下:

	网购迷	非网购迷	合计
年龄不超过 40 岁	20	45	65

年龄超过 40 岁	5	30	35
合计	25	75	100

假设网购迷与年龄不超过 40 岁没有关系, 则 $k \approx 3.297 >$

2.706, 所以可以在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为

网购迷与年龄不超过 40 岁有关;

(II) $E\varepsilon = 0 \times \frac{19}{30} + 1 \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{1}{30} = \frac{2}{5}$

19. (1) $\hat{y} = 20\hat{x} + 26$, 当 $x = 9$ 时, $\hat{y} = 206$

(2)

X	0	300	500	600	800	1000
P	$\frac{16}{225}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{16}{75}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{4}{25}$

所以 X 的数学期望 $E(X) = 600$

20. (1)

X	$0.9a$	$0.8a$	$0.7a$	a	$1.1a$	$1.3a$
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$

(2) ① $\frac{5}{32}$; ② 50 万元

第十一章程序框图

1. B

2. $\frac{1}{3}$

3. B

4. 4

5. B

6. D

7. $\{\frac{1}{2}, 3\}$

8. $-\frac{1}{2}$

9. $S = \frac{15}{8}$

10. 4

11. B

12. $S = 98$

13. A

14. 1

15. $a = 78$

16. $\{2, 3, 4, 5\}$

17. C
18. D
19. $a=10$
20. $n=5$
21. D
22. $B=127$
23. B
24. B
25. $S=-3$
26. 4
27. $n=4$
28. $p=2^{15}$
29. $p=63$
30. $S=\frac{\sqrt{3}}{2}$
31. $\frac{2013}{2014}$
32. 2
33. 24
34. 23

第十二章复数

1. 2
2. i
3. $2+i$
4. $1+i$
5. $-1-2i$
6. $z=1+i$
7. $1+i$
8. $z=1+i$
9. 第三象限
10. 第四象限
11. 第一象限
12. 第四象限
13. 第一象限
14. 第一象限
15. 第一象限
16. 第四象限
17. $(-1, -2)$
18. $(2, 2)$
19. $(-1, 1)$

20. 第三象限
21. $-i$
22. $(-1, 1)$
23. $x=-3$
24. $-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$
25. i
26. $m=1$
27. $a=-\frac{1}{3}$
28. $a=4$
29. -1
30. 2
31. $z=-4i$
32. $-i$
33. $1-i$
34. $-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$
35. $a=-1$
36. $b=-\frac{2}{3}$
37. $|z|=\sqrt{5}$
38. $|z|=1$
39. $|z|=\frac{\sqrt{2}}{2}$
40. B

第十三章不等式选讲

1. (1) $a=-2$; (2) $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup \{0\} \cup (\sqrt{3}, +\infty)$
2. (1) $[-1, \frac{1}{2}]$; (2) $(-\infty, -\frac{9}{8}]$
3. (1) $a=2, m=3$; (2) 当 $t=0$ 时, 原不等式的解集为 R ;
当 $t>0$ 时, 原不等式的解集为 $(-\infty, 2-\frac{t}{2}]$
4. (1) $\{x|-1 \leq x \leq 2\}$; (2) $(-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$
5. (1) $[-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$; (2) $[1, 2)$
6. (1) $[-8, 2]$; (2) $a \leq \frac{7}{2}$
7. (1) $a=0$; (2) $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$
8. (1) $\{x|x \leq \frac{2}{3} \text{ 或 } x \geq 2\}$; (2) $a \geq 6$.

9. (1) $[0, 2]$; (2) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, $x \in \{\frac{1}{2}\}$; 当 $a > \frac{1}{2}$ 时, $x \in [\frac{1}{2}, a]$;
当 $a < \frac{1}{2}$ 时, $x \in [a, \frac{1}{2}]$

10. (1) $(-\infty, -\frac{11}{4}) \cup (\frac{1}{4}, +\infty)$; (2) 略

11. (1) $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$; (2) $a \in (-\infty, -2)$

12. (1) $(-2, 4)$ (2) $a \geq -1$ 或 $a \leq -5$

13. (1) $\{x | -1 < x < 1\}$; (2) $a \leq -4$

14. (1) $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$; (2) 略

15. (1) 1; (2) $\{a | -\frac{1}{2} \leq a < 0\}$

16. (1) $x \leq -1$ 或 $x \geq 1$ (2) $\frac{1}{2} < m \leq 1$

17. (1) $\{x | -\frac{5}{3} < x < 1\}$; (2) $g(x)$ 最小值为 $4\sqrt{2}$ 。

18. (1) $\{x | 0 \leq x \leq \frac{4}{3}\}$; (2) $m \in [-\frac{11}{4}, 0]$

19. (II) $ab = 2 \cos \theta \sin \theta = \sin 2\theta \geq -1$, 则 $|x+1| - |x-3|$
 $\leq ab \Rightarrow |x+1| - |x-3| \leq -1$, 故 x 的取值范围是 $x \leq \frac{1}{2}$

20. (1) $f(x)_{\min} = 3$, 此时 $-2 \leq x \leq 1$; (2) $(-2, 1)$

第十二章坐标系与参数方程

极坐标

1. (1) $C_2: (x-1)^2 + y^2 = 1$; (2) $\frac{1}{\rho_1^2} + \frac{1}{\rho_2^2} = \frac{5}{4}$

2. (1) $C_1: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1; C_2: \rho = 2 \cos \theta$; (2) $\frac{1}{\rho_1^2} + \frac{1}{\rho_2^2} = \frac{5}{16}$

3. (1) $(x-2)^2 + y^2 = 12$; (2) $|AB| = 2$

4. (1) $C_1: \rho^2 + \rho^2 \sin^2 \theta - 2 = 0; C_2: \rho = 2 \sin \theta$; (2) $(2, 5)$

5. (1) $C_1: (x-2)^2 + y^2 = 4; C_2: x^2 + (y-2)^2 = 4$

(2) $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ 。

6. (I) $C_1: \rho = 4 \cos \theta; C_2: \rho = 4 \sin \theta$

(II) $S = \frac{1}{2} |AB| \times d = 3 - \sqrt{3}$

7. $x^2 + (y-3)^2 = 9$; (2) $|PQ| = 1$

椭圆参数方程

1. (1) $l: 2x + y - 6 = 0; C_2: \begin{cases} x = \sqrt{3} \cos \alpha \\ y = 2 \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数); (2)

$$d_{\max} = 2\sqrt{5}$$

2. (1) $C_1: (x+4)^2 + (y-3)^2 = 1; C_2: \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{9} = 1$; (2) $\frac{8}{\sqrt{5}}$

3. (1) $C_1: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1; C_2: x \tan \alpha - y - 1 = 0$;

$$(2) |AB|_{\max} = \frac{4\sqrt{3}}{3}, B(\pm \frac{4\sqrt{2}}{3}, \frac{1}{3})$$

4. (1) $C_1: x - y - a + 1 = 0; C_2: y^2 = 4x$; (2) $a = \frac{1}{36}$ 或 $\frac{9}{4}$

直线参数方程

1. (1) $(0, -1), y^2 = 4x + 4$; (2) $\alpha = \frac{\pi}{2}, |DA| \cdot |DB| = 3$

2. (1) $\begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = 1 + \frac{1}{2}t \end{cases}$ (t 为参数); (2) $|PA| \cdot |PB| = 2$

3. (1) $C: y^2 = 2ax, L: y = x - 2$; (2) $a = 1$

4. (1) $l: x - y - 1 = 0, C: y^2 = 2ax$; (2) $a = \frac{1}{4}$

5. (1) $l: y = x, C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$; (2) $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$, 夹在平行
线 $y = x \pm \sqrt{3}$ 之间的两段椭圆弧。

6. (1) $(\frac{12}{13}, -\frac{\sqrt{3}}{13})$; (2) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

圆的问题

1. (1) $C: x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0; l: \sqrt{3}x - y + 3\sqrt{3} = 0$;

$$(2) [\frac{5\sqrt{3}}{2} - 1, \frac{5\sqrt{3}}{2} + 1]$$

2. (1) $C_1: (x+2)^2 + (y-1)^2 = 1, C_2: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$; (2) $\sqrt{2}$ 。

3. (1) $C_1: \rho = 2; C_2: \rho = 4 \sin \theta$; 交点 $(2, \frac{\pi}{6}), (2, \frac{5\pi}{6})$

(2) 公共弦的参数方程 $\begin{cases} x = t(-\sqrt{3} \leq t \leq \sqrt{3}) \\ y = 1 \end{cases}$ (t 是参数)