

Ejemplo – Taller de clase: Ajustes locales en una serie estacional aditiva

1. Análisis descriptivo

Considere los datos sobre el índice mensual de salario real sector industrial (sin trilla de café), de enero de 1990 a junio de 2012 (N=270), año base 1990. Ver Figura 1(a).

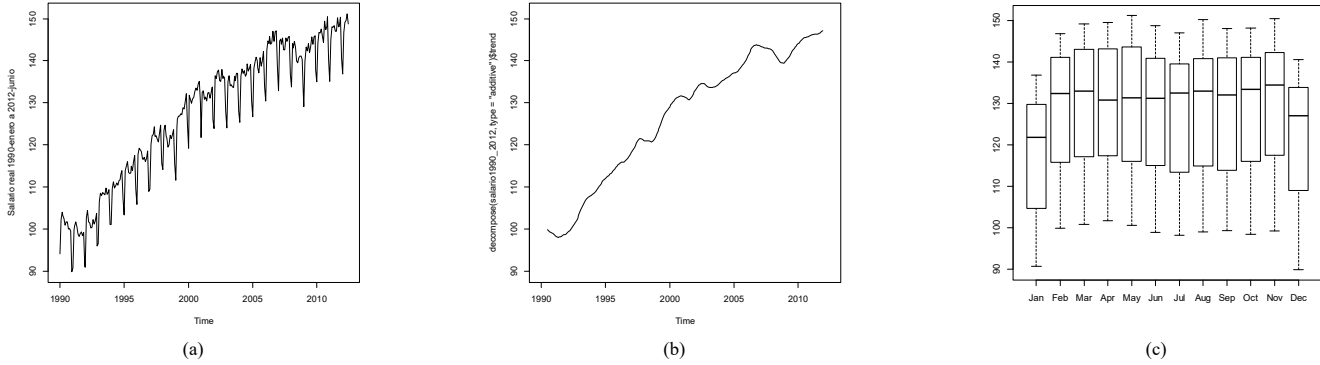


Figura 1. (a) Índice de salario real en Colombia sector industrial (sin trilla de café), enero 1990 - junio 2012; (b) Tendencia según el filtro de descomposición aditiva.

De la Figura 1(a) se deduce la presencia de estacionalidad y tendencia aditivas. En la Figura 1(b) es visible que la serie es de tendencia creciente y que existen ciclos. En la Figura 1(c) vemos cómo la media de la distribución de la serie según periodo del año, cambia a lo largo de un año calendario, siendo menor en los meses de enero y diciembre comparados con el resto del año, mientras que entre los meses de febrero a noviembre se mantiene relativamente al mismo nivel.

2. Modelos locales propuestos

Como la serie tiene tendencia y estacionalidad que son aditivas, se proponen los siguientes modelos de ajuste local:

Tabla 1. Ecuaciones de los modelos propuestos

Modelos 1 y 1b: Descomposición aditiva & Loess lineal
En la vecindad de un tiempo t_k donde se quiere ajustar, $Y_t = \beta_{0,k} + \beta_{1,k}t + \sum_{i=1}^{12} \delta_i I_{i,t} + E_t$, $E_t \sim iid N(0, \sigma^2)$ para todo t vecino a t_k , con $\sum_{i=1}^{12} \delta_i = 0$, $\beta_{0,k}$ y $\beta_{1,k}$ los parámetros de la recta local en la vecindad de t_k
Modelos 2 y 2b: Descomposición aditiva & Loess cuadrático
En la vecindad de un tiempo t_k donde se quiere ajustar, $Y_t = \beta_{0,k} + \beta_{1,k}t + \beta_{2,k}t^2 + \sum_{i=1}^{12} \delta_i I_{i,t} + E_t$, $E_t \sim iid N(0, \sigma^2)$ para todo t vecino a t_k , con $\sum_{i=1}^{12} \delta_i = 0$, $\beta_{0,k}$, $\beta_{1,k}$ y $\beta_{2,k}$ los parámetros de la parábola local en la vecindad de t_k
Modelo 3: Suavizamiento exponencial Holt-Winters aditivo
$Y_{t+h} = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} \times h + \sum_{i=1}^{12} \delta_i I_{i,t+h} + E_{t+h}$, $E_t \sim iid N(0, \sigma^2)$, con $\sum_{i=1}^{12} \delta_i = 0$, $\beta_{0,t}$ y $\beta_{1,t}$ y $\delta_{i,t}$, el nivel en t , la pendiente en t y los efectos estacionales en t , respectivamente, cambiando lentamente en el tiempo

Para el ajuste LOESS de la tendencia, tanto lineal como cuadrático, el ajuste óptimo puede realizarse usando el criterio AICC (criterion="aicc" en la función loess.as()) o el criterio GCV (criterion="gcv" en la función loess.as()), para la escogencia del parámetro de suavizamiento loess. Llamaremos “modelo 1” al ajuste mediante el filtro de la descomposición aditiva combinada con loess lineal usando criterio AICC, “modelo 1b” al ajuste por descomposición aditiva combinada con loess lineal usando criterio GCV, “modelo 2” al ajuste por descomposición aditiva combinada con loess cuadrático usando criterio AICC y “modelo 2b” al ajuste por descomposición aditiva combinada con loess cuadrático usando criterio GCV. En el Apéndice A.1 se describe el algoritmo utilizado para el ajuste y pronóstico de los modelos 1, 1b, 2 y 2b. Para el ajuste Holt-Winters, los parámetros de suavizamiento serán definidos como los que minimizan la suma de cuadrados del error de ajuste.

3. Ajustes

Para el ajuste se han usado los primeros $n = 257$ datos, que comprenden enero de 1990 a mayo de 2011. En la Tabla 2 se muestra la estimación de los efectos estacionales de acuerdo al filtro de la descomposición aditiva sobre los primeros 257 datos. En la Figura 2 se muestran los print-screen de la consola R exhibiendo la ejecución del ajuste loess óptimo sobre la serie desestacionalizada; allí el objeto ytd al cual se le aplica el ajuste loess, es la serie ajustada estacionalmente, es decir, es $Y_t^{adj} = Y_t - \hat{S}_t$, $t = 1, 2, \dots, 257$, con \hat{S}_t la estimación de la componente estacional según el filtro de la descomposición aditiva. En las gráficas de la Figura 3 se muestra la serie desestacionalizada y su ajuste loess y la estimación de la componente estacional de acuerdo al filtro de descomposición aditiva. La Tabla 3 exhibe el resumen del suavizamiento Holt-Winters óptimo. La Tabla 5 muestra la ecuación ajustada de la componente estacional según filtro de la descomposición aditiva y las ecuaciones de suavizamiento en Holt-Winters aditivo.

Tabla 2. Efectos estacionales estimados
Por filtro de la descomposición aditiva

i	$\hat{\delta}_i$
1	-9.13660
2	1.56722
3	2.60651
4	1.92511
5	1.97634
6	0.40263
7	0.35755
8	1.95420
9	0.67801
10	1.57607
11	2.29753
12	-6.20458
suma	0.00000

Tabla 3. Resumen Holt-Winters
aditivo

Parámetros de suavizamiento:	
alpha: α	0.6781725
beta: β	0.0266333
gamma: γ	0.7111546
Coeficientes:	
a: $\hat{\beta}_{0,257}$	145.6773435
b: $\hat{\beta}_{1,257}$	0.1183714
s1: $\hat{\delta}_{6,257}$	0.2532878
s2: $\hat{\delta}_{7,257}$	0.1870714
s3: $\hat{\delta}_{8,257}$	3.3346710
s4: $\hat{\delta}_{9,257}$	1.5565069
s5: $\hat{\delta}_{10,257}$	2.3959436
s6: $\hat{\delta}_{11,257}$	2.9939443
s7: $\hat{\delta}_{12,257}$	-6.1496282
s8: $\hat{\delta}_{1,257}$	-9.8040679
s9: $\hat{\delta}_{2,257}$	0.7925904
s10: $\hat{\delta}_{3,257}$	3.0690963
s11: $\hat{\delta}_{4,257}$	2.4037213
s12: $\hat{\delta}_{5,257}$	2.6578327

Note en la tabla anterior la relación entre los coeficientes que R denomina sj y las estimaciones de los efectos estacionales al final del suavizamiento, los $\hat{\delta}_{i,257}$, para $i=1, 2, \dots, 12$. Vemos que los s_j , $j=1, 2, \dots, 12$, no corresponden a los efectos estacionales en el orden de enero a diciembre sino en el orden de los meses del año en que caen los 12 periodos después del último tiempo ajustado. En este caso, se ajustó hasta mayo de 2011, luego los 12 periodos siguientes inician en junio de 2011 y van hasta mayo de 2012.

```
> ajusteLoess1=loess.as(t,ytd,degree=1,criterion="aicc",family="gaussian",plot=F)
Warning message:
In simpleLoess(y, x, w, span, degree = degree, parametric = parametric, :
k-d tree limited by memory. ncmx= 257
> summary(ajusteLoess1)
Call:
loess(formula = y ~ x, data = data.bind, span = span1, degree = degree,
      family = family)

Number of Observations: 257
Equivalent Number of Parameters: 28.21
Residual Standard Error: 0.9712
Trace of smoother matrix: 33.34 (exact)

Control settings:
span      : 0.06001455
degree    : 1
family    : gaussian
surface   : interpolate    cell = 0.2
normalize : TRUE
parametric: FALSE
drop.square: FALSE
```

(a)

```
> ajusteLoess1b=loess.as(t,ytd,degree=1,criterion="gcv",family="gaussian",plot=F)
There were 11 warnings (use warnings() to see them)
> summary(ajusteLoess1b)
Call:
loess(formula = y ~ x, data = data.bind, span = span1, degree = degree,
      family = family)

Number of Observations: 257
Equivalent Number of Parameters: 28.33
Residual Standard Error: 0.9708
Trace of smoother matrix: 33.49 (exact)

Control settings:
span      : 0.05460038
degree    : 1
family    : gaussian
surface   : interpolate    cell = 0.2
normalize : TRUE
parametric: FALSE
drop.square: FALSE
```

(b)

```
> ajusteLoess2=loess.as(t,ytd,degree=2,criterion="aicc",family="gaussian",plot=F)
> summary(ajusteLoess2)
Call:
loess(formula = y ~ x, data = data.bind, span = span1, degree = degree,
      family = family)

Number of Observations: 257
Equivalent Number of Parameters: 30.45
Residual Standard Error: 0.9821
Trace of smoother matrix: 33.68 (exact)

Control settings:
span      : 0.09889491
degree    : 2
family    : gaussian
surface   : interpolate    cell = 0.2
normalize : TRUE
parametric: FALSE
drop.square: FALSE
```

(c)

```
> ajusteLoess2b=loess.as(t,ytd,degree=2,criterion="gcv",family="gaussian",plot=F)
There were 11 warnings (use warnings() to see them)
> summary(ajusteLoess2b)
Call:
loess(formula = y ~ x, data = data.bind, span = span1, degree = degree,
      family = family)

Number of Observations: 257
Equivalent Number of Parameters: 60.74
Residual Standard Error: 0.816
Trace of smoother matrix: 66.79 (exact)

Control settings:
span      : 0.05301411
degree    : 2
family    : gaussian
surface   : interpolate    cell = 0.2
normalize : TRUE
parametric: FALSE
drop.square: FALSE
```

(d)

Figura 2. Print-Screen de la ejecución y salidas resumen del ajuste Loess óptimo sobre la serie Y_t^{adj} (serie desestacionalizada). (a) Loess lineal óptimo según AICC; (b) Loess lineal óptimo según GCV; (c) Loess cuadrático óptimo según AICC; (d) Loess cuadrático óptimo según GCV.

De las imágenes en la Figura 2, se extrae el valor del parámetro de suavizamiento Loess (α) que indica la proporción de los $n = 257$ datos que es usado en cada ajuste local de la serie desestacionalizada, y el número de parámetros equivalentes loess, que indica cuántos parámetros serían necesarios en un modelo polinomial global para alcanzar la misma calidad del ajuste loess correspondiente.

Tabla 4. Parámetro de suavizamiento loess y número de parámetros Equivalentes, según resultados en la Figura 2

Modelo	Parámetro de suavizamiento loess	Número de parámetros equivalentes
1	0.06001455	28.21
1b	0.05460038	28.33
2	0.09889491	30.45
2b	0.05301411	60.74

Tabla 5. Ecuaciones de ajuste

<p>Estimación componente estacional por filtro de la descomposición aditiva</p> $\hat{S}_t = -9.13660I_{1,t} + 1.56722 I_{2,t} + 2.60651I_{3,t} + 1.92511I_{4,t} + 1.97634I_{5,t} + 0.40263I_{6,t} + 0.35755I_{7,t} + 1.95420I_{8,t} + 0.67801I_{9,t} + 1.57607I_{10,t} + 2.29753I_{11,t} - 6.20458I_{12,t}$
<p>Ecuaciones de suavizamiento exponencial Holt-Winters aditivo</p> $\hat{\beta}_{0,t} = 0.6781725(Y_t - \hat{S}_{t-12}) + 0.3218275(\hat{\beta}_{0,t-1} + \hat{\beta}_{1,t-1})$ $\hat{\beta}_{1,t} = 0.0266333(\hat{\beta}_{0,t} - \hat{\beta}_{0,t-1}) + 0.9733667\hat{\beta}_{1,t-1}$ $\hat{S}_t = 0.7111546(Y_t - \hat{\beta}_{0,t}) + 0.2888454\hat{S}_{t-12}$ $\hat{Y}_t = (\hat{\beta}_{0,t-1} + \hat{\beta}_{1,t-1}) + \hat{S}_{t-12}$

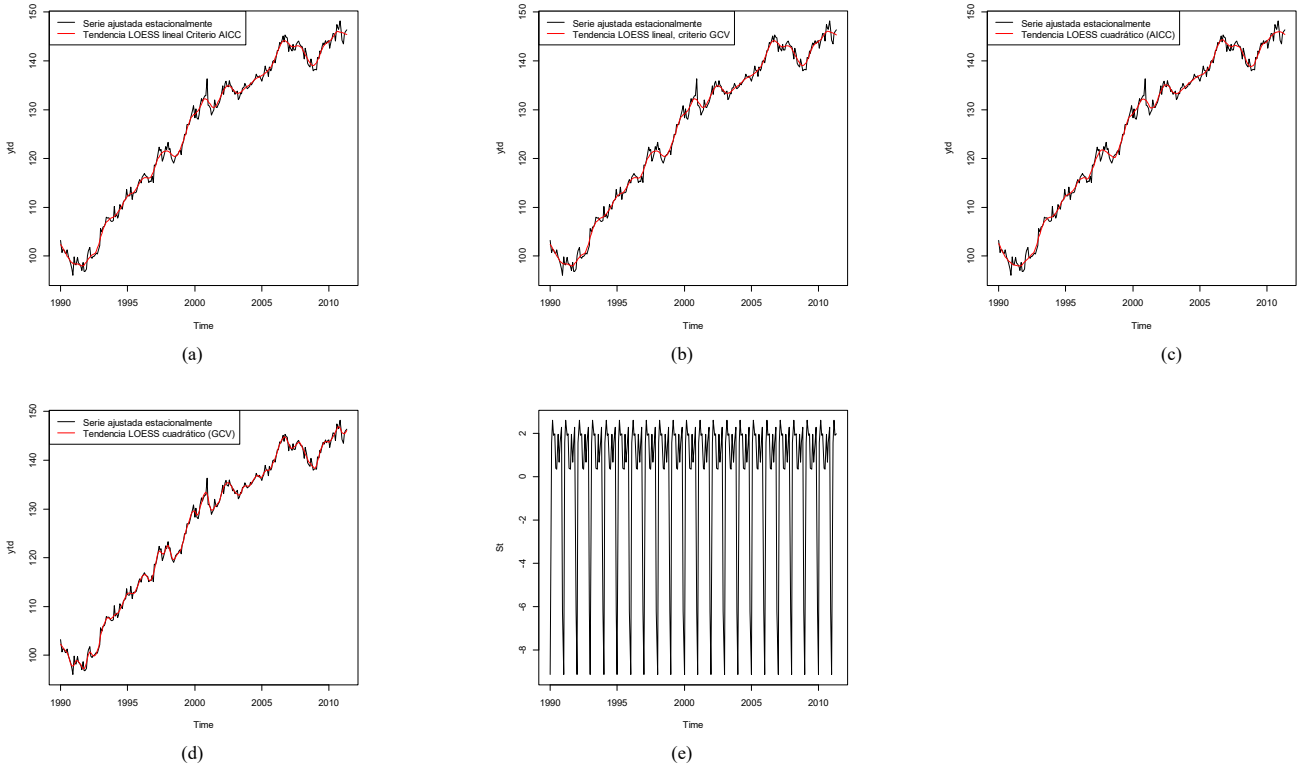


Figura 3. Ajuste de la de tendencia por regresión local: (a) Loess lineal usando criterio AICC; (b) Loess lineal usando criterio GCV; (c) Loess cuadrático usando criterio AICC; (d) Loess cuadrático usando criterio GCV. (e) Ajuste componente estacional con el filtro de descomposición aditiva.

De las gráficas en la Figura 3 vemos que las curvas loess siguen de manera similar tanto la tendencia como los patrones locales debidos a variaciones cíclicas. También es visible que el ajuste local final en Figuras 3 (a) – (c), termina con pendiente negativa, mientras que en la Figura 3 (d) termina con pendiente positiva. Lo anterior implica que las extrapolaciones de la tendencia en la validación cruzada con los modelos 1, 1b y 2 serán con decrecimiento mientras que en el modelo 2b será con crecimiento. Más adelante veremos cómo esto afecta en los pronósticos ex – post. Por otro lado, de la Tabla 4 es claro que los ajustes locales por loess involucran una baja proporción de los datos y que es imposible en la práctica un ajuste global polinomial de tendencia que logre seguir de la misma manera las variaciones observadas sobre la serie desestacionalizada.

El ajuste final combinando de manera aditiva las estimaciones de tendencia loess y la estacionalidad según filtro de descomposición aditiva, se muestran en las Figuras 4 (a) – (d). La Figura 4 (e) ilustra el ajuste por suavizamiento exponencial Holt-Winters aditivo. La

Tabla 6 presenta las medidas de ajuste basadas en la aproximación de AIC y BIC. Para los modelos 1, 1b, 2 y 2b el número aproximado de parámetros es $p = (\text{\#parámetros equiv. } LOESS) + (s - 1)$, para el modelo 3 esta cifra se aproxima como $(s - 1) + 2$, con $s=12$.

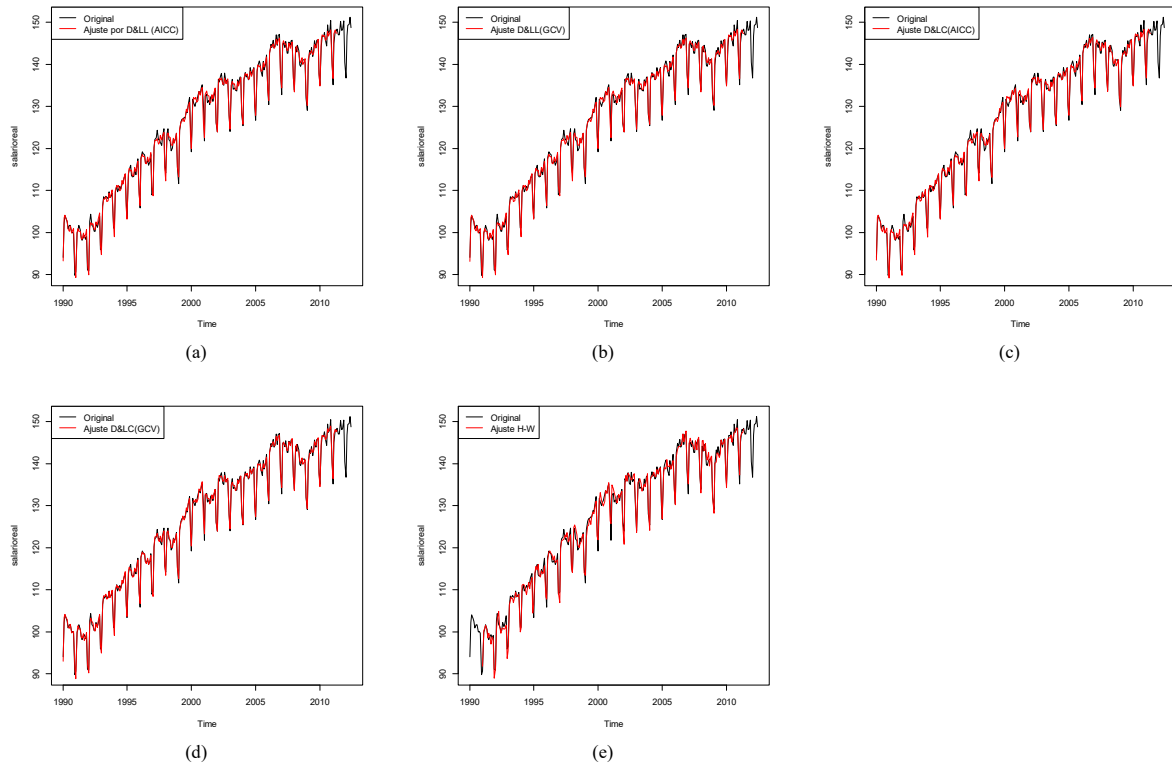


Figura 4. Ajustes de los primeros 257 datos de la serie: (a) Modelo 1; (b) Modelo 1b; (c) Modelo 2; (d) Modelo 2b. (e) Modelo 4

Tabla 6. Criterios de información, versión $\exp(C_n^*(p))$

Modelo	p	AIC	BIC
1	39	1.0864	1.8616
1b	39	1.0847	1.8587
2	41	1.1365	2.0020
2b	72	0.8356	2.2585
3	13	1.7582	2.1171

Con relación a la calidad de ajuste, en la Figura 4 vemos un ajuste muy similar entre los modelos, todos consiguen seguir muy bien los patrones de tendencia, estacionalidad y al parecer también los ciclos. Por otro lado, los valores de AIC y BIC también son similares aunque numéricamente resulta menor el AIC en el modelo 2b mientras que el menor BIC corresponde a modelos 1 y 1b. Holt-Winters tiene los valores mayores en AIC y BIC (aunque como ya se indicó, no superan significativamente los valores de los otros modelos).

Una comparación importante a realizar es la estimación de la componente estacional mediante el filtro de la descomposición vs. la estimación que es obtenida al final del suavizamiento Holt-Winters. Con base en los valores de los efectos estacionales en las Tablas 2 y 3 se construye la Figura 5. En esta figura vemos que la forma del patrón estacional que estima al final Holt-Winters y el que estima globalmente el filtro de la descomposición, es muy similar aunque se observan algunas diferencias que destacan para los meses de marzo, abril, mayo, agosto, septiembre, octubre y noviembre, periodos del año en los que Holt-Winters termina con estimaciones mayores a las del filtro. Podemos decir que dado lo anterior, la forma del patrón estacional es más o menos estable y que en esta componente las proyecciones en los pronósticos ex – post del filtro y de Holt-Winters, no distan mucho.

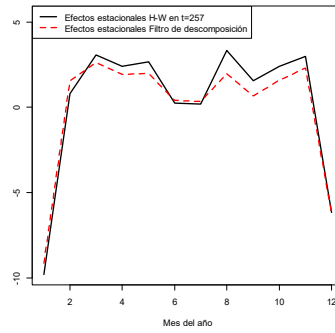


Figura 5. Comparación de las estimaciones de los efectos estacionales por el filtro de la descomposición aditiva (en color rojo) y Holt-Winters al final del suavizamiento (en color negro).

4. Análisis de residuos de ajuste

En la Figura 6 se presentan las gráficas de los residuos de ajuste vs. tiempo mientras que en la Figura 7 se exhiben las gráficas de residuos de ajuste vs. valores ajustados.

En las gráficas de la Figura 6 vemos patrones de variación de los residuos en el tiempo muy similares entre los cinco modelos. En ningún caso hay evidencia en contra de que los errores de ajuste tienen media en cero y su varianza es constante. Tampoco es clara la presencia de variaciones cíclicas (aunque esto no es suficiente para garantizar la validez del supuesto de independencia entre los errores de ajuste) ni se observan patrones de carencia de ajuste.

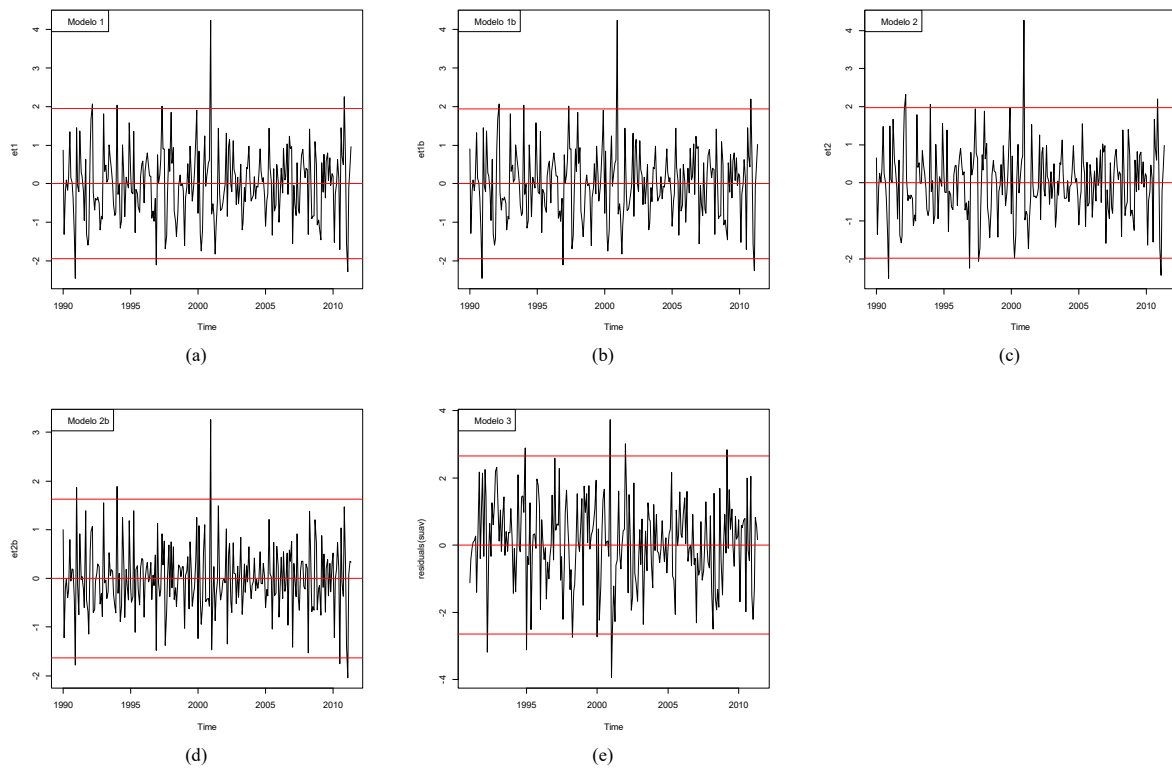


Figura 6. Residuos de ajuste vs. tiempo: (a) Modelo 1; (b) Modelo 1b; (c) Modelo 2; (d) Modelo 2b. (e) Modelo 3

También en las gráficas de la Figura 7 vemos una distribución relativamente homogénea de los residuos alrededor de cero, es decir, no hay evidencias contrariando los supuestos de media cero y varianza constante para los errores de ajuste y tampoco se observan patrones de carencia de ajuste.

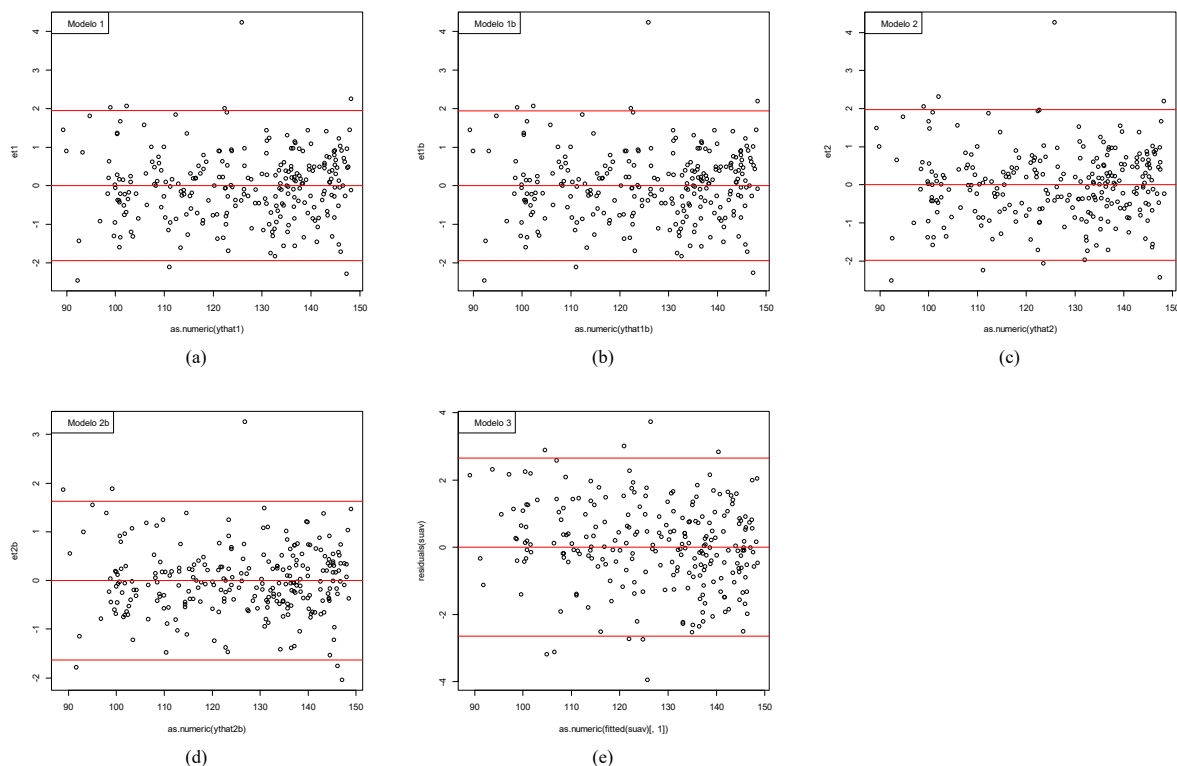


Figura 7. Residuos de ajuste vs. valores ajustados: (a) Modelo 1; (b) Modelo 1b; (c) Modelo 2; (d) Modelo 2b. (e) Modelo 3

5. Pronósticos ex – post para la validación cruzada

La Tabla 7 muestra los valores pronosticados para las componentes de tendencia y estacionalidad, así como el de la serie al combinar de modo aditivo los pronósticos de las componentes en los modelos 1, 1b, 2 y 2b. Observe que en estos cuatro modelos el pronóstico de la componente estacional es el mismo, pues estos valores son obtenidos usando las estimaciones de los 12 factores estacionales dados en la Tabla 2, asignándolos a los períodos pronosticados de acuerdo al mes del año que corresponde a cada uno de estos tiempos. La Tabla 8 muestra los pronósticos puntuales y por intervalos del 95% de confianza, mediante el modelo 3.

Tabla 7. Pronósticos por componentes y pronóstico final de la serie, en modelos combinando filtro de la descomposición aditiva con loess

	Modelo 1			Modelo 1b			Modelo 2			Modelo 2b		
Fecha	$\hat{T}_{257}(L)$	$\hat{S}_{257}(L)$	$\hat{Y}_{257}(L)$	$\hat{T}_{257}(L)$	$\hat{S}_{257}(L)$	$\hat{Y}_{257}(L)$	$\hat{T}_{257}(L)$	$\hat{S}_{257}(L)$	$\hat{Y}_{257}(L)$	$\hat{T}_{257}(L)$	$\hat{S}_{257}(L)$	$\hat{Y}_{257}(L)$
2011Jun	145.3108	0.4026	145.7134	145.2383	0.4026	145.6409	145.1603	0.4026	145.5629	146.5853	0.4026	146.9880
2011Jul	145.2239	0.3576	145.5815	145.1526	0.3576	145.5101	144.8863	0.3576	145.2439	147.4629	0.3576	147.8204
2011Aug	145.1453	1.9542	147.0995	145.0800	1.9542	147.0342	144.5756	1.9542	146.5298	148.6052	1.9542	150.5594
2011Sep	145.0744	0.6780	145.7524	145.0190	0.6780	145.6970	144.2294	0.6780	144.9074	150.0169	0.6780	150.6949
2011Oct	145.0104	1.5761	146.5865	144.9680	1.5761	146.5441	143.8485	1.5761	145.4246	151.7007	1.5761	153.2768
2011Nov	144.9527	2.2975	147.2502	144.9258	2.2975	147.2234	143.4339	2.2975	145.7315	153.6583	2.2975	155.9558
2011Dec	144.9006	-6.2046	138.6961	144.8913	-6.2046	138.6867	142.9865	-6.2046	136.7819	155.8909	-6.2046	149.6863
2012Jan	144.8536	-9.1366	135.7170	144.8633	-9.1366	135.7268	142.5070	-9.1366	133.3704	158.3991	-9.1366	149.2625
2012Feb	144.8110	1.5672	146.3783	144.8413	1.5672	146.4085	141.9960	1.5672	143.5632	161.1835	1.5672	162.7507
2012Mar	144.7725	2.6065	147.3790	144.8243	2.6065	147.4308	141.4542	2.6065	144.0607	164.2443	2.6065	166.8508
2012Apr	144.7376	1.9251	146.6627	144.8118	1.9251	146.7369	140.8821	1.9251	142.8072	167.5817	1.9251	169.5068
2012May	144.7059	1.9763	146.6822	144.8033	1.9763	146.7796	140.2803	1.9763	142.2566	171.1959	1.9763	173.1722
2012Jun	144.6771	0.4026	145.0797	144.7983	0.4026	145.2009	139.6492	0.4026	140.0518	175.0868	0.4026	175.4894

Nota: $\hat{Y}_{257}(L) = \hat{T}_{257}(L) + \hat{S}_{257}(L)$, con $\hat{S}_{257}(L) = \sum_{i=1}^{12} \hat{\delta}_i I_{i,257+L}$ según la ecuación en Tabla 9

Tabla 8. Pronósticos puntuales e I.P del 95% de confianza Modelo 3

Fecha	Real	$\hat{Y}_{257}(L)$	Lim. Sup	Lim. Inf
2011Jun	147.00	146.0490	148.5152	143.5828
2011Jul	147.02	146.1012	149.1062	143.0961
2011Aug	150.25	149.3671	152.8505	145.8838
2011Sep	148.03	147.7073	151.6311	143.7836
2011Oct	148.18	148.6651	153.0034	144.3268
2011Nov	150.27	149.3815	154.1157	144.6473
2011Dec	140.53	140.3563	145.4725	135.2401
2012Jan	136.79	136.8202	142.3078	131.3327
2012Feb	146.77	147.5353	153.3859	141.6847
2012Mar	149.20	149.9302	156.1373	143.7230
2012Apr	149.56	149.3832	155.9417	142.8246
2012May	151.19	149.7556	156.6615	142.8498
2012Jun	148.72	147.4695	154.9107	140.0283

Amplitud media I.P=10.07966, Cobertura=100%

Los pronósticos puntuales son obtenidos conforme a las ecuaciones dadas en la Tabla 9. En todos los modelos presentados la ecuación de los pronósticos es construida de la forma $\hat{Y}_{257}(L) = \hat{T}_{257}(L) + \hat{S}_{257}(L)$. Para los modelos combinando el filtro de la descomposición con loess, la componente de tendencia es pronosticada con base en el último polinomio local ajustado, siendo los parámetros estimados denotados por $\hat{\beta}_{0,257}$, $\hat{\beta}_{1,257}$ y $\hat{\beta}_{2,257}$ (estos valores no son proporcionados por la función R que ajusta loess en cada caso), de modo que en modelos 1 y 1b: $\hat{T}_{257}(L) = \hat{\beta}_{0,257} + \hat{\beta}_{1,257}(257 + L)$, y en modelos 2 y 2b: $\hat{T}_{257}(L) = \hat{\beta}_{0,257} + \hat{\beta}_{1,257}(257 + L) + \hat{\beta}_{2,257}(257 + L)^2$. El pronóstico de la componente estacional es según la ecuación $\hat{S}_{257}(L) = \sum_{i=1}^{12} \hat{\delta}_i I_{i,257+L}$ donde los $\hat{\delta}_i$ son aquellos obtenidos con el filtro de la descomposición aditiva, previamente presentados en la Tabla 2. Por su parte, En Holt-Winters aditivo, $\hat{T}_{257}(L) = \hat{\beta}_{0,257} + \hat{\beta}_{1,257} \times L$, y $\hat{S}_{257}(L) = \sum_{i=1}^{12} \hat{\delta}_i I_{i,257+L}$, donde $\hat{\beta}_{0,257}$, $\hat{\beta}_{1,257}$, y los $\hat{\delta}_i$, son los últimos valores suavizados del nivel, pendiente y efectos estacionales, respectivamente, tomados de los resultados exhibidos en la Tabla 3.

Tabla 9. Ecuaciones de pronóstico

Modelos 1 y 1b
$\hat{Y}_{257}(L) = \hat{\beta}_{0,257} + \hat{\beta}_{1,257}(257 + L) - 9.13660I_{1,257+L} + 1.56722I_{2,257+L} + 2.60651I_{3,257+L} + 1.92511I_{4,257+L} + 1.97634I_{5,257+L} + 0.40263I_{6,257+L} + 0.35755I_{7,257+L} + 1.95420I_{8,257+L} + 0.67801I_{9,257+L} + 1.57607I_{10,257+L} + 2.29753I_{11,257+L} - 6.20458I_{12,257+L}.$
Modelos 2 y 2b
$\hat{Y}_{257}(L) = \hat{\beta}_{0,257} + \hat{\beta}_{1,257}(257 + L) + \hat{\beta}_{2,257}(257 + L)^2 - 9.13660I_{1,257+L} + 1.56722I_{2,257+L} + 2.60651I_{3,257+L} + 1.92511I_{4,257+L} + 1.97634I_{5,257+L} + 0.40263I_{6,257+L} + 0.35755I_{7,257+L} + 1.95420I_{8,257+L} + 0.67801I_{9,257+L} + 1.57607I_{10,257+L} + 2.29753I_{11,257+L} - 6.20458I_{12,257+L}.$
Modelo 3
$\hat{Y}_{257}(L) = (145.6773435 + 0.1183714 \times L) - 9.8040679I_{1,257+L} + 0.7925904I_{2,257+L} + 3.0690963I_{3,257+L} + 2.4037213I_{4,257+L} + 2.6578327I_{5,257+L} + 0.2532878I_{6,257+L} + 0.1870714I_{7,257+L} + 3.3346710I_{8,257+L} + 1.5565069I_{9,257+L} + 2.3959436I_{10,257+L} + 2.9939443I_{11,257+L} - 6.1496282I_{12,257+L}$

Tabla 10. Medidas de precisión de pronósticos puntuales

Modelo	RMSE*	MAE*	MAPE (%)
1	2.4876	2.2255	1.5013
1b	2.4724	2.2223	1.4993
2	4.9612	4.4014	2.9769
2b	13.7845	10.6560	7.2316
3	0.8067	0.6931	0.4662

*Puntos del índice de salario real

En la Figura 8 se presentan los pronósticos ex – post y los valores reales para los últimos 12 periodos registrados en la base de datos.

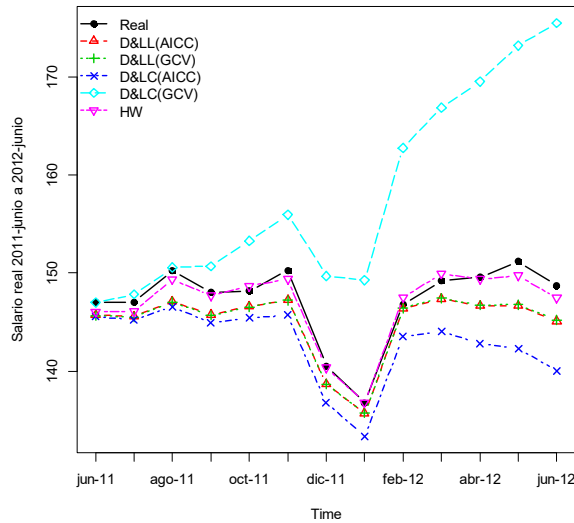


Figura 8. Gráfica comparativa de los pronósticos ex – post de la validación cruzada

Recuerde que MAE, y RMSE estiman el error que en promedio se puede estar cometiendo en cada pronóstico realizado en un horizonte de $m = 13$ (en este caso) periodos, error expresado en las mismas unidades de la serie (es decir en puntos del índice) mientras que MAPE expresa este error medio en términos porcentuales con relación a cada valor real. A partir de la Tabla 10 y la Figura 8 se concluye que los pronósticos obtenidos con el modelo 2b (Filtro de la descomposición aditiva combinado con loess cuadrático, con parámetro de suavizamiento hallado con criterio GCV) son muy sesgados y de acuerdo a la gráfica, tienden drásticamente a sobreestimar los valores observados en estos periodos, mientras que los modelos 1, 1b y 2 producen pronósticos más próximos pero subestiman los valores de la serie, en especial el modelo 2. Por otro lado, Holt-Winters arroja pronósticos bastante

próximos a los valores reales sin tender a sobre o subestimarlos. Adicionalmente, la amplitud media alcanzada por los I.P de este método indica que con una confianza del 95% el error de pronóstico puede ser de $\pm 10.07966/2 = \pm 5.03983$ puntos del índice.

Ejercicio

Usando la ecuación de pronóstico, calcule el pronóstico para enero de 2012, con los cinco modelos locales.

Solución: Enero de 2012 está a $L = 8$ períodos después de $t = n = 257$ (el ajuste terminó en mayo de 2011 y los pronósticos inician en junio de 2011) y sólo la indicadora $I_{1,257+8} = I_{1,265} = 1$, mientras que las otras once variables indicadoras valen cero; luego, para los modelos 1, 1b, 2 y 2b el pronóstico de la componente estacional, de acuerdo a la ecuación dada en la Tabla 9, es $\hat{S}_{257}(8) = -9.1366 \times 1 = -9.1366$. Para el pronóstico de la tendencia, aunque no conocemos cuánto valen las estimaciones de los parámetros de la tendencia local en el último ajuste, tomamos de la Tabla 7 los valores de $\hat{T}_{257}(8)$ que corresponden al pronóstico de la tendencia loess para enero de 2012, luego el pronóstico puntual del índice de salario real para enero de 2012 es:

$$\text{Modelo 1: } \hat{Y}_{257}(8) = \hat{T}_{257}(8) + \hat{S}_{257}(8) = 144.8536 - 9.1366 = 135.7170$$

$$\text{Modelo 1b: } \hat{Y}_{257}(8) = \hat{T}_{257}(8) + \hat{S}_{257}(8) = 144.8633 - 9.1366 = 135.7268$$

$$\text{Modelo 2: } \hat{Y}_{257}(8) = \hat{T}_{257}(8) + \hat{S}_{257}(8) = 142.5070 - 9.1366 = 133.3704$$

$$\text{Modelo 2b: } \hat{Y}_{257}(8) = \hat{T}_{257}(8) + \hat{S}_{257}(8) = 158.3991 - 9.1366 = 149.2625$$

Por su parte, en el modelo 3 (Holt-Winters aditivo), tenemos de nuevo que para $L = 8$ sólo la indicadora $I_{1,265} = 1$ y aplicando la ecuación dada en la Tabla 9, $\hat{Y}_{257}(8) = (145.6773435 + 0.1183714 \times 8) - 9.8040679 \times 1 = 136.8202$.

6. Conclusiones

Aparentemente todos los modelos locales considerados logran un buen ajuste, no sólo por las medidas y gráficas de ajuste sino también por el comportamiento observado en los residuos (aunque aún no se ha probado el supuesto de independencia ni el de normalidad). Sin embargo, en los pronósticos ex – post se encuentra que los últimos ajustes locales pueden conducir a extrapolaciones que conllevan a un gran error de pronóstico como aconteció con el modelo 2b. Si fuese posible generalizar los resultados hallados en la validación cruzada y teniendo en cuenta además el buen comportamiento observado en los residuos, diríamos que el mejor método entre los que se probaron parece ser Holt-Winters aditivo.

APÉNDICE

A.1. Algoritmo para el ajuste y pronósticos mediante combinación del filtro de descomposición aditiva con LOESS

Se toman los primeros $n = 257$ datos (de enero 1990 a mayo 2011) para el ajuste y se pronostican los $m = 13$ últimos meses (de junio 2011 a junio 2012). Para ello, con los primeros $n = 257$ datos se siguen los siguientes pasos, teniendo en cuenta que la serie original es de componentes aditivas y según lo explicado en el documento “*Filtro de descomposición clásica para series estacionales y su combinación con Loess para ajuste local y pronósticos sobre una serie estacional*”.

Para el ajuste en $t = 1, 2, \dots, 257$

1. Estimar la componente estacional usando el filtro de la descomposición aditiva implementado en la función R `decompose()`: $\hat{S}_t^{\text{descomp}} = \sum_{j=1}^{12} \hat{\delta}_j I_{j,t}$, con $I_{j,t}$ la variable indicadora del mes j en el tiempo t y $\hat{\delta}_j$ la estimación del efecto o factor estacional en el mes j .
2. Desestacionalizar o ajustar estacionalmente a la serie: Como en este caso las componentes son aditivas, entonces se calcula $Y_t^{\text{adj}} = Y_t - \hat{S}_t^{\text{descomp}}$, la cual sólo contiene tendencia, ciclos y componente de error.
3. Ajustar con LOESS la serie Y_t^{adj} , lo cual produce una estimación local de la tendencia (posiblemente con ciclos) \hat{T}_t^{loess} .
4. Calcular los valores ajustados de la serie como $\hat{Y}_t = \hat{T}_t^{\text{loess}} + \hat{S}_t^{\text{descomp}}$.
5. Los residuales del ajuste corresponden a $\hat{E}_t = Y_t - \hat{Y}_t$. Estos residuos son los que analizamos gráficamente y también con los que luego se deberá calcular $\exp(C_n^*(p))$, versión AIC y versión BIC, aproximando $p = (\# \text{parámetros equiv. LOESS}) + (s - 1) = (\# \text{parámetros equiv. LOESS}) + 11$

Para pronósticos L períodos después de $t = n = 257$

6. Hacer pronóstico LOESS sobre la serie Y_t^{adj} , con lo cual obtenemos el pronóstico de la tendencia $\hat{T}_{257}(L)^{\text{loess}}$.
7. Pronosticar la componente estacional asignando a cada uno de los trece períodos $t = 257 + L = 258, 259, \dots, 270$, el respectivo valor del factor estacional estimado por el filtro de la descomposición aditiva, según el mes del año calendario que corresponda a estos valores de t . Por tanto podemos escribir, $\hat{S}_{257}(L)^{\text{descomp}} = \sum_{j=1}^{12} \hat{\delta}_j I_{j,257+L}$. Para los últimos 13 tiempos de este ejemplo los meses que corresponden son, respectivamente: junio, julio, agosto, septiembre, octubre, noviembre, diciembre, enero, febrero, marzo, abril, mayo y junio. Luego, los pronósticos de la componente estacional $\hat{S}_{257}(L)^{\text{descomp}}$ corresponden a la sucesión $\hat{\delta}_6, \hat{\delta}_7, \hat{\delta}_8, \hat{\delta}_9, \hat{\delta}_{10}, \hat{\delta}_{11}, \hat{\delta}_{12}, \hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2, \hat{\delta}_3, \hat{\delta}_4, \hat{\delta}_5$ y $\hat{\delta}_6$, en este orden.
8. Finalmente, los pronósticos para la serie se construyen de manera aditiva: $\hat{Y}_{257}(L) = \hat{T}_{257}(L)^{\text{loess}} + \hat{S}_{257}(L)^{\text{descomp}}$. Para loess lineal $\hat{T}_{257}(L)^{\text{loess}} = \hat{\beta}_{0,257} + \hat{\beta}_{1,257} \times (257 + L)$ y para loess cuadrático $\hat{T}_{257}(L)^{\text{loess}} = \hat{\beta}_{0,257} + \hat{\beta}_{1,257} \times (257 + L) + \hat{\beta}_{2,257} \times (257 + L)^2$, donde $\hat{\beta}_{0,257}, \hat{\beta}_{1,257}$, y $\hat{\beta}_{2,257}$ obtenidos en último ajuste local en cada caso.

A.2 Código R usado

Código R 1.1. Cargando librerías y creando funciones de usuario `factoresdeltai()`, `crit.inf.resid()`, `amplitud()` y `cobertura()`

```
library(fANCOVA);library(forecast)
```

```
#Creando función para extraer correctamente estimaciones de los efectos estacionales  $\delta_i$  por filtro de
#descomposición
factoresdeltai=function(descom,s,estacionini){
  if(estacionini==1){
    deltasi=descom$figure
  }
  if(estacionini!=1){
    j=estacionini;deltasi=c(descom$figure[(s-j+2):s],descom$figure[1:(s-j+1)])
  }
  deltasi
}
```

```
#Creando función usuario crit.inf.resid() para calcular  $C_n^*(p)$ 
crit.inf.resid=function(residuales,n.par,AIC="TRUE"){
  if(AIC=="TRUE"){
    #Calcula AIC
    CI=log(mean(residuales^2))+2*n.par/length(residuales)
  }
  if(AIC=="FALSE"){
    #Calcula BIC
    CI=log(mean(residuales^2))+n.par*log(length(residuales))/length(residuales)
  }
  CI
}
```

```
#Creando función usuario amplitud() para calcular la amplitud promedio de los I.P en pronósticos ex - post
amplitud=function(LIP,LSP){
  a=LSP-LIP
  am=mean(a)
  am
}
```

```
#Creando función usuario cobertura() para calcular la cobertura de los I.P en pronósticos ex - post
cobertura=function(real,LIP,LSP){
  I=ifelse(real>=LIP & real<=LSP,1,0)
  p=mean(I)
  p
}
```

Código R 1.2. Lectura datos y definición de valores de la muestra y del índice t en el ajuste y en la validación cruzada

```
#para leer desde DATOSSALARIOREALENER1990-JUNIO2012.txt
```

```
salario1990_2012=read.table(file.choose(),header=T)
salario1990_2012=ts(salario1990_2012,freq=12,start=c(1990,1))
```

```
#Gráficos descriptivos
```

```
plot(salario1990_2012,ylab="Salario real 1990-enero a 2012-junio")
plot(decompose(salario1990_2012,type="additive")$trend,ylim=c(min(salario1990_2012),max(salario1990_2012)))
boxplot(salario1990_2012~cycle(salario1990_2012),names=month.abb)
```

```
#Definiendo periodos para ajuste y pronóstico ex - post
```

```
m=13
n=length(salario1990_2012)-m
t=1:n
```

```
tnuevo=(n+1):length(salario1990_2012)
```

```
#Valores de la serie para ajustes,
```

```
yt=ts(salario1990_2012[t],freq=12,start=c(1990,1))
```

```
#Valores de la serie observados en periodos de pronósticos para la validación cruzada
```

```
ytf=ts(salario1990_2012[tnuevo],freq=12,start=c(2011,6))
```

Código R 2.1. Ajustes y pronósticos por descomposición aditiva & LOESS

2.1.1. Ajustes y pronósticos componente estacional según filtro de descomposición aditiva

#Descomposición aditiva de la serie recortada

```
descom=decompose(yt,type="additive")
```

```
s=12 #Longitud del periodo estacional
```

#Componente estacional estimada de la descomposición de la serie recortada

```
St=descom$seasonal
```

```
plot(St)
```

```
deltas_i=factoresdeltai(descom=descom,s=12,estacionini=1) #Obteniendo los s factores estacionales estimados  
#el período es s=12 y la serie arranca en estación 1
```

```
data.frame(deltas_i)
```

#Pronósticos para la componente estacional usando estimaciones del filtro de descomposición clásica

#los pronósticos inician en junio 2011 y terminan en junio 2012

```
i=c(6,7,8,9,10,11,12,1,2,3,4,5,6) #identificando la estación correspondiente a los m=13 períodos de pronósticos
```

```
Stnuevo=Stnuevo=deltas_i[i] #Asignando el valor de St a los períodos a pronosticar
```

```
Stnuevo=ts(Stnuevo,frequency=12,start=c(2011,6)) #convirtiendo en serie de tiempo al pronóstico de St
```

```
Stnuevo
```

2.1.2. Ajustes loess de tendencia

#Desestacionalizando o ajustando estacionalmente a la serie recortada, según modelo aditivo

```
ytd=yt-St
```

#LOESS lineal óptimo (AICC) sobre serie desestacionalizada

```
ajusteLoess1=loess.as(t,ytd,degree=1,criterion="aicc",family="gaussian",plot=F)
```

```
summary(ajusteLoess1)
```

```
alfa.optim1=ajusteLoess1$pars$span #guardando el valor óptimo del parámetro alfa
```

#LOESS lineal óptimo (GCV) sobre serie desestacionalizada

```
ajusteLoess1b=loess.as(t,ytd,degree=1,criterion="gcv",family="gaussian",plot=F)
```

```
summary(ajusteLoess1b)
```

```
alfa.optim1b=ajusteLoess1b$pars$span #guardando el valor óptimo del parámetro alfa
```

#LOESS cuadrático (AICC) sobre serie desestacionalizada

```
ajusteLoess2=loess.as(t,ytd,degree=2,criterion="aicc",family="gaussian",plot=F)
```

```
summary(ajusteLoess2)
```

```
alfa.optim2=ajusteLoess2$pars$span #guardando el valor óptimo del parámetro alfa
```

#LOESS cuadrático (GCV) sobre serie desestacionalizada

```
ajusteLoess2b=loess.as(t,ytd,degree=2,criterion="gcv",family="gaussian",plot=F)
```

```
summary(ajusteLoess2b)
```

```
alfa.optim2b=ajusteLoess2b$pars$span #guardando el valor óptimo del parámetro alfa
```

#Series de tiempo de los valores de tendencia loess ajustada

```
Tt1=ts(fitted(ajusteLoess1),frequency=12,start=c(1990,1)) #Tendencia ajustada por Modelo 1
```

```
Tt1b=ts(fitted(ajusteLoess1b),frequency=12,start=c(1990,1)) #Tendencia ajustada por Modelo 1b
```

```
Tt2=ts(fitted(ajusteLoess2),frequency=12,start=c(1990,1)) #Tendencia ajustada por Modelo 2
```

```
Tt2b=ts(fitted(ajusteLoess2b),frequency=12,start=c(1990,1)) #Tendencia ajustada por Modelo 2b
```

#Gráficos de la serie desestacionalizada y sus ajustes de tendencia loess

```
plot(ytd)
```

```
lines(Tt1,col=2)
```

```
legend("topleft",legend=c("Serie ajustada estacionalmente","Tendencia LOESS lineal Criterio  
AICC"),col=c(1,2),lty=1)
```

```
plot(ytd)
```

```
lines(Tt1b,col=2)
```

```
legend("topleft",legend=c("Serie ajustada estacionalmente","Tendencia LOESS lineal, criterio  
GCV"),col=c(1,2),lty=1)
```

```
plot(ytd)
```

```
lines(Tt2,col=2)
```

```
legend("topleft",legend=c("Serie ajustada estacionalmente","Tendencia LOESS cuadrático  
(AICC)"),col=c(1,2),lty=1)
```

```
plot(ytd)
```

```
lines(Tt2b,col=2)
```

```
legend("topleft",legend=c("Serie ajustada estacionalmente","Tendencia LOESS cuadrático (GCV)"),col=c(1,2),lty=1)
```

2.1.3. Cálculo de valores ajustados $\hat{Y}_t = \hat{T}_t^{\text{loess}} + \hat{S}_t^{\text{descomp}}$

```
#Ajustes de la serie por descomposición aditiva & loess
ythat1=Tt1+St #Ajuste en Modelo 1
ythat1b=Tt1b+St #Ajuste en Modelo 1b
ythat2=Tt2+St #Ajuste en Modelo 2
ythat2b=Tt2b+St #Ajuste en Modelo 2b

#Graficando la serie y sus ajustes por descomposición & loess
plot(salario1990_2012)
lines(ythat1,col=2)
legend("topleft",legend=c("Original","Ajuste por D&LL (AICC)"),col=c(1,2),lty=1)

plot(salario1990_2012)
lines(ythat1b,col=2)
legend("topleft",legend=c("Original","Ajuste D&LL(GCV)"),col=c(1,2),lty=1)

plot(salario1990_2012)
lines(ythat2,col=2)
legend("topleft",legend=c("Original","Ajuste D&LC(AICC)"),col=c(1,2),lty=1)

plot(salario1990_2012)
lines(ythat2b,col=2)
legend("topleft",legend=c("Original","Ajuste D&LC(GCV)"),col=c(1,2),lty=1)
```

2.1.4. Cálculo de residuos de ajuste. Aproximaciones del MSE y de sus grados de libertad

```
#Residuales de ajuste del modelo 1
et1=yt-ythat1

df1=n-(round(ajusteLoess1$enp)+s-1) #Grados de libertad aproximados del ajuste modelo 1
MSE1=sum(et1^2)/df1 #MSE aproximado del ajuste total del modelo 1
MSE1

#Residuales de ajuste del modelo 1b
et1b=yt-ythat1b

df1b=n-(round(ajusteLoess1b$enp)+s-1) #Grados de libertad aproximados del ajuste modelo 1b
MSE1b=sum(et1b^2)/df1b #MSE aproximado del ajuste total del modelo 1b
MSE1b

#Residuales de ajuste del modelo 2
et2=yt-ythat2

df2=n-(round(ajusteLoess2$enp)+s-1) #Grados de libertad aproximados del ajuste modelo 2
MSE2=sum(et2^2)/df2 #MSE aproximado del ajuste total del modelo 2
MSE2

#Residuales de ajuste del modelo 2b
et2b=yt-ythat2b

df2b=n-(round(ajusteLoess2b$enp)+s-1) #Grados de libertad aproximados del ajuste modelo 2b
MSE2b=sum(et2b^2)/df2b #MSE aproximado del ajuste total del modelo 2b
MSE2b
```

2.1.5. Cálculo de AIC y BIC aproximados versión $\exp(C_n(p))$

```
p1=round(ajusteLoess1$enp)+s-1 #número aproximado de parámetros en ajuste Modelo 1
p1b=round(ajusteLoess1b$enp)+s-1 #número aproximado de parámetros en ajuste Modelo 1b
p2=round(ajusteLoess2$enp)+s-1 #número aproximado de parámetros en ajuste Modelo 2
p2b=round(ajusteLoess2b$enp)+s-1 #número aproximado de parámetros en ajuste Modelo 2b

AIC1=exp(crit.inf.resid(residuales=et1,n.par=p1));AIC1
AIC1b=exp(crit.inf.resid(residuales=et1b,n.par=p1b));AIC1b
AIC2=exp(crit.inf.resid(residuales=et2,n.par=p2));AIC2
AIC2b=exp(crit.inf.resid(residuales=et2b,n.par=p2b));AIC2b

BIC1=exp(crit.inf.resid(residuales=et1,n.par=p1,AIC="FALSE"));BIC1
BIC1b=exp(crit.inf.resid(residuales=et1b,n.par=p1b,AIC="FALSE"));BIC1b
BIC2=exp(crit.inf.resid(residuales=et2,n.par=p2,AIC="FALSE"));BIC2
BIC2b=exp(crit.inf.resid(residuales=et2b,n.par=p2b,AIC="FALSE"));BIC2b
```

2.1.6. Gráficos de residuales modelos por descomposición & loess

#Residuos vs. tiempo

```
plot(et1,ylim=c(min(-2*sqrt(MSE1),et1),max(2*sqrt(MSE1),et1)))
abline(h=c(-2*sqrt(MSE1),0,2*sqrt(MSE1)),col=2)
legend("topleft",legend="Modelo 1")
```

```
plot(et1b,ylim=c(min(-2*sqrt(MSE1b),et1b),max(2*sqrt(MSE1b),et1b)))
abline(h=c(-2*sqrt(MSE1b),0,2*sqrt(MSE1b)),col=2)
legend("topleft",legend="Modelo 1b")
```

```
plot(et2,ylim=c(min(-2*sqrt(MSE2),et2),max(2*sqrt(MSE2),et2)))
abline(h=c(-2*sqrt(MSE2),0,2*sqrt(MSE2)),col=2)
legend("topleft",legend="Modelo 2")
```

```
plot(et2b,ylim=c(min(-2*sqrt(MSE2b),et2b),max(2*sqrt(MSE2b),et2b)))
abline(h=c(-2*sqrt(MSE2b),0,2*sqrt(MSE2b)),col=2)
legend("topleft",legend="Modelo 2b")
```

#Residuos vs. valores ajustados

```
plot(as.numeric(ythat1),et1,ylim=c(min(-2*sqrt(MSE1),et1),max(2*sqrt(MSE1),et1)))
abline(h=c(-2*sqrt(MSE1),0,2*sqrt(MSE1)),col=2)
legend("topleft",legend="Modelo 1")
```

```
plot(as.numeric(ythat1b),et1b,ylim=c(min(-2*sqrt(MSE1b),et1b),max(2*sqrt(MSE1b),et1b)))
abline(h=c(-2*sqrt(MSE1b),0,2*sqrt(MSE1b)),col=2)
legend("topleft",legend="Modelo 1b")
```

```
plot(as.numeric(ythat2),et2,ylim=c(min(-2*sqrt(MSE2),et2),max(2*sqrt(MSE2),et2)))
abline(h=c(-2*sqrt(MSE2),0,2*sqrt(MSE2)),col=2)
legend("topleft",legend="Modelo 2")
```

```
plot(as.numeric(ythat2b),et2b,ylim=c(min(-2*sqrt(MSE2b),et2b),max(2*sqrt(MSE2b),et2b)))
abline(h=c(-2*sqrt(MSE2b),0,2*sqrt(MSE2b)),col=2)
legend("topleft",legend="Modelo 2b")
```

2.1.7. Cálculo de pronósticos de la tendencia: $\hat{T}_n(L)^{loess}$ y el pronóstico de la serie: $\hat{Y}_n(L) = \hat{T}_n(L)^{loess} + \hat{S}_n(L)^{descomp}$

#PRONÓSTICOS LOESS DE LA TENDENCIA

#Pronósticos de tendencia por loess lineal óptimo (AICC)

```
Ttnuevo1=predict(loess(ytd~t,span=alfa.optim1,degree=1,control=loess.control(surface="direct")),
data.frame(t=tnuevo),se=FALSE)
Ttnuevo1=ts(Ttnuevo1,freq=12,start=c(2011,6)) #convirtiendo en serie de tiempo al pronóstico de Tt, modelo 1
Ttnuevo1
```

#Pronósticos de tendencia por loess lineal óptimo (GCV)

```
Ttnuevo1b=predict(loess(ytd~t,span=alfa.optim1b,degree=1,control=loess.control(surface="direct")),
data.frame(t=tnuevo),se=FALSE)
Ttnuevo1b=ts(Ttnuevo1b,freq=12,start=c(2011,6)) #convirtiendo en serie de tiempo al pronóstico de Tt, modelo 1b
Ttnuevo1b
```

#Pronósticos de la tendencia por loess cuadrático óptimo (AICC)

```
Ttnuevo2=predict(loess(ytd~t,span=alfa.optim2,degree=2,control=loess.control(surface="direct")),
data.frame(t=tnuevo),se=FALSE)
Ttnuevo2=ts(Ttnuevo2,freq=12,start=c(2011,6)) #convirtiendo en serie de tiempo al pronóstico de Tt, modelo 2
Ttnuevo2
```

#Pronósticos de la tendencia por loess cuadrático óptimo (GCV)

```
Ttnuevo2b=predict(loess(ytd~t,span=alfa.optim2b,degree=2,control=loess.control(surface="direct")),
data.frame(t=tnuevo),se=FALSE)
Ttnuevo2b=ts(Ttnuevo2b,freq=12,start=c(2011,6)) #convirtiendo en serie de tiempo al pronóstico de Tt, modelo 2b
Ttnuevo2b
```

#PRONÓSTICOS DE LA SERIE POR DESCOMPOSICIÓN & LOESS

```
ytpron1=Ttnuevo1+Stnuevo #Pronóstico puntual Modelo 1
ytpron1
```

#Tabla con pronósticos de las componentes y de la serie, Modelo 1

```
tablapron1=cbind(Pron_Tt=Ttnuevo1,Pron_St=Stnuevo,Pron_serie=ytpron1)
tablapron1
```

```
ytpron1b=Ttnuevo1b+Stnuevo #Pronóstico puntual Modelo 1b
ytpron1b
```

#Tabla con pronósticos de las componentes y de la serie, Modelo 1b

```
tablapron1b=cbind(Pron_Tt=Ttnuevo1b,Pron_St=Stnuevo,Pron_serie=ytpron1b)
tablapron1b
```

```
ytpron2=Ttnuevo2+Stnuevo #Pronóstico puntual Modelo 2
```

```

#Tabla con pronósticos de las componentes y de la serie, Modelo 2
tablapron2=cbind(Pron_Tt=Ttnuevo2,Pron_St=Stnuevo,Pron_serie=ytpron2)
tablapron2

ytpron2b=Ttnuevo2b+Stnuevo #Pronóstico puntual Modelo 2b

#Tabla con pronósticos de las componentes y de la serie, Modelo 2b
tablapron2b=cbind(Pron_Tt=Ttnuevo2b,Pron_St=Stnuevo,Pron_serie=ytpron2b)
tablapron2b

#Calculando medidas de precisión de pronósticos del modelo 1
accuracy(ytpron1,ytf)

#Calculando medidas de precisión de pronósticos del modelo 1b
accuracy(ytpron1b,ytf)

#Calculando medidas de precisión de pronósticos del modelo 2
accuracy(ytpron2,ytf)

#Calculando medidas de precisión de pronósticos del modelo 2b
accuracy(ytpron2b,ytf)

```

Código R 2.2. Suavizamiento Holt-Winters aditivo

```

suav=HoltWinters(yt,seasonal="additive") #Suavizamiento con valores óptimos en parámetros  $\alpha, \beta, \gamma$ 
suav

#Gráfico de la serie y su ajuste Holt-Winters
plot(salario1990_2012)
lines(fitted(suav)[,1],col=2)
legend("topleft",legend=c("Original","Ajuste H-W"),col=c(1,2),lty=1)

#Cálculo de AIC y BIC aproximados con  $\exp(C_n^*(p))$ 
p3=(s-1)+2 #Aprox. del número de parámetros del suavizamiento
AIC3=exp(crit.inf.resid(residuales=residuals(suav),n.par=p3)); AIC3
BIC3=exp(crit.inf.resid(residuales=residuals(suav),n.par=p3,AIC="FALSE")); BIC3

df3=n-2*s-((s-1)+2)
MSE3=suav$SSE/df3 #MSE aproximado del ajuste total del Suavizamiento
MSE3

#Gráficos de residuales
plot(residuals(suav),ylim=c(min(-2*sqrt(MSE3),residuals(suav)),max(2*sqrt(MSE3),residuals(suav))))
abline(h=c(-2*sqrt(MSE3),0,2*sqrt(MSE3)),col=2)
legend("topleft",legend="Modelo 3")

plot(as.numeric(fitted(suav)[,1]),residuals(suav),
ylim=c(min(-2*sqrt(MSE3),residuals(suav)),max(2*sqrt(MSE3),residuals(suav))))

abline(h=c(-2*sqrt(MSE3),0,2*sqrt(MSE3)),col=2)
legend("topleft",legend="Modelo 3")

#Pronósticos e I.P del 95% del suavizamiento
pronos3=predict(suav, n.ahead=13,prediction=T,level=0.95)
pronos3

ytpron3=pronos3[,1] #sólo los pronósticos puntuales del suavizamiento

accuracy(ytpron3,ytf) #Precisión pronósticos puntuales

#Precisión pronósticos por I.P Holt-Winters
#el Lim. inferior de pronóstico en el pronóstico Holt-Winters es la tercera columna de pronos3
#el Lim. superior de pronóstico en el pronóstico Holt-Winters es la segunda columna de pronos3

amplitud(LIP=pronos3[,3],LSP=pronos3[,2])
cobertura(real=ytf,LIP=pronos3[,3],LSP=pronos3[,2])

```

Código R 3.1. Comparaciones entre Suavizamiento Holt-Winters aditivo y descomposición & LOESS

3.1.1. Comparación de estimaciones de los efectos estacionales

```
#extracción de las estimaciones en t=257 de los efectos estacionales según Holt-Winters
#en el vector de coeficientes (que es de longitud s+2=14 e inicia con los valores de nivel y pendiente)
#los efectos de enero-mayo están en este ejemplo, en las posiciones 10 a 14,
#mientras que los correspondientes a junio-diciembre están en las posiciones 3 a 9
#Ver Tabla 2
```

```
deltasiHW=ts(suav$coef[c(10:14,3:9)],freq=1,start=1)
```

```
#Estimaciones de los efectos estacionales según filtro de descomposición
deltasDescomp=ts(deltas_i,freq=1,start=1)
```

```
#Gráfico de los efectos estacionales estimados
plot(deltasiHW,lwd=3,ylim=c(min(deltasiHW,deltasDescomp),max(deltasiHW,deltasDescomp)+2),ylab="",
xlab="Mes del año")
lines(deltasDescomp,lty=2,lwd=3,col=2)
legend("topleft",legend=c("Efectos estacionales H-W en t=257","Efectos estacionales Filtro de
descomposición"),col=1:2,lty=1:2,lwd=3)
```

3.1.2. Comparación de medidas de ajuste, de los pronósticos puntuales y sus medidas de precisión

```
#Tabla número de parámetros y criterios de información
```

```
tablacriter=cbind(p=c(p1,p1b,p2,p2b,p3),AIC=c(AIC1,AIC1b,AIC2,AIC2b,AIC3),BIC=c(BIC1,BIC1b,BIC2,BIC2b,BIC3))
rownames(tablacriter)=c("Modelo 1","Modelo 1b","Modelo 2","Modelo 2b","Modelo 3")
tablacriter
```

```
#Tabla con medidas de precisión de pronósticos puntuales
```

```
tablaprecistodos=rbind(DLLAICC=accuracy(ytpron1,ytf),DLLGCV=accuracy(ytpron1b,ytf),DLCAICC=accuracy(ytpron2,ytf)
,DLCGCV=accuracy(ytpron2b,ytf),HW=accuracy(ytpron3,ytf))[,c(2,3,5)]
rownames(tablaprecistodos)=c("Modelo 1","Modelo 1b","Modelo 2","Modelo 2b","Modelo 3")
tablaprecistodos
```

```
#Comparando los pronósticos de los cuatro ajustes locales por Descomposición & Loess y Holt-Winters aditivo
```

```
plot(ytf,type="b",pch=19,lty=1,col=1,lwd=2,ylab="Salario real 2011-junio a 2012-junio",
ylim=c(min(ytf,ytpron1,ytpron1b,ytpron2,ytpron2b,ytpron3),max(ytf,ytpron1,ytpron1b,ytpron2,ytpron2b,ytpron3)),
xaxt="n")
lines(ytpron1,col=2,pch=2,lty=2,type="b",lwd=2)
lines(ytpron1b,col=3,pch=3,lty=3,type="b",lwd=2)
lines(ytpron2,col=4,pch=4,lty=4,type="b",lwd=2)
lines(ytpron2b,col=5,pch=5,lty=5,type="b",lwd=2)
lines(ytpron3,col=6,pch=6,lty=6,type="b",lwd=2)
```

```
#Colocando leyenda en esquina superior izquierda para identificar las series graficadas
```

```
#debe usarse los mismos formatos de color (argumento col), tipo de símbolo gráfico (argumento pch) y tipo de
```

```
#líneas (argumento lty) usados para cada serie previamente graficada
```

```
#las etiquetas "Real", "D&LL(AICC)", "D&LL(GCV)", "D&LC(AICC)", "D&LC(GCV)", "HW", corresponden en su orden a los
objetos R ytf, ytpron1, ytpron1b, ytpron2, ytpron2b, ytpron3.
```

```
legend("topleft",legend=c("Real","D&LL(AICC)","D&LL(GCV)","D&LC(AICC)","D&LC(GCV)","HW"),bty="n",col=1:6,
pch=c(19,2:6),lty=1:6,lwd=2)
```

```
#Etiquetando valores en eje x con las fechas de los m=13 pronósticos
```

```
axis(1,at=time(ytf),labels=c("jun-11","jul-11","ago-11","sep-11","oct-11","nov-11","dic-11","ene-12",
"feb-12","mar-12","abr-12","may-12","jun-12"))
```