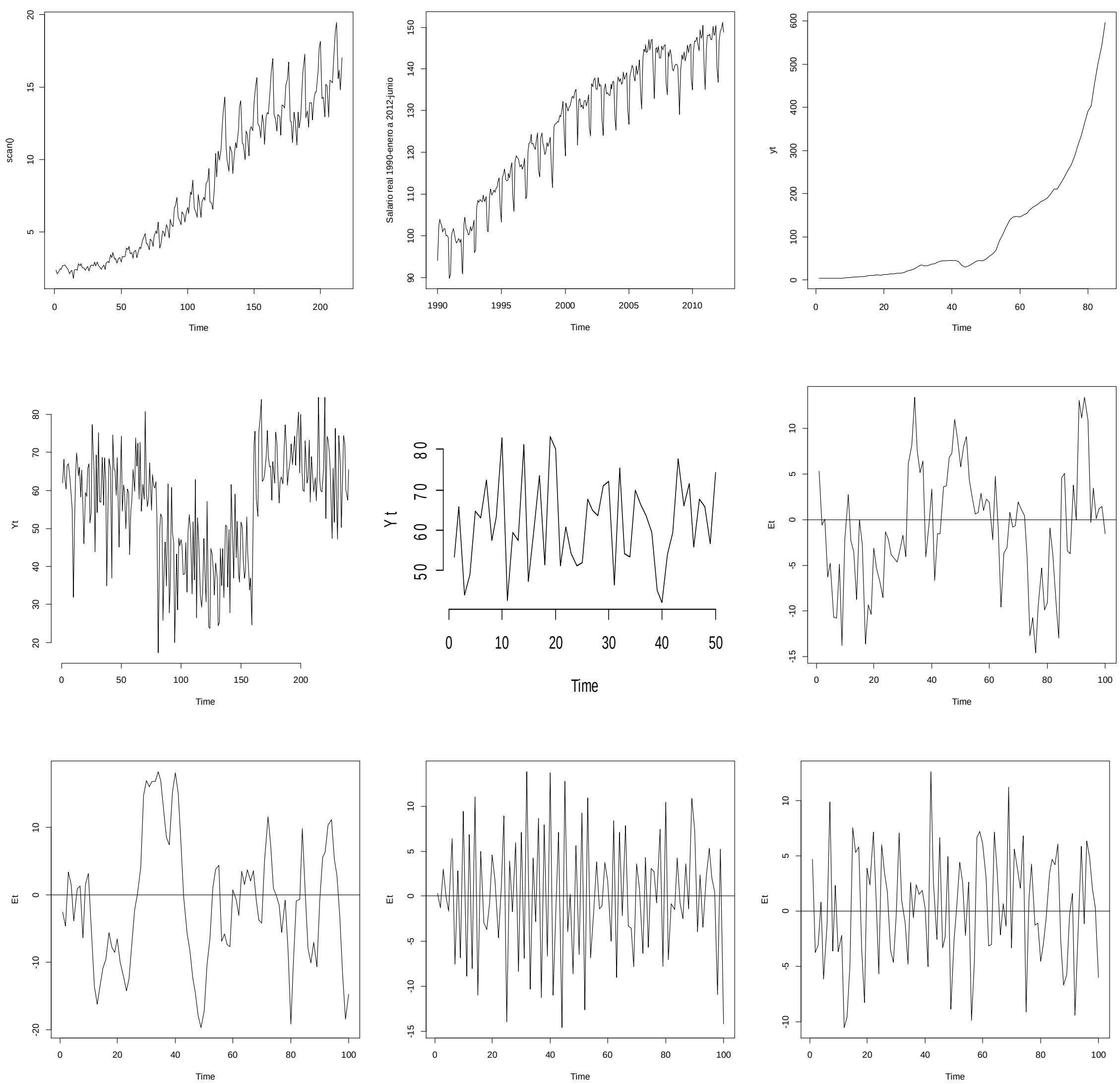
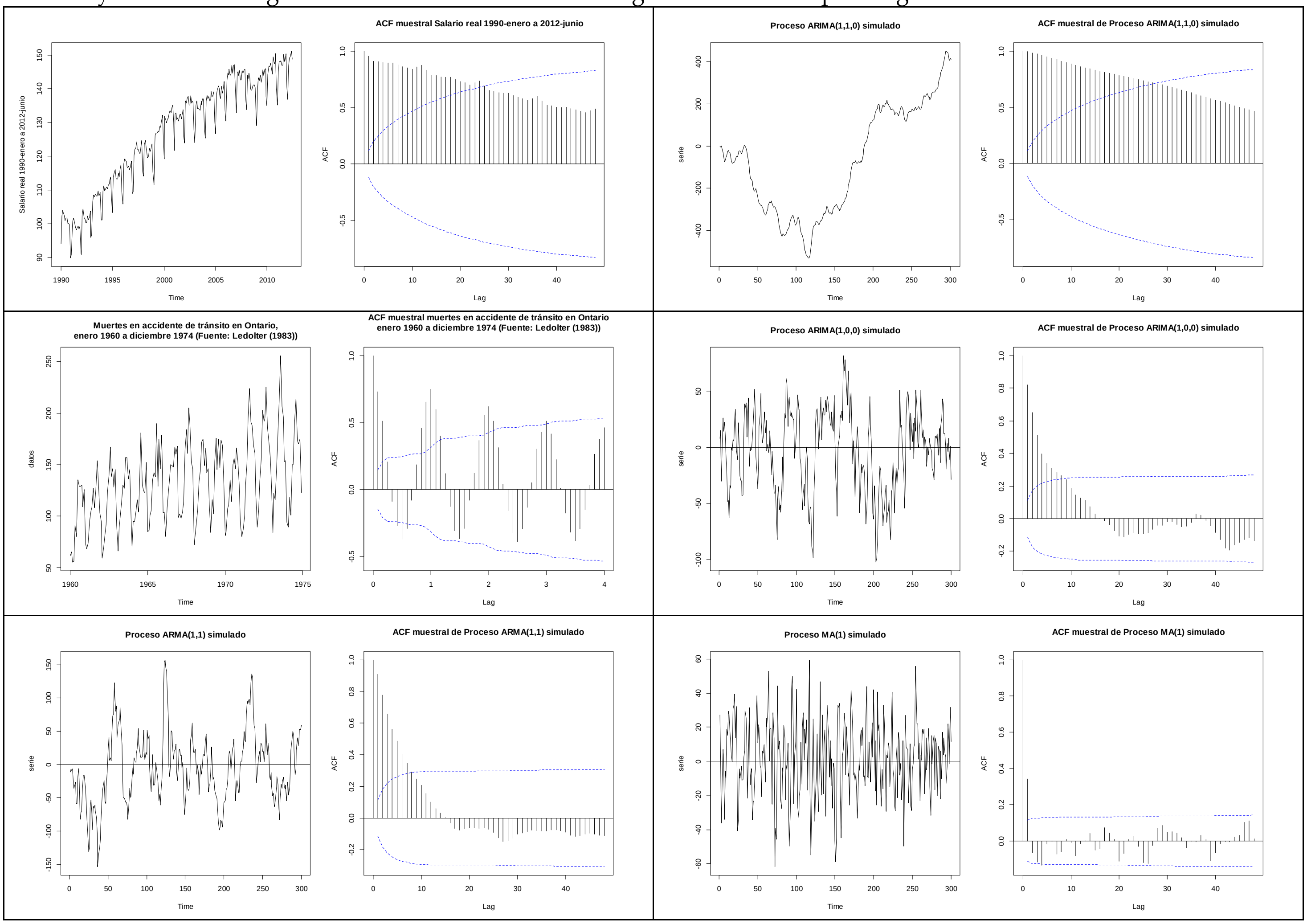
PREGUNTAS PARA AUTOEVALUACIÓN EN EL CURSO ESTADÍSTICA III 3009137
PARTE 2 (CAPÍTULOS 6 a 8 EN NOTAS DE CLASE)

1. ¿Qué es un proceso estocástico y en qué se diferencia de una variable aleatoria?
2. ¿Con relación a un proceso estocástico qué representa una serie de tiempo?
3. Qué significa que un proceso estocástico es débilmente estacionario o estacionario en covarianza y cuáles condiciones son necesarias para que se cumpla la estacionariedad en covarianza?
4. De las siguientes series cuáles pudieran ser estacionarias en covarianza y cuáles claramente no lo son? Explique por qué.



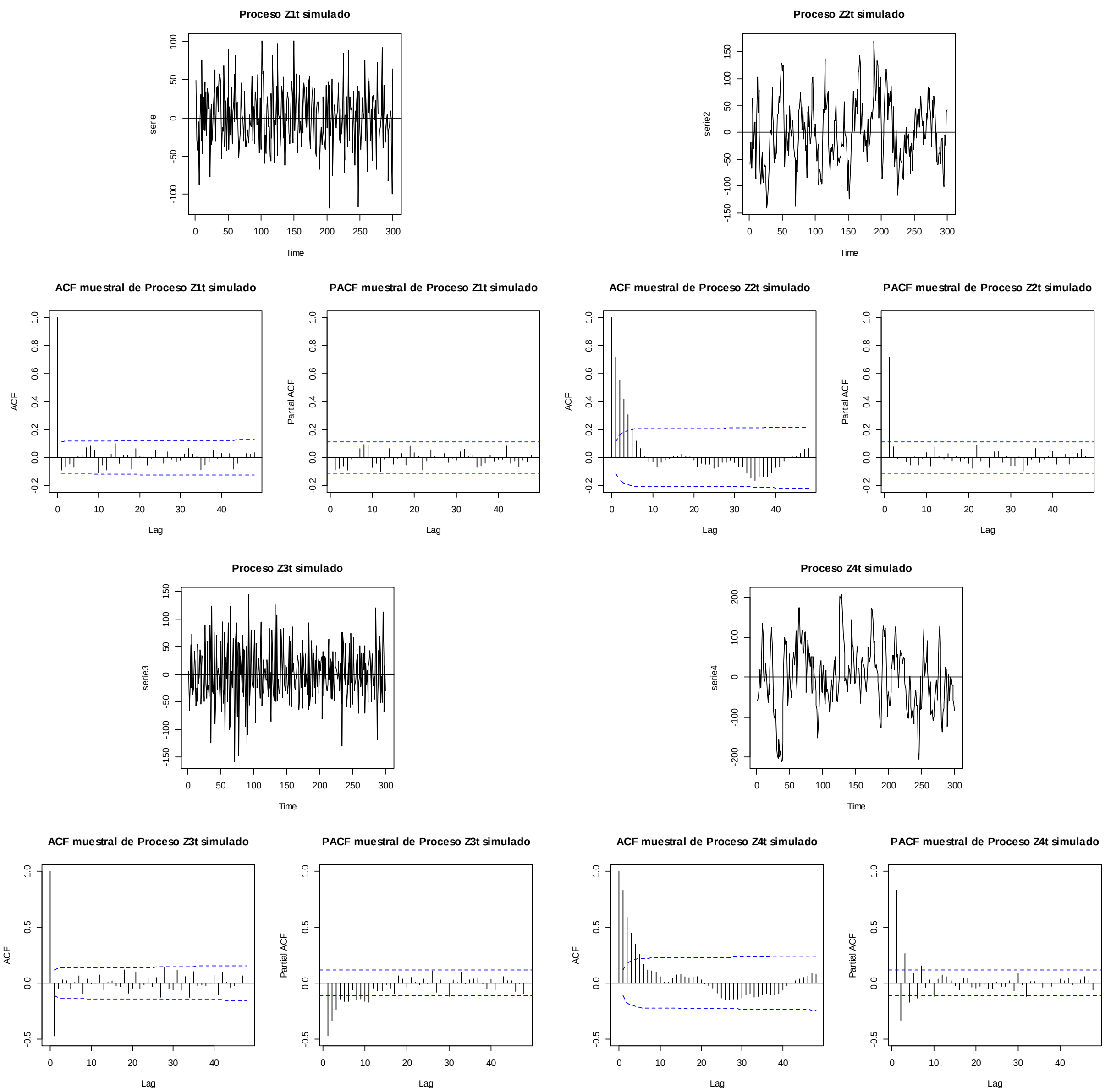
5. Sobre la ergodicidad, responda lo siguiente
    a. ¿Qué es?
    b. ¿Qué permite realizar esta propiedad en relación a las estimaciones de parámetros como media y varianza para una serie de tiempo?
    c. ¿Cómo se relaciona esta propiedad con la estacionariedad en covarianza?
    d. ¿Podemos decir que un proceso estacionario puede ser no ergódico, o bien que un proceso ergódico puede ser no estacionario?
6. ¿Qué es un proceso de ruido y cuando éste se denomina ruido blanco? Explique además si todo proceso de ruido es estacionario en covarianza y por qué.
7. ¿Qué son las funciones de autocovarianza y autocorrelación (ACF) y qué miden tales funciones?¿Cuál es la característica principal de estas funciones cuando el proceso sobre el que son definidas es estacionario en covarianza? Y ¿para un ruido blanco cómo se comportan estas funciones?
8. ¿Cómo se chequea con la ACF la ergodicidad de un proceso?

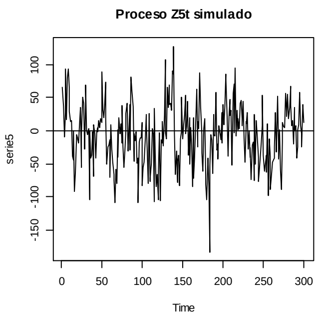
9. Si una serie presenta patrones de tendencia no constante y/o componente estacional que puede representarse como una función periódica¿puede considerarse que el proceso del cual proviene la serie es estacionario en covarianza? ¿por qué?
10. Examine las siguientes series y sus ACF muestrales y determine en qué casos el respectivo proceso es estacionario y cuáles no. Tenga en cuenta tanto la ACF como la gráfica de la serie para argumentar.

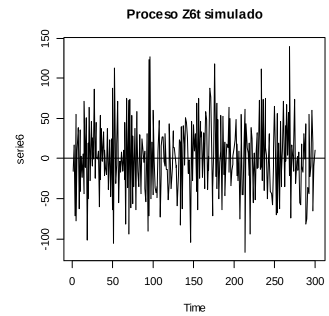


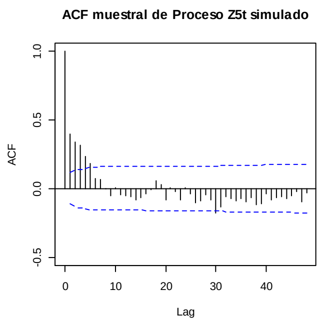
11. Cuando en una serie existe un patrón estacional que se puede considerar periódico exacto ¿cómo se refleja esto en la ACF muestral? Y cuando existe tendencia no constante ¿cómo se refleja esto en la ACF muestral? Y si existe tanto tendencia no constante como estacionalidad periódica exacta, ¿cómo se espera que se comporte la ACF?
12. Con relación a los errores de un modelo de regresión para una serie de tiempo, sobre los cuales suponemos que son independientes en el tiempo e idénticamente distribuidos $N(0,\sigma^2)$ ¿podemos decir que se asume también que tales errores son un proceso estacionario en covarianza? ¿cuál tipo de proceso estacionario?
13. ¿Qué dice el resultado de Bartlett respecto a la distribución asintótica de la función $\hat{\rho}(k)$ (la ACF muestral de orden k) para un proceso de ruido blanco?
14. Explique cómo es usado el resultado de Bartlett para probar que un proceso estacionario de media cero es un ruido blanco usando la ACF muestral. Enuncie claramente los tests de la ACF con sus estadísticos de prueba y cómo se concluye en cada uno, el criterio de rechazo en cada uno y cómo se usa el conjunto de m pruebas (es decir, evaluando individualmente la significancia de la ACF, en k=1, 2, …, m) para aceptar o rechazar el supuesto de ruido blanco (R.B).
15. Enuncie el test Ljung-Box y Box – Pierce: H_0 y H_1, estadísticos de prueba y criterio de decisión y cómo se concluye a favor o en contra de si el proceso estocástico que generó una serie dada es un R.B. Explique en qué difieren estos tests de los tests ACF ¿con cuál tipo de test crece la probabilidad de cometer error tipo I al aumentar el orden m hasta el cual se evalúa si la función de autocorrelación es nula? ¿con cuál tipo de test puede crecer la probabilidad del error tipo II al aumentar el orden m hasta el cual se evalúa si la función de autocorrelación es nula?

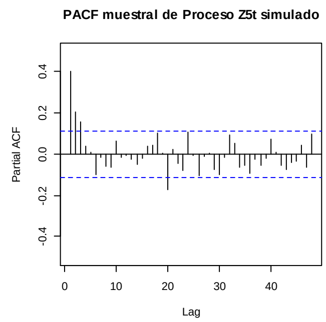
16. Qué mide la función de autocorrelación parcial o PACF y en qué difiere de la ACF?
17. Para la PACF de un ruido blanco
    a. ¿Cuál es su patrón esperado?
    b. ¿Cuál es la distribución asintótica de la PACF muestral?
    c. ¿Cómo se prueba ruido blanco usando la PACF muestral? Escriba claramente H0, H1, estadístico de la prueba y criterio de rechazo.
18. Para las series que se ilustran a continuación, realice los tests ACF y PACF (determine en las respectivas gráficas hasta qué valor *m* se hacen las respectivas pruebas) para determinar cuáles proviene de un proceso R.B, y en los casos donde rechace este tipo de proceso determine si por lo menos los procesos son estacionarios en covarianza, explique por qué.

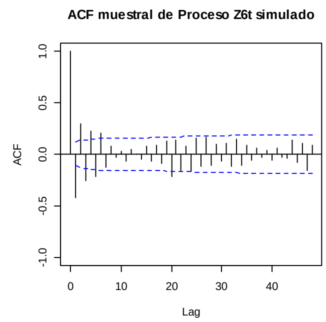


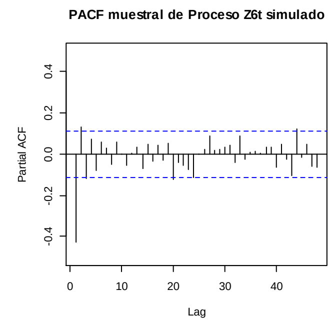


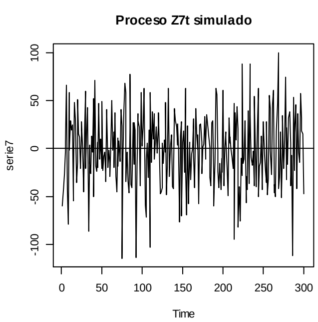


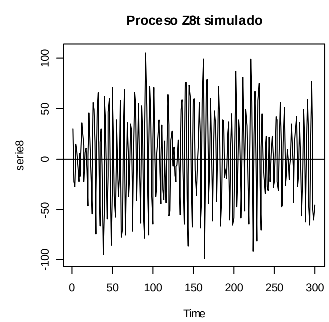


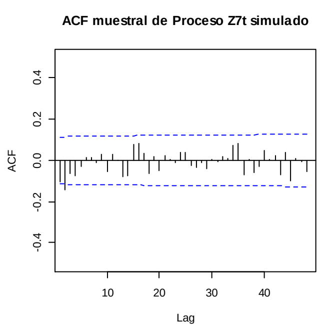


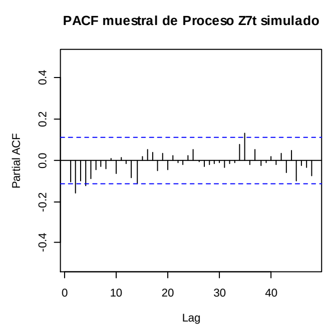


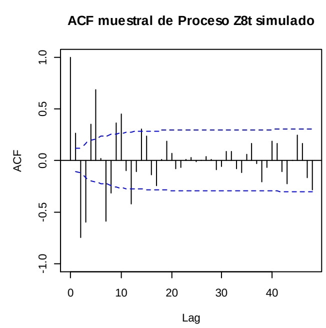


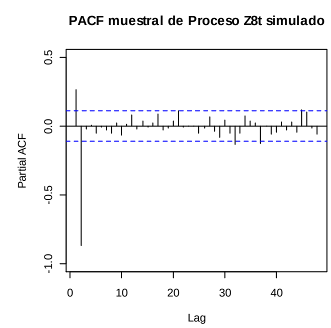












19. Para las series presentadas en el numeral 18 se han obtenido los resultados siguientes de los tests Ljung-Box y Box-Pierce. Realice los test con cada valor de *m* mostrado en cada caso, indicando claramente H_0 y H_1, estadístico de prueba y criterio de decisión y conclusión sobre si los procesos estocásticos que generaron tales series son o no un R.B.

Para Z1t simulado								Para Z2t simulado							
Resultados R Box-Pierce				**Resultados R Ljung-Box**				**Resultados R Box-Pierce**				**Resultados R Ljung-Box**			
m	X.squared	df	p.value	m	X.squared	df	p.value	m	X.squared	df	p.value	m	X.squared	df	p.value
6	6.165202	6	0.4049410	6	6.255296	6	0.3952078	6	345.6728	6	0	6	350.3535	6	0
12	17.263698	12	0.1399442	12	17.800409	12	0.1218866	12	349.1691	12	0	12	353.9868	12	0
18	23.362263	18	0.1770503	18	24.275945	18	0.1461936	18	349.5632	18	0	18	354.4053	18	0
24	26.329116	24	0.3366795	24	27.491692	24	0.2820610	24	353.0338	24	0	24	358.1782	24	0
30	27.778026	30	0.5821984	30	29.095881	30	0.5125640	30	357.7044	30	0	30	363.3318	30	0
36	32.575613	36	0.6322495	36	34.549619	36	0.5375824	36	385.3136	36	0	36	394.7183	36	0
42	34.147148	42	0.8003594	42	36.366285	42	0.7159600	42	403.0551	42	0	42	415.1939	42	0
48	38.135872	48	0.8451941	48	41.076506	48	0.7501050	48	405.4604	48	0	48	418.0690	48	0

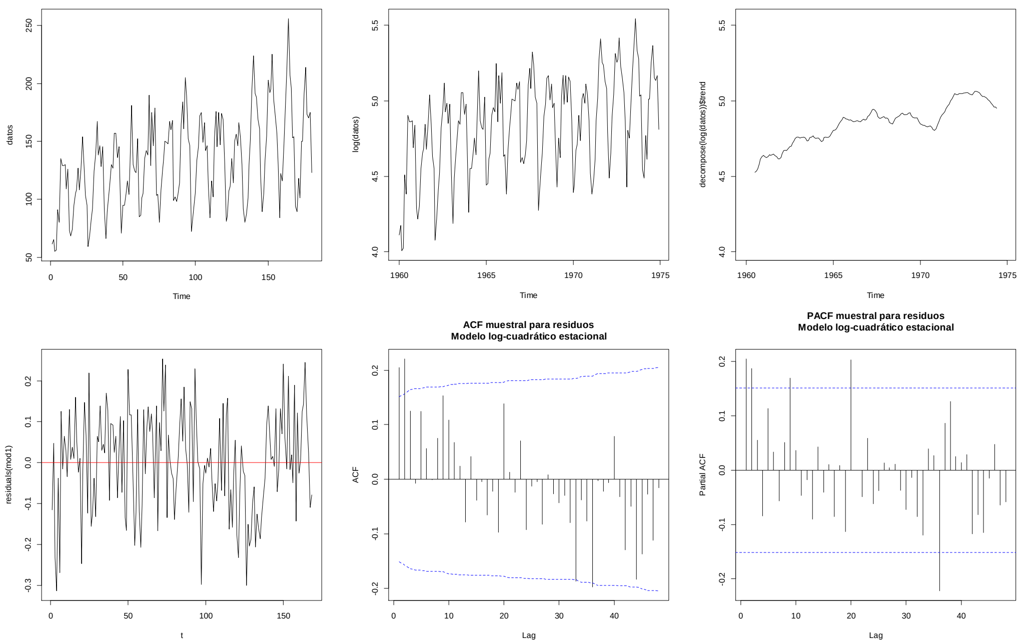
Para Z3t simulado		Para Z4t simulado	
Resultados R Box-Pierce	Resultados R Ljung-Box	Resultados R Box-Pierce	Resultados R Ljung-Box
m X.squared df p.value	m X.squared df p.value	m X.squared df p.value	m X.squared df p.value
6 68.80280 6 7.195355e-13	6 69.50877 6 5.155876e-13	6 434.3752 6 0	6 308.5678 6 0
12 74.55774 12 4.453726e-11	12 75.48012 12 2.981004e-11	12 445.8332 12 0	12 380.9776 12 0
18 80.57524 18 6.795241e-10	18 81.89906 18 3.978688e-10	18 452.9197 18 0	18 395.6649 18 0
24 87.78168 24 3.346770e-09	24 89.69329 24 1.620220e-09	24 457.4482 24 0	24 418.6545 24 0
30 101.63981 30 1.021046e-09	30 105.06195 30 2.899221e-10	30 493.5778 30 0	30 447.2584 30 0
36 115.53029 36 2.866799e-10	36 120.78585 36 4.337797e-11	36 515.1640 36 0	36 469.0158 36 0
42 122.97087 42 7.123783e-10	42 129.46302 42 7.587264e-11	42 525.4653 42 0	42 505.3187 42 0
48 128.80232 48 2.567239e-09	48 136.43347 48 2.064753e-10	48 532.2849 48 0	48 524.5021 48 0

Para Z5t simulado		Para Z6t simulado	
Resultados R Box-Pierce	Resultados R Ljung-Box	Resultados R Box-Pierce	Resultados R Ljung-Box
m X.squared df p.value	m X.squared df p.value	m X.squared df p.value	m X.squared df p.value
6 140.5990 6 0	6 142.6719 6 0	6 142.1418 6 0	6 144.3647 6 0
12 144.0968 12 0	12 146.3055 12 0	12 152.0042 12 0	12 154.5781 12 0
18 150.3463 18 0	18 152.9239 18 0	18 160.9862 18 0	18 164.1449 18 0
24 155.0201 24 0	24 157.9905 24 0	24 202.9033 24 0	24 209.5679 24 0
30 173.4705 30 0	30 178.5226 30 0	30 230.2788 30 0	30 239.8382 30 0
36 188.3448 36 0	36 195.3608 36 0	36 251.1757 36 0	36 263.4733 36 0
42 201.5612 42 0	42 210.6591 42 0	42 254.9873 42 0	42 267.8911 42 0
48 208.8788 48 0	48 219.3381 48 0	48 276.3334 48 0	48 293.2592 48 0

Para Z7t simulado		Para Z8t simulado	
Resultados R Box-Pierce	Resultados R Ljung-Box	Resultados R Box-Pierce	Resultados R Ljung-Box
m X.squared df p.value	m X.squared df p.value	m X.squared df p.value	m X.squared df p.value
6 12.60118 6 0.04982506	6 12.77929 6 0.04667792	6 474.5947 6 0	6 482.9917 6 0
12 14.04887 12 0.29759841	12 14.28615 12 0.28281003	12 767.8678 12 0	12 787.3035 12 0
18 23.14217 18 0.18518577	18 23.92734 18 0.15742274	18 839.0529 18 0	18 862.7594 18 0
24 24.66361 24 0.42422041	24 25.57592 24 0.37502732	24 854.5433 24 0	24 879.4511 24 0
30 26.13549 30 0.66819800	30 27.20391 30 0.61254455	30 858.3937 30 0	30 883.7408 30 0
36 31.58501 36 0.67858568	36 33.41143 36 0.59233397	36 878.0733 36 0	36 906.0969 36 0
42 33.85755 42 0.81037533	42 36.04206 42 0.72904008	42 914.6437 42 0	42 948.5274 42 0
48 39.65672 48 0.79882268	48 42.90914 48 0.68098422	48 987.8849 48 0	48 1035.5833 48 0

20. Escriba la ecuación teórica para un proceso autorregresivo de orden 1 e interprétela. Explique cuándo tal proceso es estacionario en covarianza según el valor del coeficiente autorregresivo ϕ_1.¿Qué patrón se espera observar en la ACF de un AR(1) si $0 < \phi_1 < 1$ y si $-1 < \phi_1 < 0$? ¿y en su PACF?
21. ¿Qué dice el Teorema de representación de Wold y cómo se usa para probar estacionariedad en covarianza de un proceso? Ejemplifique su uso con un proceso AR(1).
22. Para los siguientes procesos estacionarios escriba su ecuación teórica asumiendo que la media es cero, especifique también las ecuaciones de los polinomios autorregresivos y de medias móviles que definen tales procesos, en términos del operador de rezagos B^j.
    a. MA(2)
    b. ARMA(2,1)
    c. AR(3)
    d. ARMA(3,5)
    e. MA(4)
23. Para los procesos listados en 22) describa cuál es el patrón esperado de "Cola amortiguada" o de "corte" esperado en ACF y PACF.
24. Para los procesos listados en 22) indique cómo se identificaría los órdenes p, q usando la ACF y PACF muestrales.
25. Para los procesos listados en 22) indique cómo a partir de los polinomios autorregresivo y de medias móviles se chequearía,
    a. Estacionariedad en covarianza
    b. Invertibilidad
26. Sean los procesos $Z_t = 0.5Z_{t-1} - 0.8Z_{t-2} + a_t$ con $a_t \sim R.B\ N(0,\sigma_a^2)$; $E_t = -0.9E_{t-2} + a_t + 0.4a_{t-1} - 0.7a_{t-2}$ con $a_t \sim R.B\ N(0,\sigma_a^2)$ y $W_t = a_t + 1.2a_{t-1}$ con $a_t \sim R.B\ N(0,\sigma_a^2)$. Para cada uno determine qué tipo de proceso ARMA(p,q) corresponde a esta ecuación, cuál es el polinomio autorregresivo asociado, $\Phi_p(B)$, cuál es el polinomio de medias móviles asociado, $\Theta_q(B)$. Determine si el proceso es
    a. Estacionario en covarianza ¿por qué?
    b. Invertible ¿por qué?
27. Explique qué mide la función de autocorrelación extendida o EACF y cómo es usada para identificar los órdenes p, q de un ARM(p,q) estacionario. Ejemplifique gráficamente cómo identificaría un ARMA(3,5).
28. Para las series presentadas en el numeral 18, en los casos donde se rechaza ruido blanco pero identifica estacionariedad, determine qué tipo de patrón "Cola" o "Corte" se observa en ambas funciones y el posible modelo ARMA estacionario tanto el nombre como la ecuación del proceso identificado y la condición necesaria y suficiente que deben cumplir los polinomios de tal modelo, para estacionariedad e invertibilidad, según el caso.
29. Considere la serie mensual de muertes en accidente de tránsito en Ontario, enero 1960 a diciembre 1974 (Fuente: Ledolter (1983)) que se ilustra a continuación junto con su logaritmo natural y la componente de tendencia de ésta

última, obtenida por descomposición clásica. Para el logaritmo natural de la serie, $\log(Y_t)$, se ajustó un modelo de regresión lineal (MODELO 1) de tendencia cuadrática y estacionalidad con funciones trigonométricas en las frecuencias $F_j=j/12$, j=1,2,…,6, usando los primeros n=168 datos (de enero 1960 a diciembre 1973). A continuación se presentan los resultados de las estimaciones del modelo, las gráficas de los residuos vs. Tiempo, ACF y PACF muestrales de tales residuales, test Ljung-Box y test Durbin Watson de orden 1.




```
*Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  4.540e+00  3.011e-02 150.772  < 2e-16 ***
t            4.789e-03  8.222e-04   5.825 3.22e-08 ***
I(t^2)      -1.200e-05  4.712e-06  -2.548 0.011826 *
sen1        -3.160e-01  1.404e-02 -22.512  < 2e-16 ***
cos1        -7.059e-02  1.402e-02  -5.036 1.32e-06 ***
sen2        -5.587e-02  1.402e-02  -3.985 0.000104 ***
cos2         5.810e-02  1.402e-02   4.145 5.60e-05 ***
sen3        -2.431e-02  1.402e-02  -1.734 0.084887 .
cos3         4.632e-02  1.402e-02   3.305 0.001183 **
sen4        -1.081e-02  1.402e-02  -0.772 0.441535
cos4         2.229e-02  1.402e-02   1.590 0.113914
sen5         2.766e-02  1.402e-02   1.974 0.050222 .
cos5         3.783e-02  1.402e-02   2.699 0.007740 **
cos6         1.599e-02  9.911e-03   1.613 0.108822
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1
‘ ’ 1

Residual standard error: 0.1285 on 154 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.8429,   Adjusted R-squared: 0.8297
F-statistic: 63.57 on 13 and 154 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

```
Resultados Ljung-Box

m  X.squared df     p.value
6   21.66359  6 0.001393073
12  29.98813 12 0.002803943
18  32.65849 18 0.018350118
24  41.02450 24 0.016554159
30  43.00925 30 0.058485565
36  62.01721 36 0.004501973
42  67.55832 42 0.007445209
48  83.41824 48 0.001158302
```

*** senj** $= sin\left(\frac{\pi j t}{6}\right)$**,** $j = 1,2,\ldots,5$ **y cosj** $= cos\left(\frac{\pi j t}{6}\right)$**,** $j = 1,2,\ldots,6$ **y los coeficientes asociados son** α_j **y** γ_j **respectivamente**

a. Escriba la ecuación teórica del MODELO 1, incluyendo supuestos sobre el error estructural e interprete las estimaciones de los pares de parámetros (α_j, γ_j).
b. Analice la gráfica de residuales vs. Tiempo y determine si existe algún patrón que contradiga el supuesto de que los errores estructurales del MODELO 1 provienen de un proceso R.B.
c. Realice los tests ACF, PACF y Ljung-Box. Para cada uno indique claramente sobre cuál variable del modelo aplican (defina las funciones ACF, PACF sobre la variable que corresponda). En cada caso, escriba las hipótesis nula y alternativa, el estadístico de la prueba, el criterio de decisión y las conclusiones pertinentes.
d. Para el modelo log-cuadrático estacional considerado en el MODELO 1 realice el test Durbin-Watson de orden 1 (D-W 1), establezca claramente cuál es el modelo para $\log(Y_t)$ y el término de error estructural en este test ¿Qué proceso estacionario asume para este último? Plantee las hipótesis nula y alternativa

apropiada con base en los resultados que se muestran a continuación, dé el valor del estadístico de la prueba, el criterio de decisión y concluya (recuerde que debe escoger H1 según el valor observado del estadístico de la prueba d_1). De acuerdo al resultado podemos decir que (justifique sus respuestas)

i. El error estructural del MODELO 1 es un R.B,
ii. El error estructural del MODELO 1 no es u R.B pues se detecta al menos autocorrelación positiva de orden 1
iii. El error estructural del MODELO 1 no es un R.B pues se detecta al menos autocorrelación negativa de orden 1
iv. El error estructural del MODELO 1 es un proceso AR(1) estacionario de media cero.

Lag	$\hat{\rho}(1)$	Estadístico D-W	VP $\rho(1)$>0	VP $\rho(1)$<0
1	0.2050815	1.58205	0.003	0.996

30. Vea a continuación la EACF muestral construida con los residuos del MODELO 1.

```
AR/MA
   0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
0  x x o o o o o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
1  x o o o o o o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
2  x x o o o o o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
3  x o x o o o o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  x  o  o  o  o  o
4  x o x o o o o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
5  x x x o o o o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
6  x o x o o o o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
7  x o x o o x o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
8  x x x o o o o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
9  x x o x o o o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
10 x x o x o o o x x o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
11 x x o x x o o o x o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
12 x x x x o o o o o x o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
13 x x o x o o o o o x o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
14 x x o x o o o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
15 x x o x o o o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
16 o x x o o o o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
17 o x x o o o o o o o x  x  o  o  x  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
18 o x x o o o o o o x x  x  o  o  x  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
19 x x x x x x x o o o x  x  o  o  x  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
20 o o x x o o o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
21 o o o x o o o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
22 x o o x o o o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
23 x x x x x o o o o o o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o  o
24 x x o o o o o o o o o  o  o  o  o  o  o  x  o  o  o  o  o  o  o
```

Teniendo en cuenta esta EACF determine los dos modelos ARMA(p,q) más parsimoniosos que posiblemente sigan los errores estructurales del MODELO 1. ¿Será plausible entre tales modelos considerar un MA(2)? ¿por qué?

31. A continuación se presentan los resultados R de la función auto.arima( ) aplicada sobre el vector de residuos del ajuste del MODELO 1 sin convertirlos en serie de tiempo (es decir, sobre residuals(mod1)) y sobre el objeto serie de tiempo serieEt que guardó los residuales como un objeto ts() (es decir, SerieEt=ts(residuals(mod1),freq=12,start=c(1960,1)), en cada caso usando tanto AIC como BIC para la identificación del modelo:

```
> auto.arima(residuals(mod1),ic="aic")
Series: residuals(mod1)
ARIMA(4,0,1) with zero mean
Coefficients:
          ar1     ar2     ar3      ar4     ma1
      -0.2463  0.2611  0.1421  -0.0809  0.4128
s.e.   0.3998  0.0978  0.1026   0.0888  0.3958
sigma^2 estimated as 0.01375:  log likelihood=121.6
AIC=-231.19   AICc=-230.67   BIC=-212.45
```

```
> auto.arima(residuals(mod1),ic="bic")
Series: residuals(mod1)
ARIMA(2,0,0) with zero mean
Coefficients:
         ar1     ar2
      0.1667  0.1876
s.e.  0.0757  0.0758
sigma^2 estimated as 0.01397:  log likelihood=120.31
AIC=-234.62   AICc=-234.48   BIC=-225.25
```

```
> auto.arima(SerieEt,ic="aic")
Series: SerieEt
ARIMA(2,0,0)(2,0,0)[12] with zero mean
Coefficients:
         ar1     ar2     sar1     sar2
      0.1776  0.1857  -0.0044  -0.1326
s.e.  0.0761  0.0769   0.0831   0.0838
sigma^2 estimated as 0.01373:  log likelihood=121.55
AIC=-233.1   AICc=-232.73   BIC=-217.48
```

```
> auto.arima(SerieEt,ic="bic")
Series: SerieEt
ARIMA(2,0,0)(2,0,0)[12] with zero mean
Coefficients:
         ar1     ar2     sar1     sar2
      0.1776  0.1857  -0.0044  -0.1326
s.e.  0.0761  0.0769   0.0831   0.0838
sigma^2 estimated as 0.01373:  log likelihood=121.55
AIC=-233.1   AICc=-232.73   BIC=-217.48
```

Con cada resultado responda a lo siguiente

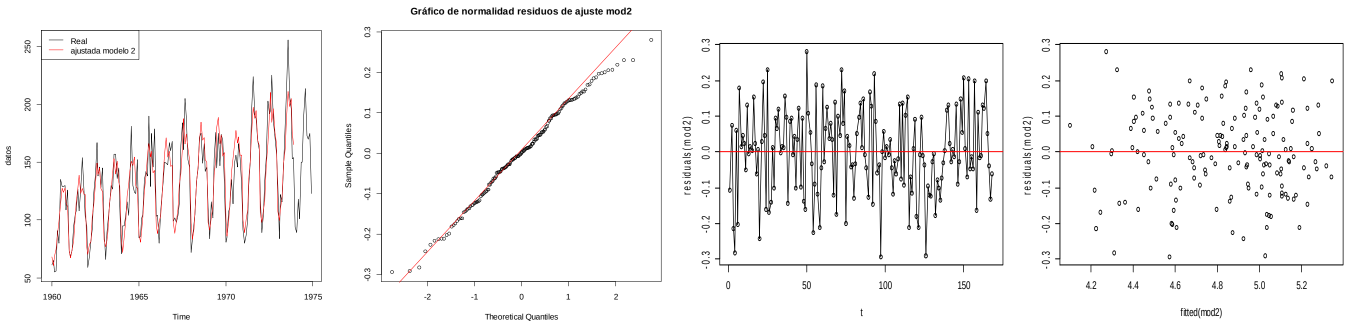
a. Escriba la ecuación teórica del modelo ARMA identificado para el error estructural
b. Escriba los polinomios AR y MA estimados con base en las estimaciones de los parámetros reportados por la función auto.arima( ) y con base en estos determine
    i. Si el proceso identificado es estacionario
    ii. Si el proceso identificado es invertible

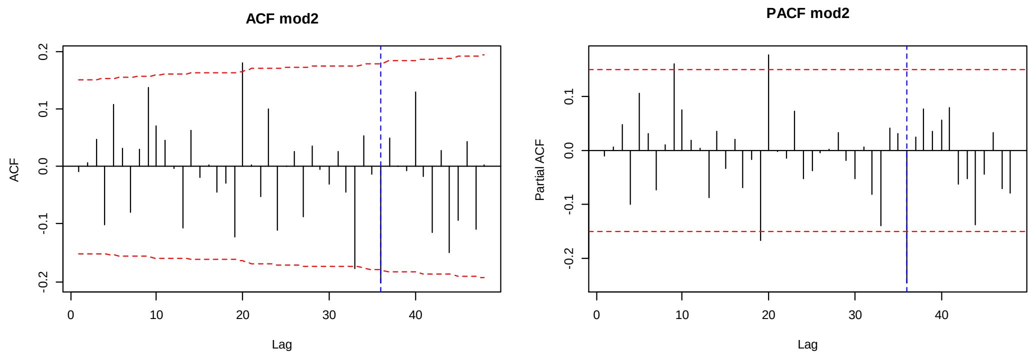
32. Para los primeros n=168 datos también fueron ajustados los siguientes cuatro modelos:
MODELO 2: Log-cuadrático estacional con trigonométricas en las frecuencias $F_j=j/12$, j=1,2,…,6, y error estructural AR(2).
MODELO 3: Log-cuadrático estacional con trigonométricas en las frecuencias $F_j=j/12$, j=1,2,…,6, y error estructural ARMA(4,1).
MODELO 4: Log-cuadrático estacional con trigonométricas en las frecuencias $F_j=j/12$, j=1,2,…,6, y error estructural ARMA(2,0)xARMA(2,0)$_{[12]}$.
MODELO 5: Log-cuadrático estacional con trigonométricas en las frecuencias $F_j=j/12$, j=1,2,…,6, y error estructural ARMA(2,0)xARMA(3,0)$_{[12]}$.
Los resultados R de los ajustes para estos modelos se muestran a continuación.

MODELO 2	
***PARÁMETROS ESTIMADOS**	**CRITERIOS DE INFORMACIÓN Y TEST SHAPIRO (ESCALA LOG)**

<pre>   Estimación   s.e   z0   vp
ar1   1.668386e-01 0.0706581374   2.3612084 1.821549e-02
ar2   1.880060e-01 0.0354900370   5.2974314 1.174430e-07
intercept 4.536501e+00 0.0393782378 115.2032484 0.000000e+00
t   4.916640e-03 0.0009008061   5.4580444 4.814074e-08
t2   -1.279017e-05   NaN   NaN   NaN
sen1   -3.163018e-01 0.0161254727 -19.6150431 1.150395e-85
cos1   -7.125819e-02 0.0146112224 -4.8769493 1.077391e-06
sen2   -5.608270e-02 0.0121715019 -4.6077056 4.071365e-06
cos2   5.799644e-02 0.0117041360   4.9552094 7.225244e-07
sen3   -2.439160e-02 0.0107105350 -2.2773464 2.276555e-02
cos3   4.645512e-02 0.0105398666   4.4075622 1.045406e-05
sen4   -1.079573e-02 0.0109228767 -0.9883598 3.229765e-01
cos4   2.253726e-02 0.0108286792   2.0812570 3.741039e-02
sen5   2.772437e-02 0.0122302484   2.2668693 2.339821e-02
cos5   3.815946e-02 0.0121242373   3.1473696 1.647465e-03
cos6   1.617003e-02 0.0092688393   1.7445585 8.106174e-02</pre>
	<pre>AIC=-206.6461
	BIC=-153.5387
	MSE= 0.01397
	
	       Shapiro-Wilk normality test
	data: residuals(mod2)
	W = 0.9918, p-value = 0.4547</pre>

***t2 $= t^2$, ar1 $= \phi_1$, ar2 $= \phi_2$. senj $= sin\left(\frac{\pi j t}{6}\right)$, $j = 1, 2, \dots, 5$ y cosj $= cos\left(\frac{\pi j t}{6}\right)$, $j = 1, 2, \dots, 6$, y los coeficientes asociados a estas funciones trigonométricas son α_j y γ_j respectivamente.**

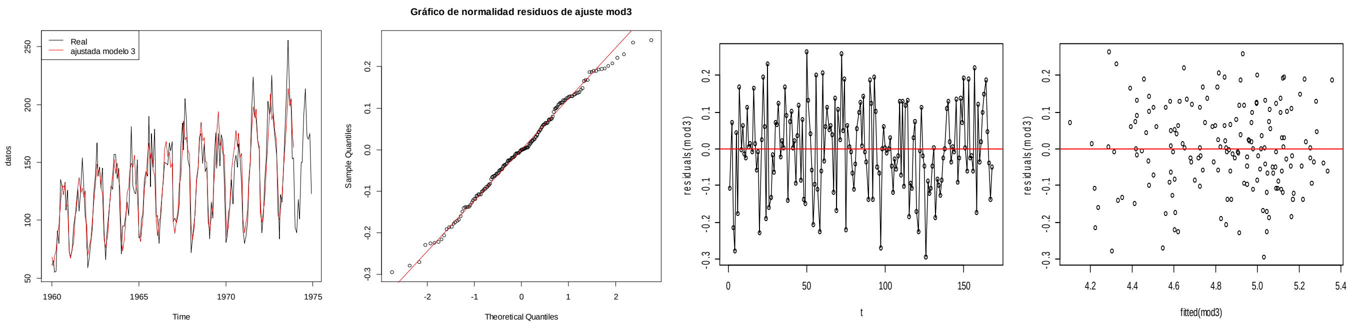


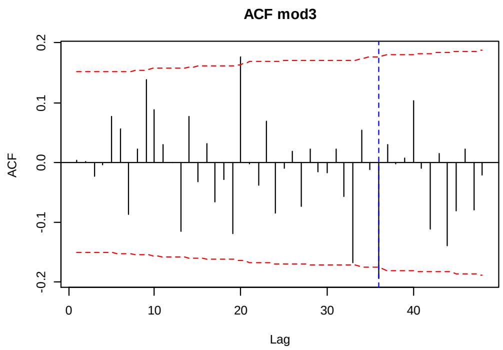


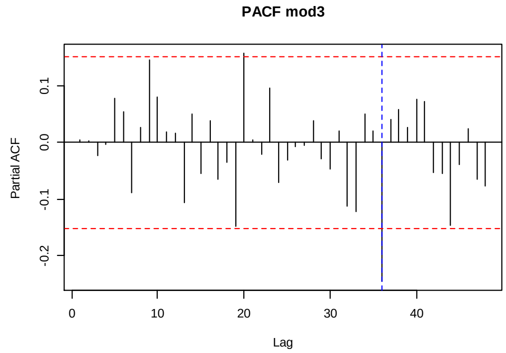
OJO: en ACF y PACF se resalta con línea de referencia azul corte de límite inferior ocurriendo en k=36 (un múltiplo de s=12)

MODELO 3					
***PARÁMETROS ESTIMADOS**					**CRITERIOS DE INFORMACIÓN Y TEST SHAPIRO (ESCALA LOG)**
	Estimación	s.e	z0	vp	AIC=-203.2166
ar1	-2.465246e-01	0.397595129	-0.6200394	5.352319e-01	BIC=-140.7373
ar2	2.615802e-01	0.084334150	3.1017119	1.924051e-03	MSE=0.01375
ar3	1.423953e-01	0.087039848	1.6359778	1.018442e-01	
ar4	-8.114295e-02	0.084134012	-0.9644488	3.348210e-01	Shapiro-Wilk normality test
ma1	4.131148e-01	0.394934206	1.0460344	2.955451e-01	data: residuals(mod3)
intercept	4.539093e+00	0.040517890	112.0268828	0.000000e+00	W = 0.9924, p-value = 0.5271
t	4.856076e-03	0.001040876	4.6653724	3.080586e-06	
t2	-1.249737e-05	NaN	NaN	NaN	
sen1	-3.165594e-01	0.016665494	-18.9949002	1.879444e-80	
cos1	-7.102065e-02	0.015602715	-4.5518135	5.318546e-06	
sen2	-5.632354e-02	0.011873371	-4.7436857	2.098644e-06	
cos2	5.828682e-02	0.011460256	5.0859959	3.657019e-07	
sen3	-2.450862e-02	0.009888023	-2.4786168	1.318929e-02	
cos3	4.687138e-02	0.009806894	4.7794314	1.757916e-06	
sen4	-1.086589e-02	0.011447356	-0.9492056	3.425161e-01	
cos4	2.313328e-02	0.011464744	2.0177759	4.361460e-02	
sen5	2.732520e-02	0.013637849	2.0036298	4.510973e-02	
cos5	3.826776e-02	0.013643538	2.8048270	5.034360e-03	
cos6	1.595028e-02	0.007426512	2.1477480	3.173378e-02	

***t2**=t^2, **ar1**=ϕ_1, **ar2**=ϕ_2, **ar3**=ϕ_3, **ar4**=ϕ_4, **ma1**=θ_1. **senj** $= sin\left(\frac{\pi j t}{6}\right)$, $j = 1, 2, \ldots, 5$ **y cosj** $= cos\left(\frac{\pi j t}{6}\right)$, $j = 1, 2, \ldots, 6$ **luego, los coeficientes asociados son** α_j **y** γ_j **respectivamente.**







OJO: en ACF y PACF se resalta con línea de referencia azul corte de límite inferior ocurriendo en k=36 (un múltiplo de s=12)

MODELO 4

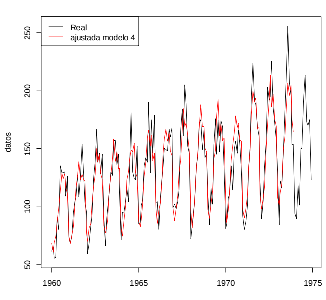
***PARÁMETROS ESTIMADOS**

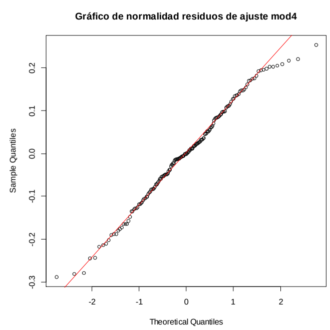
	Estimación	s.e	z0	vp
ar1	1.777262e-01	0.075298707	2.36028182	1.826106e-02
ar2	1.862526e-01	0.075157447	2.47816559	1.320598e-02
sar1	-7.103522e-03	0.078545627	-0.09043816	9.279390e-01
sar2	-1.389724e-01	0.040786961	-3.40727589	6.561477e-04
intercept	4.538529e+00	0.039866881	113.84207732	0.000000e+00
t	4.948089e-03	0.001065718	4.64296374	3.434467e-06
t2	-1.334629e-05	NaN	NaN	NaN
sen1	-3.152984e-01	0.014379088	-21.92756519	1.418156e-106
cos1	-7.050685e-02	0.014133741	-4.98854808	6.083477e-07
sen2	-5.655506e-02	0.010817885	-5.22792238	1.714254e-07
cos2	5.809502e-02	0.010761764	5.39828061	6.728258e-08
sen3	-2.526568e-02	0.009472042	-2.66739536	7.644169e-03
cos3	4.697014e-02	0.009465984	4.96199247	6.977370e-07
sen4	-1.194067e-02	0.009609750	-1.24255766	2.140309e-01
cos4	2.262279e-02	0.009610881	2.35387237	1.857899e-02
sen5	2.794926e-02	0.010687804	2.61506110	8.921149e-03
cos5	3.791977e-02	0.010678548	3.55102328	3.837365e-04
cos6	1.684918e-02	0.008078614	2.08565230	3.701013e-02

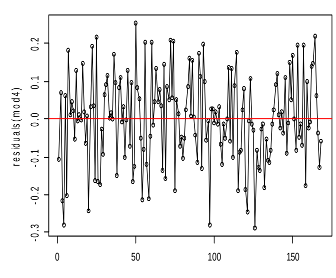
CRITERIOS DE INFORMACIÓN Y TEST SHAPIRO (ESCALA LOG)

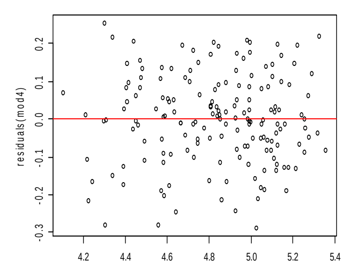
```
AIC=-205.2623
BIC=-145.907
MSE=0.01371

        Shapiro-Wilk normality test
data:  residuals(mod4)
W = 0.9895, p-value = 0.2486
```

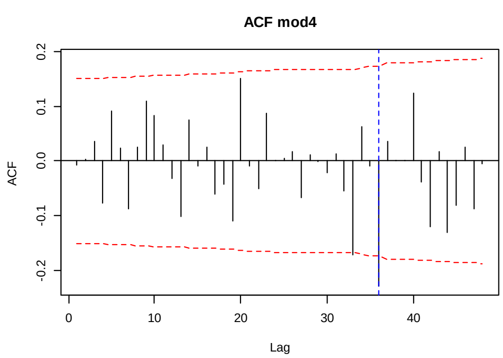
***t2=t², ar1=ϕ_1, ar2=ϕ_2, sar1=Φ_1, sar2=Φ_2, senj $= sin\left(\frac{\pi j t}{6}\right)$, $j = 1, 2, \dots, 5$ y cosj $= cos\left(\frac{\pi j t}{6}\right)$, $j = 1, 2, \dots, 6$, y los coeficientes asociados a estas funciones trigonométricas son α_j y γ_j respectivamente.**

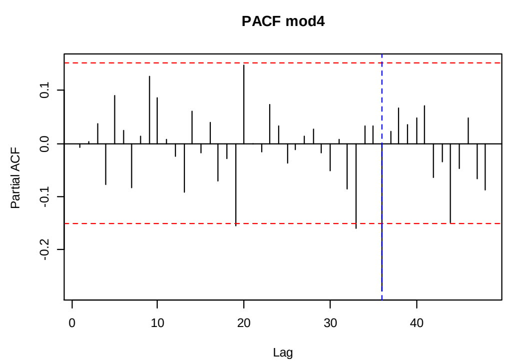












OJO: en ACF y PACF se resalta con línea de referencia azul corte de límite inferior ocurriendo en k=36 (un múltiplo de s=12)

MODELO 5

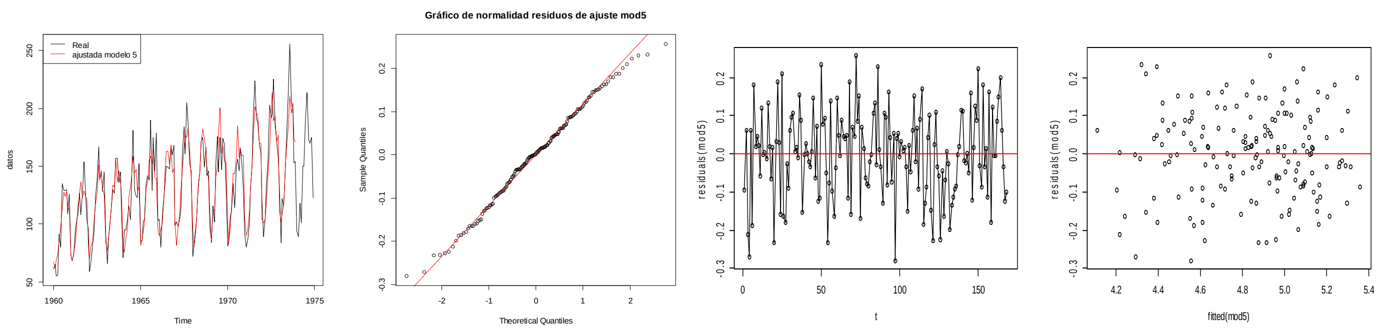
***PARÁMETROS ESTIMADOS**

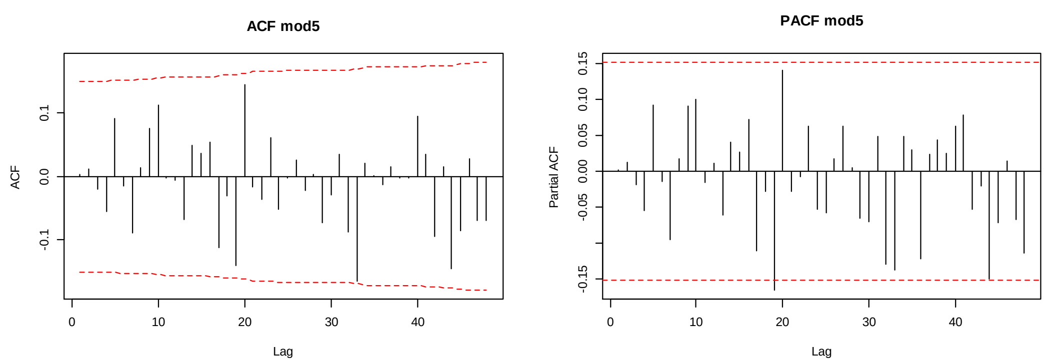
	Estimación	s.e	z0	vp
ar1	1.723282e-01	0.0754525462	2.2839277	2.237578e-02
ar2	2.024223e-01	0.0755635160	2.6788358	7.387861e-03
sar1	-6.866539e-02	0.0796310078	-0.8622946	3.885254e-01
sar2	-1.494412e-01	0.0722445040	-2.0685481	3.858851e-02
sar3	-2.886111e-01	0.0717091640	-4.0247457	5.703692e-05
intercept	4.537264e+00	0.0345646688	131.2688463	0.000000e+00
t	5.156955e-03	0.0008204951	6.2851738	3.274871e-10
t2	-1.524008e-05	NaN	NaN	NaN
sen1	-3.102246e-01	0.0110234118	-28.1423369	2.974029e-174
cos1	-6.969973e-02	0.0108177455	-6.4430919	1.170637e-10
sen2	-5.891036e-02	0.0081699858	-7.2105834	5.571268e-13
cos2	5.700750e-02	0.0081358409	7.0069587	2.435541e-12
sen3	-2.706932e-02	0.0071524333	-3.7846306	1.539370e-04
cos3	4.657049e-02	0.0071496878	6.5136395	7.335140e-11
sen4	-1.456143e-02	0.0073208519	-1.9890351	4.669732e-02
cos4	2.285208e-02	0.0073037420	3.1288183	1.755108e-03
sen5	2.785292e-02	0.0082457135	3.3778666	7.305052e-04
cos5	3.803620e-02	0.0082352429	4.6187105	3.861322e-06
cos6	1.784663e-02	0.0063071858	2.8295717	4.661035e-03

CRITERIOS DE INFORMACIÓN Y TEST SHAPIRO (ESCALA LOG)

```
AIC=-213.8479
BIC=-151.3686
MSE=0.01264

        Shapiro-Wilk normality test
data:  residuals(mod5)
W = 0.993, p-value = 0.5916
```

***t2=t², ar1=ϕ_1, ar2=ϕ_2, sar1=Φ_1, sar2=Φ_2, sar3=Φ_3, senj $= sin\left(\frac{\pi j t}{6}\right)$, $j = 1,2,\dots,5$ y cosj $= cos\left(\frac{\pi j t}{6}\right)$, $j = 1,2,\dots,6$, y los coeficientes asociados a estas funciones trigonométricas son α_j y γ_j respectivamente.**





a. Para cada modelo escriba la ecuación teórica con sus supuestos.
b. Con base en los resultados R, escriba para cada modelo la ecuación ajustada y la ecuación de los pronósticos con origen en t=n=168, para L períodos después, en la escala original.
c. Escriba la nueva estimación de los polinomios AR y MA de cada modelo y determine si el proceso ARMA finalmente ajustado en el error estructural es estacionario e invertible.
d. Examine y compare los gráficos de los residuales de ajuste de los modelos 2 a 5. Para cada uno de estos modelos pruebe la validez de supuestos, indicando claramente sobre cuál variable del modelo aplican (defina las funciones ACF, PACF sobre la variable que corresponda). En cada caso, escriba las hipótesis nula y alternativa, el estadístico de la prueba, el criterio de decisión y las conclusiones pertinentes. Realice test de normalidad sólo si es apropiado llevarlo a cabo según la validez del supuesto de incorrelación. ¿Son los MODELOS 2, 3, 4 y 5 válidos? Justifique.
e. Considere los criterios de información y las gráficas de los ajustes. Determine cuál modelo ajusta mejor.
f. Considere los intervalos de pronóstico del 95% que se muestran a continuación para los períodos comprendidos entre enero a diciembre de 1974, con cada uno de los modelos 1 a 5. ¿Cuál modelo

pronostica mejor según los I.P? justifique (calcule amplitud media y cobertura de estos I.P en cada modelo).

Pronósticos puntuales e I.P del 95% de confianza

	Modelo 1 lwr	Modelo 1 upr	Modelo 2 Lo 95	Modelo 2 Hi 95	Modelo 3 Lo 95	Modelo 3 Hi 95
Jan 1974	83.78466	143.4520	83.57022	132.8168	83.48017	132.1948
Feb 1974	75.44019	129.2378	76.03669	121.6202	75.44423	120.2288
Mar 1974	84.05451	144.0792	85.20586	137.7284	85.81698	138.2572
Apr 1974	92.53265	158.7075	94.17541	152.3813	94.25437	152.4319
May 1974	113.64564	195.0411	115.96728	187.7542	116.25154	188.0494
Jun 1974	125.34951	215.2662	128.08842	207.3996	128.45310	207.9523
Jul 1974	141.89696	243.8454	145.12141	234.9885	145.25658	235.1814
Aug 1974	155.38290	267.2032	158.99548	257.4564	159.19791	257.7555
Sep 1974	142.76964	245.6857	146.11506	236.6002	146.41753	237.0637
Oct 1974	148.24991	255.3011	151.76934	245.7562	151.81430	245.8045
Nov 1974	132.10072	227.6597	135.11265	218.7845	135.39892	219.2276
Dec 1974	128.93840	222.3794	132.04204	213.8123	132.37004	214.3240

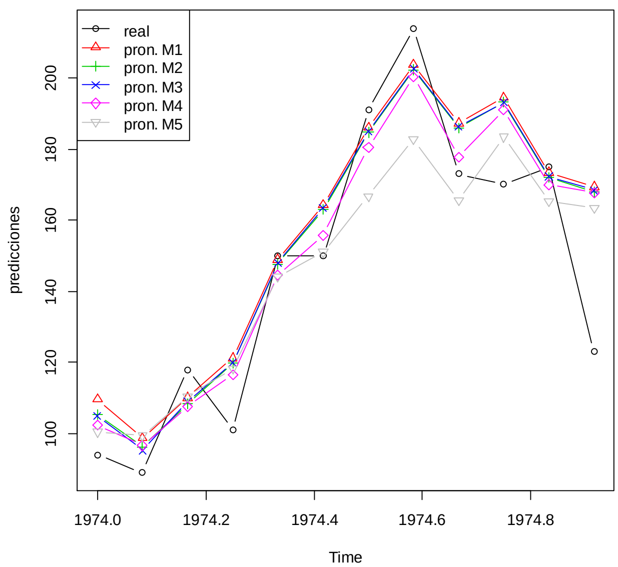
	Modelo 4 Lo 95	Modelo 4 Hi 95	Modelo 5 Lo 95	Modelo 5 Hi 95
Jan 1974	81.34273	128.7297	80.55062	125.1510
Feb 1974	76.46978	121.8917	79.48628	124.3020
Mar 1974	84.77323	136.5676	87.77183	138.8535
Apr 1974	91.81016	148.0724	94.00793	148.8953
May 1974	113.77822	183.6178	114.51380	181.5110
Jun 1974	122.61917	197.9082	119.92441	190.1131
Jul 1974	141.99695	229.1940	132.31289	209.7643
Aug 1974	157.69971	254.5420	145.06497	229.9841
Sep 1974	139.95157	225.8956	131.51128	208.4973
Oct 1974	150.45689	242.8524	145.69000	230.9764
Nov 1974	133.77359	215.9239	131.23272	208.0560
Dec 1974	131.94457	212.9717	129.82832	205.8295

Medidas de precisión de los pronósticos puntuales

MODELO	RMSE	MAE	MAPE
Modelo 1	18.48453	14.23885	11.101583
Modelo 2	17.59943	13.71480	10.452540
Modelo 3	17.65166	13.58690	10.325682
Modelo 4	16.65193	12.74917	9.616881
Modelo 5	18.45799	14.61442	10.393663

Valores reales para los últimos 12 datos en la serie

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1974	94	89	118	101	150	150	191	214	173	170	175	123



g. Considere las medidas de precisión de los pronósticos puntuales junto con la gráfica comparativa de estos pronósticos ¿cuál modelo pronostica mejor de manera puntual?

h. Considerando tanto los resultados de validez de supuestos, calidad de ajuste y de pronóstico ¿cuál modelo se recomienda?

33. Para el MODELO 2, calcule el pronóstico puntual para L=2 Para ello realice lo siguiente

a. Calcule el pronóstico para $\widehat{\log Y_{168}}(2)$.

b. Lleve a la escala original usando factor de corrección de sesgo por transformación log, es decir, calcule $\hat{Y}_{168}(2) = \exp(\widehat{\log Y_{168}}(2)) \times \exp(MSE/2)$

Información del ajuste del MODELO 2 que puede necesitar adicional a la tabla de parámetros estimados para el pronóstico pedido:

	t=165	t=166	t=167	t=168
residuos_ajuste $\hat{a}_t$	0.05155254	-0.03904414	-0.1311608	-0.06252491
residuos_estructurales $\hat{E}_t$	0.12062754	0.02784156	-0.1038324	-0.07460846

MSE(MODELO 2)= 0.01397