PEP N°2
ALGORITMOS NUMÉRICOS

UNIVERSIDAD
DE SANTIAGO
DE CHILE

Jennifer Andrea Velozo Bruna

RUT: 20.433.980-5

Profesor: Óscar Rojas

INTRODUCCIÓN

- Generación de números aleatorios
    - Simulación
    - Testeo de programas
    - Juegos de azar
- $G = (X, X_0, T, U, g)$

PARTE 1

METODOLOGÍA

$y_i = (ay_{i-1} + c) mod\ M, \qquad i \geq 1$

$y_0: semilla$
$a: multiplicador$
$c: incremento$
$M: módulo$

- Generador Congruencial Mixto o Lineal: $c \neq 0$
- Generador Congruencial Aditivo: $a = 1$
- Generador Congruencial Multiplicativo: $c = 0$

$$\int_a^b f(x) = \frac{n°y \leq f(x)}{n°ytotal} \cdot (b - a) \cdot y_{max}$$

PARTE 1
RESULTADOS

UNIVERSIDAD
DE SANTIAGO
DE CHILE

Condiciones iniciales:

N = 10000
multiplicadorX = 13
multiplicadorY = 45

incrementoX = 17
incrementoY = 871

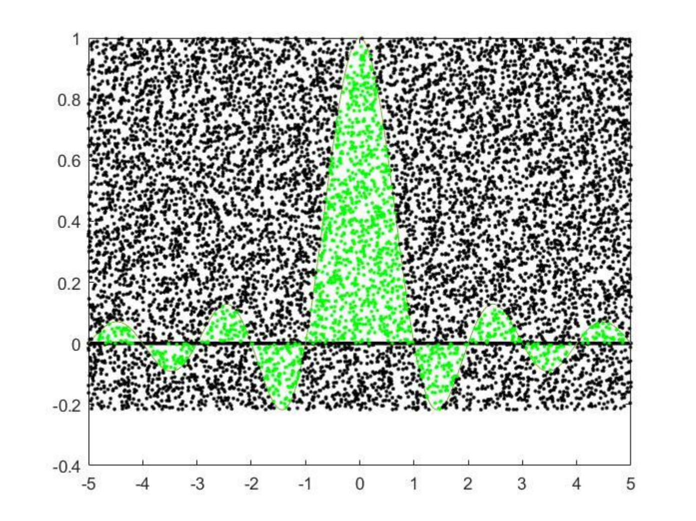
semillaX = 7
semillaY = 71

Valor de la Integral = 1.04021432838262

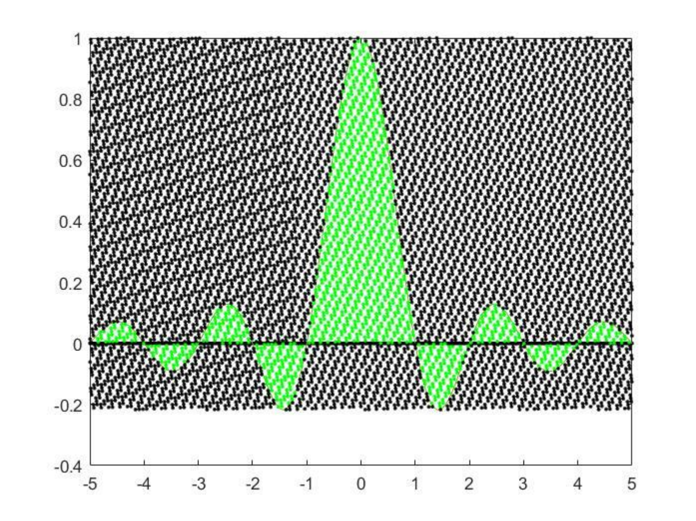
Método	Eficacia [RMSE]	Eficiencia [s]	Integral
Simpson 1/3	0.2 x 10^{-6}	0.0011	1.0402
Generador Mixto	0.4108	0.0058	1.4510
Generador Aditivo	0.4318	0.0053	1.4720
Generador Multiplicativo	0.4328	0.0049	1.4730

PARTE 1

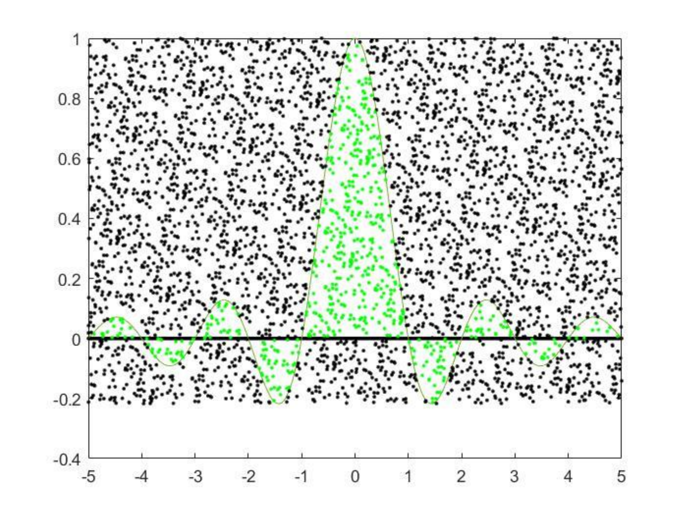
GRÁFICOS



Generador Mixto o Lineal



Generador Aditivo



Generador Multiplicativo

PARTE 2

DESARROLLO

$$\boldsymbol{Ly = x^2\frac{d^2y}{dx^2} + (2x)\frac{dy}{dx} - xy = x^2y'' + 2xy' - xy = 0}$$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot x^n$$

$$y' = \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot a_n \cdot x^{n-1}$$

$$y'' = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot (n-1) \cdot a_n \cdot x^{n-2}$$

$$x^2\left[\sum_{n=2}^{\infty} n \cdot (n-1) \cdot a_n \cdot x^{n-2}\right] + 2x\left[\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot a_n \cdot x^{n-1}\right] - x\left[\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot x^n\right] = 0$$

PARTE 2

DESARROLLO

- $\sum_{n=2}^{\infty} n \cdot (n-1) \cdot a_n \cdot x^{n} + 2\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot a_n \cdot x^{n} - \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot x^{n+1} = 0$

k = n k=2	k = n k=1	k = n+1 k=1

- $\sum_{k=2}^{\infty} k \cdot (k-1) \cdot a_k \cdot x^{k} + 2\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot a_k \cdot x^{k} - \sum_{k=1}^{\infty} a_{k-1} \cdot x^{k} = 0$
- $\sum_{k=2}^{\infty} k \cdot (k-1) \cdot a_k \cdot x^k + 2\sum_{k=2}^{\infty} k \cdot a_k \cdot x^k - \sum_{k=2}^{\infty} a_{k-1} \cdot x^k + 2a_1 \cdot x - a_0 \cdot x = 0$
- $\sum_{k=2}^{\infty} k \cdot (k-1) \cdot a_k \cdot x^k + 2\sum_{k=2}^{\infty} k \cdot a_k \cdot x^k - \sum_{k=2}^{\infty} a_{k-1} \cdot x^k + x(2a_1 - a_0) = 0$

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

PARTE 2
DESARROLLO

$$\sum_{k=2}^{\infty} x^k \cdot [k \cdot (k-1) \cdot a_k) + 2 \cdot k \cdot a_k - a_{k-1}] + x(2a_1 \ - a_0) = 0$$

$$\sum_{k=2}^{\infty} k \cdot (k-1) \cdot a_k) + 2 \cdot k \cdot a_k - a_{k-1} = 0$$

$$2 \cdot a_1 - a_0 = 0 \rightarrow a_1 = \frac{a_0}{2}$$

UNIVERSIDAD
DE SANTIAGO
DE CHILE

PARTE 2

DESARROLLO

- $\sum_{k=2}^{\infty} x^k \cdot [k \cdot (k-1) \cdot a_k) + 2 \cdot k \cdot a_k - a_{k-1}] = 0$
- $k \cdot (k-1) \cdot a_k + \ 2 \cdot k \cdot a_k - a_{k-1} = 0$
- $k \cdot (k-1) \cdot a_k + \ 2 \cdot k \cdot a_k = a_{k-1}$
- $a_k \cdot (k \cdot (k-1) + 2 \cdot k) = a_{k-1}$
- $a_k \cdot (k^2 - k + 2k) = a_{k-1}$
- $a_k \cdot (k^2 + k) = a_{k-1}$

Ecuación de recurrencia

$$\boldsymbol{a_k = \frac{a_{k-1}}{k(k+1)}}$$

PARTE 2

EJEMPLO NUMÉRICO

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

- $y = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_{k-1}}{k(k+1)} \cdot x^k$
- $a_1 = \frac{a_0}{2} = \frac{1}{2}$
- $a_2 = \frac{a_1}{2\cdot(2+1)} = \frac{1}{2\cdot 2\cdot(2+1)} = \frac{1}{12}$
- $a_3 = \frac{a_2}{3\cdot(3+1)} = \frac{1}{12\cdot 3\cdot(3+1)} = \frac{1}{144}$
- $a_4 = \frac{a_3}{4\cdot(4+1)} = \frac{1}{144\cdot 4\cdot(4+1)} = \frac{1}{2880}$
- $a_5 = \frac{a_4}{5\cdot(5+1)} = \frac{1}{2880\cdot 5\cdot(5+1)} = \frac{1}{86400}$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_{n-1}}{n(n+1)} \cdot x^n = 1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{144}x^3 + \frac{1}{2880}x^4 + \frac{1}{86400}x^5 \ldots$$

CONCLUSIÓN

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

- Objetivos cumplidos de manera satisfactoria
- Dificultades y complicaciones