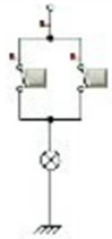
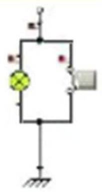
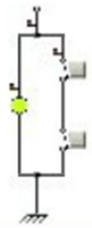
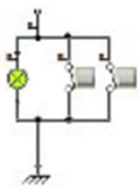
SOLUCIONES EJERCICIOS PUERTAS LOGICAS

2).

Puerta lógica	Operación booleana	Tabla de verdad	Circuito equivalente	Símbolo tradicional
AND	$A \cdot B$	A B AND 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1		
OR	$A + B$	A B OR 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1		
NOT	A	A NOT 0 1 1 0		
NAND	$\overline{A \cdot B}$	A B NAND 0 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 0		
NOR	$\overline{A + B}$	A B NOR 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0		

3).

18 en decimal = 10010 en binario, hay que ir dividiendo para 2 y coger el ultimo cociente y los restos en orden inverso

1010 en binario = 10 en decimal, hay que indicar las potencias de 2 en las posiciones de los 1s y sumar el resultado: 8+2

4). Se puede simplificar directamente sin hacer nada con el postulado 1 y 8

F=b *1 + 0 = b

5). La **primera** forma canónica c) es una forma de expresarla como sumas de productos de sus variables, negadas o no. Ej: f=abc + ab$\overline{c}$ +….

Nota: la segunda forma canónica es el producto de las sumas Ej: f= (a + b + c)*(a + b + $\overline{c}$)

6). Las puertas lógicas b) son circuitos analógicos… ya que internamente son transistores

Nota: no es la c), no son circuitos integrados, sino que están contenidas dentro de circuitos integrados. Pueden tener más de 2 entradas, aunque normalmente se intenta utilizar solamente las de 2 para unificar y economizar chips

7). Nota: hay una errata en la d) en realidad es (a+d)(b+c)=a(b+c)**+**d(b+c)

a) Es cierta.

$$a + b + (c \cdot d) + (a \cdot b) \stackrel{(1)}{=} b + (c \cdot d) + a + a \cdot b \stackrel{(2)}{=} (b + c) \cdot (b + d) + a \cdot (1 + b)$$

(1) Propiedad conmutativa de la suma.

(2) Propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma. Propiedad distributiva de la suma respecto de la multiplicación.

La expresión podría reducirse a: $a + b + c \cdot d$.

b) Es cierta.

$$b \cdot (d + 1) \stackrel{(1)}{=} (b \cdot 1) \stackrel{(2)}{=} b$$

(1) Cualquier suma que contenga el valor 1 será 1, independientemente del valor que tomen los demás sumandos.

(2) El 1 es el elemento neutro de la operación de multiplicación.

c) Es falsa.

$$a + b + c \neq a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

(1) Factor común.

(2) Para $a = 0$ y b o $c = 1$ no se cumple la igualdad.

d) Es cierta.

$$(a + d) \cdot (b + c) \stackrel{(1)}{=} a \cdot (b + c) + d \cdot (b + c)$$

(1) Propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma.

e) Es cierta, como puede comprobarse fácilmente aplicando la propiedad distributiva de la suma respecto a la multiplicación.

8) Para la primera función canónica nos fijamos en los 1s

Para cada función lógica debemos considerar solo las combinaciones de variables para las que la función toma el valor 1. Así, para la función *f*, tenemos:

	Variables			Función
	A	B	C	f
$\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$ ←	0	0	0	1
$\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C$ ←	0	0	1	1
$\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$ ←	0	1	0	1
$\overline{A} \cdot B \cdot C$ ←	0	1	1	0
$A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$ ←	1	0	0	0
$A \cdot \overline{B} \cdot C$ ←	1	0	1	1
$A \cdot B \cdot \overline{C}$ ←	1	1	0	0
$A \cdot B \cdot C$ ←	1	1	1	0

Ahora solo queda sumar los términos sombreados (a los que también se llama **minitérminos**) para obtener la primera forma canónica de la función:

$f_{FC1} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C$

Para el resto de funciones obtenemos:

- $g_{FC1} = A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C}$
- $h_{FC1} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C}$
- $j_{FC1} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C$

2. EJERCICIOS TABLAS

Se puede obtener las tablas **a partir de una función** sustituyendo las combinaciones posibles en cada caso y ver con dichas combinaciones cuánto vale la función (tedioso!!), o podemos identificar más rápidamente en qué casos es 0 o 1 (cuando hay una multiplicación por ejemplo veremos fácilmente en qué casos tenemos un cero, o cual es el único caso que nos da 1)

Si nos dan un diseño con **puertas lógicas** también podemos ver qué salida tiene poniendo en la entrada de las puertas las posibles combinaciones (tedioso!!), o podemos deducir la función equivalente y hacerlo a partir de allí

1. La función es: $f = (a + \overline{b} \bullet d) \bullet \overline{a \bullet b \bullet c}$

a	b	c	d	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

En esta función podemos pensar en qué momento $\overline{a \bullet b \bullet c}$ es 0, ya que la función f valdrá 0. Eso ocurrirá cuando a•b•c sea 1, es decir cuando a=b=c=1, esos son los dos últimos casos.

A partir de allí nos olvidamos de ese termino, ya que en el resto de los casos será 1 y está multiplicando.

Lo siguiente a mirar es la variable a, que esta sumando, por tanto siempre que a sea 1 la salida f será 1 (excepto en los dos últimos casos que ya los hemos fijado)

Para el resto nos fijamos en los valores de b y d, en concreto será f=1 cuando b=0 y d=1

El resto de los casos la función f es 0

2. A partir de un diseño de puertas lógicas podemos calcular la función y de allí actuar como siempre, en el libro explican cómo hacerlo con cada combinación de variables de entrada:

Resolveremos explícitamente el apartado **b**.

El procedimiento general de resolución consiste en:

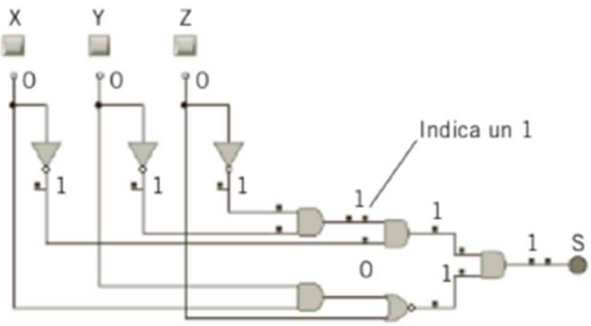
1. Disponer la tabla de verdad con las variables asignadas a las entradas y todas las posibles combinaciones de sus valores.

   La tabla adjunta corresponde al ejercicio propuesto en el apartado b.

X	Y	Z	S
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

2. Después hay que colocar cada combinación de valores de las variables en las entradas del circuito y anotar cómo se van transformando a la salida de cada puerta lógica. Para ello debemos hacer uso de las tablas de verdad de las puertas lógicas del circuito.

   Evaluemos la combinación (X, Y, Z) = (0, 0, 0) del apartado b:



3. Solo resta repetir este procedimiento, tedioso a veces, con todas las combinaciones.

   $S = (\overline{X \cdot Y + Z}) \cdot (\overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z})$

   También se puede deducir del esquema la función lógica y después completar la tabla:

   $S = \overline{X \cdot Y + Z} \cdot \overline{X} \cdot \overline{Y} - \overline{Z}$

   Como en la ecuacion aparece el producto de las variables negadas, cuando cualquiera de ellas toma el valor 1 la función S es igual a cero.

   $S = \overline{X \cdot Y + Z} \cdot \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z}$

   Para el resto de funciones las tablas de verdad son las siguientes:

X	Y	Z	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

a) $F = A \cdot \overline{C} + \overline{B}$

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

c) $G = (A \cdot B + C \cdot D) \cdot \overline{C}$

A	B	C	D	G
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

d) $H = \overline{(A + B) \cdot (\overline{A} + \overline{B}) \cdot (\overline{B + C})}$

A	B	C	H
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

3. Se pueden sacar sustituyendo los valores de cada combinación de la entrada, esta es la misma función del apartado 1:

Es muy importante respetar la prioridad de los operadores booleanos en los cálculos.

Para la función *f* tenemos:

a	b	c	d	$f=(a+\overline{b}\cdot d)\cdot\overline{a\cdot b\cdot c}$
0	0	0	0	$(0+\overline{0}\cdot 0)\cdot\overline{0\cdot 0\cdot 0}=(0+\overline{0}\cdot 0)\cdot\overline{0}=(0+1\cdot 0)\cdot 1=0$
0	0	0	1	$(0+\overline{0}\cdot 1)\cdot\overline{0\cdot 0\cdot 0}=(0+\overline{0}\cdot 1)\cdot\overline{0}=(0+1\cdot 1)\cdot 1=1$
0	0	1	0	$(0+\overline{0}\cdot 0)\cdot\overline{0\cdot 0\cdot 1}=(0+\overline{0}\cdot 0)\cdot\overline{0}=(0+1\cdot 0)\cdot 1=0$
0	0	1	1	$(0+\overline{0}\cdot 1)\cdot\overline{0\cdot 0\cdot 1}=(0+\overline{0}\cdot 1)\cdot\overline{0}=(0+1\cdot 1)\cdot 1=1$
0	1	0	0	$(0+\overline{1}\cdot 0)\cdot\overline{0\cdot 1\cdot 0}=(0+0\cdot 0)\cdot\overline{0}=(0+1\cdot 0)\cdot 1=0$
0	1	0	1	$(0+\overline{1}\cdot 1)\cdot\overline{0\cdot 1\cdot 0}=(0+0\cdot 1)\cdot\overline{0}=(0+0\cdot 1)\cdot 1=0$
0	1	1	0	$(0+\overline{1}\cdot 0)\cdot\overline{0\cdot 1\cdot 1}=(0+\overline{1}\cdot 0)\cdot\overline{0}=(0+0\cdot 0)\cdot 1=0$
0	1	1	1	$(0+\overline{1}\cdot 1)\cdot\overline{0\cdot 1\cdot 1}=(0+\overline{1}\cdot 1)\cdot\overline{0}=(0+0\cdot 1)\cdot 1=0$
1	0	0	0	$(1+\overline{0}\cdot 0)\cdot\overline{1\cdot 0\cdot 0}=(1+\overline{0}\cdot 0)\cdot\overline{0}=(1+1\cdot 0)\cdot 1=1$
1	0	0	1	$(1+\overline{0}\cdot 1)\cdot\overline{1\cdot 0\cdot 0}=(1+\overline{0}\cdot 1)\cdot\overline{0}=(1+1\cdot 1)\cdot 1=1$
1	0	1	0	$(1+\overline{0}\cdot 0)\cdot\overline{1\cdot 0\cdot 1}=(1+\overline{0}\cdot 0)\cdot\overline{0}=(1+1\cdot 0)\cdot 1=1$
1	0	1	1	$(1+\overline{0}\cdot 1)\cdot\overline{1\cdot 0\cdot 1}=(1+\overline{0}\cdot 1)\cdot\overline{0}=(1+1\cdot 1)\cdot 1=1$
1	1	0	0	$(1+\overline{1}\cdot 0)\cdot\overline{1\cdot 1\cdot 0}=(1+\overline{1}\cdot 0)\cdot\overline{0}=(1+0\cdot 0)\cdot 1=1$
1	1	0	1	$(1+\overline{1}\cdot 1)\cdot\overline{1\cdot 1\cdot 0}=(1+\overline{1}\cdot 1)\cdot\overline{0}=(1+0\cdot 1)\cdot 1=1$
1	1	1	0	$(1+\overline{1}\cdot 0)\cdot\overline{1\cdot 1\cdot 1}=(1+\overline{1}\cdot 0)\cdot\overline{1}=(1+0\cdot 0)\cdot 0=0$
1	1	1	1	$(1+\overline{1}\cdot 1)\cdot\overline{1\cdot 1\cdot 1}=(1+0\cdot 1)\cdot\overline{1}=(1+0\cdot 1)\cdot 0=0$

Pero cuando en la funciones salen términos dependiendo de tantas variables podemos identificar fácilmente la función canónica (primera o segunda), ejemplo en el caso b) función h

En el apartado d) función k la variable b nos da igual, podríamos poner solo 3 variables de entrada y por tanto 8 combinaciones posibles, al poner 16 combinaciones nos salen los casos repetidos cuando la b es 0 y cuando la b es 1. También se ve fácilmente que si c es 0 la función es 1

Las tablas completas con las salidas de todas las funciones están en la página siguiente

Variables				Funciones					
a	b	c	d	f	g	h	j	k	l
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	0	0	0	1
1	0	1	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1	1	1	0

3. EJERCICIOS FUNCIONES

2. Se pueden sacar con los 1s como suma de productos o con los 0s como producto de sumas y negando las variables cuando sean 1

4. EJERCICIOS IMPLEMENTAR

1. y 2. Aquí simplemente hay que poner puertas OR cuando haya una suma, puertas AND cuando haya un producto y NOT cuando haya negación.

Si piden solo puertas NAND o NOR hay que trasformar la función negando dos veces como vimos en clase. Si además piden que sean solo de dos entradas hay que ir añadiendo puertas teniendo en cuenta que si no nos interesan los negados habrá que volver a negarlo.

8.

a	b	c	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Como solo hay un 0, en este caso sería más rápido sacarlo con los maxterms o los 0s → $F = a + \bar{b} + c$ pero nos piden la primera forma canónica:

$$F = \bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c} + \bar{a}\,\bar{b}\,c + \bar{a}\,b\,c + a\,\bar{b}\,\bar{c} + a\,\bar{b}\,c + a\,b\,\bar{c} + a\,b\,c$$

9. Simplificando con varios teoremas y el de absorción llegamos a $S = \bar{a} + \bar{b}\,\bar{c}$

a	**b**	**c**	**S**
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Implementada con puertas normales quedaría cada entrada con una NOT, una AND con b y c que se unen con una OR con la variable a negada.

SIMPLIFICACION KARNAUGH

Para repasar lo que vimos en clase podéis ver el siguiente video:

https://www.youtube.com/watch?v=XeQR_5zDutM