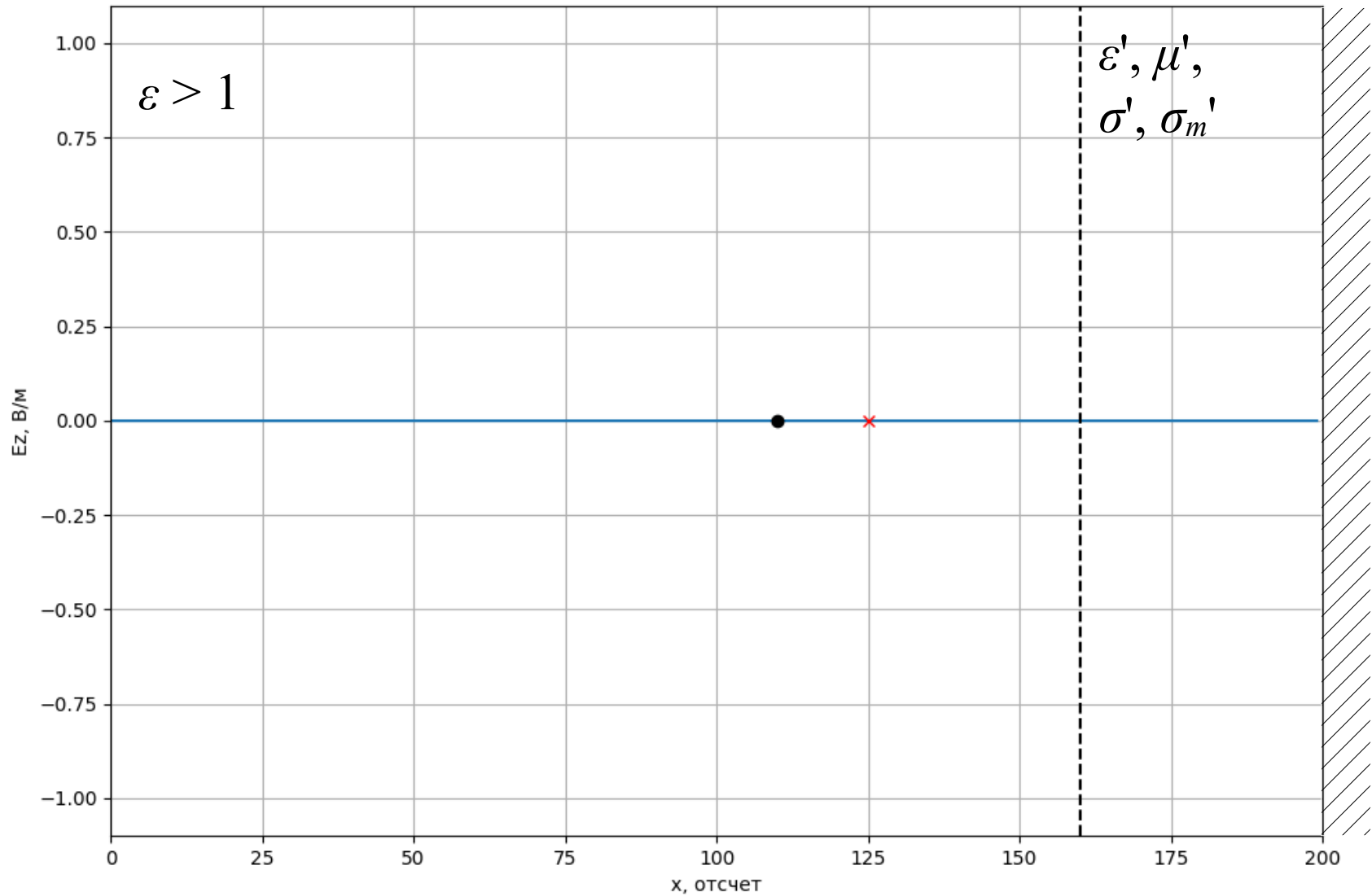


# «Метод конечных разностей во временной области (FDTD)»

# Поглощающие граничные условия

**Поглощающие граничные  
условия с использованием  
полностью согласованного слоя  
(Perfect Matched Layer - PML)**

# Геометрия решаемой задачи



# Коэффициент отражения

Для плоской волны, падающей по нормали:

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}_{\text{отр}}}{\dot{E}_{\text{пад}}} = \frac{\dot{W}_2 - \dot{W}_1}{\dot{W}_2 + \dot{W}_1}$$

# Волновое сопротивление в среде<sup>6</sup> с потерями

$$\dot{W} = \sqrt{\frac{\mu \mu_0 \left( 1 - i \frac{\sigma_m}{\omega \mu \mu_0} \right)}{\varepsilon \varepsilon_0 \left( 1 - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon \varepsilon_0} \right)}} = W_0 \sqrt{\frac{\mu \left( 1 - i \frac{\sigma_m}{\omega \mu \mu_0} \right)}{\varepsilon \left( 1 - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon \varepsilon_0} \right)}}$$

# Волновое сопротивление в среде<sup>7</sup> с потерями

$$\dot{W} = \sqrt{\frac{\mu \mu_0 \left( 1 - i \frac{\sigma_m}{\omega \mu \mu_0} \right)}{\varepsilon \varepsilon_0 \left( 1 - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon \varepsilon_0} \right)}} = W_0 \sqrt{\frac{\mu \left( 1 - i \frac{\sigma_m}{\omega \mu \mu_0} \right)}{\varepsilon \left( 1 - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon \varepsilon_0} \right)}}$$

Если  $\frac{\sigma_m}{\mu \mu_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0}$ , то  $W = W_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$

# Реализация поглощающих граничных условий

$$loss_m = \frac{\sigma_m \Delta_t}{2 \mu \mu_0}$$

$$loss_e = \frac{\sigma \Delta_t}{2 \varepsilon \varepsilon_0}$$

Если

$$\frac{\sigma_m}{\omega \mu \mu_0} = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon \varepsilon_0}, \text{ то}$$

$$\frac{\sigma_m \Delta_t}{2 \mu \mu_0} = \frac{\sigma \Delta_t}{2 \varepsilon \varepsilon_0}$$

или

$$loss_m = loss_e$$



# Реализация поглощающих граничных условий

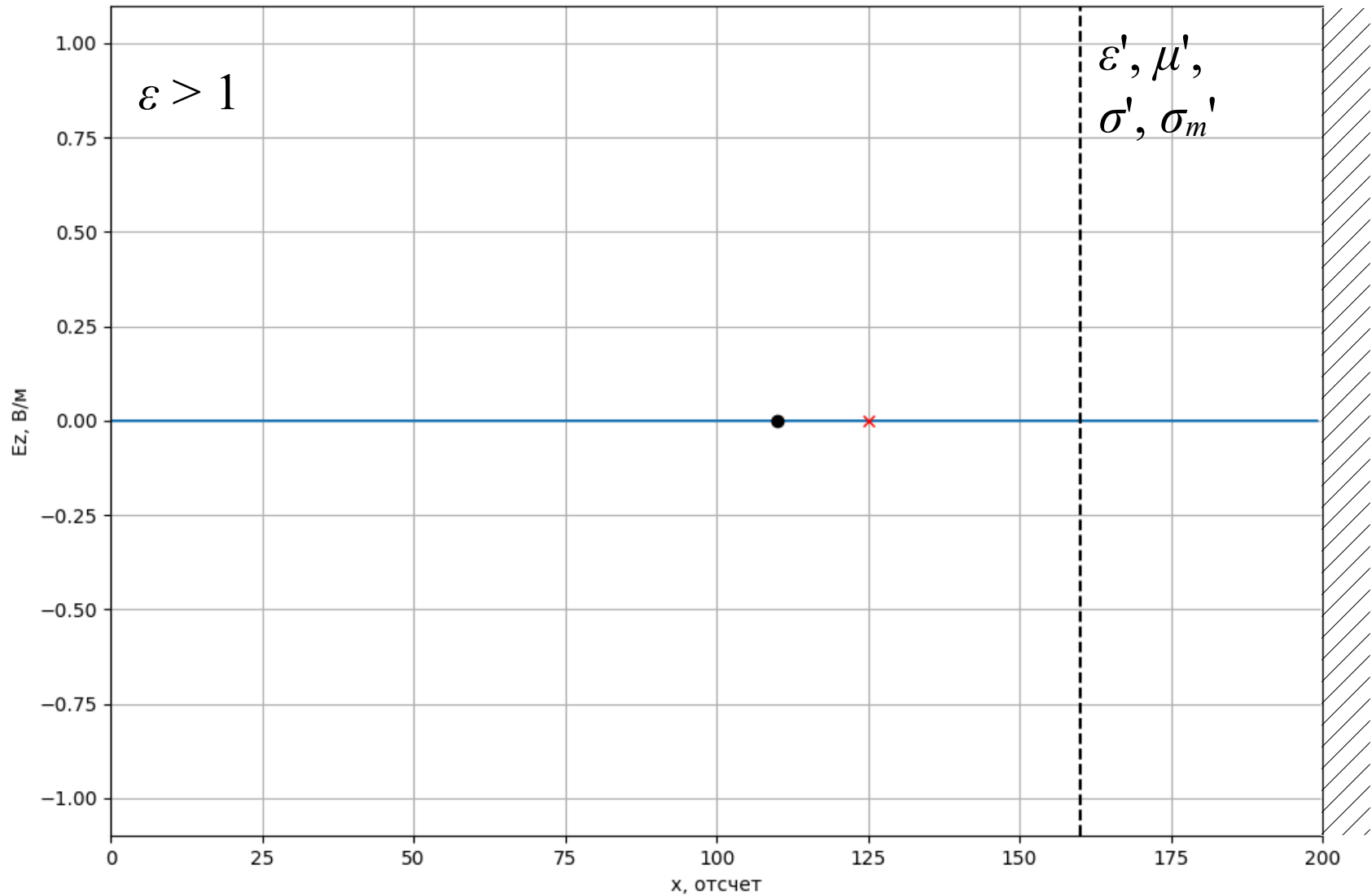
$$loss_e = loss_m = loss = \frac{\sigma_m \Delta_t}{2 \mu \mu_0} = \frac{\sigma \Delta_t}{2 \varepsilon \varepsilon_0} = 0.02$$

$$C_{E_z E} = \frac{1 - loss}{1 + loss} \qquad C_{E_z H} = \frac{W_0 / \varepsilon}{1 + loss}$$

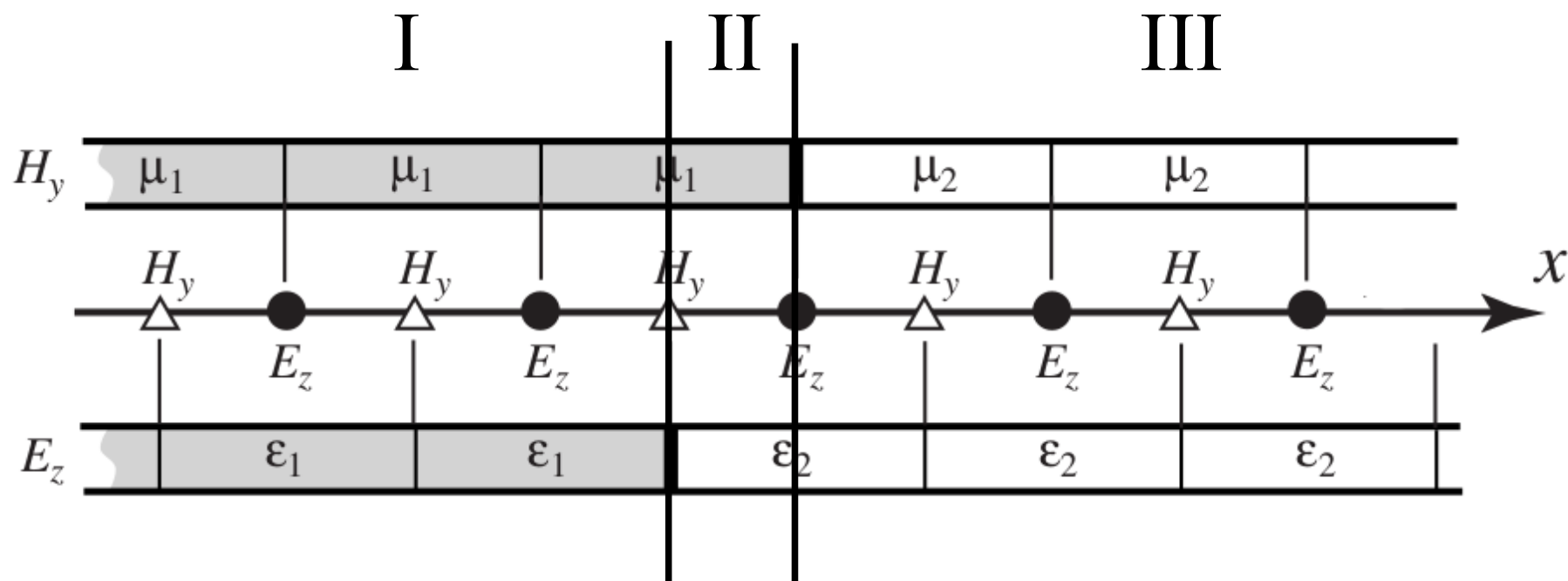
$$C_{H_y E} = \frac{1 / W_0}{1 + loss} \qquad C_{H_y H} = \frac{1 - loss}{1 + loss}$$

# Демонстрация граничных условий с использованием PML (fdtd\_pml.py)

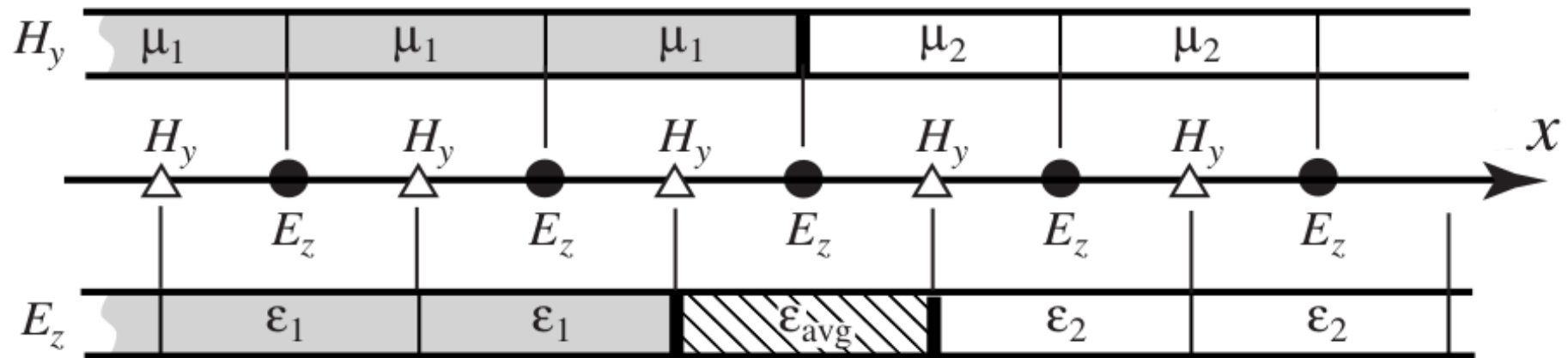
10



# Погрешность из-за дискретной сетки

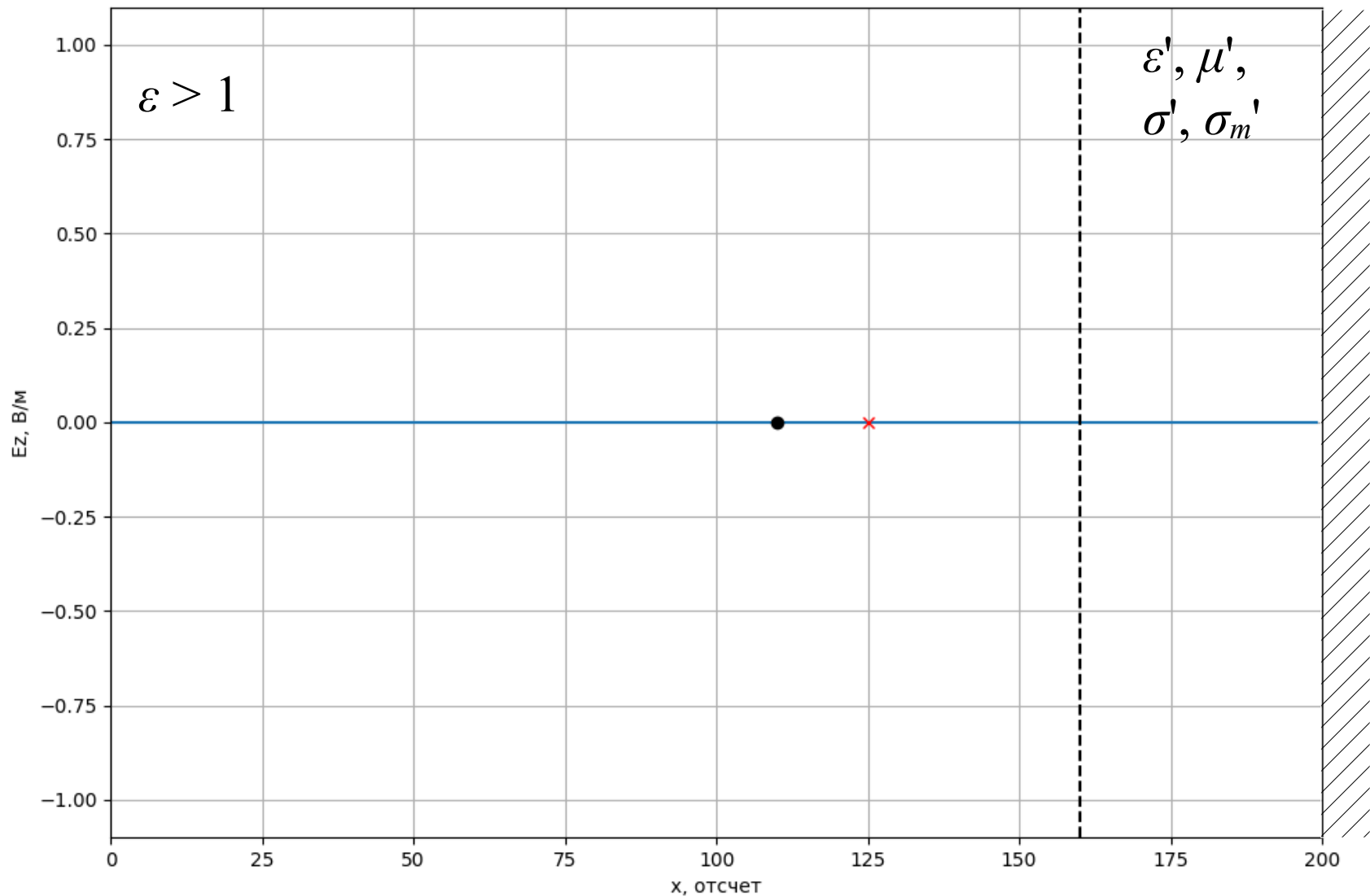


# Погрешность из-за дискретной сетки



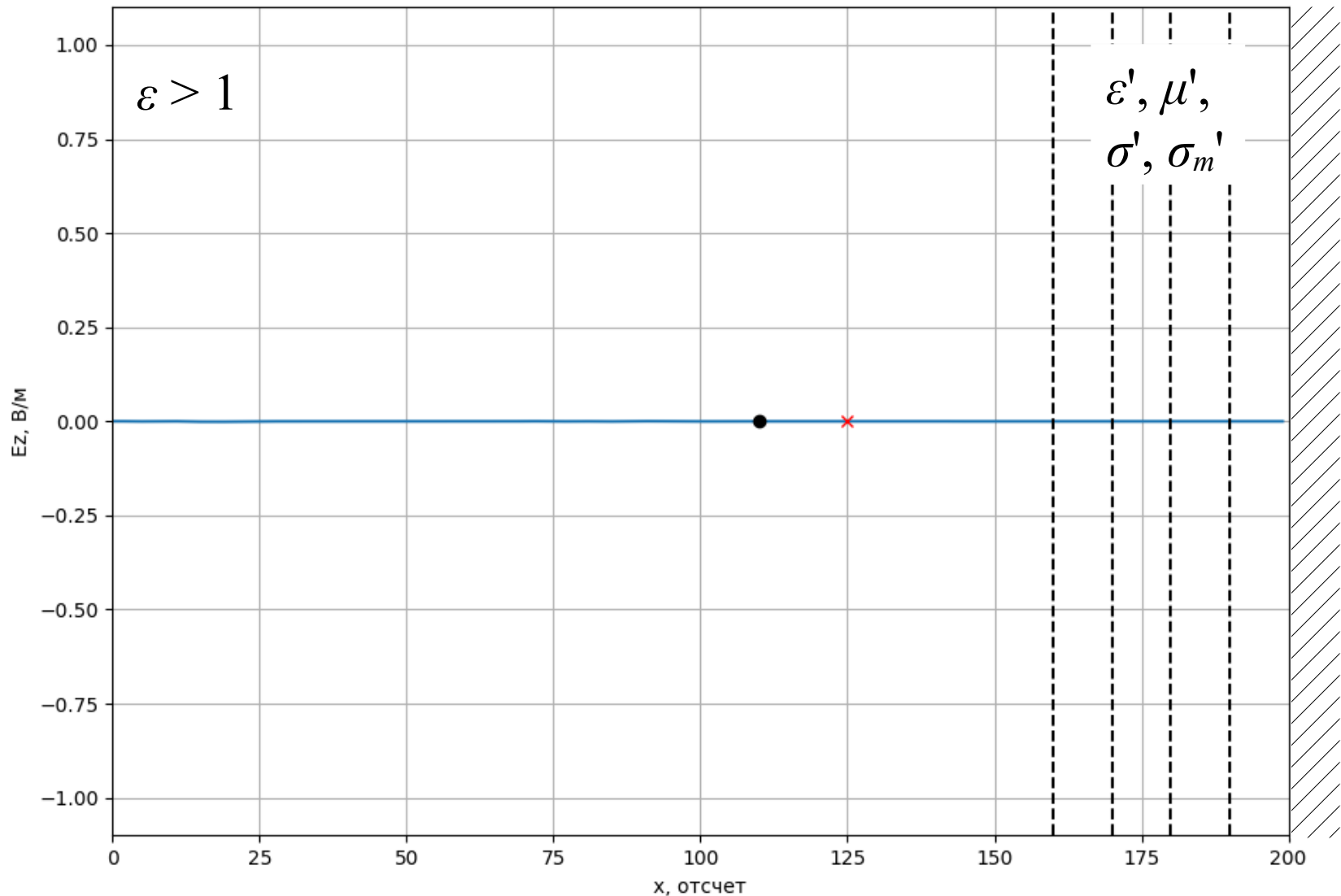
# Демонстрация граничных условий с использованием PML (fdtd\_pml\_2.py)

13



# Демонстрация граничных условий с использованием многослойного PML (fdtd\_pml\_3.py)

14



# Демонстрация граничных условий с использованием PML с плавным увеличением потерь (fdtd\_pml\_4.py)

15

