**Московский Авиационный Институт**
**(национальный исследовательский университет)**

# «Метод конечных разностей во временной области (FDTD)»

# Уравнения Максвелла

# Уравнения Максвелла

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j}$$

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{D} = \rho$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{B} = 0$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H}$$

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{x_0} & \mathbf{y_0} & \mathbf{z_0} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\textbf{ст}}) =$$
$$= \sigma\mathbf{E} + \mathbf{j}_{\textbf{ст}}$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

# Оператор набла ($\nabla$) или оператор Гамильтона

$$\nabla \equiv \mathbf{x}_0 \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{y}_0 \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{z}_0 \frac{\partial}{\partial z}$$

# Свойства оператора набла ($\nabla$)

$$\nabla\varphi = \mathbf{x_0}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \mathbf{y_0}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \mathbf{z_0}\frac{\partial\varphi}{\partial z} = ?$$

φ - скалярное поле

# Свойства оператора набла ($\nabla$)

$$\nabla\varphi = \mathbf{x_0}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \mathbf{y_0}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \mathbf{z_0}\frac{\partial\varphi}{\partial z} = \mathrm{grad}\,\varphi$$

$\varphi$ - скалярное поле

# Свойства оператора набла ($\nabla$)

$$\nabla \cdot \boldsymbol{a} = \nabla_x a_x + \nabla_y a_y + \nabla_z a_z =$$

$$= \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} = ?$$

**a** — векторное поле

# Свойства оператора набла ($\nabla$)

$$\nabla \cdot \boldsymbol{a} = \nabla_x a_x + \nabla_y a_y + \nabla_z a_z =$$

$$= \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} = \operatorname{div} \boldsymbol{a}$$

**a** — векторное поле

# Свойства оператора набла ($\nabla$)

$$\nabla \times \mathbf{a} = \begin{vmatrix} \mathbf{x}_0 & \mathbf{y}_0 & \mathbf{z}_0 \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix} = \mathrm{rot}\,\boldsymbol{a}$$

**a** — векторное поле

# Уравнения Максвелла

$$\nabla\times\mathbf{H}=\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}+\mathbf{j}$$

$$\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{D}=\rho$$

$$\nabla\cdot\mathbf{B}=0$$

$$\mathbf{j}=\sigma(\mathbf{E}+\mathbf{E}_{\mathbf{ст}})=$$

$$=\sigma\mathbf{E}+\mathbf{j}_{\mathbf{ст}}$$

$$\mathbf{D}=\varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}$$

$$\mathbf{B}=\mu\mu_0\mathbf{H}$$

$$\nabla\times\mathbf{F}=\mathrm{rot}\,\mathbf{F}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{F}=\mathrm{div}\,\mathbf{F}$$

# Одномерный метод FDTD

# FDTD. Одномерный случай. Закон Ампера

Пусть поле может меняться только вдоль оси X

$$\varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{H} =$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{x_0} & \mathbf{y_0} & \mathbf{z_0} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = ?$$

# FDTD. Одномерный случай. Закон Ампера

Пусть поле может меняться только вдоль оси X

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{H} =$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{x_0} & \mathbf{y_0} & \mathbf{z_0} \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \mathbf{x_0} \cdot 0 - \mathbf{y_0} \frac{\partial H_z}{\partial x} + \mathbf{z_0} \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

# FDTD. Одномерный случай. Закон Фарадея



Пусть поле может меняться только вдоль оси X

$$-\mu\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{E} =$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{x_0} & \mathbf{y_0} & \mathbf{z_0} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = ?$$

# FDTD. Одномерный случай. Закон Фарадея

Пусть поле может меняться только вдоль оси X

$$-\mu\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{E} =$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{x_0} & \mathbf{y_0} & \mathbf{z_0} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \mathbf{x_0} \cdot 0 - \mathbf{y_0} \frac{\partial E_z}{\partial x} + \mathbf{z_0} \frac{\partial E_y}{\partial x}$$

Объединяем предыдущие уравнения

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{j} = -\mathbf{y}_0 \frac{\partial H_z}{\partial x} + \mathbf{z}_0 \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

$$-\mu\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\mathbf{y}_0 \frac{\partial E_z}{\partial x} + \mathbf{z}_0 \frac{\partial E_y}{\partial x}$$

$$\mathbf{x_0}\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_x}{\partial t}+\mathbf{y_0}\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_y}{\partial t}+\mathbf{z_0}\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_z}{\partial t}+\mathbf{x_0}j_x+\mathbf{y_0}j_y+\mathbf{z_0}j_z=$$

$$-\mathbf{y_0}\frac{\partial H_z}{\partial x}+\mathbf{z_0}\frac{\partial H_y}{\partial x}$$

$$-\mathbf{x_0}\mu\mu_0\frac{\partial H_x}{\partial t}-\mathbf{y_0}\mu\mu_0\frac{\partial H_y}{\partial t}-\mathbf{z_0}\mu\mu_0\frac{\partial H_z}{\partial t}=-\mathbf{y_0}\frac{\partial E_z}{\partial x}+\mathbf{z_0}\frac{\partial E_y}{\partial x}$$

В скалярном виде:

$$\mu\mu_0\frac{\partial H_x}{\partial t}=0 \qquad \varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_x}{\partial t}+j_x=0$$

$$\mu\mu_0\frac{\partial H_y}{\partial t}=\frac{\partial E_z}{\partial x} \qquad \varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_z}{\partial t}+j_z=\frac{\partial H_y}{\partial x}$$

$$-\mu\mu_0\frac{\partial H_z}{\partial t}=\frac{\partial E_y}{\partial x} \qquad \varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_y}{\partial t}+j_y=-\frac{\partial H_z}{\partial x}$$

В скалярном виде:

$$\mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} = 0 \qquad \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} + j_x = 0$$

$$\mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} \qquad \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} + j_z = \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

$$-\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial x} \qquad \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} + j_y = -\frac{\partial H_z}{\partial x}$$

Пусть существуют только $E_z$ и $H_y$ компоненты поля

$$\mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}$$

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} + j_z = \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

# Дискретизация

$$E_z(x, t) = E_z(m\Delta x, q\Delta t) = E_z^q[m]$$

$$H_y(x, t) = H_y(m\Delta x, q\Delta t) = H_y^q[m]$$

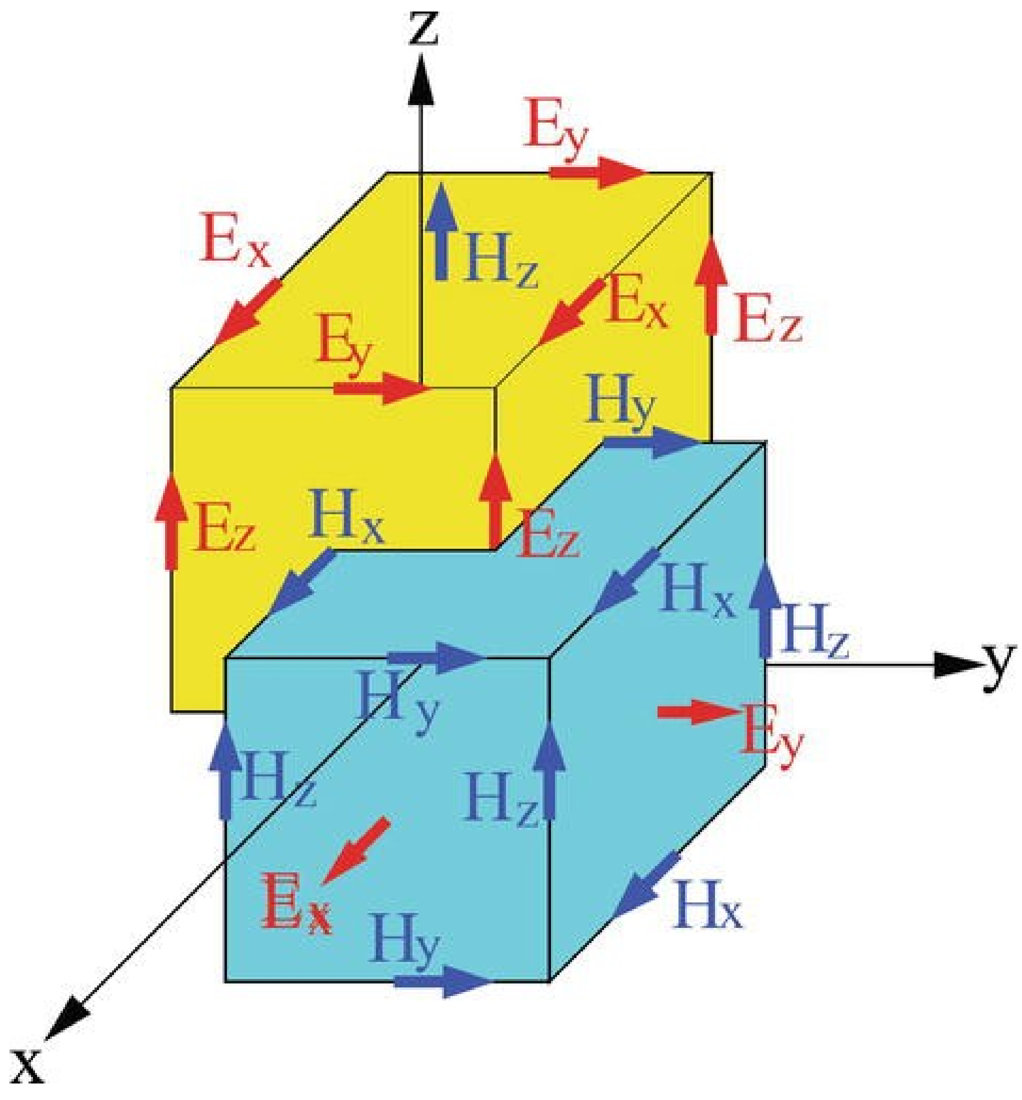
$\Delta x$ — пространственное смещение

$\Delta t$ — временное смещение

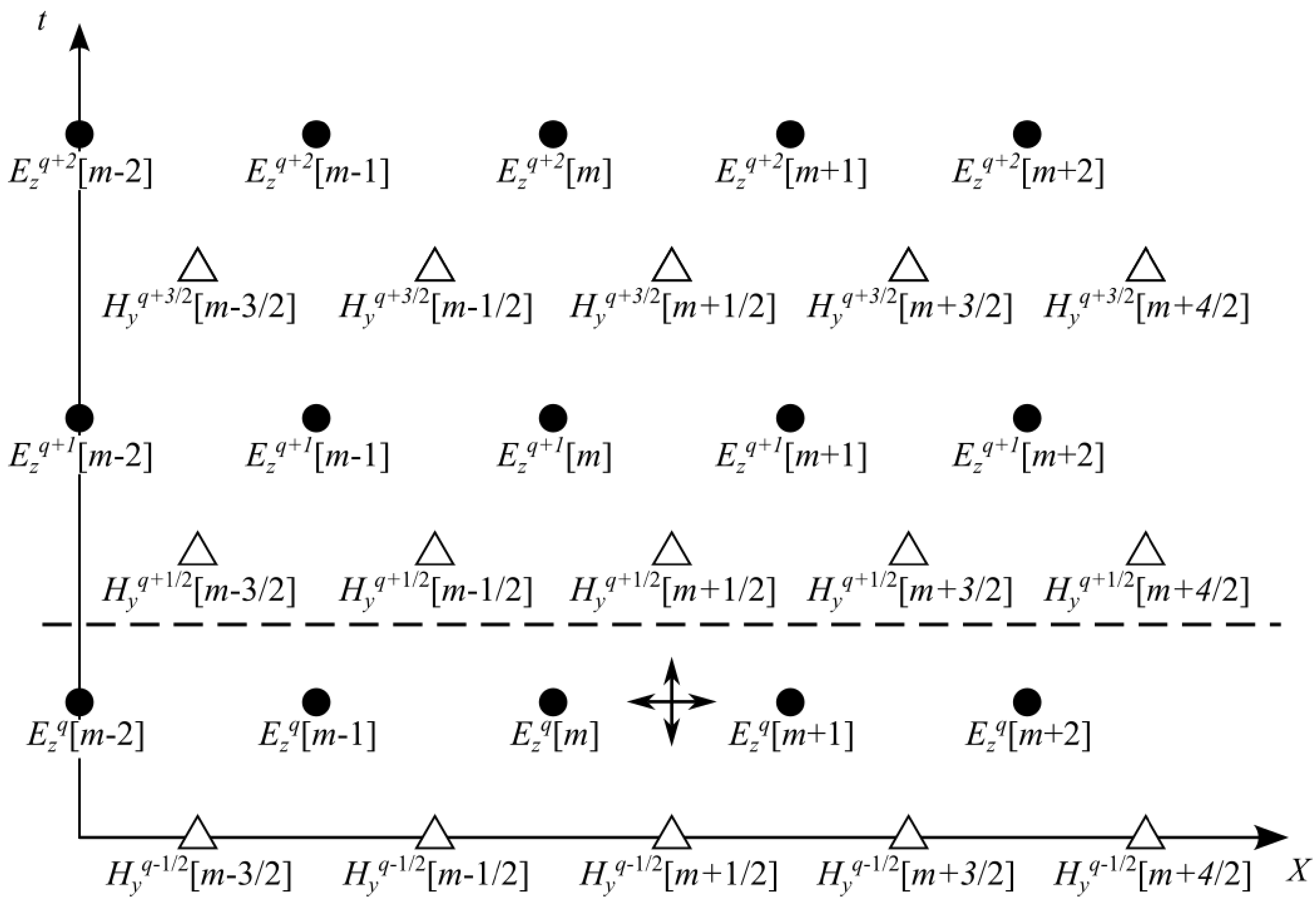
$m$ — номер пространственного шага

$q$ — номер временного шага

# Трехмерная ячейка для метода FDTD (ячейка Йи, Yee cell)



# Пространственно-временная сетка для одномерного случая



# Переходим к конечным разностям. Закон Фарадея

$$\mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\underline{\partial t}}\bigg|_{(m+1/2)\Delta x,\, q\Delta t} = \frac{\partial E_z}{\underline{\partial x}}\bigg|_{(m+1/2)\Delta x,\, q\Delta t}$$

# Переходим к конечным разностям. Закон Фарадея

$$\mu\mu_0 \frac{H_y^{q+1/2}\left[m+1/2\right]-H_y^{q-1/2}\left[m+1/2\right]}{\Delta_t}=$$

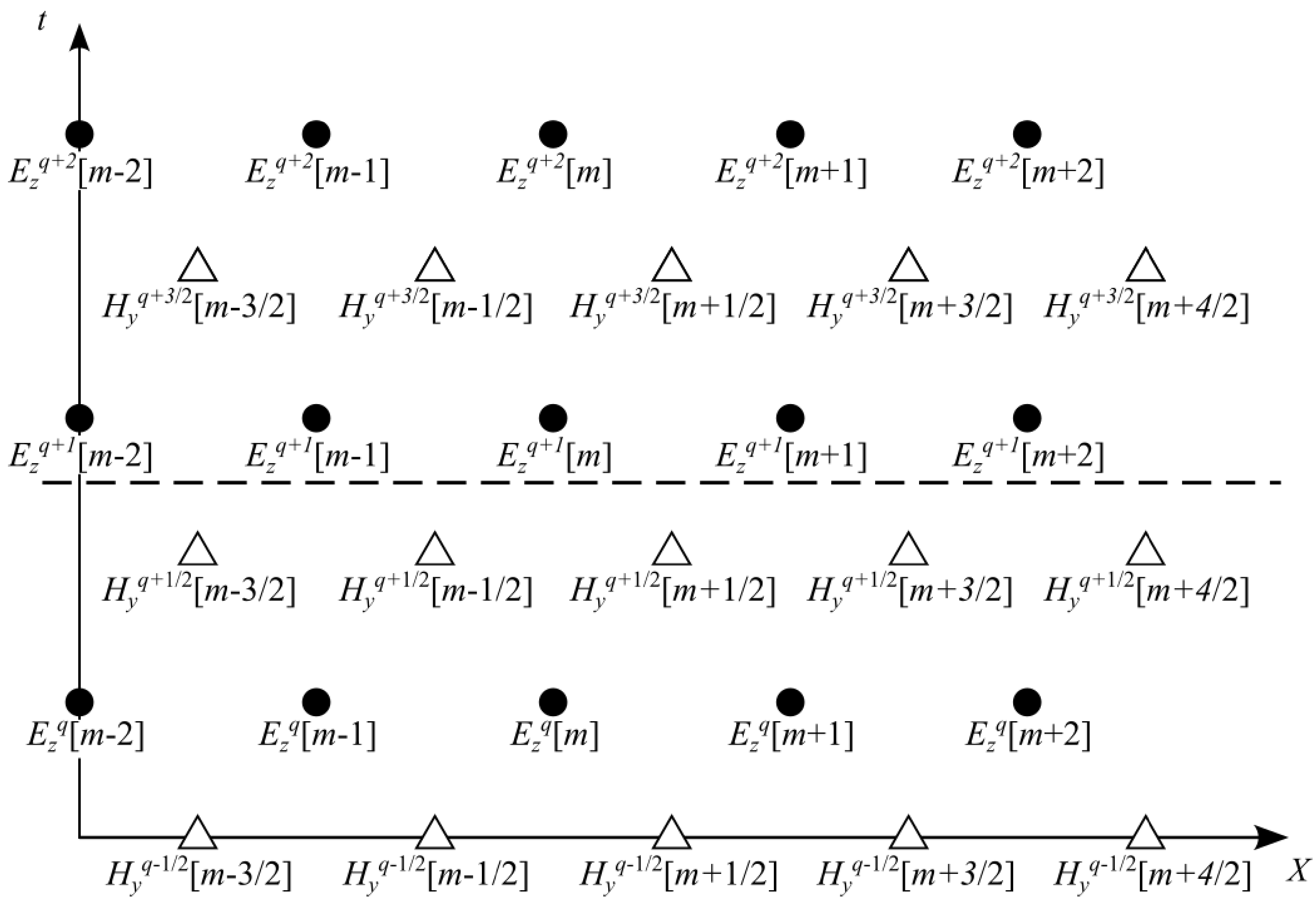
$$=\frac{E_z^q\left[m+1\right]-E_z^q\left[m\right]}{\Delta_x}$$

Из предыдущего уравнения

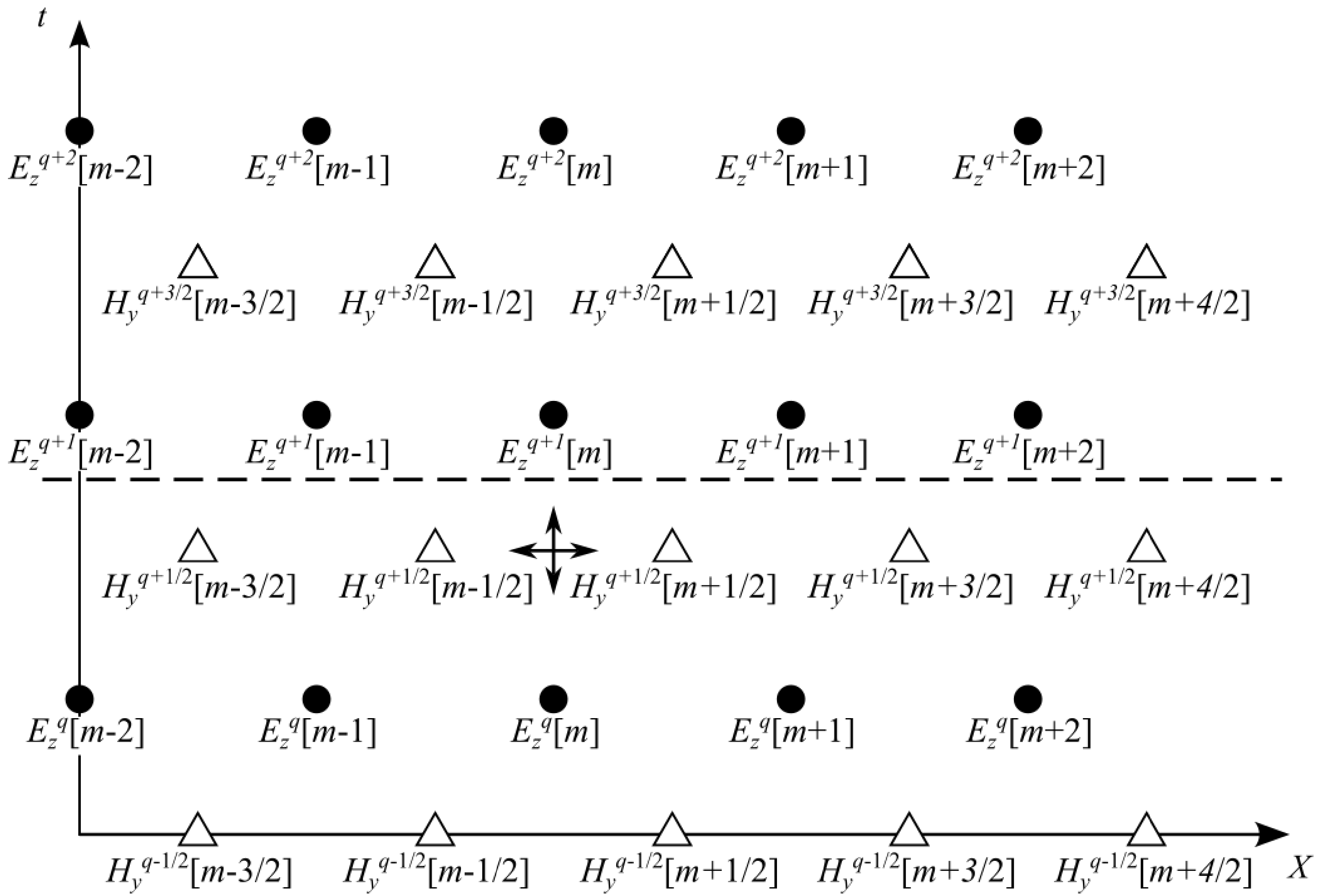
$$H_y^{q+1/2}\left[m+1/2\right]=$$

$$=H_y^{q-1/2}\left[m+1/2\right]+\frac{\Delta_t}{\mu\,\mu_0\,\Delta_x}\left(E_z^q\left[m+1\right]-E_z^q\left[m\right]\right)$$

# Пространственно-временная сетка для одномерного случая



# Пространственно-временная сетка для одномерного случая



# Переходим к конечным разностям. Закон Ампера

$$\left(\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\underline{\partial t}} + j_z\right)\Bigg|_{m\Delta x,\,(q+1/2)\Delta t} = \frac{\partial H_y}{\underline{\partial x}}\Bigg|_{m\Delta x,\,(q+1/2)\Delta t}$$

# Переходим к конечным разностям. Закон Ампера

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{E_z^{q+1}[m]-E_z^{q}[m]}{\Delta_t}+j_z^{q+1/2}[m]=$$

$$=\frac{H_y^{q+1/2}[m+1/2]-H_y^{q+1/2}[m-1/2]}{\Delta_x}$$

$$E_z^{q+1}[m]=$$

$$=E_z^{q}[m]+\frac{\Delta_t}{\varepsilon\,\varepsilon_0\,\Delta_x}\left(H_y^{q+1/2}[m+1/2]-H_y^{q+1/2}[m-1/2]\right)-$$

$$\underline{-\frac{\Delta_t}{\varepsilon\,\varepsilon_0}\,\dot{j}_z^{q+1/2}[m]}$$

# Основные единицы системы СИ

- Длина — м
- Масса — кг
- Время — с
- Сила тока — А
- Температура — К
- Количество вещества — моль
- Сила света — кд

$$\frac{\Delta_t}{\varepsilon\,\varepsilon_0}\,\dot{j}_z^{\,q+1/2} \Rightarrow \left[\frac{c\cdot м\cdot A}{Ф\cdot м^2}\right] = \left[\frac{c\cdot A}{Ф\cdot м}\right]$$

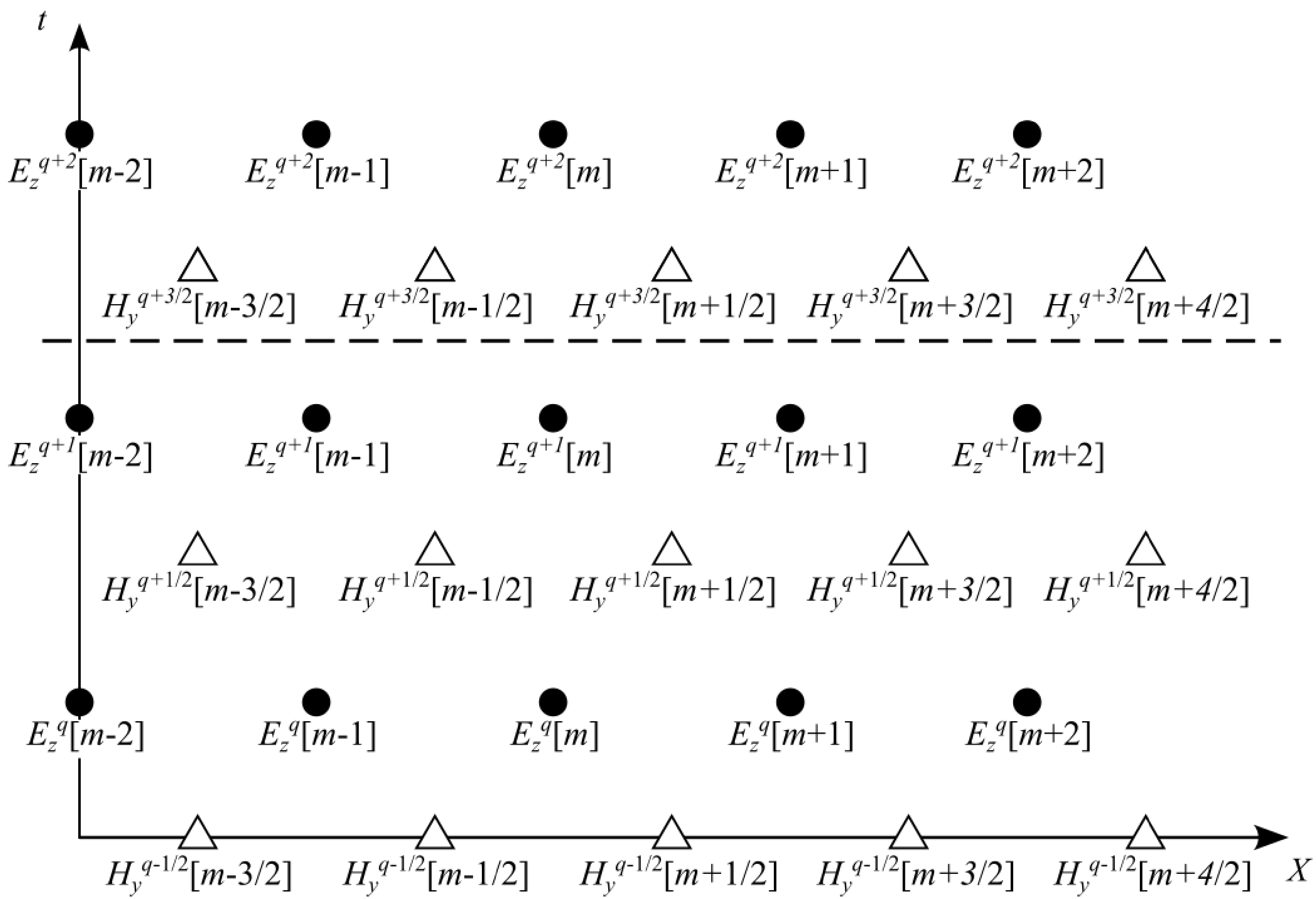
$$[Ф] = \left[\frac{A^2\cdot c^4}{кг\cdot м^2}\right]$$

$$\frac{\Delta_t}{\varepsilon\,\varepsilon_0}\dot{j}_z^{q+1/2} \Rightarrow \left[\frac{c\cdot м\cdot A}{Ф\cdot м^2}\right] = \left[\frac{c\cdot A}{Ф\cdot м}\right] = \left[\frac{c\cdot A\cdot кг\cdot м^2}{м\cdot A^2\cdot c^4}\right] =$$

$$= \left[\frac{м\cdot кг}{A\cdot c^3}\right] = \left[\frac{B}{м}\right]$$

$$\left[B\right] = \left[\frac{м^2\cdot кг}{A\cdot c^3}\right]$$

# Пространственно-временная сетка для одномерного случая



# Формулы для метода конечных разностей во временной области

$$H_y^{q+1/2}[m+1/2]=H_y^{q-1/2}[m+1/2]+\frac{\Delta_t}{\mu\mu_0\Delta_x}\left(E_z^q[m+1]-E_z^q[m]\right)$$

$$E_z^{q+1}[m]=E_z^q[m]+\frac{\Delta_t}{\varepsilon\varepsilon_0\Delta_x}\left(H_y^{q+1/2}[m+1/2]-H_y^{q+1/2}[m-1/2]\right)-\frac{\Delta_t}{\varepsilon\varepsilon_0}j_z^{q+1/2}[m]$$

# Учет источника сигнала

$$E_z^{q+1}[m] \leftarrow E_z^{q}[m] + \frac{\Delta_t}{\varepsilon\,\varepsilon_0\,\Delta_x}\left(H_y^{q+1/2}[m+1/2] - H_y^{q+1/2}[m-1/2]\right)$$

$$E_z^{q+1}[m] \leftarrow E_z^{q+1}[m] - \frac{\Delta_t}{\varepsilon\,\varepsilon_0}\, j_z^{q+1/2}[m]$$

или

$$E_z^{q+1}[m] \leftarrow E_z^{q+1}[m] + E_{z\,\text{ст}}^{q+1/2}[m]$$

# Критерий устойчивости Куранта-Фридриха-Леви

$$v_{\max}\Delta_t \leqslant \frac{1}{\sqrt{\Delta_x^{-2}+\Delta_y^{-2}+\Delta_z^{-2}}}$$

$$v_{\max} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{\min}\mu_{\min}}}$$

# Критерий устойчивости Куранта-Фридриха-Леви

$$v_{\max}\Delta_t \leqslant \frac{1}{\sqrt{\Delta_x^{-2}+\Delta_y^{-2}+\Delta_z^{-2}}}$$

$$v_{\max} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{\min}\mu_{\min}}}$$

---

$$\text{Если}\ \Delta_x=\Delta_y=\Delta_z=\Delta$$

$$v_{\max}\Delta_t \leqslant \frac{\Delta}{\sqrt{N}}$$

$N$ — размерность пространства ($N$ = 1, 2, 3)

# Критерий устойчивости для одномерной задачи

$c\Delta_t$ — максимальное расстояние, которое может пройти волна за один временной шаг $\Delta_t$ в вакууме.

Число Куранта

$$S_c = c\Delta_t / \Delta_x$$

Условие устойчивости

$$c\Delta_t \leq \Delta_x$$

или

$$S_c \leq 1$$

$$H_y^{q+1/2}[m+1/2] =$$

$$= H_y^{q-1/2}[m+1/2] + \frac{\Delta_t}{\mu\,\mu_0\,\Delta_x}\left(E_z^q[m+1] - E_z^q[m]\right)$$

$$E_z^{q+1}[m] =$$

$$= E_z^q[m] + \frac{\Delta_t}{\varepsilon\,\varepsilon_0\,\Delta_x}\left(H_y^{q+1/2}[m+1/2] - H_y^{q+1/2}[m-1/2]\right)$$

$$\frac{1}{\mu\mu_0}\frac{\Delta_t}{\Delta_x}=\frac{1}{\mu\mu_0}\frac{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\frac{\Delta_t}{\Delta_x}=\frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{c\,\Delta_t}{\Delta_x}=\frac{1}{\mu W_0}S_c$$

$W_0=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ - волновое сопротивление свободного пространства

$c=\dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$ - скорость света в вакууме

$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м

$\varepsilon_0 = 1 / (\mu_0 c^2) = 8.85\cdot 10^{-12}$ Ф/м

$$\frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\frac{\Delta_t}{\Delta_x}=\frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\frac{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\frac{\Delta_t}{\Delta_x}=\frac{1}{\varepsilon}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{c\,\Delta_t}{\Delta_x}=\frac{W_0}{\varepsilon}S_c$$

$W_0=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ - волновое сопротивление свободного пространства

$c=\dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$ - скорость света в вакууме

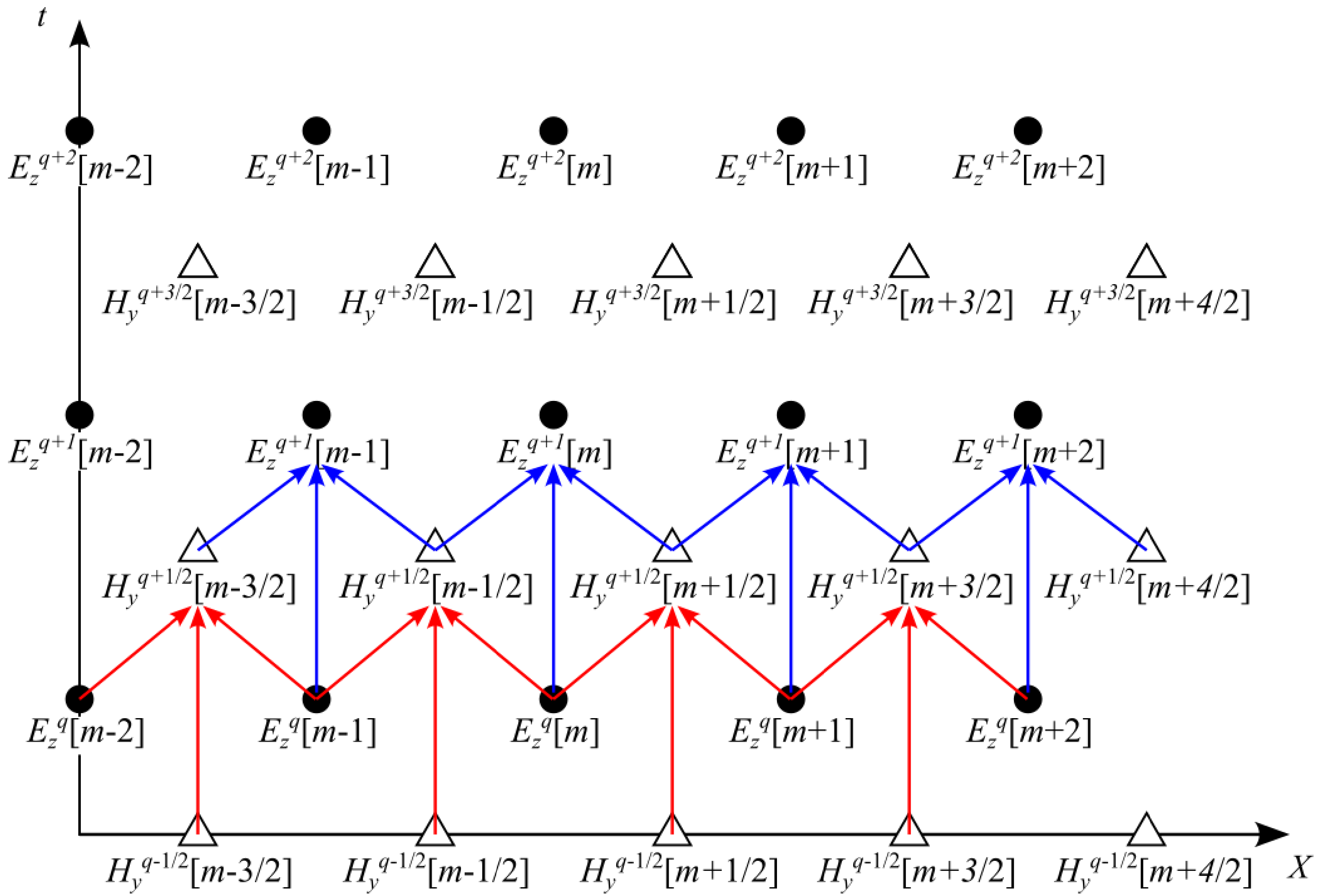
$$H_y^{q+1/2}[m+1/2] =$$

$$= H_y^{q-1/2}[m+1/2] + \left(E_z^q[m+1] - E_z^q[m]\right)\underline{\frac{1}{\mu W_0} S_c}$$

$$E_z^{q+1}[m] =$$

$$= E_z^q[m] + \left(H_y^{q+1/2}[m+1/2] - H_y^{q+1/2}[m-1/2]\right)\underline{\frac{W_0}{\varepsilon} S_c}$$

# Расчет полей $H_y$ и $E_z$ в одномерном методе FDTD



# Хранение компонент поля в реализации FDTD

| Индекс → | 0 | 1 | 2 | 3 | | $M$-4 | $M$-3 | $M$-2 | $M$-1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Ez$ | $E_0$ | $E_1$ | $E_2$ | $E_3$ | • • • | $E_{M-4}$ | $E_{M-3}$ | $E_{M-2}$ | $E_{M-1}$ |

| Индекс → | 0 | 1 | 2 | 3 | | $M$-4 | $M$-3 | $M$-2 | $M$-1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Hy$ | $H_{1/2}$ | $H_{1+1/2}$ | $H_{2+1/2}$ | $H_{3+1/2}$ | • • • | $H_{M-4+1/2}$ | $H_{M-3+1/2}$ | $H_{M-2+1/2}$ | $H_{M-1+1/2}$ |

# Хранение компонент поля в реализации FDTD

| Индекс → | 0 | 1 | 2 | 3 | | $M$-4 | $M$-3 | $M$-2 | $M$-1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Ez$ | ? | $E_1$ | $E_2$ | $E_3$ | • • • | $E_{M\text{-}4}$ | $E_{M\text{-}3}$ | $E_{M\text{-}2}$ | $E_{M\text{-}1}$ |

| Индекс → | 0 | 1 | 2 | 3 | | $M$-4 | $M$-3 | $M$-2 | $M$-1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Hy$ | $H_{1/2}$ | $H_{1+1/2}$ | $H_{2+1/2}$ | $H_{3+1/2}$ | • • • | $H_{M\text{-}4+1/2}$ | $H_{M\text{-}3+1/2}$ | $H_{M\text{-}2+1/2}$ | ? |

# Хранение компонент поля в реализации FDTD

| Индекс → | 0 | 1 | 2 | 3 | | $M$-4 | $M$-3 | $M$-2 | $M$-1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Ez$ | **0** | $E_1$ | $E_2$ | $E_3$ | • • • | $E_{M\text{-}4}$ | $E_{M\text{-}3}$ | $E_{M\text{-}2}$ | $E_{M\text{-}1}$ |

| Индекс → | 0 | 1 | 2 | 3 | | $M$-4 | $M$-3 | $M$-2 | $M$-1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Hy$ | $H_{1/2}$ | $H_{1+1/2}$ | $H_{2+1/2}$ | $H_{3+1/2}$ | • • • | $H_{M\text{-}4+1/2}$ | $H_{M\text{-}3+1/2}$ | $H_{M\text{-}2+1/2}$ | **0** |

# Используемый источник

$$E_{\text{ст}}(t) = E_{\text{ст}}(q\Delta_t) = e^{-\left(\frac{q\Delta_t - 30\Delta_t}{10\Delta_t}\right)^2} = e^{-\left(\frac{q-30}{10}\right)^2} = E_{\text{ст}}[q]$$

# Схема алгоритма FDTD

Начало

Задание начальных условий $E_z^{0}$, $H_y^{1/2}$

Цикл по времени q = [1...maxTime - 1]:

    Цикл по пространству m = [0...maxSize - 2]:

        Расчет $H_y^{q+1/2}$

    Цикл по пространству m = [1...maxSize - 1]:

        Расчет $E_z^{q+1}$

    Ввод поля с помощью источников возбуждения

Вывод результатов

Конец

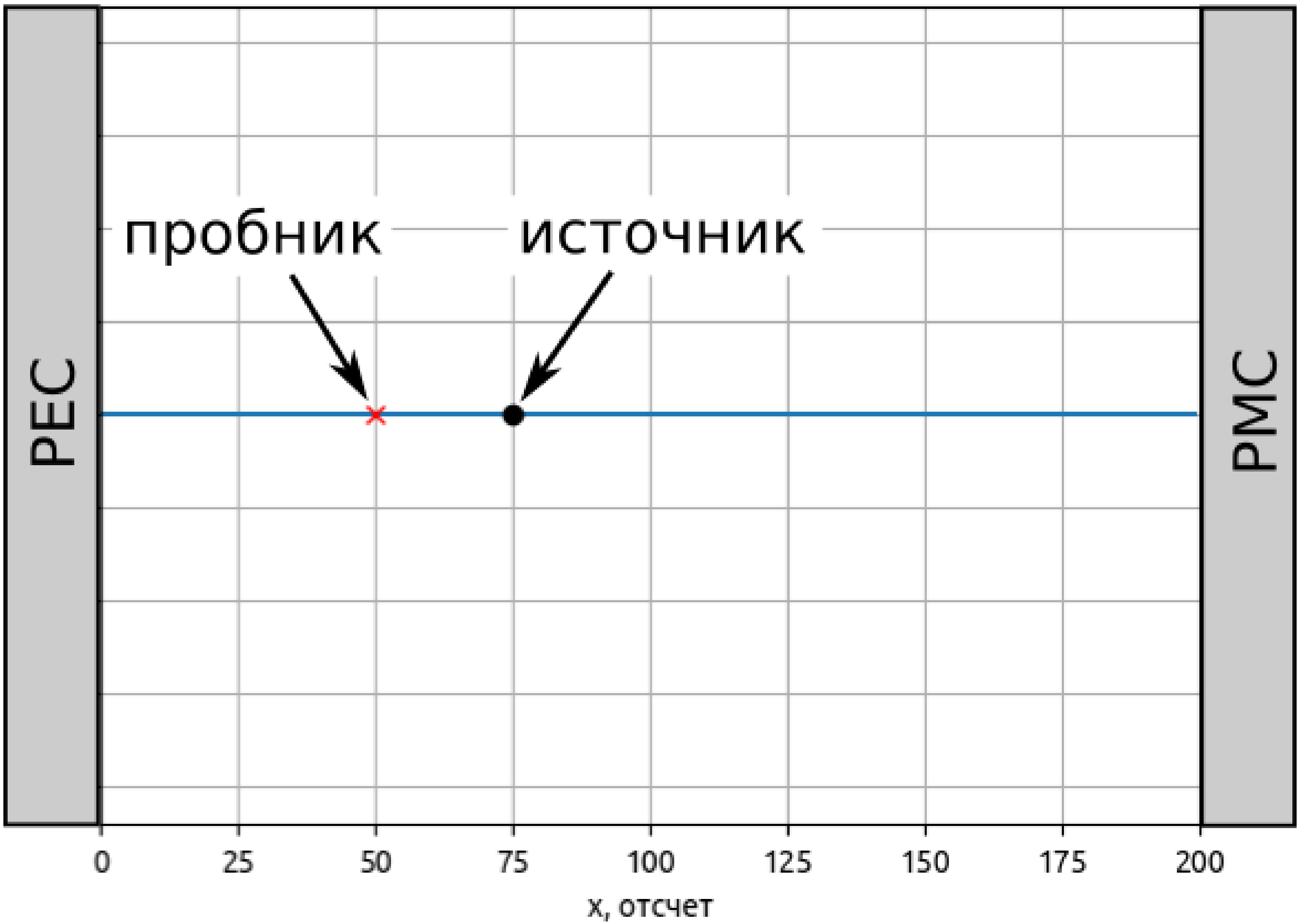
# Формулы для алгоритма FDTD

$$H_y^{q+1/2}[m+1/2] \leftarrow H_y^{q-1/2}[m+1/2] + \frac{\Delta_t}{\mu\mu_0\Delta_x}\left(E_z^q[m+1] - E_z^q[m]\right)$$

$$E_z^{q+1}[m] \leftarrow E_z^q[m] + \frac{\Delta_t}{\varepsilon\varepsilon_0\Delta_x}\left(H_y^{q+1/2}[m+1/2] - H_y^{q+1/2}[m-1/2]\right)$$

$$E_z^{q+1}[m] \leftarrow E_z^{q+1}[m] + E_{z\,\text{ст}}^{q+1/2}[m]$$

# Геометрия задачи



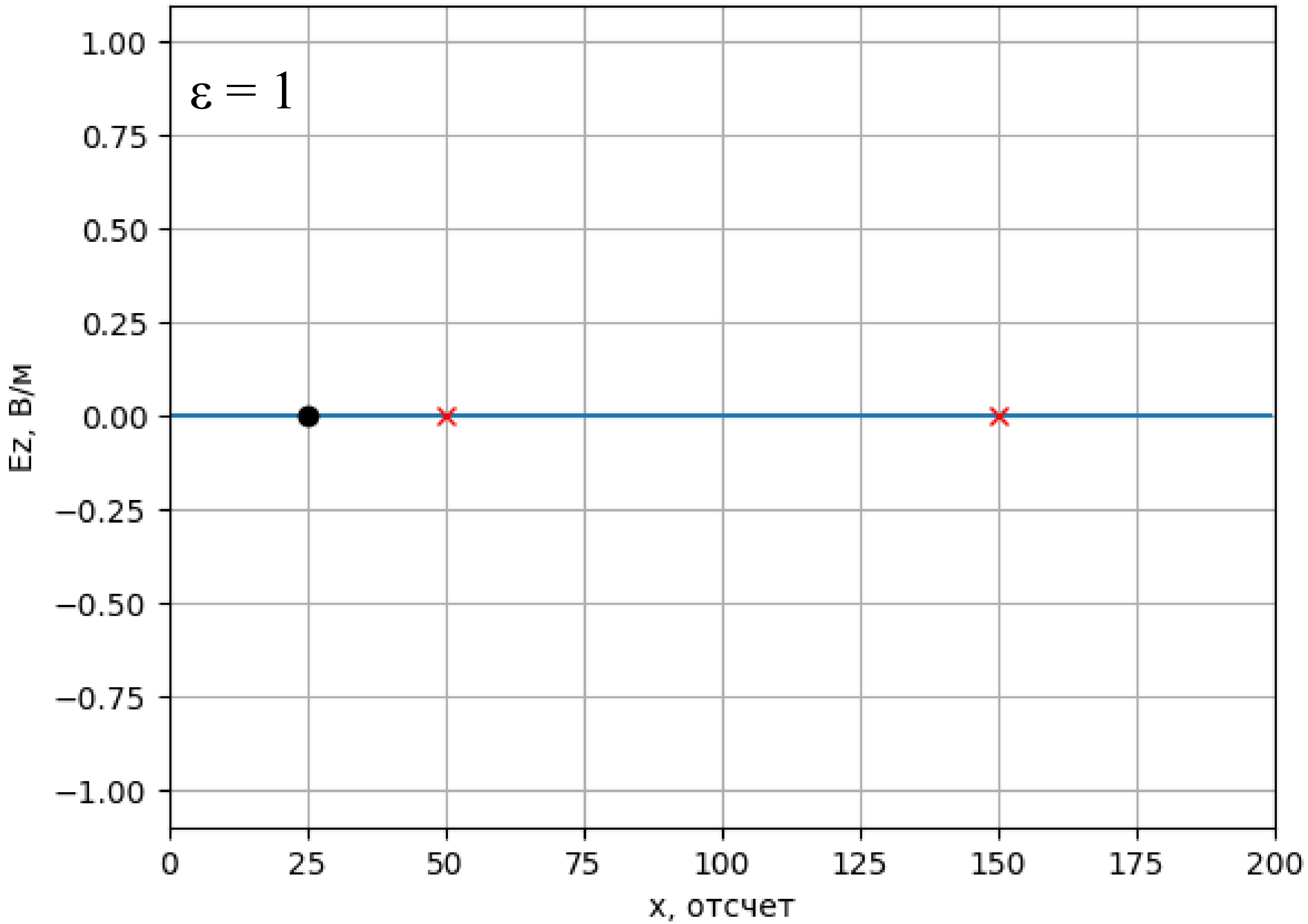
# Реализация одномерного FDTD на Python

**Распространение импульса в свободном пространстве.**

**Число Куранта равно 1.**

fdtd_first_version_01.py
fdtd_first_version_02.py
fdtd_first_version_03.py
fdtd_first_version_04.py
fdtd_first_version_05.py
fdtd_first_version_06.py

# Измерение скорости распространения волны (fdtd_first_version_speed.py)



# Измерение скорости распространения волны (fdtd_first_version_speed.py)

$$v = \frac{L}{t} = \frac{m \cdot \Delta x}{q \cdot \Delta t}$$

$$\Delta t = S_c \frac{\Delta x}{c}$$

$$v = \frac{m \cdot \Delta x \cdot c}{q \cdot S_c \cdot \Delta x} = \frac{m \cdot c}{q \cdot S_c}$$

# Отображение компонент поля E и H

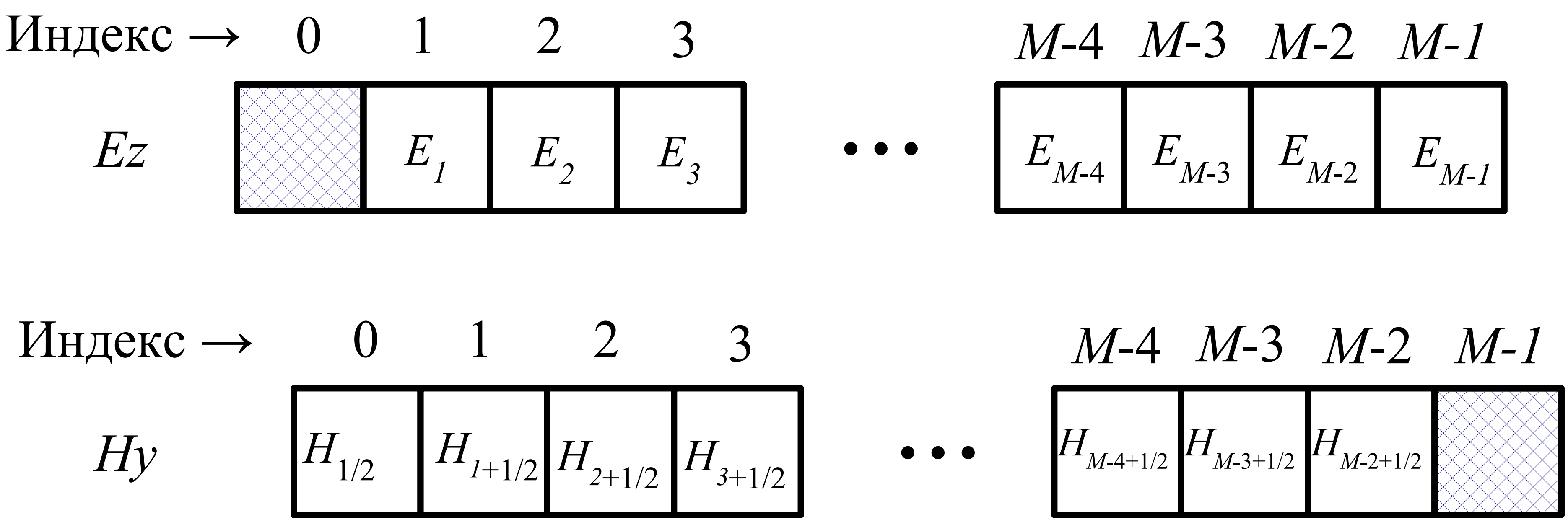
fdtd_first_version_EH.py

# Достоверность расчета

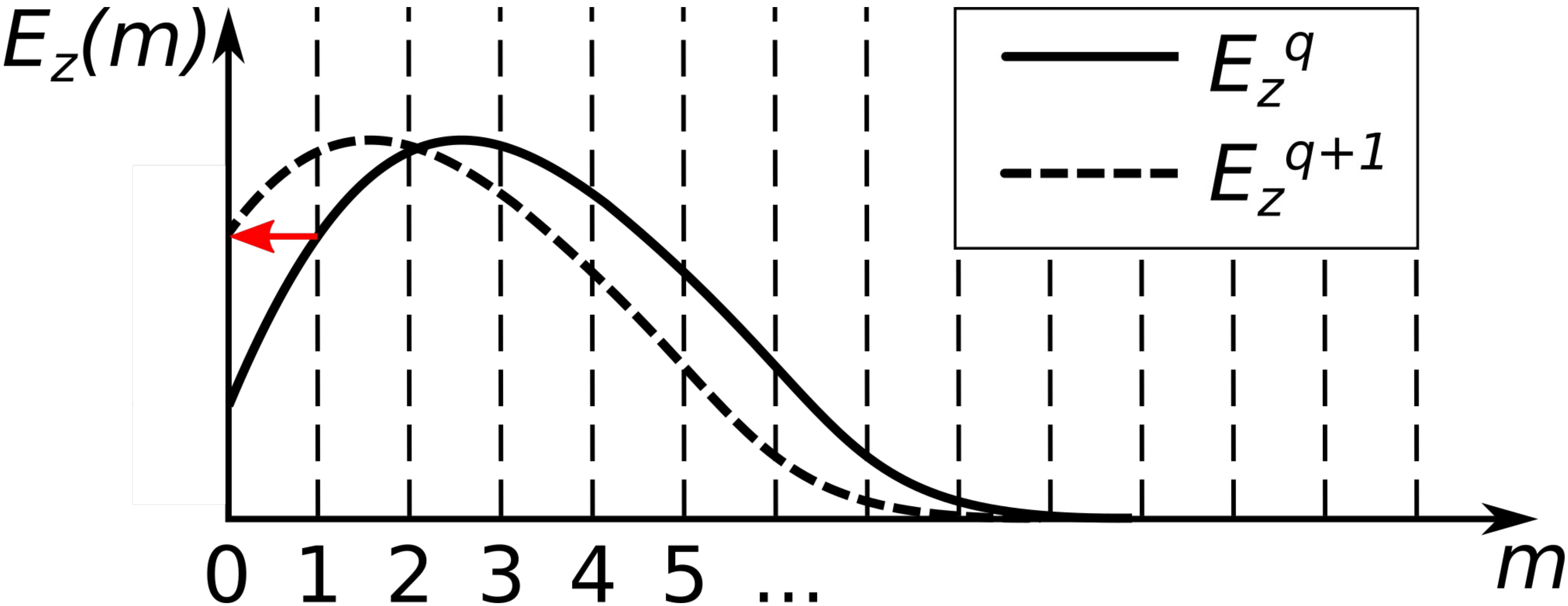
- Скорость распространение волны в вакууме равна скорости света.
- Коэффициент отражения электрической компоненты поля от PEC равен -1.
- Коэффициент отражения электрической компоненты поля от PMC равен +1.
- Коэффициент отражения магнитной компоненты поля от PEC равен +1.
- Коэффициент отражения магнитной компоненты поля от PMC равен -1.

# Простейшие поглощающие граничные условия

# Хранение компонент поля в реализации FDTD



# Простейшее поглощающие граничные условия



# Простейшее поглощающие граничные условия

Работают только для $S_c = 1$

$$H_y^{q+1/2}[\text{end}] \leftarrow H_y^{q-1/2}[\text{end}-1]$$

$$E_z^{q+1}[0] \leftarrow E_z^{q}[1]$$

# Демонстрация поглощающих граничных условий

fdtd_abc_simple.py