

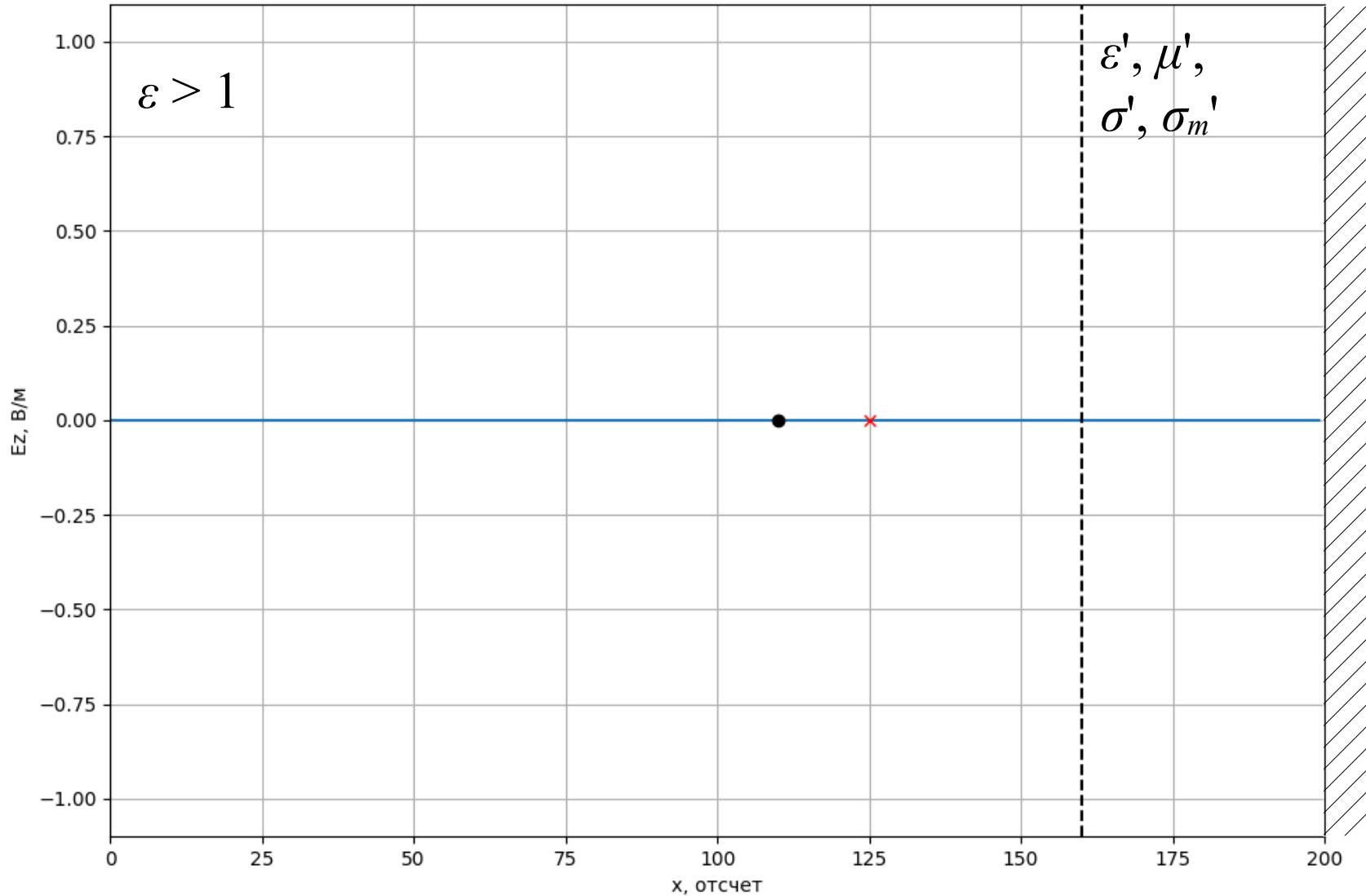
**Московский Авиационный Институт
(национальный исследовательский университет)**

**«Метод конечных разностей
во временной области (FDTD)»**

Поглощающие граничные условия

Поглощающие граничные условия с использованием полностью согласованного слоя (Perfect Matched Layer - PML)

Геометрия решаемой задачи



Коэффициент отражения

Для плоской волны, падающей по нормали:

$$\dot{\Gamma} = \frac{\dot{E}_{\text{отр}}}{\dot{E}_{\text{пад}}} = \frac{\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1}{\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1}$$

Характеристическое сопротивление в среде⁶ с потерями

$$\dot{Z} = \sqrt{\frac{\mu \mu_0 \left(1 - i \frac{\sigma_m}{\omega \mu \mu_0}\right)}{\epsilon \epsilon_0 \left(1 - i \frac{\sigma}{\omega \epsilon \epsilon_0}\right)}} = Z_0 \sqrt{\frac{\mu \left(1 - i \frac{\sigma_m}{\omega \mu \mu_0}\right)}{\epsilon \left(1 - i \frac{\sigma}{\omega \epsilon \epsilon_0}\right)}}$$

Волновое сопротивление в среде⁷ с потерями

$$\dot{Z} = \sqrt{\frac{\mu \mu_0 \left(1 - i \frac{\sigma_m}{\omega \mu \mu_0}\right)}{\epsilon \epsilon_0 \left(1 - i \frac{\sigma}{\omega \epsilon \epsilon_0}\right)}} = Z_0 \sqrt{\frac{\mu \left(1 - i \frac{\sigma_m}{\omega \mu \mu_0}\right)}{\epsilon \left(1 - i \frac{\sigma}{\omega \epsilon \epsilon_0}\right)}}$$

Если $\frac{\sigma_m}{\mu \mu_0} = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}$, то $Z = Z_0 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$

Реализация поглощающих границных условий

$$loss_m = \frac{\sigma_m \Delta_t}{2 \mu \mu_0}$$

$$loss_e = \frac{\sigma \Delta_t}{2 \varepsilon \varepsilon_0}$$

Если

$$\frac{\sigma_m}{\omega \mu \mu_0} = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon \varepsilon_0}, \text{ то}$$

$$\frac{\sigma_m \Delta_t}{2 \mu \mu_0} = \frac{\sigma \Delta_t}{2 \varepsilon \varepsilon_0} \quad \text{или} \quad loss_m = loss_e$$

Реализация поглощающих границных условий

$$loss_e = loss_m = loss = \frac{\sigma_m \Delta_t}{2 \mu \mu_0} = \frac{\sigma \Delta_t}{2 \varepsilon \varepsilon_0} = 0.02$$

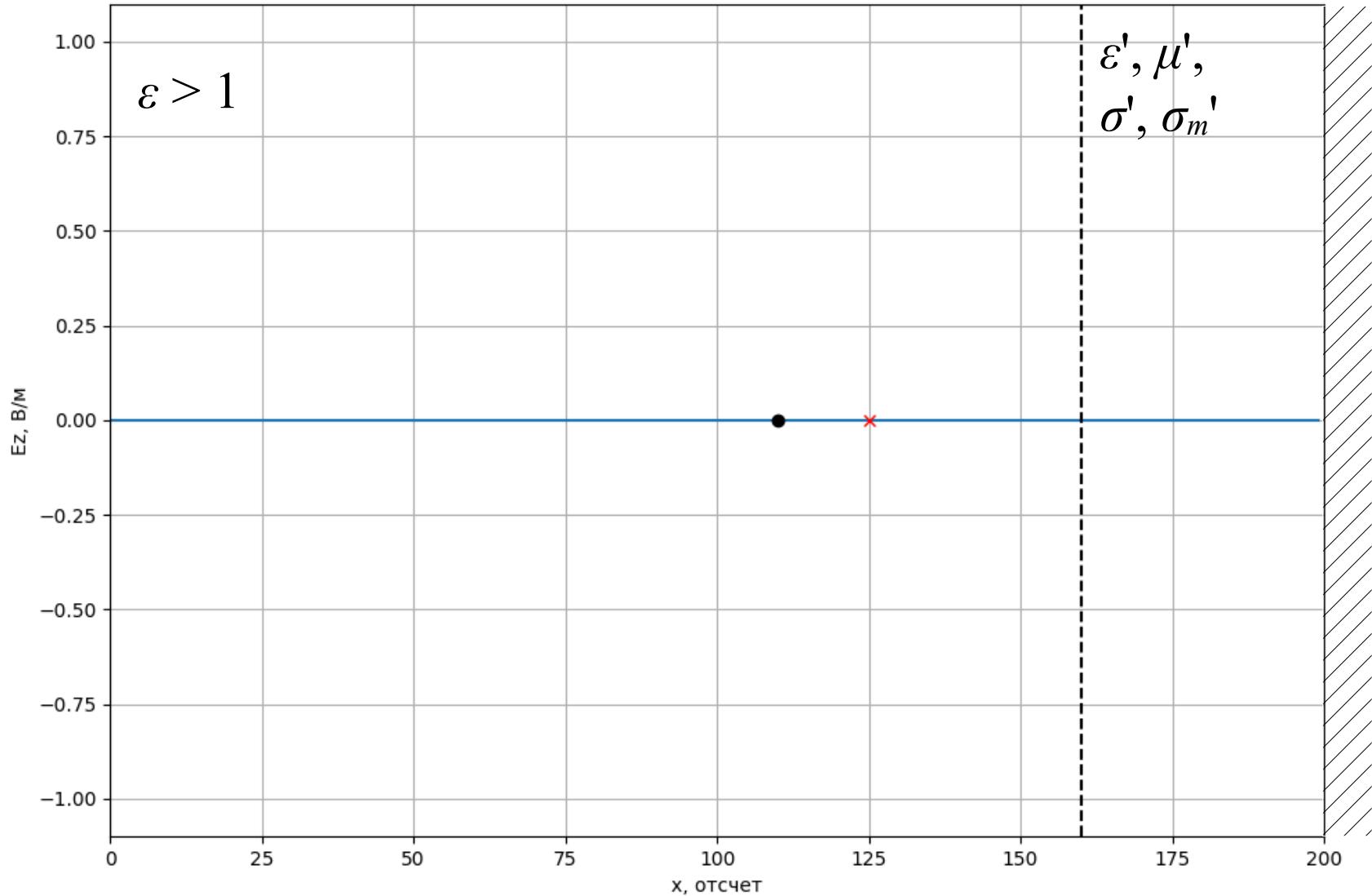
$$C_{E_z E} = \frac{1 - loss}{1 + loss}$$

$$C_{E_z H} = \frac{S_c Z_0}{\varepsilon (1 + loss)}$$

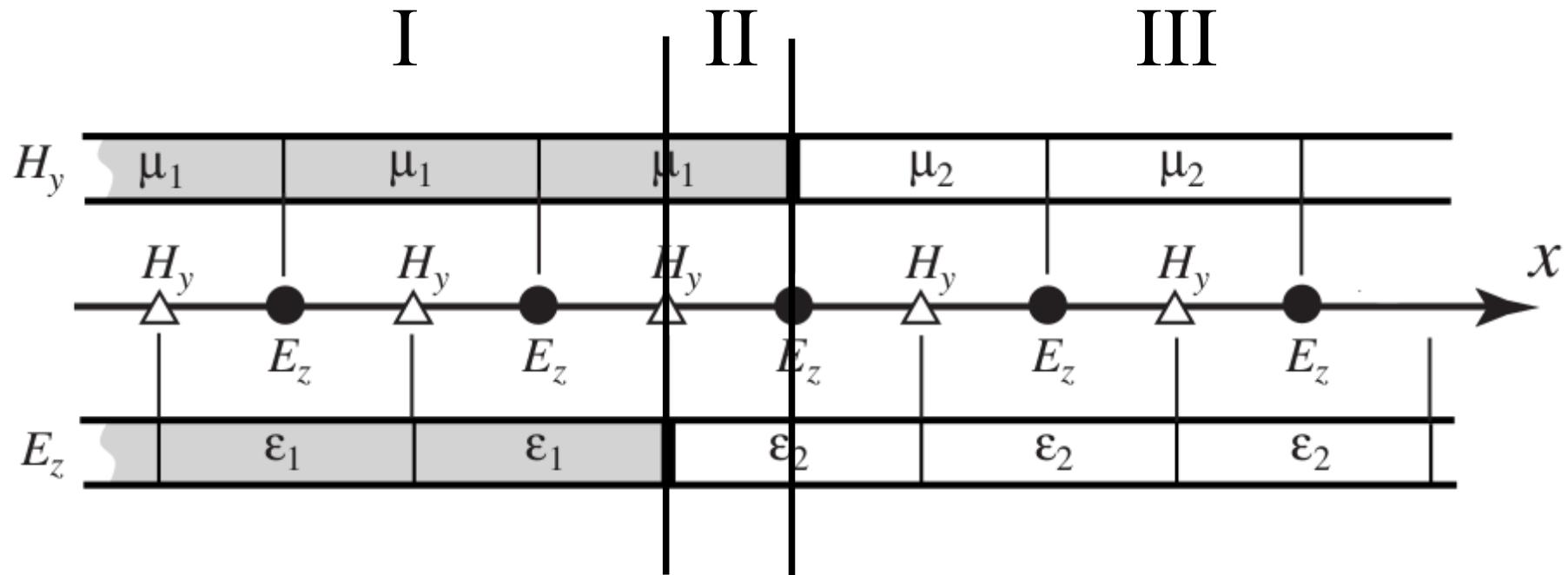
$$C_{H_y E} = \frac{S_c}{\mu Z_0 (1 + loss)}$$

$$C_{H_y H} = \frac{1 - loss}{1 + loss}$$

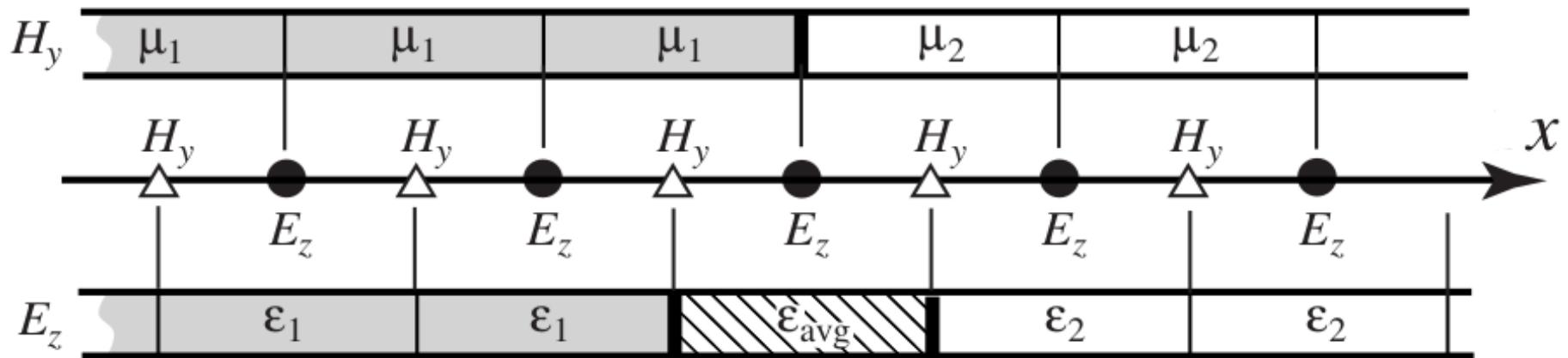
Демонстрация граничных условий с использованием PML (fdtd_pml.py)



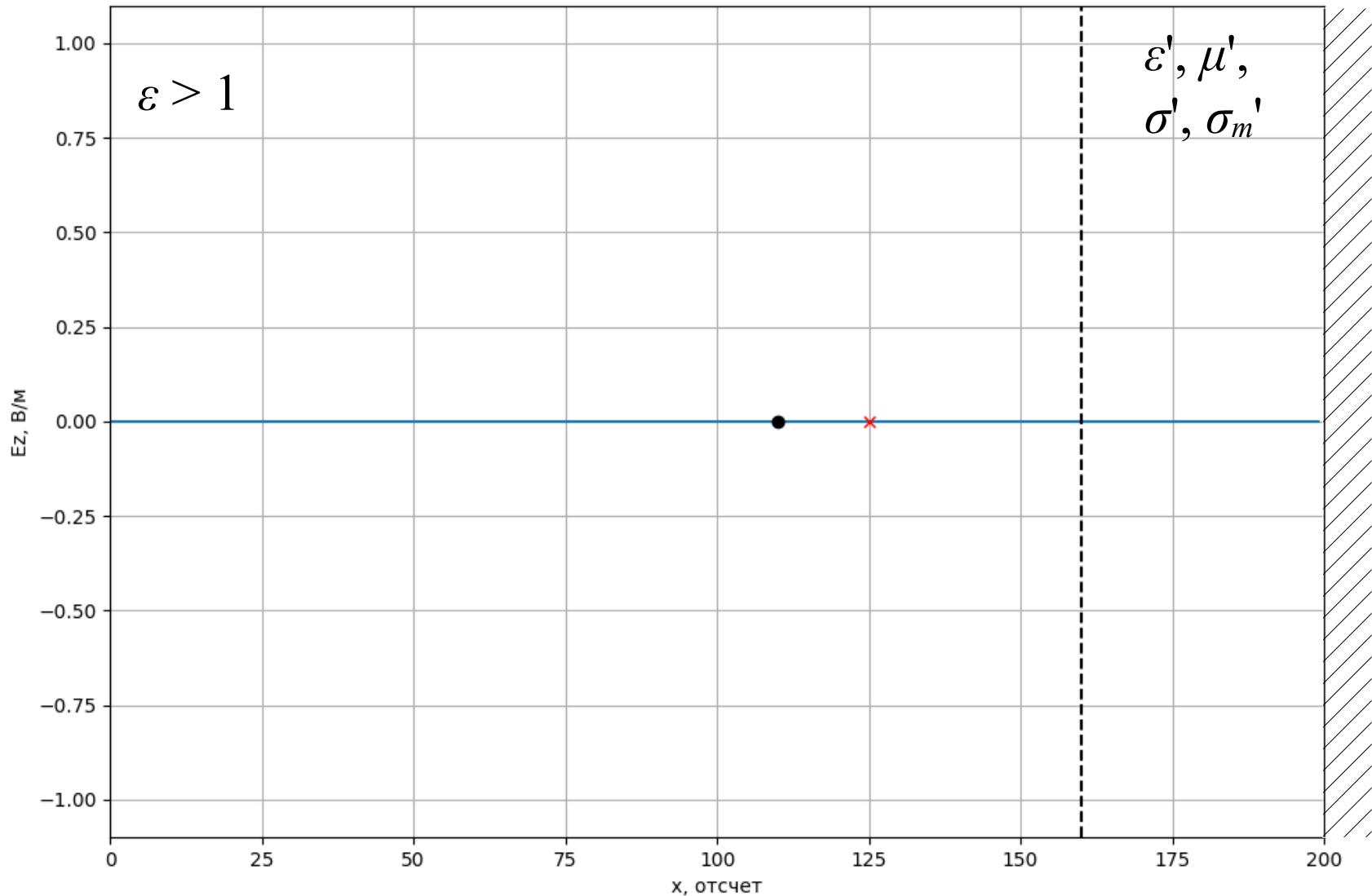
Погрешность из-за дискретной сетки



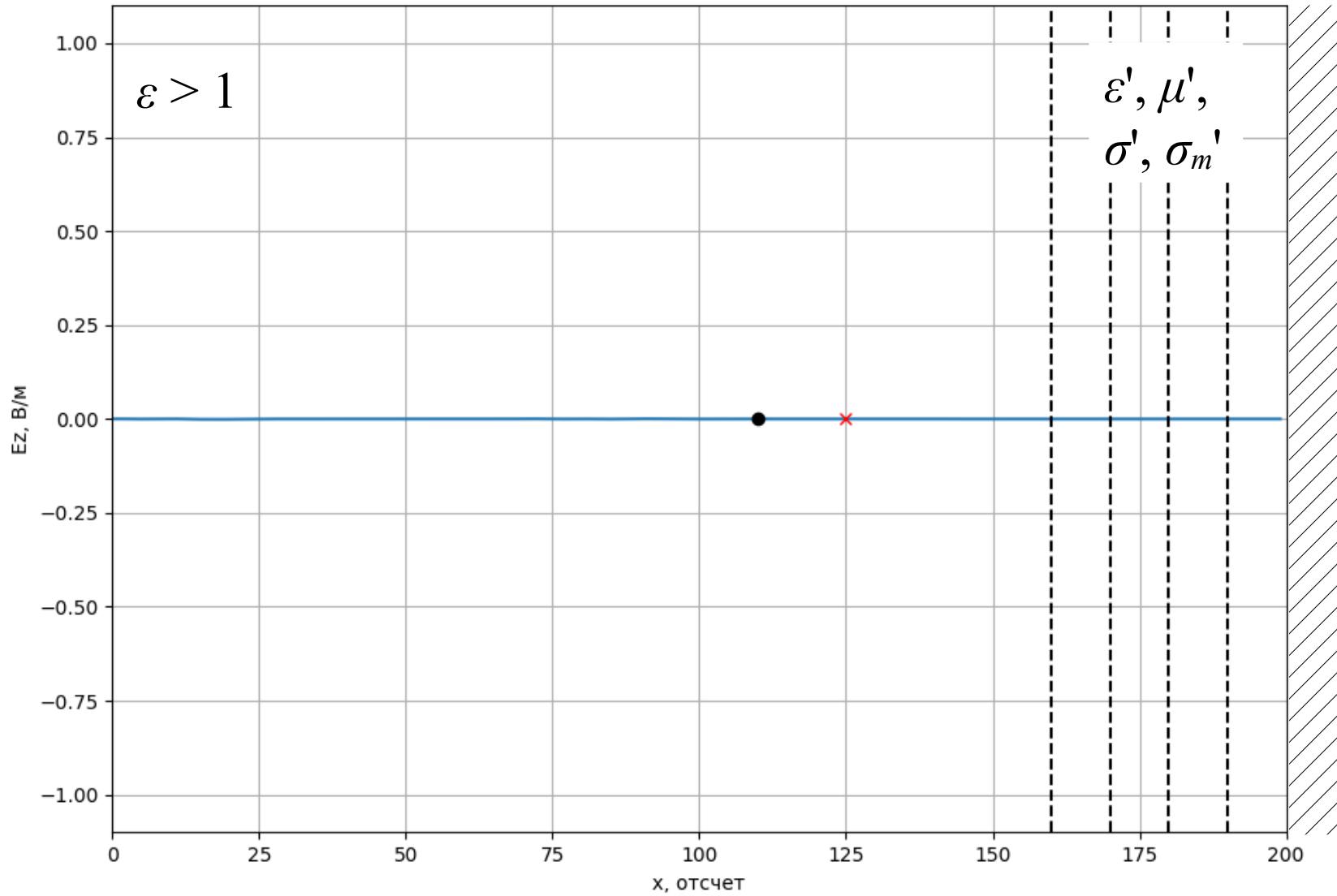
Погрешность из-за дискретной сетки



Демонстрация граничных условий с использованием PML (fdtd_pml_2.py)



Демонстрация граничных условий с использованием многослойного РМЛ (fdtd_pml_3.py)



Демонстрация граничных условий с использованием PML с плавным увеличением потерь (fdtd_pml_4.py)

15

