

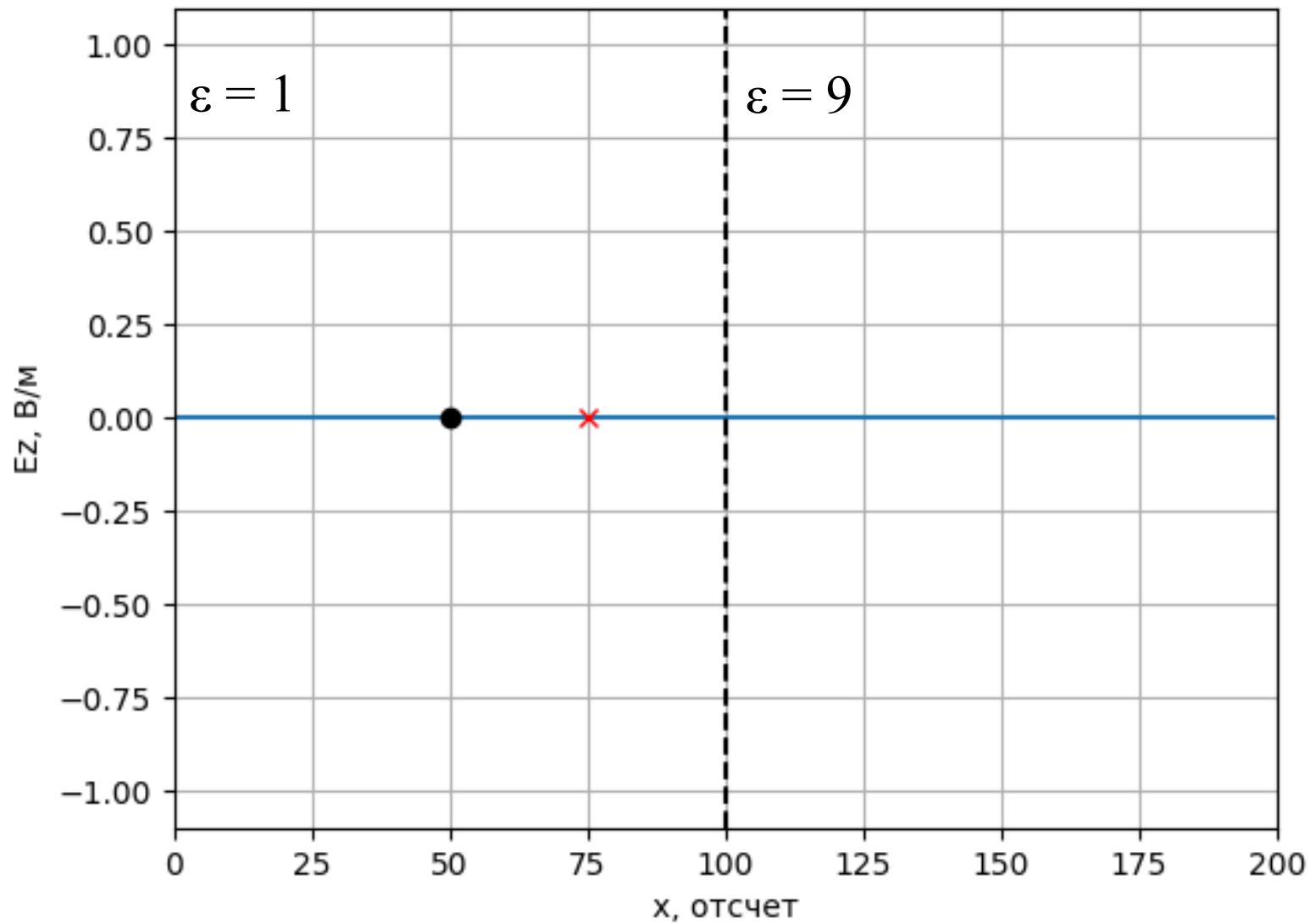
Московский Авиационный Институт  
(национальный исследовательский университет)

---

**«Метод конечных разностей  
во временной области (FDTD)»**

# Моделирование распространения электромагнитной волны в неоднородных средах

# Геометрия решаемой задачи (fdtd\_heterogen\_01.py)



# Конечно-разностная схема

$$H_y^{q+1/2}[m+1/2] =$$

$$= H_y^{q-1/2}[m+1/2] + \left( E_z^q[m+1] - E_z^q[m] \right) \frac{1}{\mu Z_0} S_c$$


---

$$E_z^{q+1}[m] =$$

$$= E_z^q[m] + \left( H_y^{q+1/2}[m+1/2] - H_y^{q+1/2}[m-1/2] \right) \frac{Z_0}{\varepsilon} S_c$$


---

# Конечно-разностная схема

$$H_y^{q+1/2}[m+1/2] =$$

$$= H_y^{q-1/2}[m+1/2] + \left( E_z^q[m+1] - E_z^q[m] \right) \frac{1}{\underline{\mu[m+1/2] Z_0}} S_c$$


---

$$E_z^{q+1}[m] =$$

$$= E_z^q[m] + \left( H_y^{q+1/2}[m+1/2] - H_y^{q+1/2}[m-1/2] \right) \frac{Z_0}{\underline{\varepsilon[m]}} S_c$$


---

# Хранение компонент поля и параметров материалов в реализации FDTD

Индекс → 0 1 2 3

$E_Z$	$E_0$	$E_1$	$E_2$	$E_3$
$\epsilon_{ps}$	$\epsilon_0$	$\epsilon_1$	$\epsilon_2$	$\epsilon_3$

• • •

• • •

$M-4$   $M-3$   $M-2$   $M-1$

$E_{M-4}$	$E_{M-3}$	$E_{M-2}$	$E_{M-1}$
$\epsilon_{M-4}$	$\epsilon_{M-3}$	$\epsilon_{M-2}$	$\epsilon_{M-1}$

Индекс → 0 1 2 3

$H_y$	$H_{1/2}$	$H_{I+1/2}$	$H_{2+1/2}$	$H_{3+1/2}$
$\mu_i$	$\mu_{1/2}$	$\mu_{I+1/2}$	$\mu_{2+1/2}$	$\mu_{3+1/2}$

• • •

• • •

$M-4$   $M-3$   $M-2$   $M-1$

$H_{M-4+1/2}$	$H_{M-3+1/2}$	$H_{M-2+1/2}$	$H_{M-1+1/2}$
$\mu_{M-4+1/2}$	$\mu_{M-3+1/2}$	$\mu_{M-2+1/2}$	$\mu_{M-1+1/2}$

# Учет параметров среды

Если  $\varepsilon = f_\varepsilon(m)$ ,  $\mu = f_\mu(m)$

$$Ez[m] = Ez[m] + (Hy[m] - Hy[m - 1]) * Sc * Z0 / \text{eps}[m]$$

$$Hy[m] = Hy[m] + (Ez[m + 1] - Ez[m]) * Sc / (Z0 * mu[m])$$

# Демонстрация моделирования распространения электромагнитной волны в неоднородных средах

# Коэффициенты отражения и прохождения

Для волны, падающей по нормали:

Коэффициент отражения:

$$\Gamma = \frac{\dot{E}_{\text{отр}}}{\dot{E}_{\text{пад}}} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

Коэффициент прохождения:

$$T = \frac{\dot{E}_{\text{пр}}}{\dot{E}_{\text{пад}}} = \frac{2 Z_2}{Z_2 + Z_1}$$

$$Z = \sqrt{\frac{\mu \mu_0}{\epsilon \epsilon_0}} = Z_0 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

# Коэффициенты отражения и прохождения идеального диэлектрика

Для границы раздела двух диэлектриков

$$\mu_1 = \mu_2 = 1$$

Коэффициент отражения:

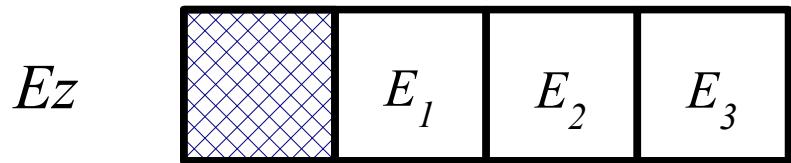
$$\Gamma = \frac{\sqrt{\epsilon_1} - \sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_2} + \sqrt{\epsilon_1}}$$

Коэффициент прохождения:

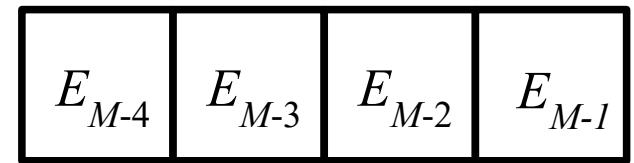
$$T = \frac{2\sqrt{\epsilon_1}}{\sqrt{\epsilon_2} + \sqrt{\epsilon_1}}$$

# Структура массивов полей

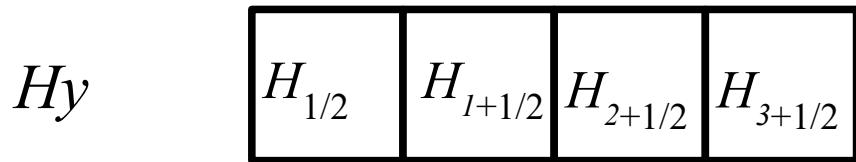
Индекс → 0 1 2 3



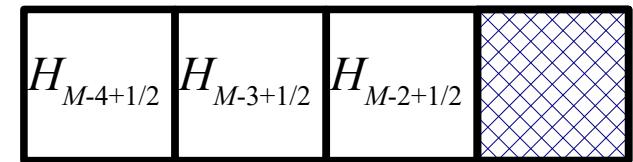
$M-4 \ M-3 \ M-2 \ M-1$



Индекс → 0 1 2 3



$M-4 \ M-3 \ M-2 \ M-1$

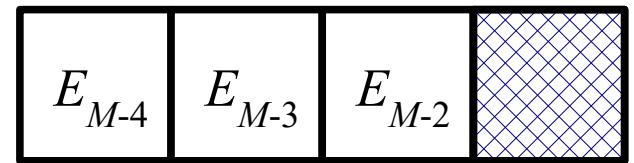


# Структура массивов полей

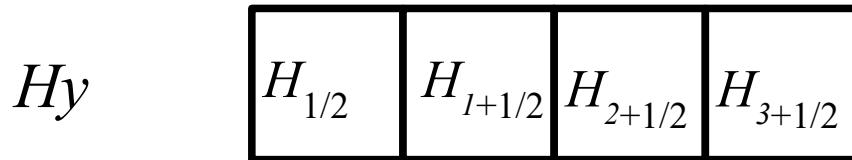
Индекс → 0 1 2 3



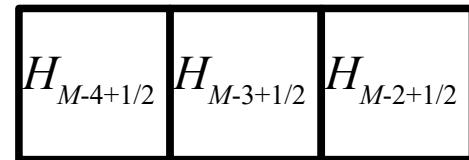
$M-4 \quad M-3 \quad M-2 \quad M-1$



Индекс → 0 1 2 3

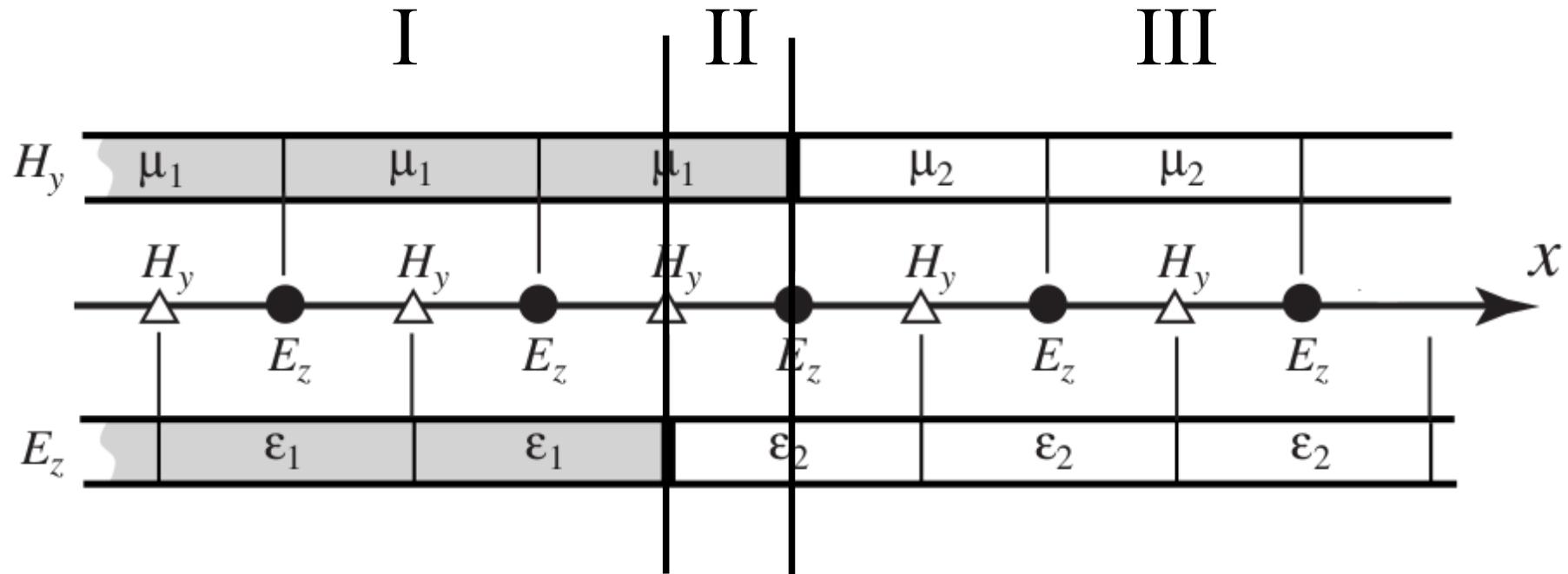


$M-4 \quad M-3 \quad M-2$



# Демонстрация моделирования распространения электромагнитной волны в неоднородных средах

# Погрешность из-за дискретной сетки



# Погрешность из-за дискретной сетки

