



Note 2. Concept of Diversity

Sangjoon Park

azssa@yonsei.ac.kr

Table of Contents

Concept of Diversity

- Large vs. Small Scale Fading
- Impact of Deep Fading
- Concepts of Diversity
- Receive Diversity
- Diversity Combining Schemes
- Transmit Diversity
- Receive vs. Transmit Diversity
- TDD / FDD
- Simulator

Large vs. Small scale fading

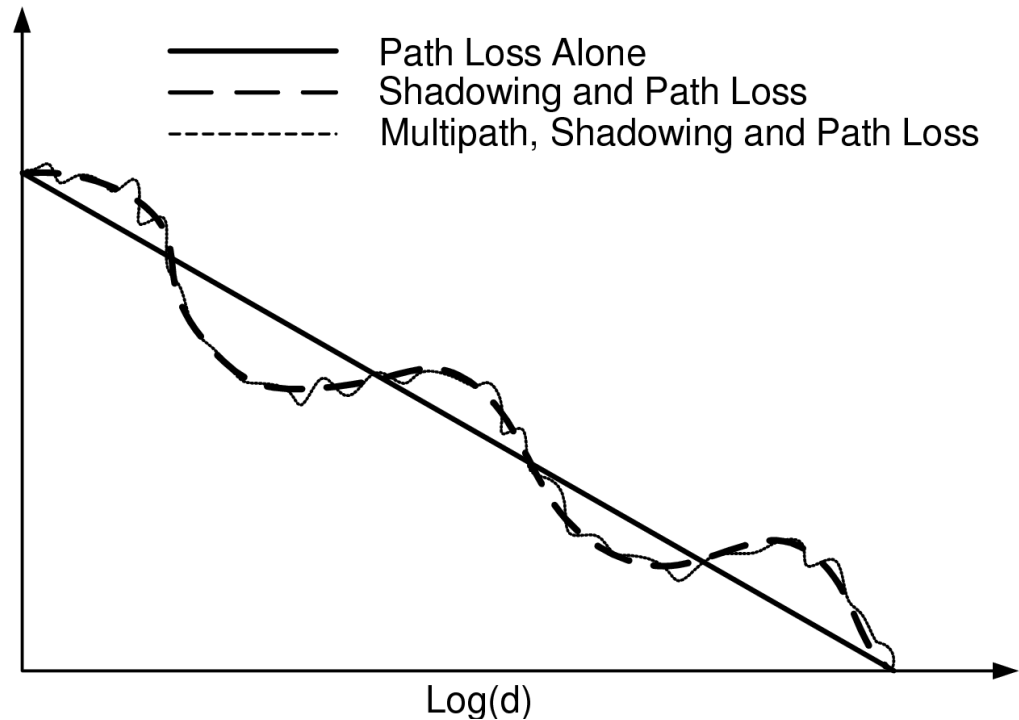
6

■ Large Scale Fading

- 수신 전력에 있어서 수십~수백 dB의 변동
- 무선 통신 환경에서 Large Scale Fading에 의한 전력 감쇄는 반드시 보상되어야 함

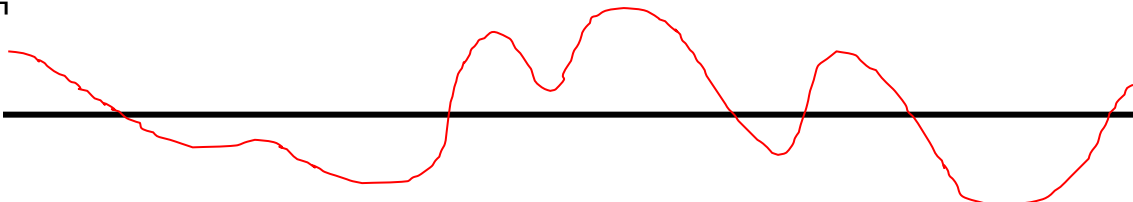
■ Small Scale Fading

- Large Scale Fading에 비해 상대적으로 작은 변동
- 평균(Average) 1을 기준으로 순시(Instantaneous) 수신전력의 변동을 유발
 - Large Scale만을 고려하여 감쇄된 전력의 Small Scale에서의 평균 수신 전력



Small Scale Fading에 의한 순시 수신 전력

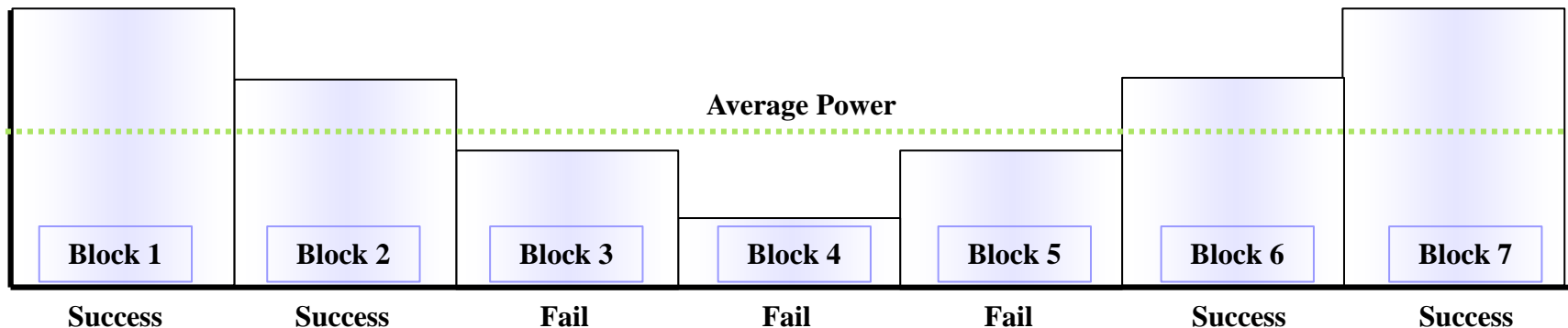
Small-Scale Fading의 평균 수신 전력
(Large-Scale Fading에 의해 결정)



Impact of Deep Fading

- 예제) 각 데이터블록들은 평균 전력 이상을 보장하는 채널 환경에서 수신에 성공하는 상황
 - 평균 전력 - Large Scale Fading 만이 고려된 상황

Received Power

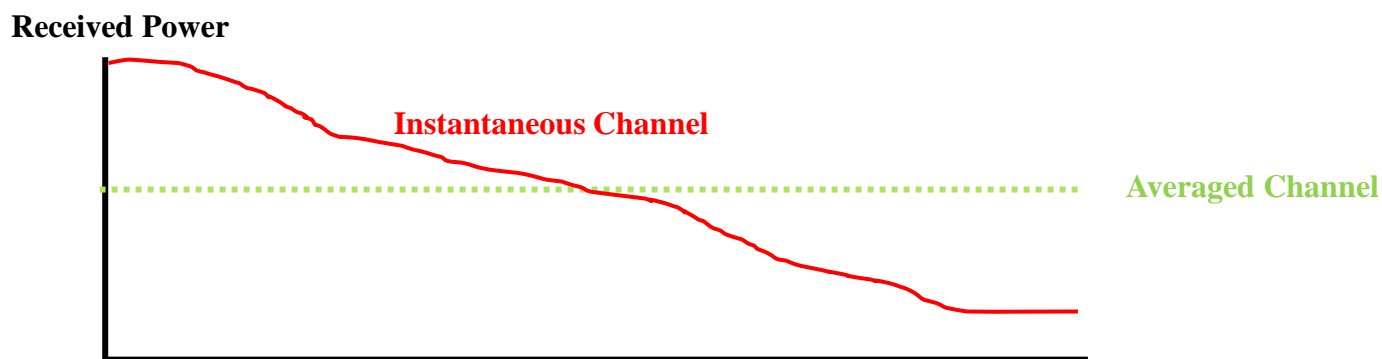


- Block 1, 2, 6, 7 – Small Scale Fading이 평균 이상 → 데이터 수신 성공
- Block 3, 4, 5 – Deep Fading effect로 인해 데이터 수신 실패
- Typical Error events in AWGN channel
 - 큰 Noise 발생으로 인해 Error Event 발생
- Typical Error events in Fading channel
 - Channel이 Deep Fading 상태에 빠짐에 따라 Error Event 발생

Concepts of Diversity (1/7)

■ Diversity

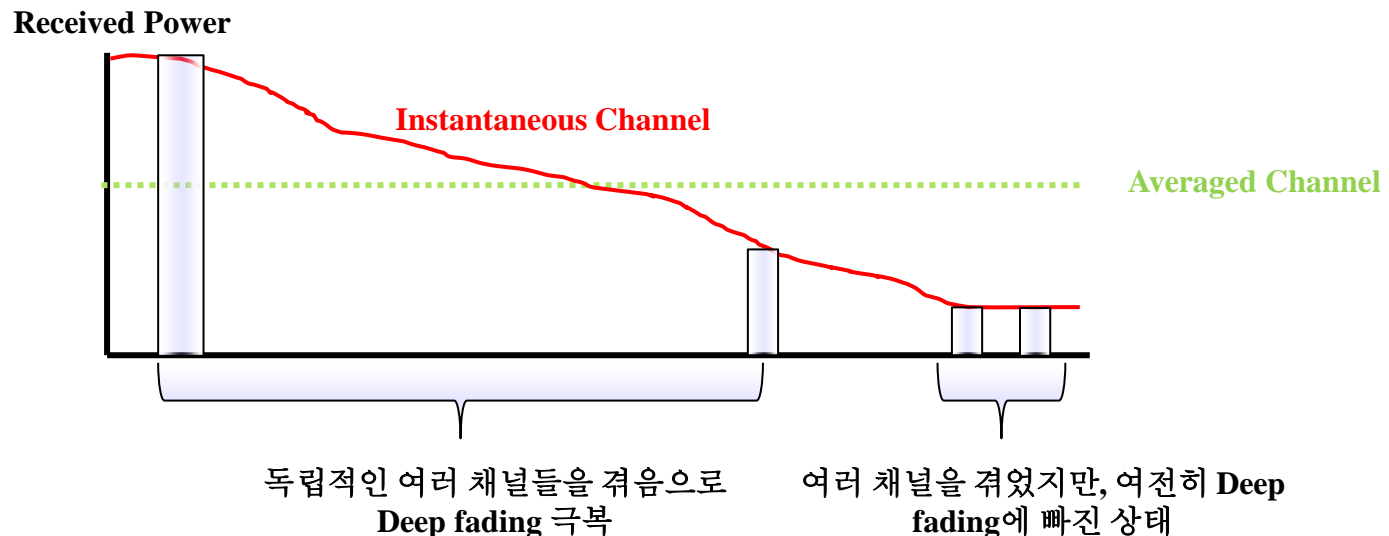
- 사전적 의미: 다양성
- For communication systems under fading channels,
 - 순시적으로 볼 때 특정 송신 데이터는 채널의 변화로 인해 Deep Fading에 빠질 수 있음
 - 하지만, Fading Channel에서 각 채널 값의 평균 치는 1
→ 특정 송신 신호가 여러 Fading Channel을 겪게 함으로 Deep Fading에 빠질 확률을 감소시키는 방법



- 특정 신호가 많은 “독립적인” 채널을 겪을 수록 Deep Fading 확률 감소
- 많은 독립적인 채널을 겪을수록 평균 값에 근접해짐 → AWGN에 근접

Concepts of Diversity (2/7)

■ How to achieve the diversity?



□ 여러 “독립적인” 채널을 겪을수록 Diversity 효과 증대

- i.i.d.한 random variables x_1, x_2, \dots, x_N
- $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N \approx N \cdot E[x]$
- $x_1 + x_1 + x_1 + \dots + x_1 = N \cdot x_1 \neq N \cdot E[x]$

→ Correlated fading channel에서는 Diversity 효과 감소

Concepts of Diversity (3/7)

■ Diversity 효과 vs. SNR 증대 효과

□ Diversity 효과: Fading Channel의 Averaging 효과

□ SNR 증대 효과: 신호의 증폭 효과

■ $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N \approx N \cdot E[x] \rightarrow E[x]$ 를 N 번 더한 것과 같음

■ $x_1 + x_1 + x_1 + \dots + x_1 = N \cdot x_1 \rightarrow x_1$ 을 N 번 더한 것과 같음

■ Correlation – 채널이 어떤 자원의 변화에 대해 유사한 정도

□ Correlated channel \rightarrow 채널을 예측하기 쉬어지나, Diversity를 확보하기 어려워짐

■ time 1, time 2의 채널이 유사하다면, time 1의 채널 정보로 time 2의 채널을 예측

□ No time/freq./spatial correlation \rightarrow Diversity를 확보하기 쉬어지나, 채널을 예측하기 어려워짐

■ Time Correlation: 인접 시간대의 채널들 간 유사 정도

■ Freq. Correlation: 인접 대역대의 채널들 간 유사 정도

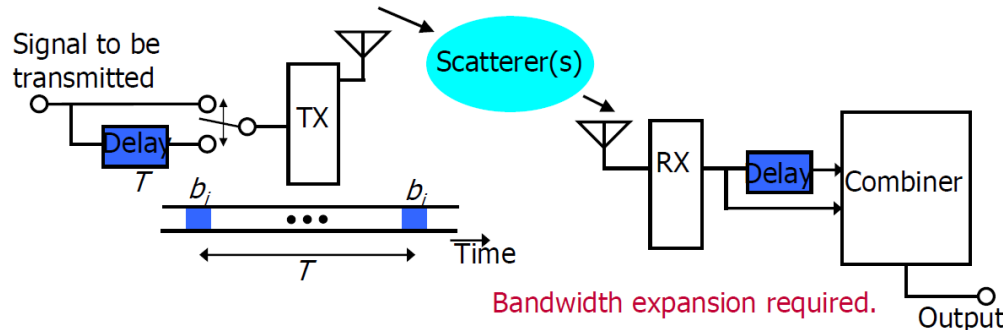
■ Spatial Correlation: 인접 안테나들의 채널들 간 유사 정도

Concepts of Diversity (4/7)

■ Time diversity (in Time Varying Channels)

□ Repetition of the TX signal after time delays

- After time delays, the channel should be varied to achieve the diversity gain
- Usually achieved by coding and interleaving



■ Frequency diversity (in Freq. Selective Channel)

□ Similar ways to time diversity (e.g., OFDM system)

□ OFDM: Repetition of the TX signal for separated subcarriers

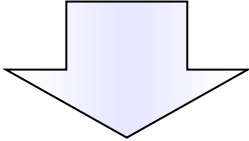
- The subcarriers should have the different channel to achieve the diversity gain
- Usually achieved by coding and interleaving

■ Normally, to achieve the additional diversity gain, the resource expansion is required.

□ Ex) Sending the same signal in two time slots → Decreased Data Rate

Concepts of Diversity (5/7)

- Suppose that the TX wants to send x through the fading channel
- Repetition coding: Simplest coding
 - Simplest Error Correction Coding
 - Basic way to achieve time diversity in fading channels
 - $x = x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_L$


$$\begin{array}{l} \text{1st TX Time Slot} \longrightarrow \\ \text{2nd TX Time Slot} \longrightarrow \\ \vdots \\ \text{L}^{\text{th}} \text{ TX Time Slot} \longrightarrow \end{array} \begin{bmatrix} y_1 = h_1 x_1 + n_1 \\ y_2 = h_2 x_2 + n_2 \\ \vdots \\ y_L = h_L x_L + n_L \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} y_1 = h_1 x + n_1 \\ y_2 = h_2 x + n_2 \\ \vdots \\ y_L = h_L x + n_L \end{bmatrix}$$

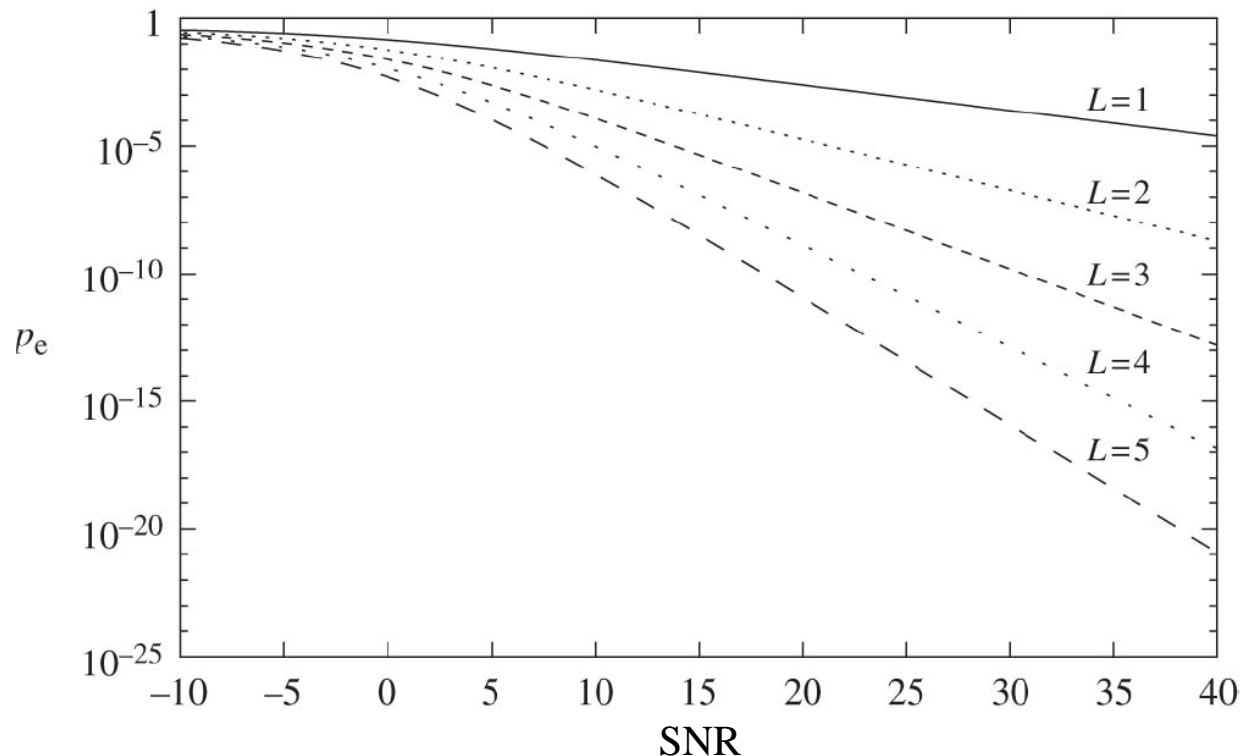
- As L increases, a more diversity gain is achievable in general

Concepts of Diversity (6/7)

- Let p_e be the probability that falls into the deep fading, e.g.,

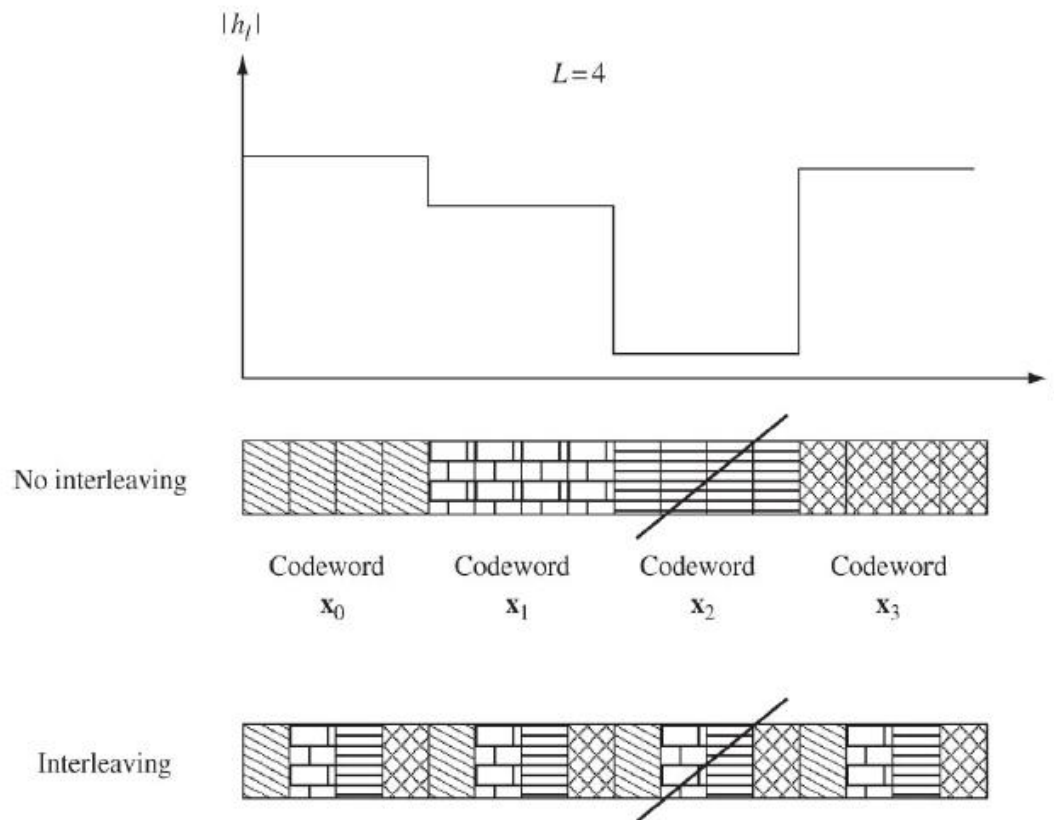
$$p_e = P\left(\frac{\|\mathbf{h}\|^2 |x|^2}{\sigma^2} < 1\right) = P\left(\|\mathbf{h}\|^2 < \frac{\sigma^2}{|x|^2}\right) = P(\|\mathbf{h}\|^2 < (\text{AWGN-SISO SNR})^{-1}), \mathbf{h} = [h_1, \dots, h_L]^T$$

- Relationship of p_e and the diversity (uncorrelated channels)



Concepts of Diversity (7/7)

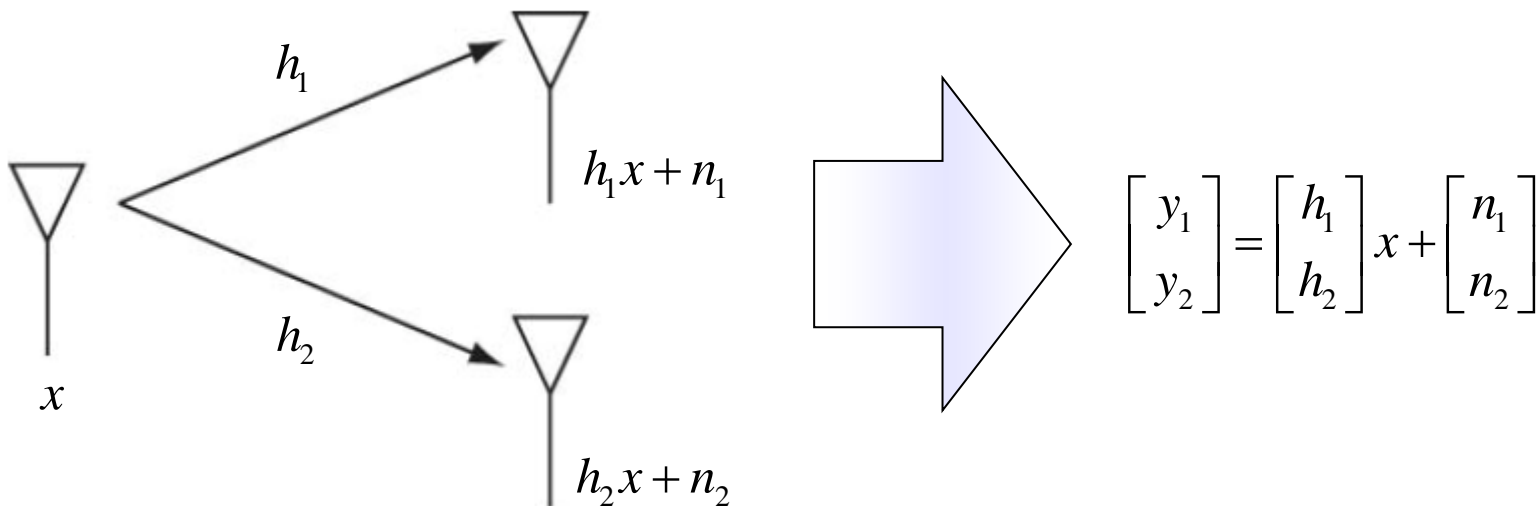
- Interleaving - Achieving Time/Freq Diversity in addition to the ECC coding (i.e., Repetition Coding)
 - When the correlation between consecutive transmission slots is high, then the repetition coding is not enough to achieve the diversity.



Receive Diversity

■ SIMO (Single-Input Multiple-Output)

- 단일 입력에 대해 여러 개의 출력을 가지는 시스템
- 단일 송신 안테나 → 다중 수신 안테나



- 복수의 수신 안테나로 인해 독립적으로 형성된 채널들을 통해 Diversity 효과 달성
- Time / Frequency Diversity와 본질적으로 동일한 특성을 지님
 - Receiver Antenna (channel) Correlation 존재 시 Diversity 이득 감소
 - Can be accomplished without “Resource Expansion”

Diversity Combining Schemes (1/2)

■ What should be done at the receiver to achieve the diversity?

□ Maximal-Ratio Combining (MRC)

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 x + n_1 \\ h_2 x + n_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} h_1^H y_1 \\ h_2^H y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1^H h_1 x + h_1^H n_1 \\ h_2^H h_2 x + h_2^H n_2 \end{bmatrix} \Rightarrow h_1^H y_1 + h_2^H y_2$$

- 수신 신호의 결합 이후 SNR 값이 최대가 될 수 있도록 Combining
- The resulting SNR: $\sum_{k=1}^N SNR_k$

□ Equal Gain Combining (EGC)

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 x + n_1 \\ h_2 x + n_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} h_1^H y_1 / |h_1^H| \\ h_2^H y_2 / |h_2^H| \end{bmatrix} \Rightarrow h_1^H y_1 / |h_1^H| + h_2^H y_2 / |h_2^H|$$

- Combining시 Phase 보상만 거친 후 동일한 크기의 Gain을 사용

□ Selection Combining (SC, SRC)

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 x + n_1 \\ h_2 x + n_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} |h_1| > |h_2| ? \Rightarrow h_1 x + n_1 \\ |h_1| < |h_2| ? \Rightarrow h_2 x + n_2 \end{matrix}$$

- 여러 수신 신호 중 가장 좋은 채널을 겪은 신호를 선택

Diversity Combining Schemes (2/2)

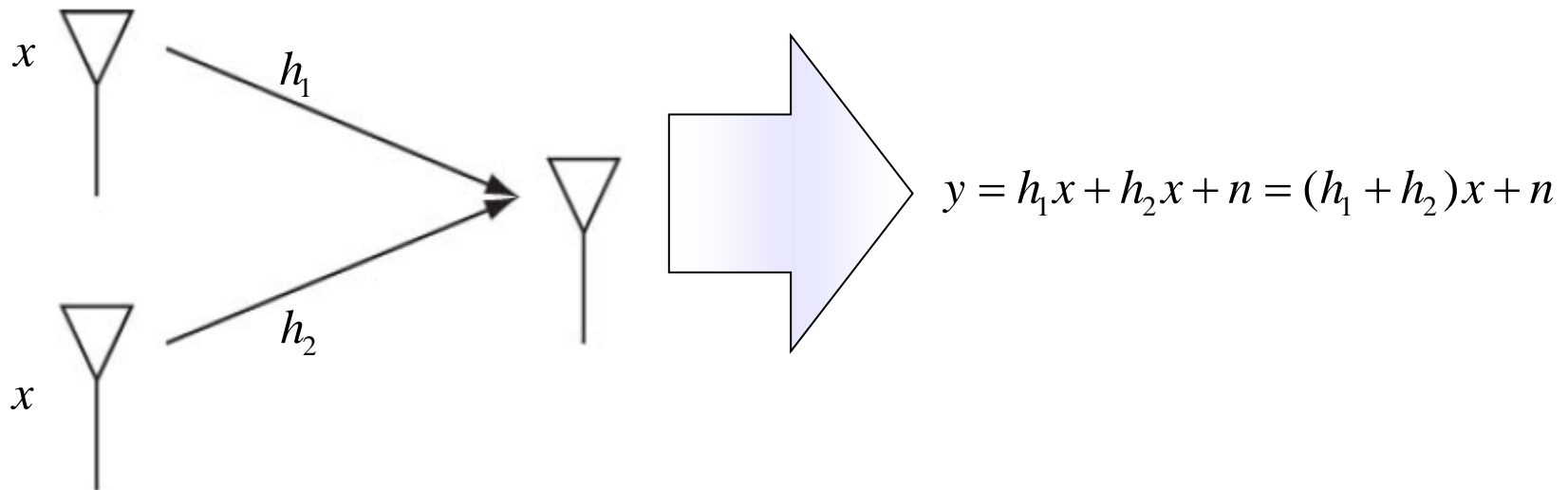
- MRC, EGC, SC는 Receive Diversity뿐 아니라 Time Diversity, Frequency Diversity 등 하나의 송신 신호가 여러 개의 수신 신호로 들어오는 모든 경우에 사용 가능
- Complexity: (Largest) MRC > EGC > SC (Smallest)
- Performance for the **not-fully correlated channels**, i.e., $h_1 \neq h_2$
 - (Best) MRC > EGC > SC (Worst)
 - MRC, EGC, SC가 달성하는 Diversity 이득은 동일하나, SNR 이득에서 차이가 발생
- Performance for the **fully correlated channels**, i.e., $h_1 = h_2$
 - (Best) MRC = EGC > SC (Worst)
 - Diversity 이득 없음. SNR에서 이득이 발생.
- SNR (Signal-to-Noise Ratio) when $E[|x|^2] = 1$ & $n_i \sim \text{Normal}(0, \sigma^2)$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 x + n_1 \\ h_2 x + n_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} RX \text{ SNR}_1 : \frac{|h_1|^2}{\sigma^2} \\ RX \text{ SNR}_2 : \frac{|h_2|^2}{\sigma^2} \end{matrix} \Rightarrow \text{Combined SNR(MRC)}: \frac{|h_1|^2 + |h_2|^2}{\sigma^2}$$

Transmit Diversity (1/3)

■ MISO (Multiple-Input Single-Output)

- 여러 개의 입력에 단일 출력을 가지는 시스템
- 다중 송신 안테나 → 단일 수신 안테나

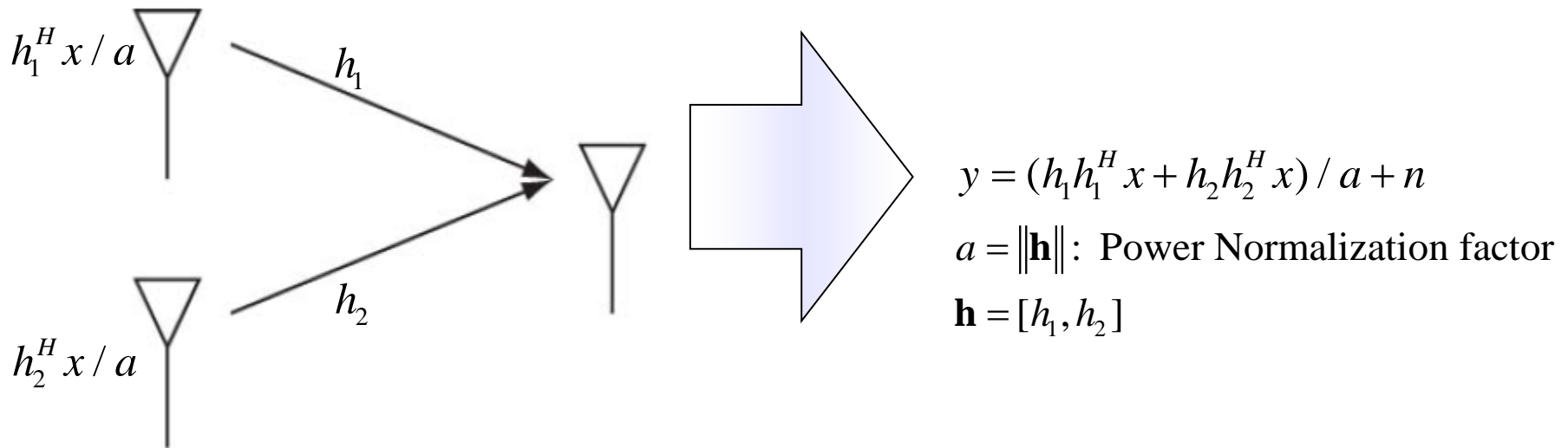


- SIMO의 경우와 달리, 다중 송신안테나에서 하나의 신호를 동시에 전송해도 Diversity 효과가 달성되지 않음
 - SIMO MRC시 수신 신호 : $h_1^H h_1 x + h_2^H h_2 x + noise \rightarrow h_1, h_2$ 간 상쇄 효과 없음
 - MISO 단순 반복 전송시 수신 신호: $(h_1 + h_2)x + noise \rightarrow h_1, h_2$ 간 상쇄 가능

Transmit Diversity (2/3)

■ Maximal-Ratio Transmission (MRT)

- MISO 시스템에서 Transmit Diversity를 달성하기 위한 송신 방법 중 하나
- SIMO의 MRC와 동일한 원리
- 송신 Power를 더 쓰지 않도록 각 송신 안테나 신호에 대한 Power Normalization이 필요

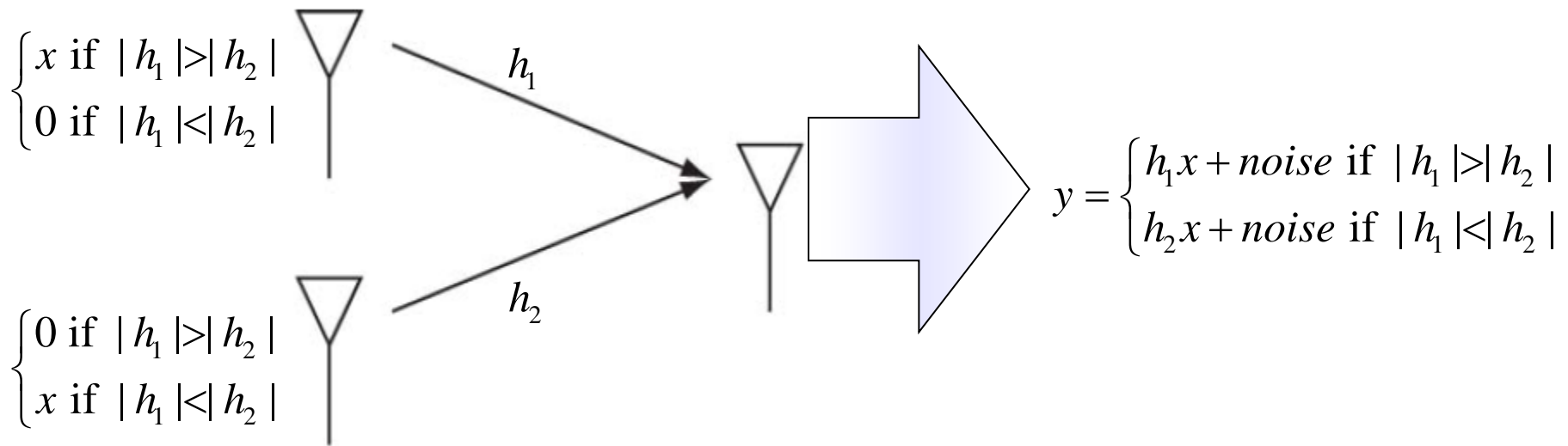


$$\text{Transmit Power: } \left| \frac{h_1^H x}{a} \right|^2 + \left| \frac{h_2^H x}{a} \right|^2 = \frac{|h_1|^2 |x|^2}{|h_1|^2 + |h_2|^2} + \frac{|h_2|^2 |x|^2}{|h_1|^2 + |h_2|^2} = |x|^2$$

Transmit Diversity (3/3)

■ Transmit Antenna Selection

- MISO 시스템에서 Transmit Diversity를 달성하기 위한 송신 방법 중 하나
- SIMO의 SC와 동일한 원리
- SISO 환경과 동일한 신호 파워로 전송



Transmit Power : $|x|^2$

Receive vs. Transmit Diversity

■ Receive Diversity

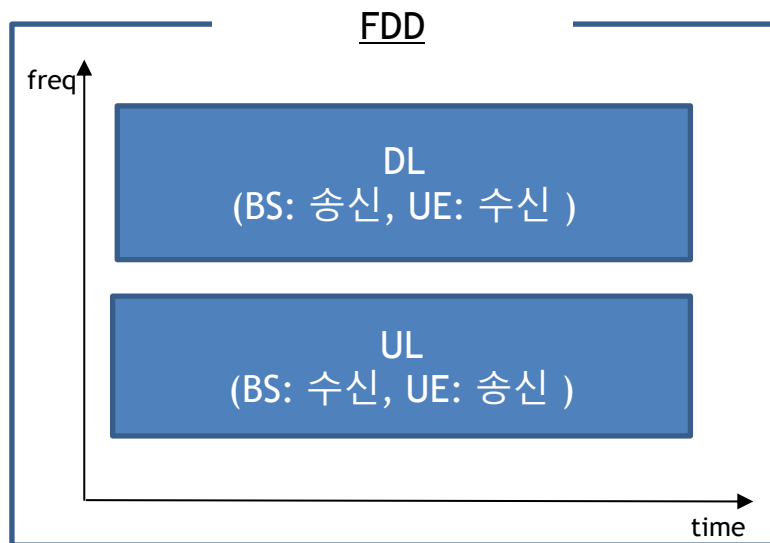
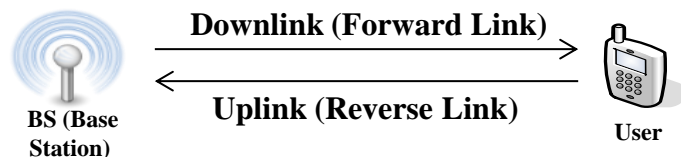
- Also called as “Receive Beamforming”
- TX: 송수신 채널에 대한 정보를 알고 있을 필요가 없음
- RX: 송수신 채널에 대한 정보를 알고 있어야 함.
- 하나의 데이터에 대해 하나의 송신 안테나 사용으로 Diversity 이득 획득 가능

■ Transmit Diversity

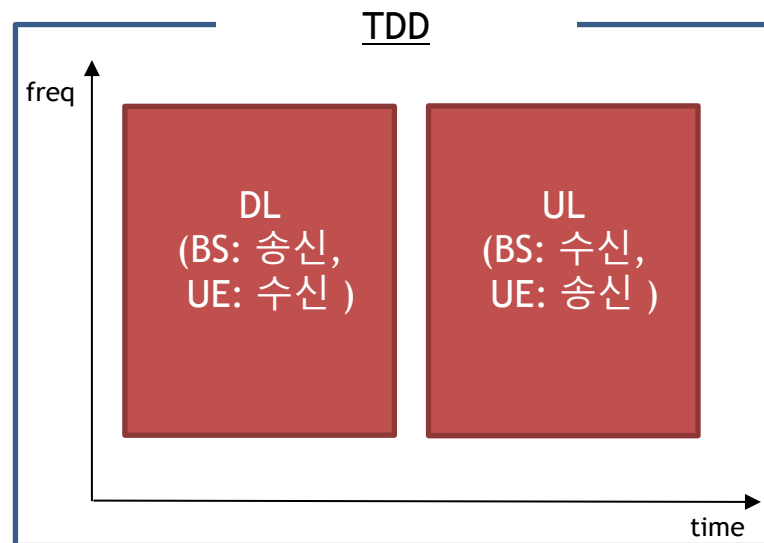
- Also called as “Transmit Beamforming”
- TX: 송수신 채널에 대한 정보를 알고 있어야 함.
 - MRT: Full Knowledge
 - Antenna Selection: (최소) 어떤 송신 안테나가 가장 좋은 채널을 가지는지
- RX: 송수신 채널에 대한 정보를 알고 있어야 함.
 - TX단에서 송수신 채널에 대한 정보는 보통 RX단에서 TX단으로 전송하는 별도의 피드백을 통해 획득
 - TDD 시스템에서는 피드백 없이 알 수도 있음. (Channel Reciprocity)
- 하나의 데이터에 대해 여러 개의 송신 안테나 사용으로 Diversity 이득 획득 가능

TDD / FDD

■ TDD (Time-division duplexing) vs. FDD (Frequency Division duplexing)



□ DL / UL이 대역으로 구분



□ DL / UL이 시간으로 구분

- FDD – DL / UL 대역이 어느 정도 떨어져 있음 → 채널의 유사도 낮음
- TDD – DL / UL 시간이 바로 인접하여 발생 가능 → 채널의 유사도 높음
 - Channel Reciprocity - 수신단은 수신 신호를 이용해 채널 추정 가능 → 자신이 전송하는 다음 시간에 이전에 추정된 채널 정보 이용

Simulator – SNR setting

■ Symbol Power / Noise Variance 설정 방법

□ “Energy = Power” for unit time (Power: Energy for unit time)

□ Ex) SNR k dB의 환경 설정 시

- 1) Symbol Power를 특정 값으로 (ex: 1)로 고정하고 설정

$$k[dB] = 10 \log_{10} \frac{E_s}{\sigma^2} = 10 \log_{10} \frac{1}{\sigma^2} = -10 \log_{10} \sigma^2$$
$$\sigma^2 = 10^{\left(\frac{-k}{10}\right)}$$

- 2) Noise Variance를 특정 값으로 (ex:1)로 고정하고 설정

$$k[dB] = 10 \log_{10} \frac{E_s}{\sigma^2} = 10 \log_{10} E_s$$
$$E_s = 10^{\left(\frac{k}{10}\right)}$$

- 실험상으로는 전자가 비교적 편한 경우가 많으나, 실제 환경과는 후자가 잘 들어맞음

Simulator – SNR, E_s/N_o , E_b/N_o

- SNR (E_s/N_o) vs. E_b/N_o
 - $E_s/N_o = \text{SNR} \cdot (W/\text{Symbol Rate})$: 논문 등에서 흔히 편의상 SNR로 표시
 - ex: $\text{SNR} = E[|x|^2]/\sigma^2 = E_s/N_o$ when W (Bandwidth) = Symbol Rate
 - 한 심볼당 q bit를 가지는 Modulation을 고려하자.
 - $q=1 \rightarrow \text{BPSK}$
 - $q=2 \rightarrow \text{QPSK}$
 - $q=4 \rightarrow \text{16-QAM}$
 - ...
 - E_b/N_o : Known as SNR per bit
 - SNR (E_s/N_o): k [linear scale] $\rightarrow E_b/N_o: k/q$
 - SNR (E_s/N_o) 은 심볼 Energy 당 Noise Power Spectral Density 의 비
 - 한 심볼당 q 개의 bit가 들어 있으므로, 심볼당 Energy가 E_s 일 때, 비트당 Energy는 E_s/q
 - SNR (E_s/N_o): k [dB] $\rightarrow E_b/N_o: k - 10\log_{10}q$

Simulator – BPSK / QPSK

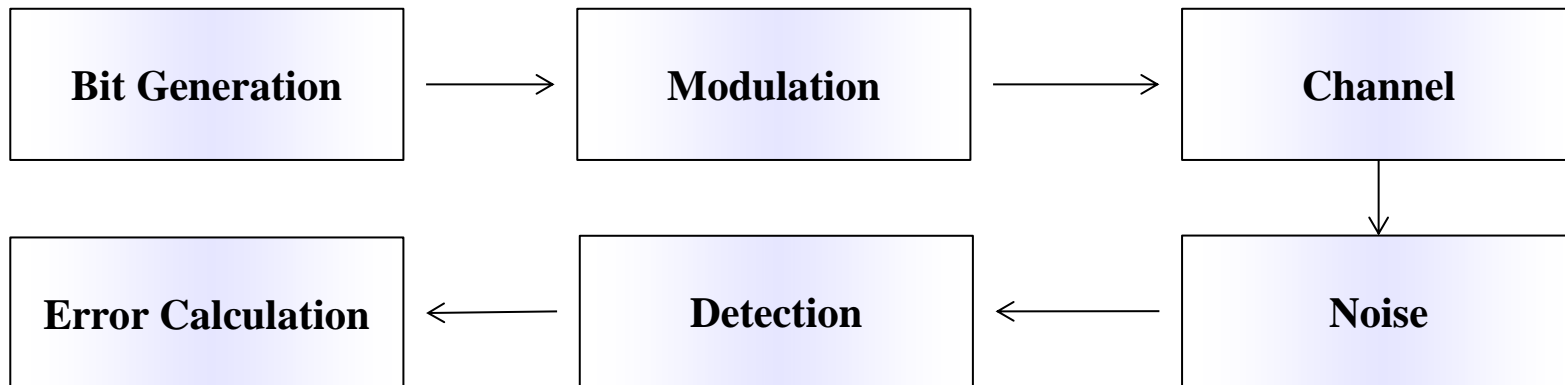
■ BPSK (Binary-Phase-Shift keying)

- Simulation 상으로, 비트 생성 이후 다음과 같은 Mapping을 고려 ($E_s=1$ 로 가정)
 - Bit가 1이면 → 송신 Symbol은 $(1+0 \cdot j)$
 - Bit가 0이면 → 송신 Symbol은 $(-1+0 \cdot j)$
 - 바뀌서 사용해도 성능상 문제 없음

■ QPSK (Quadrature-Phase-Shift keying)

- Simulation 상으로, 비트 생성 이후 다음과 같은 Mapping을 고려 ($E_s=1$ 로 가정. Gray-coding 기반)
 - 두 Bit가 (0,0)이면 → 송신 Symbol은 $(1+1 \cdot j) / \text{root}(2)$
 - 두 Bit가 (0,1)이면 → 송신 Symbol은 $(-1+1 \cdot j) / \text{root}(2)$
 - 두 Bit가 (1,0)이면 → 송신 Symbol은 $(1-1 \cdot j) / \text{root}(2)$
 - 두 Bit가 (1,1)이면 → 송신 Symbol은 $(-1-1 \cdot j) / \text{root}(2)$
 - Gray Coding에 의거한 다른 Mapping도 가능.

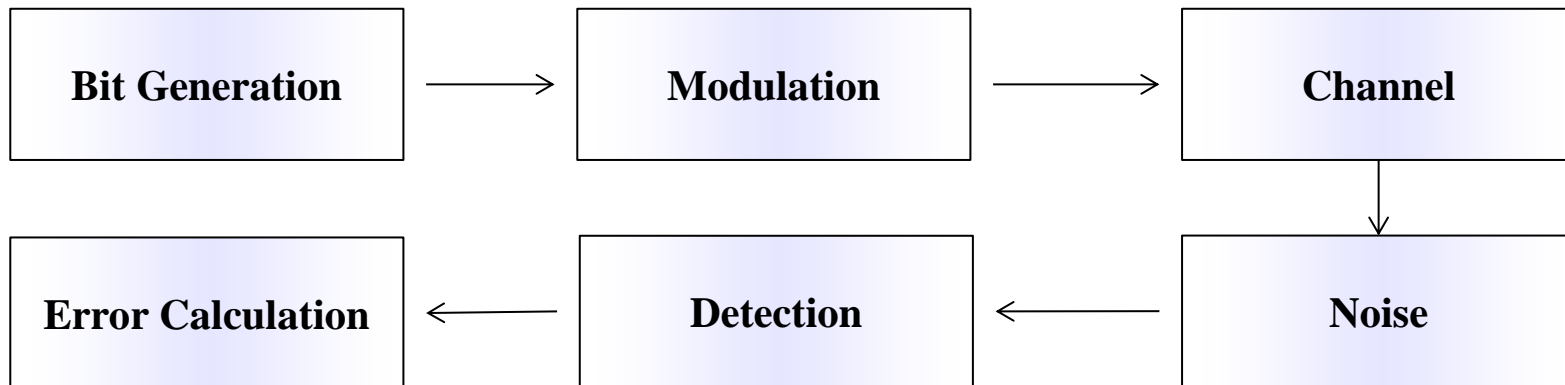
Simulator – BER / SER (1/4)



■ 특정 SNR에서 실험 [ex: k dB]

- 1) Bit Generation → 한 번의 전송에 필요한 수의 Bit를 Random하게 생성
 - ex) QPSK, SISO → 한 전송 시간에 한 심볼이 전송되고, 이를 위해 두 개의 비트가 필요 → b_1, b_2 를 임의로 생성
- 2) Modulation → 생성된 비트를 송신 심볼로 변조
 - ex) QPSK, SISO → b_1, b_2 에 해당하는 x 를 생성
- 3) Channel → 생성된 송신 심볼에 Channel Gain을 곱함
 - ex) AWGN Channel → Complex 값 x 에 Real 채널값 1을 곱함
 - ex) Rayleigh Fading Channel → Complex 값 x 에 Complex 채널값 h 를 곱함.
 - h : zero mean, variance 1인 complex Gaussian distribution (각 real/image 값이 zero mean, variance 0.5인 Gaussian distributions)

Simulator – BER / SER (2/4)



■ 특정 SNR에서 실험 [ex: k dB]

□ 4) Add Noise → 현재 dB 및 E_s 에 따라 노이즈를 생성하여 더해줌

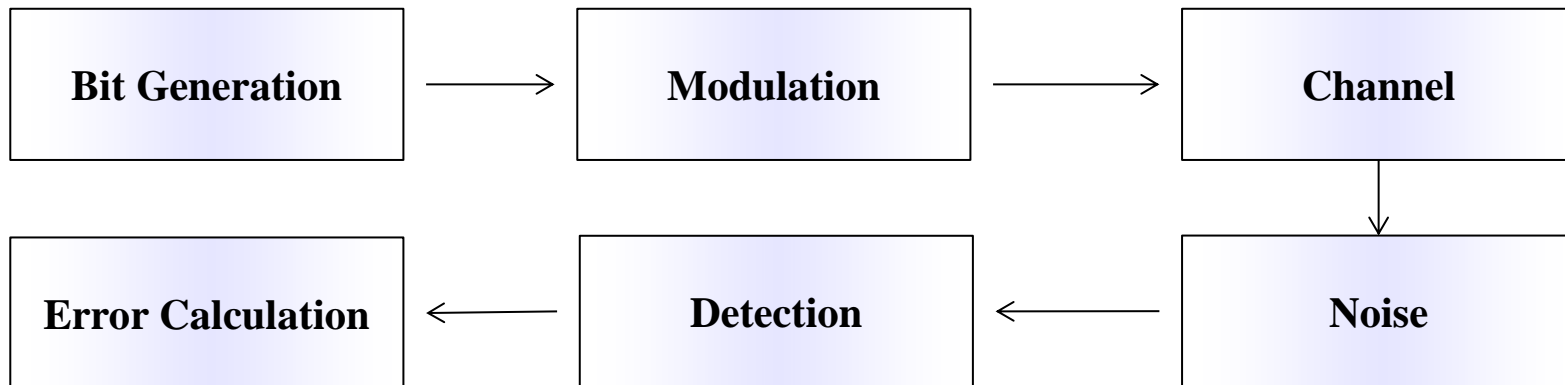
- ex) E_s 가 1일 때: $hx \rightarrow hx+n$, n 은 zero mean, variance σ^2 인 complex Gaussian distribution (각 real/image 값이 zero mean, variance $0.5\sigma^2$ 인 i.i.d. Gaussian distribution)

□ 5) Detection

■ a) 채널 보상

- 수신 신호가 $y=hx+n$ 일때, h^H 을 y 에 곱해줌
 - QAM 계열에서는 $h^H / (h^H h)$ 를 곱해주어야 함.
 - QAM 계열은 신호의 Angle / Amplitude를 모두 활용한 검출을 수행

Simulator – BER / SER (3/4)



■ 특정 SNR에서 실험 [ex: k dB]

□ 5) Detection

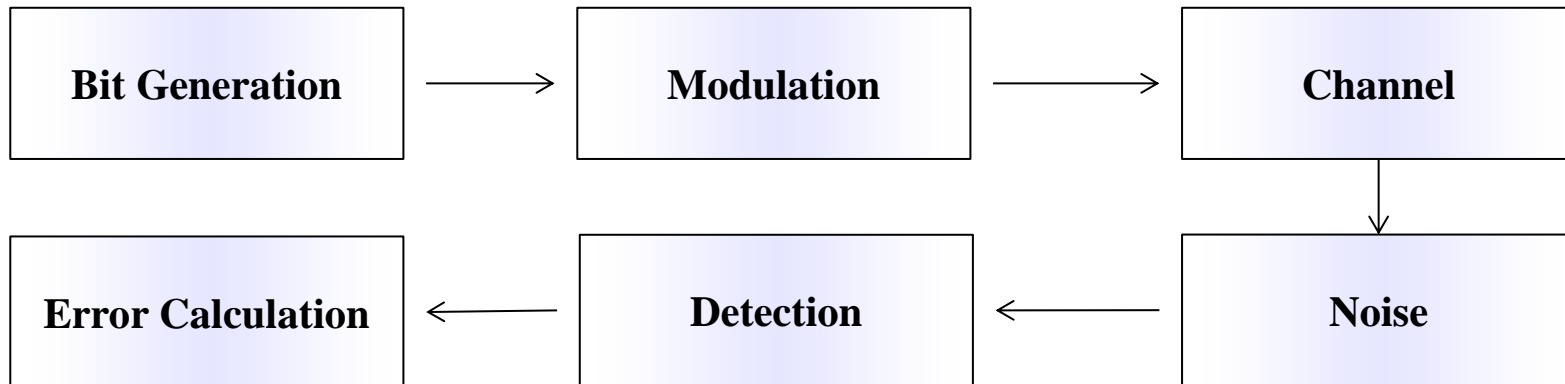
■ b) 송신 심볼/비트 검출 (QPSK Example)

- $h^H y$ 라는 신호의 실수부 값이 0보다 크면 \rightarrow 첫 번째 비트는 1, 아니면 0 (\tilde{b}_1)
- $h^H y$ 라는 신호의 허수부 값이 0보다 크면 \rightarrow 두 번째 비트는 1, 아니면 0 (\tilde{b}_2)
- 추정된 비트들을 이용, 송신 심볼을 Modulation 규칙을 이용해 추정 (\hat{x})

□ 6) Error Calculation

- If $\hat{x} \neq x \rightarrow$ Symbol error ++;
- If $\hat{b}_1 \neq b_1 \rightarrow$ Bit error ++;
- If $\hat{b}_2 \neq b_2 \rightarrow$ Bit error ++;

Simulator – BER / SER (4/4)



■ 주의 사항 (자주 실수하는 부분)

- 1) SNR이 바뀔 때마다, Symbol/Bit Error Count를 0으로 초기화하고, SNR별로 Error Count들을 별도로 측정해야 함
- 2) BER /SER 계산을 위해서 현재까지 총 전송된 (또는 해당 dB 안에서 전송될 총) 비트수 / 심볼수를 Count하여야 함.
- 3) 상황에 따라 다르긴 하나, 일반적으로 이러한 Uncoded BER을 관찰할 때 해당 dB에서 대략 1000개 이상의 Bit Error Event가 관찰되어야 비교적 정확한 추정치를 얻을 수 있음
 - 간단하게 볼 때는 50개~100개 정도로 보기도 함.

To do list

- 1x1, 1x2 (SIMO), 2x1 (MISO) QPSK BER Simulation
 - $N \times M$: TX Antennas – N , RX Antennas – M
- $\text{SNR} = 1 / \sigma^2 (E_s/N_o)$
- 5 dB step (From 0dB ~20dB)
- MRC, EGC, SC for SIMO, MRT for MISO
- Independent Rayleigh Fading Channels for MISO/SIMO environment
 - 모든 안테나간/시간 당 채널이 독립적인 i.i.d. complex Gaussian R.V.,
- 1x1, 1x2 MRC, 1x2 EGC, 1x2 SC, 2x1 MRT 등 총 5개 기법에 대한 BER 도출

Thank You!