# MIMO 시스템을 위한 QR-BP 기반 반복 수신기

박 상 준

# QR-BP Based Iterative Receiver for MIMO Systems

Sangjoon Park\*

요 약

본 논문에서는 MIMO 시스템을 위해 QR-BP 검출기법에 기반을 둔 반복 수신기를 제안한다. 제안 기법은 반복 수신기의 검출 과정에서 송신 심벌에 따라순차적으로 진행되는 QR-BP 과정을 도입하여 수신기수렴 속도를 향상시킨다. 모의실험 결과 제안 기법이수신기 수렴 속도를 크게 향상시킴을 확인하였다.

**Key Words**: MIMO, Belief Propagation, Iterative Receiver, QR Decomposition, Convergence Speed

#### **ABSTRACT**

In this letter, an iterative receiver based on QR-BP detection is proposed for MIMO systems. In the proposed scheme, the sequential QR-BP procedures according to the order of transmitted symbols are employed during the detection process, and this enables the proposed scheme to improve the convergence speed of the receiver. Simulation results show that the proposed method significantly improves the convergence speed of the iterative receiver.

# I. 서 론

MIMO (Multiple-Input Multiple-Output, 다중 입 출력) 시스템을 위한 수신 기술 중 하나인 BP (Belief Propagation) 기법은 이분 그래프에 기반을 둔 정보전달 과정을 통해 우수한 검출 성능을 달성할 수 있는 방법으로 알려져 있다.<sup>[1,2]</sup> 하지만 이러한 BP 기법은 검출 결과 수렴까지 많은 수의 반복 과정을 요구할 수 있다는 단점을 가지고 있다. 이에 MIMO 시스템에서 준최적 성능을 얻기 위해 사용되는 반복 수신기에서 BP 기법이 검출단에 사용된 경우, 반복 수신기의 수렴을 위한 외부 (outer) 반복 과정 수 또한 증가할 수 있다. 따라서 BP 기반 반복 수신기는 수렴 속도의 저하 및 요구되는 연산량의 증대를 야기할 수 있다.

이를 해결하기 위해 본 논문에서는 QR 분해에 기반을 둔 순차적 BP 방식을 적용한 QR-BP 기반 반복수신기를 제안한다. QR-BP 기법은 채널 행렬에 대한 QR 분해를 기반으로 시스템 입출력 관계식을 선형 변환한 후 BP 기법을 적용하는 방식으로, 동일한 반복과정 수를 갖는 BP 기법 대비 연산량 및 수렴 속도에서 이득을 갖는 것으로 알려져 있다. [2,3] 제안 반복수신기는 이러한 QR-BP 기법을 검출단에 적용하였으며, 또한 기존 QR-BP 기법들과 달리 비트 노드 단위메시지 갱신 과정을 도입하여 검출단에서 복호단으로 전달되는 메시지가 송신 심벌에 속한 부호 비트별로순차적으로 계산되도록 설계되었다. 이를 통해 제안반복수신기는 특히 다중 부호어 전송 환경에서 BP기반 반복수신기 대비수렴속도의 향상을 도모할수있다.

#### Ⅱ. 시스템 모델

본 논문에서는 송신단 및 수신단 안테나의 수가 각 N 및  $M(\geq N)$ 인 MIMO 시스템을 고려한다. 송신단에서는 우선 데이터 비트에 대해 채널 부호를 이용한 부호화 과정을 진행한다. 이후 생성된 부호 비트들을 변조하여 송신 심벌 벡터를 얻으며, 이 때 변조 지수는  $2^J$ 로 J는 송신 심벌 당 비트수를 나타낸다. 서술의 편의상 송신 심벌 벡터가  $N\times 1$  벡터  $\mathbf{s}=[s(1),\cdots,s(N)]^T$ 로 나타난다고 가정하면,  $M\times 1$  수신 심벌 벡터  $\mathbf{r}=[r(1),\cdots,r(M)]^T$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$r = Hs + n \tag{1}$$

논문번호: 202009-239-A-LU, Received September 26, 2020; Revised October 7, 2020; Accepted October 14, 2020;

<sup>\*\*</sup> 이 논문은 2019년도 과학기술정보통신부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. NRF-2019R1C1C1003202).

<sup>◆°</sup> First and Corresponding Author:(ORCID:0000-0002-6684-9803) Kyonggi University, Department of Electronic Engineering, sj.park@kgu.ac.kr, 조교수, 정회원

식 (1)에서 H는  $M \times N$  채널 행렬을 나타내며  $\mathrm{rank}(H) = N$ 을 만족한다. n은  $M \times 1$  가우시안 (Gaussian) 잡음 벡터이다.

r이 수신된 이후 수신단에서는 반복 수신 과정을 진행한다. 먼저 i 번째 반복 과정에서 검출단은 주어진 검출 기법에 따라 복호단으로 전달할 각 부호 비트들의 LLR (Log-Likelihood Ratio)  $m{l}_i^{\rm eq}$ 를 다음과 같이 계산한다.

$$\boldsymbol{l}_{i}^{\text{eq}} = \mathbb{E} Q(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{H}, \boldsymbol{l}_{i-1}^{\text{dec}})$$
 (2)

식 (2)에서 EQ( $\cdot$ )은 검출단의 LLR 계산 과정을 타나내며,  $l_{i-1}^{\mathrm{dec}}$ 은 이전 (i-1)번째 반복 과정에서 계산된 복호단에서 검출단으로 전달하는 각 부호 비트들의 LLR로  $l_{0}^{\mathrm{dec}}$ 은 영 벡터이다. 이렇게 검출단 출력 LLR, 즉 복호단 입력 LLR이 계산된 이후 복호단은 반복 복호 과정 등을 진행하여 검출단으로 전달할 LLR을 다음과 같이 계산한다.

$$\boldsymbol{l}_{i}^{\text{dec}} = \text{DEC}(\boldsymbol{l}_{i}^{\text{eq}}) \tag{3}$$

식 (3)에서 DEC( $\cdot$ )은 복호단의 반복 복호 과정을 나타낸다. 이렇게 식 (2) 및 (3)에 나타난 반복 과정은 i=1부터 시작되며, 반복 수신 과정은 i가 수신기의 최대 반복 과정 수에 도달하거나 오류 검사 통과 등 종료 조건에 도달할 때까지 반복된다.

# Ⅲ. 제안 QR-BP 기반 반복 수신기

본 장에서는 제안된 QR-BP 기반 반복 수신기에 대해 설명한다. 먼저 제안 수신기는 반복 과정에 앞서채널 행렬  $\boldsymbol{H}$ 에 대한 QR 분해를 수행하여  $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{Q}[\boldsymbol{R}^T \ \boldsymbol{R}_0^T]^T$ 를 구한다. $^{[2,3]}$ 이 때  $\boldsymbol{Q} \in M \times M$  유니터리 행렬,  $\boldsymbol{R} \in N \times N$  상삼각 행렬, 그리고  $\boldsymbol{R}_0$ 는  $(M-N) \times N$  영 행렬이다. QR 분해 수행 이후  $N \times N$  단위 행렬  $\boldsymbol{I}_N$ 을 이용하여  $[\boldsymbol{I}_N \ \boldsymbol{R}_0^T] \ \boldsymbol{Q}^H$ 을  $\boldsymbol{r}$ 에 곱한 선형 변화을 통해 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{r}^* = [\mathbf{I} \mathbf{R}_0^T] \mathbf{Q}^H (\mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{n}) = \mathbf{R} \mathbf{s} + [\mathbf{I} \mathbf{R}_0^T] \mathbf{Q}^H \mathbf{n}$$
(4)

 수신 심벌 벡터 및  $N \times N$  채널 행렬을 나타낸다. 따라서 제안 반복 수신기의 검출단 과정은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{l}_{i}^{\text{eq}} = \mathbb{E} \mathbb{Q} \left( \boldsymbol{r}^{*}, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{l}_{i-1}^{\text{dec}} \right) \tag{5}$$

선형 변환을 통한 새로운 시스템 모델 도출 이후 제안 반복 수신기는 검출단 과정에서 관측 노드 및 비트 노드 메시지의 갱신 과정을 진행한다. 이 때  $\alpha_{nm}^i$ 을 i번째 반복 과정에서 n번째 비트 노드가 m번째 관측 노드로 전달하는 메시지로,  $\beta_{mn}^i$ 을 i번째 반복 과정에서 m번째 리트 노드라 m번째 만복 과정에서 m번째 관측 노드로 전달하는 메시지로 정의한다. 또한  $A_{nm}^i$  및  $B_{mn}^i$ 을 각각 모든  $\alpha_{nm}^i$  및  $\beta_{mn}^i$ 을 포함하는 집합으로 정의하며,  $f(\cdot)$  및  $g(\cdot)$ 를 각각  $\beta_{mn}^i$  및  $\alpha_{nm}^i$ 의 갱신 함수로 정의한다. 이 때 식 (5)로 대표되는 i번째 반복 과정에서의 제안 반복기의 검출 과정은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

0) 모든  $\alpha_{nm}^i$  및  $\beta_{mn}^i$ 에 대해  $\alpha_{nm}^i = l_{i-1}^{\rm dec}(n)$ 으로,  $\beta_{mn}^i = 0$ 로 초기화한다. 이 때  $l_{i-1}^{\rm dec}(n)$ 은 이전 (i-1)번째 반복 과정에서 계산된 복호단에서 검출 단으로 전달되는 n번째 부호 비트의 LLR이다. 또한 검출 과정에서  $\alpha_{nm}^i$  및  $\beta_{mn}^i$ 가 계산되는 n번째 부호 비트가 포함된 송신 심벌을 나타내는 변수 k를 N으로 초기화 한다.

1)  $1 \le m \le k$  및  $(k-1)J+1 \le n \le kJ$ 에 해당하는 모든  $\beta^i_{mn}$ 을 다음과 같이 갱신한다.

$$\beta_{mn}^{i} = f(\boldsymbol{A}_{nm}^{i}, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}^{*})$$
 (6)

2)  $(k-1)J+1 \leq n \leq kJ$  및  $1 \leq m \leq k$ 에 해당하는 모든  $\alpha^i_{mn}$ 을 다음과 같이 갱신한다.

$$\alpha_{nm}^{i} = g(\boldsymbol{B}_{mn}^{i}) \tag{7}$$

3)  $(k-1)J+1 \le n \le kJ$ 에 해당하는 모든 LLR  $l_i^{\rm EQ}(n)$ 을 다음과 같이 갱신한다.

$$l_i^{\text{EQ}}(n) = \alpha_{nm}^i + \beta_{mn}^i \tag{8}$$

4) k := k - 1로 감소시킨 후 k = 0이 될 때 까지 1)부터 3)의 과정을 반복한다.

즉, 제안 기법은  $k(1 \le k \le N)$ 번째 송신 심벌에 속한 부호 비트들의  $\alpha_{nm}^i,\; \beta_{mn}^i,\; l_i^{\mathrm{EQ}}(n)$ 을 갱신한 후, 이를 다음 송신 심벌에 속한 부호 비트들의  $\alpha_{nm}^{i}$  $\beta_{mn}^i$ ,  $l_i^{\text{EQ}}(n)$  갱신 과정에 활용한다. 여기서 k번째 심벌에 속한 n번째 부호 비트들은  $(k-1)J+1 \le n \le kJ$ 의 범위를 가지며, 이는 송 신 심벌 당 비트수가 .J이기 때문이다. 이 때 OR-BP 동작에서 송신 심벌별 순차적인 실행 이외에 추가적 으로 도입된 과정이 없으므로, 제안 수신기는 기존 OR-BP 대비 추가적인 연산량 요구 없이 수신기의 수 렴 속도를 가속화할 수 있다. 특히 각 안테나별로 별 도의 부호어를 전송하는 다중 부호어 전송 환경에서 는 특정 송신 안테나를 통해 전송된 부호어별 검출 및 복호 과정을 수행한 후 얻어진 LLR을 다음 부호어의 검출 과정에 반영하여 수렴 속도를 더욱 향상시킬 수 있다. 반면, 기존 OR-BP 검출 방식들은 메시지 갱신 과정이 부호 비트별로 진행되지 않으므로 제안 방식 대비 복호 수렴 속도가 저하될 수 있다.

# Ⅳ. 모의실험 결과

제안 기법의 성능 도출을 위해 N=M=4 및 J=2를 고려하였으며,  $192 \times 576$  패리티 검사 행 렬을 갖는 LDPC (Low-Density Parity-Check) 부호를 고려하였다. 채널 환경으로 매 전송 구간마다 채널 응 답이 일정하며 서로 다른 전송 구간별 채널 응답은 독 립적인 준정적 레일리 감쇄 채널을 고려하였다. 또한 제안 반복 수신기 이외에 BP 기반 반복 수신기, 통상 적인 QR-BP 기반 반복 수신기, 선형 MMSE (Minimum Mean-Square-Error) 기반 반복 수신기를 고려하였다.[1,2,4] BP 및 통상적인 QR-BP 기반 반복 수신기의 경우 제안 기법과 마찬가지로 복호단에서 전달받은 LLR을 이용하여  $\alpha_{nm}^i$ 을 초기화하였다. 또 한 다중 부호어 전송 환경을 고려하였으며, 이에 따라 제안 기법은 부호어별 검출 및 복호 과정을 수행한 후 얻은 LLR을 다음 부호어의 검출 과정에 반영하였다. 반복 수신기의 최대 반복 과정 수는 6번이며, 반복 수 신기의 한 번의 반복 과정 당 복호단의 반복 복호 횟 수는 10번이다.

그림 1은 반복 과정 수가 2번 및 6번일 때 평균 BLER (Block Error Rate) 성능을 비교하고 있다. 그

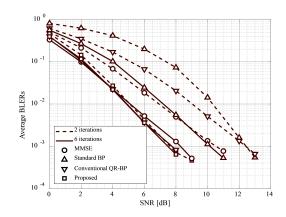


그림 1. 반복 수신기들의 평균 BLER 성능 Fig. 1. Average BLERs of the iterative receivers

림 1을 통해 제안 기법이 반복 과정 수가 2번일 때 다른 기법들 대비 크게 우수한 BLER 성능을 달성하며, 반복 과정 수가 6번으로 충분한 반복 과정 수가 확보 된 경우에도 BP 수신기 대비 크게 우수한 오류 성능을 달성함을 확인할 수 있다. 특히 제안 수신기는 반복 과정 수에 관계없이 유사한 BLER 성능을 보이며, 이는 제안 기법을 통해 반복 수신기의 수렴 속도가 크게 향상될 수 있음을 나타낸다.

그림 2는 각 반복 수신기들의 검출 결과 수렴까지 요구되는 평균 반복 복호 횟수를 나타내고 있다. 그림 2를 통해 제안 기법이 반복 수신기의 수렴 속도를 SNR에 관계없이 크게 향상시킴을 확인할 수 있다. 이 는 다른 방식들의 경우 주어진 반복 과정 내에서 모든 부호어에 대한 검출 과정이 종료된 이후 복호 과정이

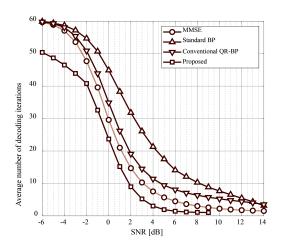


그림 2. 반복 수신기들의 평균 복호 반복 과정 수 Fig. 2. Average number of decoding iterations of the iterative receivers

진행되어 복호 과정을 통해 얻은 LLR이 다음 반복 과정에서 활용될 수 있는 반면, 제안 기법에서는 부호어비트별 순차적인 검출 과정이 도입되어 특정 부호어에 대한 검출 과정을 통해 얻어진 LLR이 복호 과정을 거친 후 주어진 반복 과정 내에서 다음 부호어의 검출 과정에 바로 활용되어 메시지 갱신 속도를 가속화하기 때문이다.

# V. 결 론

본 논문에서는 MIMO 시스템을 위해 송신 심벌별 순차적 QR-BP 검출 과정을 갖는 반복 수신기 구조를 제안하였다. 모의실험 결과를 통해 제안 방식이 반복 수신기의 수렴 속도를 크게 향상시킬 수 있음을 확인하였다.

#### References

- [1] J. Hu and T. Duman, "Graph-based detection algorithms for layered space-time architectures," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 26, no. 2, pp. 269-280, Feb. 2008.
- [2] S. Park and S. Choi, "QR decomposition aided belief propagation detector for MIMO systems," *Electron. Lett.*, vol. 51, no. 11, pp. 873-874, May 2015.
- [3] S. Park and S. Choi, "QR decomposition based sequential belief propagation detection scheme for MIMO systems," *J. KICS*, vol. 40, no. 9, pp. 1725-1727, Sep. 2015.
- [4] M. Zhang and S. Kim, "Evaluation of MMSE-based iterative soft detection schemes for coded massive MIMO system," *IEEE* Access, vol. 7, pp. 10166-10175, Jan. 2019.