

# 대규모 다중 입출력 시스템을 위한 MMSE 기반 반복 연판정 간섭 제거 기법

박 상 준\*, 최 수 용°

## An MMSE Based Iterative Soft Decision Interference Cancellation Scheme for Massive MIMO Systems

Sangjoon Park\*, Sooyong Choi°

### 요 약

본 논문에서는 대규모 MIMO 시스템을 위한 MMSE 기반 반복 연판정 간섭 제거 기법을 제안한다. 제안 기법은 기존 기법에서의 연산량 감소를 위해 Sherman-Morrison-Woodbury 식을 사용하여 매 Iteration 마다 단 한 번의 역행렬 계산으로 모든 송신 심볼의 MMSE 검출 벡터를 계산한다. 모의실험을 통해 제안 기법이 대규모 MIMO 시스템에서 기존 기법과 거의 동일한 BER을 달성함을 확인하였다.

**Key Words** : Massive MIMO, MMSE, Iterative Receiver, Soft Decision, IC

### ABSTRACT

In this letter, an MMSE based iterative soft decision interference cancellation scheme for massive MIMO systems is proposed. To reduce the complexity, the proposed scheme uses the Sherman-Morrison-Woodbury formula to compute the entire MMSE filtering vectors in one iteration by one matrix inverse operation. Simulation results show that the proposed scheme also has a comparable BER to the conventional scheme for massive MIMO systems.

### I. 서 론

MIMO (Multiple-Input Multiple-Output, 다중 입

출력) 시스템은 송수신단에서 각각 복수의 입출력을 사용하여 SISO (Single-Input Single-Output, 단일 입출력) 시스템에 비해 무선 통신 시스템의 채널 용량을 근본적으로 증가시키는 것으로 알려져 있다<sup>[1]</sup>. MIMO 시스템에서는 매 전송 시간마다 각 송신 안테나에서 전송된 복수의 송신 신호들을 수신 안테나를 통해 수신된 신호들을 사용하여 분리 검출하여야 한다. MMSE (Minimum Mean Square Error) 기반 반복 연판정 간섭 제거 기법 (Iterative Soft Decision Interference Cancellation) 기법은 최적의 성능을 보이는 연판정 MAP (Maximum A Posteriori) 기반 검출보다 낮은 연산량으로 그에 근접하는 BER(Bit Error Rate, 비트 오류)을 달성할 수 있는 준최적 수신 기법으로 알려져 있다<sup>[2]</sup>. 하지만, MMSE 기반 반복 연판정 간섭 제거 기법은 각 송신 심볼별 MMSE 검출 벡터의 연산을 위해 매 Iteration마다 복수의 행렬들의 곱 및 역행렬의 계산이 필요하다. 따라서 MMSE 기반 반복 연판정 간섭 제거 기법은 입출력의 수에 따라 요구하는 연산량이 증가하며, 이로 인해 대규모 MIMO 시스템에서 수신단 복잡도로 인한 문제를 야기할 수 있다.

이러한 기존 기법에서의 복잡도 문제를 개선하기 위해, 본 논문에서는 저복잡도의 MMSE 기반 반복 연판정 간섭 제거 기법을 제안한다. 기존에 복호단과 연동된 저복잡도 MMSE 기반 터보 수신기들과 달리 저복잡도 MMSE 기반 반복 연판정 간섭 제거 기법에 대해서는 많은 연구가 진행되지 않았다<sup>[3-5]</sup>. 이에, 저복잡도 MMSE 기반 터보 수신기에서 사용된 방법을 응용하여, 제안 기법은 Sherman-Morrison-Woodbury 식을 통해 매 Iteration 마다 단 한 번의 역행렬 계산으로 모든 MMSE 검출 벡터를 계산한다<sup>[3,6]</sup>. 이를 통해 제안 기법은 MIMO 시스템의 입출력의 수가 커질수록 기존 기법에 비해 연산량을 크게 감소시킬 수 있다.

### II. 시스템 모델

본 논문에서는 송신단 및 수신단의 입력 및 출력의 수가 각각  $N_T$  및  $N_R$ 인 대규모 MIMO 시스템을 가정한다. 매 전송 과정을 위해 송신단에서는 송신 심볼

\* 이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(no.2012R1A1A2041906).

• First Author : School of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University, azssa@yonsei.ac.kr, 정희원

° Corresponding Author : School of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University, csyong@yonsei.ac.kr, 종신희원

논문번호 : KICS2014-07-257, Received July 7, 2014; Revised July 24, 2014; Accepted July 24, 2014

벡터  $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_{N_T}]^T$ 를 생성하며, 이 때 각  $s_i$ 는 상상 집합  $\mathbf{A} = \{a_1, \dots, a_Q\}$ 의 원소 중에서 선택된다. 생성된 송신 심볼 벡터  $\mathbf{s}$ 는  $N_T$ 개의 송신 안테나들을 통해 전송되고 MIMO 채널을 거친 후  $N_R$ 개의 수신 안테나들을 통해 수신되는데, 이 때 시스템의 입출력 관계는  $\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{w}$ 로 표현된다. 이 때  $\mathbf{r} = [r_1, \dots, r_{N_R}]^T$ 는  $N_R \times 1$  수신 신호 벡터이며  $\mathbf{w}$ 는  $N_R \times 1$  잡음 벡터로 각  $\mathbf{w}$ 의 원소들은 평균이 0이고 분산  $\sigma^2$ 를 지닌 i.i.d 순환 대칭 복소 가우시안 확률 변수이다.  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{N_T}]$ 는  $N_R \times N_T$  MIMO 채널 행렬로 각  $\mathbf{h}_i$ 는  $\mathbf{H}$ 의  $i$ 번째 열을 나타내며,  $\mathbf{H}$ 의 각 원소들은 평균이 0이고 분산 1을 지닌 i.i.d 순환 대칭 복소 가우시안 확률 변수이다.

### III. 제안 MMSE 기반 반복 연관정 간섭 제거 기법

제안 기법에 앞서 본문에서는 기존 MMSE 기반 반복 연관정 간섭 제거 기법 과정을 요약한다<sup>[2]</sup>.

#### 3.1 기존 기법

1) 연관정 벡터  $\tilde{\mathbf{s}} = [\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_{N_T}]^T$ 의 원소들을 모두 0으로, 잔여 간섭분산 벡터  $\mathbf{v} = [v_1, \dots, v_{N_T}]^T$ 의 원소들을 모두 1로,  $k$ 를 1로 초기화한다.

2)  $k$ 번째 Iteration에서의 송신 심볼들 간 검출 순서  $o_k(n)$ 을 정한다. 이 때  $o_k(n) = i$ 라면  $k$ 번째 Iteration에서  $s_i$ 가  $n$ 번째 순서임을 나타낸다.

3)  $n = 1, \dots, N_T$ 까지 다음 과정을 수행한다. 연관정 간섭 제거 신호 벡터  $\mathbf{r}_{k,i} (i = o_k(n))$ 와 그에 대한 MMSE 검출 벡터  $\mathbf{f}_{k,i}$ 를 계산한다.

$$\mathbf{r}_{k,i} = \mathbf{r} - \sum_{j=1, j \neq i}^{N_T} \tilde{\mathbf{h}}_j \tilde{s}_j \quad (1)$$

$$\mathbf{f}_{k,i} = \mathbf{h}_i^H \left( \mathbf{H} \mathbf{D}_{k,i} \mathbf{H}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{N_R} \right)^{-1} \quad (2)$$

식 (2)에서  $\mathbf{D}_{k,i}$ 는  $i$ 번째 주대각 원소 1을 제외하고  $n$ 번째 주대각 원소가  $v_n$ 인  $N_T \times N_T$  대각행렬이며,  $\mathbf{I}_{N_R}$ 은  $N_R \times N_R$  항등행렬이다.  $\mathbf{b}_{k,i} = \mathbf{f}_{k,i} \mathbf{h}_i$ 일 때,  $\tilde{s}_i$ ,  $v_i$ 는  $\mathbf{r}_{k,i}$ ,  $\mathbf{f}_{k,i}$ 를 통해 다음과 같이 갱신된다.

$$p_{k,i,q} = \exp\{-|\mathbf{f}_{k,i} \mathbf{r}_{k,i} - a_q \mathbf{b}_{k,i}|^2 / [\mathbf{b}_{k,i} (1 - \mathbf{b}_{k,i})]\} \quad (3)$$

$$\tilde{s}_i = \left\{ \sum_{q=1}^Q a_q p_{k,i,q} \right\} / \left\{ \sum_{q=1}^Q p_{k,i,q} \right\} \quad (4)$$

$$v_i = \left\{ \sum_{q=1}^Q |a_q - \tilde{s}_i|^2 p_{k,i,q} \right\} / \left\{ \sum_{q=1}^Q p_{k,i,q} \right\} \quad (5)$$

4) 정해진 수의 Iteration만큼  $k$ 를 증가시키고 과정 2) 및 3)을 반복하여 검출 결과를 얻는다.

#### 3.2 제안 기법

식 (2)에서 나타나듯이 기존 MMSE 기반 반복 연관정 간섭 제거 기법은  $\mathbf{f}_{k,i}$ 의 계산을 위해 매 Iteration마다  $N_R \times N_R$  행렬의 역행렬을  $N_T$ 번 연산해야 한다. 이로 인한 연산량의 감소를 위해, 본 논문에서는 Sherman-Morrison-Woodbury 식을 사용한 저 복잡도 기법을 제안한다. 제안 기법의  $k$ 번째 Iteration에서는 먼저 행렬  $\mathbf{F}_k$ 를 계산한다.

$$\mathbf{F}_k = \left( \mathbf{H} \mathbf{D}_k \mathbf{H}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{N_R} \right)^{-1} \quad (6)$$

식 (6)의  $\mathbf{D}_k$ 는  $N_T \times N_T$  대각행렬로 각  $v_n$ 이  $n$ 번째 주대각 원소가 된다. 이 때, Sherman-Morrison-Woodbury 식은 벡터  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$  및 역행렬을 갖는 행렬  $\mathbf{A}$ 가  $\mathbf{y}^H \mathbf{A}^{-1} \mathbf{x} \neq -1$ 를 만족할 때 다음과 같다<sup>[6]</sup>.

$$(\mathbf{A} + \mathbf{x} \mathbf{y}^H)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{A}^{-1} \mathbf{x} \mathbf{y}^H \mathbf{A}^{-1}}{1 + \mathbf{y}^H \mathbf{A}^{-1} \mathbf{x}} \quad (7)$$

식 (7)에  $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{F}_k$ ,  $\mathbf{x} = (1 - v_i) \mathbf{h}_i$ ,  $\mathbf{y}^H = \mathbf{h}_i^H$ 를 대입한 후 이를 (2)의 역행렬과 치환하여, 기존의 식 (2) 대신 제안 기법은 다음과 같이  $\mathbf{f}_{k,i}$ 를 계산한다.

$$\mathbf{f}_{k,i} = \mathbf{h}_i^H \left( \mathbf{F}_k - \frac{(1 - v_i) \mathbf{F}_k \mathbf{h}_i (\mathbf{F}_k \mathbf{h}_i)^H}{1 + (1 - v_i) (\mathbf{F}_k \mathbf{h}_i)^H \mathbf{h}_i} \right) \quad (8)$$

그림 1은 각 기법 별로 안테나 수에 따른  $\mathbf{f}_{k,i}$ 의 계산을 위한 매 Iteration에서의 연산량을 필요 복소 곱셈의 수를 기준으로 비교하고 있다. 식 (2)처럼 기존 기법은 매 Iteration마다  $N_T$ 개의  $\mathbf{f}_{k,i}$ 를 계산하기 위해  $O(N_T N_R^3 + N_T^2 N_R^2)$ 의 연산량을 요구한다. 반면, 제안 기법은 매 Iteration마다 식 (6)에서 단 한번의  $N_R \times N_R$  행렬의 역행렬 연산을 요구하며, 식 (8)의 연산량을 고려해도  $N_T$ 개의  $\mathbf{f}_{k,i}$ 의 계산을 위해 매 Iteration마다  $O(N_R^3 + 4 N_T N_R^2)$ 의 연산량만을 요구한다.

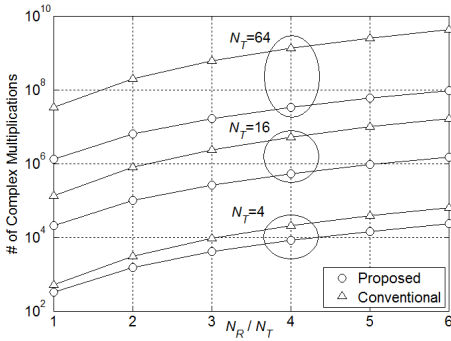


그림 1. 각 기법들 별  $f_{k,i}$ 를 계산하기 위한 복잡도 비교  
Fig. 1. Complexity comparisons to calculate  $f_{k,i}$

다. 따라서 그림 1의 결과처럼 제안 기법은 안테나 수가 증가할수록 기존 기법 대비 더욱 큰 연산량 감소 효과를 얻는다. 또한, 제안 기법은 모든  $s_i$ 에 대해 동일한  $F_k$ 를 사용하여  $f_{k,i}$ 를 계산하므로  $o_k(n)$ 의 계산 과정이 필요치 않다. 단, 제안 기법에서  $f_{k,i}$ 와  $r_{k,i}$ 는 이전  $k-1$ 번째 Iteration에서의  $\tilde{s}_i$  및  $v_i$ 를 통해 계산되므로, 현재 Iteration에서 갱신된  $\tilde{s}_i$  및  $v_i$ 를 다음 심볼의 검출에 사용하는 기존 기법과 비교할 때 Iteration 수가 적을 때 성능 열화가 발생할 수 있다. 특히,  $k=1$ 일 때  $D_1$ 은 항등행렬이므로 첫 번째 Iteration에서 제안 기법은 선형 MMSE 검출기와 동일한 성능을 갖는다.

#### IV. 모의실험 결과

그림 2는 2장의 시스템 모델 및 독립적 레일리 감쇄 채널 하에 QPSK 변조를 사용한 비부호화(Uncoded) 환경에서 제안 기법과 기존 기법, 그리고 MFB (Matched Filter Bound)의 64x64 시스템에서의 BER을 비교하고 있다. Iteration 수가 적은 경우 제안 기법의 성능이 기존 기법에 비해 예측했던 대로 열화되는 것을 확인할 수 있으나, Iteration이 증가할수록 제안 기법 및 기존 기법이 모두 MFB에 근접하는 거의 동일한 BER을 보이는 것을 확인할 수 있다. 이러한 Iteration 수 증가에 따른 제안 기법의 성능 향상은 일반적으로 반복 검출 기법에서 Iteration 수가 증가할수록 검출치들을 동시에 연산하는 병렬처리 방식이 검출치들을 순차적으로 연산하는 직렬처리 방식에 근접하는 성능을 보이는 현상에서 그 원인을 찾을 수 있다<sup>[3,4]</sup>.

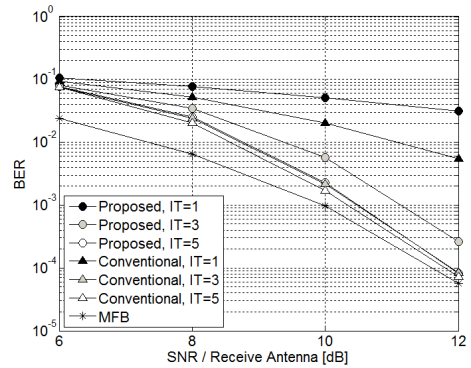


그림 2. 64x64 시스템에서 각 기법들 간 BER 성능 비교  
Fig. 2. BER comparisons for when  $N_R = N_T = 64$

#### V. 결 론

본 논문에서는 대규모 MIMO 시스템을 위한 MMSE 기반 반복 연관정 간섭 제거 기법을 제안하였다. 제안 기법은 Iteration 수가 증가할수록 또는 송수신단의 안테나 수가 증가할수록 기존 기법의 연산량을 크게 감소시키며, Iteration 수가 클 경우 제안 기법이 기존과 거의 동일한 BER을 달성함을 확인하였다. 이를 통해 제안 기법이 대규모 MIMO 시스템에 적합한 준최적 수신 기법임을 확인하였다.

#### References

- [1] A. Paulraj, et al., *An Introduction to Space-Time Wireless Communication*, Cambridge University Press, 2003.
- [2] F. Cao, et al., "On the relation between PDA and MMSE-ISDIC," *IEEE Signal Processing Lett.*, vol. 14, no. 9, pp. 597-600, Sept. 2007.
- [3] D. Liu, et al., "Low complexity affine MMSE detector for iterative detection-decoding MIMO OFDM systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 56, no. 1, pp. 150-158, Jan. 2008.
- [4] S. Park and S. Choi, "An iterative MMSE-SIC scheme with group shuffled BP decoding for MIMO Systems," *J. KICS*, vol. 35, no. 10, pp. 815-821, Oct. 2010.
- [5] V. Nambodiri, et al., "Low complexity turbo equalization for mobile MIMO OFDM systems," in *Proc. IEEE ICCSP*, pp. 255-260, Feb. 2011.
- [6] D. Bernstein, *Matrix Mathematics*, Princeton University Press, 2005.