

Problems

Problem : Minimum Scalar Product

2개의 벡터 $V_1 = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 과 $V_2 = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ 이 있다. V_1 과 V_2 의 요소의 순서는 각각 자유롭게 바꿀 수 있다. 두 벡터의 내적의 최소 값을 구하여라.

$$1 \leq n \leq 8$$

$$100 \leq n \leq 800$$

Problems

Problem : Minimum Scalar Product

n 이 작을 때 : $O(n! * n)$

V_1 은 오름차순으로 정렬시켜 고정시키고 V_2 를 모든 경우에 대해서 다 해보는 방법

Problems

Problem : Minimum Scalar Product

n 이 클 때 앞의 방법으로는 문제가 생긴다.

$n=2$ 인 경우를 생각해보자 $V_1 = (X_1, X_2), V_2 = (Y_1, Y_2)$

$$X_1 * Y_1 + X_2 * Y_2 - X_2 * Y_1 - X_1 * Y_2 = X_1 * (Y_1 - Y_2) + X_2 * (Y_2 - Y_1) = (X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2)$$

$Y_1 - Y_2 > 0$ 이면 $X_1 * Y_1 + X_2 * Y_2 > X_1 * Y_2 + X_2 * Y_1$ 임을 알 수 있다.

따라서 앞에 것이 작을 수록 더 작은 Scalar Product 값을 만들 수 있다는 것을 알 수 있다.

즉 $O(N \log N)$ 으로 문제를 풀 수 있다.