

8.1

1.

$$A - \lambda I = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} - \lambda & 0 \\ 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \rightarrow (\frac{3}{2} - \lambda)(3 - \lambda) = 0.$$

 $\lambda = \frac{3}{2}, 3$ 이다.

$$\lambda = \frac{3}{2} \text{ 일때. } \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0. \quad x_2 = 0 \text{ 이다.}$$

고유 벡터는 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$

$$\lambda = 3 \text{ 일때 } \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \quad x_1 = 0 \text{ 이다.}$$

고유 벡터는 $\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T$

5.

$$A - \lambda I = \begin{bmatrix} -\lambda & 4 \\ 4 & -\lambda \end{bmatrix} \quad D(\lambda) = \lambda^2 + 16. \quad \lambda = \pm 4i$$

$$\lambda = 4i \text{ 일때. } \begin{bmatrix} -4i & 4 \\ -4 & -4i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad x_1 = 1 \quad x_2 = i \text{ 이다.}$$

고유 벡터는 $\begin{bmatrix} 1 & i \end{bmatrix}^T$

$$\lambda = -4i \text{ 일때 } \begin{bmatrix} 4i & 4 \\ -4 & 4i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad x_1 = 1 \quad x_2 = -i \text{ 이다.}$$

고유 벡터는 $\begin{bmatrix} 1 & -i \end{bmatrix}^T$

13.

$$A - \lambda I = \begin{bmatrix} 6 - \lambda & 5 & 2 \\ 2 & -\lambda & -8 \\ 5 & 4 & -\lambda \end{bmatrix} \quad D(\lambda) = (6 - \lambda)(\lambda^2 + 32) - 5(-2\lambda + 40) + 2(8 + 5\lambda)$$

$$= -\lambda^3 + 6\lambda^2 - 12\lambda + 8 = -(\lambda - 2)^3, \quad \lambda = 2 \text{ 오직.}$$

$$x_1 - 2x_3 = 0, \quad x_2 + 2x_3 = 0$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = -2, \quad x_3 = 1. \quad \text{고유 벡터는 } \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}^T \text{ 이다.}$$

8.2

1

$$A - \lambda I = \begin{bmatrix} 0.5 - \lambda & 1.5 \\ 1.5 & 0.5 - \lambda \end{bmatrix}$$

$$D(\lambda) = (0.5 - \lambda)^2 - 2.25$$

$$= \lambda^2 - \lambda + 0.25 - 2.25 = \lambda^2 - \lambda - 2.0$$

$$= (\lambda - 2)(\lambda + 1) \quad \lambda = 2 \text{ or } -1$$

$$\lambda = -1 \text{ 일 때 } \begin{bmatrix} 1.5 & 1.5 \\ 1.5 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

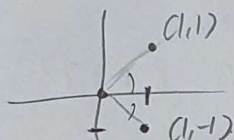
$$x_1 + x_2 = 0. \quad \text{고유벡터 } \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}^T$$

주방향은 -45° 이다.

$$\lambda = 2 \text{ 일 때 } \begin{bmatrix} -1.5 & 1.5 \\ 1.5 & -1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$-x_1 + x_2 = 0 \quad \text{고유벡터 } \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

주방향은 45° 이다.



$$3. \quad A - \lambda I = \begin{bmatrix} 1 - \lambda & 2\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} & -1 - \lambda \end{bmatrix}$$

$$D(\lambda) = (1 - \lambda)(-1 - \lambda) - 8$$

$$= -1 - \lambda + \lambda + \lambda^2 - 8 = \lambda^2 - 9$$

$$(\lambda + 3)(\lambda - 3). \quad \lambda = 3 \text{ or } -3$$

$$\lambda = 3 \text{ 일 때 } \begin{bmatrix} -2 & 2\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$-2x_1 + 2\sqrt{2}x_2 = 0. \quad \text{고유벡터는 } \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}^T$$

주방향은 35.26°

$$\lambda = -3 \text{ 일 때 } \begin{bmatrix} 4 & 2\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$4x_1 + 2\sqrt{2}x_2 = 0 \quad \text{고유벡터는 } \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{2} \end{bmatrix}^T$$

주방향은 -54.74°

