

7.4

1. 계수, 행공간, 열공간의 기저, 영공간 기저

$$\begin{bmatrix} -2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{--- ①} \\ \text{--- ②} \end{array} \quad \text{①} + \text{②} \times 2 = [0 \ 0 \ 0]$$

$$\Downarrow \\ \begin{bmatrix} -2 & 4 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

rank(계수)는 1이고, 행공간의 기저는 $[-2 \ 4 \ -6]$

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -2 \\ -6 & 3 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{--- ①} \\ \text{--- ②} \\ \text{--- ③} \end{array}$$

$$\text{①} \times 2 + \text{②} = \text{①} \times 3 + \text{③} = [0 \ 0]$$

$$\Downarrow \\ \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

열공간의 기저는 $[-2 \ 1]^T$

3.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 3 & 5 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{--- ①} \\ \text{--- ②} \\ \text{--- ③} \end{array} \quad \text{②} - \text{①} \times \frac{3}{5} = [0 \ 5 \ 0] \rightarrow \text{②바꿔놓음}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{rank는 3이고, 행공간의 기저는 } [5 \ 0 \ 0] \ [0 \ 5 \ 0] \ [0 \ 0 \ 5]$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 \\ 0 & 5 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 3 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

열공간의 기저는 $[5 \ 0 \ 0]^T \ [0 \ 5 \ 0]^T \ [0 \ 0 \ 5]^T$

5
$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & 8 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{---} \textcircled{1} \\ \text{---} \textcircled{2} \\ \text{---} \textcircled{3} \end{matrix} \quad \textcircled{3} - \textcircled{1} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & 8 \\ 0 & +2 & +3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{---} \textcircled{3} \\ \text{---} \textcircled{4} \\ \text{---} \textcircled{5} \end{matrix} \quad \textcircled{4} + 5 \times 2$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{rank는 3이고, 행렬의 기저는} \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{이다.}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -2 & 4 & 0 \\ 1 & 8 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{---} \textcircled{1} \\ \text{---} \textcircled{2} \\ \text{---} \textcircled{3} \end{matrix} \quad \textcircled{1} + \textcircled{2} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 16 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 8 & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{---} \textcircled{4} \\ \text{---} \textcircled{5} \\ \text{---} \textcircled{6} \end{matrix}$$

$$\textcircled{6} - \textcircled{5} \times 2 \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{영공간 기저는} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T$$

17.
$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 5 \\ 1 & 6 & -8 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 6 & -8 & -2 \\ 2 & -1 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{---} \textcircled{1} \\ \text{---} \textcircled{2} \\ \text{---} \textcircled{3} \end{matrix} \quad \textcircled{2} - \textcircled{1} \times 2 \quad \textcircled{3} - \textcircled{1} \times 3 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 6 & -8 & -2 \\ 0 & -13 & 19 & 9 \\ 0 & -14 & 24 & 7 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{---} \textcircled{4} \\ \text{---} \textcircled{5} \\ \text{---} \textcircled{6} \end{matrix}$$

$$\textcircled{6} - \textcircled{5} \times \frac{14}{13} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 6 & -8 & -2 \\ 0 & -13 & 19 & 9 \\ 0 & 0 & \frac{44}{13} & -\frac{35}{13} \end{bmatrix} \quad \text{rank는 3이고, 1차독립이다.}$$

19.
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{---} \textcircled{1} \\ \text{---} \textcircled{2} \\ \text{---} \textcircled{3} \end{matrix} \quad \textcircled{2} - \textcircled{1} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{---} \textcircled{4} \\ \text{---} \textcircled{5} \\ \text{---} \textcircled{6} \end{matrix} \quad \textcircled{6} - \textcircled{5} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

rank는 3이고 1차독립이다.