확률과 통계

섹션 - 1

강사 : James 쌤

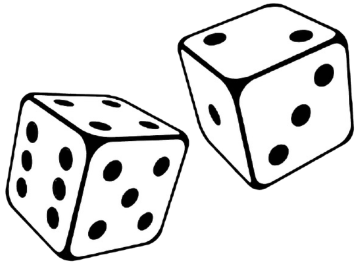
확률의 정의

키포인트

- 용어 정의: 시행, 사건, 표본공간.
- 수학적 확률의 정의.
- 통계적 (경험적) 확률의 정의.
- 확률의 기본적 특성.

시행

- 가능한 모든 결과를 알 수 있는 관찰 또는 실험.
- 같은 조건 아래에서 반복할 수 있음.
- 그 결과가 우연에 의해서 결정됨.



표본공간과 사건

- 시행의 가능한 결과가 $e_1,\ e_2,\ e_3,\ \ldots,\ e_N$ 일때 다음 집합 S를 이 시행의 표본공간 (sample space)라고 부른다:

$$S = \{e_1, e_2, e_3, \ldots, e_N\}$$

예). 주사위: $S\ =\ \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

예). 동전: $S\ =\ \{T, H\}$ $\Leftarrow$ **Head** = 앞면, **Tail**=뒷면.

표본공간과 사건

- 표본공간의 부분집합을 사건 (event)라고 부른다. 예를 들어서,

⇒ S 전체 "전사건"

⇒ 공집합 ϕ "공사건"

⇒ 단 하나의 원소로 구성된 부분집합: $\{e_1\}$, $\{e_2\}$, … "근원사건"

⇒ 이외의 부분집합: $\{e_1, e_2\}$, $\{e_7, e_9, e_{13}\}$, …

표본공간과 사건

- 한개의 주사위 던지기 예 #1.

  $\Rightarrow$ 표본공간: $S = \{1,2,3,4,5,6\}$

  $\Rightarrow$ 5의 눈이 나오는 사건: $E_1 = \{5\}$ $\Rightarrow$ 단 하나의 결과 "근원사건"

  $\Rightarrow$ 홀수의 눈이 나오는 사건: $E_2 = \{1,3,5\}$

  $\Rightarrow$ 3 이상의 눈이 나오는 사건: $E_3 = \{3, 4, 5, 6\}$

표본공간과 사건

- 한개의 주사위 던지기 예 #2.

$\Rightarrow$ 짝수의 눈이 나오는 사건 A와 3이상의 눈이 나오는 사건 B:

$$A = \{2,4,6\},\ B = \{3,4,5,6\}$$

$\Rightarrow$ 짝수이면서 3이상의 눈이 나오는 사건: $A \cap B = \{4,6\}$

$\Rightarrow$ 짝수 또는 3이상의 눈이 나오는 사건: $A \cup B = \{2,3,4,5,6\}$

표본공간과 사건

- 한개의 주사위 던지기 예 #2.

$\Rightarrow$ 이제 홀수의 눈이 나오는 사건을 C 라고 정의하면:

$$A = \{2, 4, 6\},\ B = \{3, 4, 5, 6\}, C = \{1, 3, 5\} \Rightarrow A \cap C = \phi$$ “배반사건”

$\Rightarrow$ 짝수의 눈이긴 한데 3이상이 아닌 사건: $A - B = \{2\}$

$\Rightarrow$ 3이상의 눈이긴 한데 짝수가 아닌 사건: $B - A = \{3, 5\}$

$\Rightarrow$ 3이상의 눈이 아닌 사건: $B^c = S - B = \{1, 2\}$ “여사건”

표본공간과 사건

- 10원짜리 동전 한개와 100원짜리 동전 한개를 동시에 던지기 예.

$\Rightarrow$ 표본공간: $S = \{(H,H),(H,T),(T,H),(T,T)\}$

$\Rightarrow$ 두 개 모두 뒷면이 나오는 사건: $E_1 = \{(T,T)\}$

$\Rightarrow$ 두 개 모두 같은 면이 나오는 사건: $E_2 = \{(H,H),(T,T)\}$

$\Rightarrow$ 적어도 한쪽이 앞면이 나오는 사건: $E_3 = \{(H,H),(T,H),(H,T)\}$

수학적 확률의 정의

- N이 한 시행에 따라서 일어날 수 있는 모든 경우의 수이고, N_A는 사건 A가 일어나는 경우의 수일 때 수학적 확률 $P(A)$ 는 다음과 같이 정의한다:

$$P(A) = \frac{N_A}{N}$$

수학적 확률의 정의

문제: 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 다음 물음에 답하라.

1). 서로 다른 눈이 나올 확률을 구하라.

수학적 확률의 정의

문제: 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 다음 물음에 답하라.

1). 서로 다른 눈이 나올 확률을 구하라.

$$P = \frac{\text{기대하는 것이 일어나는 경우의 수}}{\text{일어날 수 있는 모든 경우의 수}} = \frac{36-6}{36} = \frac{5}{6}$$

수학적 확률의 정의

문제: 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 다음 물음에 답하라.

2). 두 개의 눈의 합이 7이 될 확률을 구하라.

수학적 확률의 정의

문제: 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 다음 물음에 답하라.

2). 두 개의 눈의 합이 7이 될 확률을 구하라.

눈의 합이 7인 경우는 (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)과 같다.

그러므로, $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

수학적 확률의 정의

문제: 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 다음 물음에 답하라.

3). 두 개의 눈의 곱이 짝수가 되는 확률을 구하라.

수학적 확률의 정의

문제: 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 다음 물음에 답하라.

3). 두 개의 눈의 곱이 짝수가 되는 확률을 구하라.

$$\left.\begin{array}{l}(\text{짝수})\times(\text{짝수})=(\text{짝수}) \Rightarrow 3\times 3 = 9\text{ 가지.}\\ (\text{짝수})\times(\text{홀수})=(\text{짝수}) \Rightarrow 3\times 3 = 9\text{ 가지.}\\ (\text{홀수})\times(\text{짝수})=(\text{짝수}) \Rightarrow 3\times 3 = 9\text{ 가지.}\end{array}\right\}\ \text{총 27가지}$$

$$P = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

통계적 (경험치적) 확률의 정의

- 어떤 조건 아래에서 실험 또는 관측한 자료의 총수를 N이라 하고, 그 중에서 어떤 사건 A가 일어난 횟수를 N_A라 할 때 상대도수는 다음과 같다:

$$상대도수 = \frac{N_A}{N}$$

- 이상적으로 통계적 확률 $P(A)$는 다음과 같이 상대도수의 극한과 같이 정의한다:

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{N_A}{N}$$

통계적 (경험치적) 확률의 정의

문제: 통계조사에 의하면 신생아 1000명 중 출생 후 1년까지 살아 남은 아이가 980명이다. 신생아의 1년 생존확률은?

통계적 (경험치적) 확률의 정의

문제: 통계조사에 의하면 신생아 1000명 중 출생 후 1년까지 살아 남은 아이가 980명이다. 신생아의 1년 생존확률은?

$$P = \frac{\text{기대하는 것이 일어난 횟수}}{\text{실험한 모든 횟수}} = \frac{980}{1000} = 0.98$$

통계적 (경험치적) 확률의 정의

문제: 한 개의 주사위를 10000번 던져서 1의 눈이 1650번 나왔다. 1의 눈이 나올 확률을 구하라.

통계적 (경험치적) 확률의 정의

문제: 한 개의 주사위를 10000번 던져서 1의 눈이 1650번 나왔다. 1의 눈이 나올 확률을 구하라.

$$P = \frac{\text{기대하는 것이 일어난 횟수}}{\text{실험한 모든 횟수}} = \frac{1650}{10000} = 0.165 \approx \frac{1}{6}$$

확률의 기본적인 특성

- 임의의 사건 A, 전사건 S, 공사건 ϕ에 대해서:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(S) = 1$$

$$P(\phi) = 0$$

확률의 기본적인 특성

- 근원사건 e_i의 확률 p_i를 모두 더하면 정확하게 1이 되어야 한다:

$$p_1 + p_2 + \cdots + p_N = 1$$

확률의 덧셈 법칙

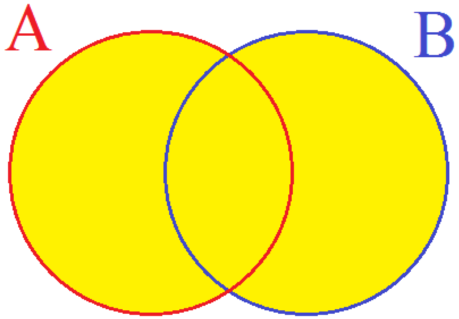
키포인트

- 확률의 덧셈.
- 배반사건.
- 여사건.

확률의 덧셈

- 어떤 사건 A와 B에 대해서:

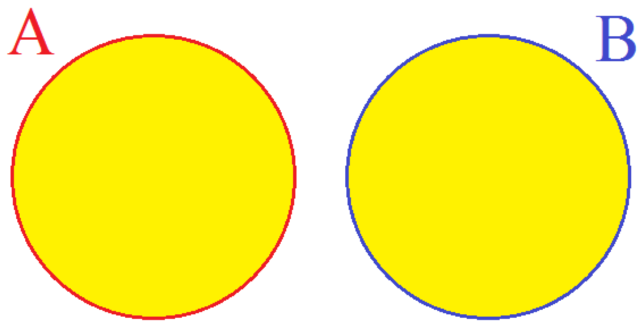
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



확률의 덧셈

- A와 B가 서로 배반사건인 경우 ($A \cap B = \phi$):

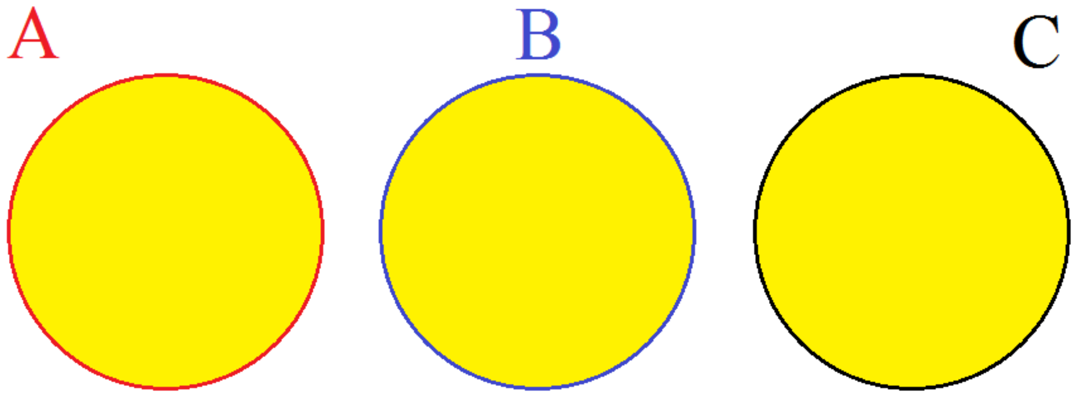
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



확률의 덧셈

- A, B, C가 서로 배반사건인 경우 $(A \cap B = \phi, A \cap C = \phi, B \cap C = \phi)$:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

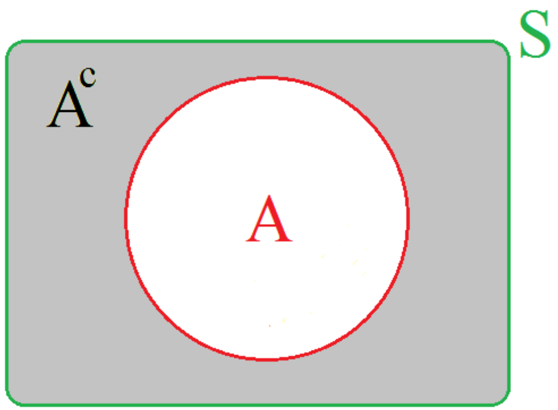


여사건의 확률

- 어떤 사건 A의 확률과 여사건 A^c의 확률 사이에는 다음 관계가 성립된다:

$$A \cup A^c = S \quad \Rightarrow \quad P(A) + P(A^c) = 1$$

$$\Rightarrow \quad P(A) = 1 - P(A^c)$$



확률의 덧셈

문제: 다섯 개의 동전을 던졌을 때, 적어도 한 개가 앞면이 나올 확률은?

확률의 덧셈

문제: 다섯 개의 동전을 던졌을 때, 적어도 한 개가 앞면이 나올 확률은?

a). 적어도 한 개가 앞면이 나오는 사건을 A라고 하면 여사건 A^c는 “모두 뒷면이 나오는” 사건이다. 그러므로 $P(A^c) = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$이다.

확률의 덧셈

문제: 다섯 개의 동전을 던졌을 때, 적어도 한 개가 앞면이 나올 확률은?

a). 적어도 한 개가 앞면이 나오는 사건을 A라고 하면 여사건 A^c는 “모두 뒷면이 나오는” 사건이다. 그러므로 $P(A^c) = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$이다.

b). 이제 적어도 한 개가 앞면일 확률은 $P(A) + P(A^c) = 1$와 같은 관계를 적용해서 구할 수 있다. $P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$

확률의 덧셈

문제: 하나의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈 또는 3 이상의 눈이 나올 확률은?

확률의 덧셈

문제: 하나의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈 또는 3 이상의 눈이 나올 확률은?

a). 짝수의 눈이 나오는 사건 A와 3이상의 눈이 나오는 사건 B:

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{3, 4, 5, 6\}$$

확률의 덧셈

문제: 하나의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈 또는 3 이상의 눈이 나올 확률은?

b). 짝수 또는 3이상의 눈이 나오는 사건:

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

확률의 덧셈

문제: 하나의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈 또는 3 이상의 눈이 나올 확률은?

b). 짝수 또는 3이상의 눈이 나오는 사건:

$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

c). 이제 확률의 수학적 정의를 적용하면:

$$P(A \cup B) = \frac{\text{기대하는 것이 일어나는 경우의 수}}{\text{일어날 수 있는 모든 경우의 수}} = \frac{5}{6}$$

확률의 덧셈

문제: 하나의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈 또는 3 이상의 눈이 나올 확률은?

d). 또한 다음과 같이 확률의 덧셈 법칙을 적용해서도 구할 수 있다:

$$P(A) = \frac{3}{6},\ P(B) = \frac{4}{6},\ P(A \cap B) = P(\{4, 6\}) = \frac{2}{6}$$

그러므로, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{3}{6} + \frac{4}{6} - \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

확률의 덧셈

문제: 100명의 학생 중 혈액형이 O형, A형, B형, AB형인 학생이 각각 29명, 41명, 18명, 12명이라고 한다. 이중에서 임의로 한 명을 뽑을 때, O형이거나 A형일 확률을 구하라.

확률의 덧셈

문제: 100명의 학생 중 혈액형이 O형, A형, B형, AB형인 학생이 각각 29명, 41명, 18명, 12 명이라고 한다. 이중에서 임의로 한 명을 뽑을 때, O형이거나 A형일 확률을 구하라.

확률의 덧셈 법칙을 적용해 보도록 한다:

$P(O) = \frac{29}{100}$, $P(A) = \frac{41}{100}$, $P(O \cap A) = P(\phi) = 0$ “배반사건”

그러므로, $P(O \cup A) = P(O) + P(A) = \frac{29}{100} + \frac{41}{100} = \frac{7}{10}$

확률의 곱셈 법칙

키포인트

- 확률의 곱셈.
- 조건부 확률.
- 독립사건, 종속사건, 배반사건 사이의 차이.

조건부 확률

- 확률이 0이 아닌 사건 A와 B에 대해서 사건 A가 일어났다는 전제로 사건 B가 일어날 확률을 조건부 확률이라 하고 $P(B|A)$와 같이 표기한다.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

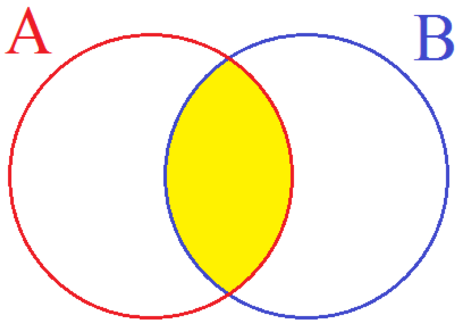
"확률의 곱셈 법칙"

조건부 확률

- 이전 슬라이드의 수식을 정리하면 다음 관계가 성립된다.

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A)$$

$$= P(A|B)P(B)$$



종속사건, 독립사건, 배반사건

종속사건 (dependent events)?

독립사건 (independent events)?

배반사건 (mutually exclusive events)?

종속사건

- 사건 A와 B가 서로 종속사건이라면:

$$P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$$

“인수분해” 불가능.

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A)$$

$$= P(A|B)P(B)$$

종속사건

- 그리고,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A|B)P(B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(B|A)P(A)$$

독립사건

- 사건 A와 B가 서로 독립사건이라면:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

- 그러면, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$

- 또한: $P(A|B) = P(A)$

$$P(B|A) = P(B)$$

배반사건

- 사건 A와 B가 서로 배반사건이라면, 동시에 일어날 수 없다는 의미.

$$P(A \cap B) = 0$$

- 그러므로, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

- 또한: $P(A|B) = 0$

  $P(B|A) = 0$

독립사건 ↔ 배반사건?

독립사건 ⇔ 배반사건

? ? ?

독립사건 ↔ 배반사건?

독립사건 $\not\Leftrightarrow$ 배반사건

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$$P(A \cap B) = 0$$

독립사건과 배반사건은 서로 무관한 개념이다.

확률의 곱셈

문제: 다음은 A, B 두 반의 학생 120명을 남녀별로 구분한 표이다.

	남 (M)	여 (F)	계
A반	35	30	**65**
B반	32	23	**55**
계	**67**	**53**	**120**

1). 120명의 집합을 표본공간으로 하여 1명을 뽑을 때 $P(\boldsymbol{M}|\boldsymbol{A})$와 $P(\boldsymbol{F}|\boldsymbol{A})$는?

확률의 곱셈

문제: 다음은 A, B 두 반의 학생 120명을 남녀별로 구분한 표이다.

	남 (M)	여 (F)	계
A반	35	30	**65**
B반	32	23	**55**
계	**67**	**53**	**120**

1). 120명의 집합을 표본공간으로 하여 1명을 뽑을 때 $P(\boldsymbol{M}|\boldsymbol{A})$와 $P(\boldsymbol{F}|\boldsymbol{A})$는?

$P(A) = \frac{65}{120}$, $P(B) = \frac{55}{120}$, $P(M) = \frac{67}{120}$, $P(F) = \frac{53}{120}$이다. 또한 $P(M \cap A) = \frac{35}{120}$이고 $P(F \cap A) = \frac{30}{120}$이다. 그러므로 $P(M|A) = \frac{P(M\cap A)}{P(A)} = \frac{35}{120}\times\frac{120}{65} = \frac{35}{65}$ 이고 $P(F|A) = \frac{P(F\cap A)}{P(A)} = \frac{30}{120}\times\frac{120}{65} = \frac{30}{65}$이다.

확률의 곱셈

문제: 다음은 A, B 두 반의 학생 120명을 남녀별로 구분한 표이다.

	남 (M)	여 (F)	계
A반	35	30	**65**
B반	32	23	**55**
계	**67**	**53**	**120**

2). 120명의 집합을 표본공간으로 하여 1명을 뽑을 때 $P(\boldsymbol{A}|\boldsymbol{M})$와 $P(\boldsymbol{B}|\boldsymbol{M})$는?

확률의 곱셈

문제: 다음은 A, B 두 반의 학생 120명을 남녀별로 구분한 표이다.

	남 (M)	여 (F)	계
A반	35	30	65
B반	32	23	55
계	67	53	120

2). 120명의 집합을 표본공간으로 하여 1명을 뽑을 때 $P(\boldsymbol{A}|\boldsymbol{M})$와 $P(\boldsymbol{B}|\boldsymbol{M})$는?

$P(M \cap A) = \frac{35}{120}$ 이고 $P(M \cap B) = \frac{32}{120}$ 이다. 그러므로 $P(A|M) = \frac{P(M \cap A)}{P(M)} = \frac{35}{120} \times \frac{120}{67} = \frac{35}{67}$ 이고

$P(B|M) = \frac{P(M \cap B)}{P(M)} = \frac{32}{120} \times \frac{120}{67} = \frac{32}{67}$이다.

확률의 곱셈

문제: 주머니 속에 흰 공 4개, 붉은 공 6개가 들어있다. 공을 한 개씩 두 번 꺼낼 때, 다음 각 경우에 대하여 두 개가 모두 흰 공일 확률을 구하여라.

1). 처음에 꺼낸 공을 주머니에 다시 넣지 않는 경우.

확률의 곱셈

문제: 주머니 속에 흰 공 4개, 붉은 공 6개가 들어있다. 공을 한 개씩 두 번 꺼낼 때, 다음 각 경우에 대하여 두 개가 모두 흰 공일 확률을 구하여라.

1). 처음에 꺼낸 공을 주머니에 다시 넣지 않는 경우.

첫 번째, 두 번째에 흰 공이 나오는 사건을 각각 A와 B라 부르도록 한다. 그러면, 구하고자 하는 확률은 $P(A \cap B)$이다. 확률의 곱셈 정리를 적용해 본다.

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A) = \frac{3}{9} \times \frac{4}{10} = \frac{2}{15}$$

확률의 곱셈

문제: 주머니 속에 흰 공 4개, 붉은 공 6개가 들어있다. 공을 한 개씩 두 번 꺼낼 때, 다음 각 경우에 대하여 두 개가 모두 흰 공일 확률을 구하여라.

2). 처음에 꺼낸 공을 주머니에 다시 넣는 경우.

확률의 곱셈

문제: 주머니 속에 흰 공 4개, 붉은 공 6개가 들어있다. 공을 한 개씩 두 번 꺼낼 때, 다음 각 경우에 대하여 두 개가 모두 흰 공일 확률을 구하여라.

2). 처음에 꺼낸 공을 주머니에 다시 넣는 경우.

이 경우에는 A와 B는 서로 독립사건이다. 그러므로

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A) = P(B)P(A) = \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{4}{25}$$

베이즈 정리

키포인트

- 확률의 곱셈 법칙과 조건부 확률 (복습).
- 베이즈 정리 (베이즈 통계법).

조건부 확률

- 확률이 0이 아닌 사건 A와 B에 대해서 사건 A가 일어났다는 전제로 사건 B가 일어날 확률을 조건부 확률이라 하고 $P(B|A)$와 같이 표기한다.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

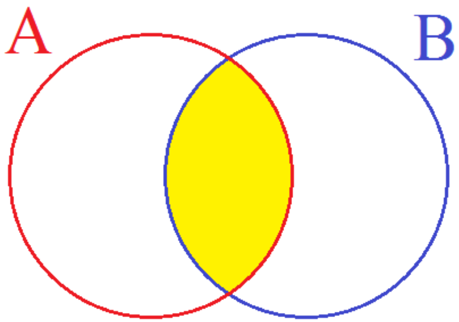
"확률의 곱셈 법칙"

조건부 확률

- 이전 슬라이드의 수식을 정리하면 다음 관계가 성립된다.

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A)$$

$$= P(A|B)P(B)$$



베이즈 정리

- 그리고 “베이즈 정리”를 도출해 낼 수 있다.

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A)$$

$$= P(A|B)P(B)$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)}$$

“베이즈 정리”

베이즈 정리

- 베이즈 정리는 다음과 같이 표현해서 사용할 수 있다.

$$P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$$

$$\Downarrow$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

$$= \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A)+P(B|A^c)P(A^c)}$$

베이즈 정리

- 베이즈 정리는 다음과 같이 표현해서 사용할 수 있다.

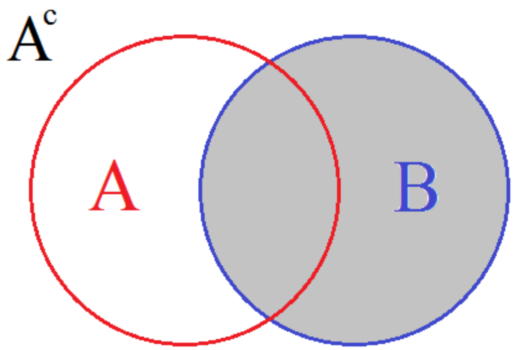
$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|A^c)P(A^c)}$$

베이즈 정리

- 베이즈 정리는 다음과 같이 표현해서 사용할 수 있다.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{\boxed{P(B|A)P(A) + P(B|A^c)P(A^c)}}$$

$P(B)$

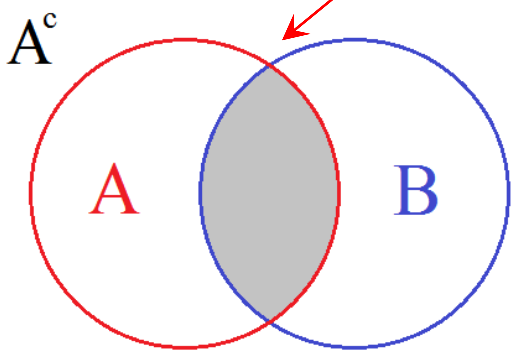


베이즈 정리

- 베이즈 정리는 다음과 같이 표현해서 사용할 수 있다.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{\boxed{P(B|A)P(A)} + P(B|A^c)P(A^c)}$$

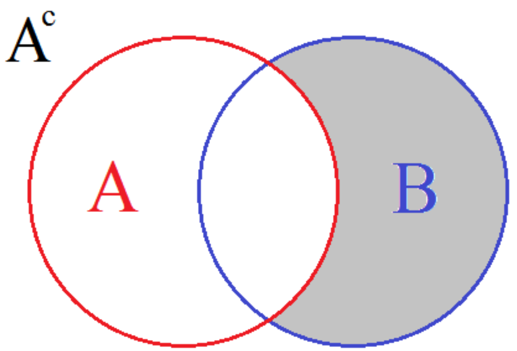
$$P(B \cap A)$$



베이즈 정리

- 베이즈 정리는 다음과 같이 표현해서 사용할 수 있다.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + \boxed{P(B|A^c)P(A^c)}}$$



$P(B \cap A^c)$

베이즈 정리

문제: 1000개의 동전이 있다. 그 중에서 1개의 동전은 양쪽이 앞면(H)인 “비정상” 동전이고 나머지 999개는 앞(H)/뒤(T) 면이 있는 “정상” 동전이다. 그런데 임의로 동전 한 개를 뽑아서 10번 던져보니 항상 앞면만 나온다. 이 동전이 바로 비정상 동전일 확률은?

베이즈 정리

문제: 1000개의 동전이 있다. 그 중에서 1개의 동전은 양쪽이 앞면(H)인 “비정상” 동전이고 나머지 999개는 앞(H)/뒤(T) 면이 있는 “정상” 동전이다. 그런데 임의로 동전 한 개를 뽑아서 10번 던져보니 항상 앞면만 나온다. 이 동전이 바로 비정상 동전일 확률은?

A가 해당 동전이 비정상 동전일 사건라면 A^c는 정상 동전일 사건이다.

B는 이 동전을 10번 던져보니 항상 앞면만 나온 사건이다.

$P(B|A) = 1$

$P(B|A^c) = \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$

$P(A) = 1/1000$, $P(A^c) = 999/1000$

베이즈 정리

문제: 1000개의 동전이 있다. 그 중에서 1개의 동전은 양쪽이 앞면(H)인 "비정상" 동전이고 나머지 999개는 앞(H)/뒤(T) 면이 있는 "정상" 동전이다. 그런데 임의로 동전 한 개를 뽑아서 10번 던져보니 항상 앞면만 나온다. 이 동전이 바로 비정상 동전일 확률은?

A가 해당 동전이 비정상 동전일 사건라면 A^c는 정상 동전일 사건이다.

B는 이 동전을 10번 던져보니 항상 앞면만 나온 사건이다.

그러면, 정답은 $P(A|B)$이다. 베이즈 정리를 적용해 계산한다.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A)+P(B|A^c)P(A^c)} = \frac{1\times\frac{1}{1000}}{1\times\frac{1}{1000}+\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\times\frac{999}{1000}} \cong \mathbf{0.506}$$

베이즈 정리

문제: 변종 인플루엔자가 돌고있다. 전체 감염자의 확률은 3%라고 한다. 새로운 진단 방법이 개발 되었는데 실제 감염자 중에서 98%를 정확하게 양성(+)으로 진단하고 또한 실제 비감염자 중에서 95%를 정확하게 음성(-)으로 진단할 수 있다. 나도 이 검사를 받아보았는데 결과는 양성(+)으로 나왔다. 내가 실제 이 변종 인플루엔자에 걸렸을 확률은?

베이즈 정리

문제: 변종 인플루엔자가 돌고있다. 전체 감염자의 확률은 3%라고 한다. 새로운 진단 방법이 개발 되었는데 실제 감염자 중에서 98%를 정확하게 양성(+)으로 진단하고 또한 실제 비감염자 중에서 95%를 정확하게 음성(-)으로 진단할 수 있다. 나도 이 검사를 받아보았는데 결과는 양성(+)으로 나왔다. 내가 실제 이 변종 인플루엔자에 걸렸을 확률은?

D가 변종 인플루엔자에 걸릴 사건라면 D^c는 그렇지 않은 사건이다.

$P(+|D) = 0.98$ "민감도"

$P(-|D^c) = 0.95$ "특이도" $\Rightarrow$ $P(+|D^c) = 1 - P(-|D^c) = 0.05$

$P(D) = 0.03$ "발병률"

베이즈 정리

문제: 변종 인플루엔자가 돌고있다. 전체 감염자의 확률은 3%라고 한다. 새로운 진단 방법이 개발 되었는데 실제 감염자 중에서 98%를 정확하게 양성(+)으로 진단하고 또한 실제 비감염자 중에서 95%를 정확하게 음성(-)으로 진단할 수 있다. 나도 이 검사를 받아보았는데 결과는 양성(+)으로 나왔다. 내가 실제 이 변종 인플루엔자에 결렸을 확률은?

그러면, 내가 알고자 하는 확률은 $P(D|+)$이다. 베이즈 정리를 적용해 계산한다.

$$P(D|+) = \frac{P(+|D)P(D)}{P(+|D)P(D)+P(+|D^c)P(D^c)} = \frac{0.98 \times 0.03}{0.98 \times 0.03+0.05\times 0.97} \cong \mathbf{0.377}$$

끝