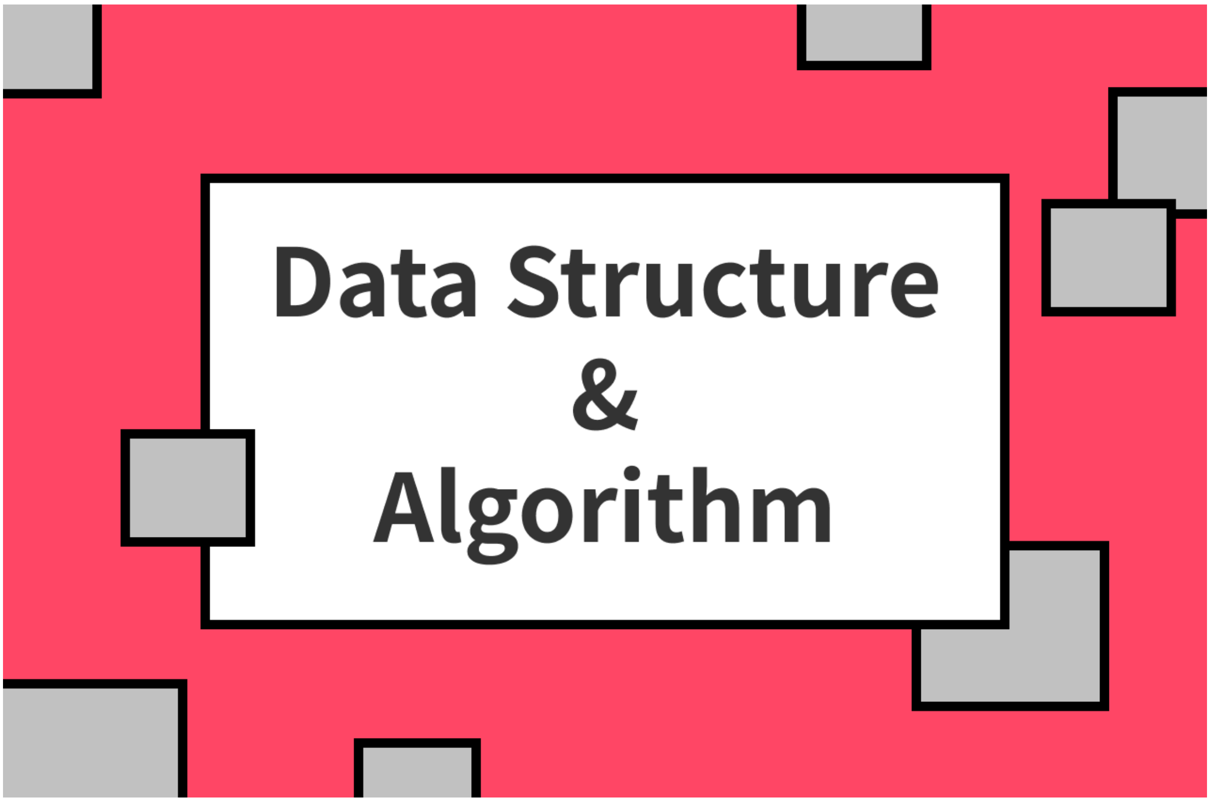
시간 복잡도

[알고리즘] Time Complexity (시간 복잡도)
2023.06.08



⚡ Time Complexity (시간 복잡도)Time Complexity (시간 복잡도)를 고려한 효율적인 알고리즘 구현 방법에 대한 고민과Big-O 표기법을 이용해 시간 복잡도를 나타내는 방법에 대해 알아봅시다.

❗ 효율적인 알고리즘 고민

- **알고리즘 문제를 풀다 보면 문제에 대한 해답을 찾는 것이 가장 중요하다.**
- **그러나 그에 못지않게, 효율적인 방법으로 문제를 해결을 했는지도 중요하다.**
- **혹시 문제를 풀다가 '이것보다 더 효율적인 방법은 없을까?또는 이게 제일 좋은 방법이 맞나?'라는 생각을 해 본 적이 있는가?**
- **효율적인 방법을 고민한다는 것은 시간 복잡도를 고민한다는 것과 같은 말이다.**
- **시간 복잡도와 Big-O(빅-오) 표기법에 대해 배워보자.**

❗ 시간복잡도

- **문제를 해결하기 위한 알고리즘의 로직을 코드로 구현할 때, 시간 복잡도를 고려한다는 것**

은 무슨 의미일까?알고리즘의 로직을 코드로 구현할 때, 시간 복잡도를 고려한다는 것은'입력값의 변화에 따라 연산을 실행할 때, 연산 횟수에 비해 시간이 얼마만큼 걸리는가?'라는 말이다.
- 효율적인 알고리즘을 구현한다는 것은 바꾸어 말해 입력값이 커짐에 따라 증가하는 시간의 비율을 최소화한 알고리즘을 구성했다는 이야기이다.
- 그리고 이 시간 복잡도는 주로 빅-오 표기법을 사용해 나타낸다.

❗ Big-O 표기법

👉 시간 복잡도를 표기하는 방법
- Big-O(빅-오) ⇒ 상한 점근
- Big-Ω(빅-오메가) ⇒ 하한 점근
- Big-θ(빅-세타) ⇒ 그 둘의 평균
- 위 세 가지 표기법은 시간 복잡도를 각각 최악, 최선, 중간(평균)의 경우에 대하여 나타내는 방법이다.

👉 가장 자주 사용되는 표기법은?
- 빅오 표기법은 최악의 경우를 고려하므로, 프로그램이 실행되는 과정에서 소요되는 최악의 시간까지 고려할 수 있기 때문이다.
- "최소한 특정 시간 이상이 걸린다" 혹은 "이 정도 시간이 걸린다"를 고려하는 것보다 "이 정도 시간까지 걸릴 수 있다"를 고려해야 그에 맞는 대응이 가능하다.

👉 시간 복잡도 최선의 경우를 고려한 경우
- 결과를 반환하는 데 최선의 경우 1초, 평균적으로 1분, 최악의 경우 1시간이 걸리는 알고리즘을 구현했고, 최선의 경우를 고려한다고 가정하겠다.
- 이 알고리즘을 100번 실행한다면, 최선의 경우 100초가 걸린다.
- 만약 실제로 걸린 시간이 1시간을 훌쩍 넘겼다면, '어디에서 문제가 발생한 거지?'란 의문이 생긴다.
- 최선의 경우만 고려하였으니, 어디에서 문제가 발생했는지 알아내기 위해서는 로직의 많은 부분을 파악해야 하므로 문제를 파악하는 데 많은 시간이 필요하다.

👉 시간 복잡도 중간의 경우를 고려한 경우
- 평균값을 기대하는 시간 복잡도를 고려한다면 어떨까?
- 알고리즘을 100번 실행할 때 100분의 시간이 소요된다고 생각했는데, 최악의 경우가 몇 개 발생하여 300분이 넘게 걸렸다면 최선의 경우를 고려한 것과 같은 고민을 하게 된다.

👉 시간 복잡도 최악의 경우를 고려한 경우
- 극단적인 예이지만, 위와 같이 최악의 경우가 발생하지 않기를 바라며 시간을 계산하는 것보다는 '최악의 경우도 고려하여 대비'하는 것이 바람직하다.
- 따라서 다른 표기법보다 Big-O 표기법을 많이 사용한다.
- Big-O 표기법은 '입력값의 변화에 따라 연산을 실행할 때, 연산 횟수에 비해 시간이 얼마만큼 걸리는가?'를 표기하는 방법이다.

👉 Big-O 표기법의 종류
1. O(1)
2. O(n)
3. O(log n)
4. O(n2)
5. O(2n)

❗ O(1)
O(1)는 일정한 복잡도(constant complexity)라고 하며, 입력값이 증가하더라도 시간이 늘어나지 않는다.
• 다시 말해 입력값의 크기와 관계없이, 즉시 출력값을 얻어낼 수 있다는 의미이다.
👉 O(1)의 시간 복잡도를 가진 알고리즘function O_1_algorithm(arr, index) { return arr[index];}let arr = [1, 2, 3, 4, 5];let index = 1;let result = O_1_algorithm(arr, index);console.log(result); // 2
• 이 알고리즘에선 입력값의 크기가 아무리 커져도 즉시 출력값을 얻어낼 수 있다.
• 예를 들어 arr의 길이가 100만이라도, 즉시 해당 index에 접근해 값을 반환할 수 있다.

❗ O(n)
O(n)은 선형 복잡도(linear complexity)라고 부르며, 입력값이 증가함에 따라 시간 또한 `같은 비율`로 증가하는 것을 의미한다.
• 예를 들어 입력값이 1일 때 1초의 시간이 걸리고, 입력값을 100배로 증가시켰을 때 1초의 100배인 100초가 걸리는 알고리즘을 구현했다면, 그 알고리즘은 O(n)의 시간 복잡도를 가진다고 할 수 있다.
👉 O(n)의 시간 복잡도를 가진 알고리즘function O_n_algorithm(n) { for (let i = 0; i < n; i++) {   // do something for 1 second }}function another_O_n_algorithm(n) { for (let i = 0; i < 2n; i++) {   // do something for 1 second }}
• `O_n_algorithm` 함수에선 입력값(n)이 1 증가할 때마다 코드의 실행 시간이 1초씩 증가한다.
• 즉 입력값이 증가함에 따라 `같은 비율로` 걸리는 시간이 늘어나고 있다. 그렇다면 함수 `another_O_n_algorithm` 은 어떨까?
• 입력값이 1 증가할때마다 코드의 실행 시간이 2초씩 증가한다.
• 이것을 보고, "아! 그렇다면 이 알고리즘은 O(2n) 이라고 표현하겠구나!" 라고 생각할 수 있다.
• 그러나, 사실 이 알고리즘 또한 Big-O 표기법으로는 O(n)으로 표기한다.
• 입력값이 커지면 커질수록 계수(n 앞에 있는 수)의 의미(영향력)가 점점 퇴색되기 때문에,

같은 비율로 증가하고 있다면 2배가 아닌 5배, 10배로 증가하더라도 O(n)으로 표기한다.

❗ O(log n)

O(log n)은 로그 복잡도(logarithmic complexity)라고 부르며, Big-O표기법중 O(1) 다음으로 빠른 시간 복잡도를 가진다.

- 자료구조에서 배웠던 BST(Binary Search Tree)를 기억하는가?
- BST에선 원하는 값을 탐색할 때, 노드를 이동할 때마다 경우의 수가 절반으로 줄어든다.
- 이해하기 쉬운 게임으로 비유해 보자면 up & down을 예로 들 수 있다.
  1. 1~100 중 하나의 숫자를 플레이어1이 고른다. (30을 골랐다고 가정한다.)
  2. 50(가운데) 숫자를 제시하면 50보다 작으므로 down을 외친다.
  3. 1~50중의 하나의 숫자이므로 또다시 경우의 수를 절반으로 줄이기 위해 25를 제시한다.
  4. 25보다 크므로 up을 외친다.
  5. 경우의 수를 계속 절반으로 줄여나가며 정답을 찾는다.
- 매번 숫자를 제시할 때마다 경우의 수가 절반이 줄어들기 때문에 최악의 경우에도 7번이면 원하는 숫자를 찾아낼 수 있게 된다.
- BST의 값 탐색 또한 이와같은 로직으로, O(log n)의 시간 복잡도를 가진 알고리즘(탐색기법)이다.

❗ O(n2)

O(n2)은 2차 복잡도(quadratic complexity)라고 부르며, 입력값이 증가함에 따라 시간이 n의 제곱수의 비율로 증가하는 것을 의미한다.

- 예를 들어 입력값이 1일 경우 1초가 걸리던 알고리즘에 5라는 값을 주었더니 25초가 걸리게 된다면, 이 알고리즘의 시간 복잡도는 O(n2)라고 표현한다.

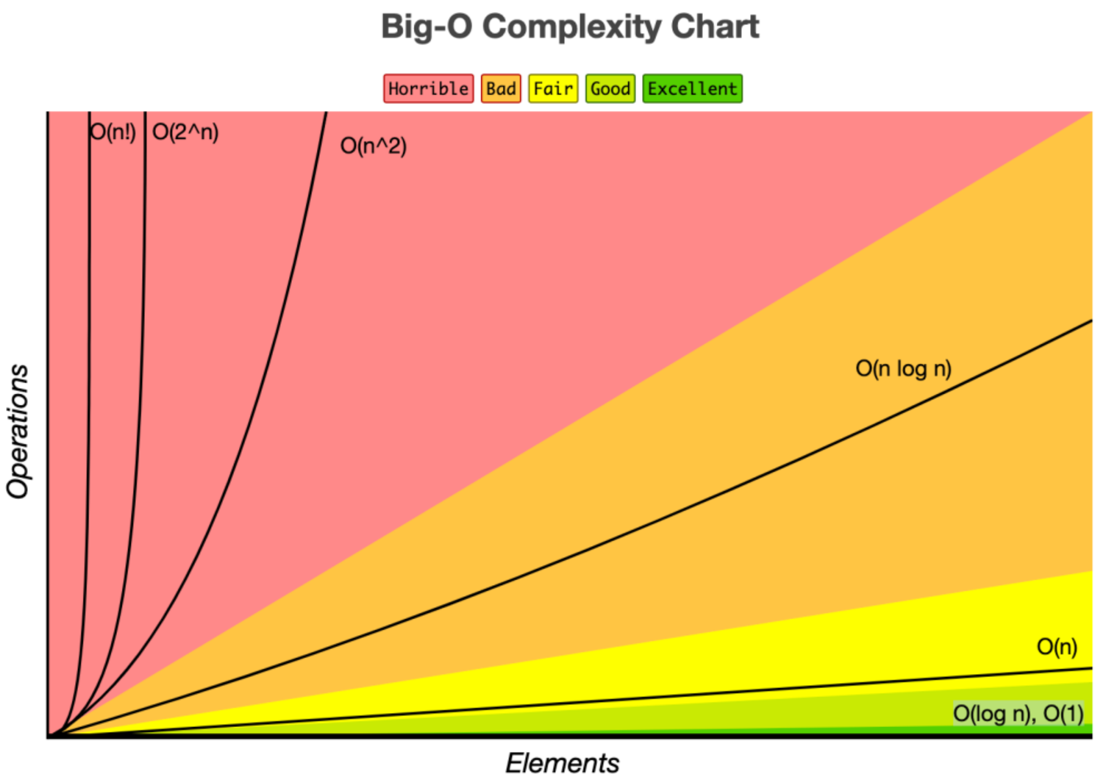
👉 O(n2)의 시간 복잡도를 가진 알고리즘function O_quadratic_algorithm(n) { for (let i = 0; i < n; i++) {   for (let j = 0; j < n; j++) {   // do something for 1 second   } }}function another_O_quadratic_algorithm(n) { for (let i = 0; i < n; i++) {   for (let j = 0; j < n; j++) {   for (let k = 0; k < n; k++) {   // do something for 1 second   }   } }}

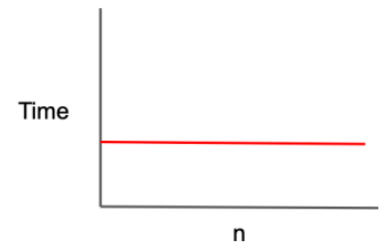
- 2n, 5n 을 모두 O(n)이라고 표현하는 것처럼, n3과 n5 도 모두 O(n2)로 표기한다.
- n이 커지면 커질수록 지수가 주는 영향력이 점점 퇴색되기 때문에 이렇게 표기한다.

❗ O(2n)

O(2n)은 기하급수적 복잡도(exponential complexity)라고 부르며, Big-O 표기법 중 가장 느린 시간 복잡도를 가진다.

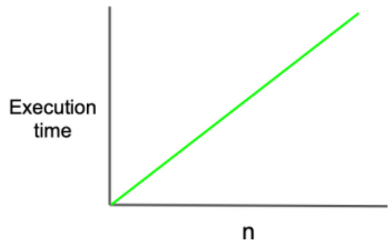
• 종이를 42번 접으면 그 두께가 지구에서 달까지의 거리보다 커진다는 이야기를 들어보신 적 있으신가?
• 고작 42번 만에 얇은 종이가 그만한 두께를 가질 수 있는 것은, 매번 접힐 때마다 두께가 2배 로 늘어나기 때문이다.
• 구현한 알고리즘의 시간 복잡도가 O(2n)이라면 다른 접근 방식을 고민해 보는 것이 좋다.
👉 O(2n)의 시간 복잡도를 가진 알고리즘function fibonacci(n) { if (n <= 1) {   return 1; } return fibonacci(n - 1) + fibonacci(n - 2);}
• 재귀로 구현하는 피보나치 수열은 O(2n)의 시간 복잡도를 가진 대표적인 알고리즘이다.
• 브라우저 개발자 창에서 n을 40으로 두어도 수초가 걸리는 것을 확인할 수 있으며, n이 100 이상이면 평생 결과를 반환받지 못할 수도 있다.





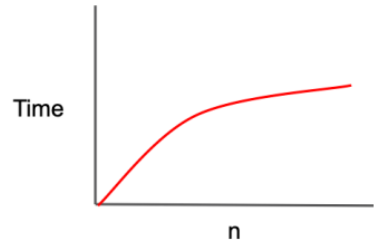
Name	constant				
Notation	O(1)	O(log n)	O(n)	$O(n^2)$	$O(c^n)$

n = # of items, c = a constant (i.e. 3,5,4,6, etc.)



Name	constant	logarithmic	linear		
Notation	O(1)	O(log n)	O(n)	$O(n^2)$	$O(c^n)$

n = # of items, c = a constant (i.e. 3,5,4,6, etc.)

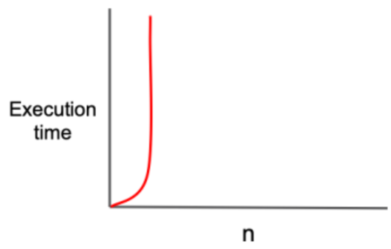


Name	constant	logarithmic			
Notation	O(1)	O(log n)	O(n)	$O(n^2)$	$O(c^n)$

n = # of items, c = a constant (i.e. 3,5,4,6, etc.)

Name	constant	logarithmic	linear	quadratic	
Notation	O(1)	O(log n)	O(n)	$O(n^2)$	$O(c^n)$

n = # of items, c = a constant (i.e. 3,5,4,6, etc.)



Name	constant	logarithmic	linear	quadratic	exponential
Notation	O(1)	O(log n)	O(n)	$O(n^2)$	$O(c^n)$

n = # of items, c = a constant (i.e. 3,5,4,6, etc.)