5주차:그래프

#그래프란?

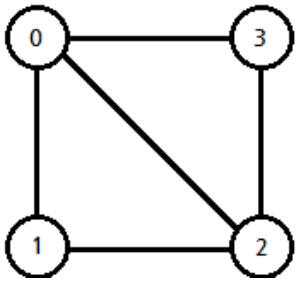
- 그래프는 정점(Vertex)과 간선(Edge)으로 이루어진 자료구조이다. 정확히는 정점(Vertex)간의 관계를 표현하는 조직도라고 볼 수 있다. 이러한 면에서 트리는 그래프의 일종인 셈이다.

  하지만 그래프는 트리와는 달리 정점마다 간선이 있을 수도 있고 없을 수도 있으며, 루트노드와 부모와 자식이라는 개념이 존재하지 않는다.

#그래프와 트리의 차이

	그래프	트리
정의	노드(node)와 그 노드를 연결하는 간선(edge)을 하나로 모아 놓은 자료 구조	그래프의 한 종류 DAG(Directed Acyclic Graph, 방향성이 있는 비순환 그래프)의 한 종류
방향성	방향 그래프(Directed), 무방향 그래프(Undirected) 모두 존재	방향 그래프(Directed Graph)
사이클	사이클(Cycle) 가능, 자체 간선(self-loop)도 가능, 순환 그래프(Cyclic), 비순환 그래프(Acyclic) 모두 존재	사이클(Cycle) 불가능, 자체 간선(self-loop)도 불가능, 비순환 그래프(Acyclic Graph)
루트 노드	루트 노드의 개념이 없음	한 개의 루트 노드만이 존재, 모든 자식 노드는 한 개의 부모 노드 만을 가짐
부모-자식	부모-자식의 개념이 없음	부모-자식 관계 top-bottom또는 bottom-top으로 이루어짐
모델	네트워크 모델	계층 모델
순회	DFS, BFS	DFS, BFS안의 Pre-, In-, Post-order
간선의 수	그래프에 따라 간선의 수가 다름, 간선이 없을 수도 있음	노드가 N인 트리는 항상 N-1의 간선을 가짐
경로	-	임의의 두 노드 간의 경로는 유일
예시 및 종류	지도, 지하철 노선도의 최단 경로, 전기 회로의 소자들, 도로(교차점과 일방 통행길), 선수 과목	이진 트리, 이진 탐색 트리, 균형 트리(AVL 트리, red-black 트리), 이진 힙(최대힙, 최소힙) 등

#그래프와 관련된 용어



- 정점(Vertex) : 노드(node) 라고도 하며 정점에는 데이터가 저장된다. (0, 1, 2, 3)
- 간선(Edge) : 정점(노드)를 연결하는 선으로 link, branch 라고도 부른다.
- 인접 정점(adjacent Vertex) : 간선에 의해 직접 연결된 정점 (0과 2은 인접정점)
- 단순 경로(simple path) : 경로 중에서 반복되는 정점이 없는 경우. 한붓그리기와 같이 같은 간선을 지나가지 않는 경로 (0->3->2->1 은 단순경로)
- 차수(degree) : 무방향 그래프에서 하나의 정점에 인접한 정점의 수 (0의 차수는 3)
- 진출 차수(in-degree) : 방향 그래프에서 외부로 향하는 간선의 수
- 진입 차수(out-degree) : 방향 그래프에서 외부에서 들어오는 간선의 수
- 경로 길이(path length) : 경로를 구성하는데 사용된 간선의 수
- 사이클(cycle) : 단순 경로의 시작 정점과 종료 정점이 동일한 경우

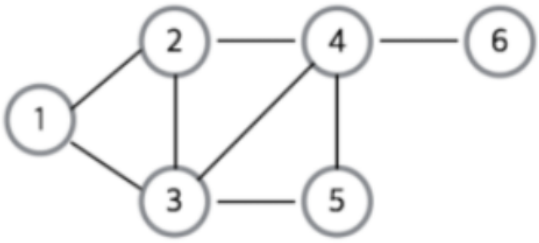
#그래프의 구현 방법

그래프를 구현하는 방법에는 `인접행렬`과 `인접리스트` 방식이 있다. 두 개의 구현방식은 각각의 상반된 장단점을 가지고 있다.

#인접행렬

- 인접행렬 방식인접행렬은 그래프의 노드를 2차원 배열로 만든 것이다.노드들 간에 직접 연결이 되어있으면 1을, 아니면 0을 넣어서 행렬을 완성시킨 것이다.
- 인접행렬의 장점
  - 2차원 배열 안에 모든 정점들의 간선 정보가 담겨있기 때문에 두 정점에 대한 연결 정보를 조회할 때 O(1) 의 시간복잡도면 가능하다.
  - 인접리스트에 비해 구현이 쉽다.

- 인접행렬의 단점
  - 모든 정점에 대해 간선 정보를 대입해야 하므로 $O(n^2)$ 의 시간복잡도가 소요된다.
  - 무조건 2차원 배열이 필요하기 때문에 필요 이상의 공간이 낭비된다.



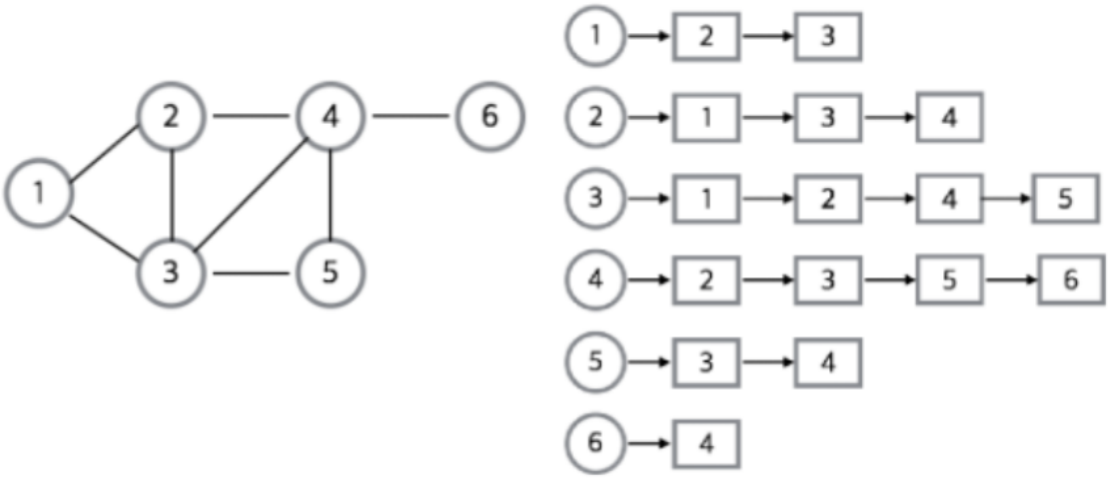
	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	0	0	0
2	1	0	1	1	0	0
3	1	1	0	1	1	0
4	0	1	1	0	1	1
5	0	0	1	1	0	0
6	0	0	0	1	0	0

#인접리스트 방식

인접리스트는 그래프의 노드를 리스트로 표현한 것이다.

주로 정점의 리스트 배열을 만들어 관계를 설정하며 노드들 간에 직접 연결이 되어있으면 해당 노드의 인덱스에 그 노드를 삽입해주면 된다.

즉, 1에는 2와 3이 직접 연결되어 있기 때문에 배열의 1번째 칸에 2와 3을 넣어준다.



- 인접리스트의 장점
  1. 정점들의 연결 정보를 탐색할 때 O(n) 시간이면 가능하다.

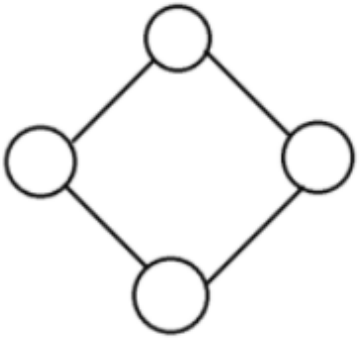
2. 필요한 만큼의 공간만 사용하기 때문에 공간의 낭비가 적다.

- 인접리스트의 단점
  1. 특정 두 점이 연결되었는지 확인하려면 인접행렬에 비해 시간이 오래걸린다. (O(E) 시간 소요. E는 간선의 개수)
  2. 구현이 비교적 어렵다.

#그래프의 종류

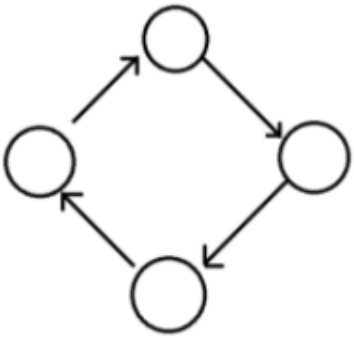
- 무방향 그래프(Undirected Graph)

-무방향 그래프는 두 정점을 연결하는 간선에 방향이 없는 그래프이다.



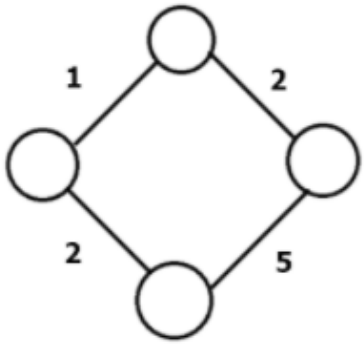
- 방향 그래프(Directed Graph)

-방향 그래프는 두 정점을 연결하는 간선에 방향이 존재하는 그래프이다.간선의 방향으로만 이동할 수 있다.



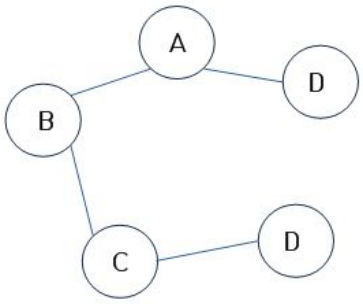
- 가중치 그래프(Weighted Graph)

-가중치 그래프는 간선에 가중치(비용)가 할당된 그래프로, 두 정점을 이동할 때 비용이 드는 그래프이다.



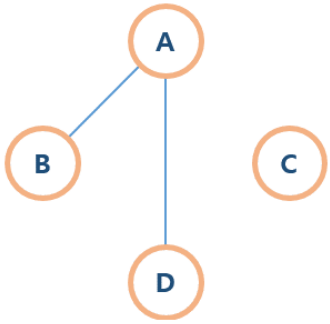
- 연결 그래프(Connected Graph)

-무방향 그래프에 있는 모든 정점 쌍에 대해서 항상 경로가 존재하는 그래프즉, 노드들이 하나도 빠짐없이 간선에 의해 연결되어 있는 그래프로 트리(Tree)가 대표적인 예이다.



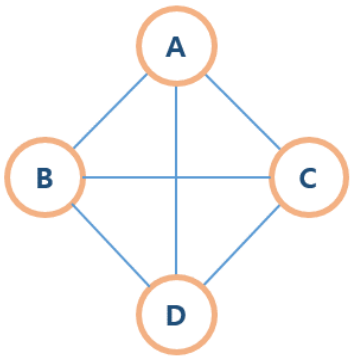
- 비연결 그래프(Disconnected Graph)

-무방향 그래프에서 특정 정점 사이에 경로가 존재하지 않는 그래프즉, 노드들 중 간선에 의해 연결되어 있지 않은 그래프이다.



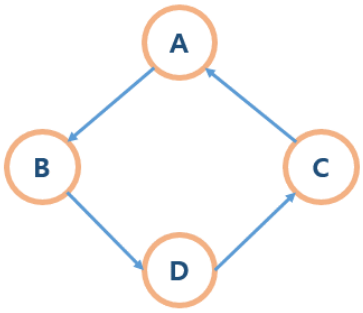
- 완전 그래프(Complete graph)

-그래프의 모든 정점이 서로 연결되어 있는 그래프이다. (인접 연결)



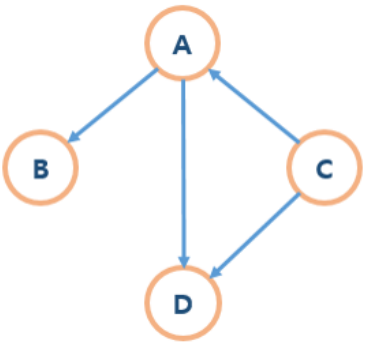
- 순환그래프(Cycle)

-단순 경로에서 시작 정점과 도착 정점이 동일한 그래프이다. (A에서 시작-> A에서 끝 가능)



- 비순환그래프(Acyclic Graph)

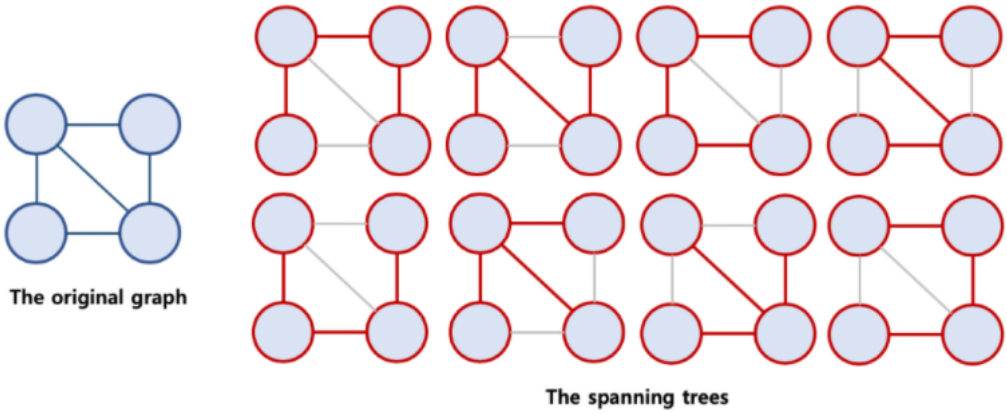
-사이클 그래프를 제외한 그래프로, 사이클이 없는 그래프이다.



- 신장트리(Spanning Tree)

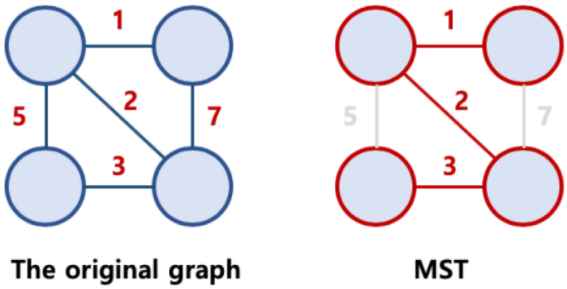
-원래 그래프의 모든 노드가 연결되어 있으면서, 트리의 속성을 만족하는 그래프

트리의 속성을 만족하기 때문에 사이클이 존재하면 안된다.



- 최소 신장트리(Minimum Spanning Tree)

-신장트리(Spanning Tree)중 간선의 가중치 합이 최소인 신장 트리



The original graph MST

#그래프 탐색

그래프에서 가장 중요한 부분이 바로 탐색!

BFS

BFS, 넓이 우선 탐색이다.

정점을 기준으로 간선이 연결되어 있는 모든 정점들을 차례로 방문하고 찾고자 하는 정점을 만날 때 까지 반복한다. 일반적으로 `Queue` 를 사용하여 많이 구현한다.

DFS

DFS, 깊이 우선 탐색이다.

정점을 기준으로 간선이 연결되어 있는 정점 들 중 하나를 선택해 이동하고 다시 이동한 정점을 기준으로 다시 인접 정점을 선택한다. 연결되어있는 간선을 따라 찾고자 하는 정점을 만날 때 까지 진행하고 찾지 못하면 다시 이전 정점으로 돌아와 반복한다. 재귀함수를 통해서 구현하기도 하고 혹은 `Stack` 을 사용해 구현하기도 한다.

#연결 성분 Connected Component

그래프의 연결 성분은 여러 개의 노드의 집합에서 간선으로 연결된 각각의 그래프이다.

- 그래프 상의 임의의 노드를 선택해서 BFS 혹은 DFS 를 수행해 간선으로 연결되어 있는 정점들을 찾는다
- 방문되지 않고 남아있는 노드들 중 또 하나를 선택해서 반복하고
- 모든 노드가 방문 될 때까지 진행해 연결 성분들을 완성할 수 있다.