

# Longest Decreasing Sequence

최장 감소 수열

# LDS?

- 가장 긴 감소하는 부분 수열

# LDS?

- 가장 긴 감소하는 부분 수열

Q. arr에서 가장 감소 수열을 구하면?

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

# LDS?

- 가장 긴 감소하는 부분 수열

Q. arr에서 가장 감소 수열을 구하면?

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

# LDS?

- 가장 긴 감소하는 부분 수열

Q. arr에서 가장 감소 수열을 구하면?

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

코드를 어떻게 짜느냐에 따라 {40,15,10} 일수도, {30,15,10} 일수도 있음.

이번엔 {40,15,10} 경우를 볼게요

여러분은 똑똑하니까  $O(n^2)$  짜리 알고리즘 따윈 LIS에서 만족하고 바로 이분탐색 넘어갈게요

# LDS?

- `LDS[0] == arr[0]`
- 작거나 같은 값이 있으면 이분탐색 후 해당 위치에 값을 갱신
- 들어오는 값이 가장 작은 경우에는 배열의 맨 뒤에 저장

# 이분탐색으로 LDS 구현하기

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

```
//초기화  
L[0] = arr[0];
```

↑  
i=0

L	30					
---	----	--	--	--	--	--

↑  
end=0

# 이분탐색으로 LDS 구현하기

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

```
if(L[end] <= arr[i]){  
    //이분 탐색 진행  
}
```

↑  
i=1

작거나 같은 값이 있을때!

L	30					
---	----	--	--	--	--	--

↑  
end=0



# 이분탐색으로 LDS 구현하기

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

↑  
**i=1**

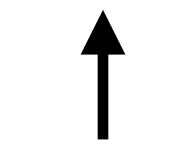
L	40					
---	----	--	--	--	--	--

↑  
**end=0**

# 이분탐색으로 LDS 구현하기

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

```
if(L[end] > arr[i]){  
    L[++end] = arr[i]; // L의 맨 뒤에 저장  
}
```



i=2

들어오는 값이 가장 작을 때!

L	40					
---	----	--	--	--	--	--



end=0

# 이분탐색으로 LDS 구현하기

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

↑  
i=2

L	40	5				
---	----	---	--	--	--	--

↑  
end=1

# 이분탐색으로 LDS 구현하기

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

```
if(L[end] <= arr[i]){  
    //이분 탐색 진행  
}
```

↑  
i=3

작거나 같은 값이 있을때!

L	40	5				
---	----	---	--	--	--	--

↑  
end=1

# 이분탐색으로 LDS 구현하기

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

↑  
i=3

L	40	15				
---	----	----	--	--	--	--

↑  
end=1

# 이분탐색으로 LDS 구현하기

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

```
if(L[end] > arr[i]){  
    L[++end] = arr[i]; // L의 맨 뒤에 저장  
}
```

↑  
**i=4**  
들어오는 값이 가장 작을 때!

L	40	15				
---	----	----	--	--	--	--

↑  
**end=1**

# 이분탐색으로 LDS 구현하기

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

↑  
i=4

L	40	15	10			
---	----	----	----	--	--	--

↑  
end=2

# 이분탐색으로 LDS 구현하기

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

```
if(L[end] <= arr[i]){  
    //이분 탐색 진행  
}
```

↑  
i=5

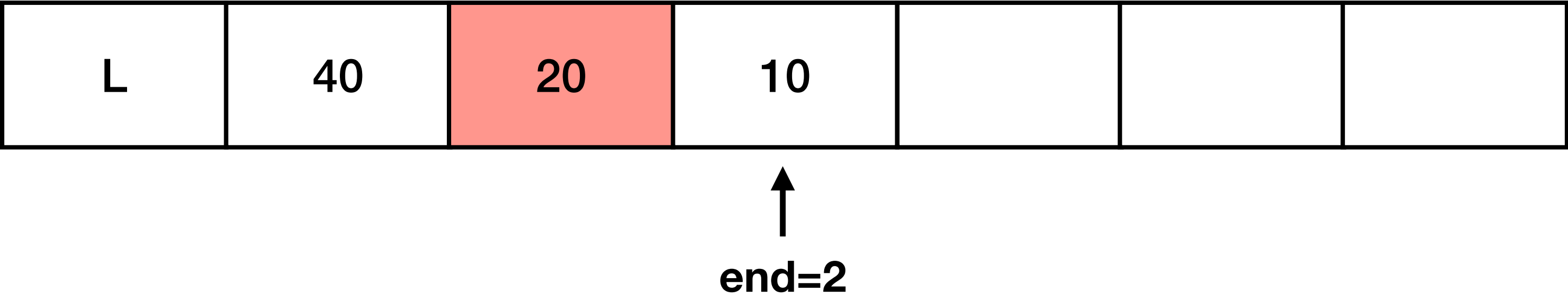
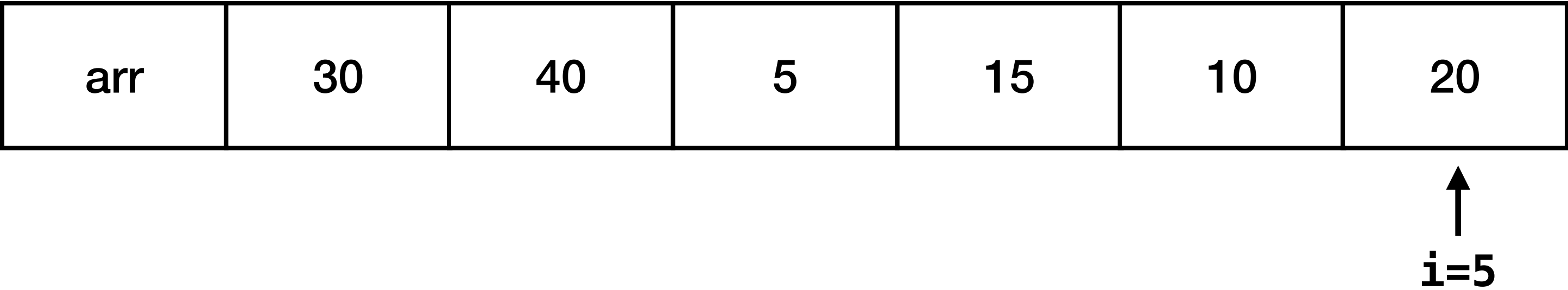
작거나 같은 값이 있을때!

L	40	15	10			
---	----	----	----	--	--	--

↑  
end=2



# 이분탐색으로 LDS 구현하기



# 이분탐색으로 LDS 구현하기

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

↑  
i=5

L	40	20	10			
---	----	----	----	--	--	--

↑  
end=2

이렇게 하여 **최장 감소 수열의 길이는 3**이 됩니다.  
(참고 :  $end + 1 = 3$ )

# 이분탐색으로 LDS 구현하기

arr	30	40	5	15	10	20
-----	----	----	---	----	----	----

$\neq$

L	40	20	10			
---	----	----	----	--	--	--

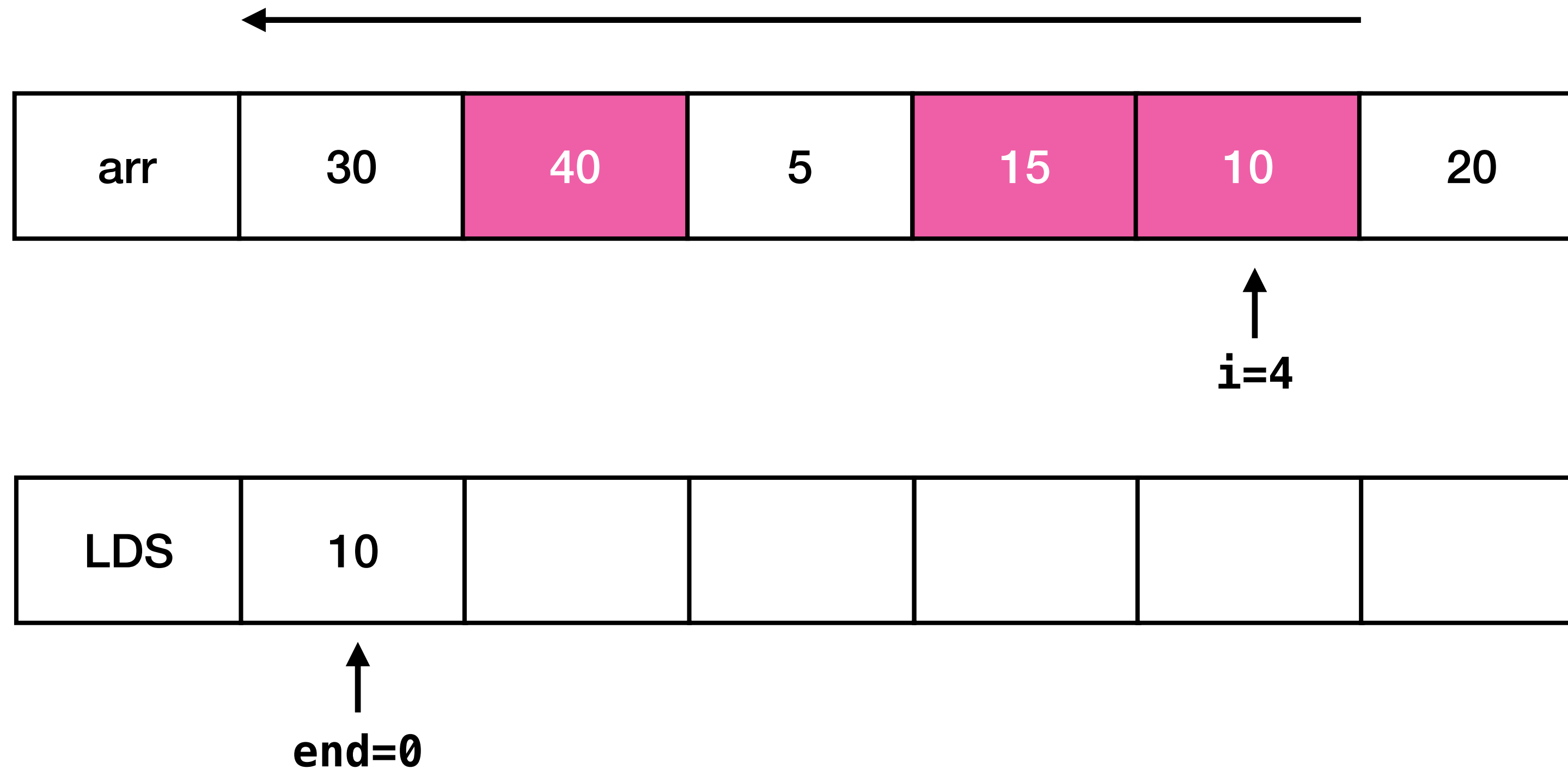


end=2

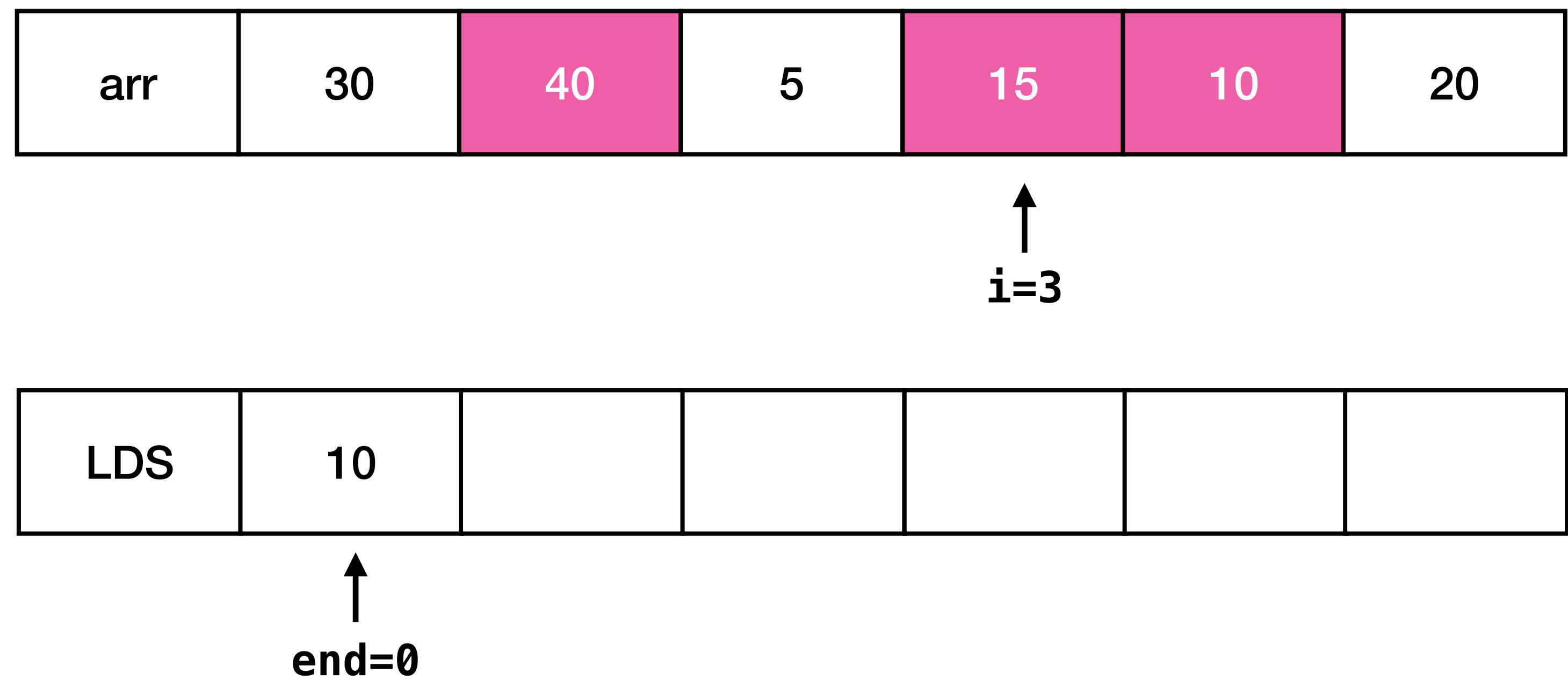
엥 근데 내가 찾는 LDS는 아닌데요?  
L은 LDS의 길이를 알아보는 용도일뿐, LDS를 만족하는건 아님

# 이분탐색으로 LDS 구현하기

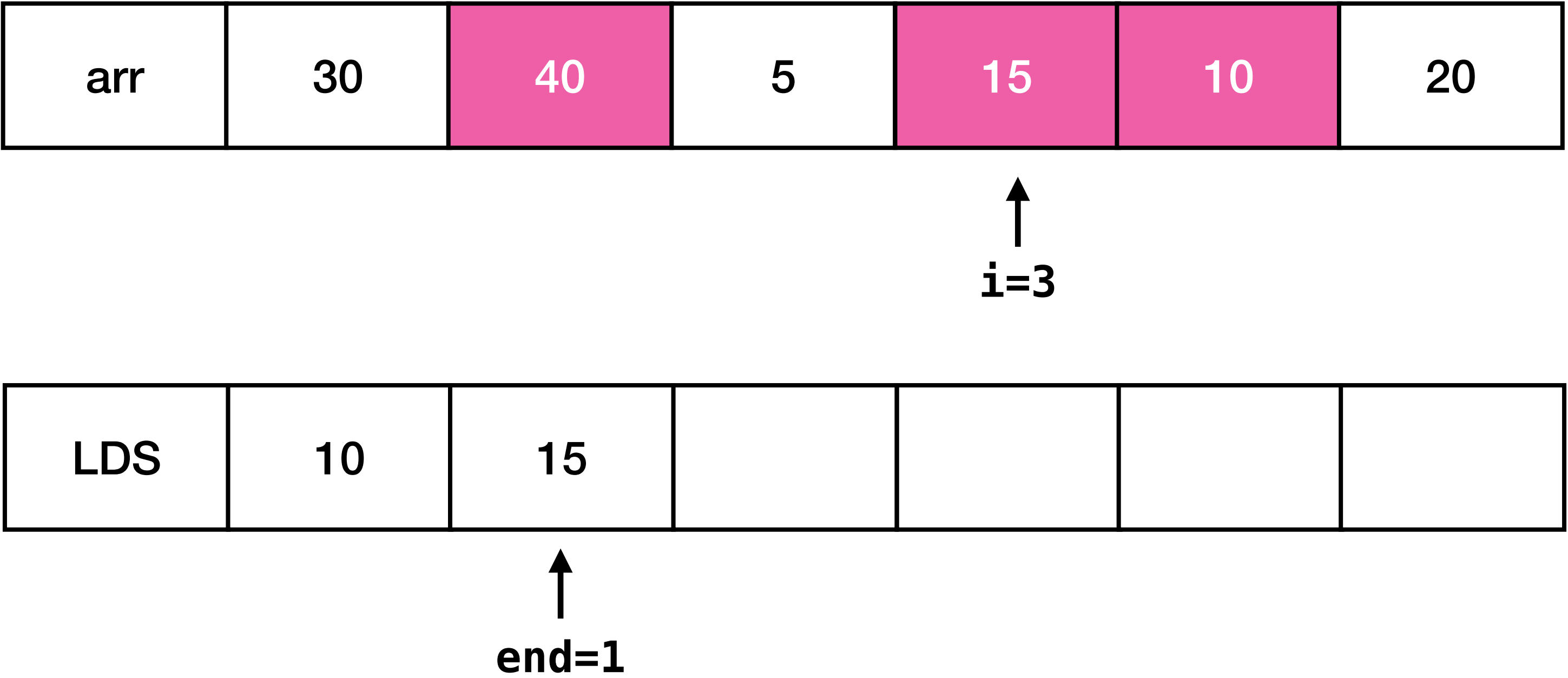
L[end]값을 가지는 인덱스로부터 역으로 탐색하면서  
 $arr[i] > LDS[end]$ 일때만 insert



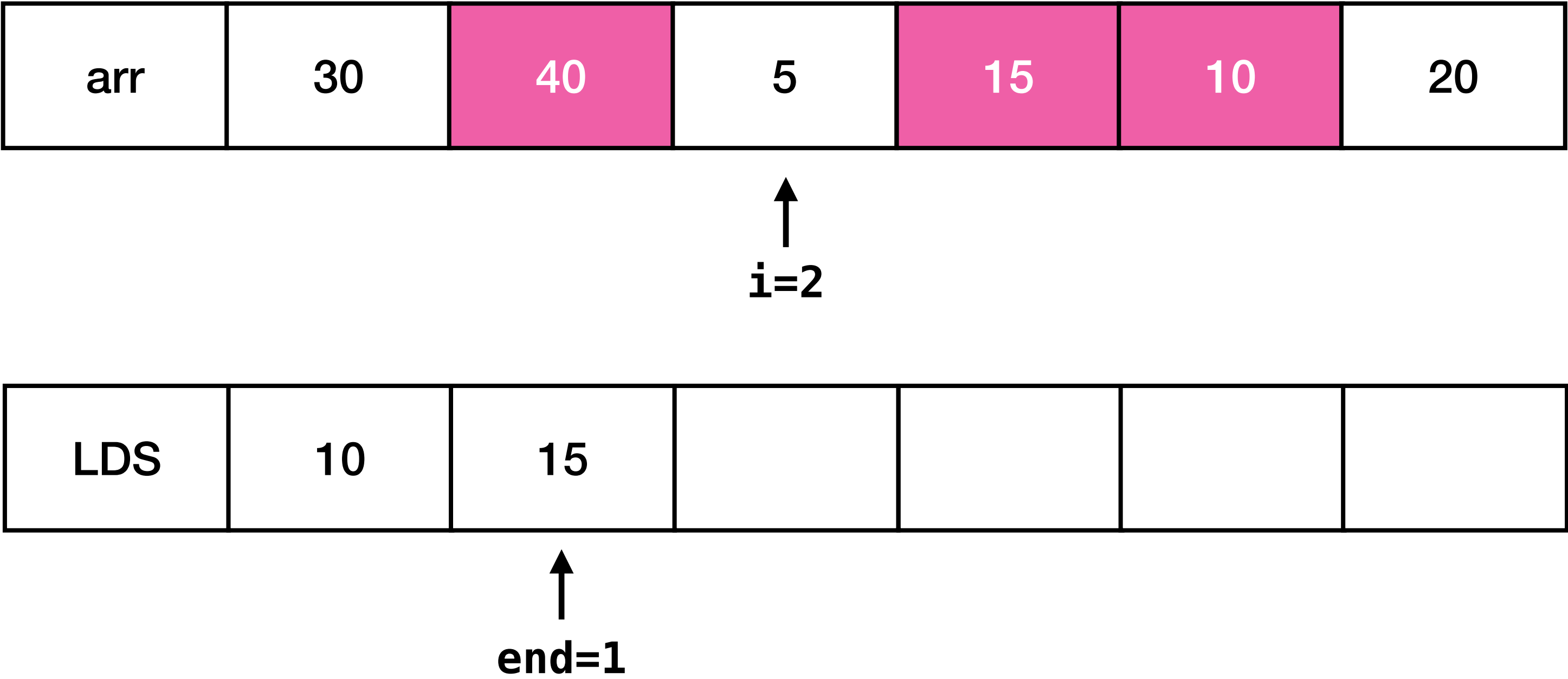
# 이분탐색으로 LDS 구현하기



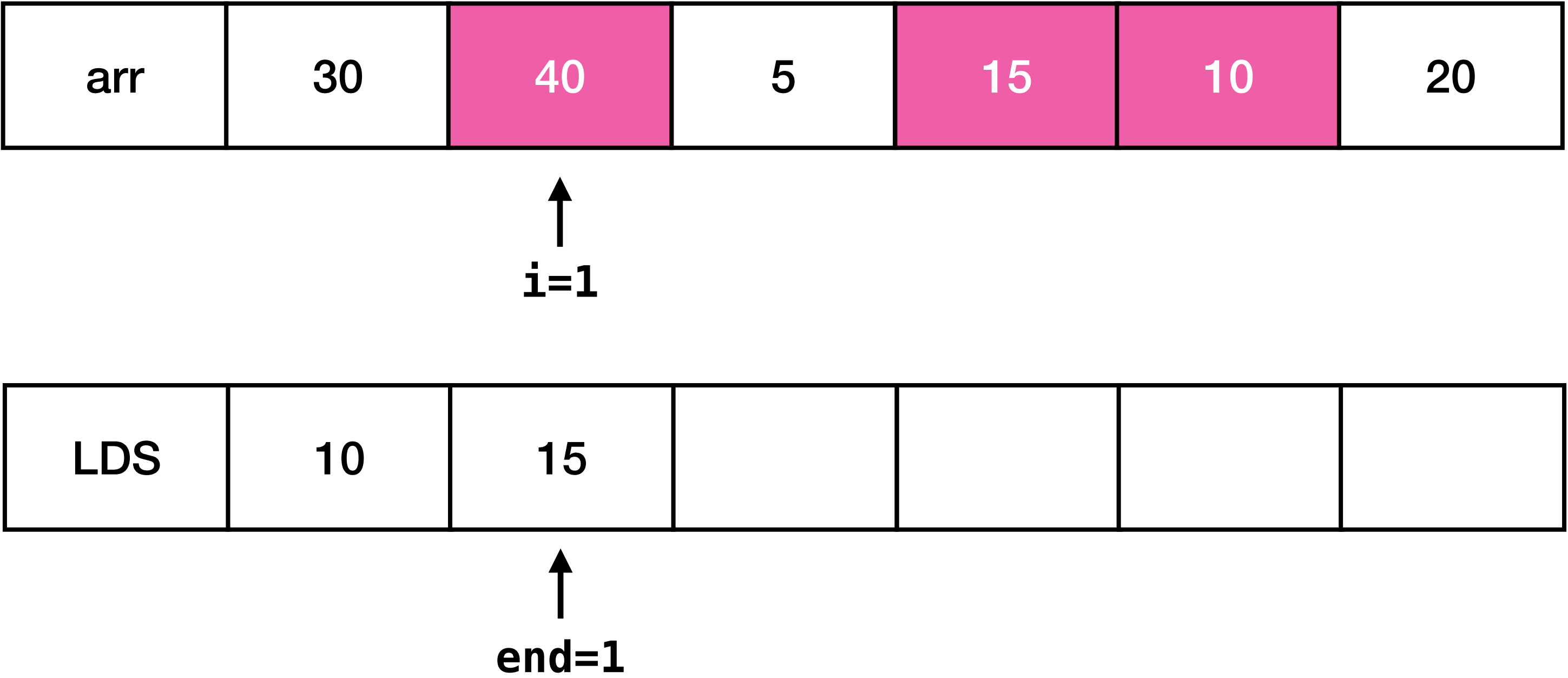
# 이분탐색으로 LDS 구현하기



# 이분탐색으로 LDS 구현하기

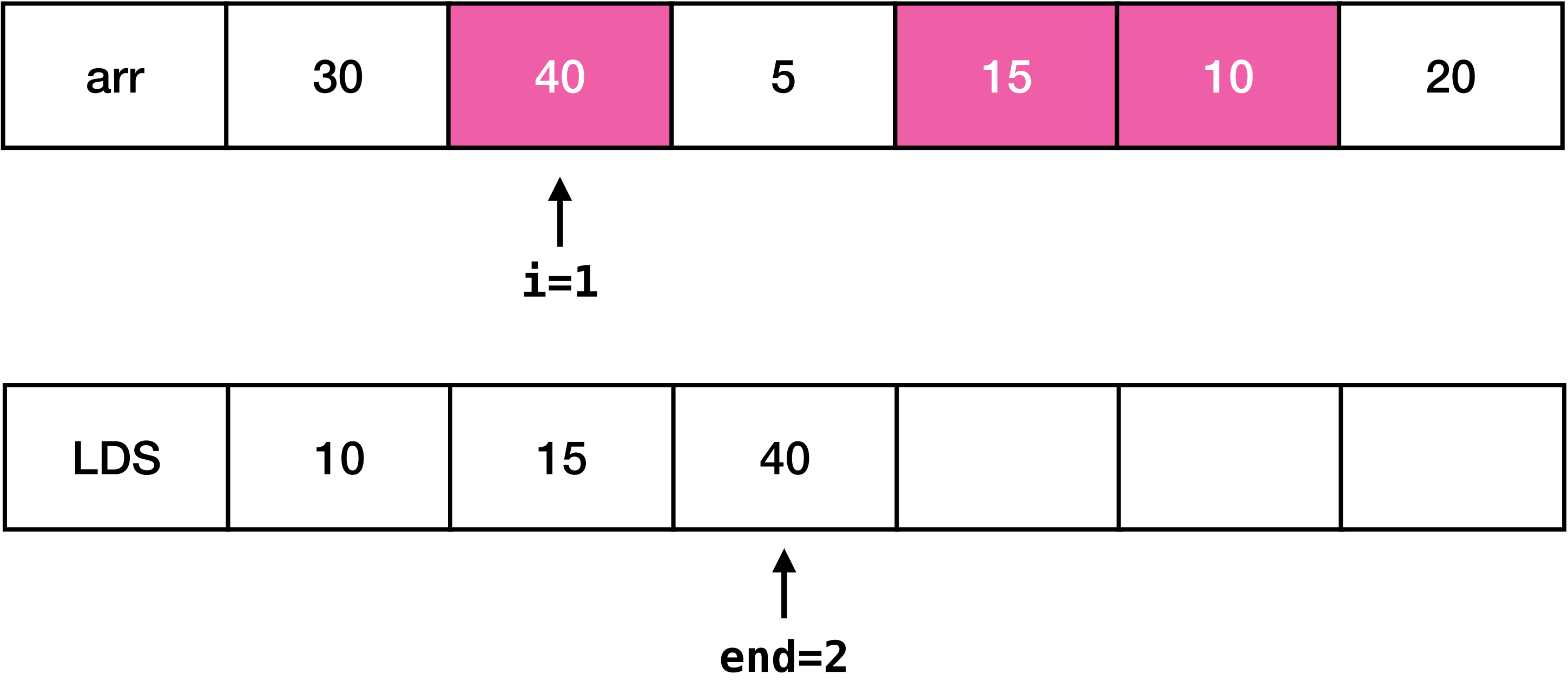


# 이분탐색으로 LDS 구현하기

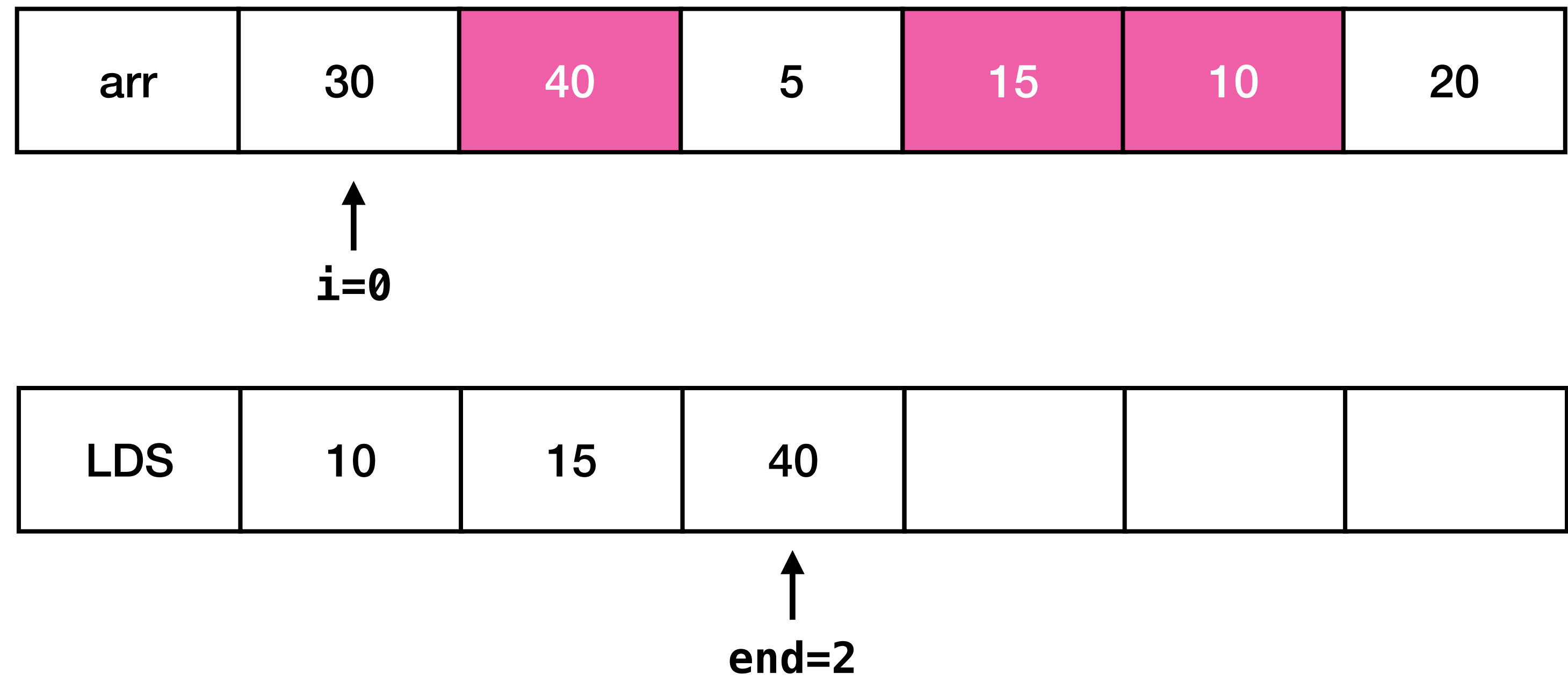




# 이분탐색으로 LDS 구현하기



# 이분탐색으로 LDS 구현하기



# 이분탐색으로 LDS 구현하기

LDS	10	15	40			
-----	----	----	----	--	--	--

# 이분탐색으로 LDS 구현하기

LDS	10	15	40			
-----	----	----	----	--	--	--

Reverse!



LDS	40	15	10			
-----	----	----	----	--	--	--

완성!

# Two Pointer

투 포인터

# Two pointer?

- 정렬된 배열에서 두 개의 포인터를 이용해 포인터를 조작하며 문제를 푸는 기법 (인덱스에 접근하는 iterator가 두개있다고 생각하면 될듯)



One pointer



Two pointer

# Two pointer?

Q1. 리스트 `arr`와 타겟 `S`가 주어질때, 두 수의 합이 `S`가 되는 순서쌍을 구하여라.

Q2. 리스트 `arr`이 주어질때 연속된 수들의 부분합 중 합이 `S`이상 이 되는 것의 개수는?

등등... Q2는 문제로 낼거라 Q1살펴봅시다

# A1 : 완전탐색

Q1. 리스트 arr와 타겟 S가 주어질때, 두 수의 합이 S가 되는 순서쌍을 구하라

$$S = 27$$

arr = [1, 3, 5, 6, 9, 11, 12, 16, 17, 19, 22, 25, 28]



# A1 : 완전탐색

Q1. 리스트 arr와 타겟 S가 주어질때, 두 수의 합이 S가 되는 순서쌍을 구하라

$$S = 27$$

arr = [1, 3, 5, 6, 9, 11, 12, 16, 17, 19, 22, 25, 28]

```
for(int i=0; i<arr.size(); i++)  
    for(int j=i+1; j<arr.size(); j++)  
        if(arr[i] + arr[j] == S)  
            cout<<arr[i]<<" , "<<arr[j]<<" : S";
```

# A1 : 완전탐색

Q1. 리스트 arr와 타겟 S가 주어질때, 두 수의 합이 S가 되는 순서쌍을 구하라

$$S = 27$$

arr = [1, 3, 5, 6, 9, 11, 12, 16, 17, 19, 22, 25, 28]

```
for(int i=0; i<arr.size(); i++)  
    for(int j=i+1; j<arr.size(); j++)  
        if(arr[i] + arr[j] == S)  
            cout<<arr[i]<<" , "<<arr[j]<<" : S";
```

$O(N^2)$  => 효율성이 안 좋음

# A2 : 투포인터

Q1. 리스트 arr와 타겟 S가 주어질때, 두 수의 합이 S가 되는 순서쌍을 구하라

$$S = 27$$

arr = [1, 3, 5, 6, 9, 11, 12, 16, 17, 19, 22, 25, 28]

1. 리스트를 오름차순으로 정렬한다.
2. 포인터 left는 리스트의 시작점을, 포인터 right는 리스트의 끝점을 가리킨다.
3. left와 right가 만날 때 까지(즉, 모든 경우를 확인할 때 까지) 다음을 반복한다.
  - 3-1. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)과 같다면 조건을 만족하므로 출력하고, left를 1 증가, right를 1 감소시킨다.
  - 3-2. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 작다면 left를 1 증가시킨다.
  - 3-3. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 크다면 right를 1 감소시킨다.

# A2 : 투포인터

S = 27  
arr = [1, 3, 5, 6, 9, 11, 12, 16, 17, 19, 22, 25, 28]

↑  
Left

↑  
Right

1. 리스트를 오름차순으로 정렬한다.
2. 포인터 left는 리스트의 시작점을, 포인터 right는 리스트의 끝점을 가리킨다.
3. left와 right가 만날 때 까지(즉, 모든 경우를 확인할 때 까지) 다음을 반복한다.
  - 3-1. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)과 같다면 조건을 만족하므로 출력하고, left를 1 증가, right를 1 감소시킨다.
  - 3-2. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 작다면 left를 1 증가시킨다.
  - 3-3. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 크다면 right를 1 감소시킨다.

# A2 : 투포인터

S = 27  
arr = [1, 3, 5, 6, 9, 11, 12, 16, 17, 19, 22, 25, 28]

↑  
Left

↑  
Right

1. 리스트를 오름차순으로 정렬한다.
2. 포인터 left는 리스트의 시작점을, 포인터 right는 리스트의 끝점을 가리킨다.
3. left와 right가 만날 때 까지(즉, 모든 경우를 확인할 때 까지) 다음을 반복한다.
  - 3-1. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)과 같다면 조건을 만족하므로 출력하고, left를 1 증가, right를 1 감소시킨다.
  - 3-2. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 작다면 left를 1 증가시킨다.
  - 3-3. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 크다면 right를 1 감소시킨다.

# A2 : 투포인터

S = 27

arr = [1, 3, 5, 6, 9, 11, 12, 16, 17, 19, 22, 25, 28]

↑  
Left

↑  
Right

1. 리스트를 오름차순으로 정렬한다.
2. 포인터 left는 리스트의 시작점을, 포인터 right는 리스트의 끝점을 가리킨다.
3. left와 right가 만날 때 까지(즉, 모든 경우를 확인할 때 까지) 다음을 반복한다.
  - 3-1. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)과 같다면 조건을 만족하므로 출력하고, left를 1 증가, right를 1 감소시킨다.
  - 3-2. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 작다면 left를 1 증가시킨다.
  - 3-3. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 크다면 right를 1 감소시킨다.

# A2 : 투포인터

S = 27

arr = [1, 3, 5, 6, 9, 11, 12, 16, 17, 19, 22, 25, 28]

↑  
Left

↑  
Right

1. 리스트를 오름차순으로 정렬한다.
2. 포인터 left는 리스트의 시작점을, 포인터 right는 리스트의 끝점을 가리킨다.
3. left와 right가 만날 때 까지(즉, 모든 경우를 확인할 때 까지) 다음을 반복한다.
  - 3-1. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)과 같다면 조건을 만족하므로 출력하고, left를 1 증가, right를 1 감소시킨다.
  - 3-2. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 작다면 left를 1 증가시킨다.
  - 3-3. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 크다면 right를 1 감소시킨다.

# A2 : 투포인터

S = 27

arr = [1, 3, 5, 6, 9, 11, 12, 16, 17, 19, 22, 25, 28]

↑  
Left

↑  
Right

1. 리스트를 오름차순으로 정렬한다.
2. 포인터 left는 리스트의 시작점을, 포인터 right는 리스트의 끝점을 가리킨다.
3. left와 right가 만날 때 까지(즉, 모든 경우를 확인할 때 까지) 다음을 반복한다.
  - 3-1. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)과 같다면 조건을 만족하므로 출력하고, left를 1 증가, right를 1 감소시킨다.
  - 3-2. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 작다면 left를 1 증가시킨다.
  - 3-3. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 크다면 right를 1 감소시킨다.



# A2 : 투포인터

S = 27

arr = [1, 3, 5, 6, 9, 11, 12, 16, 17, 19, 22, 25, 28]

↑  
Left

↑  
Right

1. 리스트를 오름차순으로 정렬한다.
2. 포인터 left는 리스트의 시작점을, 포인터 right는 리스트의 끝점을 가리킨다.
3. left와 right가 만날 때 까지(즉, 모든 경우를 확인할 때 까지) 다음을 반복한다.
  - 3-1. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)과 같다면 조건을 만족하므로 출력하고, left를 1 증가, right를 1 감소시킨다.
  - 3-2. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 작다면 left를 1 증가시킨다.
  - 3-3. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 크다면 right를 1 감소시킨다.

# A2 : 투포인터

S = 27

arr = [1, 3, 5, 6, 9, 11, 12, 16, 17, 19, 22, 25, 28]

↑  
Left

↑  
Right

1. 리스트를 오름차순으로 정렬한다.
2. 포인터 left는 리스트의 시작점을, 포인터 right는 리스트의 끝점을 가리킨다.
3. left와 right가 만날 때 까지(즉, 모든 경우를 확인할 때 까지) 다음을 반복한다.
  - 3-1. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)과 같다면 조건을 만족하므로 출력하고, left를 1 증가, right를 1 감소시킨다.
  - 3-2. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 작다면 left를 1 증가시킨다.
  - 3-3. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 크다면 right를 1 감소시킨다.

# A2 : 투포인터

S = 27

arr = [1, 3, 5, 6, 9, 11, 12, 16, 17, 19, 22, 25, 28]

↑    ↑  
Right Left

1. 리스트를 오름차순으로 정렬한다.
2. 포인터 left는 리스트의 시작점을, 포인터 right는 리스트의 끝점을 가리킨다.
3. left와 right가 만날 때 까지(즉, 모든 경우를 확인할 때 까지) 다음을 반복한다.
  - 3-1. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)과 같다면 조건을 만족하므로 출력하고, left를 1 증가, right를 1 감소시킨다.
  - 3-2. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 작다면 left를 1 증가시킨다.
  - 3-3. arr[left]와 arr[right]의 합이 타겟 값(S)보다 크다면 right를 1 감소시킨다.

# Two pointer?

- 두 포인터를 활용하면 리스트를 한 번만 탐색
  - 리스트가 이미 정렬되어 있는 경우  $O(n)$
  - 정렬되어 있지 않더라도  $O(n \log n)$
- 데이터양을 살펴보고 투포인터를 사용할 수 있다면 사용할 수 있는 기지가 필요
- 응용하여 Q2문제를 풀어보세요(백준 1802) 그럼 안녕!