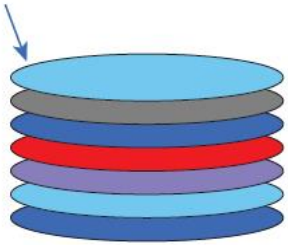
1장 자료구조와 알고리즘

일상생활에서의 사물의 조직화



일상생활과 자료구조의 비교

〈표 1-1〉 일상생활과 자료구조의 유사성

일상생활에서의 예	해당하는 자료구조
그릇을 쌓아서 보관하는 것	스택
마트 계산대의 줄	큐
버킷 리스트	리스트
영어사전	사전
지도	그래프
컴퓨터의 디렉토리 구조	트리

자료구조와 알고리즘

- 프로그램 = 자료구조 + 알고리즘

자료구조

scores[]

80	70	90	...	30

알고리즘

```
largest←scores[0]
for i←1 to N-1 do
  if scores[i]>largest
     then largest←scores[i]
return largest
```

```
#define MAX_ELEMENTS 100
int scores[MAX_ELEMENTS]; // 자료구조
int get_max_score(int n)     // 학생의 숫자는 n
{
        int i, largest;
        largest = scores[0]; // 알고리즘
        for (i = 1; i<n; i++) {
                if (scores[i] > largest) {
                        largest = scores[i];
                }
        }
        return largest;
}
```

알고리즘의 조건

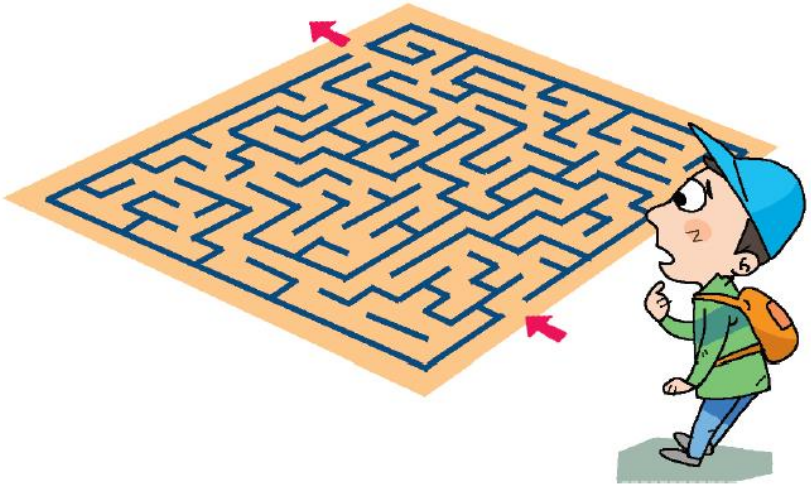
- 알고리즘의 조건
  - 입력 : 0개 이상의 입력이 존재하여야 한다.
  - 출력 : 1개 이상의 출력이 존재하여야 한다.
  - 명백성 : 각 명령어의 의미는 모호하지 않고 명확해야 한다.
  - 유한성 : 한정된 수의 단계 후에는 반드시 종료되어야 한다.
  - 유효성 : 각 명령어들은 실행 가능한 연산이여야 한다.

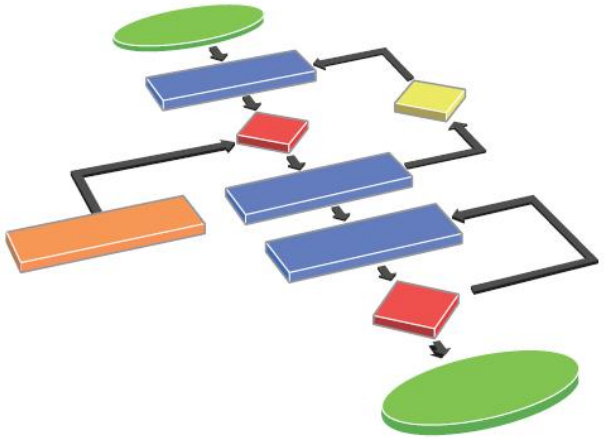
알고리즘

- **알고리즘(algorithm):** 컴퓨터로 문제를 풀기 위한 단계적인 절차

알고리즘의 기술 방법

- 영어나 한국어와 같은 자연어
- 흐름도(flow chart)
- 의사 코드(pseudo-code)
- 프로그래밍 언어





자연어로 표기된 알고리즘

- 인간이 읽기가 쉽다.
- 그러나 자연어의 단어들을 정확하게 정의하지 않으면 의미 전달이 모호해질 우려가 있다.

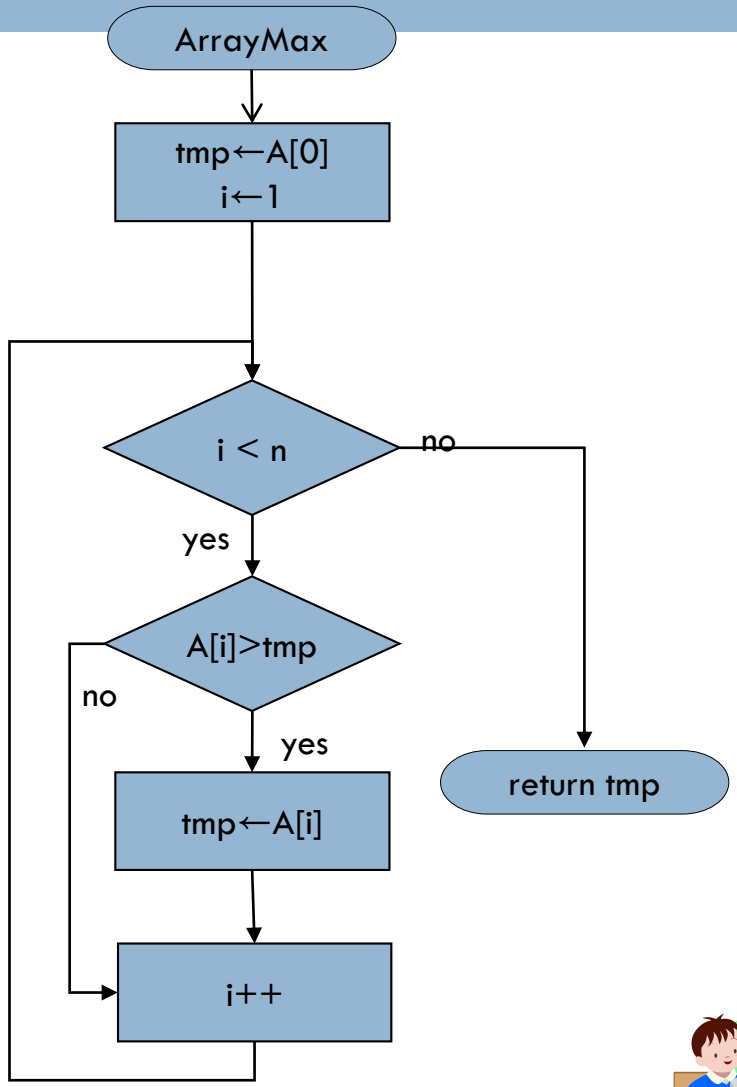
(예) 배열에서 최대값 찾기 알고리즘

ArrayMax(list, n)

1. 배열 list의 첫번째 요소를 변수 **tmp**에 복사
2. 배열 **list**의 다음 요소들을 차례대로 **tmp**와 비교하면 더 크면 **tmp**로 복사
3. 배열 **list**의 모든 요소를 비교했으면 **tmp**를 반환

흐름도로 표기된 알고리즘

- 직관적이고 이해하기 쉬운 알고리즘 기술 방법
- 그러나 복잡한 알고리즘의 경우, 상당히 복잡해짐.



유사코드로 표현된 알고리즘

- 알고리즘 기술에 가장 많이 사용
- 프로그램을 구현할 때의 여러 가지 문제들을 감출 수 있다.
  즉 알고리즘의 핵심적인 내용에만 집중할 수 있다.

↳ 추상화

```
ArrayMax(list, N):
    largest←list[0]
    for i←1 to N-1 do
        if list[i]>largest
            then largest←list[i]
    return largest
```

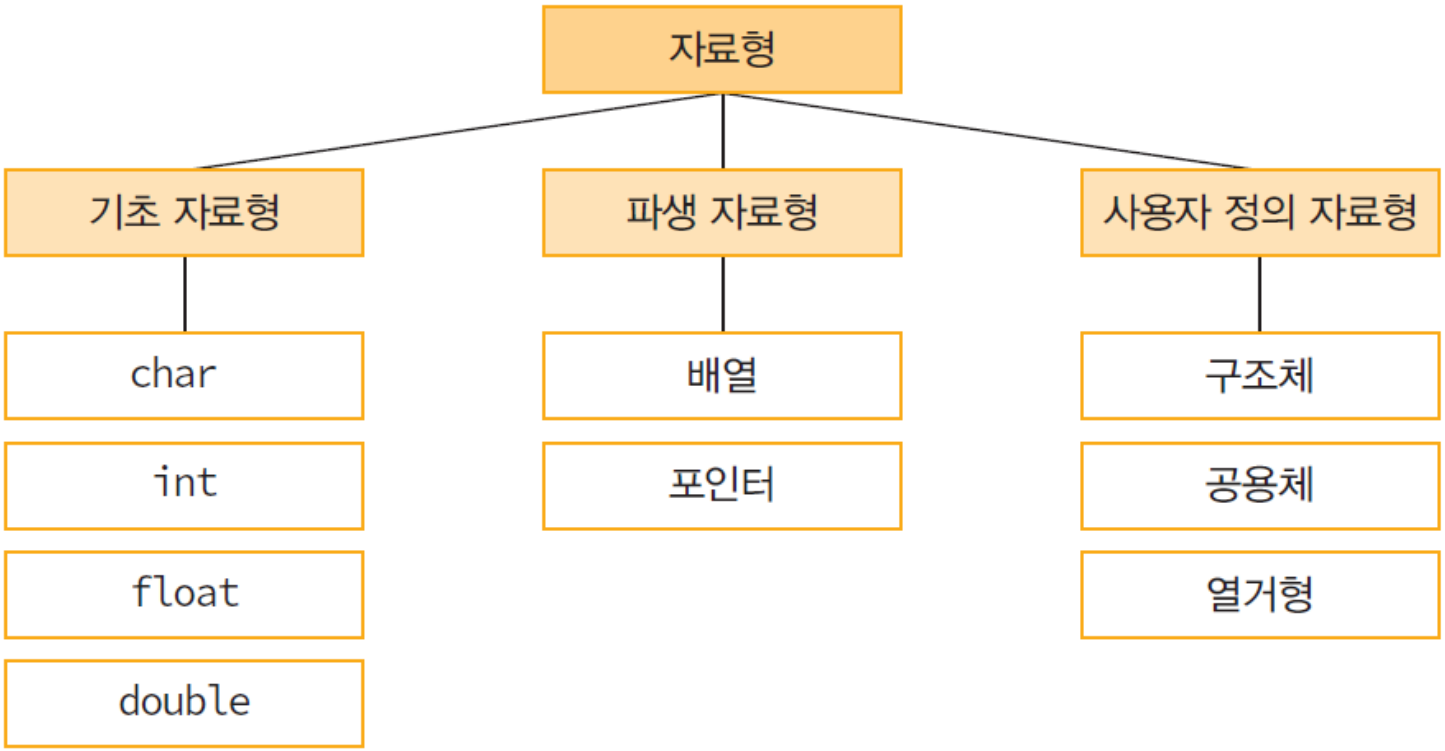
C로 표현된 알고리즘

- 알고리즘의 가장 정확한 기술이 가능
- 반면 실제 구현 시, 많은 구체적인 사항들이 알고리즘의 핵심적인 내용에 대한 이해를 방해할 수 있다.

```
#define MAX_ELEMENTS 100
int score[MAX_ELEMENTS];
int find_max_score(int n)
{
        int i, tmp;
        tmp=score[0];
        for(i=1;i<n;i++){
                if( score[i] > tmp ){
                        tmp = score[i];
                }
        }
        return tmp;
}
```

자료형

- 자료형(data type): “데이터의 종류”
- 정수, 실수, 문자열 등이 기초적인 자료형의 예



자료형

- 자료형(data type)
  - 데이터의 집합과 연산의 집합

int 자료형

데이터: {-INT_MIN, ..., -2, -1. 0, 1, 2, ..., INT_MAX }

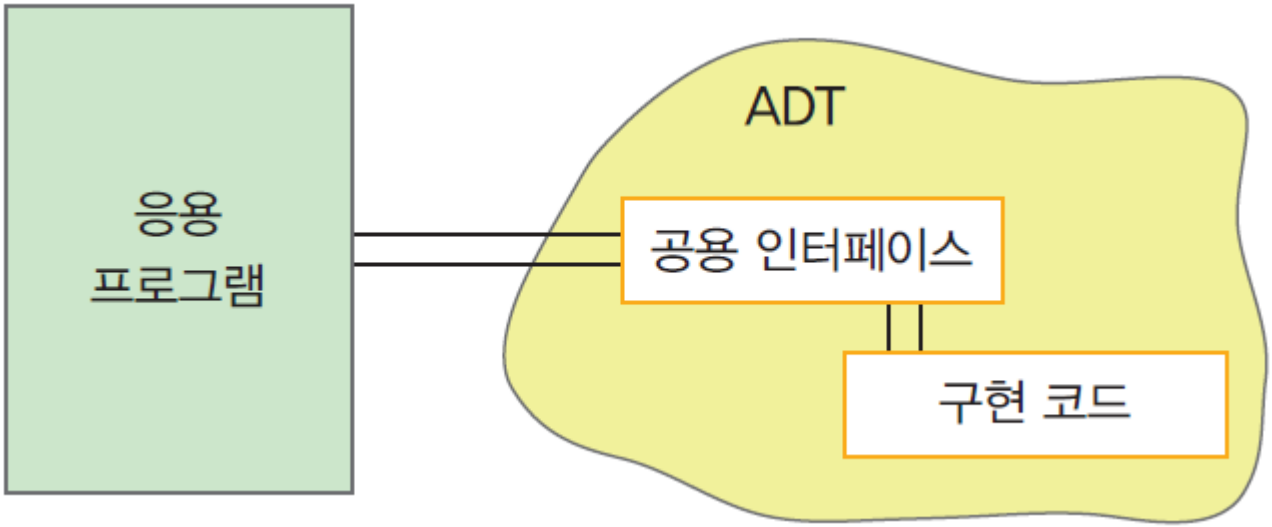
연산: +, -, *, /, %, ==, >, <

추상 데이터 타입

- 추상 데이터 타입(ADT: Abstract Data Type)
  - 데이터 타입을 추상적(수학적)으로 정의한 것
  - 데이터나 연산이 **무엇(what)**인가는 정의되지만 데이터나 연산을 **어떻게(how)** 컴퓨터 상에서 구현할 것인지는 정의되지 않는다.

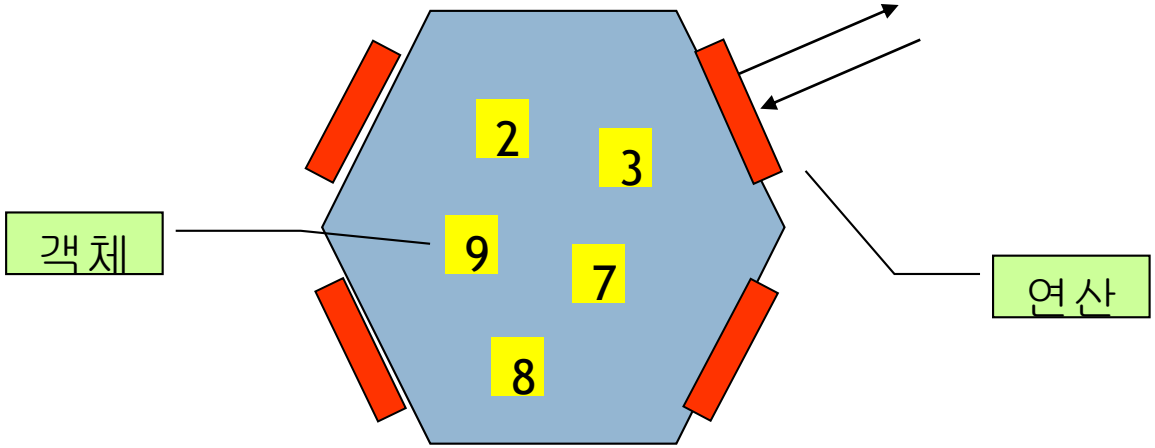
추상데이터타입의 유래

- 추상화(abstraction)-> 정보은닉기법(information hiding)-> 추상 자료형(ADT)
- 추상화란 사용자에게 중요한 정보는 강조되고 반면 중요하지 않은 구현 세부 사항은 제거하는 것



추상 데이터 타입의 정의

- **객체**: 추상 데이터 타입에 속하는 객체가 정의된다.
- **연산**: 이들 객체들 사이의 연산이 정의된다. 이 연산은 추상 데이터 타입과 외부를 연결하는 인터페이스의 역할을 한다.



추상 데이터 타입

추상 데이터 타입의 예: 자연수

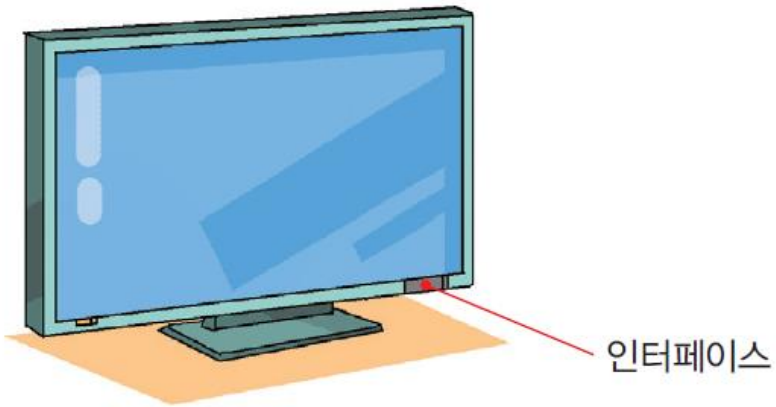
Nat_No

객체: 0에서 시작하여 INT_MAX까지의 순서화된 정수의 부분범위

함수:

```
Nat_Number zero()       ::= 0
Nat_Number successor(x) ::= if( x==INT_MAX ) return x
                                                  else return x+1
Boolean is_zero(x)      ::= if (x) return FALSE
                                                  else return TRUE
Boolean equal(x,y)      ::= if( x==y ) return TRUE
                                                  else return FALSE
Nat_Number add(x,y)     ::= if( (x+y) <= INT_MAX )
                                                  return x+y
                        else return INT_MAX
Nat_Number sub(x,y)     ::= if ( x<y ) return 0
                                                  else return x-y;
```

추상 데이터 타입과 TV



▪TV의 인터페이스가 제공하는 특정한 작업만을 할 수 있다.

▪사용자는 TV의 내부를 볼 수 없다.

▪TV의 내부에서 무엇이 일어나고 있는지를 몰라도 이용할 수 있다.

▪사용자들은 ADT가 제공하는 연산만을 사용할 수 있다.

▪사용자들은 ADT 내부의 데이터를 접근할 수 없다.

▪사용자들은 ADT가 어떻게 구현되는지 모르더라도 ADT를 사용할 수 있다.

알고리즘의 성능분석

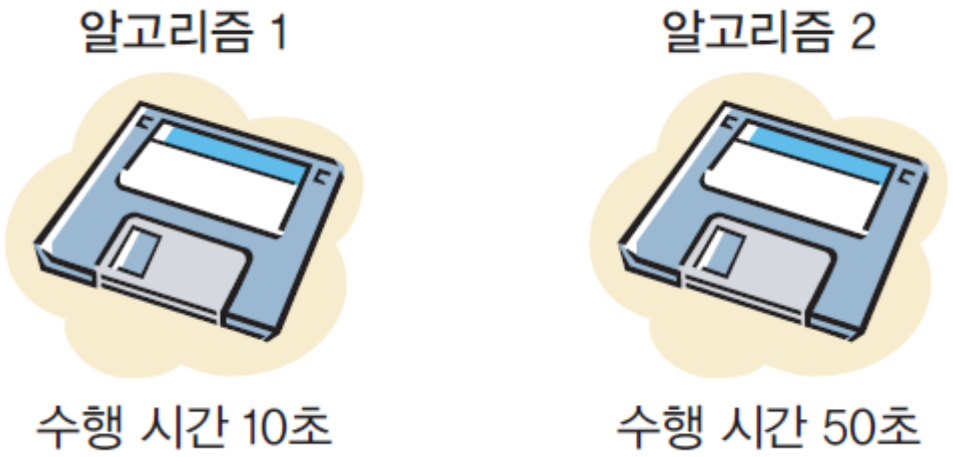
- 알고리즘의 성능 분석 기법
  - 수행 시간 측정
    - 두개의 알고리즘의 실제 수행 시간을 측정하는 것
    - 실제로 구현하는 것이 필요
    - 동일한 하드웨어를 사용하여야 함
  - 알고리즘의 복잡도 분석
    - 직접 구현하지 않고서도 수행 시간을 분석하는 것
    - 알고리즘이 수행하는 연산의 횟수를 측정하여 비교
    - 일반적으로 연산의 횟수는 n의 함수

왜 프로그램의 효율성이 중요한가?

입력 자료의 개수	프로그램 A: n^2	프로그램 B: 2^n
$n = 6$	36초	64초
$n = 100$	10000초	2^{100}초=4×10^{22}년

수행시간측정

- 알고리즘을 프로그래밍 언어로 작성하여 실제 컴퓨터상에서 실행시킨 다음, 그 수행시간을 측정



수행시간 측정 2가지 방법

방법 #1	방법 #2

#include <time.h>
 	
start = clock();
...
stop = clock();
double duration = (double)(stop - start) /
CLOCKS_PER_SEC;
	#include <time.h>
	
	start = time(NULL);
	...
	stop = time(NULL);
	double duration = (double) difftime(stop,
	start);

수행시간측정

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>
int main(void)
{
        clock_t start, stop;
        double duration;
        start = clock();        // 측정 시작
        for (int i = 0; i < 1000000; i++)           // 의미 없는 반복 루프
                ;
        stop = clock();         // 측정 종료
        duration = (double)(stop - start) / CLOCKS_PER_SEC;
        printf("수행시간은 %f초입니다.\n", duration);
        return 0;
}
```

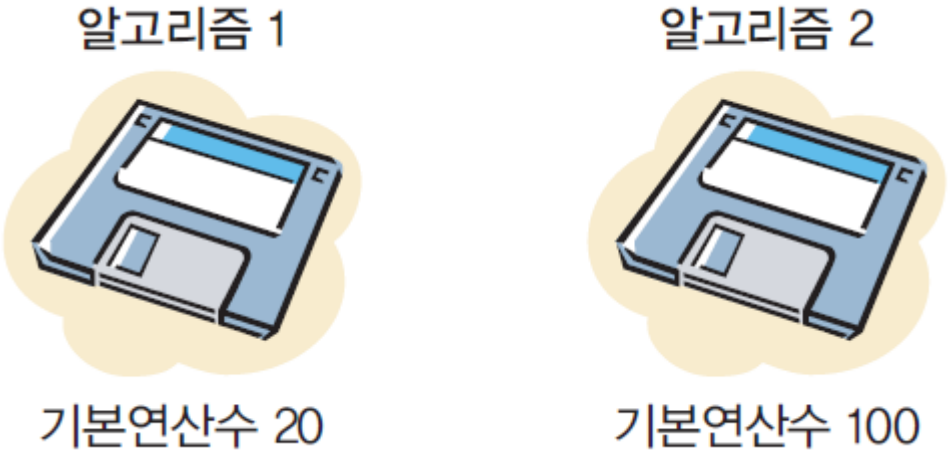

복잡도 분석

- 시간 복잡도는 알고리즘을 이루고 있는 연산들이 몇 번이나 수행되는지를 숫자로 표시

```
largest←scores[0]
for i←1 to N-1 do
    if scores[i]>largest
        then largest←scores[i]
return largest
```

복잡도 분석의 종류

- 시간 복잡도(time complexity)
- 공간 복잡도(space complexity)



입력의 개수 고려

알고리즘 1

$3n+2$

알고리즘 2

$5n^2+6$

복잡도 분석의 예

- 양의 정수 을 번 더하는 문제를 생각하여 보자.

알고리즘 A	알고리즘 B	알고리즘 C

sum ←n*n;	for i←1 to n do
	  sum ←sum + n;
		for i←1 to n do
		  for j←1 to n do
		  sum ←sum + 1;

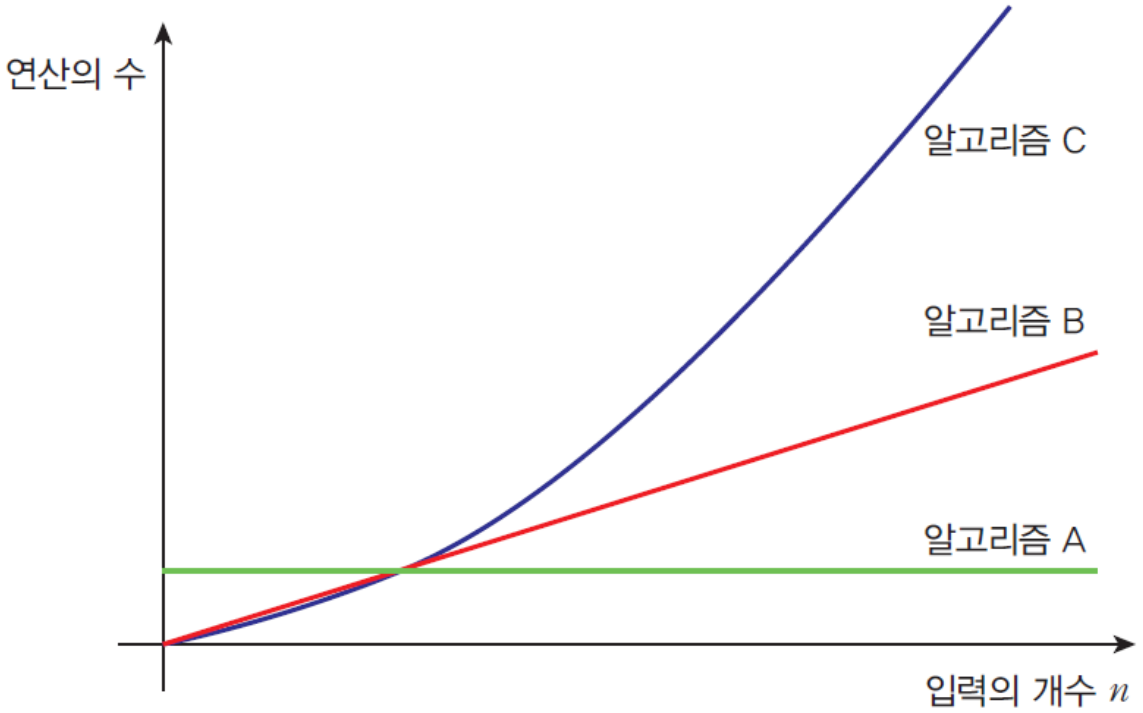
알고리즘의 비교

알고리즘 A	알고리즘 B	알고리즘 C

sum ←n*n;	for i←1 to n do
	sum ←sum + n;
		for i←1 to n do
		for j←1 to n do
		sum ←sum + 1;

	알고리즘 A	알고리즘 B	알고리즘 C
대입연산	1	n	$n * n$
덧셈연산		n	$n * n$
곱셈연산	1		
나눗셈연산			
전체연산수	2	$2n$	$2n^2$

연산의 횟수를 그래프로 표현



빅오 표기법

- 자료의 개수가 많은 경우에는 차수가 가장 큰 항이 가장 영향을 크게 미치고 다른 항들은 상대적으로 무시될 수 있다.

n=1000인 경우

$T(n) = n^2 + n + 1$

99.9%

0.1%

빅오 표기법

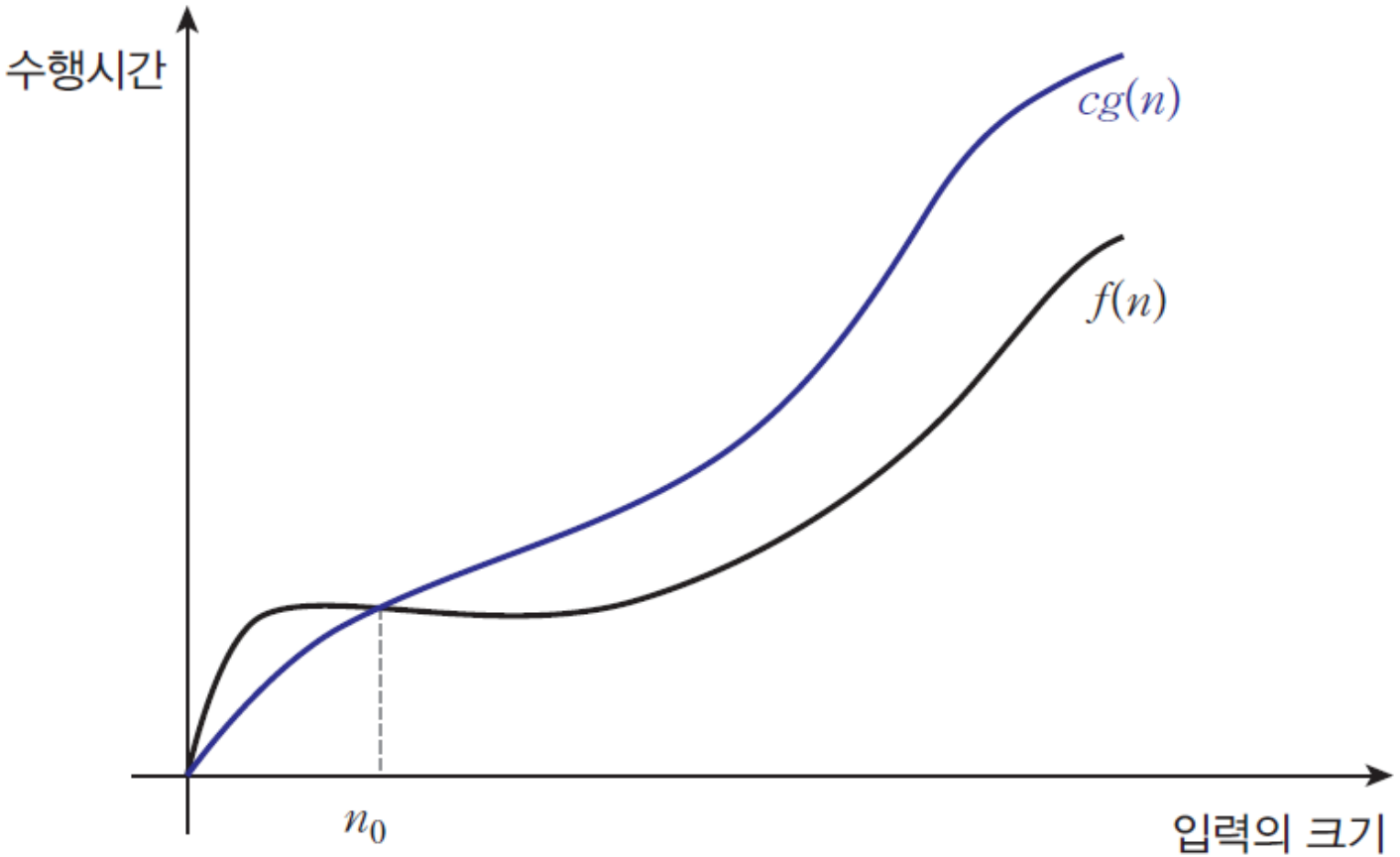
- **빅오표기법**: 연산의 횟수를 대략적(점근적)으로 표기한 것

- 두개의 함수 f(n)과 g(n)이 주어졌을 때,

  모든 $n \geq n_0$에 대하여 $|f(n)| \leq c|g(n)|$을 만족하는 2개의 상수 c와 n_0가 존재하면 f(n)=O(g(n))이다.

- 빅오는 **함수의 상한**을 표시한다.
  - (예) n≥5 이면 2n+1 <10n 이므로 2n+1 = O(n)

빅오 표기법



빅오 표기법의 예

예제 1.1 빅오 표기법

- $f(n)=5$이면 $O(1)$이다. 왜냐하면 $n_0=1$, $c=10$일 때, $n>1$에 대하여 $5 \leqq 10 \cdot 1$이 되기 때문이다.
- $f(n)=2n+1$이면 $O(n)$이다. 왜냐하면 $n_0=2$, $c=3$일 때, $n>2$에 대하여 $2n+1 \leqq 3n$이 되기 때문이다.
- $f(n)=3n^2+100$이면 $O(n^2)$이다. 왜냐하면 $n_0=100$, $c=5$일 때, $n>100$에 대하여 $3n^2+100 \leqq 5n^2$이 되기 때문이다.
- $f(n)=5 \cdot 2^n+10n^2+100$이면 $O(2^n)$이다. 왜냐하면 $n_0=1000$, $c=10$일 때, $n>1000$에 대하여 $5 \cdot 2^n+10n^2+100 \leqq 10 \cdot 2^n$이 되기 때문이다.

빅오 표기법의 종류

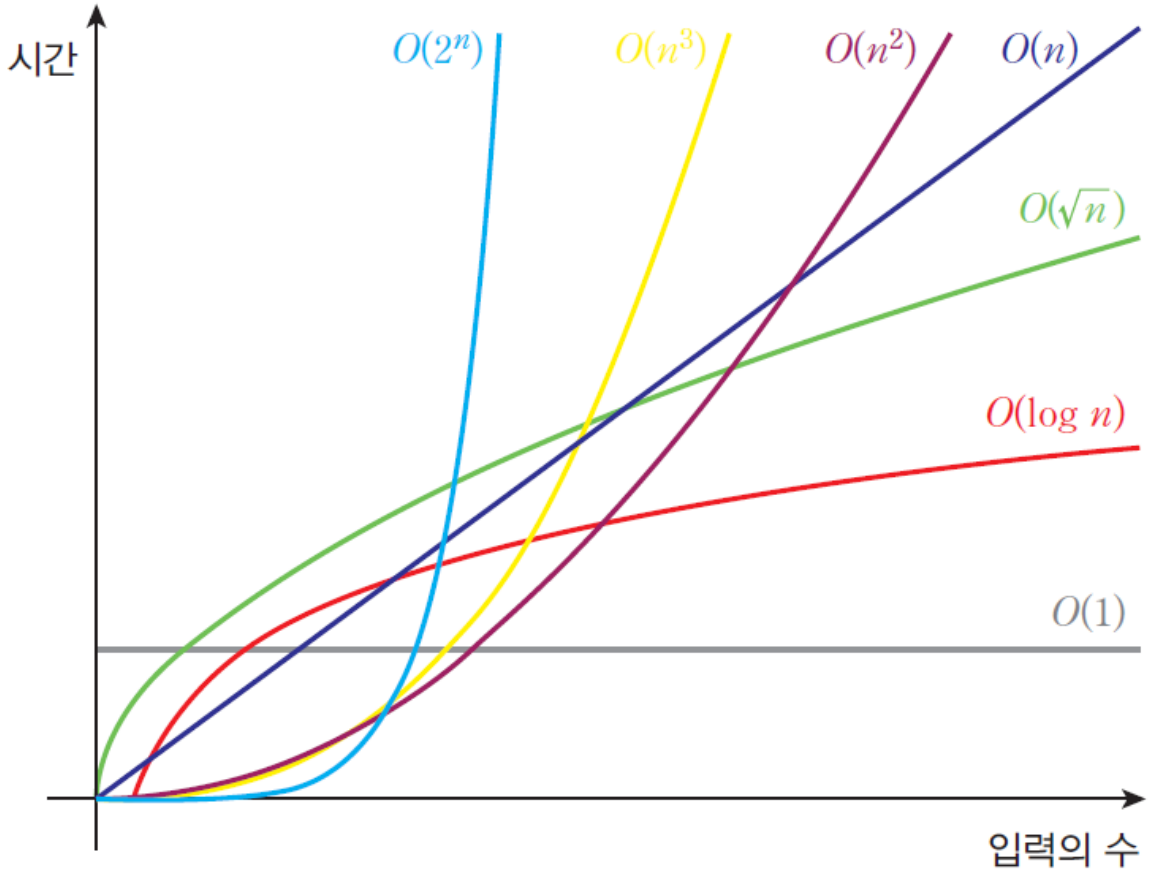
- $O(1)$: 상수형
- $O(\log n)$: 로그형
- $O(n)$: 선형
- $O(n \log n)$: 선형로그형
- $O(n^2)$: 2차형
- $O(n^3)$: 3차형
- $O(2^n)$: 지수형
- $O(n!)$: 팩토리얼형

$f(n)$	$O(f(n))$
10	$O(1)$
$5n^2+6$	$O(n^2)$
$2n^3+1$	$O(n^3)$
$2n^3+5n^2+6$	$O(n^3)$

빅오 표기법의 종류

시간복잡도	n					
	1	2	4	8	16	32
1	1	1	1	1	1	1
$\log n$	0	1	2	3	4	5
n	1	2	4	8	16	32
$n\log n$	0	2	8	24	64	160
n^2	1	4	16	64	256	1024
n^3	1	8	64	512	4096	32768
2^n	2	4	16	256	65536	4294967296
$n!$	1	2	24	40326	20922789888000	26313×10^{33}

빅오표기법

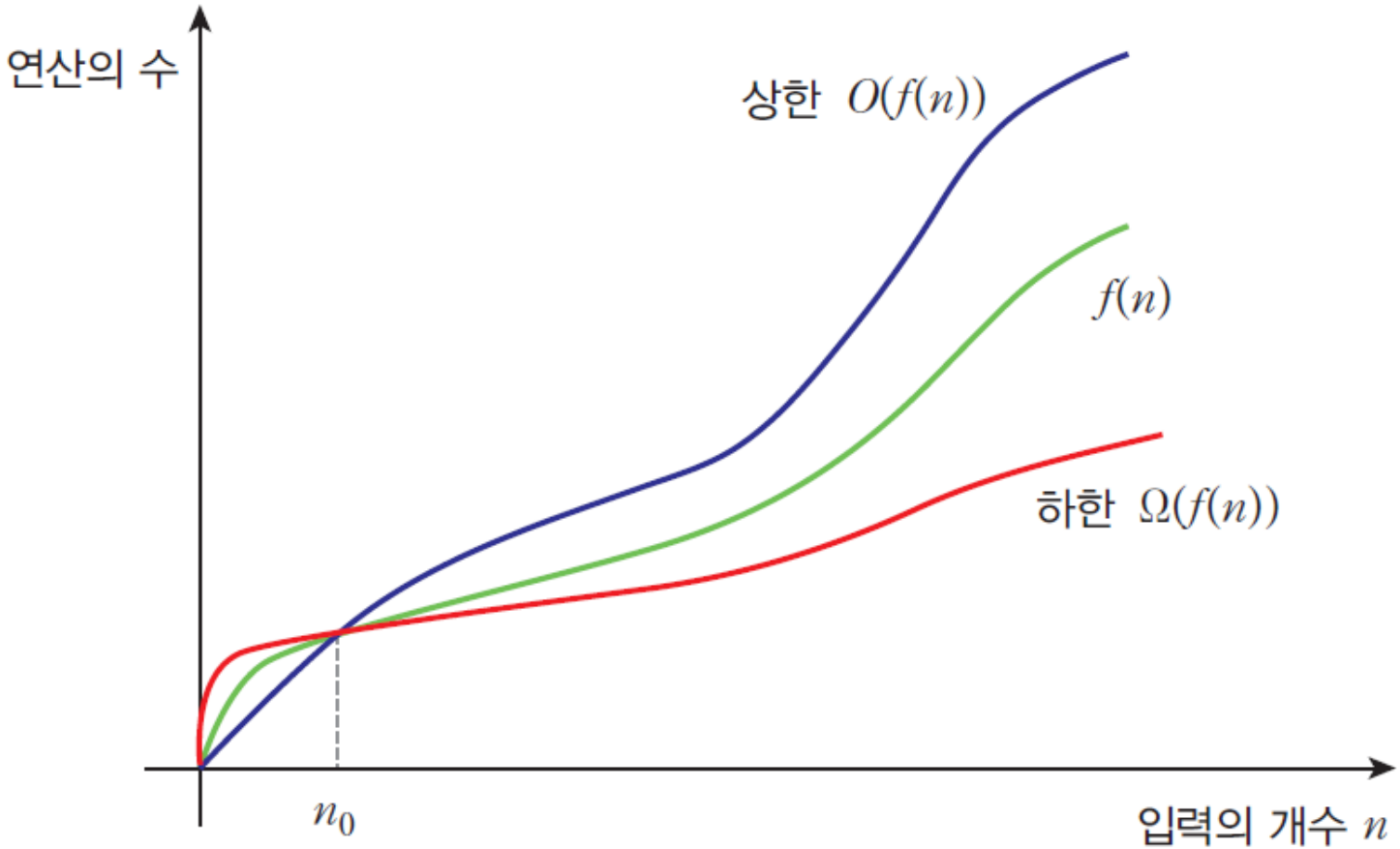


빅오 표기법이외의 표기법

- 빅오메가 표기법
  - 모든 $n \geq n_0$에 대하여 $|f(n)| \geq c|g(n)|$을 만족하는 2개의 상수 c와 n_0가 존재하면 $f(n)=\Omega(g(n))$이다.
  - 빅오메가는 함수의 하한을 표시한다.
  - (예) $n \geq 5$ 이면 $2n+1 < 10n$ 이므로 $n = \Omega(n)$

빅오 표기법이외의 표기법

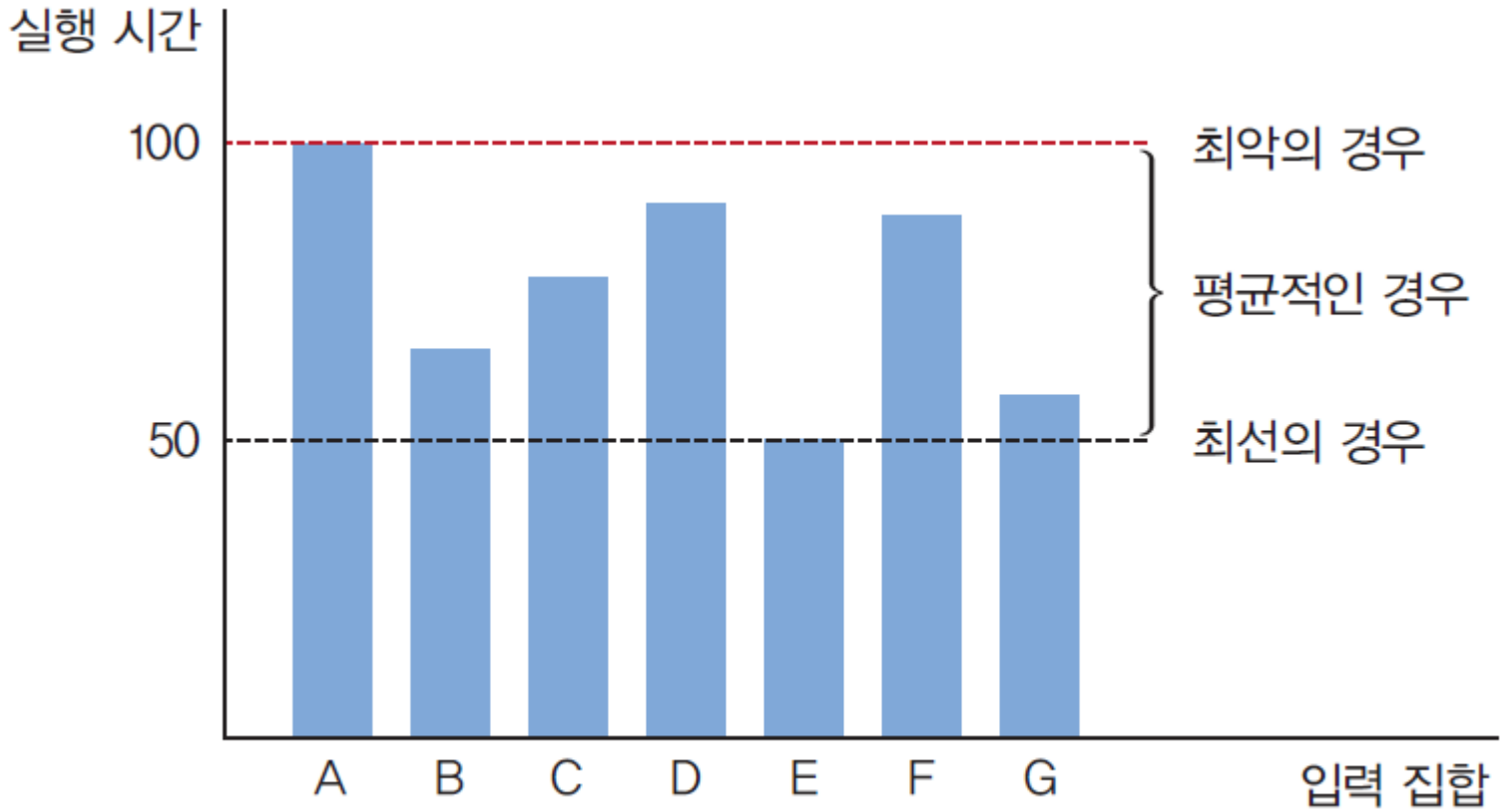
- 빅세타 표기법
  - 모든 $n \geq n_0$에 대하여 $c_1|g(n)| \leq |f(n)| \leq c_2|g(n)|$을 만족하는 3개의 상수 c_1, c_2와 n_0가 존재하면 $f(n)=\theta(g(n))$이다.
  - 빅세타는 함수의 하한인 동시에 상한을 표시한다.
  - $f(n)=O(g(n))$이면서 $f(n)=\Omega(g(n))$이면 $f(n)=\theta(n)$이다.
  - (예) $n \geq 1$이면 $n \leq 2n+1 \leq 3n$이므로 $2n+1 = \theta(n)$



최선, 평균, 최악의 경우

- 알고리즘의 수행시간은 입력 자료 집합에 따라 다를 수 있다.

- **최선의 경우(best case):** 수행 시간이 가장 빠른 경우
- **평균의 경우(average case):** 수행시간이 평균적인 경우
- **최악의 경우(worst case):** 수행 시간이 가장 늦은 경우



(예) 최선, 평균, 최악의 경우

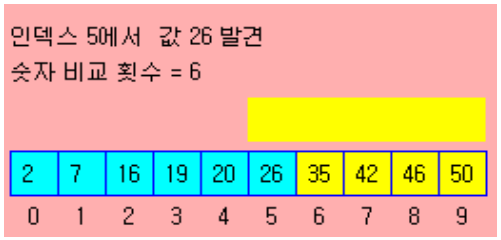
- (예) 순차탐색
- **최선의 경우**: 찾고자 하는 숫자가 맨 앞에 있는 경우
  ∴ O(1)

- **최악의 경우**: 찾고자 하는 숫자가 맨 뒤에 있는 경우
  ∴ O(n)

- **평균적인 경우**: 각 요소들이 균일하게 탐색된다고 가정하면

$$(1+2+\cdots+n)/n=(n+1)/2$$

∴ O(n)



최선, 평균, 최악의 경우

- 최선의 경우: 의미가 없는 경우가 많다.
- 평균적인 경우: 계산하기가 상당히 어려움.
- 최악의 경우: 가장 널리 사용된다. 계산하기 쉽고 응용에 따라서 중요한 의미를 가질 수도 있다.
  - (예) 비행기 관제업무, 게임, 로보틱스

Q & A